9

பயன்பாட்டுப் புள்ளியியல்

வால்டர் ஆண்ட்ரிவ் ஷுவார்ட்

(மார்ச் 18, 1891-மார்ச் 11, 1967)

அறிமுகம்

அன்றாட வாழ்க்கையில் பல்வேறு துறைகளில் எடுக்கப்படும் நடவடிக்கைகளுக்குப் புள்ளியியல் கோட்பாடுகளைச் செயல்படுத்துவதற்கு பயன்பாட்டுப் புள்ளியியல் (Applied Statistics) பெரிதும் உதவுகிறது. தற்போது, ஒவ்வொரு துறையிலும் புள்ளியியலின் பயன்பாடானது தவிர்க்க இயலாத ஒன்றாகும். வணிக முடிவெடுத்தல், நிதி, வியாபாரம், பொருளாதாரம், சமூக அறிவியல், தொழில் மற்றும் விவசாயம் போன்ற துறைகளில் புள்ளியியல் கருத்தாக்கத்தின் பங்களிப்பு பெரிதும் செயல்படுத்தப்படுகிறது. ஒரு தொழிற்துறையில் தொடர்ச்சியாக மேற்கொள்ள வேண்டிய நடிவடிக்கைகள் அதாவது இன்றைய மற்றும் எதிர்கால சூழல் பற்றிய ஆய்வு செய்ய பயன்பாட்டுப் புள்ளியியல் ஒரு முக்கிய அம்சமாக திகழ்கிறது.

வால்டர் ஆண்ட்ரிவ் ஷுவார்ட் என்பவர் அமெரிக்க இயற்பியலாளர் பொறியாளர் மற்றும் புள்ளியியலாளர் ஆவர். புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாட்டின் தந்தை என அறியப்பட்டவர் மற்றும் ஸ்வார்ட் சுழற்சி கருத்தியலிலும் தொடர்பு கொண்டிருந்தார்.

காலம்சார் தொடர்வரிசை, குறியீட்டெண் மற்றும் புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு போன்ற புள்ளியியல் முறைகள் பற்றிய கோட்பாடு மற்றும் பயன்பாடு ஆகியவற்றை இந்த அத்தியாயத்தில் நாம் படிப்போம். அவை ஒவ்வொன்றும் அதன் துறை சார்ந்த பயன்பாட்டில் முக்கியத்துவத்தைக் கொண்டுள்ளன. புள்ளியியலின் பகுப்பாய்வானது அறிவியல் ஆராய்ச்சி, கணக்கெடுப்பு மற்றும் சோதனைகள் என பலவகைகளில் பரவலாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது. புள்ளியியல் பகுப்பாய்வு விளக்கத்தின் நம்பகத் தன்மையானது, சேகரிக்கபட்ட தகவல் மற்றும் அவற்றை முன்னிலைப் படுத்தும் செயலைப் பொறுத்தே அமைகிறது.

கற்றல் நோக்கங்கள்

மாணவர்கள் இந்த அத்தியாத்தை கற்ற பிறகு கீழ்க்கண்ட பாடப்பகுதிகளை புரிந்து கொள்ள இயலும்.

- காலம்சார் தொடர் வரிசை புள்ளி விவரங்கள்
- காலம்சார் தொடர் வரிசையின் கூறுகள்
- நகரும் சராசரிகள் முறை
- பருவகால மாறுபாடு
- குறியீட்டெண்கள்
- நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்கள்

DAGU6N

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 211 3/5/2020 1:06:05 PM

- சீரான குறியீட்டு எண்களுக்கான சோதனைகள்
- புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு
- மாறுபாடுகளுக்கான காரணங்கள்
- செயல்முறை கட்டுப்பாடு மற்றும் உற்பத்தி கட்டுப்பாடு,

9.1 காலம்சார் தொடர் வரிசை பகுப்பாய்வு (Time Series Analysis)

காலம்சார் தொடர் வரிசையின் பகுப்பாய்வு என்பது ஒரு கால கட்டத்தில் சேகரிக்கப்பட்ட விவரங்களின் வடிவங்களைத் தீர்மானிக்க பயன் படுத்தப்படும் ஒரு புள்ளியியல் முறை ஆகும். கடந்தகால மற்றும் தற்போது நடந்துள்ள மாற்றங்களைக் கவனிக்கவும், புரிந்துகொள்ளவும் கடந்தகால விவரங்களை பற்றி நாம் ஒவ்வொரும் அறிந்திருக்க வேண்டும். காலம்சார் தொடரின் ஒரு குறிப்பிட்ட காலப் பகுதியில் எந்தவொரு குறிப்பிட்ட அம்சத்தின் வழக்கமான அல்லது ஒழுங்கற்ற நிகழ்வையும் அடையாளம் காணமுடியும். பெரும்பாலான காலம்சார் தொடர் புள்ளி விவரங்கள், பொருளாதாரம், வணிகம், வாணிபம் போன்ற துறைகளுடன் தொடர்புடையது. உதாரணமாக, ஒரு பொருளின் உற்பத்தி, பொருளின் விலை, விற்பனை, ஒரு நாட்டின் வருமானம், ஒரு தனிநபர் வருமானம் போன்றவைகள் ஆகும். காலம்சார் தொடர் வரிசையின் புள்ளி விவரங்களைக் கூர்ந்து கண்காணிப்பதன் மூலம், தொழில் மற்றும் பிறதுறைகளில் எதிர்கால நடவடிக்கைகளை முன்னெடுக்க மற்றும் திட்டமிடத் தீர்மானிக்கப் படுகிறது.

வரையறை 9.1

ஒரு காலம்சார் புள்ளி விவரங்கள் காலவரிசைப்படி வடிவமைக்கப்படுகிறது.
– காக்ஸ்டன் & கவ்வுடன்.

அளவிடக் கூடிய புள்ளி விவரங்களை அதன் நிகழ்வுகளின்படி வரிசைப்படுத்துவதின் முடிவில் கிடைக்க கூடிய தொடரானது காலம்சார் தொடர் வரிசை ஆகும். – வெஸ்ல் & வாலட்.

9.1.1 காலம்சார் தொடரின் பொருள், பயன்கள் மற்றும் அடிப்படைக் கூறுகள் (Meaning, Uses and Basic Components)

பொருள்:

ஒரு காலம்சார் தொடரானது கண்டறிந்த பதிவுகளின் தொகுப்பை காலவரிசையில் (ஏறுவரிசையில் அல்லது இறங்குவரிசையில்) உள்ளடக்கியதாகும். காலம்சார் வரிசையின் முக்கிய நோக்கமானது விவரங்களின் வேறுபாடு களைக் கண்டறிந்து வேறுபாடுகளை நீக்க முயற்சிப்பதற்கும், எதிர்கால மதிப்பீடுகளை மதிப்பிடு வதற்கும் மற்றும் அவற்றைக் கணிக்கவும் உதவுகிறது.

நாம் ஏன் காலம்சார் தொடரைக் கற்றுக் கொள்ளவேண்டும்?

- கடந்த கால நடவடிக்கைகளை பகுப்பாய்வு செய்வதற்கு.
- எதிர்கால அம்சங்களை கணிப்பதற்கும் மற்றும் திட்டமிடுவதற்கும் உதவுகிறது.
- நிகழ்கால செயல்பாடுகளை மதிப்பீடு செய்வதற்கு.

காலம்சார் தொடரானது ஒரு குறிப்பிட்ட கால வரைவுகளை மற்ற கால வரைவுகளுடன் ஒப்பிட்டு ஆய்வுகள் செய்ய உதவுகிறது.

எனவே காலம்சார் தொடர் வரிசையானது வணிகத்துறை, பொருளாதாரம், தொழிற்சாலை ஆகிய துறைகளின் காலம் தொடர்புடைய புள்ளி விவரங்களைப் படிப்பதற்கும் மற்றும் பகுப்பாய்வு செய்வதற்கும் நமக்கு உதவுகிறது.

காலம்சார் தொடரின் கூறுகள் (Components of Time Series)

ஒரு காலம்சார் தொடரில் நான்கு வகைக் கூறுகள் உள்ளன. அவை பின்வருமாறு;

(i) நீள் காலப்போக்கு

(ii) பருவகால மாறுபாடுகள்

(iii) சுழற்சி மாறுபாடுகள்

(iv) சீரற்ற மாறுபாடுகள்

(i) நீள் காலப்போக்கு (Secular Trend)

நீள் காலப்போக்கு என்பது ஒரு நீண்டகால இடைவெளியில் அதிகரிக்கும் அல்லது குறையும் அல்லது தேக்கமளிக்கும் ஒரு காலம்சார் தொடரின் பொதுவான போக்கு ஆகும். பொதுவாக, நாட்டின் மக்கள் தொகை, தொழிற்சாலைகளின் உற்பத்தி விற்பனை, பொருளின் விலை, தனி நபரின்

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 212 3/5/2020 1:06:05 PM

வருமானம் போன்றவைகள் அதிகரிக்கக் கூடியப்போக்கைக் கொண்டிருக்கும். மரணம், தொற்றுநோய், மின்னலை இயந்திரகருவிகள், நீர் ஆதாரங்கள், இறப்பு விகிதம் போன்றவற்றில் இப்போக்கானது ஒரு கீழ்நோக்குப் போக்காக காணப்படுகிறது. கொடுக்கப்பட்ட காலப்பகுதியில் ஏற்ற அல்லது இறக்கங்கள் ஒரே திசையில் இருக்க வேண்டும் என்பது அவசியமில்லை.

(ii) பருவகால மாறுபாடு (Seasonal Variations)

பருவகால வேறுபாடு என்பது ஒவ்வொரு பருவத்திலும் குறிப்பிட்டகால முறையில் மீண்டும் மீண்டும் உருவாகிறது. இந்த வேறுபாடுகள் ஒரு வருடத்திற்கும் குறைவான காலத்திற்குள் மீண்டும் மீண்டும் ஏற்படுகின்றன. இது குறிப்பிட்ட கால இடைவெளியில் அளவிடப்படுகிறது. பருவ காலவேறுபாடுகள் இயற்கை சக்திகள், சமூகபழக்கங்கள் மற்றும் மரபுகள் ஆகியவற்றால் பாதிக்கப்படலாம். இந்த மாறுபாடுகள் அதன் காரணிகளின் முடிவுகளாகும். இது சீராக மற்றும் வழக்கமாக அதிகரித்தும், வீழ்ச்சியுற்றும் காணப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, மழைக் காலங்களில் குடைகள் மற்றும் மழைக்குப் பயன்படுத்தப்படும் உடைகள் (Raincoat) விற்பனை, கோடைப் பருவத்தில் குளிர்பானங்களின் விற்பனை, தீபாவளிப் பண்டிகை நாள்களில் பட்டாசு விற்பனை, பண்டிகை காலங்களில் ஆடைகள் வாங்குதல், பொங்கல் திருநாள்களில் கரும்பு விற்பனை.

(iii) சுழற்சி மாறுபாடு (Cyclic Variations)

பொதுவாக, இந்த மாறுபாடுகள் சீரான காலம்சார் ஒழுங்கிற்கு அமையத் தேவையில்லை. அதாவது சுழற்சி மாறுபாடு சமமான இடைவெளி களுக்குப் பின்னர் அல்லது இதே போன்ற சரியான வடிவங்களை பின்பற்றாமல் இருக்கலாம். பொதுவாக ஒரு சுழற்சிகாலம் என்பது 7 முதல் 9 ஆண்டுகள் வரையிலானது. சுழற்சிக்கான காலப் பகுதியை ஆண்டுகளின் நிலைப்பாட்டில் கட்டாயப் படுத்த முடியாது.

எடுத்துக்காட்டாக, அரசு நிதிக் கொள்கைகளின் மாற்றங்கள், வட்டி விகிதங்களில் மாற்றங்கள் ஆகியவற்றிற்கான ஒவ்வொரு வர்த்தக சுழற்சியும் துவக்கம் – அபிவிருத்தி – வீழ்ச்சி – மீட்சி – பராமரிப்பு போன்றவைகளை பெற்றிருக்கும்.

(iv) சீரற்ற மாறுபாடு (Irregular Variations)

சீரற்ற மாறுபாடுகளுக்கு குறிப்பிட்ட வடிவமைப்பு கிடையாது மற்றும் இவற்றின் நிகழ்வுகளுக்கு வழக்கமான நேரத்திற்கான காலஅளவு என எதுவும் கிடையாது. இவை தற்செயலாக நிகழும் மாற்றங்கள் ஆகும். இவை முற்றிலும் ஒழுங்கற்ற, கணிக்க முடியாத குறுகிய கால மாறுபாடுகள் ஆகும். சிலசமயங்களில் அதன் நிகழ்வில் புதிய சுழற்சிகளையோ அல்லது மாறுபாடுகளின் மற்ற இயக்கங்களை அதிகரிக்கச் செய்வதாலேயே அதன் விளைவு மிகவும் தீவிர மாகிறது.

எடுத்துக்காட்டாக, வெள்ளம், போர்கள், பூகம்பங்கள், சுனாமி, வேலை நிறுத்தங்கள், கதவடைப்புகள் போன்றவைகள்.

காலம்சார் தொடருக்கான கணித வடிவமைப்பு (Mathematical Model for a Time Series)

காலம்சார் தொடரின் கூறுகளை பொதுவாக அதன் பயன்பாட்டுக்காக இரண்டு வகைகளாகப் பிரிக்கலாம். அவை (i) கூட்டு வடிவமைப்பு, (ii) பெருக்கல் வடிவமைப்பு.

(i) கூட்டு வடிவமைப்பு:

இந்த வடிவமைப்பானது காலம்சார் தொடரில் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்புகளின் நான்கு கூறுகளின் கூட்டுத்தொகை மதிப்பு ஆகும். அதாவது, $Y= T+S+C+I$

இங்கு Y = அசல் மதிப்பு,
T = போக்கு மதிப்பு (Trend Value)
S = பருவகால கூறு (Seasonal Component)
C = சுழற்சி கூறு (Cyclic Component)
I = சீரற்ற கூறு (Irregular Component)

கூட்டு வடிவமைப்பின் அனைத்து நான்கு கூறுகளும் சுதந்திரமாகச் செயல்படுகின்றன எனக்கருதலாம். மேலும், கூறுகளின் நடத்தை ஒரு கூட்டுத்தன்மையைக் குறிக்கிறது.

(ii) பெருக்கல் வடிவமைப்பு:

இந்த வடிவமைப்பானது, போக்குமதிப்புடன் (T) மற்ற மூன்று கூறுகளின் விகிதங்களைப் பெருக்குவதன் மூலம் கண்டறிந்த மதிப்பு ஆகும்.

$$Y = T \times S \times C \times I$$

இங்கு, Y = அசல் மதிப்பு
T = போக்கு கூறு
S = பருவக்கால கூறு
C = சுழற்சி கூறு
I = சீரற்ற கூறு

பல்வேறு காரண கூறுகள் இருக்க வேண்டும் என்பது அவசியமில்லை என இந்த வடிவமைப்பு அனுமானிக்கிறது. மற்றும் ஒன்று, மற்ற கூற்றினைப் பாதிக்கக் கூடியது. மேலும் கூறுகளின் செயல்பாடுகள் ஒரு பெருக்கல் தன்மையைக் குறிக்கிறது என்றும் அனுமானம் செய்யமுடியும்.

9.1.2 போக்கினை அளவிடுதல் (Measurements of Trend)

கீழ்க்காணும் முறைகளின் மூலம் நாம் போக்கு மதிப்பை அளவிட முடியும்.

(i) வரைபட முறை (Freehand or Graphic Method).

(ii) பகுதி சராசரி முறை (Method of Semi-Averages).

(iii) நகரும் சராசரி முறை (Method of Moving Averages).

(iv) மீச்சிறு வர்க்க முறை (Method of Least Squares).

(i) வரைபட முறை (Freehand or Graphic Method)

வரைபட முறையானது ஒரு போக்கினை மதிப்பிடுவதற்கு இலகுவான முறையாகும். இந்த முறையின் செயல்முறைகளை இங்கு காண்போம்.

செயல்முறைகள் (Procedure):

(a) வரைபடத்தின் மீது காலம்சார் தொடரின் புள்ளி விவரங்களைக் குறிக்கவும்.

(b) குறிக்கப்பட்ட அனைத்து புள்ளிகளுக்கும் மிகப் பொருத்தமான வளைவரையை வரையவும்.

(c) குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகளின் அடிப்படையிலான போக்குகளின் திசையை ஆராயவும்.

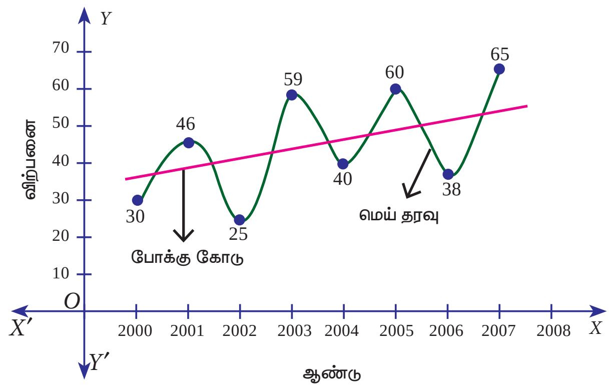
(d) அதிகபட்சமாக குறிக்கப்பட்ட புள்ளிகள் வழியே செல்லக்கூடிய ஒரு நேர்க்கோட்டை வரையவும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.1

கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களுக்கு வரைபட முறையின் போக்குக் கோட்டைப் பொருத்துக.

