इकाई:11समीकरण(एक चर में)

- **गणितीय कथन का अर्थ स्पष्ट करना**
- **रेखीय समीकरण एक चर में (त्रुटि एवं प्रयत्न विधि से)**
- **समीकरण हल करने की उपर्यक्त विधि**
- **दैनिक जीवन परआधारित रेखीय समीकरण के वर्तिक प्रश्न**
- **समीकरण को हल करने की पक्षान्तर विधि**

11.1 भूमिका

पिछले अध्याय में हम बीजीय व्यंजक, व्यंजक के पद, समान और असमान पदों की पहचान तथा समान पदों को परस्पर जोड़ने की विधा से अवगत हो चुके हैं। इसके साथ ही शब्दों और वाक्यों में वर्णित व्यावहारिक जीवन से सम्बन्धित साधारण भाषा वाले गणितीय कथनों को किसी चर के माध्यम से व्यंजक के रूप में लिखने की कला से भलीभांति अवगत हो चुके हैं। आइए हम साधारण भाषा वाले गणितीय कथन को चर वाले व्यंजक के रूप में बदलने को एक उदाहरण के द्वारा समझें।

राकेश ने अप्पू से कहा, मेरे पास जितने फूल हैं उसका 4 गुना करके 5 जोड़ने पर कुल फूलों की संख्या 45 हो जाती है। इसे बीजीय व्यंजक के रूप में लिखिए।

इस कथन को लिखने के लिए अप्पू सोचता है, चूंकि राकेश के पास फूलों की संख्या ज्ञात नहीं है इसलिए वह मान लेता है कि राकेश के पास x फूल हैं। फूलों की संख्या का 4 गुना = 4x कर पुन: 5 जोड़ने पर, फूलों की संख्या = 4x+ 5; यह एक बीजीय व्यंजक है जो

अक्षर संख्या एवं अंक संख्याओं तथा मूल संक्रियाओं से मिलकर बना है। अत: कथन के अनुसार 4x+ 5 = 45, जो एक चर वाला रेखीय समीकरण है। इस इकाई में हम रेखीय समीकरण का अध्ययन करेंगे।

11.2. गणितीय कथन का अर्थ

हम अपने दैनिक जीवन के वार्तालाप में कई प्रकार के वाक्य बोलते हैं। इनमें से कुछ निम्नलिखित वाक्यों को पढ़िए :

1.आज रात में वर्षा होगी।

2. आज के मैच में भारत जीतेगा।

3. दिल्ली, भारत की राजधानी है।

4.संख्या 6 संख्या 10 से बड़ी है।

5. पाँच तीन से छोटा है।

इन वाक्यों में से प्रथम व द्वितीय वाक्य के सत्य अथवा असत्य होने की बात निश्चित रूप से नहीं कहीं जा सकती है, जबकि वाक्य 3,4 और 5 का सत्य या असत्य होना सुनिश्चित है।

ऐसे वाक्य जिनका सत्य या असत्य होना सुनिश्चित हो, कथन कहलाता है।

आइए अब हम कुछ अन्य कथनों पर विचार करते हैं जो मूलभूत संक्रियाओं पर आधारित हैं:

कथन :

(1) 6+5 = 11.....(सत्य)
(2) 6 > 4 .....(सत्य)

(3) $3 < 2$.....(असत्य)

(4) $x + 2 = 3$..... ..... (सत्यता x के मान पर निर्भर)

(5) $2x < 7$.....(सत्यता x के मान पर निर्भर)

(6) $x^2 = 9$.....(सत्यता x के मान पर निर्भर)

हमने देखा कि इसमें से कथन (1), (2), (3) ऐसे कथनहै, जिसमें अक्षर संख्या नहीं है। ये कथन सर्वथा सत्य अथवा असत्य कथन कहलाते है।

कथन (4), (5), (6) सर्वथा सत्य अथवा असत्य कथन नहींहैं। इन कथनों की सत्यता x के मान पर निर्भर करतीहै।

उदाहरणार्थ, $x + 2 = 3$, x के मान 1 के लिए ही सत्यहै। शेष सभी मानों के लिए असत्यहै।

पुन: कथन (1), (4), (6) पर विचार कीजिए:

$6 + 5 = 11$ .....(1)

$x + 2 = 3$..... (4)

$x^2 = 9$ .....(6)

इन सभी कथनों में समानता सूचक चिह्न `=' का प्रयोग किया गयाहै। अत: ये सभी कथन समानता सूचक कथन कहलाते हैं। कथन (4) और (6) की सत्यता x के मान पर निर्भर करतीहै

11.3. समीकरण क्या है?

