Total number of pages–16

B13–AM

2013

ADVANCED MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

(NEW COURSE)

For HSLC / AHM Regular Candidates and Unsuccessful HSLC / AHM Regular Candidates of 2011, 2012.

HSLC / AHM ৰ নিয়মীয়া পৰীক্ষাৰ্থীৰ বাবে আৰু 2011, 2012 বৰ্ষৰ HSLC / AHM পৰীক্ষাত অকৃতকাৰ্য হোৱা নিয়মীয়া পৰীক্ষাৰ্থীৰ বাবে।

(OLD COURSE)

[From Page 8]

Contd.

1. (a) If (যদি) $A=\{1, 2\}$, $B=\{2, 5\}$, $C=\{5, 9\}$ find (উলিওৱা)

(i) $A\times(B\cup C)$,

(ii) $(A\times B)\cap(B\times C)$ 1+1=2

(b) Let A, B, C be three sets. If $A\subseteq B$, show that $A\times C\subseteq B\times C$ 2

A, B, C তিনিটা সংহতি। যদি $A\subseteq B$ দেখুওৱা যে $A\times C\subseteq B\times C$.

(c) Let $R=\{(a, b): a, b\in Z,\ a-b$ is divisible by $2\}$ be a relation on Z, the set of integers.

Examine if R is an equivalence relation. 3

অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতি Z অত

$R=\{(a, b): a, b\in Z,\ a-b, 2$ ৰে বিভাজ্য $\}$ এটা সম্পৰ্ক।

R সম্পৰ্কটো সমতুল্য সম্পৰ্ক হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

(d) Let (ধৰা হ'ল)

$A=\{a, b, c, d\}$

$B=\{x, y, z, w, p, q\}$

Examine if the following relations are functions. Give reasons. 3

তলৰ সম্পৰ্কবোৰ ফলন হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা। যুক্তি দিবা।

(i) $R_1=\{(a, x), (b, q), (c, y), (d, z)\}$

(ii) $R_2=\{(a, y), (b, q), (c, z), (c, q), (d, q)\}$

(iii) $R_3=\{(a, q), (c, w), (d, p)\}$

2. (a) Write $5-\sqrt{-3}$ in the form $a+ib$ and express it as an ordered pair. 1

$5-\sqrt{-3}$ ক $a+ib$ আকাৰত লিখা আৰু এটা ক্ৰমিক যোৰ হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

(b) Find the modulus of the following complex number. 2

তলৰ জটিল সংখ্যাটোৰ মাপাংক উলিওৱা।

$$\frac{5+12i}{4-3i}$$

(c) Find the cube roots of -1. 3

-1 অৰ ঘনমূল কেইটা উলিওৱা।

(d) Find the square root of 3

বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা

$-8i$

(e) If z is a complex number and $\bar{z}$ denotes its conjugate, prove that

(i) z is real if $z = \bar{z}$,

(ii) z is purely imaginary if $z = -\bar{z}$

(iii) $z + \bar{z}$ is real. 1+1+1=3

যদি z এটা জটিল সংখ্যা আৰু $\bar{z}$ এ ইয়াৰ সংযুগ্ম বুজায়, প্ৰমাণ কৰা যে

(i) z বাস্তৱ যদি $z = \bar{z}$,

(ii) z সম্পূৰ্ণ কাল্পনিক যদি $z = -\bar{z}$

(iii) $z + \bar{z}$ বাস্তৱ।

3. (a) One root of a quadratic equation is $4+5i$. Form the equation. 2

এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ এটা মূল $4+5i$. সমীকৰণটো গঠন কৰা।

(b) If a, b, c are rational and $a+b+c=0$, show that the roots of the equation $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$, are rational. 3

যদি a, b, c পৰিমেয় আৰু $a+b+c=0$, দেখুওৱা যে $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ সমীকৰণৰ মূল দুটা পৰিমেয়।

(c) The roots of the equation $x^2+x+1=0$ are α, β. Find the value of $\alpha^3+\beta^3$. 2

$x^2+x+1=0$ সমীকৰণৰ মূল দুটা α, β. $\alpha^3+\beta^3$ অৰ মান উলিওৱা।

(d) A two-digit positive integer is 4 times the sum of the digits and twice the product of the digits. Find the number. 3

দুটা অংকবিশিষ্ট ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা এটা অংক দুটাৰ যোগফলৰ 4 গুণ আৰু অংক দুটাৰ পূৰণফলৰ দুগুণ। সংখ্যাটো উলিওৱা।