ஆண்டு	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
விற்பனை (டன்களில்)	30	46	25	59	40	60	38	65

தீர்வு:



படம் 9.1

குறிப்பு:

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களைக் கொண்டு எதிர்கால மதிப்புகளை முன்கணிப்பதற்கு வரைபட முறை மூலம் வரையப்பட்ட போக்கினை நீட்டிக்க முடியும். இருப்பினும், இந்த முறை சார்புடைய இயல்பில் உள்ளது. இந்த முறையில் பெறப்பட்ட கணிப்புகள் ஒருதலைபட்சமாகவும் மற்றும் புள்ளி விவர ஆய்வாளரின் தனிப்பட்ட முடிவினைச் சார்ந்துள்ளது.

(ii) பகுதிச் சராசரி முறை (Method of Semi-Averages)

பகுதிச் சராசரி முறையில் பகுதிச் சராசரிகள் கணக்கிடப்பட்டு போக்கு மதிப்புகள் கண்டுபிடிக்கப் படுகின்றது. இந்த முறையின் செயல் முறைகளைக் காண்போம்.

செயல்முறைகள்:

(i) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்கள் இரு சம பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட வேண்டும். புள்ளி விவரமானது ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையில் இருக்குமாயின் நடுவில் உள்ள ஆண்டுக்கான புள்ளி விவரத்தை நீக்குவதன் மூலம் எளிமையான இரண்டு சம பகுதியை உருவாக்கலாம்.

(ii) ஒவ்வொரு பகுதிக்கும் சராசரி கணக்கிடுவதன் மூலம் இரண்டு புள்ளிகளைப் பெறலாம்.

(iii) ஒவ்வொரு புள்ளியும் ஒவ்வொரு அரை பகுதியின் நடுப்புள்ளியாக (ஆண்டு) குறிக்கப்படுகிறது.

(iv) குறிக்கப்பட்ட இரு புள்ளிகளையும் ஒரு நேர்க்கோட்டைக் கொண்டு இணைக்கவும்.

(v) நேர்க்கோட்டை இரு பக்கங்களிலும் நீட்டிக்கலாம்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 214 3/5/2020 1:06:06 PM

(vi) பகுதிச் சராசரி முறையின் மூலம் பெறப்பட்ட நேர்க்கோடானது போக்குக் கோடு ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.2

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளிவிவரங்களைக் கொண்டு, பகுதிச் சராசரி முறையில் ஒரு போக்கு கோட்டை பொருத்துக.

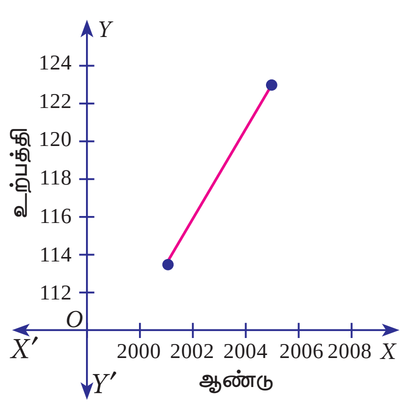
ஆண்டு	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
உற்பத்தி ('000)	105	115	120	100	110	125	135

தீர்வு:

ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை ஒற்றைப்படை (ஏழு) என்பதால், நாம் நடுவில் உள்ள ஆண்டு (2003) உற்பத்தியை விட்டு விடுவோம் பிறகு முதல் மூன்று ஆண்டுகளின் உற்பத்தி சராசரி மற்றும் கடைசி மூன்று ஆண்டுகளின் உற்பத்தி சராசரியைப் பெற வேண்டும்.

ஆண்டு	உற்பத்தி	சராசரி
2000	105	
2001	115	$\frac{105+115+120}{3}=113.33$
2002	120	
2003	100–ஐ விடுத்து	
2004	110	
2005	125	$\frac{110+125+135}{3}=123.33$
2006	135	

அட்டவணை 9.1



படம் 9.2

எடுத்துக்காட்டு 9.3

கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு பகுதிச் சராசரி முறையின் ஒரு போக்குக்கோட்டைப் பொருத்துக.

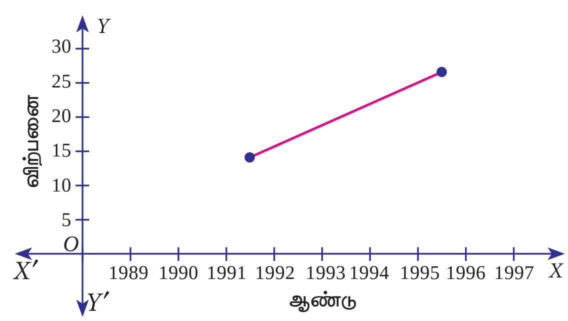
ஆண்டு	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
விற்பனை (டன்களில்)	15	11	20	10	15	25	35	30

தீர்வு:

ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை (எட்டு) என்பதால், கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை இரண்டு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கலாம் அதிலிருந்து முதல் நான்கு ஆண்டுகள் மற்றும் கடைசி நான்கு ஆண்டுகளின் விற்பனை சராசரியைப் பெறலாம்.

ஆண்டு	விற்பனை	சராசரி
1990	15	
1991	11	$\frac{15+11+20+10}{4}=14$
1992	20	
1993	10	
1994	15	
1995	25	
1996	35	$\frac{15+25+35+30}{4}=26.25$
1997	30	

அட்டவணை 9.2



படம்: 9.3

குறிப்பு:

(i) எதிர்கால மதிப்புகளைக் கணிக்க முடியும்.

(ii) இந்த முறை மூலம் போக்கு மதிப்பைப் பெறலாம். ஆனால் கணித்துப் பெறப்பட்ட மதிப்புகள் துல்லியமானவை அல்ல.

9.1.3 நகரும் சராசரி முறை (Method of Moving Averages)

நகரும் சராசரி முறையானது நியாயமான மற்றும் துல்லியமான போக்கு மதிப்புகள் வழங்கக் கூடியதாகும்.

செயல்முறைகள்:

(i) நகரும் சராசரிக்கான கால இடைவெளியைத் தீர்மானிக்கவும். (மூன்று ஆண்டு, நான்கு ஆண்டு)

(ii) ஒற்றைப்படை (மூன்று) ஆண்டுகளில் இருப்பின்,

$$\frac{a+b+c}{3}, \frac{b+c+d}{3}, \frac{c+d+e}{3}, \frac{d+e+f}{3}, \ldots$$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 215 3/5/2020 1:06:07 PM

இவற்றின் மூலம் கணக்கீட்டு சராசரியைப் பெற முடியும்.

(iii) நகரும் சராசரியானது ஒற்றைப்படை எண்ணாக இருந்தால், அதை மையப்படுத்து வதில் எந்த பிரச்சனையும் இல்லை, சராசரியாக ஒவ்வொரு மூன்று ஆண்டு களுக்கும் அதனுடைய இரண்டாம் ஆண்டில் மையமதிப்பு இருக்கும்.

(iv) இரட்டைப்படை (நான்கு) ஆண்டுகளில் இருப்பின்,

$$\frac{a+b+c+d}{4}, \frac{b+c+d+e}{4}, \frac{c+d+e+f}{4}, \frac{d+e+f+g}{4}, \ldots$$

(v) நகரும் சராசரியானது, இரட்டைப்படை எண்ணாக இருந்தால் முதல் நான்கு மதிப்புகளின் சராசரி இரண்டாம் மற்றும் மூன்றாம் ஆண்டுகளுக்கு இடையில் குறிப்பிட வேண்டும். அதே போல் இரண்டாவது நான்கு மதிப்புகளின் சராசரியானது 3வது மற்றும் 4வது ஆண்டுகளுக்கு இடையில் குறிக்கப்பட வேண்டும்.மேற்கண்ட இரண்டு சராசரிக்கும் மீண்டும் சராசரி கணக்கிட்டு 3வது ஆண்டுகளுக்கு எதிரே குறிப்பிடவும். மீதமுள்ள மதிப்புகளுக்கு மேற்கண்ட முறை போல் தொடர்ந்து கணக்கிடவும்.இம்முறைக்கு சராசரி மையப்படுத்துதல் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.4

ஒரு குறிப்பிட்ட கிராமத்தில் உள்ள மேல்நிலைப் பள்ளியில் பயிலும் மாணவர்களின் புள்ளி விவரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. இவற்றின் மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரியைக் காண்க.

ஆண்டு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
1995	332
1996	317
1997	357
1998	392
1999	402
2000	405
2001	410
2002	427
2003	435
2004	438

தீர்வு:

மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரியை கணக்கிடுதல்.

ஆண்டு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	மூன்று ஆண்டு நகரும் கூடுதல்	மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரி
1995	332	---	---
1996	317	1006	335.33
1997	357	1066	355.33
1998	392	1151	383.67
1999	402	1199	399.67
2000	405	1217	405.67
2001	410	1242	414.00
2002	427	1272	424.00
2003	435	1300	433.33
2004	438	---	---

அட்டவணை 9.3

எடுத்துக்காட்டு 9.5

ஒரு குறிப்பிட்ட நகரத்தில் உள்ள உயர்நிலைப்பள்ளியில் படிக்கும் மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை நான்கு வருடாந்திர நகரும் சராசரியைப் பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து கணக்கிடுக.

ஆண்டு	மாணவர்களின் எண்ணிக்கை
2001	124
2002	120
2003	135
2004	140
2005	145
2006	158
2007	162
2008	170
2009	175

தீர்வு:

நான்கு ஆண்டு நகரும் சராசரியை கணக்கிடுதல். (ஒற்றைப்படை ஆண்டு).

ஆண்டு	விற்பனை	4 ஆண்டு மைய கூட்டுத்தொகை	4 ஆண்டு நகரும் சராசரி	4 ஆண்டு மையப்படுத்தப்பட்ட நகரும் சராசரி
2001	124	--	--	--
2002	120	--	--	--
		519	129.75	
2003	135	--		132.37

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 216 3/5/2020 1:06:07 PM

		540	135.00	
2004	140	--		139.75
		578	144.50	
2005	145	--		147.87
		605	151.25	
2006	158	--		155.00
		635	158.75	
2007	162	--		162.50
		665	166.25	
2008	170	--	--	-
2009	175	--	--	-

அட்டவணை 9.4

குறிப்பு:

கணக்கிடப்பட்ட 4 ஆண்டு மைய நகரும் சராசரியானது குறிப்பிட்ட நிரலின் வருடத்திற்கு உள்ள மதிப்பாகும். உதாரணத்திற்கு 132.37 என்ற மதிப்பு 2003 ஆம் ஆண்டிற்கு உரியதாகும்.

9.1.4 மீச்சிறு வர்க்க முறை (Method of Least Squares)

ஒரு கோட்டிலிருந்து பல்வேறு புள்ளிகளின் விலக்கங்களின் கூட்டுத் தொகை பூஜ்ஜியமாக இருந்தால் அக்கோடானது, பொருத்தமான கோடு ஆகும். இம்முறையானது, போக்கு மதிப்பைக் காண்பதற்கான சிறந்த முறையாகும். காலம்சார் தொடர் வரிசைக்கான பொருத்தமான கோட்டை கணக்கிடுவதற்கான ஒரு வசதியான அடிப்படை முறையாகும். இங்கு கணித முறையில் போக்கை அளவிட முடியும் மேலும் பிற பொருத்துதல் வடிவமைப்பைவிட இந்த முறையில் மாறுபாடுகளின் வர்க்கங்களின் கூடுதல் மீச்சிறு மதிப்பாக இருக்கும். ஆகையால் இது மீச்சிறு வர்க்க முறை எனப் படுகிறது. அது கீழ்க்காணும் நிபந்தனைகளை பூர்த்தி செய்யும்.

(i) உண்மையான மதிப்பு Yக்கும் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு $\hat{Y}$ க்கும் உள்ள மாறுபாடுகளின் கூட்டுத்தொகை பூஜ்ஜியமாக இருக்கும். அதாவது, $\Sigma(Y-\hat{Y}) = 0$.

(ii) உண்மையான மதிப்பு Yக்கும் மதிப்பிடப்பட்ட மதிப்பு $\hat{Y}$ க்கும் கூடுதல் மீச்சிறு மதிப்பாக இருக்கும் அதாவது $\Sigma(Y-\hat{Y})^2$ என்பது மீச்சிறு மதிப்பு ஆகும்.

செயல்முறை:

(i) ஒரு நேர்க்கோட்டு போக்கானது $Y = a + bX$ ...(1) என்ற சமன்பாட்டின் மூலம் குறிப்பிடலாம்.

Y என்பது உண்மையான மதிப்பு, X என்பது காலம், a, b என்பது மாறிலிகள் ஆகும்.

(ii) கீழ்க்காணும் இயல்நிலை சமன்பாடுகள் மற்றும் கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரத்தில் உள்ள ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை n–ஐ கொண்டு தீர்ப்பதன் மூலம் மாறிலிகள் 'a' மற்றும் 'b' மதிப்பை காணலாம்.

$$\Sigma Y = n\,a + b\,\Sigma X \quad ...(2)$$

$$\Sigma XY = a\,\Sigma X + b\,\Sigma X^2 \quad ...(3)$$

'n' = மொத்த ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை.

(iii) மொத்த ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை (ΣX) கணக்கிட்டால் அம்மதிப்பு பூஜ்ஜியம் ஆகும். அதாவது $\Sigma X = 0$.

(iv) $\Sigma X = 0$, ஆக இருக்கும் போது, இரு இயல்நிலைச் சமன்பாடுகள் கீழ்க்கண்டவாறு உருமாற்றம் அடையும்.

$$\Sigma Y = n\,a + b\,(0) \quad ; \quad a = \frac{\sum Y}{n} = \overline{Y}$$

$$\Sigma XY = a(0) + b\,\Sigma X^2 \quad ; \quad b = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

மாறிலி 'a' என்பது Y இன் சராசரி மற்றும் 'b' என்பது மாறுவீதம் (சாய்வு) ஆகும்.

(v) போக்கு சமன்பாட்டில் 'a' மற்றும் 'b' இன் மதிப்புகளைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் பொருத்தமான கோட்டை பெற முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.6

ஒரு மாவட்டத்தில் கரும்பு உற்பத்தி தொடர்பான புள்ளி விவரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளது. மீச்சிறு வர்க்க முறை மூலம் நேர்க்கோட்டுப் போக்கினைப் பொருத்துக. மேலும் போக்கு மதிப்பை அட்டவணைப்படுத்துக.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 217 3/5/2020 1:06:08 PM

ஆண்டு	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
கரும்பு உற்பத்தி (டன்களில்)	40	45	46	42	47	50	46

தீர்வு:

மீச்சிறு வர்க்க முறை மூலம் போக்கு மதிப்புகளைப் கணக்கிடலாம். (ஒற்றைப்படை ஆண்டு).

ஆண்டு (x)	கரும்பு உற்பத்தி (Y)	$X=(x-2003)$	X^2	XY	போக்கு மதிப்புகள் (Yt)
2000	40	–3	9	–120	42.04
2001	45	–2	4	–90	43.07
2002	46	–1	1	–46	44.11
2003	42	0	0	0	45.14
2004	47	1	1	47	46.18
2005	50	2	4	100	47.22
2006	46	3	9	138	48.25
$N=7$	$\Sigma Y = 316$	$\Sigma X = 0$	$\Sigma X^2 = 28$	$\Sigma XY = 29$	$\Sigma Yt = 316$

அட்டவணை 9.5

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{316}{7} = 45.143\,;$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{29}{28} = 1.036$$

எனவே, தேவையான நேர்க்கோட்டுப் போக்குச் சமன்பாடானது,

$$Y = a + bX$$

$$Y = 45.143 + 1.036\,(x - 2003)$$

$X = 2000$, $Yt = 45.143 + 1.036(2000–2003) = 42.035$

$X = 2001$, $Yt = 45.143 + 1.036(2001–2003) = 43.071$, எனும் போக்கு மதிப்புக்களைப் பெற முடியும். இதே போல் மற்ற மதிப்புகளையும் பெற முடியும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.7

ஒரு மாவட்டத்தில் ஓர் உற்பத்திப் பொருளின் விற்பனையைப் பற்றிய புள்ளி விவரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மீச்சிறு வர்க்க முறை மூலம் நேர்க்கோட்டுப் போக்கினைப் பொருத்துக மேலும் போக்கு மதிப்பை அட்டவணைப்படுத்துக.

ஆண்டு	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
விற்பனை	6.7	5.3	4.3	6.1	5.6	7.9	5.8	6.1

தீர்வு:

போக்கு மதிப்பை மீச்சிறு வர்க்க முறையில் கணக்கிட்டுச் செய்யலாம். ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கை இரட்டைப்படையாக இருப்பதால், X-ஐக் கான பின்வரும் சூத்திரத்தை பயன்படுத்துவோம்.

$$X = \frac{x\text{–மத்திய இரண்டு வருடங்களுக்கான கூட்டு சராசரி}}{0.5}$$

ஆண்டு (x)	விற்பனை (Y)	$X = \frac{(x - 1998.5)}{0.5}$	XY	X^2	போக்கு மதிப்பு (Y_t)
1995	6.7	–7	–46.9	49	5.6167
1996	5.3	–5	–26.5	25	5.7190
1997	4.3	–3	–12.9	9	5.8214
1998	6.1	–1	–6.1	1	5.9238
1999	5.6	1	5.6	1	6.0262
2000	7.9	3	23.7	9	6.1286
2001	5.8	5	29.0	25	6.2310
2002	6.1	7	42.7	49	6.3333
$N=8$	47.8	$\Sigma X = 0$	8.6	168	

அட்டவணை 9.6

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{47.8}{8} = 5.975\,;$$

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X^2} = \frac{8.6}{168} = 0.05119$$

எனவே,

$$Y = a + bX \quad ; \quad Y = 5.975 + 0.05119\,X.$$

$$X = 1995,\ Y_t = 5.975 + 0.05119\left(\frac{1995 - 1998.5}{0.5}\right) = 5.6167$$

$$X = 1996,\ Y_t = 5.975 + 0.05119\left(\frac{1996 - 1998.5}{0.5}\right) = 5.7190$$

இதே போல் மற்ற மதிப்புகளைப் பெறலாம்.