आपने बीजीय व्यंजक तथा एक चर की अवधारणा के अन्तर्गत तीलियो द्वारा V और N के विभिन्न प्रतिरूपों को बनाकर उसमें प्रयुक्त होने वाली तीलियों की संख्या जानने के लिए, एक नियम ज्ञात किया था।

ध्यान दें, V का एक प्रतिरूप बनाने में आवश्यक तीलियों की संख्या = 2 किन्तु V के n प्रतिरूपों की संख्याहै और n का मान 1,2,3,4.....हो सकताहै।

इसी प्रकार हम देखते हैं कि एक N बनाने में तीलियों की संख्या 3 है। इसलिए N के n प्रतिरूपों को बनाने के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या = 3 n, जहाँ n के मान 1,2,3,4.....हो सकते हैं।

यहाँ हम देखतेहै कि तीलियों की संख्या n के मान के साथ बदलती जाती है, इसलिए n को चर (variable) कहते हैं। चर को दर्शाने के लिए l, m, n, p, q, r, x,y,z आदि अक्षरों का प्रयोग करते हैं।

प्रयास कीजिए

तीलियों की सहायता से M के प्रतिरूप बनाइए और इनके विभिन्न प्रतिरूपों के लिए आवश्यक तीलियों को ज्ञात करने के लिए नियम लिखिए।

उपर्युक्त में यदि आपको 10 तीलियाँ दी गई हों तो V के कितने प्रतिरूप बना सकते हैं।

हम देख चुके हैं कि, V के लिए आवश्यक तीलियों की सं0 = 2n जहाँ n , V के प्रतिरूपों की संख्या है।

2 n = 10.....(1)

यहाँ हम एक प्रतिबन्ध प्राप्त करते हैं; जो चर 2 द्वारा संतुष्ट हो रहाहै। हम इसे निम्नांकित सारणी से जाँच सकते हैं।

बनाये गये v की संख्या	1	2	3	4	5	6	7	...
आवश्यक तीलियों की संख्या	2	4	6	8	10	12	14	.....

विलोमत: यदि आपको तीलियों की संख्या दी गईहै तो V प्रतिरूपों की संख्या ज्ञात कर सकते हैं।

यदि आपको 10 तीलियाँ दी हुई हों तो आप V के कितने प्रतिरूप बना सकते हैं ?

इस स्थिति में 2 n= 10, यह एक ऐसा प्रतिबन्धहै जो चर n द्वारा संतुष्ट होना चहिए।

n का मान	2nका मान	प्रतिबन्ध संतुष्टहै हाँ/नहीं
1	2	नहीं
2	4	नहीं
3	6	नहीं
4	8	नहीं
5	10	नहीं
6	12	नहीं

हम पाते हैं कि केवल n =5 के लिए उपर्युक्त प्रतिबन्ध 2 n = 10 संतुष्ट होताहै, 5 के अतिरिक्त अन्य किसी मान के लिए नहीं।

निष्कर्ष

एक समीकरण समता सूचक चिह्न युक्त बीजीय व्यंजक पर एक प्रतिबन्ध है, जिसमें चर के किसी विशिष्ट मान के लिए व्यंजक (समिका) के दोनों पक्षों का मान समान होताहै। चर का

यह विशिष्ट मान समीकरण का हल कहलाताहै।

एक संतुलित समीकरण एक तराजू की तरह होताहै जिसके बायें पलड़े में बाट रखते हैं और दाये पलड़े में तौली जाने वाली वस्तु रखी जातीहै।

समीकरण को कथनों में बदलिए :

(i) $x + 7 = 12$ (ii) $5x = 20$ (iii) $\frac{m}{3} - 5 = 10$

समीकरण हल करना

$3x + 7 = 28$

इस समीकरण केबाँये पक्ष में xको अलग करने के लिए चरण बद्ध प्रक्रिया अपनाते हैं। यहाँबाँया पक्ष $3x + 7$ Öõ। इसमें3xको अलग करने के लिए दोनो पक्षों से 7 घटा देतेहै जिससे समीकरण प्रत्येक दशा में संतुलित रहे। अत: दोनों पक्षों से7 घटाने पर

$3x + 7 - 7 = 28 - 7$

$3x = 21$

पुन: दोनों पक्षों में 3 से भाग देने पर

$$\frac{3x}{3} = \frac{21}{3}$$

$x = 7$समीकरण का हल है।

समीकरण बनाना

शैली ने भाई विशाल को कुछ रुपये दिये तथा उसकी माँने भी विशाल को ` 5 दिये। अब उसके पास ` 50 हो गये। शैली ने विकास को कितने रुपये दिये ?

