2PIPH6

10
अनुपात (RATIO)

मोहन और रमा सुबह कप से दूध पीते हैं। मोहन दो कप दूध में तीन चम्मच शक्कर डालता है। रमा एक कप दूध में दो चम्मच शक्कर डालती है। दोनों के दूध में शक्कर की तुलना कैसे करें ?

दैनिक जीवन में किसी वस्तु की खरीददारी करनी हो, खेल खेलना हो, या किन्हीं दो विकल्पों में से ज्यादा उपयुक्त विकल्प चुनना हो, इन जैसे सभी कार्यों में तुलना की आवश्यकता होती है। कौन सी सब्ज़ी बेहतर है, दामों में कितना अन्तर है जैसे निर्णय हमें कई बार लेना पड़ता है। एक उदाहरण देखिए – श्याम आलू खरीदने बाज़ार जाता है। एक दुकानदार आलू की कीमत बताता है – 20 रूपये के तीन किलो। दूसरा दुकानदार कीमत बताता है – ''पाँच किलो 30 रूपये में।'' अब श्याम सोच में पड़ जाता है कि कौन सा विकल्प बेहतर है। ऐसी स्थितियों में अनुपात की जरूरत महसूस होती है। क्या आपके सामने कभी ऐसी स्थिति आई है जहाँ आपको बेहतर विकल्प सोचने की जरूरत पड़ी? ऐसी कुछ परिस्थितियों के बारे में सोचिए एवं लिखिए।

अनुपातों को विभिन्न तरीकों से व्यक्त किया जाता है। अनुपात को हम ':' चिह्न से दर्शाते हैं।

उदाहरण के लिए एक दुकानदार कहता है कि, ''इस वर्ष बिक्री दुगुनी हुई।'' इसका अर्थ यह निकला कि इस वर्ष में बिक्री पिछले वर्ष की अपेक्षा दो गुनी हुई, अर्थात् इस वर्ष और पिछले वर्ष की बिक्री का अनुपात 2 : 1 है।

एक और उदाहरण लें – किसी विद्यालय में प्रत्येक 45 छात्रों पर एक अध्यापिका है। इसका मतलब यह हुआ कि छात्राओं तथा अध्यापिकाओं का अनुपात 45 : 1 है। अब यदि हम कहें कि विद्यालय में 90 छात्राएं हैं तो स्पष्ट है कि विद्यालय में दो अध्यापिकाएं हैं। अर्थात् विद्यार्थी तथा अध्यापिका का अनुपात 45 : 1 या 90 : 2 है।

रीता ने कहा कि, ''विद्यालय में अध्यापिका संख्या तथा छात्राओं की संख्या का अनुपात 1 : 45 है।'' क्या उसका यह कहना सही है? अनुपात में हमें यह देखना होता है कि हम किसकी तुलना किससे कर रहे हैं। जैसे – यदि हम अध्यापिका संख्या की तुलना छात्राओं की संख्या से करते हैं तो अनुपात होगा 1 : 45 और यदि हमें छात्राओं की तुलना अध्यापिका से करनी है तो अनुपात 45 : 1 होगा। अब यदि उस विद्यालय में कुल 5 अध्यापिकाएं हैं तो बताइए कि विद्यालय की कुल छात्राओं की संख्या कितनी है?

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 1.

(1) निम्न कथनों को अनुपात में लिखिए :

(i) किसी हॉल में पुरूषों की संख्या 150 है तथा महिलाओं की संख्या 100 है। पुरूषों तथा महिलाओं की संख्या के बीच अनुपात लिखिए। [150 : 100]

(ii) शर्माजी की उम्र 40 वर्ष है तथा उनकी पत्नी की उम्र 35 वर्ष है। दोनों की उम्र के बीच का अनुपात लिखिए। [ ]

(2) किसी कक्षा में 20 लड़के तथा 25 लड़कियाँ हैं। निम्न अनुपात बताइए –

(i) लड़कियाँ तथा लड़कों के बीच

(ii) लड़कों तथा लड़कियों के बीच

(iii) लडकियों तथा कुल विद्यार्थियों के बीच

(iv) लड़कों तथा कुल विद्यार्थियों के बीच

3. रमेश एक घंटे में 6 किलोमीटर पैदल चलता है। तारा 1 घंटे में 4 किलोमीटर पैदल चलती है। रमेश की गति तथा तारा की गति के बीच का अनुपात क्या है?

4. राम की आयु 30 वर्ष है तथा श्याम की आयु 20 वर्ष है। राम की आयु और श्याम की आयु के बीच अनुपात क्या होगा?

श्याम तथा राम की आयु के बीच अनुपात क्या होगा ?

