



இயல் 4

வடிவியல்



8YM1ZN

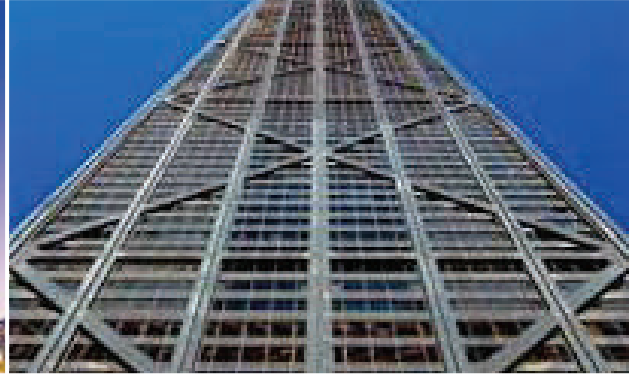
கற்றல் நோக்கங்கள்:

- முக்கோணம் அமைவதைப் புரிந்து கொள்ளுதல் மற்றும் அவற்றின் அடிப்படைக் கூறுகளை அறிதல்.
- முக்கோணங்களின் வகைகள் மற்றும் பண்புகளை அறிதல்.
- மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைதல்.

4.1 அறிமுகம்

முதல் பருவத்தில் கோணங்கள் மற்றும் அதன் வகைகள், கோட்டுத்துண்டு வரைதல், கோணங்களை அளத்தல் மற்றும் வரைதல் போன்ற அடிப்படை வடிவியல் கருத்துகளைப் பற்றிக் கற்றோம். இப்பருவத்தில் முக்கோணங்கள் மற்றும் அதன் வகைகள், கொடுக்கப்பட்ட கோட்டுத்துண்டிற்கு இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைதல் ஆகியவற்றைப் பற்றிக் கற்போம்.

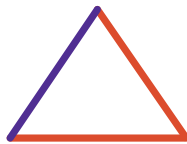
எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் முக்கோணங்கள்



பாலங்கள், கட்டடங்கள், கைப்பேசி கோபுரங்கள், விமான இறக்கைகள் மற்றும் வீட்டின் கூரைப்பகுதிகள் அமைத்தல் உள்ளிட்ட பெரும்பாலான கட்டுமான வேலைகளில் முக்கோணங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. கட்டுமானப் பணிகளில் நிலையான, கட்டுறுதியான மற்றும் வலிமையான கட்டமைப்பை முக்கோணங்கள் வழங்குகின்றன.

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

ஆசிரியர் நான்கு மாணவர்களுக்கு 2, 3, 4 மற்றும் 5 எண்ணிக்கையிலான சம நீளமுள்ள குச்சிகளைக் கொடுத்து மூடிய வடிவங்களை உருவாக்கச் சொல்கிறார். அவர்களுள் மூன்று மாணவர்கள் பின்வருமாறு வடிவங்களை உருவாக்குகிறார்கள்.





ஆனால் ஒரு மாணவர் மட்டும் தன்னிடமுள்ள இரண்டு குச்சிகளைக் கொண்டு பின்வரும் வடிவத்தை உருவாக்குகிறார்.

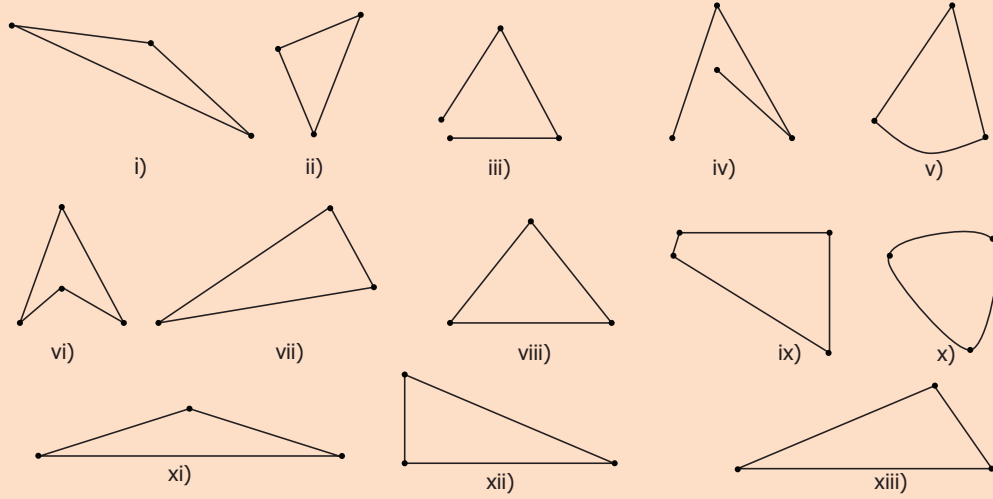
அவரால் மூடிய வடிவத்தை உருவாக்க இயலவில்லை. ஏனென்று உங்களுக்குத் தெரியுமா? ஒரு மூடிய வடிவத்தை உருவாக்கக் குறைந்தபட்சம் எத்தனை குச்சிகள் தேவை என உங்களால் சிந்திக்க முடிகிறதா? மூன்று குச்சிகள். அவ்வாறு மூன்று குச்சிகளைக் கொண்டு ஒரு மூடிய வடிவத்தை உருவாக்க முடிகிறது எனில், எந்த வடிவத்தை நீங்கள் பெறுகிறீர்கள்? அதற்கு ஏதேனும் சிறப்புப் பெயர் உண்டா? ஆம். அது ஒரு முக்கோணம் ஆகும்.

