



थोड़ा याद करें

पिछली कक्षा में हमने बैजिक व्यंजकों का, जोड़, घटाना एवं गुणा की संक्रियाएँ सीखी हैं।

निम्नलिखित उदाहरण में रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए।

(1) $2a + 3a = \square$

(2) $7b - 4b = \square$

(3) $3p \times p^2 = \square$

(4) $5m^2 \times 3m^2 = \square$

(5) $(2x + 5y) \times \frac{3}{x} = \square$

(6) $(3x^2 + 4y) \times (2x + 3y) = \square$



आओ जानें

बहुपद का परिचय (Introduction to polynomial)

एक चरांकवाले बैजिक व्यंजक के प्रत्येक पद में चर का घातांक पूर्ण संख्या हो तो वह व्यंजक एक चरांकवाले बहुपद होते हैं।

उदाहरण के लिए, $x^2 + 2x + 3$; $3y^3 + 2y^2 + y + 5$ एक चरांकवाले बहुपद हैं।

बहुपद विशिष्ट बैजिक व्यंजक होते हैं। इसलिए बहुपदों का जोड़, घटाव एवं गुणा की संक्रियाएँ बैजिक व्यंजकों के अनुसार की जाती हैं।

उदाहरण के लिए, (1) $(3x^2 - 2x) \times (4x^3 - 3x^2)$

$$= 3x^2(4x^3 - 3x^2) - 2x(4x^3 - 3x^2)$$

$$= 12x^5 - 9x^4 - 8x^4 + 6x^3$$

$$= 12x^5 - 17x^4 + 6x^3$$

(2) $(4x - 5) - (3x^2 - 7x + 8)$

$$= 4x - 5 - 3x^2 + 7x - 8$$

$$= -3x^2 + 11x - 13$$

बहुपद की कोटि (Degree of a polynomial)

निम्नलिखित उदाहरणों में दिए गए बहुपद में चर के सबसे बड़े घात को चौखट में लिखिए।

उदा. (1) $3x^2 + 4x$ बहुपद में चर का सबसे बड़ा घात 2 है।

उदा. (2) $7x^3 + 5x + 4x^5 + 2x^2$ बहुपद में चर का सबसे बड़ा घात 5 है।

दिए गए बहुपदों में चर के सबसे बड़े घात को उस बहुपद की कोटि कहते हैं।



मैंने यह समझा

- एक चरवाले बैजिक व्यंजकों के प्रत्येक पद का घात धन पूर्णांक हो तो वह व्यंजक बहुपद होता है।
- बहुपद में चर का सबसे बड़ा घात उस बहुपद की कोटि होती है।



आओ जानें

(I) एकपदी को एकपदी से भाग देना (To divide a monomial by a monomial)

उदा. (1) $15p^3 \div 3p$ भाग दो।

हल : भाग, गुणा के विपरीत संक्रिया है।

$\therefore 15p^3 \div 3p$ भाग करने के लिए, $3p$ एकपदी को कौन-से एकपदी से गुणा करें कि गुणफल $15p^3$ आए, इसपर विचार करना होगा।

$$3p \times 5p^2 = 15p^3 \therefore 15p^3 \div 3p = 5p^2$$

इस उदाहरण का हल साथ में दर्शाएनुसार किया जाता है।

$$\begin{array}{r}
 5p^2 \\
 3p \overline{) 15p^3} \\
 \underline{-15p^3} \\
 0
 \end{array}$$

उदा. (2) भाग दीजिए एवं चौखट में योग्य पद लिखिए।

(i) $(-36x^4) \div (-9x)$

(ii) $(5m^2) \div (-m)$

(iii) $(-20y^5) \div (2y^3)$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 -9x \overline{) -36x^4} \\
 \underline{} \\
 \boxed{} \\
 \underline{} \\
 \boxed{}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 -m \overline{) 5m^2} \\
 \underline{} \\
 \boxed{}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \boxed{} \\
 2y^3 \overline{) -20y^5} \\
 \underline{} \\
 \boxed{} \\
 \underline{} \\
 \boxed{}
 \end{array}$$

बहुपद में एकपदी से भाग देना (To divide a polynomial by a monomial)

निम्नलिखित उदाहरण का अध्ययन कीजिए एवं बहुपद को एक पद से भाग देने की विधि समझिए।

उदा. (1) $(6x^3 + 8x^2) \div 2x$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 4x \\
 2x \overline{) 6x^3 + 8x^2} \\
 \underline{6x^3} \\
 0 + 8x^2 \\
 \underline{- 8x^2} \\
 0
 \end{array}$$

