# ಅಧ್ಯಾಯ – 6

# ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳು

## 6.1 ಪೀಠಿಕೆ

ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಕನಿಷ್ಠ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿದೆ ಎಂದು ಘಟಕ 5ರಲ್ಲಿ ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವಿರಿ. ಕೆಲವು ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿದ್ದು ಅವುಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕೆಲವು ಬೇರೆ ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿದ್ದೀರ. ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳು ಮತ್ತು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯು ಎರಡು ಅಥವಾ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನೂ ಸಹ ಈ ಘಟಕದಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಿರಿ. ಮುಂದೆ ಕೆಲವು ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ನಿಗಮನ ತರ್ಕದಿಂದ ಸಾಧಿಸಲು ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಳ್ಳುವಿರಿ (ಅನುಬಂಧ 1ನ್ನು ನೋಡಿ). ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಈಗಾಗಲೇ ಈ ಉಕ್ತಿಗಳನ್ನು ಕೆಲವು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದೀರ.

ನಿಮ್ಮ ನಿತ್ಯ ಜೀವನದಲ್ಲಿ ಸಮತಲಗಳ ಅಂಚುಗಳ ನಡುವೆ ಉಂಟಾಗುವ ವಿವಿಧ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೋಡುವಿರಿ. ಸಮತಲಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಮಾದರಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಲು ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮಗೆ ಆಳವಾದ ಜ್ಞಾನದ ಅವಶ್ಯಕತೆಯಿರುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ನಿಮ್ಮ "ಶಾಲಾ ವಸ್ತು ಪ್ರದರ್ಶನದಲ್ಲಿ" ನೀವು ಬಿದಿರಿನ ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಗುಡಿಸಲಿನ ಮಾದರಿಯನ್ನು ತಯಾರಿಸಿ ಪ್ರದರ್ಶಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ ಎಂದಿಟ್ಟುಕೊಳ್ಳೋಣ. ಅದನ್ನು ಹೇಗೆ ಮಾಡುವಿರಿ? ಊಹಿಸಿ. ಅದನ್ನು ತಯಾರಿಸುವಾಗ ಕೆಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಮತ್ತು ಕೆಲವು ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಓರೆಯಾಗಿ ಜೋಡಿಸುವಿರಿ. ಒಬ್ಬ ವಾಸ್ತುಶಿಲ್ಪಿಯು ಒಂದು ಬಹುಮಹಡಿ ಕಟ್ಟಡಕ್ಕೆ ನಕಾಶೆ ರಚಿಸುವಾಗ ಅವರು ವಿಭಿನ್ನ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳನ್ನು, ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯುತ್ತಾರೆ. ರೇಖೆಗಳ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಜ್ಞಾನವಿಲ್ಲದೆ, ಅವರು ಮಹಡಿಯ ನಕಾಶೆ ರಚಿಸಬಹುದೇ? ಯೋಚಿಸಿ.

ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ ಬೆಳಕಿನ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು ನೀವು ಕೆಲವು ರೇಖಾಚಿತ್ರಗಳನ್ನು ಬರೆದಿರುವಿರಿ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಬೆಳಕು ಒಂದು ಮಾಧ್ಯಮದಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಮಾಧ್ಯಮಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ವಕ್ರೀಭವನ ಗುಣವನ್ನು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಲು, ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ನೀವು ಬಳಸುವಿರಿ. ಒಂದು ಕಾಯದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಅಥವಾ ಅದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಿನ ಬಲಗಳು ಪ್ರಯೋಗವಾದಾಗ, ಪರಿಣಾಮಾತ್ಮಕ ಬಲವನ್ನು ತಿಳಿಯಲು ಬಲಗಳನ್ನು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ಮೂಲಕ ಸೂಚಿಸುವ ಚಿತ್ರ ಬರೆಯುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾಖಂಡಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದಾಗ ಅಥವಾ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವು ನಿಮಗೆ ಆ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ತಿಳಿದಿರಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಒಂದು ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ ಅಥವಾ ಲೈಟ್ ಹೌಸ್‌ನಿಂದ ಹಡಗಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಅಡ್ಡರೇಖೆ ಮತ್ತು ದೃಷ್ಟಿರೇಖೆ ನಡುವೆ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನದ ಬಗ್ಗೆ ತಿಳಿದಿರಬೇಕು. ಸರಳರೇಖೆ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳನ್ನು ಬಳಸಿರುವ ಅನೇಕ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ನೀಡಬಹುದು. ರೇಖಾಗಣಿತದ ಮುಂದಿನ ಅಧ್ಯಾಯಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಮತ್ತು ಕೋನಗಳ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಮತ್ತಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚು ಉಪಯುಕ್ತ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುವಿರಿ.

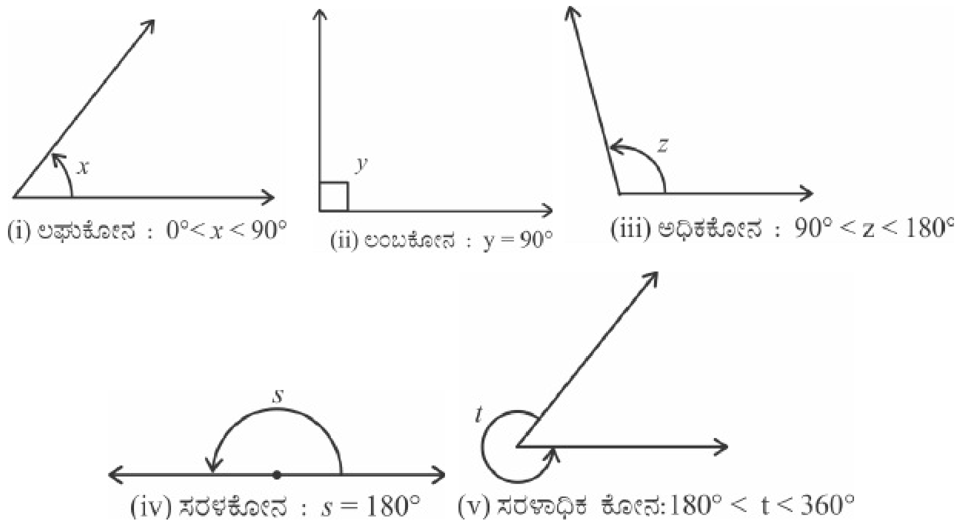
ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಕಲಿತ ಕೆಲವು ಪದಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಮೊದಲು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಿಕೊಳ್ಳೋಣ.

## 6.2 ಮೂಲಪದಗಳು ಮತ್ತು ವ್ಯಾಖ್ಯೆಗಳು

ಎರಡು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ರೇಖಾಖಂಡ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಒಂದು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು ಕಿರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾಖಂಡ ಃ ಯನ್ನು $\overline{AB}$ ಮತ್ತು ಅದರ ಉದ್ದವನ್ನು ಃ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕಿರಣ ಃ ಯನ್ನು $\overline{AB}$ ಮತ್ತು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು $\overline{AB}$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಹೀಗಿದ್ದರೂ ಸಹ ಈ ರೀತಿಯಾದ ಸಂಕೇತಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ನಾವು ಸೂಚಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ರೇಖಾಖಂಡ ಃ, ಕಿರಣ ಃ, ಸರಳರೇಖೆ ಃ ಮತ್ತು ಃ ಯ ಉದ್ದ ಇವುಗಳನ್ನು ಃ ಎಂದೇ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಆಂಗ್ಲಭಾಷೆಯ ಚಿಕ್ಕ ಅಕ್ಷರಗಳಾದ ***l,m,n*** ಇತ್ಯಾದಿಗಳಿಂದ ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೂರು ಅಥವಾ ಮೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇದ್ದಾಗ ಅವುಗಳನ್ನು ಏಕರೇಖಾಗತ ಬಿಂದುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಇಲ್ಲವಾದಲ್ಲಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಏಕರೇಖಾಗತವಲ್ಲದ ಬಿಂದುಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಹೊರಟ ಎರಡು ಕಿರಣಗಳಿಂದ ಕೋನ ಉಂಟಾಗುವುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ .ಕೋನವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕಿರಣಗಳನ್ನು ಕೋನದ ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತು ಅಂತ್ಯಬಿಂದುವನ್ನು ಕೋನದ ಶೃಂಗ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ವಿವಿಧ ಕೋನಗಳಾದ ಲಘುಕೋನ, ಲಂಬಕೋನ, ಅಧಿಕ ಕೋನ, ಸರಳಕೋನ ಮತ್ತು ಸರಳಾಧಿಕ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ (ಚಿತ್ರ 6.1ನ್ನು ನೋಡಿ).