மூன்று நேர்க்கோட்டுத்துண்டுகளால் அமைந்த ஒரு மூடிய உருவமே முக்கோணம் ஆகும்.



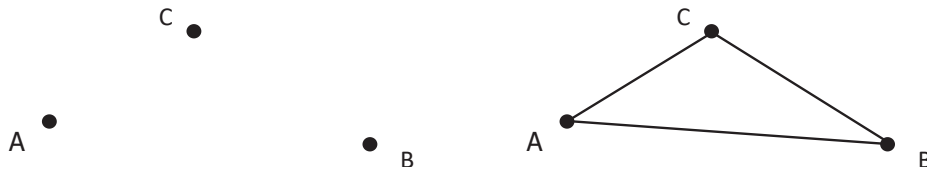
செயல்பாடு

பின்வருவனவற்றுள் முக்கோணம் மற்றும் முக்கோணம் அல்லாத வடிவங்களை வகைப்படுத்துக.



4.2 முக்கோணத்தின் அடிப்படைக் கூறுகள்

ஒரு காகிதத்தில் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையாதவாறு A, B, C என்ற மூன்று புள்ளிகளைக் குறித்து AB, BC மற்றும் CA ஆகிய மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளை இணைக்கவும்.



இது ABC என்ற முக்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இதனை $\triangle ABC$ அல்லது $\triangle BCA$ அல்லது $\triangle CAB$ என்றும் குறிக்கலாம்.

$\triangle ABC$ இல் கோட்டுத்துண்டுகள் AB, BC மற்றும் CA ஆகியவை முக்கோணத்தின் பக்கங்களாகவும், $\angle CAB, \angle ABC$ மற்றும் $\angle BCA$ ($\angle A, \angle B$ மற்றும் $\angle C$) ஆகியவை முக்கோணத்தின் கோணங்களாகவும் அமைகின்றன. முக்கோணத்தின் எவையேனும் இரண்டு பக்கங்கள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளியை முனை என்கிறோம். $\triangle ABC$ இல் A, B மற்றும் C ஆகியவை மூன்று முனைகள் ஆகும். எனவே, ஒரு முக்கோணமானது 3 பக்கங்கள், 3 கோணங்கள் மற்றும் 3 முனைகளைப் பெற்றிருக்கும்.



சிந்திக்க

ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமைந்த மூன்று புள்ளிகளைக் கொண்டு முக்கோணம் வரைய இயலுமா?