एक और बात पर विचार कीजिए :

यदि एक वर्ष में वर्षा का मौसम 20 सप्ताह तक रहा और दूसरे वर्ष 120 दिन रहा। इन दोनों वर्षों में वर्षा के दिनों का अनुपात क्या होगा? क्या आप इसे 20 : 120 लिख सकते हैं? कारण बताइए।

एक और उदाहरण देखिए (Let us take another example) :

रानी अपने घर से विद्यालय तक की दूरी 50 मिनट में तय करती है। उमा वही दूरी 1 घंटे में तय करती है। तो रानी द्वारा लिए गए समय और उमा द्वारा लिये गये समय का अनुपात क्या होगा? क्या इसे हम 50 : 1 लिख सकते है? इस पर विचार कीजिए।

इसी प्रकार के और सवाल आप स्वयं बनाकर अपने मित्रों से हल करवाइये।

दैनिक जीवन में हमारे सामने इस प्रकार की समस्याएं अनेक बार आती हैं जब हम भिन्न नापों की आपस में तुलना करते हैं। ऐसी स्थितियों में जहाँ सीधे–सीधे तुलना करना संभव नहीं होता है, वहाँ राशियों को समान इकाइयों या समान मात्रक में बदलना पड़ता है।

वर्षा का उदाहरण देखिए – एक वर्ष में वर्षा का मौसम 20 सप्ताह का है और दूसरे वर्ष में 120 दिनों का। यहाँ हम समान मात्रक में बदलने के लिए 20 सप्ताह को दिनों में बदलेंगे जो कि इस प्रकार होगा –

1 सप्ताह में 7 दिन

$\therefore$ 20 सप्ताह में 7×20 दिन   अर्थात् 140 दिन

अब दोनों वर्षों में वर्षा का अनुपात ज्ञात करना आसान हो गया क्योंकि हमारे सामने दोनों मात्रक समान हैं अर्थात् 140 दिन तथा 120 दिन। पहले वर्ष की वर्षा के दिनों तथा दूसरे वर्ष की वर्षा के दिनों का अनुपात हुआ 140 : 120 जिसका सरलतम रुप 7 : 6। अब आप रानी तथ उमा द्वारा विद्यालय जाने में लगे समय का अनुपात ज्ञात कीजिए ?

क्रियाकलाप (ACTIVITY) 2.

निम्न कथनों को अनुपात के रुप में लिखिए –

(i) पेड़ के चित्र की लम्बाई 25 सेमी है तथा पेड़ की लम्बाई 13 मीटर है।

(ii) राम को गृहकार्य करने में 40 मिनट लगते हैं तथा श्याम को 1 घंटा लगता है।

(iii) आनन्द 15 माह बाद रायपुर आया तथा अमीना 2 वर्ष बाद।

कुछ और असमान मात्रक वाले सवाल स्वयं खोजिए तथा उनके अनुपात लिखिए।

अनुपात में जिन दो राशियों की तुलना करते हैं उन्हें पद कहते हैं – पहला पद तथा दूसरा पद। जैसे यदि हम 'a' की तुलना 'b' से कर रहे हैं तो इसे अनुपात रूप में लिखेंगे a : b जहाँ 'a' पहला पद है तथा 'b' दूसरा पद है और यदि 'b' की तुलना 'a' से करते हैं तो 'b' पहला पद तथा 'a' दूसरा पद होगा तथा उनका अनुपात b:a होगा।

एक अन्य उदाहरण में नीचे दर्शाए गए आयत के चित्र में भुजा के माप दर्शाए गए है–

क्रमांक	चित्र	भुजा	क्षेत्रफल
1	1 2	लम्बाई = 2 इकाई चौड़ाई = 1 इकाई लम्बाई अनुपात चौड़ाई = 2 : 1	A= 2 X 1 = 2 वर्ग इकाई
2	2 4	लम्बाई = 4 इकाई चौड़ाई = 2 इकाई लम्बाई अनुपात चौड़ाई = 4 : 2	A = 4 X 2 = 8 वर्ग इकाई

उपरोक्त चित्रों में आयत (क्रमांक 1) में लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 2 : 1 है व चित्र क्रमांक 2 के आयत में लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 4 : 2 है।

यहाँ दोनों आयतों के क्षेत्रफल का अनुपात होगा 2 : 8 या 1 : 4

आपने भारत का मानचित्र तो देखा होगा। भारत जैसे विशाल देश को छोटे मानचित्र में दर्शाना कैसे संभव है? आप इस पर विचार करें।

किसी भी मानचित्र के नीचे एक पैमाना (स्केल) लिखा होता है, 1 सेमी = 100 किमी अर्थात् 100 किमी की दूरी को मानचित्र में एक सेमी से दर्शाया गया है। इस प्रकार यह भी एक प्रकार का अनुपातिक चित्र हैं।

अर्थात् दो राशियों के बीच तुलना के लिए अनुपात का प्रयोग किया जाता है। चूंकि राशियों के आँकड़े बहुत बड़े अथवा बहुत छोटे हो सकते हैं इसलिए तुलना में सुविधा के लिए अनुपात को सरल रूप में दर्शाया जाता है।

अनुपात का प्रयोग करने के पहले ध्यान रखें कि राशियों में समान इकाई का उपयोग हो।

कियाकलाप 3.