குறிப்பு:

(i) இந்த முறையால் உருவாக்கப்பட்ட எதிர்கால முன்னறிவிப்பு, போக்குகளின் மதிப்புகளைச் சார்ந்தவை.

(ii) மற்ற முறைகளை விட இந்த முறையில் கணிக்க கூடிய மதிப்புகள் அதிக நம்பக மானவை ஆகும்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 218 3/5/2020 1:06:10 PM

9.1.5 பருவகால மாறுபாடுகளை அளவிடுவதற்கான முறைகள் (Methods of measuring Seasonal Variations By Simple Averages)

பருவகால மாறுபாடுகள் எளிய சராசரி முறையால் அளவிடப்பட முடியும். புள்ளி விவரங்களானது, வாரங்கள், காலாண்டுகள் போன்ற காலம் சார்ந்த நிலைகளில் கிடைக்கின்றன.

எளிய சராசரி முறை (Method of Simple Averages):

பருவகால மாறுபாடுகள் அறிவதற்கு இம்முறை எளிமையாக இருக்கும்.

இம்முறையின் செயல்முறைகள் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளன:

(i) கொடுக்கப்பட்ட புள்ளி விவரங்களை வாரங்கள், மாதங்கள், காலாண்டுகள் என்ற வரிசையில் அமைக்க வேண்டும்.

(ii) ஒவ்வொரு மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டுகளின் கூடுதலைக் காண வேண்டும்.

(iii) ஒவ்வொரு மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டு ஆகியவற்றிற்குச் சராசரி காண வேண்டும்.

(iv) சராசரிகளுக்கான சராசரி காண வேண்டும் இதனை மொத்த சராசரி (G) என அழைக்கலாம்.

(v) ஒவ்வொரு பருவத்திற்கும் பருவகாலக் குறியீட்டைக் கணக்கிடுக. மாதங்கள், காலாண்டுகள் அல்லது ஆண்டு கொடுக்கப்பட்டால்

$$\text{பருவகால குறியீடு (S.I)} = \frac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

(vi) புள்ளி விவரங்கள் மாதந்தோறும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

$$\text{பருவகால குறியீடு ஜனவரி (S.I)} = \frac{\text{மாத சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{பருவகால குறியீடு பிப்ரவரி (S.I)} = \frac{\text{மாத சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

இதே போல் மற்ற எல்லா மாதங்களுக்கும் பருவகால குறியீட்டெண்கள் கணக்கிட முடியும்.

(vii) புள்ளி விவரங்கள் காலாண்டுகளாக கொடுக்கப்பட்டால்,

முதல் காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{\text{முதல் காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

இரண்டாம் காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{\text{இரண்டாம் காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

மூன்றாம் காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{\text{மூன்றாம் காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

நான்காம் காலாண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{\text{நான்காம் காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

எடுத்துக்காட்டு 9.8

எளிய சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி ஒரு பொருளின் மாதாந்திர விற்பனைக்கு, பருவகால குறியீட்டைக் கணக்கிடுக.

மாதங்கள்	ஆண்டு		
	2001	2002	2003
ஜனவரி	15	20	18
பிப்ரவரி	41	21	16
மார்ச்	25	27	20
ஏப்ரல்	31	19	28
மே	29	17	24
ஜூன்	47	25	25
ஜூலை	41	29	30
ஆகஸ்ட்	19	31	34
செப்டம்பர்	35	35	30
அக்டோபர்	38	39	38
நவம்பர்	40	30	37
டிசம்பர்	30	44	39

தீர்வு:

எளிய சராசரியின் மூலம் பருவகால குறியீட்டை கணக்கிடுதல்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 219 3/5/2020 1:06:10 PM

மாதங்கள்	ஆண்டு			மாதாந்திர மொத்தம்	மாதாந்திர சராசரி
	2001	2002	2003		
ஜன	15	20	18	53	17.67
பிப்	41	21	16	78	26
மார்ச்	25	27	20	72	24
ஏப்	31	19	28	78	26
மே	29	17	24	70	23.33
ஜுன்	47	25	25	97	32.33
ஜுலை	41	29	30	100	33.33
ஆகஸ்	19	31	34	84	28
செப்	35	35	30	100	33.33
அக்	38	39	38	115	38.33
நவம்	40	30	37	107	35.67
டிசம்	30	44	39	113	37.67

அட்டவணை 9.7

$$\text{பருவகால குறியீடு (ஜனவரி)} = \frac{\text{மாத சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{355.66}{12} = 29.64$$

$$\text{பருவகால குறியீடு (ஜனவரி)} = \frac{17.67}{29.64} X100 = 59.62$$

$$\text{பருவகால குறியீடு (பிப்ரவரி)} = \frac{26}{29.64} X100 = 87.72$$

இதேபோல் மற்ற பருவகாலக் குறியீட்டு மதிப்புகள் பெறமுடியும்.

மாதங்கள்	பருவகால குறியீட்டு
ஜனவரி	59.62
பிப்ரவரி	87.72
மார்ச்	80.97
ஏப்ரல்	87.72
மே	78.71
ஜுன்	109.08
ஜுலை	112.45
ஆகஸ்ட்	94.47
செப்டம்பர்	112.45
அக்டோபர்	129.32
நவம்பர்	120.34
டிசம்பர்	127.09

எடுத்துக்காட்டு 9.9

எளிய சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி ஒரு பொருளின் உற்பத்தியின் காலாண்டு பருவகாலக் குறியீட்டை கணக்கிடுக.

ஆண்டு	I காலாண்டு	II காலாண்டு	III காலாண்டு	IV காலாண்டு
2005	255	351	425	400
2006	269	310	396	410
2007	291	332	358	395
2008	198	289	310	357
2009	200	290	331	359
2010	250	300	350	400

தீர்வு :

எளிய சராசரியின் மூலம் பருவகாலக் குறியீட்டை கணக்கிடுதல்.

ஆண்டு	I காலாண்டு	II காலாண்டு	III காலாண்டு	IV காலாண்டு
2005	255	351	425	400
2006	269	310	396	410
2007	291	332	358	395
2008	198	289	310	357
2009	200	290	331	359
2010	250	300	350	400
காலாண்டு கூடுதல்	1463	1872	2170	2321
காலாண்டு சராசரி	243.83	312	361.67	386.83

அட்டவணை 9.8

முதல் காலண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{\text{முதல் காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

$$\text{மொத்த சராசரி} = \frac{1304.333}{4} = 326.0833$$

முதல் காலண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{243.8333}{326.0833} \times 100 = 74.77$$

இரண்டாம் காலண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{312}{326.0833} \times 100 = 95.68$$

மூன்றாம் காலண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{361.6667}{326.0833} \times 100 = 110.91$$

நான்காம் காலண்டிற்கான பருவகால குறியீடு (S.I)

$$= \frac{386.833}{326.0833} \times 100 = 118.63$$

பயிற்சி 9.1

1. காலம்சார் தொடர் வரிசையை வரையறு.
2. காலம்சார் தொடர் வரிசையைக் கற்பதன் அவசியம் என்ன?
3. காலம்சார் தொடர் வரிசையின் பயன்பாட்டை குறிப்பிடுக.
4. காலம்சார் தொடர் வரிசையின் கூறுகளைக் குறிப்பிடுக.
5. நீள்காலப்போக்கு வரையறு.
6. பருவகால மாறுபாட்டின் மீது ஒரு சுருக்கமான குறிப்பு எழுதுக.
7. சூழல் மாறுபாடுகள் என்பதை விளக்குக.
8. ஒழுங்கற்ற மாறுபாடுகள் பற்றி விவாதிக்கவும்
9. பருவகால குறியீட்டை வரையறுக்க
10. ஒரு நேர்க்கோட்டைப் பொருத்தும் முறையை விளக்குக.
11. நேர்க்கோடு பொருத்துதலில் பயன்படுத்தப்படும் இரு இயல்நிலைச் சமன்பாடுகளை கூறுக.
12. போக்கினை அளவிடுவதற்கான வெவ்வெறு முறைகளை குறிப்பிடுக.
13. கீழ்க்கண்ட தொடருக்கு சராசரி பருவகாலப் போக்கைக் கணக்கிடுக.

வருடம்	காலாண்டு உற்பத்தி			
	I	II	III	IV
2002	3.5	3.8	3.7	3.5
2003	3.6	4.2	3.4	4.1
2004	3.4	3.9	3.7	4.2
2005	4.2	4.5	3.8	4.4
2006	3.9	4.4	4.2	4.6

14. எட்டு ஆண்டுகளுக்கான வர்த்தக சம்பந்தமான இலாபங்களுடன் தொடர்புடைய புள்ளி விவரங்கள் கீழ்க்கண்ட அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

ஆண்டுகள்	இலாபம் (₹)
1986	15,420
1987	15,470
1988	15,520
1989	21,020
1990	26,500
1991	31,950
1992	35,600
1993	34,900

மூன்று ஆண்டு காலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிடுக.

15. ஐந்து ஆண்டு காலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரிகளின் மூலம் பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கான உற்பத்தி போக்கு மதிப்புகளைக் கணக்கிடுக.

ஆண்டுகள்	உற்பத்தி(‘000)
1979	126
1980	123
1981	117
1982	128
1983	125
1984	124
1985	130
1986	114
1987	122
1988	129
1989	118
1990	123

16. தொழில்துறையில் 1985 மற்றும் 1991 இடைப்பட்ட ஆண்டுகளில் பதிவு செய்யப்பட்ட சிறுதொழில் நிறுவனங்களின் எண்ணிக்கை பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. போக்குக்கோட்டின் மீது இதன் வளர்ச்சியை வரைபட முறையில் காட்டுக.

ஆண்டுகள்	அலகுகளின் எண்ணிக்கை ('000)
1985	10
1986	22
1987	36
1988	62
1989	55
1990	40
1991	34
1992	50

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 221 3/5/2020 1:06:12 PM

17. ஒரு பொருளின் ஆண்டு உற்பத்தி கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது

ஆண்டுகள்	உற்பத்தி (‘000)
1995	155
1996	162
1997	171
1998	182
1999	158
2000	180
2001	178

மீச்சிறு வர்க்க முறையில் நேர்க்கோட்டுப் போக்கினை பொருத்துக.

18. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு பொருத்தமான நேர்க்கோட்டின் சமன்பாட்டைத் தீர்மானிக்க. மேலும், 2000–இலிருந்து 2004 வரை உள்ள எல்லா ஆண்டுகளுக்கும் போக்கு மதிப்பை கணக்கிடுக.

வருடம்	2000	2001	2002	2003	2004
விற்பனை (.’000)	35	36	79	80	40

19. ஒரு பொருளின் விலை (டன்னில்) ஜனவரி 2010 முதல் டிசம்பர் 2010 வரை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. புள்ளி விவரங்களுக்குப் பகுதி சராசரி முறையில் போக்குக் கோட்டைப் பொருத்துக:

2010 ஆம் ஆண்டில்	விற்பனை (டன்)
ஜனவரி	280
பிப்ரவரி	240
மார்ச்	270
ஏப்ரல்	300
மே	280
ஜுன்	290
ஜுலை	210
ஆகஸ்ட்	200
செப்டம்பர்	230
அக்டோபர்	200
நவம்பர்	230
டிசம்பர்	210

20. மாதாந்திர சராசரி முறையில் 2002, 2003 மற்றும் 2004 ஆண்டுகளுக்கான கீழ்க்காணும் பொருள்களின் உற்பத்தி புள்ளி விவரங் களுக்கு மாதாந்திர குறியீடுகளை காண்க.

2002	2003	2004
15	20	18
18	18	25
17	16	21
19	13	11
16	12	14
20	15	16
21	22	19
18	16	20
17	18	17
15	20	16
14	17	18
18	15	20

21. எளிய சராசரி முறையின் மூலம் கீழ்க்கண்ட புள்ளி விவரங்களுக்கு பருவகால குறியீடு களைக் காண்க:

வருடம்	I காலாண்டு	II காலாண்டு	III காலாண்டு	IV காலாண்டு
2008	72	68	62	76
2009	78	74	78	72
2010	74	70	72	76
2011	76	74	74	72
2012	72	72	76	68

22. ஒரு குறிப்பிட்ட நிறுவனத்தில் பணி புரியும் விற்பனையாளர்களின் எண்ணிக்கை கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப் பட்டுள்ளன.

ஆண்டு	1992	1993	1994	1995	1996
விற்பனையாளர்களின் எண்ணிக்கை	46	48	42	56	52

இப்புள்ளி விவரங்களுக்கு மீச்சிறு வர்க்க முறையில் ஒரு நேர்க்கோட்டைப் பொருத்துக மேலும் 1997 ஆம் ஆண்டில் விற்பனையாளர்களின் எண்ணிக்கையை மதிப்பிடுக.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 222 3/5/2020 1:06:12 PM

9.2 குறியீட்டு எண்கள் (Index Number)

அறிமுகம்:

குறியீட்டு எண்கள் என்பது பல்வேறு பொருள்களின் விலை, உற்பத்தி, விற்பனை, வாழ்க்கைச் செலவு ஆகியவற்றில் ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் ஏற்படும் மாற்றங்களைப் பிரதிபலிக்கும் குறிகாட்டிகளாகும். அவை மாறி அல்லது மாறிகளின் தொகுப்பில் ஏற்படும் மாற்றத்தை அதன் நேரம், புவியியல் அமைப்பு, வருமானம் மற்றும் தொழில் போன்ற பிற பண்புகளை ஒப்பிட்டுப் பார்த்து அளவிடும் புள்ளியியல் முறைகள் ஆகும்.

இம்மாறிகள் என்பது கீழ்க்கண்டவாறு இருக்கலாம்,

(i) ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளின் விலை. உதாரணமாக தங்கம், வெள்ளி, இரும்பு (அல்லது) பொருள்களின் தொகுப்பு. உதாரணமாக நுகர்வோர் பொருள்கள், வீட்டு உணவு பொருள்கள் போன்றவை.

(ii) ஏற்றுமதி மற்றும் இறக்குமதி பொருளின் அளவு, விவசாய மற்றும் தொழில்துறை உற்பத்தி.

(iii) ஒரு நாட்டின் தேசிய வருமானம், ஒரு குறிப்பிட்ட வருமான வரம்பில் உள்ள நபர்களின் வாழ்க்கைச் செலவு.

9.2.1 பொருள், வகைப்பாடு மற்றும் பயன்கள் (Meaning, Classifications and Uses)

நுகர்வோர் பொருள்களின் விலையில் ஏற்படும் பொதுவான மாற்றங்களை நாம் நேரிடையாக அளவிட முடியாது. ஏனெனில், நுகர்வோர் பொருள்களின் அளவுகள் வெவ்வேறு அலகுகளில் இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக அரிசி, கோதுமை மற்றும் சர்க்கரை ஆகிய பொருள்கள் கிலோகிராமிலும், பால், பெட்ரோல், எண்ணெய் ஆகிய பொருள்கள் லிட்டரிலும் மற்றும் ஆடைகள் மீட்டரிலும் அளவிடபடுகின்றன. மேலும் சில பொருள்களின் விலை மற்றும் அளவு இரண்டு காலக்கட்டங்களில் அதிகரிக்க அல்லது கணிசமாகக் குறைய வாய்ப்பு உண்டு. எனவே, குறியீட்டு எண்ணானது, ஒரு குறிப்பிட்ட கால கட்டத்தில் கொடுக்கப்பட்ட தொகுப்பிலுள்ள அனைத்துப் பொருட்களின் விலையையும் பிரதிபலிக்கும் ஓர் ஒற்றை எண்ணாகும்.

வரையறை 9.2

“ஒரு குறியீட்டு எண் என்பது துல்லியமான அளவுகளில் அளக்க முடியாத அல்லது வழக்கத்தில் நேரடி மதிப்பீடு செய்ய முடியாத எண் அளவிலான மாறுபாடுகளில் உள்ள வேறுபாடுகளை காண்பிக்க கூடிய ஒரு கருவியாகும்”.

– வெல்டன்

“ஒரு குறியீட்டு எண் என்பது தொடர் அமைப்பில் வரிசை படுத்தப்பட்ட ஒரு மாறியில் காணப்படும் ஏற்ற இறக்கங்களை காணும் புள்ளியியல் அளவிடுகளாகும் மேலும் அடிப்படை கால இடைவெளியை பயன்படுத்தி ஒப்பீடு செய்வதாகும். ”

– லாரன்ஸ் ஜெ கல்பன்

குறியீட்டு எண்களின்வகைப்பாடுகள்:

குறியீட்டு எண்களை பின்வருமாறு வகைப்படுத்த முடியும்,

(i) **விலைக் குறியீட்டு எண்** (Price Index Number)

சில்லறை அல்லது மொத்த விலையில் ஏற்படும் ஒரு குறிப்பிட்ட மாற்றத்தை அல்லது தொகுப்பு பொருள்களின் விலை குறியீட்டு எண்ணின் பொதுவான மாற்றங்களை அளவிடுவதற்கான குறியீடு ஆகும்.

(ii) **எண்ணளவு குறியீட்டு எண்** (Quantity Index Number)

ஒரு தொழிற்சாலையில் தயாரிக்கப்படும் பொருள்களின் அளவுகளில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடுவதற்கான குறியீடு ஆகும்.