A

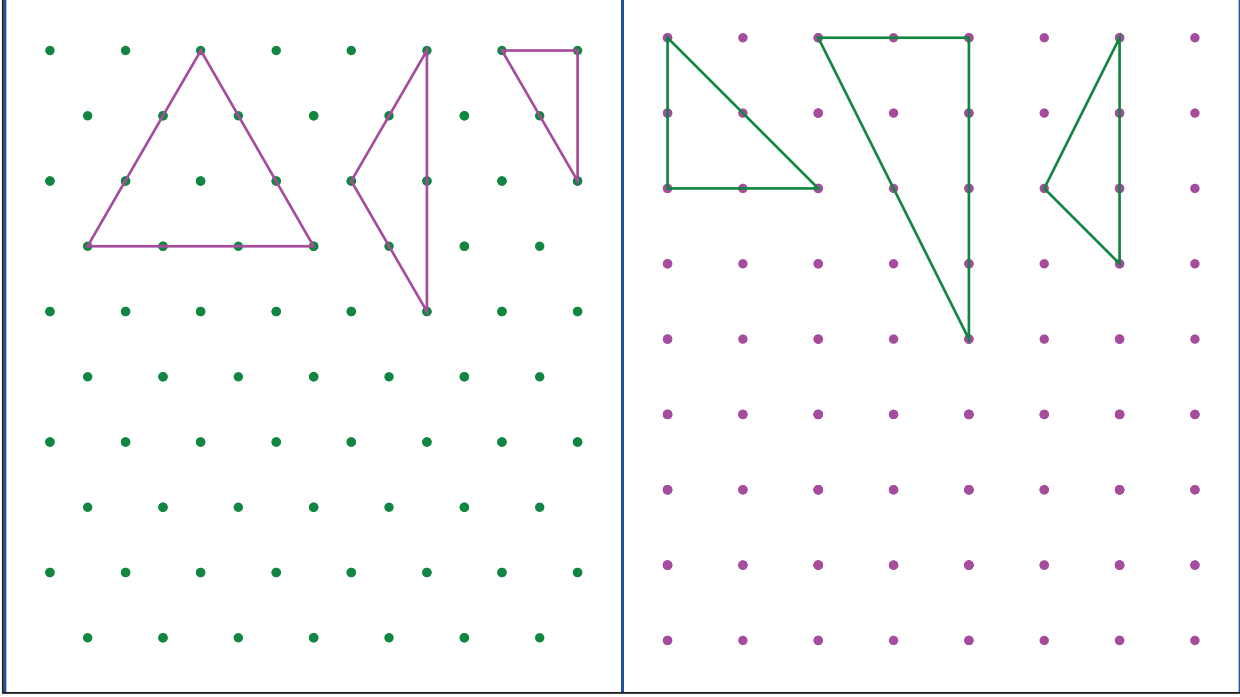
B

C



4.3 முக்கோணத்தின் வகைகள் மற்றும் பண்புகள்

புள்ளித்தாளில் சில முக்கோணங்கள் வரையப்பட்டுள்ளன. மீதமுள்ள புள்ளிகளைப் பயன்படுத்தி இயன்றவரை பல முக்கோணங்கள் வரைக. அனைத்து முக்கோணங்களின் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களை அளந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் நிரப்புக.



வ. எண்	கோண அளவுகள்	மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்	கோணங்களின் தன்மை	பக்க அளவுகள்	பக்கங்களின் தன்மை
1	60°, 60°, 60°	180°	மூன்று கோணங்களும் சமம்	3 செ.மீ., 3 செ.மீ., 3 செ.மீ.	மூன்று பக்கங்களும் சமம்

அட்டவணையிலிருந்து, பின்வருவனவற்றை உற்றுநோக்கலாம் :

- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் வெவ்வேறானவை எனில் மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை.
- ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு கோணங்கள் சமம் எனில் இரண்டு பக்கங்கள் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் சமம் எனில் மூன்று பக்கங்களும் சமம். ஒவ்வொரு கோணமும் 60° ஆக இருக்கும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180°.



செயல்பாடு

மாணவர்களைக் குழுக்களாகப் பிரித்து ஒவ்வொரு குழுவிற்கும் 9 அலகுகள் கொண்ட மூன்று குச்சிகளும், 3 அலகுகள் கொண்ட இரண்டு குச்சிகளும், 2 அலகுகள் கொண்ட இரண்டு குச்சிகளும், 5 அலகுகள் கொண்ட ஒரு குச்சியும், 4 அலகுகள் கொண்ட ஒரு குச்சியும் கொடுத்து, அக்குச்சிகளைப் பயன்படுத்தி மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்கி அம்முக்கோணங்களின் பக்க அளவுகளைக் கண்டறிந்து அட்டவணைப்படுத்தச் செய்க.

முக்கோணம்	பக்க அளவு 1	பக்க அளவு 2	பக்க அளவு 3	அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம் / இரண்டு பக்கங்கள் சமம் / மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை
1				
2				
3				

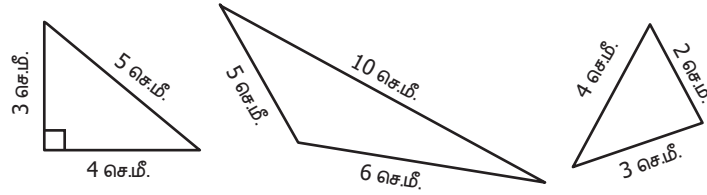
அட்டவணையிலிருந்து பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளி.

- ஒவ்வொரு குழுவும் மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்க முடிந்ததா?
- நீங்கள் உருவாக்கிய முக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் எத்தனை பக்கங்கள் சமம்?

4.3.1 பக்கங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்களின் வகைகள்

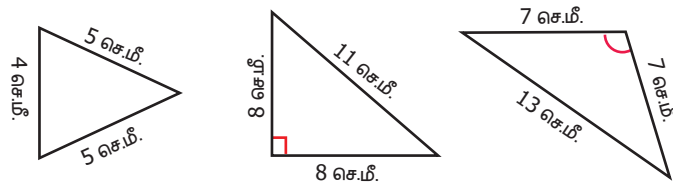
- (i) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறு அளவுடையவை எனில் அது ஓர் **அசமபக்க முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



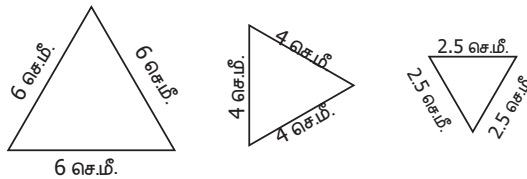
- (ii) ஒரு முக்கோணத்தில் எவையேனும் இரண்டு பக்கங்கள் சம அளவுடையவை எனில் அது ஓர் **இருசமபக்க முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



- (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் சம அளவுடையவை எனில் அது ஒரு **சமபக்க முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



இவ்வாறு பக்கங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்களை 3 வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.