4. (a) Write down the value of 1

মান লিখা

$$\log_{\sqrt{3}} 3$$

(b) Prove that 2

প্ৰমাণ কৰা যে,

$$\frac{1}{\log_a abc}+\frac{1}{\log_b abc}+\frac{1}{\log_c abc}=1$$

(c) If $\log_{10} 3 = 0\cdot4771$, find the number of digits in 3^{12}. 2

যদি $\log_{10} 3 = 0\cdot4771$, 3^{12} সংখ্যাটোত কিমানটা অংক আছে নিৰ্ণয় কৰা।

5. (a) Find the coordinates of the points at which the y-axis intersects the curve

$$2x^2+5xy+2y^2-8=0$$ 1

তলৰ সমীকৰণে নিৰ্দেশ কৰা বক্ৰক y-অক্ষই ছেদ কৰা বিন্দুবোৰৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা

$$2x^2+5xy+2y^2-8=0$$

(b) Solve : 4

সমাধান কৰা :

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{2}$$
$$\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}$$

6. (a) If (যদি) 3

$${}^{n+1}P_3 = 10 \times {}^{n-1}P_2$$

find the value of n.

n অৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find n if 1

n অৰ মান উলিওৱা যদি

$$^{n}C_{8} = {}^{n}C_{12}$$

(c) Find the number of diagonals of a regular hexagon. 2

এটা সুষম ষড়ভুজৰ কৰ্ণৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) Find the value of 1

মান উলিওৱা

$$\sin^2 25^\circ + \sin^2 65^\circ - \cot^2 45^\circ$$

(b) If A, B are two acute angles, prove that 5

A, B দুটা সূক্ষ্মকোণ হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

(c) Show that 2

দেখুওৱা যে

$$\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$$

(d) Prove that 3

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\sin(B-C)}{\sin B \sin C} + \frac{\sin(C-A)}{\sin C \sin A} + \frac{\sin(A-B)}{\sin A \sin B} = 0$$

(e) If (যদি)

$$A + B = \frac{\pi}{4},$$

find the values of (মান উলিওৱা)

(i) $(1+\tan A)(1+\tan B)$

(ii) $(\cot A - 1)(\cot B - 1)$ 2+2=4

8. *(a)* Let two circles with diameters AC and AD intersect at A and B. Show that the points C, B, D are not concyclic. 3

AC আৰু AD ব্যাসযুক্ত বৃত্ত দুটাই A আৰু B বিন্দুত ছেদ কৰে। দেখুওৱা যে C, B, D বিন্দু তিনিটা চক্ৰীয় নহয়।

(b) Prove that the angles made by a tangent to a circle with a chord drawn from the point of contact are respectively equal to the angles in the alternate segments of the circle. 5

প্ৰমাণ কৰা যে বৃত্তৰ স্পৰ্শকে স্পৰ্শবিন্দুগামী জ্যাৰ লগত কৰা কোণ সেই কোণৰ একান্তৰ বৃত্তাংশত জ্যাডালে কৰা যিকোনো কোণৰ সমান।

(c) Two circles touch internally at the point P. A chord AB of the larger circle cuts the smaller circle at the points C and D. Prove that $\angle CPA = \angle DPB$. 3

দুটা বৃত্তই P বিন্দুত অন্তঃভাবে স্পৰ্শ কৰে। ডাঙৰ বৃত্তটোৰ জ্যা ABয়ে সৰু বৃত্তটোক C আৰু D বিন্দুত কাটে। প্ৰমাণ কৰা যে $\angle CPA = \angle DPB$.

(d) Prove that the internal bisector of an angle of a triangle divides the opposite side internally in the ratio of the other two sides. 4

প্ৰমাণ কৰা যে ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ অন্তঃসমদ্বিখণ্ডকে বিপৰীত বাহুক আন দুটা বাহুৰ অনুপাতত অন্তৰ্বিভক্ত কৰে।

9. *(a)* Express the equation of the line $12x-5y=13$ in

(i) intercept form,

(ii) normal form. 1+1=2

$12x-5y=13$ ৰেখাৰ সমীকৰণটোক

i) ছেদাংশ আকাৰত,

(ii) অভিলম্ব আকাৰত

প্ৰকাশ কৰা।

(b) Write down the equation of the line passing through the point (–4, 3) and parallel to the x-axis. 1

(–4, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু x-অক্ষৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ সমীকৰণ লিখা।