माना शैली ने विशाल को xदिये तथा

माँ ने विशाल को ` 5 दिये। अब विशाल के पास ` 50 हो गये।

अत: $x + 5 = 50$

$x = 50 - 5 = 45$

निम्नलिखित गणितीय कथन को बीजीय व्यंजक के रूप में लिखिए। जाँच कीजिए कि यह समीकरण है या नहीं।

(1) यदि किसी संख्या के 6 गुने से आप 8 घटाएॅ तो 10 प्राप्त होताहै।

(2) किसी संख्या के 4 गुने में पाँच जोड़ा जाय तो 21 प्राप्त होताहै।

(1) $6x-8=10$

(2) $4x+5=21$

जाँच: $6x-8=10$

x का मान	बाँया पक्ष	दाँया पक्ष
1	6×1-8=-2	10
2	6×2-8=4	10
3	6×3-8=10	10

गणितीय कथन 1 का बीजीय व्यंजक रूप $6x - 8 = 10$ है, यह एक समीकरणहै जिसका हल x =3है।

जांच : $4x + 5 = 21$

x का मान	बाँया पक्ष	दाँया पक्ष
1	4×1+5=9	21
2	4×2+5=13	21
3	4×3+5=17	21
4	4×4+5=21	21

गणितीय कथन 2 का बीजीय व्यंजक रूप $4x + 5 = 21$है , यह एक समीकरणहै जिसका हल x=4 है।

ध्यान दीजिए

समीकरण का समता सूचक चिह्न यह दर्शाताहै कि समीकरण के चर के विशिष्ट मान के लिए इस समता चिह्न के बायीं ओर के व्यंजक (बायां पक्ष LHS) का मान और चिह्न के दायीं ओर के व्यंजक (दायाँपक्ष RHS) का मान परस्पर बराबरहैं। यदि बाँया पक्ष और दाँया पक्ष के बीच में समता चिह्न के आतिरिक्त कोई अन्य चिह्न हो, तो वह एक समीकरण नहीं है।

$6x - 8 > 10$ समीकरण नहीं है

$6x - 8 < 10$ समीकरण नहीं है

$6x - 8 = 10$ समीकरण है

उपर्युक्त समीकरण में दाँया पक्ष संख्यात्मक है जो एक आंकिक (अंकगणितीय) व्यंजकहै। परन्तु सदैव ऐसा होना आवश्यक नहींहै। दाँया पक्ष (RHS) चर से युक्त एक व्यंजक भी हो सकता है।

किसी समीकरण में बायें और दायें पक्षों में से कम से कम किसी एक पक्ष को चर से युक्त व्यंजक अवश्य होना चहिए अन्यथा यह समीकरण नहींहोगा, आपितु यह अंकगणितीय समिका होगी।

जब किसी समीकरण में उपस्थित चर की आधिकतम घात एक होती है तो ऐसे समीकरण को रेखीय समीकरण कहते हैं ।

$6x - 8 = 10$, और $4x + 5 = 20$ रेखीय समीकरण है।

निम्नांकित को गणितीय कथन के रूप में लिखिए और रेखीय समीकरण छांटिए:

1. $11 + 12 = 23$

2. $x + 4 = 6$

3. $10 þ 3 = 30$

4. $2x + 5 = x - 7$

प्रयास कीजिए

निम्नांकित समीकरणों से बाँया पक्ष तथा दाँया पक्ष अलग-अलग छाँटिए:

1. $x + 12 = 13$
2. $3x + 5 = 17$
3. $10x = 30$
4. $2x + 5 = x + 7$
5. $x = 14 - 2x$

समीकरण का हल :

निम्नांकित समीकरण पर विचार कीजिए :

$8 + x = 13$

यह समीकरण यह व्यक्त करताहै कि 8 में x जोड़ने पर योग फल 13 प्राप्त होताहै। स्पष्टहै कि यहाँ x का मान 5है,क्योंकि 8 में 5 जोड़ने पर योग फल 13 प्राप्त होता है।

इसे हम इस प्रकार भी कह सकते हैं कि x के स्थान पर 5 प्रतिस्थपित करने से बाएॅ पक्ष का मान दाएॅ पक्ष के बराबर होता है अर्थात समीकरण सन्तुष्ट हो जाता है।

अत: $x = 5$ समीकरण का हल है तथा 5 को समीकरण का मूल भी कहते हैं।

वह संख्या जो चर के स्थान पर प्रतिस्थपित करने पर समीकरण को सन्तुष्ट कर देती है, उस समीकरण का हल कहलाती है।