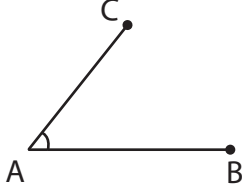


அட்டவணையை நிரப்புக. ஒரு முக்கோணத்தில்,

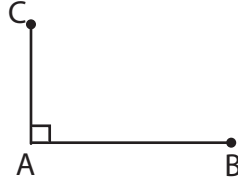
வ. எண்	பக்கம் 1	பக்கம் 2	பக்கம் 3	முக்கோணத்தின் வகை
1.	6 செ.மீ.	7 செ.மீ.	8 செ.மீ.	அசமபக்க முக்கோணம்
2.	5 செ.மீ.	5 செ.மீ.	5 செ.மீ.	
3.	2.2 செ.மீ.	2.5 செ.மீ.	3.2 செ.மீ.	
4.	7 செ.மீ.	7 செ.மீ.	10 செ.மீ.	
5.	10 செ.மீ.	10 செ.மீ.	10 செ.மீ.	
6.	10 செ.மீ.	8 செ.மீ.	8 செ.மீ.	

4.3.2 கோணங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்களின் வகைகள்

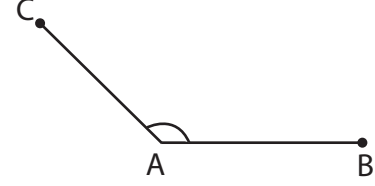
AB மற்றும் AC கோட்டுத்துண்டுகளால் அமைந்த பின்வரும் கோணங்களைக் குறுங்கோணம், செங்கோணம் அல்லது விரிகோணம் என வகைப்படுத்துக.



$\angle A$ என்பது _____

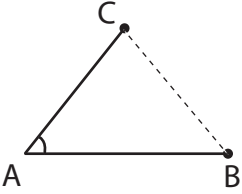


$\angle A$ என்பது _____



$\angle A$ என்பது _____

இப்பொழுது, மூன்றாவது பக்கத்தை வரைந்து முக்கோணம் அமைத்து, அம்மூன்று கோணங்களின் வகைகளையும் கண்டறிந்து எழுதுக.



$\angle A$ என்பது _____

$\angle A$ என்பது _____

$\angle A$ என்பது _____

$\angle B$ என்பது _____

$\angle B$ என்பது _____

$\angle B$ என்பது _____

$\angle C$ என்பது _____

$\angle C$ என்பது _____

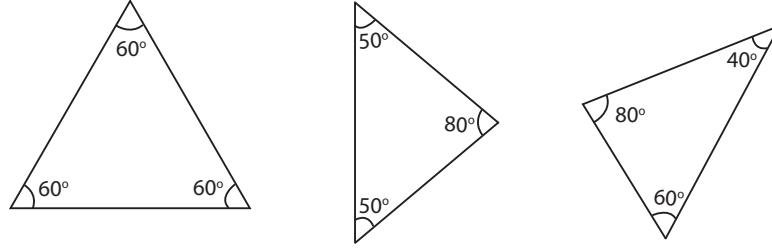
$\angle C$ என்பது _____

இந்த மூன்று முக்கோணங்களையும் உற்று நோக்கவும்.



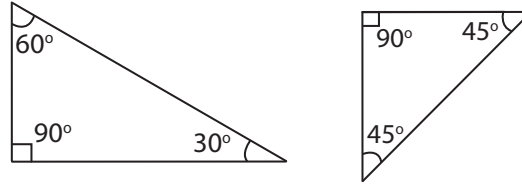
- (i) ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணங்களாக (0° இக்கு மேல் 90° இக்குள்) இருப்பின் அது ஒரு **குறுங்கோண முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



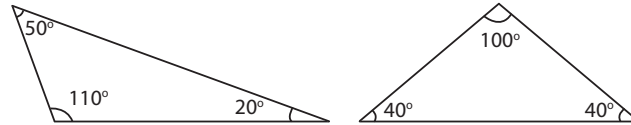
- (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணமாக (90°) இருப்பின் அது ஒரு **செங்கோண முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



- (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் ஏதேனும் ஒரு கோணம் விரிகோணமாக (90° இக்கு மேல் 180° இக்குள்) இருப்பின் அது ஒரு **விரிகோண முக்கோணம்** ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:



இவ்வாறு, கோணங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணங்களை 3 வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.



