Gurminder Kaur
Maths Mistress
GGSSS Nakodar

ਅਭਿਆਸ -10.4

1. 5 ਸਮ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਦੋ ਚੱਕਰ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਵਿੱਚ ਦੀ ਦੂਰੀ 4 ਸਮ ਹੈ। ਸਾਂਝੀ ਜੀਵਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ:- ਮੰਨ ਲਉ ਦੋ ਚੱਕਰ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰ O and O' ਹਨ ਪਰਸਪਰ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ Q ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ। ਸਾਂਝੀ ਜੀਵਾ PQ, OO' ਨੂੰ L ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਉ $OL = 4-x$ ਅਤੇ $O'L = x$

ਜਿਵੇਂ ਕੀ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਦੋ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਕੇਂਦਰਾਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਚੱਕਰਾਂ ਦੀ ਸਾਂਝੀ ਜੀਵਾ ਦਾ ਲੰਬ ਸਮਦੁਭਾਜਕ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।

$\therefore \angle OLP = \angle OLQ = 90^\circ$ ਅਤੇ $PL = LQ$.

$\therefore$ ਸਮਕੋਣ $\triangle OLP$ ਵਿੱਚ

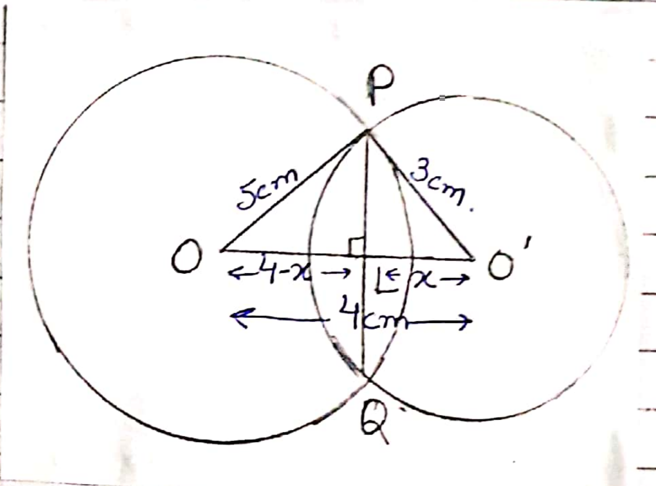
$PL^2 + OL^2 = OP^2$ —— (1)

$PL^2 + (4-x)^2 = 5^2$

$PL^2 + (16 + x^2 - 8x) = 25$

$PL^2 = 25 - 16 - x^2 + 8x$

$PL^2 = 9 - x^2 + 8x$



ਹੁਣ ਸਮਕੋਣ $\triangle O'LP$ ਵਿੱਚ

$(PO')^2 = PL^2 + (LO')^2$

$3^2 = (9 - x^2 + 8x) + x^2$

$9 = 9 - x^2 + 8x + x^2$

$8x = 0 \Rightarrow x = 0.$

$\therefore$ L ਅਤੇ O' ਸੰਪਾਤੀ ਹਨ।

$\therefore$ PQ ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ।

$\Rightarrow PL = 3cm.$

$PL = LQ$

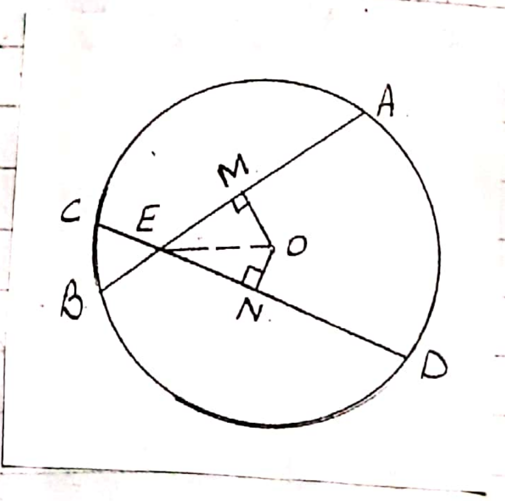
$\therefore LQ = 3cm.$

$PQ = PL + LQ = 3cm + 3cm = 6cm.$

$\therefore$ Length of common chord (ਸਾਂਝੀ ਜੀਵਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ) $= 6cm.$

Scanned with CamScanner

2. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਮਾਨ ਜੀਵਾਵਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਇੱਕ ਜੀਵਾ ਦੇ ਖੰਡ ਦੂਜੀ ਜੀਵਾ ਦੇ ਸੰਗਤ ਖੰਡਾਂ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੇ ਹਨ।



ਹੱਲ:- ਮੰਨ ਲਓ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਜੀਵਾਵਾਂ AB ਅਤੇ CD ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ E ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।

ਸਿੱਧ ਕਰੋ:- AE = DE ਅਤੇ CE = BE.