1. कक्षा के छात्र एक–एक करके अपनी ऊँचाई ज्ञात करेंगे।
2. छात्र दोनों हाथ फैलाकर हाथों के सिरों के बीच की दूरी का मापन करेंगे।
3. प्रत्येक छात्र की ऊँचाई तथा उसके दोनों हाथ के सिरों के बीच के दूरी के मध्य क्या संबंध प्राप्त हो रहा है? निष्कर्ष निकालिए।

सारणी पूरी कीजिए –

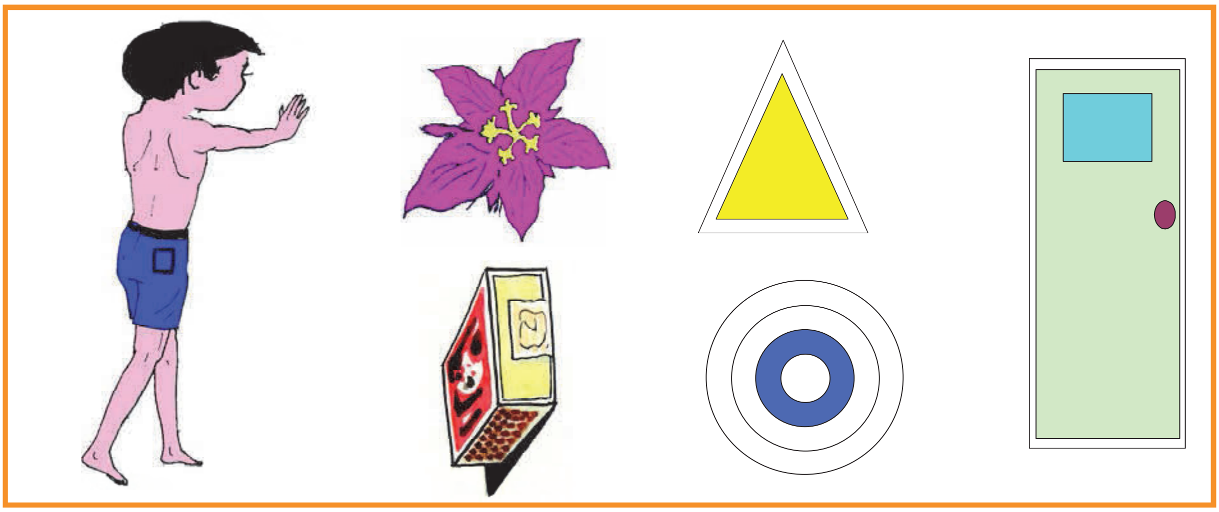
क्रमांक	छात्र का नाम	ऊँचाई (H)	दोनों हाथ के सिरों के बीच की दूरी (फैलाकर) (D)	अनुपात (H:D)	सरलतम रुप
1					
2					
3					
4					

अनुपातिक चित्रों में सौंदर्य बोध (Aesthetics of Proportionate Figures)

अनुपात केवल संख्याओं में ही नही वरन् हमारे दैनिक जीवन से जुड़े कई पहलुओं में देखने को मिलता है।

उदाहरण के लिए – यदि किसी चित्र में बने व्यक्ति की टांगे बहुत अधिक लंबी हैं, या शरीर की तुलना में सिर अधिक बड़ा है, तो वह व्यक्ति कैसा लगेगा? जाहिर है कि वह कुछ अटपटा लगेगा। इसी प्रकार मान लीजिए आपकी कक्षा की एक दीवार है जिसकी लम्बाई एवं चौड़ाई कम है और उस छोटी सी दीवार पर एक बहुत बड़ी तस्वीर लगा रखी है। या दीवार बहुत अधिक बड़ी है और उस पर एक कोने में या बीच में छोटी सी तस्वीर लगी है। एक बहुत बड़ा फ्रेम है और उसमें छोटा सा चित्र लगा है। इनमें से बहुत सी परिस्थितियां हमें अटपटी प्रतीत होगी। क्योंकि इनमें अनुपात हीनता है। हमारी दृष्टि चीजों के बीच निश्चित अनुपात ढूंढती है।

नीचे कुछ उचित अनुपातिक तथा अनुपातहीन चित्र दिये गये हैं। इनमें से ऐसे चित्रों की पहचान कीजिए जिनमें अनुपात उचित लगता है और सोचिए कि आपने क्या देख कर बाकी चित्रों को छोड़ा है अर्थात् आप अपने उत्तर का कारण सोचिए।



दो राशियों की तुलना (COMPARING TWO QUANTITIES)