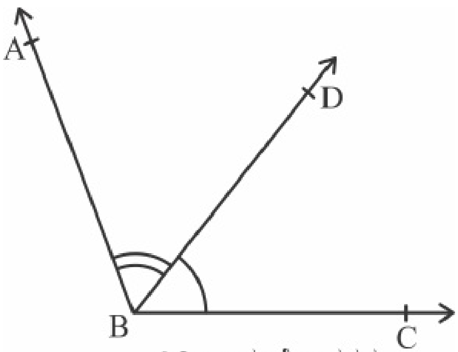



ಚಿತ್ರ : 6.1 ಕೋನದ ವಿಧಗಳು

ಲಘುಕೋನದ ಅಳತೆಯು 0° ಮತ್ತು 90° ಯ ನಡುವೆ ಇರುತ್ತದೆ. ಲಂಬಕೋನದ ಅಳತೆಯು ಸರಿಯಾಗಿ 90°ಗೆ ಸಮವಿರುತ್ತದೆ. 90° ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಮತ್ತು 180° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಳತೆಯಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಅಧಿಕಕೋನ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಹಾಗೆಯೇ 180° ಗೆ ಸಮವಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಸರಳಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. 180° ಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಆದರೆ 360° ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಳತೆಯಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ಸರಳಾಧಿಕ ಕೋನ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 90° ಇದ್ದರೆ ಅವುಗಳನ್ನು ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಎರಡು ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180° ಇದ್ದರೆ ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಬಗ್ಗೆಯೂ ಸಹ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವಿರಿ (ಚಿತ್ರ 6.2 ನೋಡಿ). ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ, ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಿನ ವಿವಿಧ ಕಡೆ ಇದ್ದಾಗ ಆ ಕೋನಗಳನ್ನು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಚಿತ್ರ 6.2ರಲ್ಲಿ $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle ABD$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳು. ಕಿರಣ **BD** ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು, **B** ಸಾಮಾನ್ಯ ಶೃಂಗ, ಕಿರಣ **AB** ಮತ್ತು ಕಿರಣ **BC**ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳಾಗಿವೆ. ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಅವುಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹುವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ

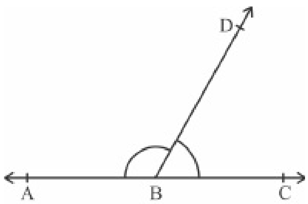
ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$.



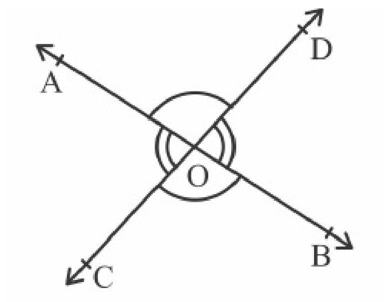

6.2 ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು

ಗಮನಿಸಿ : $\angle ABC$ ಮತ್ತು $\angle ABD$ ಪಾರ್ಶ್ವ ಕೋನಗಳಲ್ಲ. ಏಕೆ? ಏಕೆಂದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳಾದ **BD** ಮತ್ತು **BC** ಗಳು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು **BA** ನ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿದೆ.

ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಚಿತ್ರ 6.4 ರಲ್ಲಿ **AB** ಮತ್ತು **CD** ಸರಳರೇಖೆಗಳು **'0'** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. ಎರಡು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ.ಚಿತ್ರ 6.2 ರಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳಾದ **BA** ಮತ್ತು**BC** ಗಳು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿದಾಗ ಚಿತ್ರ 6.3 ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಕಂಡುಬರುತ್ತದೆ. ಆಗ **∠ABD** ಮತ್ತು **∠DBC** ಗಳನ್ನು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.




ಚಿತ್ರ 6.3 ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು



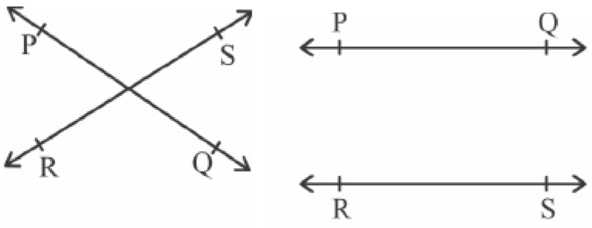

ಚಿತ್ರ 6.4 ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋಶಗಳು

$\angle AOD$ ಮತ್ತು $\angle BOC$ ಒಂದು ಜೊತೆಯಾದರೆ ಮತ್ತೊಂದು ಜೊತೆಯನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯುವಿರಾ?

## 6.3 ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಛೇದಿಸದ ರೇಖೆಗಳು

ಒಂದು ಹಾಳೆಯ ಮೇಲೆ **PQ** ಮತ್ತು **RS** ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಚಿತ್ರ 6.5(**i**) ಮತ್ತು 6.5 (**ii**) ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ

ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸಬಹುದು.




(i) ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು (ii) ಛೇದಿಸದ (ಸಮಾಂತರ) ರೇಖೆಗಳು

ಚಿತ್ರ 6.5: ವಿಭಿನ್ನ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದಾದ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು

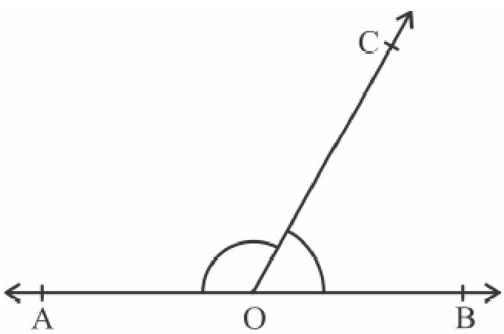
ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ಅನಂತ ದೂರದವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಬಹುದು ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಸರಳರೇಖೆಗಳಾದ **PQ** ಮತ್ತು **RS** ಚಿತ್ರ **6.5(i)** ರಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಚಿತ್ರ **6.5(ii)**ರಲ್ಲಿ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಾಗಿವೆ.

ಈ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ಮೇಲಿನ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ಲಂಬದೂರವು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ. ಈ ಸಮವಾಗಿರುವ ಲಂಬದೂರವನ್ನು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

## 6.4. ಜೋಡಿ ಕೋನಗಳು

ಪೂರಕ ಕೋನಗಳು, ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳು, ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು, ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು ಮುಂತಾದುವುಗಳ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಗಳನ್ನು 6.2ರಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಲಿತಿದ್ದೀರ. ಈ ಕೋನಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನೀವು ಯೋಚಿಸಬಲ್ಲಿರಾ? ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಕಿರಣವು ನಿಂತಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಈಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ.

ಚಿತ್ರ 6.6 ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಕಿರಣ ನಿಂತಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಚಿತ್ರ ಬರೆಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ. 6.6 ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು

ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು **AB** ಮತ್ತು ಕಿರಣವನ್ನು **OC** ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. **O** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಯಾವುವು? ಅವು **$\angle O$, $\angle BOC$** ಮತ್ತು **$\angle AOB$.**

**$\angle O + \angle BOC = \angle AOB$** ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದೇ? (1)

ಹೌದು! (ಏಕೆಂದರೆ ಅವು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು. ಭಾಗ 6.2 ನ್ನು ಗಮನಿಸಿ)

**∠AOB** ಯ ಅಳತೆ ಎಷ್ಟು? ಅದು 180**°** (ಏಕೆ?) (2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ **$\angle^{o}$ + ∠BOC = 180$^{0}$** ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದೇ? ಹೌದು! (ಏಕೆ?)