ਰਚਨਾ:- $OM \perp AB$ ਅਤੇ $ON \perp CD$ ਖਿੱਚੋ। OE ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।

ਸਬੂਤ:- $AB = CD$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

$\therefore OM = ON$. —(1)

($\because$ ਬਰਾਬਰ ਜੀਵਾਵਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਬਰਾਬਰ ਹਨ]

ਸਮਕੋਣ ΔOME ਅਤੇ ΔONE ਵਿੱਚ

$\angle OME = \angle ONE$ (90°)

$OM = ON$ ((1) ਦੁਆਰਾ)

$OE = OE$ (ਸਾਂਝਾ)

$\therefore \Delta OME \cong \Delta ONE$ (R.H.S ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ)

$\therefore ME = NE$ (c.p.c.t) —(2)

ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਜੀਵਾ ਤੇ ਲੰਬ ਜੀਵਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

$\therefore AM = \frac{1}{2}AB$ ਅਤੇ $ND = \frac{1}{2}CD$,

ਪਰੰਤੂ $AB = CD$.

$\therefore AM = ND$ —(3)

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $MB = NC$

(2) ਅਤੇ (3) ਨੂੰ ਜੋੜ ਕਰੋ.

$ME + AM = NE + ND$

$\boxed{AE = DE}$ —(4)

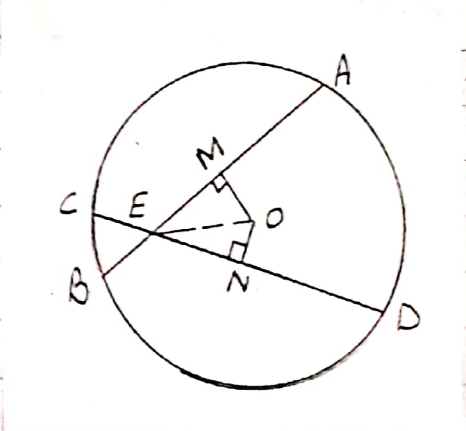
$AB = CD$

$AB - AE = CD - DE$ ((4) ਨੂੰ ਘਟਾਓ)

$\boxed{BE = CE}$

3. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਮਾਨ ਜੀਵਾਵਾਂ ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਜੀਵਾਵਾਂ ਨਾਲ ਬਰਾਬਰ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਹੱਲ ਦਿੱਤਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ ਅਤੇ ਦੋ ਬਰਾਬਰ ਜੀਵਾਵਾਂ AB ਅਤੇ CD ਚੱਕਰ ਦੇ ਅੰਦਰ E ਤੇ ਕੱਟਦੀਆਂ ਹਨ।



ਸਿੱਧ ਕਰੋ:- $\angle OEM = \angle OEN$.

ਰਚਨਾ:- $OM \perp AB$, $ON \perp CD$ ਖਿੱਚੋ। OE ਨੂੰ ਮਿਲਾਓ।

ਸਬੂਤ:- ਸਮਕੋਣ ΔOME ਅਤੇ ΔONE ਵਿੱਚ

$OM = ON$.

($\because$ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਬਰਾਬਰ ਜੀਵਾਵਾਂ ਕੇਂਦਰ ਤੋ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।)

$OE = OE$ (ਸਾਂਝਾ)

$\angle OME = \angle ONE$ (90°)

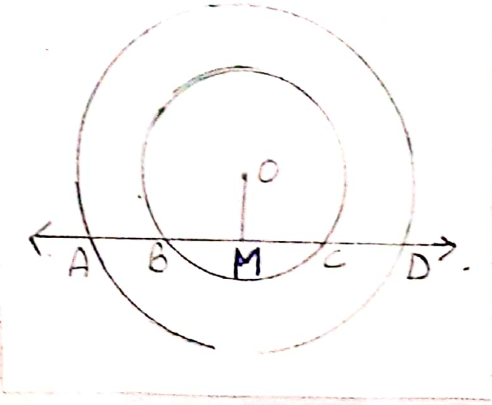
$\therefore \Delta OME \cong \Delta ONE$ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮ ਨਿਯਮ)

$\therefore \angle OEM = \angle OEN$ (c.p.c.t)

$\Rightarrow \angle OEA = \angle OEN$.

4. ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਦੋ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰਾਂ (ਇੱਕ ਹੀ ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ) ਨੂੰ, ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ, A, B, C ਅਤੇ D ਉੱਪਰ ਕੱਟੇ, ਤਾਂ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $AB = CD$ ਹੈ।

ਹੱਲ:- **ਦਿੱਤਾ ਹੈ**:- ਇੱਕ ਰੇਖਾ l ਦੋ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰਾਂ ਨੂੰ ਜਿਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ, A, B, C ਅਤੇ D ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰੋ $AB = CD$

ਰਚਨਾ:- $OM \perp l$ ਖਿੱਚੋ।

ਸਬੂਤ:- $\because$ ਬਾਹਰੀ ਚੱਕਰ ਲਈ, $OM \perp l$

$\therefore AM = MD$ —(1).

($\because$ ਕੇਂਦਰ ਤੋ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਲੰਬ ਜੀਵਾ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅੰਦਰੂਨੀ ਚੱਕਰ ਲਈ, $OM \perp l$

$\therefore BM = MC$ —(2)

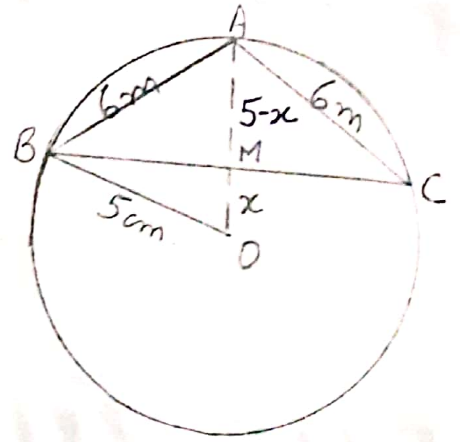
(2) ਨੂੰ (1) ਵਿੱਚੋਂ ਘਟਾਓ

$AM - BM = MD - MC$

$\Rightarrow AB = CD$.

Scanned with CamScanner

5. ਇੱਕ ਪਾਰਕ ਵਿੱਚ ਬਣੇ 5m ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਉੱਤੇ ਖੜੀਆਂ ਤਿੰਨ ਲੜਕੀਆਂ ਰੇਸ਼ਮਾ, ਸਲਮਾ ਅਤੇ ਮਨਦੀਪ ਖੇਡ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਰੇਸ਼ਮਾ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਸਲਮਾ ਦੇ ਕੋਲ, ਸਲਮਾ ਮਨਦੀਪ ਦੇ ਕੋਲ ਤੇ ਮਨਦੀਪ ਰੇਸ਼ਮਾ ਦੇ ਕੋਲ ਸੁੱਟਦੀ ਹੈ। ਜੇਕਰ ਰੇਸ਼ਮਾ ਤੇ ਸਲਮਾ ਦੇ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਸਲਮਾ ਤੇ ਮਨਦੀਪ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦੀ ਹਰੇਕ ਦੂਰੀ 6m ਹੈ ਤਾਂ ਰੇਸ਼ਮਾ ਅਤੇ ਮਨਦੀਪ ਦੀ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।



ਹੱਲ:- ਮੰਨ ਲਓ ਰੇਸ਼ਮਾ, ਸਲਮਾ ਅਤੇ ਮਨਦੀਪ ਦੀ ਸਥਿਤੀ A, B ਅਤੇ C ਹੈ।

ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- $AB = AC = 6m$

∴ ਚੱਕਰ ਦਾ ਕੇਂਦਰ $\angle BAC$ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ M, BC ਅਤੇ OA ਦਾ ਕਾਟ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

AM, $\angle CAB$ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ।

∴ $AM \perp CB$ ਅਤੇ M, CB ਦਾ ਮੱਧ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ $OM = x$

$MA = 5 - x$ (∵ ਅਰਧ-ਵਿਆਸ = 5m)