चित्र अनुपातिक है या नहीं विभिन्न हिस्सों के आकारों की तुलना पर निर्भर है। उदाहरण के लिए दरवाजे का पल्ला बहुत ज्यादा लम्बा है और इसी तरह माचिस की डिब्बी लम्बाई भी बाकी भुजाओं की तुलना में बहुत अधिक है। मानों हम लम्बाई और चौड़ाई की तुलना करना चाहते हैं। इन दोनों राशियों की तुलना कई तरीके से की जा सकती है व तुलना करने के कई आधार हैं। सबसे सरल तो यह पता करना है कि पहली राशि दूसरी राशि से कितनी अधिक या कितनी कम है? इसकी जानकारी कई प्रकार से प्राप्त की जा सकती है।

1. परीक्षा में शबाना को 40 अंक तथा रेणु को 20 अंक मिले तो रेणु को शबाना से 20 अंक कम प्राप्त हुए।
2. शाला में 600 छात्रों में से 200 छात्र कम आए तो उस दिन शाला में 400 छात्र आए।
3. दो रेखाखंडों की लम्बाई 8 सेमी एवं 4 सेमी हो तो पहली रेखाखण्ड की लम्बाई दूसरे रेखाखण्ड से 4 सेमी अधिक है।
4. किसी दरवाजे की ऊँचाई 8 फिट है और इसकी चौड़ाई 2 फिट है तो इसकी ऊँचाई चौड़ाई से 6 फिट अधिक है। दरवाजे के संदर्भ में ऊँचाई व चौड़ाई का अंतर 6 फिट है बताने से वह कितना उपयुक्त है पता नहीं चलता। यदि किसी दरवाजे की ऊँचाई 18 फिट और चौड़ाई 12 फिट हो तो भी अन्तर 6 फिट है, जबकि दोनों में बहुत अंतर है। दोनों राशियों में तुलना का एक और आधार हो सकता है। हम यह भी देख सकते हैं कि पहली राशि दूसरी राशि के अथवा दूसरी राशि पहली राशि के कितने गुणा है। इससे पहले दरवाजे में ऊँचाई, चौड़ाई की तुलना में 4 गुणा है, जबकि दूसरे में ऊँचाई, चौड़ाई का डेढ़ गुणा है।

नीचे सारणी में भी दो राशि लेकर उनकी तुलना की गई है।

पहली राशि	दूसरी राशि	दूसरी राशि पहली राशि से कितनी गुना है	पहली राशि दूसरी राशि से कितनी गुना है
2 सेमी	6 सेमी	3 गुना	1/3 गुना
500 ग्राम	1000 ग्राम	2 गुना	1/2 गुना
200 रूपये	1000 रूपये	5 गुना अथवा 5:1	1/5 गुना अथवा 1:5
5 लीटर	20 लीटर	4 गुना	1/4 गुना
4 मीटर	32 मीटर	8 गुना अथवा 8:1	1/8 गुना अथवा 1:8
3 मीटर	5 मीटर	5/3 गुना अथवा 5 : 3	3/5 गुना अथवा 3 : 5

आप दैनिक जीवन के कुछ उदाहरण बताइए जिसमें इसी प्रकार पता करना हो कि एक राशि दूसरी राशि के कितनी गुनी है। आपके कमरे की लम्बाई 30 फीट एवं चौड़ाई 15 फीट है अर्थात् कमरे की लम्बाई, चौड़ाई से दुगुनी है इसे इस प्रकार से लिखा जा सकता है –

$$\frac{\text{कमरे की लम्बाई}}{\text{कमरे की चौड़ाई}} = \frac{30 \text{ फीट}}{15 \text{ फीट}} = \frac{2}{1} = 2 \text{ गुना}$$

अर्थात् लम्बाई चौड़ाई से दुगुनी है या कमरे की लम्बाई तथा चौड़ाई का अनुपात 2 : 1 है। यह भी कह सकते हैं कि चौड़ाई और लम्बाई का अनुपात 1 : 2 है।

अतः अनुपात परिमाण के आधार पर बना संबंध है।

1. 50 पुस्तकों एवं 10 पुस्तकों के मध्य अनुपात = 50 : 10 = 5 : 1
2. राम की उम्र 20 वर्ष एवं श्याम की उम्र 30 वर्ष है। दोनों के उम्र के मध्य अनुपात = 20 : 30 = 2 : 3
3. 400 किलो गेहूं एवं 100 किलो गेहूं के मध्य अनुपात = 400 : 100 = 4 : 1
4. राशि a तथा राशि b के मध्य अनुपात = a : b

अभ्यास (Practice) : 1

सारणी में शिक्षक एवं छात्र अनुपात ज्ञात करके सारणी पूर्ण कीजिए।

क्र.	शाला का नाम	शिक्षक संख्या	छात्र संख्या	अनुपात	सरलतम रुप
1	आदर्श माध्यमिक विद्यालय	06	150		
2	भगतसिंह पू. मा. विद्यालय	10	350		
3	पैरामाउंट पू. मा. शाला	15	600		
4	लक्ष्मीबाई कन्या शाला	08	264		

अनुपात के बारे में कुछ बातें (Some Points to Remember About Ratios)

1. दो राशियों a तथा b के मध्य अनुपात को a : b से दर्शाते हैं जिसमें a पहला तथा b दूसरा पद है। (जहाँ a तथा b पूर्ण संख्याएँ हैं।)
2. अनुपात ज्ञात करते समय एक ही प्रकार की राशियों को समान इकाई से दर्शाया जाता है।

क्रियाकलाप 4.