ಮೇಲಿನ ಚರ್ಚೆಯಿಂದ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

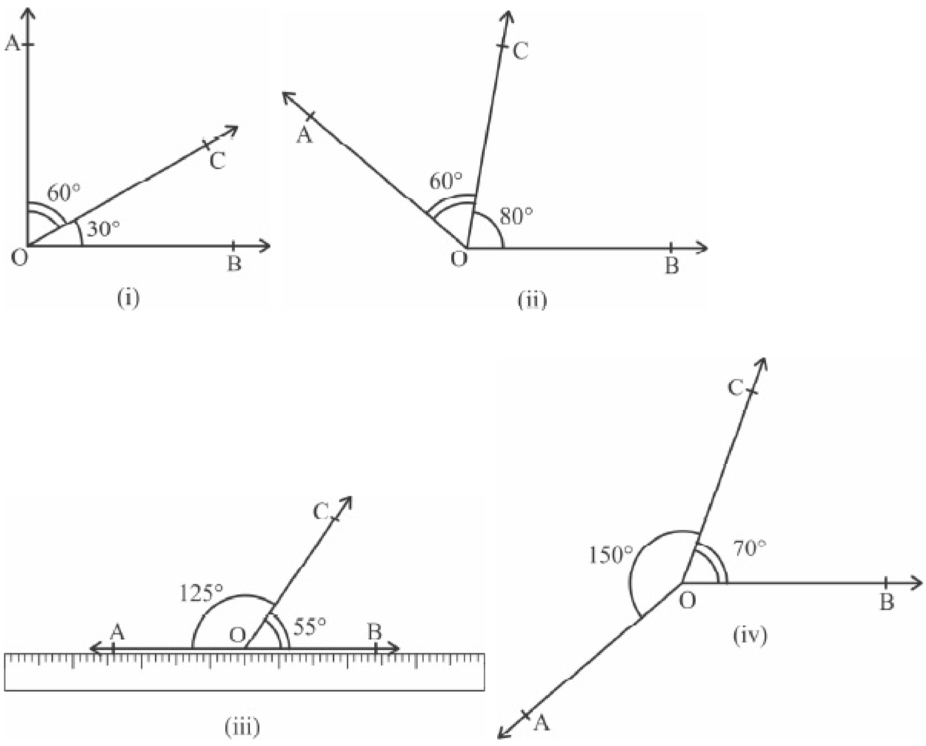
ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.1: ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಕಿರಣವು ನಿಂತಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180°.

ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180**°** ಆದಾಗ ಅವು ಸರಳಯುಗ್ಮಗಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ.

'ಒಂದು ಕಿರಣವು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ' ಎಂದು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.1 ರಲ್ಲಿ ನೀಡಿದೆ. ಇದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180**°** ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಿದೆವು. ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.1 ನ್ನು ಬೇರೆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.1 ರ ತೀರ್ಮಾನವನ್ನು 'ದತ್ತ' ಎಂದೂ ಮತ್ತು 'ದತ್ತ' ವನ್ನು 'ತೀರ್ಮಾನ' ಎಂದೂ ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಆಗ ಹೇಳಿಕೆಯು ಈ ರೀತಿಯಾಗುತ್ತದೆ:

**(A)** ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180**°** ಆದಾಗ, ಒಂದು ಕಿರಣವು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿರುತ್ತದೆ. (ಅಂದರೆ, ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.1 ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ (ಉಕ್ತಿ) **(A)** ಪರಸ್ಪರ ವ್ಯತಿರಿಕ್ತವಾಗಿವೆ. ಒಂದು ಇನ್ನೊಂದರ ವಿಲೋಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ. ಉಕ್ತಿ**(A)** ಸರಿಯಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ. ಚಿತ್ರ 6.7 ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಅಳತೆಗಳುಳ್ಳ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಾಹುವಿನ ನೇರಕ್ಕೆ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿಯನ್ನು ಇಡಿ. ಇನ್ನೊಂದು ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುವೂ ಸಹ ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯ ನೇರಕ್ಕೆ ಇರುವುದೇ?




ಚಿತ್ರ : 6.7 ವಿವಿಧ ಅಳತೆಗಳುಳ್ಳ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳು

ಚಿತ್ರ : 6.7(3) ರಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಎರಡೂ ಬಾಹುಗಳು ಅಳತೆಪಟ್ಟಿಯ ನೇರಕ್ಕೆ ಇವೆ. ಅಂದರೆ **A, O** ಮತ್ತು **B**

ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಇವೆ ಮತ್ತು **OC** ಕಿರಣವು ಅದರ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ. ∠$^{o}$ + ∠**COB** = 125**o** + 55**o** = 180**o** ಆಗಿರುವುದನ್ನು ಸಹ ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಉಕ್ತಿ**(A)** ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಎಂದು ನೀವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ಇದನ್ನು ಕೆಳಕಂಡಂತೆ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು.

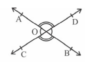
ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.2 : ಎರಡು ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 180೦ ಆದರೆ, ಆ ಕೋನಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳು ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ.

ಈ ಸ್ಪಷ್ಟ ಕಾರಣಗಳಿಂದ ಈ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳನ್ನು ಒಟ್ಟಿಗೆ "ಸರಳಯುಗ್ಮ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳು" ಎನ್ನುವರು.

ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡೋಣ.
ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಕಲಿತಿರುವುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ನಾವು ಸಾಧಿಸೋಣ. ಸಾಧಿಸಲು ಬೇಕಾಗಿರುವ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಅನುಬಂಧ (1) ರಲ್ಲಿ ನೋಡಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಮನಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಾಧನೆಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.1 : "ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ".

ಸಾಧನೆ : ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ 'ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ' ಎಂದು ನೀಡಿದೆ. ಆದುದರಿಂದ ಚಿತ್ರ 6.8 ರಲ್ಲಿದ್ದಂತೆ **AB** ಮತ್ತು **CD** ಸರಳರೇಖೆಗಳು **'O'** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ ಎಂದಾಗಲಿ. ಇದರಿಂದ ಎರಡು ಜೊತೆ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗಿವೆ. ಅವು **(i)**∠$^{o}$ ಮತ್ತು ∠**BOD** **(ii)** ∠**AOD** ಮತ್ತು ∠**BOC.** ∠$^{o}$ = ∠**BOD** ಮತ್ತು ∠**AOD** =∠**BOC** ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.



ಚಿತ್ರ 6.8 ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖಕೋನಗಳು

**OA** ಕಿರಣವು **CD** ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ ∠$^{o}$ + ∠**AOD** = 180**o** (ಸರಳಯುಗ್ಮ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ) (1)

∠ **AOD** + ∠ **BOD** =**180o** ಎಂದು ಬರೆಯಬಹುದೇ? ಹೌದು ! (ಏಕೆ?) (2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ∠ $^{o}$ + ∠ **AOD** = ∠ **AOD** + ∠ **BOD** ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬಹುದು.

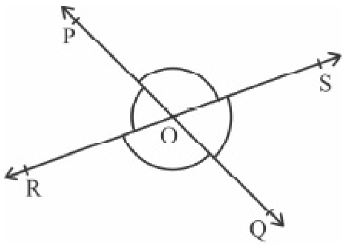
ಆದುದರಿಂದ ∠$^{o}$ = ∠ **BOD** (ಭಾಗ 5.2 ರ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 3ನ್ನು ನೋಡಿ)

ಅದೇ ರೀತಿ ∠ **AOD** =∠ **BOC** ಎಂದು ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಈಗ ಸರಳಯುಗ್ಮ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮೇಯ 6.1 ರ ಮೇಲಿನ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ 1 : **PQ** ಮತ್ತು **RS** ಸರಳರೇಖೆಗಳು **'O'** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ.

∠ **POR** : ∠ **ROQ** = 5:7 ಆದರೆ, ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಪರಿಹಾರ : ∠ **POR** + ∠ **ROQ** = $180^\circ$ (ಸರಳಯುಗ್ಮ ಕೋನಗಳು)

ಆದರೆ ∠ **POR : ∠ ROQ** = 5:7 (ದತ್ತ)

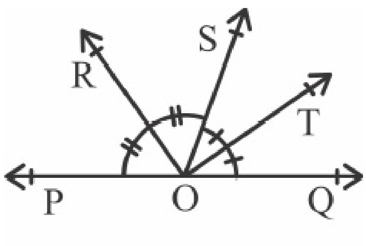
ಆದುದರಿಂದ ∠ **POR** = $\frac{5}{12} \times 180^\circ = 75^\circ$

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ∠ **ROQ** = $\frac{7}{12} \times 180^\circ = 105^\circ$

ಈಗ ∠ **POS = ∠ ROQ = 105**$^\circ$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ಮತ್ತು ∠ **SOQ** = ∠ **POR** = $75^\circ$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ಉದಾಹರಣೆ 2 : ಚಿತ್ರ 6.10 ಯಲ್ಲಿ ಸರಳರೇಖೆ **POQ** ಮೇಲೆ ಕಿರಣ **OS** ನಿಂತಿದೆ. ಕಿರಣ **OR** ಮತ್ತು ಕಿರಣ**OT** ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ
∠ **POS** ಮತ್ತು ∠ **SOQ** ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು. ∠ **POS** = **x** ಆದರೆ ∠ **ROT** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ : 6.10

ಪರಿಹಾರ: **OS** ಕಿರಣವು **POQ** ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ

ಆದುದರಿಂದ ∠ **POS +** ∠ **SOQ = 180**$^\circ$

ಆದರೆ ∠ **POS = x**

ಆದುದರಿಂದ **x** + ∠ **SOQ = 180**$^\circ$

∠ **SOQ = 180**$^\circ$ **– x**

ಈಗ **OR** ಕಿರಣ ∠ **POS** ನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ. ಆದುದರಿಂದ

**∠ ROS** = $\frac{1}{2}$ **∠ POS**

= $\frac{1}{2}$ ° **x**

= $\frac{x}{2}$

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ, **∠ SOT** = $\frac{1}{2}$ ° **∠ SOQ**

= $\frac{1}{2}$ **× (180ಠ – x)**

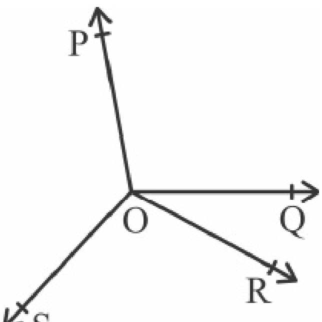
= 90ಠ– $\frac{x}{2}$

**∠ ROT** = **∠ ROS + ∠ SOT**

= $\frac{x}{2}$ + 90ಠ – $\frac{x}{2}$

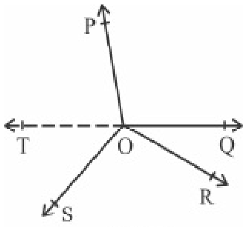
= 90ಠ

**∠ POQ** + **∠ QOR** + **∠ SOR** + **∠ POS** = **360**ಠ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.ಉದಾಹರಣೆ 3 : ಚಿತ್ರ 6.11 ರಲ್ಲಿ **OP**, **OQ**, **OR**, ಮತ್ತು **OS** ನಾಲ್ಕು ಕಿರಣಗಳಾಗಿವೆ.



ಚಿತ್ರ 6.11

ಪರಿಹಾರ : ಚಿತ್ರ 6.11 ರಲ್ಲಿರುವ ಕಿರಣಗಳಾದ **OP**, **OQ**, **OR**, ಅಥವಾ **OS** ಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೊಂದನ್ನು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ವೃದ್ದಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. **OQ** ಕಿರಣ ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೆಯಾಗುವಂತೆ **T** ವರೆಗೆ ಹಿಂದಿಕ್ಕೆ ವೃದ್ಧಿಸೋಣ.



ಚಿತ್ರ 6.12

ಈಗ ಕಿರಣ **OP** ಯು ಸರಳರೇಖೆ **TOQ** ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ **∠ TOP +  ∠ POQ  = 180$^\circ$ (1) (**ಸರಳಯುಗ್ಮ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ**)**

ಅದೇ ರೀತಿ ಕಿರಣ **OS** ಸರಳರೇಖೆ **TOQ** ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ **∠ TOS + ∠ SOQ = 180$^\circ$ (2)**

ಆದರೆ **∠ SOQ = ∠ SOR + ∠ QOR**

**∠ TOS + ∠ SOR + ∠ QOR = 180$^\circ$ (3)**

ಈಗ (1) ಮತ್ತು (3) ಕೂಡಿದಾಗ

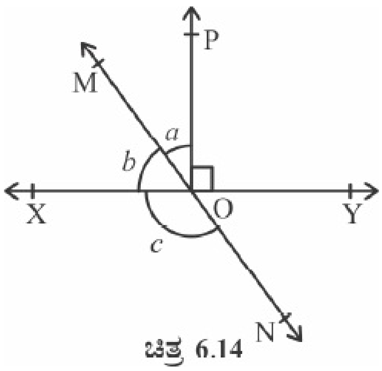
**∠ TOP + ∠ POQ + ∠ TOS + ∠ SOR + ∠ QOR =360$^\circ$ (4)**

ಆದರೆ **∠ TOP + ∠ TOS = ∠ POQ**

ಸಮೀಕರಣ (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

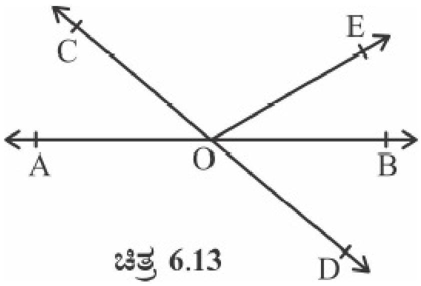
**∠ POQ + ∠ QOR +∠ SOR + ∠ POS = 360$^\circ$**

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1



ಚಿತ್ರ 6.14

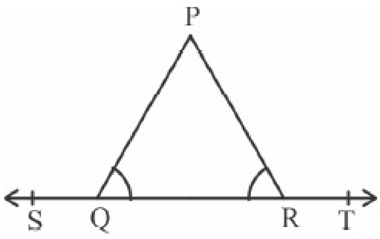
1) ಚಿತ್ರ 6.13 ರಲ್ಲಿ **AB** ಮತ್ತು **CD** ಸರಳರೇಖೆಗಳು **O** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. **∠ $^{o}$ + ∠ BOE = 70$^\circ$** ಮತ್ತು**∠BOD = 40$^\circ$** ಆದರೆ **∠ BOE** ಮತ್ತು ಸರಳಾಧಿಕ **∠ COE** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ 6.13

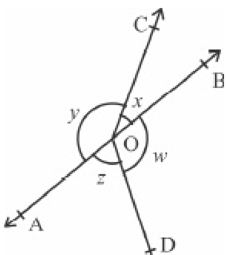
2) ಚಿತ್ರ 6.14 ರಲ್ಲಿ **XY** ಮತ್ತು **MN** ಸರಳರೇಖೆಗಳು **O** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. ∠ **POY = 90º** ಮತ್ತು **a : b = 2 : 3** ಆದರೆ **c** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) ಚಿತ್ರ 6.15 ರಲ್ಲಿ ∠ **PQR** =∠ **PRQ** ಆದರೆ ∠ **PQS** =∠ **PRT** ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.




ಚಿತ್ರ 6.15

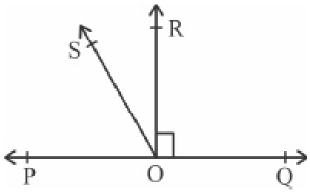
4) ಚಿತ್ರ 6.16 ರಲ್ಲಿ **x + y = w + z** ಆದರೆ **AOB** ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.




ಚಿತ್ರ 6.16

5) ಚಿತ್ರ 6.17 ರಲ್ಲಿ **POQ** ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ **OR** ಕಿರಣವು **PQ** ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. **OP** ಮತ್ತು **OR**ಕಿರಣಗಳ ನಡುವೆ **OS** ಕಿರಣ ಇದೆ.

∠ **ROS** = $\frac{1}{2}$ (∠ **QOS** – ∠ **POS)** ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

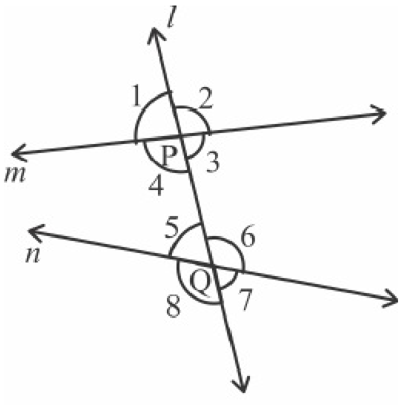



ಚಿತ್ರ 6.17

6) **∠XYZ = $64^{\circ}$** ಮತ್ತು **XY** ಯನ್ನು **P** ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ಈ ದತ್ತವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಒಂದು ಚಿತ್ರ ರಚಿಸಿ. **∠ZYP** ಯನ್ನು ಕಿರಣ **YQ** ದ್ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ, **∠XYQ** ಮತ್ತು ಸರಳಾಧಿಕ **∠QYP** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

## 6.5 ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಛೇದಕ

ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಎರಡು ಅಥವಾ ಹೆಚ್ಚು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ವಿವಿಧ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ ಅದನ್ನು ಛೇದಕ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ (ಚಿತ್ರ 6.18 ನೋಡಿ). **l** ರೇಖೆಯು **m** ಮತ್ತು ಟಿ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ **P** ಮತ್ತು **Q** ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. ಆದುದರಿಂದ ಟ ಮತ್ತು ಟಿ ರೇಖೆಗಳ ಛೇದಕ ಟ ಆಗಿದೆ.