இவற்றை முயல்க

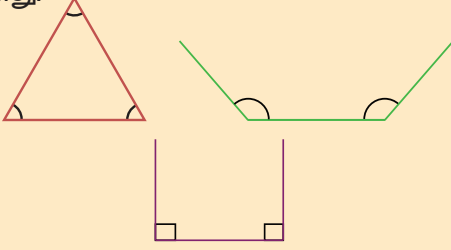
அட்டவணையை முழுமைப்படுத்துக.

வ.எண்	$\angle A$	$\angle B$	$\angle C$	மூன்று கோணங்களின் கூடுதல்	$\triangle ABC$ அமைக்க இயலுமா?	முக்கோணத்தின் வகை
1	60°	60°	60°	180°	ஆம்	குறுங்கோண முக்கோணம்
2	50°	40°	90°			
3	60°	30°	90°			
4	95°	40°	35°			
5	110°	40°	30°			
6	150°	60°	70°			



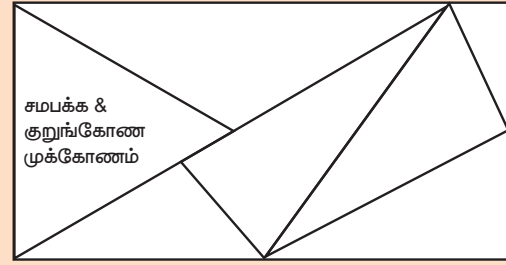


ஒரு முக்கோணத்தில் மூன்று கோணங்களும் குறுங்கோணங்களாக இருக்கலாம். ஆனால் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட கோணங்கள் செங்கோணங்களாகவோ அல்லது விரிகோணங்களாகவோ இருக்க இயலாது.



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்ட படத்தில் சில முக்கோணங்கள் உள்ளன. அவற்றின் பக்கங்களையும், கோணங்களையும் அளந்து இரு வேறு முறைகளில் பெயரிடுக. உங்களுக்காக ஒரு முக்கோணம் பெயரிடப்பட்டுள்ளது.



4.3.3 முக்கோணச் சமனின்மைப் பண்பு

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

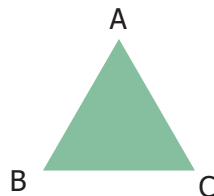
கமலா, மதன் மற்றும் சுமதி ஆகிய மூன்று மாணவர்களிடம் முறையே 6 செ.மீ, 8 செ.மீ, 5 செ.மீ ; 4 செ.மீ, 10 செ.மீ, 5 செ.மீ மற்றும் 10 செ.மீ, 6 செ.மீ, 4 செ.மீ. நீளமுள்ள குச்சிகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூவரும் முக்கோணம் அமைக்க முயல்கின்றனர். முதலாவதாக உள்ள கமலா வெற்றிகரமாக முக்கோணத்தை அமைத்தாள். ஆனால் கமலாவிற்கு அடுத்துள்ள மதன் மற்றும் சுமதி ஆகிய இருவராலும் முக்கோணங்கள் அமைக்க இயலவில்லை. ஏன்?



இருவரும் குச்சிகளின் முனைகளை இணைக்க முயற்சி செய்யும் பொழுது, இரண்டு சிறிய குச்சிகளும், நீளமான குச்சியின் மேல் ஒன்றோடொன்று பொருந்துகின்றன அல்லது நீளமான குச்சியை விடக் குறைவாக உள்ளன. எனவே அவர்களால் முக்கோணம் அமைக்க இயலவில்லை. இதிலிருந்து, இரு சிறிய பக்கங்களின் நீளங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தின் நீளத்தை விட அதிகமாக இருந்தால் தான் முக்கோணம் அமைக்க இயலும் என்பதைப் புரிந்து கொள்கின்றனர்.

ஒரு முக்கோணத்தின் எவையேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமாக இருக்கும். இது முக்கோணச் சமனின்மைப் பண்பாகும்.

$$\begin{aligned} AB + BC &> CA \\ BC + CA &> AB \\ CA + AB &> BC \end{aligned}$$



குறிப்பு

மூன்று பக்க அளவுகளும் சமம் எனில் உறுதியாக முக்கோணம் அமைக்க இயலும்.

ஒரு முக்கோணத்தின் எவையேனும் இரு பக்கங்கள் கொடுக்கப்பட்டிருப்பின் மூன்றாவது பக்கமானது, இரு பக்கங்களின் வித்தியாசம் மற்றும் கூடுதல் ஆகியவற்றின் இடையில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 1: 7 செ.மீ, 10 செ.மீ மற்றும் 5 செ.மீ ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா?

தீர்வு : முக்கோணச் சமனின்மை விதியை அனைத்துப் பக்கங்களுக்கும் சரிபார்ப்பதற்குப் பதிலாக, இரு சிறிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு சரிபார்க்க இயலும்.

இரு சிறிய பக்க அளவுகளின் கூடுதல் = $7 + 5 = 12$ செ.மீ > 10 செ.மீ, மூன்றாவது பக்கம்.