स्पष्टीकरण -

i) $2x \times \boxed{3x^2} = 6x^3$

ii) $2x \times \boxed{4x} = 8x^2$

\therefore भागफल = $3x^2 + 4x$ एवं शेषफल = 0

उदा. (2) $(15y^4 + 10y^3 - 3y^2) \div 5y^2$

हल :

$$\begin{array}{r} 3y^2 + 2y - \frac{3}{5} \\ 5y^2 \overline{)15y^4 + 10y^3 - 3y^2} \\ \underline{-15y^4} \\ 0 + 10y^3 - 3y^2 \\ \underline{-10y^3} \\ 0 - 3y^2 \\ \underline{+3y^2} \\ 0 \end{array}$$

\therefore भागफल = $3y^2 + 2y - \frac{3}{5}$ एवं शेषफल = 0

स्पष्टीकरण -

i) $5y^2 \times 3y^2 = 15y^4$
 ii) $5y^2 \times 2y = 10y^3$
 iii) $5y^2 \times \frac{-3}{5} = -3y^2$

उदा. (3) $(12p^3 - 6p^2 + 4p) \div 3p^2$

हल :

$$\begin{array}{r} 4p - 2 \\ 3p^2 \overline{)12p^3 - 6p^2 + 4p} \\ \underline{-12p^3} \\ 0 - 6p^2 + 4p \\ \underline{+6p^2} \\ 0 + 4p \end{array}$$

\therefore भागफल = $4p - 2$ शेषफल = $4p$

स्पष्टीकरण -

i) $3p^2 \times 4p = 12p^3$
 ii) $3p^2 \times -2 = -6p^2$

उदा. (4) $(5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6) \div x^2$

हल :

$$\begin{array}{r} 5x^2 - 3x + 4 \\ x^2 \overline{)5x^4 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6} \\ \underline{-5x^4} \\ 0 - 3x^3 + 4x^2 + 2x - 6 \\ \underline{+3x^3} \\ 0 + 4x^2 + 2x - 6 \\ \underline{-4x^2} \\ 0 + 2x - 6 \end{array}$$

\therefore भागफल = $5x^2 - 3x + 4$ एवं शेषफल = $2x - 6$

स्पष्टीकरण -

i) $x^2 \times 5x^2 = 5x^4$
 ii) $x^2 \times -3x = -3x^3$
 iii) $x^2 \times 4 = 4x^2$

बहुपद में भाग देते समय जब शेषफल शून्य होता है, या शेषफल की कोटि भाजक की कोटि की अपेक्षा छोटी होती होती है तब भाग की संक्रिया पूर्ण होती है।

उपर्युक्त उदाहरण (3) में, शेषफल $4p$ की कोटि भाजक $3p^2$ की कोटि से छोटी है। इसी प्रकार उदा. (4) में शेषफल $2x - 6$ की कोटि भाजक x^2 की कोटि से छोटी है। इसे ध्यान में रखिए।

प्रश्नसंग्रह 10.1

1. भाग दीजिए। भागफल एवं शेषफल लिखिए।

(1) $21m^2 \div 7m$

(2) $40a^3 \div (-10a)$

(3) $(-48p^4) \div (-9p^2)$

(4) $40m^5 \div 30m^3$

(5) $(5x^3 - 3x^2) \div x^2$

(6) $(8p^3 - 4p^2) \div 2p^2$

(7) $(2y^3 + 4y^2 + 3) \div 2y^2$

(8) $(21x^4 - 14x^2 + 7x) \div 7x^3$

(9) $(6x^5 - 4x^4 + 8x^3 + 2x^2) \div 2x^2$

(10) $(25m^4 - 15m^3 + 10m + 8) \div 5m^3$



आओ जानें

बहुपद को द्विपद से भाग देना (To divide a polynomial by a binomial)

बहुपद को द्विपद से भाग देने की विधि बहुपद को एकपद से भाग देने की तरह ही होता है।

उदा. (1) $(x^2 + 4x + 4) \div (x + 2)$

हल :

$$\begin{array}{r} x + 2 \\ x + 2 \overline{) x^2 + 4x + 4} \\ \underline{x^2 + 2x} \\ 0 + 2x + 4 \\ \underline{+ 2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