ಚಿತ್ರ 6.18

**P** ಮತ್ತು **Q** ನ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲೂ ನಾಲ್ಕು ಕೋನಗಳು ಉಂಟಾಗಿರುವುದನ್ನು ಗಮನಿಸಿ

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಪ್ರತಿ ಕೋನವನ್ನು**∠ 1, ∠ 2, ...... ∠ 8** ಎಂದು ಹೆಸರಿಸೋಣ.

**∠ 1, ∠ 2, ∠ 7** ಮತ್ತು **∠ 8** ಇವುಗಳನ್ನು ಬಾಹ್ಯಕೋನಗಳೆಂದು, **∠ 3, ∠ 4, ∠ 5** ಮತ್ತು **∠ 6** ನ್ನು ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳೆಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಕೆಲವು ಜೊತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಿರುವುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ ಅವು ಮುಂದಿನಂತಿವೆ.

ಚಿ) ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು :

(**i**) ∠ 1 ಮತ್ತು ∠ 5 (**ii**) ∠ 2 ಮತ್ತು ∠ 6

(**iii**) ∠ 4 ಮತ್ತು ∠ 8 (**iv**) ∠ 3 ಮತ್ತು ∠ 7

ಛ) ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳು :

**(i)** ∠ 4 ಮತ್ತು ∠ 6 (**ii**) ∠ 3 ಮತ್ತು ∠ 5

ಛಿ) ಪರ್ಯಾಯ ಬಹಿರ್ ಕೋನಗಳು :

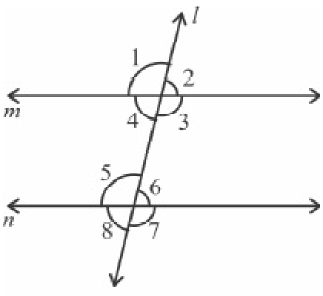
(**i**) ∠ 1 ಮತ್ತು ∠ 7 (**ii**) ∠ 2 ಮತ್ತು ∠ 8

ಜ) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು

(**i**) ∠ 4 ಮತ್ತು ∠ 5 (**ii**) ∠ 3 ಮತ್ತು ∠ 6

ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳನ್ನು ಕ್ರಮಾನುಗತ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಅಥವಾ ಮೈತ್ರಿ ಕೋನಗಳು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ. ಬಹಳಷ್ಟು ಬಾರಿ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೆಸರಿಸುವಾಗ, ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳೆಂದೇ ಹೆಸರಿಸುತ್ತೇವೆ.

**m** ರೇಖೆಯು **n** ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದಾಗ ಈ ಮೇಲಿನ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಕಂಡುಹಿಡಿಯೋಣ. ಬರೆಯುವ ಪುಸ್ತಕದಲ್ಲಿನ ಗೆರೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ತಿಳಿದಿದ್ದೀರ. ಚಿತ್ರ 6.19 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಅಳತೆ ಪಟ್ಟಿ ಮತ್ತು ಪೆನ್ಸಿಲ್ ಬಳಸಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಗೆರೆಗಳ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸುವ ಒಂದು ಛೇದಕವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.




**ಚಿತ್ರ 6.19**

ಈಗ, ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳನ್ನು ಅಳತೆ ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

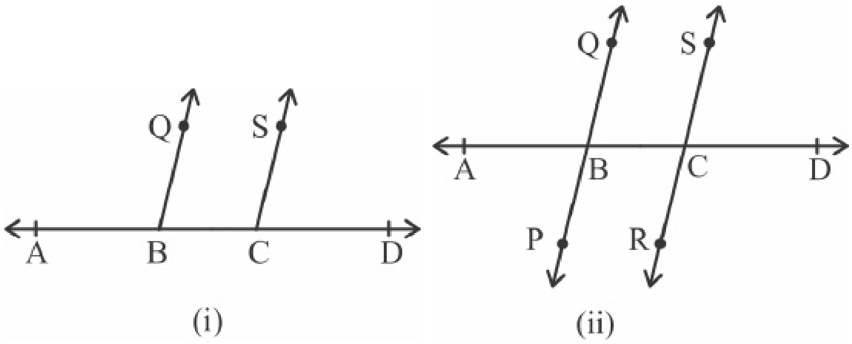
**∠ 1 = ∠ 5, ∠ 2 = ∠ 6, ∠ 4 = ∠ 8** ಮತ್ತು **∠ 3 = ∠ 7** ಎಂಬುದನ್ನು ನೀವು ಕಂಡುಕೊಳ್ಳುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯನ್ನು ನೀವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.3 : ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಏರ್ಪಡುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.3 ನ್ನು "ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ" ಎಂದೂ ಸಹ ಕರೆಯುವರು. ಈ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮವನ್ನು ನಾವು ಈಗ ಚರ್ಚಿಸೋಣ. ಅದು ಮುಂದಿನಂತಿದೆ.

"ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿದ್ದಾಗ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ".

ಈ ಹೇಳಿಕೆಯು ಸರಿಯೇ? ಇದನ್ನು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ಪರಿಶೀಲಿಸಬಹುದು. **AD** ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆದು ಅದರ ಮೇಲೆ **B** ಮತ್ತು **C** ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರ್ತಿಸಿ. ಚಿತ್ರ 6.20 (**i**) ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ **B** ಮತ್ತು **C** ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ∠ **ABQ** ಗೆ ∠ **BCS** ಸಮವಿರುವಂತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.

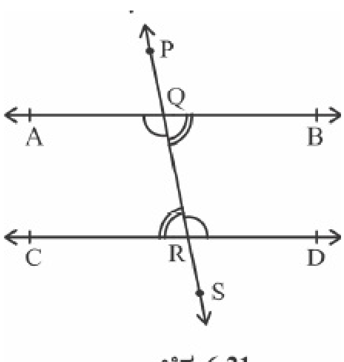



ಚಿತ್ರ 6.20

**QB** ಮತ್ತು **SC** ಯನ್ನು **AD** ಯ ಮತ್ತೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ ವೃದ್ಧಿಸಿ **PQ** ಮತ್ತು **SR** ಪಡೆಯಿರಿ. (ಚಿತ್ರ 6.20(**ii**) ನೋಡಿ). ಎರಡೂ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸದಿರುವುದನ್ನು ನೀವು ಗಮನಿಸುವಿರಿ. **PQ** ಮತ್ತು **RS** ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ಲಂಬವನ್ನು ಎಳೆದು ಅವುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಉದ್ದವು ಎಲ್ಲಾ ಕಡೆ ಸಮವಾಗಿರುವುದನ್ನೂ ಗಮನಿಸುವಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಎರಡೂ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸುವಿರಿ. ಆದುದರಿಂದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮವು ಸತ್ಯ. ಆದುದರಿಂದ ನಮಗೆ ಈ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯಿದೆ.

ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ 6.4 : ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಿದ್ದಾಗ ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳ ನಡುವಿನ ಸಂಬಂಧ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅನುರೂಪಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯನ್ನು ನಾವು ಬಳಸಬಹುದೇ? ಚಿತ್ರ 6.21 ರಲ್ಲಿ **PS** ಛೇದಕವು **AB** ಮತ್ತು**CD** ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ **Q** ಮತ್ತು **R** ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ.




**ಚಿತ್ರ 6.21**

∠ **BQR** = ∠ **QRC** ಮತ್ತು ∠ **AQR** = ∠ **QRD** ಆಗುತ್ತದೆಯೇ?

∠ **PQA** = ∠ **QRC** (1) ತಿಳಿದಿದೆ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ)

∠ **PQA** = ∠ **BQR** ಆಗುತ್ತದೆಯೇ? ಹೌದು! (ಏಕೆ?) .................. (2)

ಆದುದರಿಂದ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ನೀವು ಈ ರೀತಿಯಾಗಿ ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು

∠ **BQR** =∠ **QRC**

ಅದೇ ರೀತಿ ∠ **AQR** = ∠ **QRD**

ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. ಅದು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತಿದೆ.

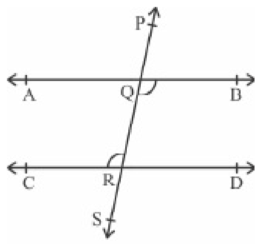
ಪ್ರಮೇಯ 6.2 : ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಏರ್ಪಡುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನಾವು ತೋರಿಸಬಹುದೇ? ಚಿತ್ರ 6.22 ರಲ್ಲಿ ∠ **BQR** = ∠**QRC** ಆಗುವಂತೆ **AB** ಮತ್ತು **CD** ರೇಖೆಗಳನ್ನು **PS** ಛೇದಕವು ಕ್ರಮವಾಗಿ **Q** ಮತ್ತು **R** ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ.

