6 બહુપદી (Polynomial)

◆ **યાદ કરીએ :**

ધોરણ 5 માં આપણે ગાણિતિક વિધાનોને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખતાં શીખી ગયા છીએ. જેમ કે 'a' માં 3 ઉમેરતાં આ ગાણિતિક બાબતને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં $a + 3$ લખાય.

- 'y ના ચાર ગણામાંથી 6 બાદ કરતાં' ને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં $4y - 6$ લખાય છે. હવે, આ જ રીતે નીચે આપેલા ગાણિતિક વિધાનોને સાંકેતિક સ્વરૂપમાં લખો.

ક્રમ	ગાણિતિક વિધાનો	સાંકેતિક સ્વરૂપ
1.	a માંથી 7 બાદ કરતાં	
2.	y ને 5 વડે ગુણી 4 બાદ કરતાં	
3.	x ના ત્રીજા ભાગમાં 5 ઉમેરતાં	
4.	b ને 6 વડે ભાગીને 15 ઉમેરતાં	
5.	13 માંથી કોઈ એક સંખ્યા બાદ કરતાં	

- $6x - 5$ એ ગાણિતિક વિધાનનું સાંકેતિક સ્વરૂપ છે. તેનું ગાણિતિક વિધાન 'x ને 6 વડે ગુણી તેમાંથી 5 બાદ કરતાં' અથવા 'x ના છ ગણામાંથી 5 બાદ કરતાં' એમ લખાય.
- $\frac{y}{2} + 3$ નું ગાણિતિક વિધાન 'y ને 2 વડે ભાગી તેમાં 3 ઉમેરતાં' અથવા 'y ના અડધામાં 3 ઉમેરતાં' એમ લખાય.

હવે નીચે આપેલા સાંકેતિક સ્વરૂપોને ગાણિતિક વિધાન સ્વરૂપે લખો :

ક્રમ	સાંકેતિક સ્વરૂપો	ગાણિતિક વિધાન
1.	$5x + 6$	
2.	$7x - 8$	
3.	$2x + 3$	
4.	$\frac{x}{2} + 1$	
5.	$\frac{x}{3} + 2$	
6.	$\frac{a}{5} - 7$	

◆ **નવું શીખીએ :**

એકપદી (Monomial), દ્વિપદી (Binomial) અને ત્રિપદી (Trinomial) :

- $18abc$ એક બહુપદી છે જેમાં એક જ પદ છે. ($18abc + 0$ લખવાથી તે એકપદી હોવા છતાં બહુપદી બને છે, તેમ સમજી શકાય.)
- $5x^2 - 12xy$ એ એક બહુપદી છે. તેમાં બે પદો છે : $5x^2$ અને $12xy$.
- $12x^2 + 3xy - 4x^2yz$ એ પણ બહુપદી છે. આ બહુપદીમાં ત્રણ પદો છે : $12x^2$, $3xy$ અને $4x^2yz$.

સામાન્ય રીતે બહુપદીના પદો + (વત્તા) અને − (ઓછા)ની નિશાનીથી જોડાયેલાં હોય છે.

મહાવરો 1

1. નીચે આપેલી બહુપદીઓમાં પદની સંખ્યા જણાવો :

(1) $7x^3 + 8x^2 + 9xy + 4y^2$ (2) $2xy + 3x^2 - 25y^3$

(3) a^2bc (4) $6a + 5b - 10ab - a^2 - b^2$

2. તમારી જાતે વિવિધ પદો ધરાવતી છ બહુપદી બનાવીને લખો :

(1)	(2) ....
(3)	(4) ....
(5)	(6) ....

3. પ્રશ્ન 2માં તમે લખેલી બહુપદીઓનું એક પદવાળી, બે પદવાળી અને ત્રણ પદવાળી બહુપદીઓમાં વર્ગીકરણ કરો :

એક પદવાળી	બે પદવાળી	ત્રણ પદવાળી
....	....	....
....	....	....
....	....	....

◆ **યાદ રાખો :**

- જે બહુપદીમાં એક પદ હોય તે બહુપદીને એકપદી કહે છે.
  જેમ કે, $2x$, $3a^2bc$, p^2q, $3q$
- જે બહુપદીમાં બે પદ હોય તે બહુપદીને દ્વિપદી કહે છે.
  જેમ કે, $x^2 + 2$, $a - 3$, $xy + 10$
- જે બહુપદીમાં ત્રણ પદ હોય તે બહુપદીને ત્રિપદી કહે છે.
  જેમ કે, $a^2 + 2a + 3$, $2xy - 3 + y^2$, $a^2 + 2ab + b^2$

મહાવરો 2

1. $8ab$, $a^2b + 3$, $-9x^2$, $-4x + y$, $-9xy + 5$, $6p^2 - 5$, $-7x^2y^2$, $6xy + 3x - 3$, $9abc$

બાજુના બૉક્સમાં લખેલ બહુપદીઓ ઓળખો. તેમાંથી એકપદી શોધીને તમારી નોટબુકમાં લખો.