(c) The equations of the sides of a rectangle are $x=1$, $x=5$, $y=1$, $y=6$. Find the equations of the diagonals. 4

এটা আয়তৰ বাহুবোৰৰ সমীকৰণ হ'ল $x=1$, $x=5$, $y=1$, $y=6$. কৰ্ণদুডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Find the value of K such that the lines $2x+Ky+7=0$ and $3x-y+5=0$ are parallel. 1

$2x+Ky+7=0$ আৰু $3x-y+5=0$ ৰেখাদুডাল সমান্তৰাল হ'লে K ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Show that the lines $x-2y+3=0$ and $2x+y+5=0$ are perpendicular to each other. Find the angles of the triangle whose sides are given by the equations $x-2y+3=0$, $2x+y+5=0$, $y=3x+2$. 4

দেখুওৱা যে $x-2y+3=0$ আৰু $2x+y+5=0$ ৰেখাদুডাল পৰস্পৰ লম্ব। এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ সমীকৰণ $x-2y+3=0$, $2x+y+5=0$, $y=3x+2$ হ'লে, ত্ৰিভুজটোৰ কোণ তিনিটা উলিওৱা।

10. (a) The marks obtained by a student in different subjects in an examination are given below :

76, 77, 69, 85, 68, 82

What is the range of marks ? 1

এজন ছাত্ৰই এটা পৰীক্ষাৰ বিভিন্ন বিষয়ত পোৱা নম্বৰ এনে ধৰণৰ :

76, 77, 69, 85, 68, 82

নম্বৰৰ প্ৰসাৰ কিমান?

(b) Find the mean deviation from the mean of the following distribution : 3

নিম্নলিখিত বিভাজনটোৰ মাধ্যৰ পৰা গড় বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

10, 17, 20, 13, 27, 30, 25, 23, 7, 12

(c) Heights of 100 students are given as follows :

Height *(in cm)*	149	151	156	160	162	163	170	173	174
Number of students	2	1	14	25	29	12	10	4	3

Find the variance and the standard deviation of the above distribution. 5+1

100 জন ছাত্ৰৰ উচ্চতা তলত দিয়া ধৰণে দিয়া আছে :

উচ্চতা *(ছেমিত)*	149	151	156	160	162	163	170	173	174
ছাত্ৰৰ সংখ্যা	2	1	14	25	29	12	10	4	3

বিভাজনটোৰ প্ৰসৰণ আৰু প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা।

———×———

ADVANCED MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

(OLD COURSE)

For unsuccessful Old Course Private candidates of HSLC/AHM Examination 2012 and earlier.

2012 বৰ্ষ আৰু তাৰ আগৰ বৰ্ষৰ HSLC/AHM পৰীক্ষাত অকৃতকাৰ্য হোৱা প্ৰাইভেট পৰীক্ষাৰ্থীৰ বাবে।

1. (a) Let A, B be two sets. Prove that $(A \cup B)' = A' \cap B'$,

where A' denotes the complement of A. 2

ধৰা হ'ল A, B দুটা সংহতি। প্ৰমাণ কৰা যে $(A \cup B)' = A' \cap B'$,

য'ত A' এ A ৰ পূৰক সংহতি বুজাইছে।

(b) If (যদি) $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 5\}$, $C = \{5, 9\}$ find (উলিওৱা)

(i) $A \times (B \cup C)$,

(ii) $(A \times B) \cap (B \times C)$ 1+1=2

(c) Let A, B be two finite sets. Prove that

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B),$$

where $n(A)$ denotes the number of elements in A.

Write down the extension of this result for three finite sets, A, B and C. 3+1=4

A, B দুটা সসীম সংহতি। প্ৰমাণ কৰা যে

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

য'ত $n(A)$ এ A ৰ মৌলৰ সংখ্যা বুজাইছে।

তিনিটা সসীম সংহতি A, B, C ৰ বাবে এই ফলটোৰ প্ৰসাৰণটো লিখা।

2. (a) Solve 2+3=5

সমাধান কৰা

(i) $\sqrt{3x+4}-\sqrt{x-3}=3$

(ii) $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x-3}=0$

(b) If a, b, c are rational and $a+b+c=0$, show that the roots of the equation $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$, are rational. 3

যদি a, b, c পৰিমেয় আৰু $a+b+c=0$, দেখুওৱা যে $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ সমীকৰণৰ মূল দুটা পৰিমেয়।

3. (a) Write $5-\sqrt{-3}$ in the form $a+ib$ and express it as an ordered pair. 1

$5-\sqrt{-3}$ ক $a+ib$ আকাৰত লিখা আৰু ইয়াক এটা ক্ৰমিত যোৰ হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

(b) Find the modulus of the following complex number 2

তলৰ জটিল সংখ্যাটোৰ মাপাংক উলিওৱা

$$\frac{5+12i}{4-3i}$$

(c) Find the smallest positive integral value of n for which

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n=1.$$

3

n অৰ কি ক্ষুদ্ৰতম ধনাত্মক অখণ্ড মানৰ বাবে

$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n=1$$ হ'ব?