शैली और उसके परिवार के सदस्य एक पेड़ के पास खुले मैदान में खड़े थे। शैली ने परछाइयों को देखा और उनको नापने लगी। उसने परिवार के प्रत्येक सदस्य की परछाई की लंबाई और उनकी ऊँचाई को निम्नानुसार तालिका में दर्शाया –

क्र.	सदस्य	परछाई की लंबाई	सदस्य की ऊँचाई
1	पिताजी	92 सेमी	184 सेमी
2	माताजी	80 सेमी	160 सेमी
3	भाई	45 सेमी	90 सेमी
4	स्वयं	75 सेमी	150 सेमी
5	पेड़	215 सेमी	....

अब शैली के सामने एक समस्या आ गई। परिवार के सदस्यों की ऊँचाई तो उसे मालूम थी और उसने परछाई की लंबाई नाप ली, लेकिन पेड़ की ऊँचाई नहीं माप सकी। क्योंकि पेड़ की ऊँचाई ज्ञात करना मुश्किल था।

क्या वह परछाई देखकर पेड़ की ऊँचाई निकाल सकती है? आइए, देखें शैली ने इस समस्या को कैसे हल किया –

उसने तालिका में संख्याओं के बीच एक सम्बन्ध देखा, प्रत्येक व्यक्ति की ऊँचाई उसकी परछाई से दुगुनी है। उसने सोचा कि यदि उसी स्थान पर सभी सदस्यों की ऊँचाई एवं परछाई की लम्बाई का अनुपात 2 : 1 है तो पेड़ की ऊँचाई भी परछाई की लम्बाई की दुगुनी होगी। उसने इससे पता कर लिया कि पेड़ की ऊँचाई 430 सेमी है।

उदाहरण (Example) 1.

एक व्यक्ति ने 25 रूपये अपने पुत्र को एवं 36 रूपये अपनी पुत्री को दिये तो उनको दिए गए रूपयों का अनुपात ज्ञात कीजिए ?

हल : पुत्र का भाग = 25 रूपये

पुत्री का भाग = 36 रूपये

पुत्र का भाग : पुत्री का भाग = 25 : 36

उदाहरण (Example) 2.

एक डंडे की लंबाई 90 सेमी एवं एक बाँस की लम्बाई 4 मीटर 50 सेमी है तो डंडे एवं बाँस की लम्बाईयों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल : डंडे की लम्बाई = 90 सेमी

बाँस की लम्बाई = 4 मीटर 50 सेमी

= (400 + 50) सेमी { 1 मीटर = 100 सेमी }

= 450 सेमी

(यहां डंडे एवं बाँस की लम्बाई अलग–अलग इकाई में है अतः एक ही इकाई सेमी में बदलना आवश्यक है।)

अतः डंडे की लम्बाई : बाँस की लम्बाई = 90 : 450

= 1 : 5 (सरलतम रूप)

उदाहरण (Example) 3.

राजेश की एक महीने की आमदनी 12500 रुपये है। इसमें से वह 2500 रू. की बचत करता है। अनुपात ज्ञात कीजिए।

1. राजेश की आमदनी और उसके खर्च के बीच।
2. राजेश की आमदनी और उसकी बचत के बीच।

हल : राजेश की मासिक आमदनी = 12500 रूपये

राजेश की मासिक बचत = 2500 रूपये

राजेश का मासिक खर्च = 12500 – 2500 रूपये

= 10000 रूपये

अतः राजेश की आमदनी का उसके खर्च से अनुपात = 12500 : 10000

= 5 : 4

राजेश की आमदनी का उसकी बचत से अनुपात = 12500 : 2500

= 5 : 1

उदाहरण (Example) 4.

एक पेन के मूल्य और एक पेंसिल के मूल्य का अनुपात ज्ञात कीजिए जबकि पेनों का मूल्य 144 रु प्रति दर्जन एवं 10 पेंसिल का मूल्य 90 रु हो।

हल : यहां सबसे पहले एक पेन और एक पेंसिल का मूल्य ज्ञात करना होगा।

एक दर्जन या 12 पेनों का मूल्य = 144 रु

1 पेन का मूल्य $= \frac{144}{12}$ = 12 रु

10 पेंसिल का मूल्य = 90 रु

1 पेंसिल का मूल्य $= \frac{90}{10}$ = 9रु.

अतः 1 पेन का मूल्य : 1 पेंसिल का मूल्य $= \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$ = 4 : 3

उदाहरण (Example) 5.