(iii) **வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்** (Cost of living Index Number)

வெவ்வேறு வர்க்க மக்களின் வாழ்க்கைத் தர செலவில் விலை சார்ந்த மாற்றத்தின் விளைவுகளை அறிவதற்காக இவை உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

குறியீட்டு எண்ணின் பயன்கள்: (Uses of Index number)

(i) முடிவுகள் மற்றும் நிர்வாகக் கொள்கைகளை அமைப்பதற்கு இது ஒரு முக்கியமான கருவியாகும்.

(ii) இது போக்குகள் மற்றும் போக்கு அளவைகளை அறிய உதவுகிறது.

(iii) இது ஒரு பொருளாதாரத்தின் வீக்கம் மற்றும் பணவாட்டத்தைத் தீர்மானிக்கிறது

குறியீட்டுஎண் அமைக்கும் விதம்: (Construction of Index Number)

குறியீட்டு எண்ணின் கட்டுமானத்தில் இரண்டு வகைகள் உள்ளன.

(i) நிறையிடா குறியீட்டு எண் (Unweighted Index Number)

(ii) நிறையிட்ட குறியீட்டு எண் (Weighted Index Number)

இங்கு, நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்களை பற்றி மட்டும் நாம் படிப்போம்.

9.2.2 நிறையிட்ட குறியீட்டு எண் (Weighted Index Number)

பொதுவாக, அனைத்துப் பொருள்களுக்கும் சமமான முக்கியத்துவத்தை வழங்க முடியாது. எனவே, ஒவ்வொரு பொருளுக்கும் அதன் முக்கியத்துவத்தைப் பொருத்து நிறைகளை நம்மால் வழங்க முடியும். இந்த நிறையிலிருந்து கணக்கிடப்படும் குறியீட்டு எண், நிறையிட்ட குறியீட்டு எண் என்று அழைக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக உற்பத்தி, நுகர்வு மதிப்புகள் போன்றவை நிறைகள் ஆகும். 'w' என்பது ஒரு பொருளுக்கு இணைக்கப்பட்ட நிறை எனில், விலை குறியீட்டுஎண் பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது,

விலைகுறியீட்டு எண்: $P_{01} = \dfrac{\sum p_1 w}{\sum p_0 w} \times 100$ இங்கு,

p_1 - நடப்பு ஆண்டின்விலை

p_0 - அடிப்படைஆண்டின் விலை

q_1 - நடப்பு ஆண்டின்அளவு

q_0 - அடிப்படைஆண்டின் அளவு

'0' என்பது அடிப்படை ஆண்டையும் மற்றும் '1' என்பது நடப்பு ஆண்டையும் குறிக்கிறது.

லாஸ்பியர் விலைக் குறியீட்டு எண் (Laspeyre's price index number)

$$P_{01}^{L} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

பாசி விலைக் குறியீட்டு எண் (Paasche's price index number)

$$P_{01}^{P} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \times 100$$

ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண் (Fisher's price index number)

$$P_{01}^{F} = \sqrt{P_{01}^{L} \times P_{01}^{P}}$$

$$P_{01}^{F} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0 \times \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 \times \sum p_0 q_1}} \times 100$$

குறிப்பு:

(i) சரியான ஃபிஷர் விலை குறியீட்டு எண்ணைப் பெறுவதற்கு, $P_{01}^{F} = \sqrt{P_{01}^{L} \times P_{01}^{P}}$ -ஐ பயன்படுத்துவதற்குப் பதிலாக,சூத்திர முறையைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.

(ii) லாஸ்பியரின் விலை குறியீட்டு எண்ணில், அடிப்படை ஆண்டின் அளவைகள், நிறையாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

(iii) பாசியின் விலை குறியீட்டு எண்ணில், நடப்பு ஆண்டின் அளவைகள், நிறையாக பயன்படுத்தப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9.10

லாஸ்பியர், பாசி மற்றும் ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்களைக் கீழ்க்கண்ட தரவுகளுக்கு கண்டுபிடித்து மற்றும் அவற்றிக்கான கருத்து விளக்கம் தருக.

பொருள்கள்	விலை		அளவு	
	2000	2010	2000	2010
அரிசி	38	35	6	7
கோதுமை	12	18	7	10
வாடகை	10	15	10	15
எரிபொருள்	25	30	12	16
இதரசெலவுகள்	30	33	8	10

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 224 3/5/2020 1:06:14 PM

தீர்வு:

பொருள்கள்	விலை		அளவு		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
	2003 (p_0)	2009 (p_1)	2003 (q_0)	2009 (q_1)				
அரிசி	38	35	6	7	228	266	210	245
கோதுமை	12	18	7	10	84	120	126	180
வாடகை	10	15	10	15	100	150	150	225
எரிபொருள்	25	30	12	16	300	400	360	480
இதரசெலவுகள்	30	33	8	10	240	300	264	330
				மொத்தம்	**952**	**1236**	**1110**	**1460**

அட்டவணை 9.9

லாஸ்பியரின் விலைக் குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{L}=\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\times 100=\frac{1110}{952}\times 100=116.60$$

சராசரியாக, 2000 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடுகையில் 2010 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களின் விலை 16.60% அதிகரித்துள்ளது.

பாசியின் விலைக் குறியீட்டுஎண்

$$P_{01}^{P}=\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}\times 100=\frac{1460}{1236}\times 100=118.12$$

சராசரியாக, 2000 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடுகையில் 2010 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களின் விலை 18.12% அதிகரித்துள்ளது.

ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{F}=\sqrt{\frac{\sum p_1q_0\times\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0\times\sum p_0q_1}}\times 100=\sqrt{\frac{1110\times 1460}{952\times 1236}}\times 100=117.36$$

சராசரியாக, 2000 ஆம் ஆண்டுடன் ஒப்பிடுகையில் 2010 ஆம் ஆண்டில் பொருள்களின் விலை 17.36% அதிகரித்துள்ளது.

உங்களுக்கு தெரியுமா?

ஃபிஷர் விலை குறியீட்டு எண் என்பது லாஸ்பியர் மற்றும் பாசி விலை குறியீட்டு எண்களுக்கு இடையேயான பெருக்கு சராசரி ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 9.11

லாஸ்பியர், பாசி மற்றும் ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்களை உருவாக்கவும். மேலும் முடிவின் மீதான கருத்தினைத் தருக.

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
அரிசி	15	5	16	8
கோதுமை	10	6	18	9
வாடகை	8	7	15	8
எரிபொருள்	9	5	12	6
போக்குவரத்து	11	4	11	7
இதரசெலவுகள்	16	6	15	10

தீர்வு:

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
	விலை (p_0)	அளவு (p_0)	விலை	அளவு				
அரிசி	15	5	16	8	75	120	80	128
கோதுமை	10	6	18	9	60	90	108	162
வாடகை	8	7	15	8	56	64	105	120
எரிபொருள்	9	5	12	6	45	54	60	72
போக்குவரத்து	11	4	11	7	44	77	44	77
இதரசெலவுகள்	16	6	15	10	96	160	90	150
				Total	376	565	487	709

அட்டவணை 9.10

லாஸ்பியரின் விலைக் குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{L}=\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}\times 100=\frac{487}{376}\times 100=129.5212$$

பாசியின் விலைக்குறியீட்டுஎண்

$$P_{01}^{P}=\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}\times 100=\frac{709}{565}\times 100=125.4867$$

ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்

$$P_{01}^{F}=\left(\sqrt{\frac{\sum p_1q_0\times\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0\times\sum p_0q_1}}\right)\times 100$$

$$=\left(\sqrt{\frac{487\times 709}{376\times 565}}\right)\times 100=127.4879$$

லாஸ்பியர், பாசி, ஃபிஷரின் விலைக் குறியீட்டு எண்கள் அடிப்படை ஆண்டோடு நடப்பு ஆண்டை ஒப்பிடும்பொழுது பொருள்களின் விலையானது முறையே சராசரியாக, 29.52%, 25.48% மற்றும் 27.48% ஆக அதிகரித்துள்ளது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 225 3/5/2020 1:06:16 PM

9.2.3 குறியீட்டு எண்களின் (போதுமான தன்மை) சோதனை: (Test of adequacy for an Index Number)

குறியீட்டு எண்களானது ஏதேனும் இரண்டு ஆண்டுகளை ஒப்பிடும் போது, விலை மற்றும் அளவு ஆகியவற்றில் காணப்படும் மாற்றங்களை அறிந்து கொள்வதற்கு பயன்படுகின்றன. ஒரு குறியீட்டு எண்ணின் போதுமான தன்மையை சோதிப்பதற்கு இரண்டு சோதனைகள் உள்ளன. அவை பின்வருமாறு:

(i) காலமாற்றுச் சோதனை (Time Reversal Test)

(ii) காரணி மாற்றுச் சோதனை (Factor Reversal Test)

ஒரு சிறந்த குறியீட்டு எண்ணின் அளவுகோல் என்பது மேலே உள்ள இரண்டு சோதனைகளை நிறைவு செய்வது என்பதாகும்.

காலமாற்றுச் சோதனை (Time Reversal Test)

காலமாற்றுச் சோதனை என்பது ஒரு சிறந்த குறியீட்டு எண்ணின் நிலைத் தன்மையை சோதிக்கும் ஒரு முக்கியமான சோதனை ஆகும். இச்சோதனையானது நேரத்தின், நிலைத் தன்மையைப் பராமரிக்க முன்னோக்கிய மற்றும் பின்னோக்கிய காலத்தைப் பொறுத்து செயல்படும். (இங்கு நேரம் என்பது அடிப்படை ஆண்டு மற்றும் நடப்பு ஆண்டு ஆகியவற்றைக் குறிக்கிறது) இது, பின்வரும் தொடர்பினை நிறைவு செய்ய வேண்டும், $P_{01} \times P_{10} = 1$.

ஃபிஷரின் குறியீட்டு எண் சூத்திரம் மேலே உள்ள தொடர்பை பூர்த்தி செய்கிறது.

$$P_{01}^{F} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1}}$$

அடிப்படை ஆண்டு மற்றும் நடப்பு ஆண்டினைப் பரிமாற்றம் செய்யும் போது, நாம் பெறுவது

$$P_{10}^{F} = \sqrt{\frac{\sum p_0q_1 \times \sum p_0q_0}{\sum p_1q_1 \times \sum p_1q_0}}$$

$$P_{01}^{F} \times P_{10}^{F} = 1$$

குறிப்பு

ஒவ்வொரு குறியீட்டு எண்ணிலும் காரணி 100ஐப் புறக்கணியுங்கள்.

காரணி மாற்றுச் சோதனை (Factor Reversal Test)

காரணி மாற்றுச் சோதனை என்பது ஒரு சிறந்த குறியீட்டு எண்ணின் நிலைத்தன்மையை சோதிக்கும் மற்றொரு சோதனை ஆகும். உண்மை மதிப்பு விகிதமானது அடிப்படை ஆண்டு முதல் நடப்பு ஆண்டு வரை உள்ள விலை குறியீட்டு எண் மற்றும் எண் அளவு குறியீட்டு எண்ணின் பெருக்குத் தொகைக்கு சமம் ஆகும். அதாவது, நடப்புக்காலத்தின் மொத்த மதிப்பு மற்றும் அடிப்படை காலத்தின் மொத்த மதிப்பின் விகிதமாக, உண்மை மதிப்பு விகிதம் (true value ratio) கண்டறியப்படுகிறது. காரணி மாற்றுச் சோதனை பின்வருமாறு வழங்கப்படுகிறது,

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

இங்கே, $P_{01} = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1}}$

இப்போது, P க்கு பதிலாக Q வை பரிமாற்றம் செய்தால், நாம் பெறுவது

$$Q_{01} = \sqrt{\frac{\sum q_1p_0 \times \sum q_1p_1}{\sum q_0p_0 \times \sum q_0p_1}}$$

இங்கே, P_{01} விலை ஒப்பீட்டு மாற்றம் ஆகும்

Q_{01} அளவு ஒப்பீட்டு மாற்றம் ஆகும்.

ஃபிஷரின் விலை குறியீட்டு எண் காலமாற்றுச் சோதனை (TRT) மற்றும் காரணி மாற்றுச் சோதனை (FRT) ஆகிய இரண்டு சோதனைகளை நிறைவு செய்வதால் தனித்த குறியீட்டு எண் எனப்படுகிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9.12

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஃபிஷர்விலை குறியீட்டு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்கவும், மேலும் காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றை நிறைவு செய்வதை சரிபார்க்கவும்.

பொருள்கள்	விலை		அளவு	
	2003	2009	2003	2009
அரிசி	10	13	4	6
கோதுமை	15	18	7	8
வாடகை	25	29	5	9
எரிபொருள்	11	14	8	10
இதரசெலவுகள்	14	17	6	7

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 226 3/5/2020 1:06:18 PM

தீர்வு:

பொருள்கள்	விலை		அளவு		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
	2003 (p_0)	2009 (p_1)	2003 (q_0)	2009 (q_1)				
அரிசி	10	13	4	6	40	60	52	78
கோதுமை	15	18	7	8	105	120	126	144
வாடகை	25	29	5	9	125	225	145	261
எரிபொருள்	11	14	8	10	88	110	112	140
இதரசெலவுகள்	14	17	6	7	84	98	102	119
				மொத்தம்	442	613	537	742

அட்டவணை 9.11

ஃபிஷர்விலை குறியீட்டுஎண் (Fisher's price index number)

$$P_{01}^F = \left(\sqrt{\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1}}\right)\times 100 = \left(\sqrt{\frac{537\times 742}{442\times 613}}\right)\times\ 100 = 121.2684$$

காலமாற்றுச் சோதனை: $P_{01}\times P_{10} = 1$

$$P_{01}\times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_0q_0}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_1q_0}\right)}$$

$$P_{01}\times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{537\times 742\times 613\times 442}{442\times 613\times 742\times 537}\right)}$$

$$P_{01}\times P_{10} = 1$$

காரணி மாற்றுச் சோதனை

$$P_{01}\times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

$$P_{01}\times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum q_1p_0 \times \sum q_1p_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum q_0p_0 \times \sum q_0p_1}\right)}$$

$$P_{01}\times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{537\times 742\times 613\times 742}{442\times 613\times 442\times 537}\right)}$$

$$P_{01}\times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{742\times 742}{442\times 442}\right)} = \frac{742}{442}$$

$$\Rightarrow\ P_{01}\times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

எனவே, ஃபிஷர்விலைக் குறியீட்டு எண்ணானது காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9.13

பின்வரும் விவரங்களுக்கு ஃபிஷரின் விலை குறியீட்டு எண்ணை கண்டுபிடிக்கவும். மேலும் காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றை நிறைவு செய்வதைச் சரிபார்க்கவும்.

பொருள்கள்	அடிப்படைஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
அரிசி	10	5	11	6
கோதுமை	12	6	13	4
வாடகை	14	8	15	7
எரிபொருள்	16	9	17	8
போக்குவரத்து	18	7	19	5
இதரசெலவுகள்	20	4	21	3

தீர்வு:

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
	விலை (p_0)	அளவு (q_0)	விலை (p_1)	அளவு (q_1)				
அரிசி	10	5	11	6	50	60	55	66
கோதுமை	12	6	13	4	72	48	78	52
வாடகை	14	8	15	7	112	98	120	105
எரிபொருள்	16	9	17	8	144	128	153	136
போக்குவரத்து	18	7	19	5	126	90	133	95
இதரசெலவுகள்	20	4	21	3	80	60	84	63
				மொத்தம்	584	484	623	517

அட்டவணை 9.12

ஃபிஷர்விலைக் குறியீட்டுஎண்

$$P_{01}^F = \left(\sqrt{\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1}}\right)\times 100$$

$$= \left(\sqrt{\frac{623\times 517}{584\times 484}}\right)\times 100 = 106.74$$

காலமாற்றுச் சோதனை: $P_{01}\times P_{10} = 1$

$$P_{01}\times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_0q_0}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_1q_0}\right)}$$

$$P_{01}\times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{623\times 517\times 484\times 584}{584\times 484\times 517\times 623}\right)}$$

$$P_{01}\times P_{10} = 1$$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 227 3/5/2020 1:06:22 PM

காரணி மாற்றுச் சோதனை: $P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum q_1p_0 \times \sum q_1p_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum q_0p_0 \times \sum q_0p_1}\right)}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{623 \times 517 \times 484 \times 517}{584 \times 484 \times 584 \times 623}\right)}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{517 \times 517}{585 \times 584}\right)} = \frac{517}{584}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

எனவே, ஃபிஷர்விலை குறியீட்டு எண்ணானது காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு 9.14

பின்வரும் விவரங்களுக்கு, ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணைக் கட்டமைக்கவும் மேலும் அது காலமாற்றுச்சோதனை, காரணிமாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றைப் பூர்த்திசெய்யும் என நிரூபிக்கவும்.