**AB || CD** ಆಗುವುದೇ ?

∠ **BQR** = ∠ **PQA** (ಏಕೆ ?) (1)

ಆದರೆ ∠ **BQR** = ∠ **QRC** (ದತ್ತ) (2)



ಚಿತ್ರ 6.22

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ ∠ **PQA** = ∠ **QRC** ಎಂದು ನೀವು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.

ಆದರೆ ಇವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು.

ಆದುದರಿಂದ **AB || CD** (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮ)

ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. ಅದು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತಿದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.3 : ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸಮವಿದ್ದಾಗ,

ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಕೆಳಕಂಡ ಎರಡು ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ತಿಳಿಯುವಿರಿ

ಪ್ರಮೇಯ 6.4 : ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ, ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.5 : ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

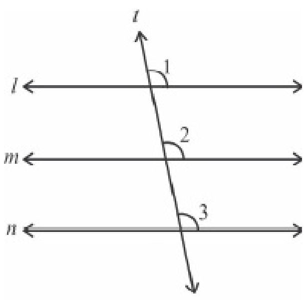
ಮೇಲಿನ ಎಲ್ಲಾ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಗಳು ಮತ್ತು ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಚಟುವಟಿಕೆಯ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿದ್ದೀರ. ಇಲ್ಲಿಯೂ ಸಹ ಆ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನೀವು ಪುನರಾವರ್ತಿಸಬಹುದು.

## 6.6 ಒಂದೇ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳು

ಒಂದೇ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾರುವ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆಯೇ? ಅದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸೋಣ. ಚಿತ್ರ 6.23ರಲ್ಲಿ **m || l** ಮತ್ತು **n || l**

**l, m** ಮತ್ತು **n** ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಛೇದಕ **t** ಯನ್ನು ಎಳೆಯೋಣ **m || l** ಮತ್ತು **n || l** (ದತ್ತ)

ಆದುದರಿಂದ $\angle 1 = \angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 1 = \angle 3$ (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ) ಹಾಗಾದರೆ $\angle 2 = \angle 3$ (ಏಕೆ?)



ಚಿತ್ರ 6.23

ಆದರೆ $\angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 3$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಮತ್ತು ಅವು ಸಮ.

ಆದುದರಿಂದ **m || n** ಎಂದು ಹೇಳಬಹುದು.

(ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮ)

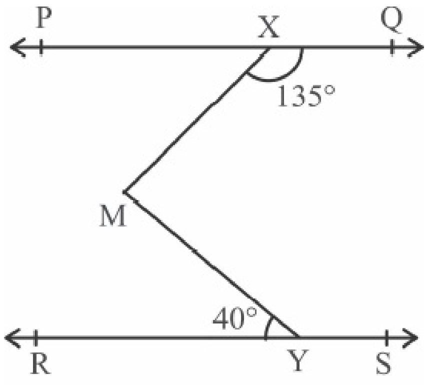
ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು ಅದು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತಿದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.6 : ಒಂದೇ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

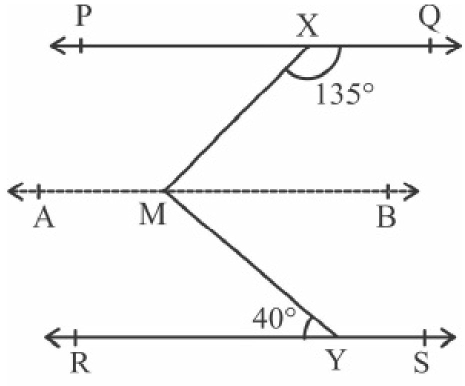
ಗಮನಿಸಿ: ಈ ಮೇಲಿನ ಗುಣವನ್ನು ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಗೂ ಸಹ ಅನ್ವಯಿಸಬಹುದು.

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಕೆಲವು ಸಮಸ್ಯೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ: 4 : ಚಿತ್ರ 6.24 ರಲ್ಲಿ **PQ || RS, ∠ MXQ = $135^{\circ}$** ಮತ್ತು **∠ MYR = $40^{\circ}$** ಆದರೆ **∠ XMY** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ 6.24




ಚಿತ್ರ 6.25

ಪರಿಹಾರ: ಚಿತ್ರ 6.25 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ಬಿಂದು **M** ಮೂಲಕ **PQ** ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ**AB** ಸರಳರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಬೇಕಾಗಿದೆ. ಈಗ **AB || PQ** ಮತ್ತು **PQ || RS**

ಆದುದರಿಂದ **AB || RS** (ಏಕೆ ?)

ಈಗ **∠ QXM + ∠ XMB =$180^0$**

**(AB || PQ , XM** ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಬದಿಯಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು)

ಆದರೆ **∠ QXM = $135^0$**

135**o+ ∠ XMB = $180^0$**

ಆದುದರಿಂದ **∠ XMB = $45^0$ (1)**

ಈಗ **∠ BMY** = **∠ MYR (AB || RS,** ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

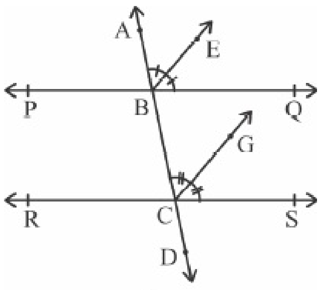
ಆದುದರಿಂದ **∠ BMY = $40^0$ (2)**

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

**∠ XMB + ∠ BMY = $45^{\circ}$ + $40^0$**

**∠ XMY = $85^0$**

ಉದಾಹರಣೆ: 5: ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪಕೋನಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದಾಗ, ಆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.




ಚಿತ್ರ 6.26

ಚಿತ್ರ 6.26 ರಲ್ಲಿ **PQ** ಮತ್ತು **RS** ರೇಖೆಗಳನ್ನು, **AD** ಛೇದಕವು ಕ್ರಮವಾಗಿ **B** ಮತ್ತು **C** ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿದೆ. **BE** ಕಿರಣವು $\angle$ **ABQ** ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ಮತ್ತು **CG** ಕಿರಣವು $\angle$ **BCS** ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ ಮತ್ತು **BE || CG.**

**PQ || RS** ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

**BE** ಕಿರಣವು $\angle$ **ABQ** ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ (ದತ್ತ)

ಆದುದರಿಂದ, $\angle ABE = \frac{1}{2} \angle ABQ$ **(1)**

ಅದೇ ರೀತಿ, **CG** ಕಿರಣವು $\angle$**BCS** ನ ಕೋನಾರ್ಧಕ

ಆದುದರಿಂದ, $\angle BCG = \frac{1}{2} \angle BCS$ (2)

ಆದರೆ **BE||CG** ಮತ್ತು **AD** ಛೇದಕವಾಗಿದೆ

ಆದುದರಿಂದ, $\angle ABE = \angle BCG$ (3) (ಅನುರೂಪಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\frac{1}{2} \angle ABQ = \frac{1}{2} \angle BCS$

ಆಂದರೆ $\angle ABQ = \angle BCS$

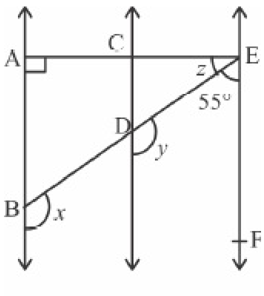
ಆದರೆ ಈ ಕೋನಗಳು, **PQ** ಮತ್ತು **RS** ರೇಖೆ ಹಾಗೂ ಛೇದಕ **AD** ಯಿಂದ ಉಂಟಾದ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಅವು ಸಮವಾಗಿವೆ. ಆದುದರಿಂದ **PQ || RS** (ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆಯ ವಿಲೋಮ)

ಉದಾಹರಣೆ: 6 : ಚಿತ್ರ 6.27 ರಲ್ಲಿ, **AB || CD** ಮತ್ತು **CD || EF** ಹಾಗೂ **EA** $\perp$ **AB** ಆಗಿದೆ.