छोटू एवं मिंटू के बीच 40 टॉफी को 4 : 1 के अनुपात में बाँटिए।

हल : कुल भागों की संख्या = 4 + 1 = 5

40 टॉफी को 5 भागों में बांटने पर 4 हिस्सा छोटू को एवं 1 हिस्सा मिन्टू को मिलेगा।

अतः छोटू का हिस्सा $= \frac{40}{5} \times 4$

= 32 टॉफी

और मिन्टू का हिस्सा $= \frac{40}{5} \times 1$

= 8 टॉफी

उदाहरण (Example) 6.

निम्नलिखित मापों का अनुपात ज्ञात कीजिए –

(अ) 5 रु तथा 50 पैसे

(ब) 500 सेमी तथा 10 मीटर

(स) 8 किग्रा तथा 640 ग्राम

हल : (अ) 5 रु तथा 50 पैसे का अनुपात –

5 रु = 5 x 100 पैसे = 500 पैसे

$\therefore$ अनुपात $\frac{500}{50} = \frac{10}{1} = 10:1$

(ब) 500 सेमी तथा 10 मीटर का अनुपात

10 मीटर = 10 x 100 सेमी

$\therefore$ अनुपात $= \frac{500}{10 \times 100} = \frac{1}{2} = 1:2$

(स) 8 किग्रा तथा 640 ग्राम का अनुपात

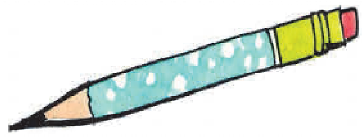
8 किग्रा = 8 x 1000 ग्राम = 8000 ग्राम

$\therefore$ अनुपात $= \frac{8000}{640} = \frac{25}{2} = 25:2$

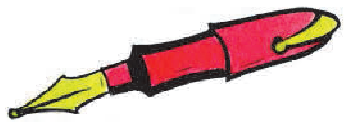
प्रश्नावली (EXERCISE) 10.1

1. अपने आस पास से निम्नलिखित वस्तुएं इकट्ठी कीजिए। उन वस्तुओं की लम्बाई ज्ञात कर लम्बाईयों के बीच अनुपात पता कीजिए? अनुपात को सरलतम रूप में लिखिए।

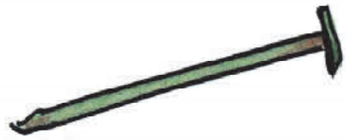
नई पेन्सिल ....



पेन ....



कील ....



आलपिन ....

(i) आलपिन का कील से.................................... (ii) कील का पेन्सिल से..................................
(iii) पेन का कील से .... (iv) कील का आलपिन से....................................
(v) आलपिन का पेन से .... (vi) पेन का पेन्सिल से ....
(vii) पेन्सिल का आलपिन से .... (viii) पेन का आलपिन से ....

2. **निम्नलिखित का अनुपात ज्ञात कीजिए।**
   (i) 15 मिनट का 1 घंटे से (ii) 250 ग्राम का 1 किलोग्राम से
   (iii) 15 पैसे का 1 रूपये से (iv) 15 पैसे का 5 रूपये से
   (v) 21/2 सेमी का 1 मीटर से (vi) 10 मीटर का 25 सेमी से
   (vii) 40 सेमी का 2.5 मीटर से

3. **निम्न मे से प्रत्येक अनुपात को उसके सरलतम रूप में लिखिए।**
   (i) 150 : 400 (ii) 85 : 255
   (iii) एक दर्जन : एक कोरी (iv) 27 : 57
   (v) 24 : 68 (vi) 250 : 375
   (vii) 65 : 91 (viii) 2.5 : 7.5
   (ix) 50 : 225 (x) 500 : 10000

4. विशाखा की वार्षिक आमदनी 80000 रूपये है। उसने 5000 रूपये आयकर के रूप में दे दिए। निम्न अनुपात ज्ञात कीजिए –

(i) आयकर : आय

(ii) आय : आयकर

5. मुन्नू और बुन्नू ने एक दौड़ में भाग लिया। निर्धारित समय में मुन्नू ने 210 मीटर की दूरी तय की और उतने ही समय में बुन्नू ने 180 मीटर की दूरी तय की । मुन्नू और बुन्नू के द्वारा तय की गई दूरी का अनुपात क्या होगा?

6. सतीश एक वैज्ञानिक के रूप में कार्य करते हैं और उनकी आय 20000 रूपये प्रति माह है। उनकी पत्नि अनीता डॉक्टर है तथा उसकी आय 15000 रूपये प्रति माह है। निम्नलिखित अनुपातों को ज्ञात कीजिए –

1. सतीश की आय : अनीता की आय
2. सतीश की आय : उनकी कुल आय

7. एक स्कूल में कुल विद्यार्थियों की संख्या 1500 है। उसमें से लड़कियों की संख्या 600 है। लड़कों तथा लड़कियों की संख्या का अनुपात ज्ञात कीजिए?