प्रयास कीजिए

1. $x + 1 = 2$

2. $x + 7 = 5$

3. $x + 2 = 2$

11.4 रेखीय समीकरण को त्रुटि एवं प्रयत्न विधि से हल करना

उदाहरण 1 : $x + 6 = 9$

इस समीकरण को हल करने अर्थात x का मान ज्ञात करने के लिए निम्नलिखित तलिकानुसार x के विभिन्न मान का प्रतिस्थापन कीजिए :

समीकरण $x + 6 = 9$

x के मान	बाँया पक्ष (x + 6)का मान	दाँया पक्ष का दिया हुआ मान
0	0+6=6	9
1	1+6=7	9
2	2+6=8	9
3	3+6=9	9

हम देखतें हैं कि x के विभिन्न मानों में से केवल 3 ऐसा मानहै जो समीकरण को सन्तुष्ट करताहै।

अर्थात $x = 3$ समीकरण का हल है।

उदाहरण 2: समीकरण $x + 7 = 3$ को हल कीजिए।

समीकरण $x + 7 = 3$

x के विभिन्न मान	बाँया पक्ष (x + 6)का मान	दाँया पक्ष का दिया हुआ मान
0	0+7=7	3
1	1+7=8	3
2	2+7=9	3
-1	-1+7=6	3
-2	-2+7=4	3
-3	-3+7=4	3
-4	-4+7=3	3

हम देखते हैं x का धनात्मक मान रखने पर बाएॅ पक्ष का मान दाहिने पक्ष से क्रमश: बüढ रहा है। अत: x के ऋणात्मक मान रखने पर x = -4 के लिए समीकरण सन्तुष्ट होता है।

अत: x = -4 समीकरण का हल है।

प्रयास कीजिए :

निम्नांकित समीकरणों को त्रुटि एवं प्रयत्न विधि (तालिका विधि) द्वारा हल कीजिये :

(1) x + 2 = 5 (2) 3 = + 2

(3) x+ 8 = 5

रेखीय समीकरण हल करने की उपयुक्त विधि

हम लोगों ने तराजू पर सामान तौलते देखाहै। तराजू पर रखी हुई किसी वस्तु के भार (अज्ञात मान) को दूसरे पलड़े पर बाट (ज्ञात मान) रखकर मालूम करते हैं। डंडी का क्षैतिज होना दोनों पलड़ो पर समान भार होना दर्शाता है।

अज्ञात मान (वस्तु) = ज्ञात मान (बाट)

समीकरण समझने के लिए एक उदाहरण लेते हैं।

एक फल की दुकान पर दीपिका ने दुकानदार से 3क्रिग्रा आम देने को कहा, दुकानदार ने तराजू के दायें पलड़े पर 3 किग्रा का बांट रखा और बायें पलड़े पर कुछ आम रख दिये। तराजू की डंडी बाट की ओर झुकी थी तो दुकानदार ने एक आम और बायें पलड़े पर रख दिया। तराजू की डंडी क्षैतिज हो गई और दोनों पलड़े सन्तुलन में बराबर हो गये। तभी उसकी बहन सरिका वहाँ पहुँची और सरिका ने दुकानदार से कहा कि इन्हींè आमों के साथ 2 किग्रा आम और तौल दीजिए। दुकानदार ने 2 किग्रा का बाट

दायें पलड़े में रखा तो यह पल ड़ा नीचे झुक गया। दुकानदार ने बायें पलड़े में आम रखना शुरू किया तो बायाँ पल ड़ा भी नीचे झुकने लगा तथा बाट वाला पल ड़ा ऊपर उठता गया। दुकानदार कुछ बड़े और कुछ छोटे आकार के आम अदल-बदल कर तब तक रखता रहा जब तक कि डंडी फिर से क्षैतिज स्थिति में नहीं हो गई। दुकानदार ने कहा यह लीजिये 5 किग्रा आम हैं।

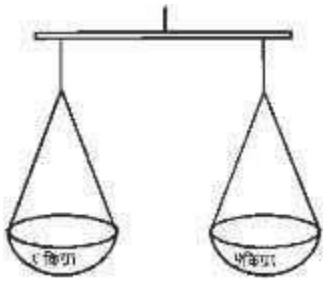
क्रिया-कलाप :

समीकरण की तुलना हम तराजू से कर सकते हैं। तराजू के दोनो पलड़े समीकरण के दोनों पक्षों को प्रकट करते हैं एवं क्षैतिज होना पक्षों का बराबर होना प्रकट करता है।