2. વિદ્યાર્થીમિત્રો, નીચે આપેલા બૉક્સમાં એકપદી, દ્વિપદી અને ત્રિપદીના ત્રણ-ત્રણ ઉદાહરણ લખો.

એકપદી	દ્વિપદી	ત્રિપદી
(1)	(1)	(1) ....
(2)	(2)	(2) ....
(3)	(3)	(3) ....

પદની ઘાત (Power of Terms) :

આપણે ઘાત અને ઘાતાંકમાં શીખી ગયા છીએ કે $4 \times 4 = 4^2$, જ્યાં 4^2 એ ઘાત સ્વરૂપ છે. જેમાં 4 આધાર અને 2 ઘાતાંક છે, તે જ રીતે x^4 માં x આધાર અને 4 ઘાતાંક છે. અહીં x એ ચલ (variable) છે.

◆ **જુઓ અને સમજો :**

ક્રમ	પદ	ચલ	ચલનો ઘાતાંક
1	$5x^2$	x	2
2	$-3y^5$	y	5
3	$8a$	a	1
4	$12b^4$	b	4
5	a^3	a	3
6	$7m^6$	m	6

તેવી જ રીતે (+15) પણ એકપદી છે, જે અચળ પદ છે. અચળ પદમાં ચલનો ઘાતાંક શૂન્ય હોય છે. ધારો કે +15 સાથે ચલ x ગુણાયેલ છે, જેનો ઘાતાંક શૂન્ય છે.

$\therefore \quad 15 \times x^0$

આપણે ધોરણ 7માં $x^0 = 1$ થાય એ શીખીશું.

$\therefore \quad 15 \times 1 = 15$

આમ, અચળ પદમાં ચલનો ઘાતાંક શૂન્ય છે. આમ, 23, –5 અને 18 વગેરે અચળ પદ છે.

હવે, આપણે ચલના ઘાતાંકના સરવાળાને પદના ઘાત તરીકે ઓળખીશું.

જુઓ, સમજો અને પૂર્ણ કરો :

ક્રમ	પદ	ચલ	ચલનો ઘાત	પદનો ઘાત
1	$4x^3y^2$	x	3	3 + 2 = 5
		y	2	
2	$-5a^2b^3c^4$	a	2	2 + 3 + 4 = 9
		b	3	
		c	4	
3	$7x^2y^2z^2$			
4	$-2x^3y^4$			

આપેલ પદમાં રહેલા ચલના ઘાતાંકોના સરવાળાને પદનો ઘાત કહે છે. જેમ કે, $4x^3y^2$ પદમાં ચલ x નો ઘાતાંક 3 અને ચલ y નો ઘાતાંક 2 છે. તેથી પદ $4x^3y^2$ નો ઘાત $3 + 2 = 5$ થાય.

પદનો સહગુણક (Numerical co-efficient of Terms) :

આપણે જાણીએ છીએ કે,

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2,\ 3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3,\ 5 + 5 = 2 \times 5$

તેવી જ રીતે, $a + a = 2 \times a = 2a$

$b + b + b = 3 \times b = 3b$

$xy + xy + xy + xy = 4 \times xy = 4xy$

$a^2b^2 + a^2b^2 + a^2b^2 + a^2b^2 + a^2b^2 = 5 \times a^2b^2 = 5a^2b^2$

અહીં $2a$, $3b$, $4xy$ અને $5a^2b^2$ બહુપદી છે. બહુપદી $2a$ માં ચલ a સાથે 2 ગુણાયેલ છે, જેને ચલ a નો સહગુણક કહે છે. બહુપદી $3b$ માં ચલ b સાથે 3 ગુણાયેલ છે, જેને ચલ b નો સહગુણક કહે છે. આમ બહુપદી $4xy$ માં ચલ xy નો સહગુણક 4 અને $5a^2b^2$ માં ચલ a^2b^2 નો સહગુણક 5 છે. આમ, પદમાં ચલ સાથે ગુણાયેલ અચળ સંખ્યાને તે પદનો સહગુણક કહે છે.