8. 20 गुब्बारों को दो बच्चों के बीच 2 : 3 के अनुपात में बांटिए। बताइए दोनों को कितने–कितने गुब्बारे मिले ?

9. राजेश और जावेद ने मिलकर एक दुकान खोली। दुकान में राजेश ने 45000 रु तथा जावेद ने 36000 रु लगाए। बताइए राजेश और जावेद द्वारा लगाई पूंजियों का मूल अनुपात क्या है ?

10. किसी परीक्षा में 117 परीक्षार्थियों में से 65 असफल हो गए तो सफल और असफल परीक्षार्थियों की संख्या में क्या अनुपात है ?

11. रत्ना और शीला ने मिलकर अपने चाचा के बगीचे से 18 आम तोड़े। दोनों अब इस आम को आपस में बाँटना चाहते हैं। रत्ना चाहती है कि उम्र के अनुपात में आमों को बांटना चाहिए। अब बताइए कि ऐसे बाँटने पर रत्ना और शीला को कितने–कितने आम मिलेंगे जबकि रत्ना की उम्र 15 वर्ष तथा शीला की उम्र 12 वर्ष है।

12. वर्तमान में एक पिता तथा पुत्र की आयु 50 वर्ष एवं 20 वर्ष है। पिता की उम्र तथा पुत्र की उम्र का अनुपात ज्ञात कीजिए –

(i) वर्तमान में पिता, पुत्र की आयु का अनुपात,

(ii) दोनों की आयु में अनुपात जब पुत्र की आयु 10 वर्ष थी,

(iii) दोनों की आयु में अनुपात जब पिता की आयु 35 वर्ष थी,

(iv) दोनों की आयु में अनुपात जब पुत्र की आयु 40 वर्ष की होगी,

(v) दोनों की आयु में अनुपात जब पिता की आयु 75 वर्ष की होगी।

13. राम और श्याम की आय का अनुपात 3 : 4 है। यदि उनकी कुल आय 21000 रू. है तो राम और श्याम की आय बताइए ?

14. A और C के बीच में बिन्दु B इस प्रकार है कि AB : BC = 7 : 3 के। यदि AC = 40 किमी है तो बताइए AB तथा BC का मान कितना होगा?

15, मेरे पास 6 समोसे हैं। इन्हें मैं अपने मित्रों में बांटना चाहता हूँ। यदि

(i) मैं 1 : 1 में दो मित्र के मध्य बाँटू तो प्रत्येक को कितने–कितने समोसे मिलेंगे।

(ii) मैं 2 : 1 : 3 में तीन मित्रों में बाँटू तो प्रत्येक को कितने–कितने समोसे मिलेंगे?

ऐकिक विधि (UNITARY METHOD)

नीचे दी गई कुछ स्थितियों को देखिए –

1. आप बाजार जाते हैं और दो कॉपियाँ 20 रू में खरीदकर लाते हैं। अब यदि आपको और 5 कॉपियों की जरूरत है तो आपके पास कितने रुपये होने चाहिए?
2. श्याम के स्कूटर में 2 लीटर पेट्रोल है। उसे अन्दाज़ है कि वह इतने पेट्रोल से 50 किलोमीटर की दूरी आराम से तय कर सकता है। यदि उसे 100 किलोमीटर दूर जाना है तो उसके स्कूटर में कम से कम कितना पेट्रोल होना चाहिए?
3. आप अपने जन्मदिन पर अपने दोस्तों को तोहफा देना चाहते हैं। आप खिलौने की दुकान पर एक गाड़ी पसन्द करते हैं। यदि 75 रु में 3 गाड़ियाँ मिलती हैं और आपको 15 गाड़ियाँ खरीदनी है तो आपके पास कितने रुपये होने चाहिए ?

उपरोक्त स्थितियों के हल के बारे में सोचिए।

पहली स्थिति को देखिए –

दो कॉपियों की कीमत 20 रू है

r ks1 dkWh dh dher gksxh = 10 रु

अब 1 कॉपी की कीमत 10 रु है

तो 5 कॉपियों की कीमत $= 10 \times 5 = 50$ रु

इसी विधि के अनुसार बाकी दो स्थितियों को हल करिए।

इस प्रकार के कुछ अन्य सवाल बनाकर अपने मित्रों से हल करवाइए।

जब अनेक वस्तुओं का मूल्य ज्ञात होने पर एक वस्तु का मूल्य ज्ञात करके वांछित वस्तुओं का मूल्य ज्ञात किया जाता है तो उसे ऐकिक विधि या ऐकिक नियम कहते हैं।

क्रियाकलाप 5.

निम्नांकित सारणी का अवलोकन कीजिए एवं रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

समय	पैदल तय की गई दूरी (किमी)	सायकल द्वारा तय की गई दूरी (किमी)	कार द्वारा तय की गई दूरी (किमी)	रेल द्वारा तय की गई दूरी (किमी)
2 घंटे	8	20	70	120
1 घंटा	4	–	–	–
5 घंटे	20	–	–	–

हम देखते हैं कि

2 घंटे में तय की गई दूरी = 8 किमी

1 घंटे में तय की गई दूरी = $8/2 = 4$ किमी

5 घंटे में तय की गई दूरी = $4 \times 5 = 20$ किमी

यहाँ साइकिल, कार, रेलगाड़ी द्वारा 5 घंटे में तय की गई दूरी निकालने के लिए पहले प्रत्येक के द्वारा 1 घंटे में तय की गई दूरी ज्ञात करनी पड़ेगी।

उदाहरण 7.

यदि एक छात्रावास में प्रति 10 बच्चों के लिए चावल की खपत 2 किलो है तो 30 बच्चों के लिए चावल की कितनी खपत होगी ?

हल : इस समस्या का हल दो चरणों में करेंगे।

चरण 1 – सबसे पहले ज्ञात करेंगे 1 बच्चे के लिए कितना चावल लगेगा।

जबकि 10 बच्चों के लिए चावल की खपत 2 कि.ग्रा. है।

इसलिए 1 बच्चों के लिए चावल की खपत $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ कि.ग्रा.

चरण 2 – इसमें हम 30 बच्चों के लिए चावल की खपत ज्ञात करेंगे।

जबकि 1 बच्चे के लिए चावल की खपत है $\frac{1}{5}$ कि.ग्रा.

इसलिए 30 बच्चों के लिए चावल की खपत $30 \times \frac{1}{5} = 6$ कि.ग्रा.

अतः 30 बच्चों के लिए 6 कि.ग्रा. चावल की खपत होगी।

उदाहरण 8.

एक हवाई जहाज 5 घंटे में 4000 किमी उड़ता है। वह तीन घंटे में कितना उड़ेगा?

हल :

पहले चरण में एक घंटे में हवाई जहाज द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात की जाएगी। तथा दूसरे चरण में पूछे गए समय (अर्थात् 3 घंटे) में दूरी कितनी होगी, ज्ञात की जाएगी।

चरण 1– 5 घंटे में तय की गई दूरी = 4000 किमी

1 घंटे में तय की गई दूरी = 4000 / 5 किमी = 800 किमी

चरण 2– 1 घंटे में तय की गई दूरी = 800 किमी

3 घंटें में तय की गई दूरी = 3 x 800 = 2400 किमी

इस प्रकार हवाई जहाज 2400 किमी दूरी तय करेगा।

उदाहरण 9.

एक महिला की 15 महीने की बचत 18000 रु. है।

1. उसकी सात महीने की बचत क्या होगी ?
2. कितने महीनों में उसकी बचत 30,000 रु. होगी ?

हल :

चरण 1– जबकि 15 महिने की बचत 18000 रु है।

इसलिए 1 महिने की बचत = 18000 / 15 = 1200 रुपये

चरण 2– 1 महीने की बचत 1200 रू. है।

7 महिने की बचत = 1200 X 7 = 8400 रुपये

1200 रु की बचत होती है 1 महीने में

30,000 रु की बचत होगी $\frac{30,000 \times 1}{1200} = 25$ महिने में

प्रश्नावली (EXERCISE) 10.2

1. तीन कॉपियों की कीमत 16.50 रू. है। तो 7 कॉपियों की कीमत ज्ञात कीजिए।
2. एक कार 3 घंटों में 165 किलोमीटर चलती है। तो वह कार,
   (i) 440 किलोमीटर की दूरी कितने समय में तय करेगी ?
   (ii) $6\frac{1}{2}$ घंटों में कितनी दूरी तय करेगी ?
3. 72 किताबों का वज़न 9 किलोग्राम है।
   (i) 80 किताबों का वज़न ज्ञात कीजिए।
   (ii) कितनी किताबों का वज़न 6 किलोग्राम होगा?
4. किसी मज़दूर की 25 दिनों की आय 1500 रु. है। उसकी 30 दिनों की आय ज्ञात कीजिए।
5. यदि 22 मीटर कपड़े का मूल्य 704 रु है तो 20 मीटर कपड़े का मूल्य क्या होगा ?
6. सारिणी पूरी कीजिए :

किताबों की संख्या	मूल्य (रुपये में)
50	2500
75	–
–	100
–	3000

हमने सीखा (We Learnt)

1. दो समान राशियों का अनुपात यह दर्शाता है कि एक राशि दूसरी राशि से कितनी गुनी है।
2. दो राशियों का अनुपात प्रायः उनके सरलतम रूप में व्यक्त किया जाता है। जैसे na : nb को a : b लिखा जाता है।
3. दी गई राशियों से पहले एक राशि का इकाई मान ज्ञात कर फिर वांछित संख्या में राशियों का मान ज्ञात करने की विधि को ऐकिक विधि कहा जाता है।