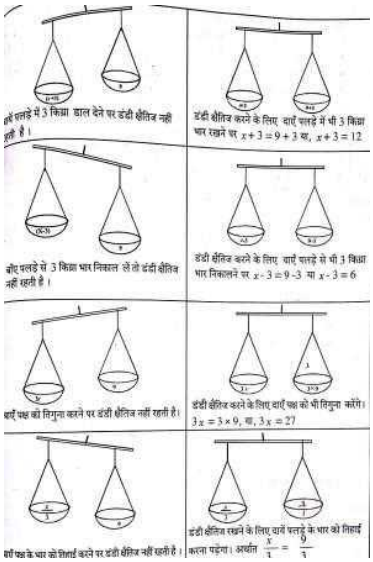
यदि हम दोनों पलड़ों पर बराबर बाट रखें, तो डंडी क्षैतिज रहती है। यदि इसी प्रकार दोनो पलड़ों से बराबर भार के बाट निकाल लें, तो भी डंडी क्षैतिज रहती है।

हम यह सिद्धान्त एक समीकरण को हल करने में प्रयोग करते हैं। संख्याओं को बाटों की तरह संतुलित करने के लिए प्रयोग किया जा सकताहै, आइए कुछ उदाहरण लेते हैं।

माना तराजू के एक पलड़े पर x किग्रा की एक वस्तु रखने तथा दूसरे पलड़े पर 9 किग्रा का बाट रखने पर चित्रानुसार तराजू की डंडी छैतिज रहती है।



हम देख रहेहै कि डंडी क्षैतिजहै अर्थात दोनों पलड़ों पर रखी हुई वस्तुओं के भार (मान) बराबर हैं ।



उपर्युक्त चारों क्रियाकलापों से निम्नांवित चार तथ्य उभर कर आते है :

प्रत्येक दशा में डंडी क्षैतिज बनी रहती है, यदि :

- दोनो पलड़ों पर बराबर भार रख दिया जाए।
- दोनों पलड़ों से बराबर भार हटा दिया जाए।
- दोनों पलड़ों के भारों को दुगुना, तिगुना.....आदि कर दिया जाय।
- दोनों पलड़ों के भारों को आधा, तिहाई.....आदि कर दिया जाय।

निष्कर्ष :

समीकरण के दोनों पक्षों में किसी भी समान संख्या के जोड़ने, घटाने, गुणा करने या शून्येतर समान संख्या से भाग देने से समीकरण अपरिवर्तित रहता है।
ये सभी स्वयं सिद्धियाँ(Axioms) कहलाती हैं। इनका उपयोग समीकरण के हल करने में करते हैं।

उदाहरण 3: समीकरण $x+7=15$ को हल कीजिए।

हल: $x + 7 = 15$

या, $x+7-7=15-7$ ... हल करने के लिए बाएँ पक्ष में केवल x चाहिए। अतः (+7) हटाने के लिए (+7) घटाएँगे।

या, $x=8$

उत्तर की जांच : बायाँपक्ष = $x+7=8+7=15$ = दायाँपक्ष

उदाहरण 4: समीकरण $x-9=11$ को हल कीजिए।

हल : $x - 9 = 11$

या, $x - 9 + 9 = 11 + 9$...(दोनों पक्षों में 9 जोड़ने पर)

या, $x = 20$

उत्तर की जांच स्वयं कीजिए।

उदाहरण 5 : समीकरण $3n + 4 = 25$ को हल कीजिए।

हल : $3n + 4 = 25$

$3\frac{3n}{3} + 4 - 4 = 25-4$ (दोनों पक्षों से 4 घटाने पर)

$3n = 21$

$n = 7$

उत्तर की जांच स्वयं कीजिए।

उदाहरण 6: समीकरण $\frac{n}{3}=20$ को हल कीजिए

(दोनों पक्षों में 5 से भाग देने पर)

हल : $\frac{n}{3}=20$ या, $\frac{n}{3}\times 3=20\times 3....$ (दोनों पक्षों में 3 से गुणा करने पर)

n= 60 (सरल करने पर)

उत्तर की स्वंय जांच कीजिए।

उदाहरण 7: समीकरण $5p=15$ को हल कीजिए।

हल: $5p=15$

या, $\frac{5p}{5}=\frac{15}{5}$ ..... (दोनों पक्षों में 5 से भाग देने पर)

$p=3$

उत्तर की स्वयं जांच कीजिए।

उदाहरण 8 : $3a+5=17$ को हल कीजिए।

हल : $3a+5=17$

$3a+5-5=17-5$ (दोनों पक्षों में 5 का घटाने पर)