இரு சிறிய பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தைவிட அதிகமாக உள்ளது.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 2: 7 செ.மீ, 7 செ.மீ மற்றும் 7 செ.மீ ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா?

தீர்வு : மூன்று பக்க அளவுகளும் சமமாக உள்ளன. எனவே முக்கோணச் சமனின்மைப் பண்பை இவை நிறைவு செய்யும் என்பதால் இவற்றைக் கொண்டு உறுதியாக முக்கோணம் அமைக்க இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3: 8 செ.மீ, 3 செ.மீ மற்றும் 4 செ.மீ ஆகிய பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா?

தீர்வு : இரு சிறிய பக்கங்களின் கூடுதல் = $3 + 4 = 7$ செ.மீ < 8 செ.மீ, மூன்றாவது பக்கம்.

இரு சிறிய பக்கங்களின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்கத்தைவிடக் குறைவாக உள்ளது.

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலாது.



இவற்றை முயல்க

கொடுக்கப்பட்டுள்ள பக்க அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? ஆம் எனில், அதன் வகையினை எழுதுக.

வ.எண்	$\overline{AB}$	$\overline{BC}$	$\overline{CA}$	$\triangle ABC$ அமைக்க இயலுமா?	முக்கோணத்தின் வகை
1	7 செ.மீ.	10 செ.மீ.	6 செ.மீ.		
2	10 செ.மீ.	8 செ.மீ.	8 செ.மீ.		
3	8.5 மீ.	7.3 மீ.	6.8 மீ.		
4	4 செ.மீ.	5 செ.மீ.	12 செ.மீ.		
5	15 மீ.	20 மீ.	20 மீ.		
6	23 செ.மீ.	20 செ.மீ.	18 செ.மீ.		
7	3.2 செ.மீ.	1.5 செ.மீ.	1.5 செ.மீ.		

எடுத்துக்காட்டு 4: 80° , 30° , 40° ஆகிய கோண அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா?

தீர்வு : மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் = $80^\circ + 30^\circ + 40^\circ = 150^\circ$ (180° இக்குச் சமமில்லை).

எனவே, கொடுக்கப்பட்ட கோண அளவுகளைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலாது.



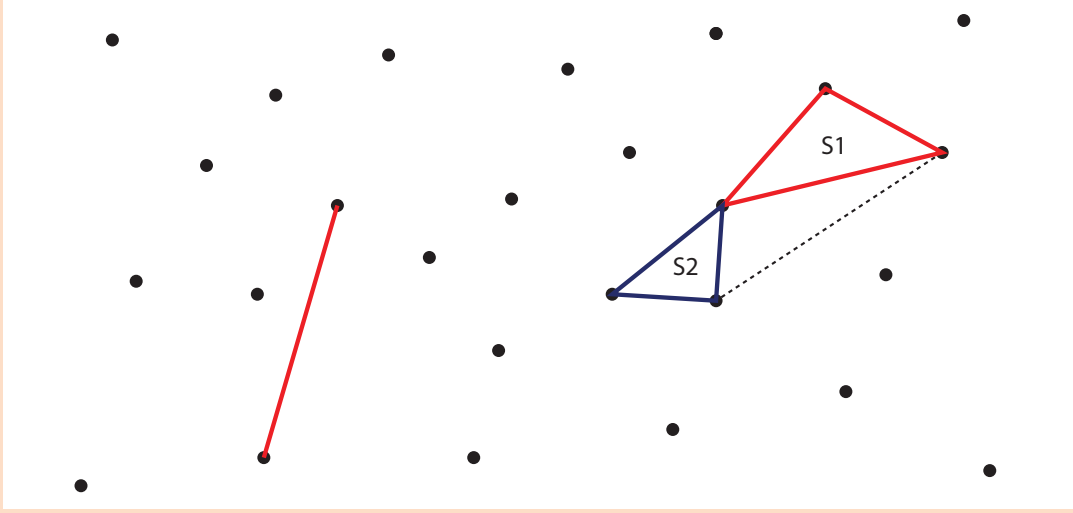
சிந்திக்க

ஒரு முக்கோணத்தின் இரண்டு பெரிய பக்கங்களின் வித்தியாசம் மூன்றாவது பக்கத்தை விடக் குறைவாக இருக்குமா?



செயல்பாடு

முக்கோண விளையாட்டு : மாணவர்கள் ஒவ்வொருவரும் தங்கள் முறை வரும் போது இருவேறு புள்ளிகளை இணைத்துக் கோட்டுத்துண்டினை வரைய வேண்டும். அக்கோட்டுத்துண்டு வேறு புள்ளியினைத் தொடக்கூடாது, பிற கோட்டுத்துண்டுகளின் குறுக்காகச் செல்லுமாறும் வரையக் கூடாது. மாணவர் தான் வரையும் கோட்டினால் ஒரு முக்கோணத்தை உருவாக்கினால் அதற்கு ஒரு வெற்றிப்புள்ளியைப் பெறுவார். விளையாட்டின் முடிவில் அதிக வெற்றிப்புள்ளிகள் பெற்ற மாணவரே வெற்றியாளர் ஆவார்.