◆ **જુઓ અને સમજો :**

ક્રમ	પદ	ચલ	પદનો સહગુણક
1.	$10x$	x	10
2.	$-3y$	y	-3
3.	a^2	a	1
4.	$6b^2$	b	6
5.	$-ab$	a અને b	-1
6.	$7m^3n$	m અને n	7

મહાવરો 3

1. તમે તમારી જાતે જુદા જુદા ચલનો ઉપયોગ કરીને પાંચ પદ બનાવો. દરેક પદના ચલ અને પદમાં સહગુણક જણાવો.
2. નીચે આપેલા પદોના ચલ, ચલનો ઘાતાંક, પદનો સહગુણક અને પદનો ઘાત જણાવો :
   $4x^2$, $-y^3$, $3x^2y^3z^6$, $-15abc^2$

3. વિચારો :

(1) x^2 પદમાં સહગુણક કેટલા છે ?

(2) $3abc$ કેટલી ઘાતવાળું પદ છે ?

(3) $12x + 7$ માં પદ 7ની ઘાત કેટલી ?

સજાતીય પદ (Like Terms) અને વિજાતીય પદ (Unlike Terms)

પ્રવૃત્તિ 1 :

$4x^2$, $-y^3$, $8x^4$, $7x^2$, $2x^2$, $8y^2$, $-y^3$, $3y^3$, $2xy^2$, $3xy^2$, $6x^7$, $9x$, $7y$, x^7

ચલ સમાન અને સમાન ચલના ઘાતાંક સરખા હોય તેવા પદોની જોડી બનાવો.

પ્રવૃત્તિ 2 :

$5x$, $-3x$, $7x^2$, $3y^2$, $2x^2$, $5x^2$, $8xy^3$, $8yx^3$, a^2b^2, $-x^2$, x^2, $7ab$

ચલ સમાન અને સમાન ચલના ઘાતાંક સરખા ન હોય તેવા પદોની જોડી બનાવો.

પ્રવૃત્તિ 3 :

$4x^2$, $-y^2$, $5x$, $-3x$, $8x^4$, y^3, $3ab$, $4b^2$, p^2, $3p^2$

ચલ અસમાન અને ચલના ઘાતાંક સરખા હોય તેવા પદોની જોડી બનાવો.

- જે પદોમાં ચલ સમાન હોય અને સમાન ચલના ઘાતાંક પણ સરખા હોય તેવા પદોને સજાતીય પદ કહે છે.

  જેમ કે, $4x^2$ અને $7x^2$, $-y^3$ અને $3y^3$, abc અને $9abc$

- જે પદોમાં ચલ સમાન અથવા અસમાન હોય પરંતુ ચલના ઘાતાંક સરખા ન હોય તેવા પદોને વિજાતીય પદ કહે છે. ટૂંકમાં, જે પદો સજાતીય નથી તે વિજાતીય પદો છે.
  જેમ કે, $7x^2$ અને $3y^2$, x^2 અને x^3, $4ab$ અને $-7a^2b^2$

મહાવરો 4

1. નીચે આપેલ પદોમાંથી સજાતીય પદોની જોડી બનાવો :

$5x$, $7x^2$, $-3y^2$, $-5x^2$, $7ab$, $3a^2b^2$, xy, $3xy$, $6a^2b^2$, $-10y^2$, a^7, $14x^7$

2. દાખલા નં. 1માં આપેલા પદોમાંથી વિજાતીય પદો શોધીને નીચે આપેલા બૉક્સમાં લખો :

બહુપદીની કિંમત શોધવી :

આપણે જાણીએ છીએ કે, $4x$ એ બહુપદી છે. તેમાં ચલ x ની કિંમત મૂકવામાં આવે તો બહુપદીની કિંમત મળે છે. જો ચલ $x = 3$ લેવામાં આવે તો,

$$4x = 4 \times x$$
$$= 4 \times 3$$
$$= 12$$

ઉદાહરણ 1 : બહુપદી $5m^2$ માં ચલ $m = 2$ લઈને તેની કિંમત શોધો.

$$5m^2 = 5 \times m \times m = 5 \times 2 \times 2 = 20$$

અથવા

$$5m^2 = 5(2)^2 = 5 \times 4 = 20$$

ઉદાહરણ 2 : જો $y = 1$ હોય તો $5y^2 - 1$ ની કિંમત શોધો.

$$5y^2 - 1 = 5 \times y \times y - 1 = 5 \times 1 \times 1 - 1 = 5 - 1 = 4$$

અથવા

$$5y^2 - 1 = 5(1)^2 - 1 = 5 \times 1 - 1 = 5 - 1 = 4$$

ઉદાહરણ 3 : જો $x = 2$ અને $y = 3$ હોય તો $x^2 + xy + y^2$ ની કિંમત શોધો.