या, $3a=12$

या, $a=\frac{12}{3}$ (दोनों पक्षों में 5 का घटाने पर)

या, $a=4$

उत्तर की जांच स्वयं कीजिए।

उदाहरण 9 : समीकरण $\frac{x}{2}-1=2$ को हल कीजिए

हल : $\frac{x}{2}-1=2$

या, $\frac{x}{2}-1+1=2+1$ (दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर)

या, $\frac{x}{2}=3$

या, $\frac{x\times 2}{2}=3\times 2$ (दोनों पक्षों में 2 का गुणा करने पर)

x=6

उत्तर की स्वयं जाँच कीजिए।

उदाहरण 10: समीकरण $7+5x-3x=15+3x-3x$ को हल कीजिए।

हल : $7+5x-3x=15+3x-3x$ (चर किसी भी पक्ष में हो सकताहै। हल करने की दृष्टि से चर बाएॅपक्ष में रख लेतेहै।)

या, $7+2x=15$ (दोनों पक्षों से3xको घटाने पर)

या, x

या, $7+2x-7=15-7$ (दोनो पक्षों से 7 घटाने पर)

2x = 8

$\frac{2x}{2}=\frac{8}{2}$ (दोनो पक्षों में 2 का भाग देने पर)

x=4

उत्तर की जांच : बायाँपक्ष = 7+5x=7+5×4=27

दायाँपक्ष = 15 + 3 x = 15 + 3 þ 4 = 27

अत: बायाँपक्ष = दायाँपक्ष

अभ्यास 11 (a)

निम्नलिखित समीकरणों को हल कीजिए एवं अपने उत्तर की जाँच कीजिए:

1. (a) x +2 = 3 (b) 3+x=4 (c) 15=a+12

2. (a) 11=b-3 (b) y-6= 0 (c) 3+g=3

3. (a) 5g=10 (b) 3x=12 (c) 33=11x

4 . (a) x/3= 2 (b) 7x/15=0 (c) y/5=1

5.

(a) $2x-3=5$ (b) $3+4x=x+9$

(c) $\frac{y}{7}+1=2$ (d) $3=10-\frac{z}{2}$

(e) $\frac{5y}{3}+1=6$ (f) $1.2x+3=4.2$

(g) $\frac{2}{3}x-2=0$ (h) $\frac{2x-3}{5}=7$

11.6 दैनिक जीवन पर आधारित रेखीय समीकरण सम्बन्धी वर्तिक प्रश्न

11.6.1 रेखीय समीकरण सम्बन्धी वार्तिक प्रश्न पढ़कर समीकरण बनाना

हमारे गाँव में एक लड़का है। उसका नाम सुनीलहै। उसके पास एक थैलीहै, उसमें कुछ अमरूद हैं। फरीद ने सुनील के थैले में 10 अमरूद और डाल दिए। इस प्रकार सुनील के थैले में 22 अमरूद हो गये। इस कथन को हम समीकरण की भाषा में अत्यन्त संक्षिप्त रूप से लिख सकतेहै।

मान लीजिए

सुनील के थैले में अमरूदों की संख्या = x ..... (1)

फरीद द्वारा दिए गये अमरूदों की संख्या = 10 .....(2)

अब सुनील के थैले में कुल अमरूद = x + 10.....(3)

प्रश्न के अंतिम वाक्य के अनुसार थैले में

अमरूदों की संख्या = 22 .....(4)

x+ 10 = 22कथन (3) और (4) समान हैं।

अत: हम लिख सकते हैं कि

किसी कथन को समीकरण का रूप देने के लिए :

1. प्रश्न पढकर ढूँढिऐ कि क्या ज्ञात करनाहै। इस अज्ञात मान को चर x मान लीजिए प्रश्न के कथन के अनुसार चर x में एक व्यंजक प्राप्त कीजिए।

2.प्रश्नन:पुन: पढ़िए। चर x से युक्त व्यंजक और ज्ञात रशियों में एक समानता का सम्बन्ध स्थपित कीजिए। यही समीकरण होगा।

उदाहरण 11: कक्षा 6 की दो टीमों में क्रिकेट का मैंच खेला गया। प्रथम टीम के रनों की संख्या दूसरी टीम के रनों की संख्या के दो गुने से 10 कम है। यदि दोनों टीमों ने मिलकर 110 रन बनाए हों, तो इस प्रतिबन्ध को समीकरण का रूप दीजिए।

हल : मान लीजिए कि दूसरी टीम के रनों की संख्या = x

प्रथम टीम के रनों की संख्या = $2x - 10$

दोनों टीमों के रनों का योग = 110

प्रतिबन्ध के अनुसार : $x + 2x - 10 = 110$

या $3x - 10 = 110$

आइये सोचें और निम्नलिखित कथनों पर चर्चा कर समीकरण के रूप में लिखें :