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
அரிசி	40	5	48	4
கோதுமை	45	2	42	3
வாடகை	90	4	95	6
எரிபொருள்	85	3	80	2
போக்குவரத்து	50	5	65	8
இதரசெலவுகள்	65	1	72	3

தீர்வு:

பொருள்கள்	அடிப்படை ஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு		p_0q_0	p_0q_1	p_1q_0	p_1q_1
	விலை (p_0)	அளவு (q_0)	விலை (p_1)	அளவு (q_1)				
அரிசி	40	5	48	4	200	160	240	192
கோதுமை	45	2	42	3	90	135	84	126
வாடகை	90	4	95	6	360	540	380	570
எரிபொருள்	85	3	80	2	255	170	240	160
போக்குவரத்து	50	5	65	8	250	400	325	520
இதரசெலவுகள்	65	1	72	3	65	195	72	216
				மொத்தம்	1220	1600	1341	1784

அட்டவணை 9.13

ஃபிஷர்விலை குறியீட்டுஎண்

$$P_{01}^{F} = \left(\sqrt{\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1}}\right) \times 100$$

$$= \left(\sqrt{\frac{1341 \times 1784}{1220 \times 1600}}\right) \times 100 = 110.706$$

காலமாற்றுச் சோதனை: $P_{01} \times P_{10} = 1$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_0q_0}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum p_1q_1 \times \sum p_1q_0}\right)}$$

$$P_{01} \times P_{10} = \sqrt{\left(\frac{1341 \times 1784 \times 1600 \times 1220}{1220 \times 1600 \times 1784 \times 1341}\right)}$$

$$\Rightarrow P_{01} \times P_{10} = 1$$

காரணி மாற்றுச் சோதனை: $P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{\sum p_1q_0 \times \sum p_1q_1 \times \sum q_1p_0 \times \sum q_1p_1}{\sum p_0q_0 \times \sum p_0q_1 \times \sum q_0p_0 \times \sum q_0p_1}\right)}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{1341 \times 1784 \times 1600 \times 1784}{1220 \times 1600 \times 1220 \times 1341}\right)}$$

$$P_{01} \times Q_{01} = \sqrt{\left(\frac{1784 \times 1784}{1220 \times 1220}\right)} = \frac{1784}{1220}$$

$$\Rightarrow P_{01} \times Q_{01} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0}$$

எனவே, ஃபிஷர்விலைக் குறியீட்டு எண்ணானது காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியவற்றைப் பூர்த்திசெய்யும் என நிரூபிக்கப்பட்டுள்ளன.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 228 3/5/2020 1:06:26 PM

9.2.4 வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண் (Construction of Cost of Living Index Number)

அடிப்படை காலத்துடன் ஒப்பிடுகையில் தற்போதைய காலத்திற்கு நுகர்வோர்கள் மற்றும் சேவைகளின் விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களின் விளைவுகளை ஆய்வு செய்ய வாழ்க்கைத் தரகுறியீட்டு எண் கட்டமைக்கபட்டுள்ளது. ஏதேனும் இரண்டு காலத்திற்கு இடையே வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்ணின் மாற்றம் என்பது இரு காலங்களில் அதே வாழ்க்கைத் தரத்தை பராமரிக்க அவசியமான வருமான மாற்றமே ஆகும். எனவே வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண், அதே வாழ்க்கைத் தரத்தை பராமரிக்கக் கூடிய சராசரி வருமான அதிகரிப்பை அளவிடக் கூடியதாகும். மேலும், மக்களின் நுகர்வு பழக்கம் பரவலாக வேறுபடுகிறது. (பணக்காரர், ஏழை, நடுத்தர வர்க்கம்) மேலும் இடத்திற்கு இடம் வேறுபடுகிறது. விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களானது பல்வேறு வகைப்பட்ட மக்களை பாதிக்கிறது, இதன் விளைவாக பொது விலைக் குறியீட்டு எண்கள், வெவ்வேறு வர்க்க மக்களின் வாழ்க்கை செலவில் மாற்றங்களின் விளைவுகளை ஏதிரொலிக்கத் தவறுகிறது. எனவே, வாழ்க்கை தர குறியீட்டு எண் ஆனது பல்வேறு மக்கள் நுகரும் பொருள்களின் பொதுவான விலையில் ஏற்படும் மாற்றங்களை அளவிடப் பயன்படுகிறது.

நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டெண்ணானது வாழ்க்கைக் குறியீட்டு செலவு என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.

வாழ்க்கைத் தரகுறியீட்டு எண்ணின் பயன்கள் (Uses of Cost of Living Index Number)

(i) ஒரு குறிப்பிட்ட காலத்தில் பணியாளர்களின் ஊதியம் உண்மையாக அதிகரிக்கிறதா அல்லது வீழ்ச்சி அடைகிறதா என்பதை அறிய பயன்படுகிறது.

(ii) நிர்வாகமானது, தொழிலாளர்களின் ஊதியத்திற்கான அகவிலைப்படியை சீர்படுத்த அல்லது ஊக்கத்தொகை வழங்க பயன்படுகிறது.

வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்ணை அமைக்கும் முறைகள் (Methods of constructing Cost of Living Index Number)

பின்வரும் வழிமுறைகளால் வாழ்க்கைத் தரகுறியீட்டு எண்ணை அமைக்க முடியும்,

(i) மொத்த செலவு முறை அல்லது நிறையிட்ட மொத்தமுறை (Aggregate Expenditure Method (or) Weighted Aggregative Method).

(ii) குடும்ப வரவு செலவுத் திட்ட முறை (Family Budget Method)

மொத்த செலவுமுறை (Aggregate Expenditure Method)

மொத்த செலவு முறையானது வாழ்க்கைத் தரக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடப் பயன்படுத்தப் படும் மிகவும் பொதுவான முறை ஆகும். இம் முறையில் அடிப்படை ஆண்டின் அளவுகள் நிறைகளாக பயன்படுத்தப்படுகின்றன. அதற்கான சூத்திரம் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

வாழ்க்கைத் தரக்குறியீட்டு எண்:

$$\text{C L I} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$$

குறிப்பு:

வாழ்க்கைத் தரக்குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிட உதவும் சூத்திரமும், லாஸ்பியர் விலைக்குறியீட்டு எண் சூத்திரமும் ஒன்றே ஆகும்.

குடும்ப வரவு செலவுத் திட்ட முறை (Family Budget Method)

குடும்ப வரவு செலவு திட்ட முறையில், அடிப்படை ஆண்டின் விலைகள் மற்றும் அளவை பெருக்குவதன் மூலம் நிறைகள் கணக்கிடப்படுகின்றன. அதாவது $V = \sum p_0 q_0$ அதன் சூத்திரம் கீழே கொடுக்கப் பட்டுள்ளது.

$$\text{வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்} = \frac{\sum PV}{\sum V}$$

இங்கு தொடர்பு விலை: $P = \dfrac{p_1}{p_0} \times 100$

உருப்படியின் நிறை மதிப்பு: $V = \sum p_0 q_0$

குறிப்பு

குடும்ப வரவு செலவுத் திட்டமுறையானது தொடர்பு விலைகளின் நிறையிட்ட சராசரி முறைக்கு ஒப்பாகும்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 229 3/5/2020 1:06:27 PM

குறியீட்டு எண்களை எந்தச் சூழலில் பயன்படுத்தலாம்?

விலைகள் மற்றும் அளவுகள் கொடுக்கப்பட்டு இருந்தால், மொத்த செலவு முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

விலைகள் மற்றும் நிறைகள் கொடுக்கப்பட்டு இருந்தால், குடும்ப வரவு செலவுத்திட்ட முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 9.15

கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங்களுக்கு வாழ்க்கைத் தரக்குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	அளவு 2005	விலை 2005	விலை 2010
A	10	7	9
B	12	6	8
C	17	10	15
D	19	14	16
E	15	12	17

தீர்வு:

பொருள்கள்	அளவு 2005 (Q_0)	விலை 2005 (P_0)	விலை 2010 (P_1)	P_1Q_0	P_0Q_0
A	10	7	9	90	70
B	12	6	8	96	72
C	17	10	15	255	170
D	19	14	16	304	266
E	15	12	17	255	180
			மொத்தம்	1000	758

அட்டவணை 9.14

வாழ்க்கைத் தரக்குறியீட்டுஎண் $= \dfrac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

$= \dfrac{1000}{758} \times 100 = 131.926$

எடுத்துக்காட்டு 9.16

பின்வரும் விவரங்களுக்கு, 2010 அடிப்படை ஆண்டை பொறுத்து 2015 ஆம் ஆண்டிற்கான வாழ்க்கைக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	அலகுகள் எண்ணிக்கை (2010)	விலை (2010)	விலை (2015)
அரிசி	5	1500	1750
சர்க்கரை	3.5	1100	1200
பருப்பு	3	800	950
துணி	2	1200	1550
நெய்	0.75	550	700
வாடகை	12	2500	3000
எரிபொருள்	8	750	600
இதரசெலவுகள்	10	3200	3500

தீர்வு:

இங்கே, அடிப்படை ஆண்டு அளவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே மொத்த செலவு முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

பொருள்கள்	அலகுகள் எண்ணிக்கை (2010) q_0	விலை (2010) p_0	விலை (2015) p_1	p_0q_0	p_1q_0
அரிசி	5	1500	1750	7500	8750
சர்க்கரை	3.5	1100	1200	3850	4200
பருப்பு	3	800	950	2400	2850
துணி	2	1200	1550	2400	3100
நெய்	0.75	550	700	412.5	525
வாடகை	12	2500	3000	30000	36000
எரிபொருள்	8	750	600	6000	4800
இதரசெலவுகள்	10	3200	3500	32000	35000
			மொத்தம்	84562.5	95225

அட்டவணை 9.15

வாழ்க்கை குறியீட்டுஎண் $= \dfrac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

$= \dfrac{95225}{84562.5} \times 100 = 112.609$

எனவே, 2015 ஆம் ஆண்டை, 2010 ஆண்டு உடன் ஒப்பிடுகையில், வாழ்க்கை குறியீட்டுஎண் 12.609% அதிகரித்துள்ளது.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 230 3/5/2020 1:06:28 PM

எடுத்துக்காட்டு 9.17

பின்வரும் விவரங்களுக்கு, 2011 அடிப்படை ஆண்டைப் பொறுத்து 2016-ஆம் ஆண்டிற்கான நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டு எண் மூலம் வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	விலை		அளவு
	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு	
அரிசி	32	48	25
சர்க்கரை	25	42	10
எண்ணெய்	54	85	6
காப்பி	250	460	1
தேயிலை	175	275	2

தீர்வு:

இங்கே, அடிப்படை ஆண்டு அளவு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே மொத்த செலவு முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

பொருள்கள்	விலை		அளவு (q_0)	p_0q_0	p_1q_0
	அடிப்படை ஆண்டு (p_0)	நடப்பு ஆண்டு (p_1)			
அரிசி	32	48	25	800	1200
சர்க்கரை	25	42	10	250	420
எண்ணெய்	54	85	6	324	510
காப்பி	250	460	1	250	460
தேயிலை	175	275	2	350	550
			மொத்தம்	1974	3140

அட்டவணை 9.16

வாழ்க்கை குறியீட்டு எண் $= \dfrac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \times 100$

$= \dfrac{3140}{1974} \times 100 = 159.0679$

எனவே, 2016 ஆம் ஆண்டை, 2011 ஆண்டு உடன் ஒப்பிடுகையில், வாழ்க்கை குறியீட்டுஎண் 59.0679% அதிகரித்துள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 9.18

2007 ஆம் ஆண்டின்அடிப்படையில் 2011 ஆம் ஆண்டிற்கான வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணைக் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களுக்கு குடும்ப வரவு செலவு முறையைப் பயன்படுத்திக் கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	விலை		நிறைகள்
	2007	2011	
A	350	400	40
B	175	250	35
C	100	115	15
D	75	105	20
E	60	80	25

தீர்வு:

பொருள்கள்	விலை		நிறைகள் (V)	$P=\frac{P_1}{P_0}\times 100$	PV
	2007 (P_0)	2011 (P_1)			
A	350	400	40	114.286	4571.44
B	175	250	35	142.857	4999.995
C	100	115	15	115	1725
D	75	105	20	140	2800
E	60	80	25	133.333	3333.325
மொத்தம்			135		17429.76

அட்டவணை 9.17

வாழ்க்கை குறியீட்டு எண் $= \dfrac{\sum PV}{\sum V}$

$= \dfrac{17429.76}{135} = 129.1093$

எனவே, 2011–ஆம் ஆண்டை, 2007 ஆண்டு உடன் ஒப்பிடுகையில், வாழ்க்கை குறியீட்டு எண் 29.1093% அதிகரித்துள்ளது.

பயிற்சி 9.2

1. குறியீட்டு எண் என்பதை வரையறுக்க.
2. குறியீட்டு எண்ணின் பயன்பாட்டைக் விவரிக்க.
3. குறியீட்டு எண் வகைப்படுத்தலைக் குறிப்பிடவும்.
4. லாஸ்பியரின் விலை குறியீட்டு எண் என்பதை வரையறுக்க.
5. பாசியின் விலை குறியீட்டு எண்ணை விளக்கவும்.
6. ஃபிஷரின் விலை குறியீட்டு எண் பற்றி குறிப்பு எழுதுக.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 231 3/5/2020 1:06:29 PM

7. குறியீட்டு எண்ணின் போதுமான தன்மையை சோதிக்கும் சோதனைகளை எழுதுக.

8. காலமாற்றுச் சோதனை வரையறுக்க.

9. காரணி மாற்றுச் சோதனை விளக்கவும்.

10. உண்மை மதிப்பீட்டு விகிதத்தை வரையறுக்கவும்.

11. வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணை பற்றி விளக்குக..

12. குடும்ப வரவுசெலவுத் திட்ட முறை வரையறுக்க.

13. வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணின் பயன் பாட்டைக் எழுதுக.

14. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளி விவரங் களுக்குப் பொருத்தமான முறையில் விலைக் குறியீட்டு எண்ணை கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	2002		2012	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	10	20	16	10
B	12	34	18	42
C	15	30	20	26

15. 2005ஆம் ஆண்டிற்கு (i) லாஸ்பியரின் முறை (ii) பாசியின் முறை மூலம் விலைக் குறியீட்டு எண்களைக் கணக்கிக.

பொருள்கள்	1995		2005	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	5	60	15	70
B	4	20	8	35
C	3	15	6	20

16. 2010ஆம் ஆண்டிற்கு (i) லாஸ்பியர் (ii) பாசி (iii) ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்களை பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்குக் கணக்கிக.

பொருள்கள்	2002		2012	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	12	14	18	16
B	15	16	20	15
C	14	15	24	20
D	12	12	29	23

17. பின்வரும் விவரங்களுக்கு, ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணைக் கட்டமைக்கவும் மேலும் அது காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியன வற்றைப் பூர்த்தி செய்யும் என நிரூபிக்கவும்.

பொருள்கள்	யூனிட்ஒன்றுக்கு விலை (ரூ)		அலகுகளின் எண்ணிக்கை	
	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு	அடிப்படை ஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு
A	6	10	50	56
B	2	2	100	120
C	4	6	60	60
D	10	12	50	24
E	8	12	40	36

18. பின்வரும் விவரங்களுக்கு, ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணைக் கட்டமைக்கவும் மேலும் அது காலமாற்றுச் சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனை ஆகியன வற்றைப் பூர்த்தி செய்யும் என நிரூபிக்கவும்.

ஆண்டு	பொருள்: A		பொருள்: B		பொருள்: C	
	விலை (₹)	அளவு (கி.கி)	விலை (₹)	அளவு (கி.கி)	விலை (₹)	அளவு (கி.கி)
1996	5	10	8	6	6	3
1999	4	12	7	7	5	4

19. பின்வரும் விவரங்களுக்கு, ஃபிஷர் விலை குறியீட்டு எண்ணைக் கண்டுபிடிக்க. மேலும் அது கால மாற்றுச் சோதனையை பூர்த்தி செய்யும் என நிரூபிக்க.

பொருள்கள்	2016		2017	
	விலை (₹)	அளவு (கி.கி)	விலை (₹)	அளவு (கி.கி)
உணவு	40	12	65	14
எரிபொருள்	72	14	78	20
ஆடை	36	10	36	15
கோதுமை	20	6	42	4
மற்றவை	46	8	52	6

20. பின்வரும் குழு குறியீட்டு எண்கள் மற்றும் சராசரி தொழிலாளர் வர்க்க குடும்பத்தின் பட்ஜெட்டின் குழு நிறைகளுக்கான வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணை கட்டமைக்கவும்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 232 3/5/2020 1:06:30 PM

குழுக்கள்	உணவு	எரிபொருள்	ஆடை	வாடகை	இதர
குறியீட்டு எண்கள்	2450	1240	3250	3750	4190
எடை	48	20	12	15	10

21. குடும்ப வரவு செலவுத்திட்ட முறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் விவரங்களுக்கு 2012ஆம் ஆண்டை அடிப்படை ஆண்டாகக் கொண்டு 2015–க்கான வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணைக் கட்டமைக்கவும்.

பொருள்கள்	விலை		நிறைகள்
	2012	2015	
அரிசி	250	280	10
கோதுமை	70	85	5
சோளம்	150	170	6
எண்ணெய்	25	35	4
பருப்பு	85	90	3

22. மொத்த செலவுமுறையைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் விவரங்களுக்கு வாழ்க்கை குறியீட்டு எண்ணைக் கண்டுபிடி.

பொருள்கள்	நிறைகள் 2010	விலை (₹)	
		2010	2015
P	80	22	25
Q	30	30	45
R	25	42	50
S	40	25	35
T	50	36	52

9.3 புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு (Statistical Quality Control (SQC))

முன்னுரை

புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடானது தொழிற் சாலைகளில் பயன்படுத்த கூடிய மிகமுக்கியமான புள்ளியியல் உத்தியாகும். ஒரு பொருளின் தரமானது அதன் மூலப்பொருள்கள், இயந்திரங்கள், மனித ஆற்றல் மற்றும் மேலாண்மை ஆகியவற்றை சார்ந்தது. இது உற்பத்திப் பொருளின் அளவுகோல் அல்லது தரநிலையைக் குறிக்கிறது. புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடானது மூலப்பொருளை தருவிப்பதி லிருந்து இறுதிப்பொருள் தயாரிக்கப்படும் வரை தரத்தை உறுதி செய்கிறது.