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= x \times x + x \times y + y \times y \\ &= 2 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 3 \\ &= 4 + 6 + 9 \\ &= 19 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + xy + y^2 &= (2)^2 + (2)(3) + (3)^2 \\ &= 4 + 6 + 9 \\ &= 19 \end{aligned}$$

મહાવરો 5

1. નીચે આપેલી બહુપદીમાં $x = 1$, $y = 3$ અને $a = 2$ મૂકીને કિંમત શોધો :

(1) $x + y$ (2) $x + y - a$ (3) $4x - y$ (4) $a^2 - x$

(5) x^2 (6) $3a + xy$ (7) $y^2 - a^2$

સ્વાધ્યાય

1. નીચે આપેલી બહુપદીઓના દરેક પદમાં સહગુણક અને પદનો ઘાત લખો :

(1) $5x^3 + 2xy + 3$ (2) $12x^4 - 6xy^2 + 4$ (3) $8a^6 - 13$

2. નીચે આપેલી બહુપદીઓમાંથી અચળ પદ ધરાવતી બહુપદીઓ અલગ તારવો :

$2x^2 + 3xy$, $4x^2 + 2x - 3$, $x + 4$, $12x^2 + ab$, $6a^2 + 5ab + 7$, $-9x$, 16, $6x^2 - 6x + 5$, $12p^2 + 9p$

3. નીચે આપેલી બહુપદીઓમાંથી સજાતીય પદોની જોડી બનાવો :

(1) $4x^2 - x + 5$ અને $3x^2 - 2x + 7$

(2) $7x + 3y - 8x^2$ અને $7x^2 - 2x - y$

(3) $a^2 + 2ab + b^2$ અને $3b^2 - ab + 2$

4. જો $m = 2$ અને $n = 1$ હોય, તો નીચે આપેલી બહુપદીઓની કિંમત શોધો :

(1) $m + 3$ (2) $4m^2$ (3) $m^2 + 6$ (4) $3n^2$

(5) $5m - 6n$ (6) $mn - n$ (7) $n^2 + 3mn$ (8) $2m - 3n^2$

જવાબ

મહાવરો 1

1. (1) 4 (2) 3 (3) 1 (4) 5

મહાવરો 2

1. $8ab,\ -9x^2,\ -7x^2y^2,\ 9abc$

મહાવરો 3

2.

ચલ	ચલનો ઘાતાંક	પદનાં સહગુણક	પદનો ઘાત
x	2	4	2
y	3	−1	3
x, y, z	2, 3, 6	3	11
a, b, c	1, 1, 2	−15	4

મહાવરો 4

1. $7x^2$ અને $-5x^2$, $-3y^2$ અને $-10y^2$, $3a^2b^2$ અને $6a^2b^2$, xy અને $3xy$

મહાવરો 5

(1) 4 (2) 2 (3) 1 (4) 3 (5) 1 (6) 9 (7) 5

સ્વાધ્યાય

4. (1) 5 (2) 16 (3) 10 (4) 3 (5) 4 (6) 1 (7) 7 (8) 1

આટલું વિશેષ જાણીએ :

- સામાન્ય વ્યક્તિના રોજિંદા જીવનમાં પણ ગણિતની વ્યવહારુ ઉપયોગિતા અને મહત્ત્વ છે. ગણિતનાં મૂળભૂત તત્ત્વો પર વ્યક્તિ પોતાનું દૈનિક જીવન વિતાવે છે. શાકભાજી વેચનારા, લારીવાળા, ફેરિયાઓ ઓછું ભણેલા હોય છે, પણ હિસાબ ચોક્કસ કરે છે.
- ગણિત-શિક્ષણનો મુખ્ય હેતુ વિદ્યાર્થીઓ ચોકસાઈપૂર્વક તર્કબદ્ધ રીતે વિચારતા થાય તે છે.
- ગણિત-શિક્ષણનો અભ્યાસક્રમ એવો હોવો જોઈએ જેમાં વિદ્યાર્થીઓમાં મૂળભૂત સંકલ્પનાઓનો વિકાસ થાય, તેનો વ્યાવહારિક જીવનમાં ઉપયોગ કરી શકે. આ માટે શિક્ષક પક્ષે પણ આ વિષયના શિક્ષણકાર્ય દરમિયાન રોજબરોજના વ્યવહારમાં ગણિત ક્યાં સંકળાયેલ છે, એની સમજ આપવી જોઈએ. વિદ્યાર્થીઓને શાળામાં એવા અનુભવો આપવા જોઈએ, જેથી તેમની માનસિક-ક્ષમતા અનુરૂપ કાર્યમાં પરોવાયેલા રહે.
- ગણિત-શિક્ષણમાં દૃઢીકરણ, મૌખિક કાર્ય અને ટૂંકી ગણતરી માટે સૂઝનો વિકાસ એ મહત્ત્વનું છે.