ਸਮਕੋਣ ΔOMB ਵਿੱਚ

$$OB^2 = OM^2 + MB^2$$
$$5^2 = x^2 + MB^2$$
$$MB^2 = 5^2 - x^2$$

ਸਮਕੋਣ ΔAMB ਵਿੱਚ

$$AB^2 = AM^2 + MB^2$$
$$6^2 = (5-x)^2 + 5^2 - x^2$$
$$36 = 25 + x^2 - 10x + 25 - x^2$$
$$-14 = -10x \Rightarrow x = \frac{14}{10}$$

$$MB^2 = 5^2 - x^2$$
$$= 5^2 - \left(\frac{14}{10}\right)^2 = \left(5 + \frac{14}{10}\right)\left(5 - \frac{14}{10}\right) = \left(\frac{50+14}{10}\right)\left(\frac{50-14}{10}\right) = \frac{64}{10} \times \frac{36}{10}$$

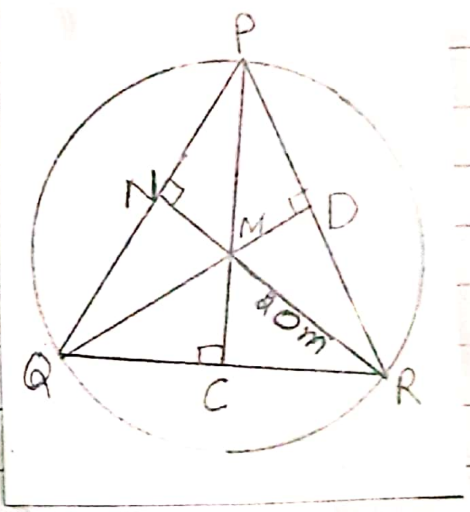
$$MB^2 = \frac{64}{10} \times \frac{36}{10}$$

$$MB = \sqrt{\frac{64 \times 36}{100}} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{48}{10} = 4.8m$$

$$BC = 2 \times MB = 2 \times 4.8 = 9.6m$$

Scanned with CamScanner

6. 20 ਮੀਟਰ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦਾ ਇੱਕ ਗੋਲ ਪਾਰਕ ਇੱਕ ਕਲੋਨੀ ਵਿੱਚ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਤਿੰਨ ਲੜਕੇ ਅੰਕੁਰ, ਸਈਅਦ ਅਤੇ ਡੇਵਿਡ ਇਸ ਦੀ ਸੀਮਾ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੇ ਬੈਠੇ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਦੇ ਹੱਥ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਖਿਡੌਣਾ ਟੈਲੀਫੋਨ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਗੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਹੈ। ਹਰੇਕ ਫੋਨ ਦੀ ਡੋਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਕੱਢੋ



ਹੱਲ:- ਮੰਨ ਲਓ ਅੰਕੁਰ, ਸਈਅਦ ਅਤੇ ਡੇਵਿਡ P, Q ਅਤੇ R ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ।

$PQ = QR = PR = x$

ΔPQR ਇੱਕ ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

ਭੁਜਾਵਾਂ ਤੇ ਲੰਬ PC, QD ਅਤੇ RN ਖਿੱਚੇ ਜੋ M ਤੇ ਕੱਟਦੇ ਹਨ।

ΔPQR ਸਮਭੁਜੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਹੈ।

∴ ਲੰਬ ਭੁਜਾਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਦੁਭਾਜਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ।

ΔPQC ਵਿੱਚ

$$PQ^2 = PC^2 + QC^2$$

$$x^2 = PC^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \qquad \left(\because QC = \frac{1}{2}QR = \frac{x}{2}\right)$$

$$PC^2 = x^2 - \frac{x^2}{4} = \frac{4x^2 - x^2}{4} = \frac{3x^2}{4}$$

$$\therefore PC = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

ਹੁਣ $MC = PC - PM = \frac{\sqrt{3}}{2}x - 20 \quad (\because PM = \text{ਅਰਧ ਵਿਆਸ} = 20m)$

ਸਮਕੋਣ ΔQCM ਵਿੱਚ

$$QM^2 = QC^2 + MC^2$$

$$(20)^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x - 20\right)^2$$

$$400 = \frac{x^2}{4} + \frac{3x^2}{4} + 400 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times 20$$

$$0 = \frac{x^2 + 3x^2}{4} - 20\sqrt{3}x$$

$$\frac{4x^2}{4} = 20\sqrt{3}x$$

$$x^2 = 20\sqrt{3}x \quad \Rightarrow \quad x = 20\sqrt{3}$$

$$\therefore PQ = QR = PR = x = 20\sqrt{3}\,m$$

Scanned with CamScanner