9.3.1 பொருள் (Meaning)

தரக்கட்டுப்பாடு என்பது பொருள்கள், செயலாக்கம், இயந்திரங்கள் ஆகியவற்றில் காணப்படும் தரக்குறைப்பாட்டைக் கண்டுபிடிக்க உதவும் வலிமை வாய்ந்த உத்தியாகும். உற்பத்தி செய்யப்பட்ட இறுதி பொருள்கள் நுகர்வோரிட மிருந்து எதிர்பார்க்கக்கூடிய தரத்தைப் பெற்றிருப்பது அவசியமாகும்.

இந்த உத்தியானது அனைத்து உற்பத்தி தொழிற்சாலைகளிலும் அதாவது, மின் உபகரணங்கள், பிஸ்கட், சோப்பு, ரசாயனங்கள், பெட்ரோலிய பொருள்கள் மற்றும் இதர பொருள்களின் தரக் கட்டுப்பாட்டை நிர்ணயிக்க உதவுகிறது.

9.3.2 மாறுபாட்டின் காரணங்கள் (Causes of Variation)

ஒரு பொருளின் தரத்தை நிர்ணயிக்கும் மாறுபாட்டின் காரணங்கள் இரண்டு வகை படுகிறது. அவை

1. வாய்ப்பு காரணங்கள்
2. குறிப்பிட்ட காரணங்கள்

வாய்ப்பு காரணங்கள் (அல்லது சீரற்ற காரணங்கள்) (Chance Causes)

வாய்ப்பு காரணங்கள் என்பது உற்பத்தி செயல் முறைகளில் இயற்கையாகவோ அல்லது இயல்பாகவோ ஏற்படும் சிறிய மாறுபாடுகள் ஆகும். இந்த காரணங்களால் ஏற்படும் மாறுபாடுகள் மனித கட்டுப்பாட்டிற்கு அப்பாற்பட்டதாகும் இதைத் தடுக்கவோ, அகற்றவோ எந்த சூழ்நிலைகளிலும் முடியாது.

பொருள்களின் தரத்திற்கு எந்தவித பாதிப்பையும் ஏற்படுத்தாத சிறிய விளைவுகள், வாய்ப்பு காரணங்கள் என அழைக்கப்படுகிறது. உதாரணமாக மழை, வெள்ளம், மின்தடை போன்றவை ஆகும்.

குறிப்பிட்ட காரணங்கள் (Assignable Causes)

குறிப்பிட்ட காரணங்கள் என்பது எந்தவொரு உற்பத்தி செயல்களிலும் ஏற்படும் இரண்டாவது வகை மாறுபாடாகும். இந்த குறிப்பிட்ட காரணங்கள் மூலப்பொருள்கள் பெறுவதிலிருந்து இறுதியாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருள் நுகர்வோரிடம் அளிக்கும் வரை செயல் முறையின் எந்த

கட்டத்திலும் நிகழலாம். உதாரணமாக குறைபாடுள்ள மூலப்பொருள்கள், இயந்திரங்களில் தவறு, திறமையற்ற மனித ஆற்றல், பழுதடைந்த கருவிகள், புதிய செயல்பாடு ஆகியவை குறிப்பிட்ட காரணங்களின் முக்கிய காரணிகள் ஆகும்.

புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாட்டின் முக்கிய நோக்கம் குறிப்பிட்ட காரணங்களை நீக்குவது மற்றும் உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டின் கீழ் கொண்டு வருவதற்கான புள்ளியியல் உத்திகளை வழங்குவதாகும்.

9.3.3 செயல்முறை கட்டுப்பாடு மற்றும் உற்பத்தி கட்டுப்பாடு (Process Control and Product Control)

உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருளின் நிறைவான தர அளவை கட்டுபடுத்துவது மற்றும் பராமரிப்பது ஆகியவை உற்பத்தி செயல் முறையின் முக்கிய நோக்கம் ஆகும். இது செயல்முறைக் கட்டுப்பாட்டின் மூலமே சாத்திய மாகும். செயல்முறை கட்டுப்பாட்டில், உற்பத்தி செயல்முறை மூலம் குறைபாடுள்ள பொருள்களின் விகிதம் குறைக்கப்படவேண்டும். இது கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களின் உத்தியின் மூலம் பெறப்படுகிறது. உற்பத்தி கட்டுப்பாடு என்பது ஆய்வு திட்டங்களின் வாயிலாக உற்பத்தி செய்யப்பட்ட பொருளின் தரத்தை கூறெடுத்தல் முறையில் சோதனை செய்வதாகும். உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டின் நோக்கம் தமது வாடிக்கை யாளர்களுக்கு ஒரு குறிப்பிட்ட தர அளவை உத்தரவாதத்துடன் கொடுப்பதாகும். விற்கப்பட்ட பொருள்களில், குறைபாடுள்ள பொருள்கள் மிகுதியாக இருக்காது என்பதை உறுதிப்படுத்த முயற்சிக்கிறது. இம்முறையானது மூலப்பொருள் களை, முழுமை பெறாத பொருள்கள் அல்லது முழுமை பெற்ற பொருள்கள் என வகைப்படுத்தி, அதனை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிக்கப்பதா என தீர்மானிக்கிறது.

கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் (Control Charts)

ஒரு தொழிற்சாலையானது, இரு வகையான இடர்பாடுகளை எதிர் கொள்ளவேண்டி உள்ளது, அவை

(i) செயல்முறையானது அதன் திட்ட அளவிற்கு ஒத்துப்போகிறதா என்பதை சோதிப்பதற்கு.

(ii) திட்டநிலைகளை மேம்படுத்த மற்றும் மாறுபாட்டை குறைப்பதற்கு.

ஷேவார்ட்டின் கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் இவை இரண்டிற்கும் பதில் அளிக்கின்றன. தரவுகளில் உள்ள வடிவ மாறுபாடுகளைக் கண்டறிவதற்கு இது ஒரு எளிய உத்தியாகும். கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள் எளிமையாக வடிவமைக்ககூடியது மற்றும் எளிதாக விளக்கக் கூடியது ஒரு வழக்கமான கட்டுப்பாட்டு வரைபடத்தில் பின்வரும் மூன்று கோடுகள் உள்ளன.

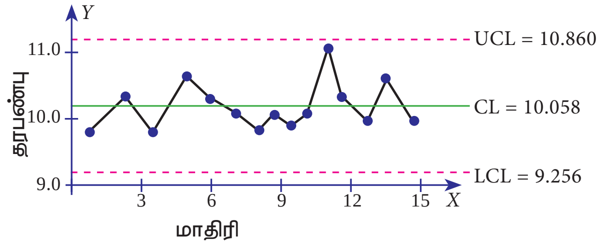
(i) மைய கோடு (CL) செயல் முறையின் தேவையான தரநிலை நிலையைக் குறிக்கிறது.

(ii) மேல் நிலை கட்டுப்பாடு கோடு (UCL) ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடிய மேல் வரம்பைக் குறிக்கிறது.

(iii) கீழ் நிலை கட்டுப்பாட்டுக் கோடு (LCL) ஏற்றுக் கொள்ளக் கூடிய கீழ் வரம்பைக் குறிக்கிறது.

தரவுப் புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புக்குள் விழும்போது, செயல்முறையானது கட்டுப்பாட்டில் இருப்பதாக நாம் கூறலாம், அதற்குப் பதிலாக ஒன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தரவுப் புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புக்கு வெளியே விழுமாயின், செயல்முறையானது கட்டுப்பாட்டிற்கு அப்பால் இருப்பதாக நாம் கூறலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக பின்வரும் வரைபடம் குறிக்கப்பட்ட தரவுப்புள்ளிகளைக் கொண்ட மூன்று கட்டுப்பாட்டுக் கோடுகளைக் காண்பிக்கிறது, இதில் எல்லா புள்ளிகளும் கட்டுப்பாட்டு எல்லைக்குள் விழுகின்றன, எனவே, செயல்முறையானது கட்டுப்பாட்டில் இருப்பதாக நாம் கருதலாம்.



படம் 9.4

மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடங்கள் (Control Charts for Variables)

மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாடு வரைபடங்கள் என்பது உற்பத்தி செய்யபட்ட ஒரு பொருளின் தரத்தை அளவிட பயன்படுகிறது. ஒரு எண் மதிப்பின் மூலம் வெளிப்படுத்தக்கூடிய ஒரு

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 234 3/5/2020 1:06:30 PM

உற்பத்தி பொருளின் தர பண்பினை மாறி (Variable) என அழைக்கலாம். உற்பத்தி தர பண்புகளானது நீளம், அகலம், வெப்பநிலை மற்றும் இழுவிசைபலம் ஆகியவற்றை அளவிடத்தக்கவையாகும். இவை ஒரு குறிப்பிட்ட அலகுகளில் வெளிப்படுத்தப்படுகின்றன. மாறிகளானது இயல் நிலை நிகழ்தகவு விதியைப் பின்பற்றக் கூடியதாக இருக்கிறது. அத்தகைய தரவின் தரக்கட்டுப்பாட்டுக்காக இரண்டு வகையான கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப் படுகின்றன. அவை பின்வருமாறு,

(i) சராசரி வரைபடங்கள் ($\overline{X}$)

(ii) வீச்சு வரைபடங்கள்(R)

9.3.4 $\overline{X}$ மற்றும் R வரைபடங்கள் கட்டமைத்தல் (Construction of $\overline{X}$ and R charts)

ஒரு உற்பத்தி செயல்முறையைக் கொண்டு அனைத்து பொருள்களையும் ஒரே மாதிரியாக உற்பத்தி செய்ய முடியாது. ஒவ்வொரு உற்பத்தி செயல்முறையிலும் ஒரு குறிப்பிட்ட மாறுபாடு காணப்படும். மாறுபாடு என்பது மூலப்பொருள்கள், இயந்திர அமைப்பு, இயந்திரம் இயக்குபவர்கள், புதிய செயல்பாடுகள் மற்றும் புதிய இயந்திரங்கள் கையாளுபவர்கள் ஆகிய எல்லாவற்றையும் உள்ளடக்கிய உற்பத்தி செயல்முறை பண்புகளின் மொத்த எண்ணிக்கை ஆகும். கொடுக்கப்பட்ட செயல்பாட்டில் இருந்து பெறப்பட்ட கூறுகளின் சராசரி தரத்தைக் காண்பதற்கு இந்த $\overline{X}$ விளக்கப்படம் பயன்படுத்தப்படுகிறது. வீச்சு (R) விளக்கப்படம் கொடுக்கப்பட்ட செயல்முறையில் இருந்து பெறப்பட்ட கூறுகளின் மாறுபாடு அல்லது சிதறலைக் காண்பிக்க இவ்வரைபடம் பயன் படுகிறது. ஒரு உற்பத்தி செயலில் குறிப்பிட்ட விளைவுகள் இருக்கின்றதா அல்லது இல்லையா என்பதனை $\overline{X}$ மற்றும் R வரைபடங்களின் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகள் காண்பிக்கிறது. ஒரு செயல்முறையை ஏற்பதா அல்லது நிராகரிப்பதா என முடிவெடுப்பதற்கு $\overline{X}$ மற்றும் R என இரண்டு வரைபடங்கள் பொதுவாக தேவைப்படுகின்றன.

$\overline{X}$ மற்றும் R வரைபடங்கள் அமைப்பதற்கான செயல்முறை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

$\overline{X}$ வரைபடத்தின் செயல்முறை

(i) நாம் $X_1, X_2, X_3, \ldots$ ஆகியவை தேர்ந்தெடுக்கப் பட்ட கூறுகள் என்க. ஒவ்வொரு கூறும் 'n' கண்டறிவு பதிவுகளைக் கொண்டு உள்ளது. பொதுவாக (n = 4,5 அல்லது 6).

(ii) $\overline{X_i} = \dfrac{\sum X_i}{n}, i = 1,2,3,4,\ldots$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, ஒவ்வொரு மாதிரிகளுக்கும் சராசரி $\overline{X_1}, \overline{X_2}, \overline{X_3}\ldots$ –ஐ கணக்கிடுக. இங்கு $\sum X_i$ என்பது கூறில் சேர்க்கப்பட்ட 'n' மதிப்புகளின் மொத்தம் ஆகும்.

(iii) கூறு சராசரிகளின் சராசரியைக் கண்டறியவும் $\left(\overline{\overline{X}}\right)$. அதாவது $\overline{\overline{X}} = \dfrac{\sum \overline{X}}{n}$.

இங்கு $\sum \overline{X}$ என்பது அனைத்து கூறு சராசரிகளின் மொத்தம் மற்றும் n என்பது கூறு சராசரிகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

R வரைபடத்தின் செயல்முறை (Procedure for R -Charts)

$R = x_{max} - x_{min}$ –ஐ கண்டுபிடிக்கவும்.

$R_1, R_2, R_3\ldots$ என்பன 'n' கூறுகளின் வீச்சுகள் என்க.

வீச்சு சராசரி $\overline{R} = \dfrac{\sum R}{n}$ மூலம் பெறப்படுகிறது.

$\overline{X}$ வரைபடங்களின் கட்டுப்பாட்டின் வரம்புகளைக் கீழ்க்கண்ட இரண்டு வகைகளில் கணக்கிடலாம்.

வகை (i) $\overline{X}$ மற்றும் திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படும் போது	வகை (ii) $\overline{X}$ மற்றும் திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படாத போது
$UCL = \overline{\overline{X}} + 3\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$
$CL = \overline{\overline{X}}$	$CL = \overline{\overline{X}}$
$LCL = \overline{\overline{X}} - 3\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R}$

அட்டவணை 9.18

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 235 3/5/2020 1:06:33 PM

இரு வேறுபட்ட சூழ்நிலைகளில், வீச்சு வரைபடங்களின் (R) வரம்புகளைக் கணக்கிடுவது.

வகை (i) திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படும் போது	வகை (ii) திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படாத போது
$UCL = \overline{R} + 3\sigma_R$	$UCL = D_4\overline{R}$
$CL = \overline{R}$	$CL = \overline{R}$
$LCL = \overline{R} - 3\sigma_R$	$LCL = D_3\overline{R}$

அட்டவணை 9.19

A_2, D_3 மற்றும் D_4 ஆகியவற்றின் மதிப்புகள் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 9.19

ஓர் இயந்திரம், குழாயை 0.532 செ.மீ. சராசரியான விட்டத்துடன் திட்டவிலக்கம் 0.002 செ.மீ அளவிலும் துளையிடுகிறது. கட்டுப்பாடு சராசரிக்கான வரம்புகளை 5 கூறுகளுக்குக் கணக்கிடுக.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட தகவல்கள் $\overline{\overline{X}} = 0.532$,

$\sigma = 0.002$, $n = 5$

$\overline{X}$ வரைபடத்தின் கட்டுப்பாடு வரம்புகள்

$$UCL = \overline{\overline{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.532 + 3\frac{0.002}{\sqrt{5}} = 0.5346$$

$$CL = \overline{\overline{X}} = 0.532$$

$$UCL = \overline{\overline{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.532 - 3\frac{0.002}{\sqrt{5}} = 0.5293$$

எடுத்துக்காட்டு 9.20

ஒரு குறிப்பிட்ட பொருளுக்கான உற்பத்தியில் 6 அளவு கொண்ட 8 கூறுகளின் அளவுகள் கொடுக்கபட்டுள்ளன. சராசரி வரைபடத்தைப் பயன்படுத்தி கட்டுப்பாடு வரம்புகளை கணக்கிடுக.

கூறு	1	2	3	4	5	6
சராசரி	300	342	351	319	326	333
வீச்சு	25	37	20	28	30	22

$n = 6$, $A_2 = 0.483$ என கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

தீர்வு:

கூறு	1	2	3	4	5	6	மொத்தம்
சராசரி	300	342	351	319	326	333	**1971**
வீச்சு	25	37	20	28	30	22	**162**

அட்டவணை 9.20

$\overline{X}$ வரைபடத்தின் கட்டுப்பாடு வரம்புகள்:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum \overline{X}}{n} = \frac{1971}{6} = 328.5$$

$$\overline{R} = \frac{\sum R}{n} = \frac{162}{6} = 27$$

இங்கு 'n' என்பது கூறுகளின் எண்ணிக்கை ஆகும்.

$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R} = 328.5 + 0.483(27) = 341.54$$

$$CL = \overline{\overline{X}} = 328.5$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R} = 328.5 - 0.483(27) = 315.45$$

எடுத்துக்காட்டு 9.21

பின்வரும் விவரங்கள் ஒவ்வொன்றும் 5 அளவுகொண்ட 10 கூறுகளின் சராசரி மற்றும் வீச்சு ஆகியவற்றைக் காண்பிற்கிறது. சராசரி வரைபடம் மற்றும் வீச்சு வரைபடம் ஆகிய வற்றுக்கான கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கணக்கிடுக.