(d) Find the square roots of 3

বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা

$-8i$

(e) If z is a complex number and $\bar{z}$ denotes its conjugate, prove that

(i) z is real if $z = \bar{z}$,

(ii) z is purely imaginary if $z = -\bar{z}$

(iii) $z + \bar{z}$ is real. 1+1+1=3

যদি z এটা জটিল সংখ্যা আৰু $\bar{z}$ এ ইয়াৰ সংযুগ্ম বুজায়, প্ৰমাণ কৰা যে

(i) z বাস্তৱ যদি $z = \bar{z}$,

(ii) z সম্পূৰ্ণ কাল্পনিক যদি $z = -\bar{z}$

(iii) $z + \bar{z}$ বাস্তৱ।

(f) If যদি

$$(\alpha + i\beta)^2 = x + iy,$$

prove that প্ৰমাণ কৰা যে

$$\left(\alpha^2 + \beta^2\right)^2 = x^2 + y^2,$$

α, β, x, y are reals. 3

α, β, x, y বাস্তৱ।

4. (a) Write down the value of 1

মান লিখা

$$log_{\sqrt{3}} 3$$

(b) Prove that 2

প্ৰমাণ কৰা যে,

$$\frac{1}{log_a abc} + \frac{1}{log_b abc} + \frac{1}{log_c abc} = 1$$

(c) If $log_{10} 3 = 0 \cdot 4771$, find the number of digits in 3^{12}. 2

যদি $log_{10} 3 = 0 \cdot 4771$, তেন্তে 3^{12} সংখ্যাটোত কিমানটা অংক আছে নির্ণয় কৰা।

(d) Prove that 2

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{1}{4} < log_{10} 2 < \frac{1}{3}$$

5. (a) Solve 4

সমাধান কৰা :

$$x+y=10 \;;\quad \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2}$$

(b) The perimeter of a right angled triangle is 30 *cm* and the measure of its hypotenuse is 13*cm*. Find the measures of the other two sides. 4

এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ পৰিসীমা 30 *ছেমি.* আৰু অতিভুজৰ মাপ 13 *ছেমি.*। বাকী বাহু দুটাৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।

6. (a) Find the value of 1

মান উলিওৱা

$$sin^2 20° + sin^2 70° - tan^2 45°$$

(b) If *A, B* are two acute angles, prove that 5

A, B দুটা সূক্ষ্ম কোণ হ'লে, প্ৰমাণ কৰা যে

$$cos\,(A+B) = cos\,A\,cos\,B - sin\,A\,sin\,B$$

(c) Show that 2

দেখুওৱা যে

$tan\,15° = 2-\sqrt{3}$

(d) Prove that 3

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{sin\,(B-C)}{sin\,B\,sin\,C}+\frac{sin\,(C-A)}{sin\,C\,sin\,A}+\frac{sin\,(A-B)}{sin\,A\,sin\,B}=0$$

(e) If যদি

$A+B=\frac{\pi}{4}$

Find the values of

মান উলিওৱা

(i) $(1+tan\,A)(1+tan\,B)$

(ii) $(cot\,A-1)(cot\,B-1)$ 2+2=4

7. (a) The radii of two concentric circles are 13*cm* and 5*cm* respectively. A chord of the larger circle touches the smaller circle at the point P. Find the length of the chord. 3

দুটা ঐককেন্দ্ৰিক বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ ক্ৰমে 13*cm* আৰু 5*cm*। ডাঙৰ বৃত্তটোৰ এডাল জ্যাই সৰু বৃত্তটোক P বিন্দুত স্পৰ্শ কৰে। জ্যাডালৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।

(b) Prove that the angles made by a tangent to a circle with a chord drawn from the point of contact are respectively equal to the angles in the alternate segments of the circle. 5