சிந்திக்க

ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் மற்ற இரு கோணங்கள் எந்தெந்த அளவுகளைப் பெற்றிருக்கலாம்?

பயிற்சி 4.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

- ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் குறைந்த பட்சம் _____ குறுங்கோணங்கள் இருக்கும்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை எனில் அது _____ ஆகும்.
- இரு சமபக்க முக்கோணத்தில் _____ கோணங்கள் சமம்.
- ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் _____.
- ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில் இரு பக்கங்கள் சமம் எனில் அது _____.



2. பொருத்துக

- | | |
|---------------------------------------|------------------------|
| (i) அனைத்துப் பக்கங்களும் வெவ்வேறானவை | - இரு சமபக்க முக்கோணம் |
| (ii) ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம் | - அசமபக்க முக்கோணம் |
| (iii) ஏதேனும் ஒரு கோணம் விரிகோணம் | - செங்கோண முக்கோணம் |
| (iv) எவையேனும் இரு பக்கங்கள் சமம் | - சமபக்க முக்கோணம் |
| (v) மூன்று பக்கங்களும் சமம் | - விரிகோண முக்கோணம் |



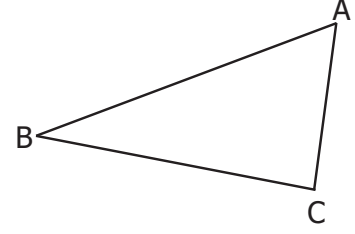


3. $\triangle ABC$ இல் பின்வருவனவற்றுக்குப் பெயரிடுக.

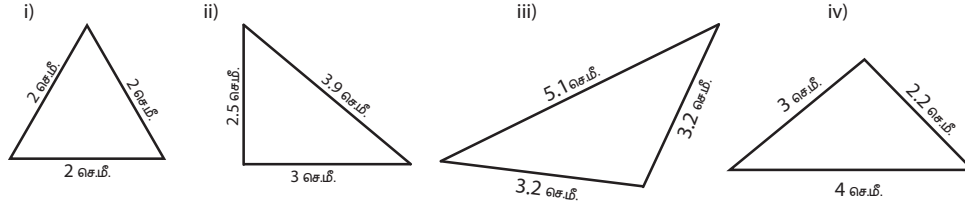
அ) மூன்று பக்கங்கள் : _____ , _____ , _____

ஆ) மூன்று கோணங்கள் : _____ , _____ , _____

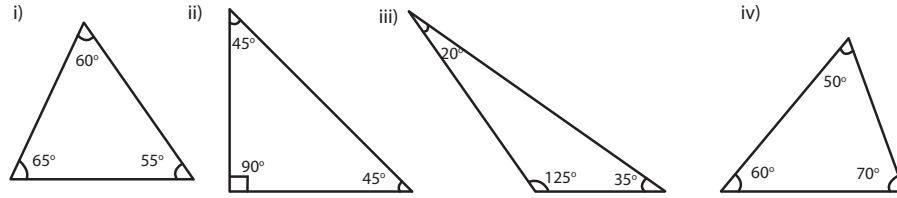
இ) மூன்று முனைகள் : _____ , _____ , _____



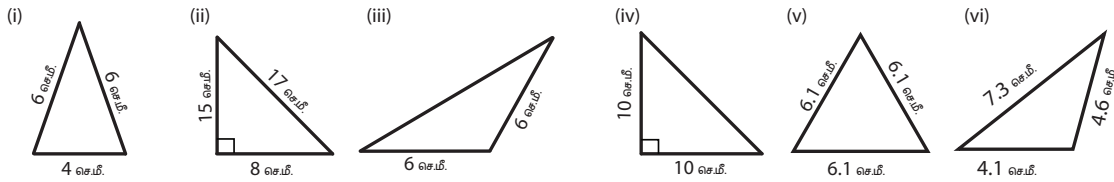
4. பக்கங்களின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களை அசம்பக்க அல்லது இருசம்பக்க அல்லது சம்பக்க முக்கோணம் என வகைப்படுத்துக.



5. கோணங்களின் அடிப்படையில் கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணங்களைக் குறுங்கோண அல்லது செங்கோண அல்லது விரிகோண முக்கோணம் என வகைப்படுத்துக.



6. பின்வரும் முக்கோணங்களைப் பக்கங்கள் மற்றும் கோணங்களின் அடிப்படையில் வகைப்படுத்துக.



7. பின்வரும் பக்க அளவுகளைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? ஆம் எனில், அம்முக்கோணத்தின் வகையைக் குறிப்பிடுக.

(i) 8 செ.மீ., 6 செ.மீ., 4 செ.மீ. (ii) 10 செ.மீ., 8 செ.மீ., 5 செ.மீ.