स्पष्टीकरण

(i) सर्वप्रथम भाज्य एवं भाजक को घातांकों के अवरोही क्रम में लिखिए।

भाजक के प्रथम पद को x से गुणा किया तो भाज्य का प्रथम पद मिलता है।

\therefore भाजक को x से गुणा कीजिए।

(ii) $(x + 2) \times \boxed{2} = 2x + 4$

\therefore भागफल = $x + 2$ एवं शेषफल = 0

उदा. (2) $(y^4 + 24y - 10y^2) \div (y + 4)$

हल : यहाँ भाज्य की कोटि 4 है। उसमें चर के घात अवरोही क्रम में नहीं है। उसीप्रकार 3 घात वाला पद भी नहीं है। उसे $0y^3$ मानिए और भाज्य को घातांकों के अवरोही क्रम में लिखिए तथा भाग दीजिए।

$$\begin{array}{r}
 y^3 - 4y^2 + 6y \\
 y + 4 \overline{) y^4 + 0y^3 - 10y^2 + 24y} \\
 \underline{- y^4 + 4y^3} \\
 0 - 4y^3 - 10y^2 + 24y \\
 \underline{- 4y^3 + 16y^2} \\
 0 + 6y^2 + 24y \\
 \underline{- 6y^2 + 24y} \\
 0
 \end{array}$$

स्पष्टीकरण -

(i) $(y + 4) \times y^3 = y^4 + 4y^3$

(ii) $(y + 4) \times -4y^2 = -4y^3 - 16y^2$

(iii) $(y + 4) \times 6y = 6y^2 + 24y$

\therefore भागफल = $y^3 - 4y^2 + 6y$ एवं शेषफल = 0

उदा. (3) $(6x^4 + 3x^2 - 9 + 5x + 5x^3) \div (x^2 - 1)$

हल :

$$\begin{array}{r}
 6x^2 + 5x + 9 \\
 x^2 - 1 \overline{) 6x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 5x - 9} \\
 \underline{- 6x^4} \\
 0 + 5x^3 + 3x^2 + 5x - 9 \\
 \underline{+ 5x^3} \\
 0 + 9x^2 + 10x - 9 \\
 \underline{- 9x^2} \\
 0 + 10x + 0
 \end{array}$$

स्पष्टीकरण -

(i) $(x^2 - 1) \times 6x^2 = 6x^4 - 6x^2$

(ii) $(x^2 - 1) \times 5x = 5x^3 - 5x$

(iii) $(x^2 - 1) \times 9 = 9x^2 - 9$

\therefore भागफल = $6x^2 + 5x + 9$ एवं शेषफल = $10x$



मैंने यह समझा

- बहुपद का भाग करने पर जब शेषफल शून्य आता या जब शेषफल की कोटि भाजक की कोटि से छोटी होती है तब भाग की संक्रिया पूर्ण होती है ।
- भाज्य (बहुपद) में यदि पद, घात के अवरोही क्रम में न हो तो उस बहुपद को घात के अवरोही क्रम में लिखिए । ऐसा लिखते समय किसी घात का पद न हो तो उसका गुणांक शून्य मान कर घातों का अवरोही क्रम पूर्ण कीजिए ।

प्रश्नसंग्रह 10.2

1. भाग दो । भागफल और शेषफल लिखिए ।

- (1) $(y^2 + 10y + 24) \div (y + 4)$ (2) $(p^2 + 7p - 5) \div (p + 3)$
(3) $(3x + 2x^2 + 4x^3) \div (x - 4)$ (4) $(2m^3 + m^2 + m + 9) \div (2m - 1)$
(5) $(3x - 3x^2 - 12 + x^4 + x^3) \div (2 + x^2)$
(6*) $(a^4 - a^3 + a^2 - a + 1) \div (a^3 - 2)$
(7*) $(4x^4 - 5x^3 - 7x + 1) \div (4x - 1)$



उत्तर सूची

प्रश्नसंग्रह 10.1

1. $3m, 0$ 2. $-4a^2, 0$ 3. $\frac{16}{3}p^2, 0$ 4. $\frac{4}{3}m^2, 0$
5. $5x - 3, 0$ 6. $4p - 2, 0$ 7. $y + 2, 3$ 8. $3x, -14x^2 + 7x$
9. $3x^3 - 2x^2 + 4x + 1, 0$ 10. $5m - 3, 10m + 8$

प्रश्नसंग्रह 10.2

1. $y + 6, 0$ 2. $p + 4, -17$
3. $4x^2 + 18x + 75, 300$
4. $m^2 + m + 1, 10$ 5. $x^2 + x - 5, x - 2$
6. $a - 1, a^2 + a - 1$ 7. $x^3 - x^2 - \frac{x}{4} - \frac{29}{16}, \frac{-13}{16}$

