विषय : गणित

Set-A

सामान्य निर्देश : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

सामान्य निर्देश : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है।

निर्देश (अ) : प्रश्न क्रमांक 1 में 10 प्रश्न हैं तथा 10 अंक निर्धारित है। इस प्रश्न के दो उपखण्ड हैं। खण्ड-(अ) में 5 बहुविकल्पीय प्रश्न तथा खण्ड-(ब) में 5 रिक्त स्थानों की पूर्ति करना है। प्रत्येक प्रश्न के लिए 1 निर्धारित है।

खण्ड-(अ) सही उत्तर का चयन कर लिखिए :

(i) $\begin{vmatrix} 2+5i & 5 \\ 4 & 2-5i \end{vmatrix}$ का मान है :

(अ) 8 (ब) 5

(स) 0 (द) 9

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}$ हों, तो $A + B$ का मान है :

(अ) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 4 & -12 \end{bmatrix}$ (ब) $\begin{bmatrix} 4 & 13 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(स) $\begin{bmatrix} 4 & 13 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ (द) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$

(iii) $\frac{x}{a} + \frac{z}{c} = 1$ समतल किस अक्ष के समान्तर है ?

(अ) x-अक्ष (ब) y-अक्ष

(स) z-अक्ष (द) इनमें से कोई नहीं।

(iv) यदि $y = \tan(ax + b)$ हो, तो $\frac{dy}{dx} = ?$

(अ) $\cot(ax + b)$ (ब) $\sec^2(ax + b)$

(स) $a\sec^2(ax + b)$ (द) $-a\sec^2(ax + b)$

(v) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}dx$ का मान है :

(अ) $\log\left[x + \sqrt{x^2 + a^2}\right] + c$ (ब) $\log\left[x - \sqrt{x^2 + a^2}\right] + c$

(स) $\log\left[x + \sqrt{x^2 - a^2}\right] + c$ (द) $\log\left[x - \sqrt{x^2 - a^2}\right] + c$

1. **खण्ड-(ब)** रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए :

(i) यदि कोई घटना A, a प्रकार से घटित होती है तथा b प्रकार से घटित नहीं होती है, तो A के प्रतिकूल संयोगानुपात .... होगा।

(ii) यदि x और y दो स्वतंत्र चर हैं, तो इनके मध्य सहसम्बन्ध गुणांक का मान .... होगा।

(iii) यदि $x = \log_e y$ हो, तो $\frac{dx}{dy} =$ ....

(iv) गोला $\left|\vec{r} - \hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}\right| = 4$ के केन्द्र का निर्देशांक .... होगा।

(v) एक बिन्दु पर क्रियाशील दो बलों 12 N और 18 N का अधिकतम परिणमी बल .... होगा।

निर्देश (ब) : प्रश्न क्रमांक 2 से 9 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 2 अंक निर्धारित हैं।

2. $\frac{1}{x^2 - 4x + 3}$ को आंशिक भिन्न में व्यक्त कीजिए।

3. सिद्ध कीजिए कि

$$2\cos^{-1}\frac{4}{5} = \cos^{-1}\frac{7}{25}$$

4. $\int \frac{x}{1 + x^4}dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

5. सिद्ध कीजिए कि सदिश $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ तथा $3\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ समतलीय हैं।

6. बिन्दुओं (3, 4, – 7) तथा (1, – 1, 6) से होकर जाने वाली सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

7. ऐसेम्बलर क्या है ?

8. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = y(e^x - 1)$ को हल कीजिए।

9. बूलीय बीजगणित $[B, +, ., ']$ के किसी अवयव x के लिए सिद्ध कीजिए कि $x, x = x$.

निर्देश (स) : प्रश्न क्रमांक 10 से 15 तक अतिलघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न पर 3 अंक निर्धारित हैं।

10. सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{1}{2}\sin^{-1}x = \cot^{-1}\left(\frac{1 + \sqrt{1 - x^2}}{x}\right)$$

11. $5\hat{i} + \hat{k}$ से निरूपित बल बिन्दु $9\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ पर लगा हुआ है, बिन्दु $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ के परितः सदिश आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

12. अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$\cos^2 x\frac{dy}{dx} + y = 2$$

ts.com a

www.a2zsubjects.com

13. दो कथनों p और q के लिए सत्यता सारिणी से सिद्ध कीजिए कि

$$\sim(p \vee q) \equiv (\sim p) \wedge (\sim q)$$

14. एक कक्षा में 30% विद्यार्थी भौतिकी में, 25% गणित तथा 10% दोनों में फेल होते हैं। यदि एक छात्र सदृच्छया चुना जाता है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह–
    (i) गणित में फेल होता है, यदि भौतिकी में फेल है:
    (ii) भौतिकी में फेल होता है, जबकि वह गणित में फेल हो चुका है।