$\angle BEF = 55^0$ ಆದರೆ **x, y** ಮತ್ತು **z** ಕೋನಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: **$y + 55^0 = 180^0$** (**ED** ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು)

ಆದುದರಿಂದ **$y = 180^0 - 55^0 = 125^0$**



ಚಿತ್ರ 6.27

ಆದರೆ **$x = y$** (**AB || CD** ಅನುರೂಪಕೋನಗಳ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ)

ಆದುದರಿಂದ **$x = 125^0$**

ಈಗ **AB || CD** ಮತ್ತು **CD || EF** . ಆದುದರಿಂದ **AB || EF**

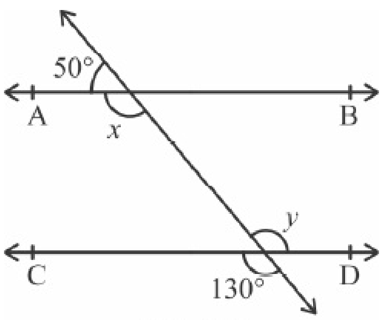
**$\angle EAB + \angle FEA = 180^0$** (**EA** ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು)

ಆದುದರಿಂದ **$90^0 + Z + 55^0 = 180^0$**

**$Z = 35^0$**

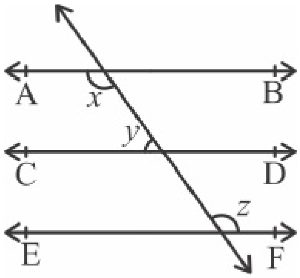
ಅಭ್ಯಾಸ 6.2

1) ಚಿತ್ರ 6.28ರಲ್ಲಿ **x** ಮತ್ತು **y** ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿದು **AB || CD** ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 6.28

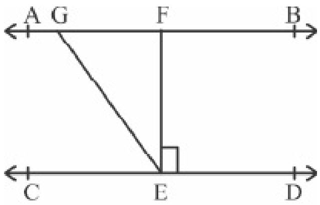
2) ಚಿತ್ರ 6.29 ರಲ್ಲಿ **AB || CD, CD || EF** ಮತ್ತು $y : z$ **=3:7** ಆದರೆ x ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ 6.29

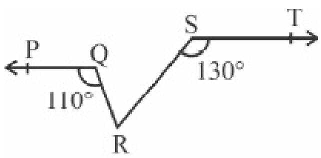
3) ಚಿತ್ರ 6.30 ಯಲ್ಲಿ **AB ||**

**CD, EF** $\perp$ **CD** ಮತ್ತು $\angle$**GED =126$^0$**ಆದರೆ $\angle$**AGE,** $\angle$**GEF** ಮತ್ತು $\angle$**FGE**ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



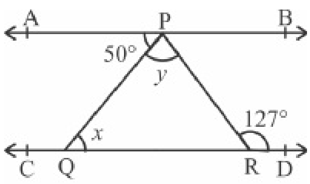

ಚಿತ್ರ 6.30

4) ಚಿತ್ರ 6.31 ರಲ್ಲಿ **PQ || ST,** $\angle$**PQR = 110**$^0$ ಮತ್ತು $\angle$**RST = 130**$^0$ ಆದರೆ $\angle$**QRS** ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (ಸುಳಿವು: **R**ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ **ST** ಗೆ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ).



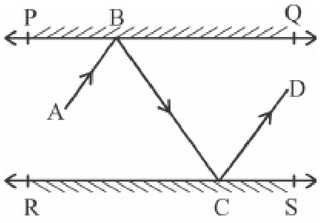

ಚಿತ್ರ 6.31

5) ಚಿತ್ರ 6.32 ರಲ್ಲಿ **AB || CD,** $\angle$**APQ = 50$^0$**ಮತ್ತು $\angle$**PRD = 127**$^0$ ಆದರೆ **x** ಮತ್ತು **y** ಗಳ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ 6.32

6) ಚಿತ್ರ 6.33 ರಲ್ಲಿ **PQ** ಮತ್ತು **RS** ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಎರಡು ದರ್ಪಣಗಳನ್ನು ಇಡಲಾಗಿದೆ. **AB** ಪತನ ಕಿರಣವು **PQ** ದರ್ಪಣವನ್ನು **B** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ತಾಗಿ ಪ್ರತಿಫಲಿತ ಕಿರಣವು **BC** ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿ **RS** ದರ್ಪಣವನ್ನು **C** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ತಾಗಿ ಪುನಃ**CD** ಹಾದಿಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಫಲಿತಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆ. **AB || CD** ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



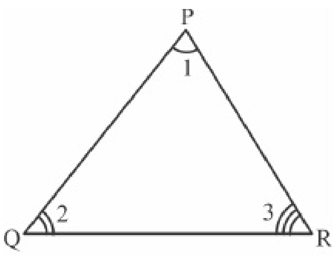
ಚಿತ್ರ 6.33

## 6.7 ತ್ರಿಭುಜದ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^{O}$ ಎಂದು ಚಟುವಟಿಕೆಗಳ ಮೂಲಕ ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವಿರಿ. ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧಗಳು ಮತ್ತು ಸರಳರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಮೇಯಗಳನ್ನು ಬಳಸಿ ಇದನ್ನು ನಾವು ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಪ್ರಮೇಯ 6.7: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^{0}$

ಸಾಧನೆ : ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಏನನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾರೆ ಅದು ಪೂರ್ವ ಸಿದ್ಧಾಂತವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ನಾವು ಏನನ್ನು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ನೋಡೋಣ. ನಮಗೆ ತ್ರಿಭುಜ **PQR** ಮತ್ತು ಅದರ ಕೋನಗಳಾದ



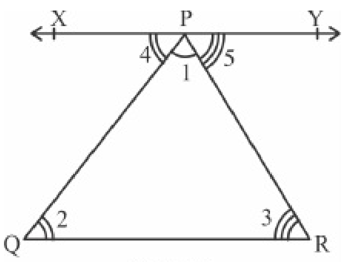
ಚಿತ್ರ 6.34

**$\angle 1$, $\angle 2$** ಮತ್ತು **$\angle 3$** ನೀಡಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 6.34 ಗಮನಿಸಿ).

**$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^{0}$** ಎಂದು ನಾವು ಸಾಧಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.

ಚಿತ್ರ 6.35 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ **P** ಶೃಂಗದ ಮೂಲಕ
**QR** ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ **XPY** ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈಗ ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ನಾವು ಬಳಸಬಹುದು.

**XPY** ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.



ಚಿತ್ರ 6.35

ಆದುದರಿಂದ $\angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180^0$

ಆದರೆ, **XPY || QR** ಮತ್ತು **PQ, PR** ಛೇದಕಗಳು

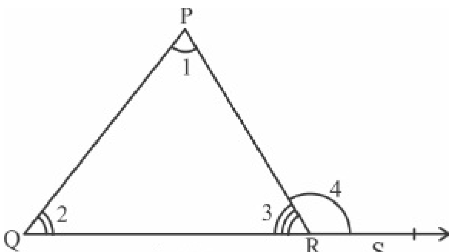
ಆದುದರಿಂದ $\angle 4 = \angle 2$ ಮತ್ತು $\angle 5 = \angle 3$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳ ಜೋಡಿಗಳು)

$\angle 4$ ಮತ್ತು $\angle 5$ ನ್ನು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180^O$

ಅಂದರೆ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^O$

ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಉಂಟಾಗುವುದನ್ನು ನೀವು ಹಿಂದಿನ ತರಗತಿಗಳಲ್ಲಿ ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವುದನ್ನು ಸ್ಮರಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ (ಚಿತ್ರ 6.36 ನೋಡಿ). ಬಾಹು **QR** ನ್ನು **S** ಬಿಂದುವಿನವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. **∠PRS** ನ್ನು ತ್ರಿಭುಜ **PQR** ನ ಬಾಹ್ಯಕೋನ ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.



ಚಿತ್ರ 6.36

$\angle 3 + \angle 4 = 180^O$ ಆಗಬಹುದೇ? (ಏಕೆ?) (1)

ಹಾಗೂ $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^O$ ಆಗಬಹುದೇ? (ಏಕೆ?) (2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$ ಆಗುವುದು.

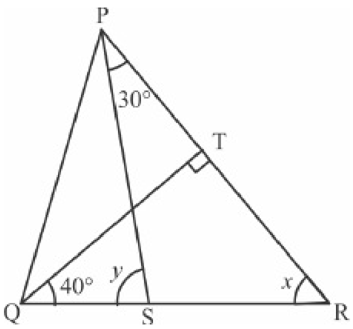
ಈ ಫಲಿತಾಂಶವನ್ನು ಒಂದು ಪ್ರಮೇಯದಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಬಹುದು. ಅದು ಈ ಕೆಳಕಂಡಂತಿದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 6.8: ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅನುರೂಪವಾದ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಅನುರೂಪವಾದ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಅಳತೆಗಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯವು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸುತ್ತದೆ.

ಈ ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಆಧಾರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ನಾವು ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳೋಣ.

ಉದಾಹರಣೆ : 7: ಚಿತ್ರ 6.37 ರಲ್ಲಿ **QT** $\perp$ **PR,** $\angle$**TQR** = 40**o** ಮತ್ತು $\angle$**SPR = 30**$^0$ ಆದರೆ **x** ಮತ್ತು **y**ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.