கூறு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
சராசரி	21	26	23	18	19	15	14	20	16	10
வீச்சு	5	6	9	7	4	6	8	9	4	7

தீர்வு:

கூறு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	மொத்தம்
சராசரி	21	26	23	18	19	15	14	20	16	10	**182**
வீச்சு	5	6	9	7	4	6	8	9	4	7	**65**

அட்டவணை 9.21

$\overline{X}$ வரைபடத்தின் கட்டுப்பாடு வரம்புகள்:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum \overline{X}}{n} = \frac{182}{10} = 18.2$$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 236 3/5/2020 1:06:36 PM

$$\overline{R} = \frac{\sum R}{n} = \frac{65}{10} = 6.5$$

$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R} = 18.2 + 0.577(6.5) = 21.95$$

$$CL = \overline{\overline{X}} = 18.2$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R} = 18.2 - 0.577(6.5) = 14.5795$$

வீச்சு வரைபடக் கட்டுப்பாடு வரம்புகள்:

$$UCL = D_4\overline{R} = 2.114(6.5) = 13.741$$

$$CL \;= \overline{R} = 6.5$$

$$LCL = D_3\overline{R} = 0(6.5) = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 9.22

ஒரு குறிப்பிட்ட உற்பத்திப் பொருளின் 6 அளவுகொண்ட 10 கூறுகளின் அளவுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கணக்கிடுக.

கூறு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
சராசரி	383	508	505	582	557	337	514	614	707	753
வீச்சு	95	128	100	91	68	65	148	28	37	80

தீர்வு:

கூறு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	மொத்தம்
சராசரி	383	508	505	582	557	337	514	614	707	753	**5460**
வீச்சு	95	128	100	91	68	65	148	28	37	80	**840**

அட்டவணை 9.22

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum \overline{X}}{10} = \frac{5460}{10} = 546$$

$$\overline{R} = \frac{\sum R}{n} = \frac{840}{10} = 84$$

$\overline{X}$ **வரைபட கட்டுப்பாடு வரம்புகள்:**

$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R} = 546 + 0.483(84) = 586.57$$

$$CL = \overline{\overline{X}} = 546$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R} = 546 - 0.483(84) = 505.43$$

வீச்சு கட்டுப்பாடு வரம்புகள்:

$$UCL = D_4\overline{R} = 2.004(84) = 168.336$$

$$CL \;= \overline{R} = 84$$

$$LCL = D_3\overline{R} = 0(84) = 0$$

எடுத்துக்காட்டு 9.23

5 அளவுகொண்ட 10 மாதிரிகளின் சராசரி மற்றும் வீச்சு அளவீடுகள் உங்களுக்காகக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி வரம்பு வரை படங்களை வரையவும். மற்றும் செயல்முறை கட்டுப்பாட்டின் நிலைகுறித்து உமது கருத்தைக் விவரிக்கவும்.

கூறு	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	43	49	37	44	45	37	51	46	43	47
R	5	6	5	7	7	4	8	6	4	6

$n = 5,\ A_2 = 0.58\ , D_3 = 0$ மற்றும் $D_4 = 2.115$

என கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

தீர்வு:

$$\overline{\overline{X}} = \frac{\sum \overline{X}}{10} = \frac{442}{10} = 44.2$$

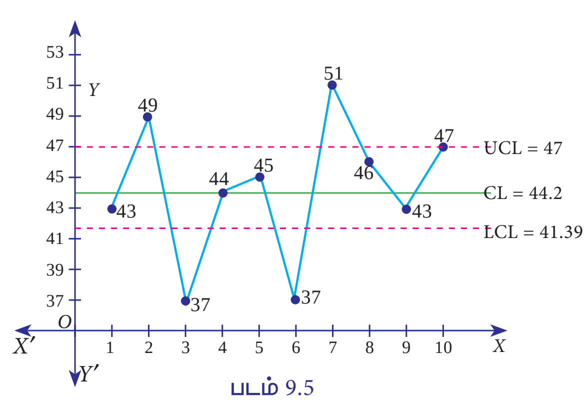
$$\overline{R} = \frac{\sum R}{n} = \frac{58}{10} = 5.8$$

$$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$$

$$= 44.2 + 0.483(5.8) = 47.00$$

$$CL = \overline{\overline{X}} = 44.2$$

$$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R} = 44.2 - 0.483(5.8) = 41.39$$



படம் 9.5

மேலே சுட்டிக் காட்டப்பட்ட விளக்கப்படம், மூன்று கட்டுப்பாட்டு கோடுகள் புள்ளிகளால் குறிக்கப்படுகிறது. நான்கு புள்ளிகள் கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளிலிருந்து வெளியேறுவதால், செயல் முறையானது கட்டுப்பாட்டில் இல்லை என்று சொல்லலாம்.

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 237 3/5/2020 1:06:39 PM

பயிற்சி 9.3

1. புள்ளிவிவர தரக்கட்டுப்பாடு என்பதை வரையறு.
2. உற்பத்தி செயல்முறையில் மாறுபாட்டிற்கான காரணங்களின் வகைகளைக் குறிப்பிடுக.
3. தற்செயல் காரணங்கள் என்பதை வரையறு.
4. குறிப்பட்ட காரணங்கள் என்பதை வரையறு.
5. உற்பத்தி கட்டுப்பாட்டைப் பற்றி நீங்கள் என்ன கருதுகிறீர்கள்?
6. நீங்கள் செயல்முறை கட்டுப்பாட்டைப் பற்றி நீங்கள் என்ன கருதுகிறீர்கள்?
7. கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள் என்பதை வரையறுக்கவும்.
8. மாறிகளுக்கான கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்களைக் குறிப்பிடுக.
9. சராசரி வரைபடங்கள் என்பதை வரையறு.
10. வீச்சு வரைபடங்கள் வரையறு.
11. புள்ளியியல் தரக் கட்டுப்பாடின் பயன்கள் யாவை?
12. சராசரி விளக்கப் படத்திற்கான கட்டுப்பாடு வரம்புகளை எழுதுக.
13. வீச்சு விளக்கப் படத்திற்கான கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளை எழுதுக.
14. ஓர் இயந்திரம், கொடுக்கப்பட்ட எடையுடன் பாக்கெட்டுகளை வழங்க வடிவமைக்கப் பட்டுள்ளது. 5 அளவு கொண்ட 10 மாதிரிகளின் அளவீடுகள் பதிவு செய்யப் பட்டுக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள:

மாதிரி	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	15	17	15	18	17	14	18	15	17	16
R	7	7	4	9	8	7	12	4	11	5

சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கண்டுபிடி. மேலும் கட்டுப்பாட்டின் நிலை குறித்துக் கருத்து தருக.

($n=5$, $A_2=0.58$,$D_3=0$ மற்றும் D_4 = 2.115) க்கான மாற்றகாரணிகள்)

15. உற்பத்தி செய்முறையிலிருந்து வழக்கமான இடைவெளியில் 5 அளவுகொண்ட 10 மாதிரிகளின் அளவீடுகள் தேர்ந்தெடுக்கப் பட்டு அதன் மாதிரி சராசரி ($\overline{X}$) மற்றும் வீச்சு (R) ஆகியவை கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

மாதிரி	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	49	45	48	53	39	47	46	39	51	45
R	7	5	7	9	5	8	8	6	7	6

சராசரி கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கண்டு பிடிக்க, மேலும் கட்டுப்பாட்டின் நிலை குறித்து கருத்து தருக. (கொடுக்கப்பட்ட தகவல் $A_2=0.58$,$D_3=0$ மற்றும் D_4 = 2.115)

16. பின்வரும் தரவிற்காக சராசரி ($\overline{X}$) மற்றும் வீச்சு (R) கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கண்டுபிடி.

மாதிரி எண்	கூறுகள்		
1	32	36	42
2	28	32	40
3	39	52	28
4	50	42	31
5	42	45	34
6	50	29	21
7	44	52	35
8	22	35	44

(கொடுக்கப்பட்ட தகவல் n = 3, $A_2=0.58$,$D_3=0$ மற்றும் D_4 = 2.115)

17. சராசரி ($\overline{X}$) மற்றும் அதன் வீச்சு (R)க்கான மதிப்புகள் 5 அளவு கொண்ட 10 மாதிரிகளுக்கான அளவுகள் பின்வரும் அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சராசரி மற்றும் வீச்சுக் கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கண்டுபிடி, மேலும் கட்டுப்பாட்டின் நிலை குறித்து கருத்து தருக.

மாதிரி எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
சராசரி	11.2	11.8	10.8	11.6	11.0	9.6	10.4	9.6	10.6	10.0
வீச்சு	7	4	8	5	7	4	8	4	7	9

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 238 3/5/2020 1:06:40 PM

(கொடுக்கப்பட்டதகவல் $n = 5,\ A_2 = 0.58\ , D_3 = 0$ மற்றும் $D_4 = 2.115$)

18. ஒரு தரக்கட்டுப்பாட்டு ஆய்வாளர், ஓர் உருளைக்கிழங்கு சில்லுகள் (chips) தயாரிக்கும் நிறுவனத்தில் இருந்து நான்கு அளவுகொண்ட பத்து மாதிரிப் பாக்கெட்டுகள் எடுத்துள்ளார். மாதிரி உள்ளடக்கங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும்.

மாதிரி எண்	கூறுகள்			
	1	2	3	4
1	12.5	12.3	12.6	12.7
2	12.8	12.4	12.4	12.8
3	12.1	12.6	12.5	12.4
4	12.2	12.6	12.5	12.3
5	12.4	12.5	12.5	12.5
6	12.3	12.4	12.6	12.6
7	12.6	12.7	12.5	12.8
8	12.4	12.3	12.6	12.5
9	12.6	12.5	12.3	12.6
10	12.1	12.7	12.5	12.8

(கொடுக்கப்பட்டதகவல் $n = 5,\ A_2 = 0.58\ , D_3 = 0$ மற்றும் $D_4 = 2.115$)

19. பின்வரும் தரவு, சராசரி ($\overline{X}$) மற்றும் அதன் வீச்சு (R) மதிப்புகள் 4 அளவுகொண்ட பத்து மாதிரியினைக் காட்டுகின்றன. சராசரி மற்றும் வீச்சுக் கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படம் ஒன்றை உருவாக்குக.

மாதிரி எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\overline{X}$	29	26	37	34	14	45	39	20	34	23
R	39	10	39	17	12	20	05	21	23	15

20. ஓர் உற்பத்தி செயல்முறையில், 4 அளவு கொண்ட எட்டு மாதிரிகள் சேகரிக்கப்பட்டு, அதனுடைய சராசரி மற்றும் வீச்சு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி மற்றும் வீச்சுக் கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படத்துடன் கட்டுப்பாடு வரம்புகளையும் கண்டுபிடிக்க.

மாதிரி எண்	1	2	3	4	5	6	7	8
$\overline{X}$	12	13	11	12	14	13	16	15
R	2	5	4	2	3	2	4	3

21. ஒரு குறிப்பிட்ட குவளை தயாரிக்கும் துறையில், தரகட்டுப்பாட்டு ஆய்வாளர் காலையில் ஒவ்வொரு மணி நேரத்திலும் சீரற்ற முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட 5 குவளைகளின் ஒவ்வொரு எடையையும் பதிவு செய்தார்.

நேரம்	எடைகள் (ml)				
8:00 AM	43	41	42	43	41
9:00 AM	40	39	40	39	44
10:00 AM	42	42	43	38	40
11:00 AM	39	43	40	39	42

சராசரி மற்றும் வீச்சுக் கட்டுப்பாடு வரம்புகளை கண்டுபிடிக்க.

பயிற்சி 9.4

ஏற்புடைய விடையைத் தெரிவு செய்க:

1. ஒரு காலம்சார் தொடரின் தரவுத் தொகுப்பு விவரங்களை பதிவு செய்யப்படும் இடைவெளி
   (a) சமகால இடைவெளி
   (b) வாரம் ஒருமுறை
   (c) தொடர்ச்சியான கால புள்ளிகள்
   (d) மேற்கண்ட அனைத்தும்

2. ஒரு காலம்சார் தொடரில் ________________ உள்ளன.
   (a) ஐந்து கூறுகள்
   (b) நான்கு கூறுகள்
   (c) மூன்று கூறுகள்
   (d) இரண்டு கூறுகள்

J8S9IL

3. குறுகிய கால, ஏற்ற இறக்கத்துடன் அமையக் கூடிய ஒரு காலம்சார் தொடரின் கூறுகள்
   (a) நீள் காலப்போக்கு
   (b) பருவகால மாறுபாடு
   (c) சுழற்சி மாறுபாடு
   (d) சீரற்ற மாறுபாடு

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 239 3/5/2020 1:06:40 PM

4. பருவகால மாறுபாடுகளின் உகந்த காரணிகள்

(a) வானிலை

(b) விழாக்காலங்கள்

(c) சமூக பழக்கவழக்கங்கள்

(d) மேற்கண்ட அனைத்தும்

5. T, S, C மற்றும் I ஆகிற கூறுகளைக் கொண்டக் காலம்சார் தொடரின் கூட்டு வடிவமைப்பானது

(a) $y=T+S+C\times I$ (b) $y=T+S\times C\times I$

(c) $y=T+S+C+I$ (d) $y=T+S\times C+I$

6. போக்கை பொறுத்துவதற்கான மீச்சிறு வர்க்க முறையானது

(a) மிகவும் துல்லியமானது

(b) மிகக் குறைந்த துல்லியத் தன்மை கொண்டது

(c) முழுமையான கருத்தேற்பு கொண்டது

(d) கணக்கியல் மூலம் தீர்க்கப்படாதது

7. $y=a+bx$ என்ற போக்கு கோட்டில் 'b' இன் மதிப்பானது

(a) எப்போதும் மிகை

(b) எப்போதும் குறை

(c) மிகை அல்லது குறை

(d) பூஜ்ஜியம்

8. ஒரு காலம்சார் தொடருடன் சார்ந்த நீண்டகால மாறுபாடுகளின் கூறுகளின் போக்கானது.

(a) சுழற்சி மாறுபாடு

(b) நீள்போக்கு மாறுபாடு

(c) சீரற்ற மாறுபாடு

(d) பருவகால மாறுபாடு

9. பருவகால மாறுபாடு என்ற வேறுபாடுகள் நிகழ

(a) சில ஆண்டுகளின் எண்ணிக்கையில்

(b) ஒரு ஆண்டிற்குள்ளாக

(c) ஒரு மாதத்திற்குள்ளாக

(d) ஒரு வாரத்திற்குள்ளாக

10. நுகர்வோர் விலைக்குறியீட்டு எண்ணின் மற்றொரு பெயர்

(a) மொத்தவிலைக் குறியீட்டு எண்

(b) வாழ்க்கை செலவீட்டுக் குறியீட்டு எண்

(c) வளைவு குறியீட்டு எண்

(d) இவற்றில் எதுவும் இல்லை

11. இரு வேறு நகரங்களின் வாழ்க்கைத் தரக் குறியிட்டு எண்ணை ஒப்பிட்டுப் பயன்படுவது

(a) நுகர்வோர் விலைகுறியீட்ட எண்

(b) மதிப்பு குறியீட்ட எண்

(c) கொள்ளளவு குறியீட்டு எண்

(d) நிரையிடப்படா குறியீட்டு எண்

12. லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண் = 110, பாசி குறியீட்டு எண் =108 எனில், ஃபிஷர் தனித்த குறியீட்டு எண் =

(a) 110 (b) 108 (c) 100 (d) 109

13. பொதுவாக பெரும்பாலும் பயன்படுத்தப்படும் குறியீட்டு எண்

(a) கொள்ளளவு குறியீட்டு எண்

(b) மதிப்பு குறியீட்ட எண்

(c) விலை குறியீட்டு எண்

(d) எளிய குறியீட்ட எண்

14. நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்ட எண்ணை அளிக்கக் கூடியது

(a) பாசியின் முறை

(b) ஃபிஷரின் தனித்த முறை

(c) மார்ச்சல் எட்ஜ்வொர்த் முறை

(d) குடும்ப வரவு செலவு முறை

15. கீழ்க்கண்ட எந்த குறியீட்டு எண் கால மாற்று சோதனையை நிறைவு செய்கிறது

(a) லாஸ்பியர் குறியீட்டு எண்

(b) பாசியின் குறியீட்டு எண்

(c) ஃபிஷர் தனித்தகுறியீட்டு எண்

(d) அனைத்தும்

16. நிறை குறியீட்டு எண் கணக்குகளில் நிகழ்கால அளவுகள் பயன்படுவது

(a) லாஸ்பியர் முறை

(b) பாசியின்முறை

(c) மார்ச்சல் எட்ஜ்வொர்த் முறை

(d) ஃபிஷர் தனித்த முறை

17. எண் வடிவில் அளவிடக்கூடிய அளவுகள் குறிக்கபடுவது

(a) p - வரைபடம் (b) c – வரைபடம்

(c) $\overline{X}$ வரைபடம் (d) np – வரைபடம்

18. உற்பத்திப் பொருளின் தரத்தை பாதிக்கக் கூடிய மாறுபாடுகள் எத்தனை?