15. हाइब्रिड कम्प्यूटर पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखिए।

निर्देश (द) : प्रश्न क्रमांक 16 से 21 तक लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 4 अंक निर्धारित हैं।

16. उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो निर्देशांक समतलों को स्पर्श करता है तथा बिन्दु (1, 1, 2) से होकर गुजरता है।

अथवा

उस समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुएँ (1, 0, –1) और (3, 2, 2) से होकर जाता है तथा रेखा $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$ के समान्तर है।

17. दो बल 10 N और 15 N जो एक दूसरे से 60° पर झुके हैं। इन बलों का परिणामी और परिणामी की दिशा ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक व्यक्ति नदी को पार कर दूसरे किनारे पर ठीक सामने बिन्दु पर पहुँचना चाहता है। यदि वह अपनी नौका को धारा के वेग के दुगुने वेग से ले जा सके, तो ज्ञात कीजिए कि वह अपनी नौका को धारा से कितना कोण बनाते हुए रखे।

18. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 9 \end{bmatrix}$ हों, तो $(AB)^{-1}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A.(\text{Adj } A) = |A| I$.

19. निम्न समीकरणों को क्रेमर नियम से हल कीजिए :

$x + y = 3$
$y + z = 5$
$x + y + z = 6$

अथवा

सिद्ध कीजिए कि

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

20. यदि $y = \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x^2-1}$.

अथवा

यदि $y = e^{x+e^{x+e^{x+\ldots\infty}}}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{1-y}$.

21. वे अन्तराल ज्ञात कीजिए, जिनमें फलन $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$ वर्धमान या ह्रास है।

अथवा

एक गुब्बारे की त्रिज्या 10 सेमी./ सेकण्ड की दर से बढ़ रही है। जब गुब्बारे की त्रिज्या 15 सेमी. है, तो उसका सतही क्षेत्रफल किस दर से बढ़ रहा है ?

निर्देश (द): प्रश्न क्रमांक 22 से 25 तक दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आंतरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 5 अंक निर्धारित हैं।

22. दो बलों P और Q का परिणामी R है तथा उनके बीच कोण α है। यदि P को दुगुना कर दिया जाए, तो परिणामी R दुगुना हो जाता है। सिद्ध कीजिए कि

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{16P^2 - 9Q^2}{16P^2}\right)^{1/2}$$

अथवा

माना t वह समय है जब एक प्रक्षेप्य अपने पथ के बिन्दु p पर पहुँचता है तथा t' वह समय है जब वह p से धरातल पर पहुँचता है। सिद्ध कीजिए कि p की धरातल से ऊँचाई $\frac{1}{2}gtt'$ है।

23. यदि दो समाश्रयण रेखाएँ $x + 2y - 5 = 0$ और $2x + 3y - 8 = 0$ हैं, तो ज्ञात कीजिए–
    (i) x और y के माध्य;
    (ii) समाश्रयण गुणांक b_{yx} और b_{xy} ;
    (iii) $y = 4$ के संगत x का अनुमानित मान $x = 2$ के संगत y का अनुमानित मान।

अथवा

निम्न आँकड़ों से सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात कीजिए :

x	2	4	6	8	10
y	6	5	4	3	2

24. एक नदी की चौड़ाई 80 मीटर है। नदी के एक किनारे से x दूरी पर गहराई d को निम्नलिखित सारणी में दर्शाया गया है :

x	0	10	20	30	40	50	60	70	80
y	0	4	8	9	12	15	16	11	6

सिम्पसन नियम की सहायता से नदी के अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का सन्निकट मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

एक वक्र बिन्दुओं (0, 0), (1, 2), (2, 7), (3, 11), (4, 5), (5, 3), (6, 2) से गुजरता है। वक्र द्वारा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समलम्ब चतुर्भुज नियम से ज्ञात कीजिए।

a2zsubjects.com

25. मान ज्ञात कीजिए $\int \frac{e^x(1+\sin x)}{(1+\cos x)} dx$.

अथवा

मान ज्ञात कीजिए $\int \sin^{-1}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

निर्देश (फ) :प्रश्न क्रमांक 26 एवं 27 दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न में आन्तरिक विकल्प है। प्रत्येक प्रश्न पर 6 अंक निर्धारित हैं।

26. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुएँ (0, – 1, –1), (4, 5, 1), (3, 9, [illegible]) तथा (– 4, 4 , 4) समतलीय हैं।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि रेखाएँ $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} - 3\hat{k})$ प्रतिच्छेद करती है। प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

27. सिद्ध कीजिए कि

$$\int_0^{\pi/4} \log_e(1+\tan x)dx = \frac{\pi}{8}\log_e 2$$

अथवा

वृत्त $x^2 + y^2 = a^2$ के अक्षों से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल समाकलन विधि से ज्ञात कीजिए।