1. x और 6 का योग फल 13है।

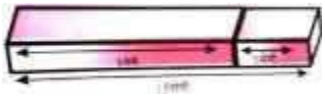
2. एक संख्या 9 से 5 कमहै।

3. किसी संख्या का दुगना 6है।

4. x का पाँचवा भाग 3है।

11.6.2 दैनिक जीवन सम्बन्धी प्रश्नों में एक अज्ञात रशि को रेखीय समीकरण की सहायता से ज्ञात करना

उदाहरण 12: पार्श्वंकित चित्र से समीकरण बनाइए और x का मान ज्ञात कीजिए :



हल : $x + 5 = 15$

या, $x + 5 - 5 = 15 - 5$

या, $x = 10$

उदाहरण 13: 5 पुस्तकों का मूल्य 7 पुस्तकों के मूल्य **से ` 14 कमहै। एक पुस्तक का मूल्य बताइये।**

हल: मान लीजिए कि एक पुस्तक का मूल्य ` x है।

5 पुस्तकों का मूल्य = $5x$

7 पुस्तकों का मूल्य = $7x$

प्रश्नानुसार : $5x = 7x - 14$

या, $5x - 7x = 7x - 14 - 7x$

या, $-2x = -14$

या, $2x = 14$

अत: x=7

अत: एक पुस्तक का मूल्य रुपये 7 है।

उदाहरण 14: मोहिन्दर की वर्तमान उम्र बताइए यादि वह 10 वर्ष पहले 35 वर्ष का था।

हल: मान लीजिए कि मोहिन्दर कीवर्तमान उम्र x वर्षहै।

छ उसकी 10 वर्ष पहले की उम्र (x-10) वर्ष

प्रश्नानुसार: x-10 = 35

या, x-10 + 10 = 35 + 10

या, = 45

अत: मोहिन्दर की वर्तमान उम्र 45 वर्षहै।

समीकरण को हल करने की पक्षान्तर विधि

आइए, हम कुछ और समीकरणों को हल करने का अभ्यास करें। इन समीकरणों को हल करते समय एक संख्या

(पद) को पक्षान्तर (transpose) करने (अर्थात् एक पक्ष से दूसरे पक्ष में ले जाने) के बारे में सीखेंगे। आप किसी संख्या

या पद को, समीकरण के दोनों पक्षों में जोड़ने या दोनों पक्षों से घटाने के स्थान पर केवल पक्षान्तर कर सकते हैं।

इसे निम्नलिखित उदाहरण द्वारा समझें।

उदाहरण 1 : हल कीजिए

m-6 = 12

हल : समीकरण के दोनों पक्षों में 6 जोड़ने

m-6+6 = 12+6

या m = 18

इसी क्रिया को निम्नांकित ढंग से भी कर सकते हैं :

m-6 = 12

m = 12+6 = 18

यहाँ पर – 6 को बाँये पक्ष से दाएँ पक्ष में ले जाने पर + 6 कर देते हैं। इसी क्रिया को पक्षान्तर कहते हैं।

उदाहरण २ : हल कीजिए

$$p + 18 = 37$$

हल : पक्षान्तर करने पर

$$p = 37 - 18$$

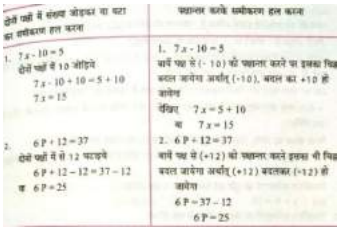
$$= 19$$

आपने देखा, समीकरण को हल करते समय सामान्यत: समीकरण के दोनों पक्षों में एक ही संख्या जोड़ते हैं या उसमें

एक ही संख्या घटाते हैं। किसी संख्या को पक्षान्तर करना, संख्या को दोनों पक्षों में जोड़ने या दोनों पक्षों में घटाने

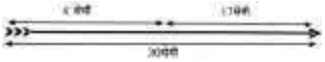
जैसा ही है। ऐसा करने के लिए, उस संख्या का चिह्न बदलना पड़ता है। जो नियम संख्याओं के लिए प्रयोग किया

जाता है, वही नियम व्यंजकों के लिए भी प्रयुक्त होता है। पक्षान्तर विधि को निम्नांकित उदाहरण से भी समझें।



अभ्यास 11 (b)

1. निम्नांकित चित्र की सहायता से समीकरण बनाइये एवं xका मान ज्ञात कीजिए;