ಚಿತ್ರ : 6.37

ಪರಿಹಾರ: **ΔTQR** ನಲ್ಲಿ **90**$^0$ **+ 40**$^0$**+ x =180**$^0$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ)

ಆದುದರಿಂದ **x = 50**$^0$

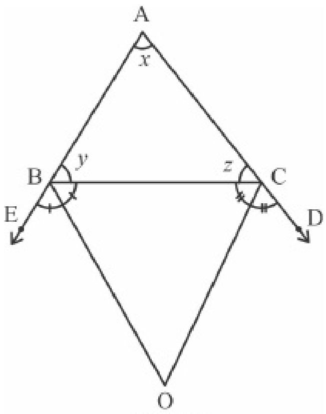
ಈಗ **y** =$\angle$**SPR + x** (ಪ್ರಮೇಯ 6.8)

ಆದುದರಿಂದ **y = 30**$^0$ **+ 50**$^0$

**y = 80**$^0$

ಉದಾಹರಣೆ : 8 ಚಿತ್ರ 6.38 ರಲ್ಲಿ **ΔABC** ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ **AB** ಮತ್ತು **AC** ಯನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ **E** ಮತ್ತು **D** ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ.$\angle$**CBE** ಮತ್ತು $\angle$**BCD** ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ **BO** ಮತ್ತು **CO** ಆಗಿದ್ದು ಅವು **O** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಿವೆ.

$\angle$**BOC = 90**$^0$ – $\frac{1}{2}$ $\angle$**BAC** ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 6.38

ಪರಿಹಾರ: $\angle$**CBE** ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವು ಕಿರಣ **BO** ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ $\angle CBO = \frac{1}{2} \angle CBE$

$= \frac{1}{2}(180^\circ - y)$

$= 90^\circ - \frac{y}{2}$ (1)

ಅದೇ ರೀತಿಯಾಗಿ $\angle$**BCD** ಯ ಕೋನಾರ್ಧಕವು ಕಿರಣ **CO** ಆಗಿದೆ.

ಆದುದರಿಂದ $\angle BCO = \frac{1}{2} \angle BCD$

$= \frac{1}{2}(180^\circ - z)$

$= 90 - \frac{z}{2}$ (2)

ಆ**BOC** ಯಲ್ಲಿ $\angle BOC + \angle BCO + \angle CBO = 180^\circ$ **(3)**

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\angle BOC + 90^\circ - \frac{z}{2} + 90^\circ - \frac{y}{2} = 180^\circ$

$\angle BOC = \frac{z}{2} + \frac{y}{2}$

ಅಥವಾ $\angle BOC = \frac{1}{2}(y + z)$ (4)

ಆದರೆ $x + y + z = 180^0$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ)

ಆದುದರಿಂದ, $y + z = 180^o - x$ ಇದನ್ನು (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\angle BOC = \frac{1}{2}(180^o - x)$

$= 90^o - \frac{x}{2}$

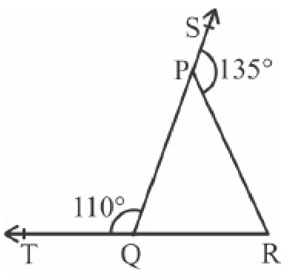
$= 90^o - \frac{1}{2}\angle BAC$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.3

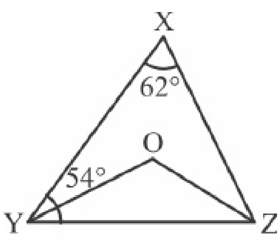
1) ಚಿತ್ರ 6.39 ರಲ್ಲಿ $\Delta PQR$ ನ ಬಾಹುಗಳಾದ **QP** ಮತ್ತು **RQ** ನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ **S** ಮತ್ತು **T** ಬಿಂದುಗಳವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ $\angle SPR = 135^O$ ಮತ್ತು $\angle PQT = 110^o$ ಆದರೆ $\angle PRQ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) ಚಿತ್ರ 6.40 ಯಲ್ಲಿ $\angle X = 62^o$, $\angle XYZ = 54^O$ ಆ**XYZ** ನಲ್ಲಿ **YO** ಮತ್ತು **ZO** ಕ್ರಮವಾಗಿ $\angle XYZ$ ಮತ್ತು $\angle XZY$ ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, $\angle OZY$ ಮತ್ತು $\angle YOZ$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

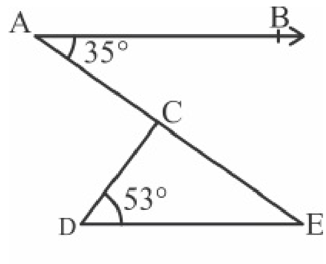
3) ಚಿತ್ರ 6.41 ರಲ್ಲಿ $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^O$ ಮತ್ತು $\angle CDE = 53^O$ ಆದರೆ $\angle DCE$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಚಿತ್ರ 6.39



ಚಿತ್ರ 6.40

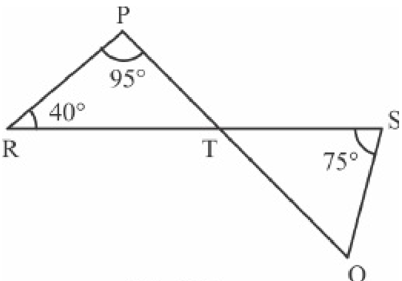


ಚಿತ್ರ 6.41

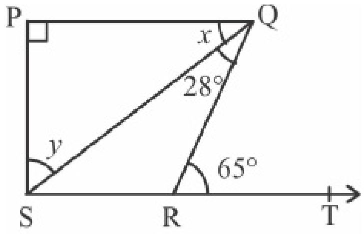
4) ಚಿತ್ರ 6.42 ರಲ್ಲಿ **PQ** ಮತ್ತು **RS** ರೇಖೆಗಳು **T** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತಿವೆ. $\angle PRT = 40^o$, $\angle RPT = 95^o$ ಮತ್ತು $\angle TSQ = 75^o$ ಆದರೆ $\angle SQT$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) ಚಿತ್ರ 6.43 ರಲ್ಲಿ $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^o$ ಮತ್ತು $\angle QRT = 65^o$ ಆದರೆ **x** ಮತ್ತು **y**

ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

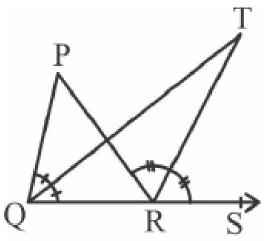


ಚಿತ್ರ 6.42



ಚಿತ್ರ 6.43

6) ಚಿತ್ರ 6.44 ರಲ್ಲಿ Δ**PQR** ನ ಬಾಹು **QR** ನ್ನು **S** ಬಿಂದುವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿದೆ. ∠**PQR** ಮತ್ತು ∠**PRS** ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕಗಳು **T** ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಿವೆ. $\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಚಿತ್ರ 6.44

## 6.8 ಸಾರಾಂಶ :

ಈ ಅಧ್ಯಾಯದಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಕಂಡ ಅಂಶಗಳನ್ನು ನೀವು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡಿರುವಿರಿ.

1. ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಕಿರಣವು ನಿಂತಾಗ, ಉಂಟಾಗುವ ಪಾರ್ಶ್ವಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180^{O}$. ಈ ಗುಣಲಕ್ಷಣವನ್ನು ಸರಳಯುಗ್ಮ ಆಧಾರ ಪ್ರತಿಜ್ಞೆ ಎಂದು ಕರೆಯುವರು.

2. ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

3. ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಒಂದು ಛೇದಕವು ಛೇದಿಸಿದಾಗ,

(**i**) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ,

(**ii**) ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸಮ,

(**iii**) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

4. ಒಂದು ಛೇದಕವು ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳನ್ನು ಛೇದಿಸಿದಾಗ ಯಾವುದಾದರೂ

(**i**) ಒಂದು ಜೊತೆ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ ಅಥವಾ

(**ii**) ಒಂದು ಜೊತೆ ಪರ್ಯಾಯ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸಮ ಅಥವಾ

(**iii**) ಛೇದಕದ ಒಂದೇ ಪಾರ್ಶ್ವದಲ್ಲಿರುವ ಅಂತರ್‌ಕೋನಗಳು ಸರಳಕೋನ ಪೂರಕಗಳಾಗಿದ್ದಾಗ,
ಆ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

5. ದತ್ತ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

6. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎಲ್ಲಾ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ **180º.**

7. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ಬಾಹ್ಯಕೋನವು ಅನುರೂಪವಾದ ಅಂತರಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ.