

अनुक्रमांक

नाम :

131/1 334(VX)

2016

गणित

प्रथम प्रश्नपत्र

(समुच्चय तथा फलन, बीजगणित, गणितीय विवेचना,
सांख्यिकी तथा प्रायिकता)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] [पूर्णांक : 50

निर्देश : प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को
प्रश्नपत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

Instruction : First 15 minutes are allotted for
the candidates to read the
question paper.

- नोट :
- i) इस प्रश्नपत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
 - ii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
 - iii) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्टतः लिख दिया गया है कि उसके कितने खण्ड हल करने हैं।

334(VX)

2

- iv) प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।
- v) प्रथम प्रश्न से आरम्भ कीजिए और अन्त तक करते जाइए।
- vi) जो प्रश्न न आता हो, उस पर समय नष्ट मत कीजिए।

- Note :*
- i) There are in all *eight* questions in this question paper.
 - ii) All questions are compulsory.
 - iii) In the beginning of each question, the number of parts to be attempted has been clearly mentioned.
 - iv) Marks allotted to the questions are indicated against them.
 - v) Start from the first question and proceed to the last one.
 - vi) Do not waste your time over a question you cannot solve.

1. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) यदि समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$,
 $B = \{2, 3, 4, 5\}$, $C = \{4, 5, 6, 7\}$, तो
 $A - (B - C)$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

ख) समीकरण $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 2$ को हल कर
 θ का व्यापक मान ज्ञात कीजिए। 1

ग) $(1 + i \tan \alpha)$ का मापांक एवं कोणांक ज्ञात
 कीजिए।

घ) गुणोत्तर श्रेणी 16, 8, 4, 2, ... $\frac{1}{16}$ का अन्त
 से पाँचवाँ पद ज्ञात कीजिए। 1

ङ) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ हो,
 तो दर्शाइए कि AB एक शून्य आव्यूह है। 1

1. Attempt any *four* parts of the following :

a) If set $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$,
 $C = \{4, 5, 6, 7\}$ then find the value
 of $A - (B - C)$. 1

b) Find the general value of
 θ by solving the equation
 $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta = 2$. 1

c) Find the magnitude and argument
 of $(1 + i \tan \alpha)$. 1

d) Find the fifth term from
 the end of geometrical progression
 16, 8, 4, 2, ... $\frac{1}{16}$. 1

e) If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$
 then show that AB is a null (zero)
 matrix. 1

2. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) सारणिक विधि से दिखाइए कि बिन्दु
✓ $A(a, b+c), B(b, c+a), C(c, a+b)$
संरेख हैं। 2

ख) निम्नलिखित के प्रसार में x से स्वतंत्र पद ज्ञात कीजिए :

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)^8 \quad 2$$

ग) 'ARTICLE' शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बनेंगे, यदि स्वर A, I, E केवल विषम स्थानों पर हों ? 2

घ) यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में तथा x, y, z गुणोत्तर श्रेणी में हों, तो सिद्ध कीजिए कि $x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1$. 2

ङ) यदि $2 \tan A = 3 \tan B$, तो सिद्ध कीजिए कि $\tan(A-B) = \frac{\sin 2B}{5 - \cos 2B}$. 2

2. Attempt any four parts of the following :

a) By determinant method show that the points $A(a, b+c), B(b, c+a), C(c, a+b)$ are collinear. 2

b) Find the term independent from x in the expansion of following :

$$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)^8$$

c) How many words can be formed of the letters of the word 'ARTICLE' if vowels A, I, E occupy odd places only ? 2

d) If a, b, c are in A.P. and x, y, z are in G.P. then prove that

$$x^{b-c} \cdot y^{c-a} \cdot z^{a-b} = 1. \quad 2$$

e) If $2 \tan A = 3 \tan B$, then prove that

$$\tan(A-B) = \frac{\sin 2B}{5 - \cos 2B}. \quad 2$$

3. निम्नलिखित में से किन्हीं चार खण्डों को हल कीजिए :

क) सिद्ध कीजिए :

$$\sec\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2 \sec 2\theta. \quad 2$$

ख) सिद्ध कीजिए कि $(A \cup B)' = A' \cap B'$. 2

ग) $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$ का मान ज्ञात कीजिए। 2

घ) $\left(1 - \frac{1}{i}\right)$ को ध्रुवीय रूप में व्यक्त कीजिए। 2

ङ) $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots$. n पदों का योगफल ज्ञात कीजिए। 2

3. Attempt any four parts of the following :

a) Prove that

$$\sec\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) \cdot \sec\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) = 2 \sec 2\theta. \quad 2$$

b) Prove that $(A \cup B)' = A' \cap B'$. 2

c) Find the value of $\sin\left[\frac{\pi}{3} - \sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)\right]$. 2

d) Express the polar form of $\left(1 - \frac{1}{i}\right)$. 2

e) Find the sum of n^{th} terms of $1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots$. 2

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

क) निम्नलिखित असमिका निकाय को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

$$x + 2y \leq 8$$

$$2x + y \leq 8$$

$$x \geq 0, y \geq 0. \quad 3$$

ख) यदि $z = x + iy$ तथा $\frac{z-1}{z+1}$ का

कोणांक $\frac{\pi}{4}$ है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$x^2 + y^2 - 2y = 1. \quad 3$$

ग) गणितीय आगमन विधि से सिद्ध कीजिए कि $7^{2n} + 2^{3n-3} \cdot 3^{n-1}$, $n \in N$ के सभी मानों के लिए 25 से विभाज्य है। 3

- घ) प्रतिचित्रण $f : R \rightarrow R$ में फलन $f(x)$,
 $f(x) = \sin x, \forall x \in R$ द्वारा परिभाषित है,
 तो सिद्ध कीजिए की प्रतिचित्रण न तो एकैकी है
 और न ही अछादक है। 3

4. Attempt any three parts of the following :

- a) Solve the following system of inequalities graphically :

$$x + 2y \leq 8$$

$$2x + y \leq 8$$

$$x \geq 0, y \geq 0. \quad 3$$

- b) If $z = x + iy$ and argument of

$$\frac{z-1}{z+1} \text{ is } \frac{\pi}{4} \text{ then prove that}$$

$$x^2 + y^2 - 2y = 1. \quad 3$$

- c) Prove that by mathematical induction method for all values of
 $7^{2n} + 2^{3n-3} \cdot 3^{n-1}$ is divisible by 25,
 $n \in N. \quad 3$

- d) In mapping $f : R \rightarrow R$, $f(x)$, is
 defined by $f(x) = \sin x, \forall x \in R$.
 Then prove that mapping is
 neither one-one nor onto. 3

5. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन खण्डों को हल कीजिए :

- क) यदि $\tan \theta + \sin \theta = m$ तथा

$$\tan \theta - \sin \theta = n, \text{ तो सिद्ध कीजिए}$$

$$m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}. \quad 3$$

- ख) सिद्ध कीजिए कि ${}^nC_r = \frac{n-r+1}{r} \cdot {}^nC_{r-1}$.

3

- ग) $(1+x)^n$ के प्रसार में, सिद्ध कीजिए की

$$\frac{C_1}{C_0} + \frac{2C_2}{C_1} + \frac{3C_3}{C_2} + \dots + \frac{nC_n}{C_{n-1}} = \frac{n(n+1)}{2}.$$

3

घ) नीचे दो कथन दिए गये हैं :

p : 80, 5 का गुणज है।

q : 80, 4 का गुणज है।

इन कथनों को 'और' से जोड़कर मिश्र कथन

बनाइए तथा उसकी वैधता की जाँच कीजिए। 3

5. Attempt any *three* parts of the following :

a) If $\tan\theta + \sin\theta = m$ and $\tan\theta - \sin\theta = n$, then prove that $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$. 3

b) Prove that ${}^nC_r = \frac{n-r+1}{r} \cdot {}^nC_{r-1}$. 3

c) In the expansion of $(1+x)^n$, prove that $\frac{C_1}{C_0} + \frac{2C_2}{C_1} + \frac{3C_3}{C_2} + \dots + \frac{nC_n}{C_{n-1}} = \frac{n(n+1)}{2}$. 3

d) Two statements are given below :

p : 80, is a multiple of 5.

q : 80, is a multiple of 4.

Find the compound statement by connecting "and" in these statement and check the validity. 3

6. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

क) एक स्कूटर बनाने वाली कम्पनी के पास दो प्लांट हैं। प्लांट-I में 70% तथा प्लांट-II में 30% स्कूटर बनते हैं। प्लांट-I में 80% स्कूटर मानक गुणवत्ता वाले तथा प्लांट-II में 90% मानक गुणवत्ता वाले बनते हैं। एक स्कूटर यादृच्छिक चुनाव किया जाता है और यह मानक गुणवत्ता वाला पाया जाता है। इसके प्लांट-II से होने की क्या प्रायिकता है ? 4

- ख) निम्नलिखित आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष
माध्य विचलन ज्ञात कीजिए : 4

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40
छात्रों की संख्या	3	4	7	6

40-50	50-60	60-70
15	5	2

upboardonline.com

6. Solve any *one* part of the following :

- a) A scooter manufacturing company has two plants. Plant-I manufactures 70% of the scooters and Plant-II manufactures 30%. At Plant-I, 80% of the scooters are of standard quality and at the Plant-II, 90% of scooters are rated of standard quality. A scooter is chosen at random and is found to be standard quality. What is the probability that it has come from Plant-II ? 4

- b) Find the mean deviation from the mean for the following distribution : 4

Marks	0-10	10-20	20-30	30-40
No. of Students	3	4	7	6

40-50	50-60	60-70
15	5	2

7. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) निम्नलिखित समीकरणों को आव्यूह विधि से

हल कीजिए :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

4

- ख) यदि $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ हो,
तो सिद्ध कीजिए $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$.

7. Solve any *one* part of the following :

- a) Solve the following equations by matrix method :

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2 \quad 4$$

- b) If $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$

then prove that

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1. \quad 4$$

8. निम्नलिखित में से किसी एक खण्ड को हल कीजिए :

- क) सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} =$$

$$(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)$$

4

ख) यदि किसी समुच्चय A पर दो सम्बन्ध R तथा S तुल्यता सम्बन्ध हों, तो सिद्ध कीजिए कि

' $R \cap S$ ' एक तुल्यता सम्बन्ध है। 4

8. Attempt any *one* part of the following :

- a) Prove that

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ca & ab \end{vmatrix} =$$

$$(a - b)(b - c)(c - a)(ab + bc + ca)$$

4

- b) In any set A , the two relations R and S are equivalences then prove that ' $R \cap S$ ' is an equivalence relation. 4

334(VX)-1,50,000