2. राम की उम्र श्याम से 5 वर्षअधिकहै, यदि राम की वर्तमान उम्र 28 वर्षहै, तो श्याम की वर्तमान उम्र

बताइए।

3. किसी संख्या में 5 जोड़ने पर 15 प्राप्त होता है, संख्या बताइए।

4.शशि ने कुछ पेन्सिलें खरीदाé। 2 पेन्सिल उसने अपनी छोटी बहन को दे दी। अब उसके पास यदि 3 पेन्सिलें

बची हों, तो उसने कुल कितनी पेन्सिलें खरीदी थाé।

5. प्रज्ञा का वजन पहले से 3 किग्रा बढकर 17 किग्रा हो जाताहै। उसका भार पहले क्या था?

6.yमीटर लम्बे फीते को 7 बराबर भागों मेंबाँटा गयाहै। यदि प्रत्येक भाग की लम्बाई 3 मीटर हो, तो yका

मान ज्ञात कीजिए।

7. किसी संख्या का आधा, उसकी चौथाई से 10 अधिक है। वह संख्या ज्ञात कीजिये |

8. एक ठेले पर 550 संतरे हैं। इन्हें दो ठेलों पर इस प्रकार बाँटिए कि उनमें से एक पर दूसरे की अपेक्षा 50 संतरे

अधिक हों।

9. निम्नांकित समीकरणों को त्रुटि एवं प्रयत्न विधि से हल कीजिए

(a) $x + 6 = 10$ (b) $x + 9 = 5$

10.निम्नांकित समीकरणों को पक्षान्तर विधि से हल कीजिए।

(a) $P + 19 = 21$ (b) $n - 7 = 8$

(c) $x - 11 = 20$ (d) $7 = y + 8$

(e) $x + 5 = 0$

इस इकाई में हमने सीखा :

1. चर वे संख्याएँ है, जिनके मान स्थिर या निश्चित नहीं हैं।

2.समीकरण, चर पर एक प्रतिबन्धहै। इसके अन्तर्गत एक चर वाला व्यंजक और एक स्थिर संख्या को बराबर

लिखिते हैं। जैसे :x- 4 = 10, 4x = 12, 5 - 2x= 3 इत्यदि।

3.समीकरण मेंबाँया पक्ष और दाँया पक्ष बराबर होताहै, इन दोनों पक्षों के बीच में समता का चिह्न (=)

होताहै

4.समीकरण चर के जिस निश्चित मान के लिए संतुष्ट होताहै, वह मान समीकरण का हल कहलाता है ।

5.रेखीय समीकरण को त्रुटि एवं प्रयत्न विधि से हल करना सिखाया गयाहै। इस विधि में, हम चर को कोई मान

देकर जांच करतेहै कि यह मान समीकरण को संतुष्ट करताहै या नहीं। समीकरण में हम चर को ऐसे विभिन्न

मान तब तक देते रहते हैं, जब तक कि समीकरण संतुष्ट न हो जाय। समीकरण जिस मान के लिए संतुष्ट

होताहै, वह मान उस समीकरण का हल होताहै।

6.समीकरण हल करने की उपयुक्त विधि के अन्तर्गत दोनों पक्षों में उपयुक्त संख्या को जोड़कर,घटाकर,गुणाकर अथवा भाग देकर एक पक्ष में केवल चर संख्या को प्राप्त करते हैं तथा उसके सापेक्ष

दूसरे पक्ष में अचर संख्या प्राप्त करते हैं। यही चर के सापेक्ष प्राप्त अचर संख्या समीकरण का हल होतीहै।

7.दैनिक जीवन परआधारित वर्तिक प्रश्नों को समीकरण के रूप में रूपान्तरित कर हल करना बताया गयाहै।

उत्तरमाला

अभ्यास 11 (a)

1. (a)x= 1, (b)x= 1, (c) a= 3, 2.(a)b=14, (b)y= 6, (c) g = 0 3. (a)g= 2, (b)x= 4, (c)x= 3, 4.(a)

x= 6, (b) x= 0,(c)y= 5, 5। (a)x= 4, (b) x= 2, (c) y=7, (d) z= 14, (e)y= 3, (f)y= 1, (g)x= 3, (h)

x= 19.

अभ्यास 11 (b)

1. (1)= 13,(2) 23 वर्ष, (3) 10, (4) 5, (5) 14 किग्रा, (6) 21 मी, (8) 300,250 7) 40 ; (8) 300, 250 ;

(9) (a) 4, (b) –4; (10) (a) 2, (b) 15, (c) 31, (d) – 1, (e) –5