(a) 4 (b) 3

(c) 2 (d) 1

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 240 3/5/2020 1:06:41 PM

19. ஒழுங்கற்ற இயற்கை ஏற்படுத்தும் மாறுபாடுகள் என்பது

(a) தற்செயல் விளைவு
(b) தற்செயலற்ற விளைவு
(c) மனிதனால் ஏற்படக்கூடிய விளைவு
(d) அனைத்தும்

20. குறிப்பிடக்கூடிய விளைவுகள் ஏற்படுத்துவது

(a) குறைபாடுள்ள மூலப்பொருள்கள்
(b) திறமையற்ற வேலை ஆட்கள்
(c) குறைபாடுள்ள இயந்திரங்கள்
(d) அனைத்தும்

21. கட்டுபாட்டு வரைபடங்கள் பெற்றிருப்பவை

(a) CL, UCL (b) CL, LCL
(c) CL, LCL, UCL (d) UCL, LCL

22. $\overline{X}$ வரைபடம் என்பது

(a) பண்புகளையுடைய கட்டுபாட்டு வரைபடம்
(b) மாறிகளைக் கொண்ட கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
(c) பண்புகள் மற்றும் மாறி இல்லா கட்டுப்பாட்டு வரைபடம்
(d) பண்புகள் மற்றும் மாறிகள் கொண்ட கட்டுப்பாடு வரைபடம்

23. R –ஐ கணக்கிடப் பயன்படும் சூத்திரம்

(a) $x_{max} - x_{min}$ (b) $x_{min} - x_{max}$
(c) $\overline{x}_{max} - \overline{x}_{min}$ (d) $\overline{\overline{x}}_{max} - \overline{\overline{x}}_{min}$

24. $\overline{X}$ – வரைபடத்தின் மேல் கட்டுபாட்டு எல்லையை அளிக்க கூடியது

(a) $\overline{X} + A_2\overline{R}$ (b) $\overline{\overline{X}} + A_2 R$
(c) $\overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$ (d) $\overline{\overline{X}} + A_2\overline{\overline{R}}$

25. R வரைபடத்தின் கீழ் கட்டுபாட்டு எல்லையை அளிக்ககூடியது

(a) $D_2\overline{R}$ (b) $D_2\overline{\overline{R}}$
(c) $D_3\overline{\overline{R}}$ (d) $D_3\overline{R}$

இதர கணக்குகள்

1. பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, மூன்று ஆண்டுகாலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்குமதிப்பு காண்க.

ஆண்டுகள்	இலாபம்	ஆண்டுகள்	இலாபம்
2001	142	2007	241
2002	148	2008	263
2003	154	2009	280
2004	146	2010	302
2005	157	2011	326
2006	202	2012	353

2. பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கு, 4 ஆண்டுகாலத்தைக் கொண்ட நகரும் சராசரி முறையைப் பயன்படுத்தி போக்கு மதிப்புகளைக் காண்க.

ஆண்டுகள்	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
விற்பனை	506	620	1036	673	588	696	1116	738	663

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 241 3/5/2020 1:06:43 PM

3. பின்வரும் புள்ளி விவரங்களுக்கு மீச்சிறு வர்க்க முறை மூலம் நேர்க்கோட்டுப் போக்கினைப் பொருத்துக.

ஆண்டுகள்	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
விற்பனை	50.3	52.7	49.3	57.3	56.8	60.7	62.1	58.7

4. லாஸ்பியர், பாசி மற்றும் ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணைப் பின்வரும் தரவிற்குக் கண்டுபிடித்து கருத்து விளக்கம் தருக.

பொருள்கள்	அடிப்படைஆண்டு		நடப்பு ஆண்டு	
	விலை	அளவு	விலை	அளவு
A	170	562	72	632
B	192	535	70	756
C	195	639	95	926
D	187	128	92	255
E	185	542	92	632
F	150	217	180	314
7	12.6	12.7	12.5	12.8
8	12.4	12.3	12.6	12.5
9	12.6	12.5	12.3	12.6
10	12.1	12.7	12.5	12.8

5. பின்வரும் தரவைப் பயன்படுத்ததி, ஃபிஷர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணை கட்டமைக்கவும் மேலும் அது காலமாற்றுச்சோதனை, காரணி மாற்றுச் சோதனையை பூர்த்திசெய்யும் என நிரூபிக்கவும்.

பொருள்கள்	விலை		அளவு	
	அடிப்படைஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு	அடிப்படைஆண்டு	நடப்பு ஆண்டு
கோதுமை	6	10	50	56
நெய்	2	2	100	120
விறகு	4	6	60	60
சர்க்கரை	10	12	30	24
ஆடைகள்	8	12	40	36

6. பின்வரும் தரவுகளிலிருந்து 2014 இன் அடிப்படையில் 2015 க்கான நுகர்வோர் விலைக் குறியீட்டு எண்ணைக் கணக்கிடுக.

பொருள்கள்	அளவு	விலை 2015	விலை 2016
A	6	5.75	6.00
B	6	5.00	8.00
C	1	6.00	9.00
D	6	8.00	10.00
E	4	2.00	1.50
F	1	20.00	15.00

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 242 3/5/2020 1:06:43 PM

7. ஒரு நகரத்தில் நடுத்தர வர்க்க குடும்பங்களின் வரவு–செலவுத் திட்டங்களில் ஒரு விசாரணை நடைபெற்று பின்வரும் தகவல் கொடுக்கப்பட்டது.

செலவுகள்	உணவு	வாடகை	ஆடை	எரிபொருள்	அரிசி
விலை (2010)	150	50	100	20	60
விலை (2011)	174	60	125	25	90
நிறைகள்	35	15	20	10	20

நகரத்தின் நடுத்தரவர்க்கக் குடும்பங்களில் வாழ்க்கைச் செலவுகளில் என்ன மாற்றங்கள் ஏற்பட்டுள்ளன எனக் காட்டுக.

8. பின்வரும் தரவிற்கான சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைக் கண்டுபிடி.

மாதிரி எண்	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
மாதிரி உறுப்புகள்	50	51	50	48	46	55	45	50	47	56
	55	50	53	53	50	51	48	56	53	53
	52	53	48	50	44	56	53	54	49	55
	49	50	52	51	48	47	48	53	52	54
	54	46	47	53	47	51	51	57	54	52

9. 5 மின் விளக்குகள் கொண்ட 12 மாதிரிகளின் சராசரி எரியும் காலம் (நேரங்களில்) மற்றும் வீச்சு ஆகியவற்றின் தரவானது கீழே கொடுக்கபட்டுள்ளது.

மாதிரி எண்	1	2	3	4	5	6
மாதிரி சராசரி	1080	1390	1460	1380	1230	1370
மாதிரி வீச்சு	410	670	180	320	690	450
மாதிரி எண்	7	8	9	10	11	12
மாதிரி சராசரி	1310	1630	1580	1510	1270	1200
மாதிரி வீச்சு	380	350	270	660	440	310

சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாட்டு வரம்புகளைக் கணக்கிடுக. கட்டுப்பாட்டின் நிலை குறித்துக் கருத்து தெரிவிக்கவும்.

10. 5 அளவு கொண்ட 10 மாதிரிகளின் சராசரி மற்றும் வீச்சு அளவீடுகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. சராசரி மற்றும் வீச்சு கட்டுப்பாடு வரம்புகளைக் கணக்கிடுக. செயல்முறைக் கட்டுப்பாட்டின் நிலைகுறித்து கருத்து தெரிவிக்கவும்.

மாதிரி	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
சராசரி	5.10	4.98	5.02	4.96	4.96	5.04	4.94	4.92	4.92	4.98
வீச்சு	0.3	0.4	0.2	0.4	0.1	0.1	0.8	0.5	0.3	0.5

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 243 3/5/2020 1:06:43 PM

கட்டுப்பாட்டு அட்டவணை			
கூறு அளவு	A2	D3	D4
2	1.880	0	3.267
3	1.023	0	2.574
4	0.729	0	2.282
5	0.577	0	2.114
6	0.483	0	2.004
7	0.419	0.076	1.924
8	0.373	0.136	1.864
9	0.337	0.184	1.816
10	0.308	0.223	1.777
11	0.285	0.256	1.744
12	0.266	0.283	1.717
13	0.249	0.307	1.693
14	0.235	0.328	1.672
15	0.223	0.347	1.653
16	0.212	0.363	1.637
17	0.203	0.378	1.622
18	0.194	0.391	1.608
19	0.187	0.403	1.597
20	0.180	0.415	1.585
21	0.173	0.425	1.575
22	0.167	0.434	1.566
23	0.162	0.443	1.557
24	0.157	0.451	1.548
25	0.153	0.459	1.541

அட்டவணை 9.23

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 244 3/5/2020 1:06:43 PM

தொகுப்புரை

- **நகரும் சராசரி முறை (Method of Moving Averages)**

  மூன்று ஆண்டு நகரும் சராசரி : $\frac{a+b+c}{3}, \frac{b+c+d}{3}, \frac{c+d+e}{3}, \frac{d+e+f}{3}, \ldots\ldots.$

  நான்கு ஆண்டு நகரும் சராசரி : $\frac{a+b+c+d}{4}, \frac{b+c+d+e}{4}, \frac{c+d+e+f}{4}, \frac{d+e+f+g}{4}, \ldots.$

- **மீச்சிறுவர்க்க முறை (Method of Least Squares)**

  நேர்க்கோட்டு (போக்கு) சமன்பாடு: $Y = a + bX$

  இரு இயல்நிலை சமன்பாடுகள்: $\Sigma Y = n\,a + b\,\Sigma X\,; \quad \Sigma XY = a\,\Sigma X + b\,\Sigma X^2$

- **பருவகால மாறுபாடுகளை அளவிடுவதற்கான முறைகள்**

  (அ) எளிய சராசரி முறை:

  $$\text{பருவகால குறியீடு (S.I)} = \frac{\text{பருவகால சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

  (ஆ) புள்ளி விவரங்கள் மாதந்தோறும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

  $$\text{ஜனவரி மாத பருவகால குறியீடு (S.I)} = \frac{\text{மாத சராசரி (ஜனவரி)}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

  (இ) புள்ளி விவரங்கள் காலாண்டுதோறும் கொடுக்கப்பட்டிருந்தால்

  $$\text{K–வது காலாண்டுக்கான (S.I)} = \frac{\text{K–வது காலாண்டு சராசரி}}{\text{மொத்த சராசரி}} \times 100$$

- **நிறையிட்ட குறியீட்டு எண்**

  விலை குறியீட்டு எண்: $P_{01} = \frac{\sum p_1 w}{\sum p_0 w} x 100$

  லாஸ்பியர் விலை குறியீட்டு எண்: $P_{01}^{L} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} X 100$

  பாசி விலை குறியீட்டு எண்: $P_{01}^{P} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} X 100$

  ஃபிஷர் விலை குறியீட்டு எண் $P_{01}^{F} = \sqrt{P_{01}^{L}\, x\, P_{01}^{P}} = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0 \;\; X \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 \;\; X \sum p_0 q_1}}\; X 100$

- **காலமாற்றுச் சோதனை:** $P_{01} \times P_{10} = 1.$

- **காரணிமாற்றுச் சோதனை:** $P_{01} \; X \; Q_{01} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 245 3/5/2020 1:06:45 PM

- **வாழ்க்கைத்தர குறியீட்டு எண்**

மொத்த செலவு முறை $= \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} X 100$.

குடும்ப வரவு செலவுத்திட்ட முறை $= \frac{\sum PV}{\sum V}$

- **மாறுபாட்டின் காரணங்கள்**

1. வாய்ப்பு காரணங்கள் அல்லது சீரற்ற காரணங்கள்
2. குறிப்பிட்டகாரணங்கள்

- **கட்டுப்பாட்டு வரைபடங்கள்**

(i) மையக்கோடு (CL) செயல்முறையின் தேவையான தரநிலை நிலையை குறிக்கிறது.

(ii) மேல்நிலை கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (UCL) ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடியமேல் வரம்பை குறிக்கிறது.

(iii) கீழ்நிலை கட்டுப்பாட்டுக்கோடு (LCL) ஏற்றுக்கொள்ளக் கூடிய கீழ்வரம்பை குறிக்கிறது.

$\overline{X}$ வரைபடங்களின் கட்டுப்பாட்டின் வரம்புகளின் இரண்டுவகைகள்

வகை (i) $\overline{X}$ மற்றும்திட்ட விலக்கம் கொடுக்கப்படும்போது	வகை $\overline{X}$ மற்றும்திட்ட விலக்கம் கொடுக்கப்படாதபோது
$UCL = \overline{\overline{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$UCL = \overline{\overline{X}} + A_2\overline{R}$
$CL = \overline{\overline{X}}$	$CL = \overline{\overline{X}}$
$LCL = \overline{\overline{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	$LCL = \overline{\overline{X}} - A_2\overline{R}$

R வரைபடங்களின் கட்டுப்பாட்டின் வரம்புகளின் இரண்டு வகைகள்

வகை (i) திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படும்போது	வகை (ii) திட்டவிலக்கம் கொடுக்கப்படாதபோது
$UCL = \overline{R} + 3\sigma_R$	$UCL = D_4\overline{R}$
$CL = \overline{R}$	$CL = \overline{R}$
$LCL = \overline{R} - 3\sigma_R$	$LCL = D_3\overline{R}$

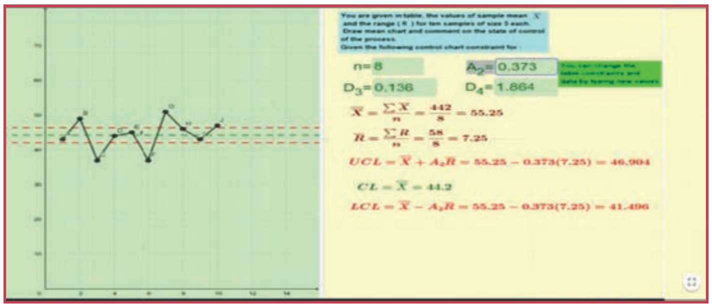
XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 246 3/5/2020 1:06:48 PM

கலைச்சொற்கள் (GLOSSARY)	
உற்பத்தி கட்டுப்பாடு	Product control
ஒழுங்கற்ற மாறுபாடு	Irregular variation
கட்டுப்பாட்டு எல்லை	Control limit
கட்டுப்பாட்டு விளக்கப்படங்கள்	Control charts
கண்டறிபதிவு / கூர்நோக்கு	Observation
காரணி மாற்று சோதனை	Factor reversal test
காலமாற்று சோதனை	Time reversal test
காலம்சார் தொடர்வரிசை	Time series
கீழ்க் கட்டுப்பாட்டு எல்லை	Lower control limit
குடும்ப வரவு– செலவுத் திட்டம்	Family budget
குறியீட்டெண்கள்	Index numbers
சராசரி வரைவுகள்	Mean charts
சுழல் மாறுபாடு	Cyclical variation
செயல்பாட்டு கட்டுப்பாடு (அல்லது) செயலாக்கக் கட்டுபாடு	Process control
நகரும் சராசரி	Moving average
நிறையிடா குறியீடு	Unweighted Index
நிறையிட்ட குறியீடு	Weighted index
நீள் காலப்போக்கு	Secular trend
பகுதி சராசரி	Semi–vverage
பருவகால குறியீடு	Seasonal Index
பருவகால மாறுபாடு	Seasonal variation
பாசியின் குறியீடு	Paasche's index
பிஷரின் குறியீடு	Fisher's index
புள்ளியியல் தரக்கட்டுப்பாடு	Statistical quality control
போக்கு	Trend
மீச்சிறு வர்க்கம்	Least square
மேல் கட்டுப்பாட்டு எல்லை	Upper control limit
லாஸ்பியரின் குறியீடு	Laspeyre's index
வீச்சு வரைபடங்கள்	Range charts

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 247 3/5/2020 1:06:48 PM

இணையச் செயல்பாடு

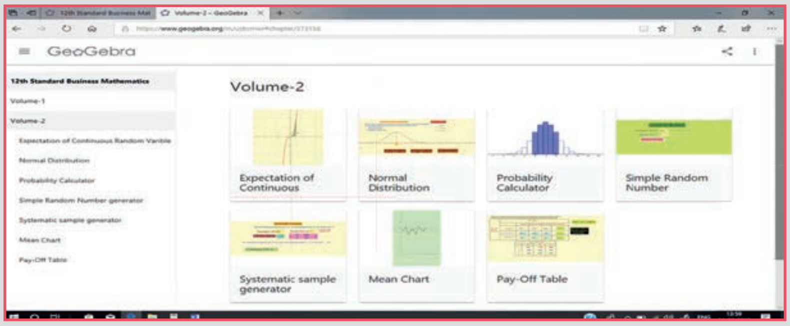
எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு



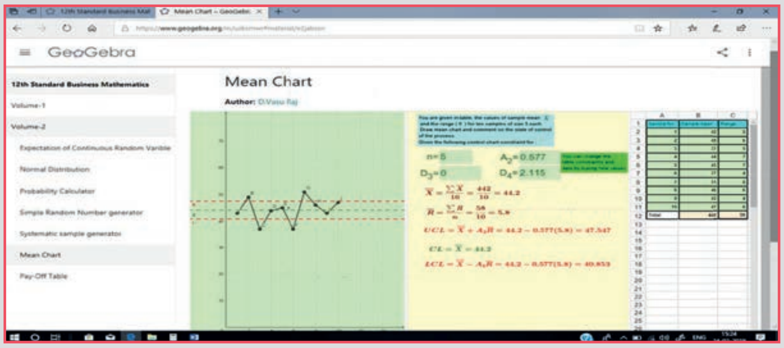
படி - 1 : கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி இச்செயல்பட்டிற்கான இணையப் பக்கத்திற்குச் செல்க. பின்பு "12th Standard Business Mathematics and Statistics" என்னும் திரையில் "Volume–2" யை தெரிவு செய்யவும்.

படி - 2 : "Mean Chart" என்னும் பயிற்சித்தாளினை தெரிவு செய்துகொள்ளவும். வலது பக்கத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விரிதாளில் தரவுகளை பதிவு செய்யவும். பின்பு n, A2, D3 மற்றும் D4 ன் மதிப்புகளை கொடுக்கப்பட்டுள்ள பெட்டியில் பதிவு செய்தால் UCL, CL மற்றும் LCL மதிப்பினையும் அதற்கான வரைபடத்தினையும் காணலாம்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி : **https://ggbm.at/uzkcrnwr**

அல்லது விரைவுக் குறியீடு **(QR Code)**

B247_12_BUS_MAT_TM

XII Std - Business Maths & Stat TM Chapter 9.indd 248 3/5/2020 1:06:49 PM