প্ৰমাণ কৰা যে বৃত্তৰ স্পৰ্শকে স্পৰ্শবিন্দুগামী জ্যাৰ লগত কৰা কোণ সেই কোণৰ একান্তৰ বৃত্তাংশত জ্যাডালে কৰা যিকোনো কোণৰ সমান।

(c) Prove that the internal bisector of an angle of a triangle divides the opposite side internally in the ratio of the other two sides. 4

প্ৰমাণ কৰা যে ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ অন্তঃসমদ্বিখণ্ডকে বিপৰীত বাহুক আন দুটা বাহুৰ অনুপাতত অন্তৰ্বিভক্ত কৰে।

(d) Let O be an interior point of the triangle ABC. Let the internal bisectors of the angles $\angle AOB$, $\angle BOC$ and $\angle COA$ meet the sides AB, BC and CA at D, E, F respectively.

Prove that

$AD.BE.CF = DB.EC.FA$ 3

ABC ত্ৰিভুজৰ ভিতৰত O এটা বিন্দু।

$\angle AOB$, $\angle BOC$ আৰু $\angle COA$ ৰ অন্তঃসমদ্বিখণ্ডকে AB, BC আৰু CA বাহুক ক্ৰমে D, E, F বিন্দুত কাটে। প্ৰমাণ কৰা যে $AD.BE.CF = DB.EC.FA$

8. (a) Express the equation of the line $12x-5y=13$ in

(i) intercept form,

(ii) normal form 1+1=2

$12x-5y=13$ ৰেখাৰ সমীকৰণটোক

(i) ছেদাংশ আকাৰত

(ii) অভিলম্ব আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

(b) The vertices of a triangle ABC are (3, 0), (0, 2), (5, 3). Find the equations of its sides. 3

ABC ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দুবোৰৰ স্থানাংক (3, 0), (0, 2), (5, 3)। ইয়াৰ বাহুবোৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Obtain the equation of a line in gradient form. 3

এডাল ৰেখাৰ প্ৰৱণতা আকাৰৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(*d*) The gradient of the line passing through the points (2p, 1) and (3, –p) is 2. Find the value of p. 1

(2p, 1) আৰু (3, –p) বিন্দুৰ মাজেদি যোৱা ৰেখাৰ প্ৰৱণতা 2, p ৰ মান উলিওৱা।

(*e*) Write down the equation of the line passing through the point (–4, 3) and parallel to the x-axis. 1

(–4, 3) বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু x-অক্ষৰ সমান্তৰাল ৰেখাডালৰ সমীকৰণ লিখা।

(*f*) A line cuts the x- and y-axes at the points A, B respectively. The intercept made by the line on the x-axis is a $(a > 0)$ and the intercept on the y-axis is b $(b > 0)$. If the length of AB is 5 units and the area the triangle OAB is 6 *sq.* units, find the equation of the line. 4

এডাল ৰেখাই x-অক্ষ আৰু y-অক্ষক ক্ৰমে A আৰু B বিন্দুত কাটে। ৰেখাডালে x-অক্ষত কৰা ছেদাংশ a $(a>0)$ আৰু y-অক্ষত কৰা ছেদাংশ b $(b > 0)$। AB ৰ দৈৰ্ঘ্য 5 একক আৰু OAB ত্ৰিভুজৰ কালি 6 বৰ্গ একক হ'লে, ৰেখাডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

9. (*a*) Find the mean of the first n odd natural numbers. 2

প্ৰথম n সংখ্যক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ মাধ্য নিৰ্ণয় কৰা।

(*b*) The mean of the following distribution is 58.5 *kg*

Weight (in *kg*)	50	55	60	x+12.5	70
Number of students	1	4	2	2	1

Find the value of x. 3

তলৰ বন্টনটোৰ মাধ্য 58.5 কেজি

ওজন (*কেজিত*)	50	55	60	x+12.5	70
ছাত্ৰৰ সংখ্যা	1	4	2	2	1

x অৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(c) The distribution of heights of 40 students of a class is as follows :

Height (in *cm*)	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169
Number of students	10	12	6	5	7

Find the median. 4

এটা শ্ৰেণীৰ 40 জন ছাত্ৰৰ উচ্চতাৰ বন্টন তলত দিয়া হল :

উচ্চতা *(ছেমিত)*	145-149	150-154	155-159	160-164	165-169
ছাত্ৰৰ সংখ্যা	10	12	6	5	7

মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Find the value of 1

মান নিৰ্ণয় কৰা

$$\sum_{r=1}^{6}(3r+2)$$

——×——