(iii) 6.2 செ.மீ., 1.3 செ.மீ., 3.5 செ.மீ. (iv) 6 செ.மீ., 6 செ.மீ., 4 செ.மீ.

(v) 3.5 செ.மீ., 3.5 செ.மீ., 3.5 செ.மீ. (vi) 9 செ.மீ., 4 செ.மீ., 5 செ.மீ.

8. பின்வரும் கோண அளவுகளைக் கொண்டு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? ஆம் எனில், அம்முக்கோணத்தின் வகையைக் குறிப்பிடுக.

(i) 60° , 60° , 60° (ii) 90° , 55° , 35° (iii) 60° , 40° , 42°

(iv) 60° , 90° , 90° (v) 70° , 60° , 50° (vi) 100° , 50° , 30°

9. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது கோணம் காண்க.

(i) 80° , 60° (ii) 75° , 35° (iii) 52° , 68° (iv) 50° , 90° (v) 120° , 30° (vi) 55° , 85°



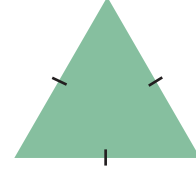


10. நான், மூன்று கோணங்களும் 60° ஆகக் கொண்ட ஒரு மூடிய உருவம் ஆவேன். நான் யார்?
11. கொடுக்கப்பட்டுள்ள தகவல்களைக் கொண்டு முக்கோணத்தின் வகையைப் பின்வரும் அட்டவணையில் எழுதுக.

வ.எண்	$\angle 1$	$\angle 2$	$\angle 3$	கோணங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணத்தின் வகை	பக்கங்களின் அடிப்படையில் முக்கோணத்தின் வகை
i	60°	40°	80°	குறுங்கோண முக்கோணம்	அசமபக்க முக்கோணம்
ii	50°	50°	80°		
iii	45°	45°	90°		
iv	55°	45°	80°		
v	75°	35°	70°		
vi	60°	30°	90°		
vii	25°	64°	91°		
viii	120°	30°	30°		

கொள்கறிவகை வினாக்கள்

12. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் ஒரு _____.
 (அ) செங்கோண முக்கோணம் (ஆ) சமபக்க முக்கோணம்
 (இ) அசமபக்க முக்கோணம் (ஈ) விரிகோண முக்கோணம்
13. ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துக் கோணங்களும் செங்கோணத்தை விடக் குறைவு எனில் அது ஒரு _____.
 (அ) விரிகோண முக்கோணம் (ஆ) செங்கோண முக்கோணம்
 (இ) இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணம் (ஈ) குறுங்கோண முக்கோணம்
14. ஒரு முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் 5 செ.மீ மற்றும் 9 செ.மீ எனில் மூன்றாவது பக்கம் _____ ஆகும்.
 (அ) 5 செ.மீ (ஆ) 3 செ.மீ (இ) 4 செ.மீ (ஈ) 14 செ.மீ
15. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் கோணங்கள் _____.
 (அ) குறுங்கோணம், குறுங்கோணம், விரிகோணம்
 (ஆ) குறுங்கோணம், செங்கோணம், செங்கோணம்
 (இ) செங்கோணம், விரிகோணம், குறுங்கோணம்
 (ஈ) குறுங்கோணம், குறுங்கோணம், செங்கோணம்
16. சமபக்க முக்கோணம் ஆனது ஒரு _____ ஆகும்.
 (அ) விரிகோண முக்கோணம் (ஆ) செங்கோண முக்கோணம்
 (இ) குறுங்கோண முக்கோணம் (ஈ) அசமபக்க முக்கோணம்

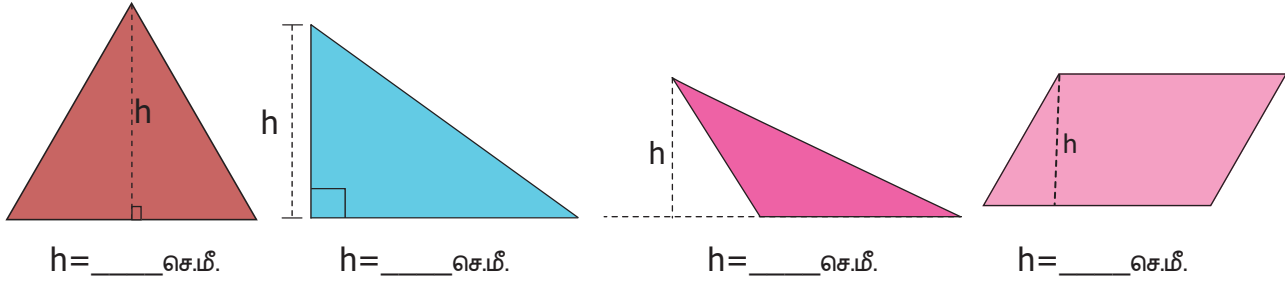
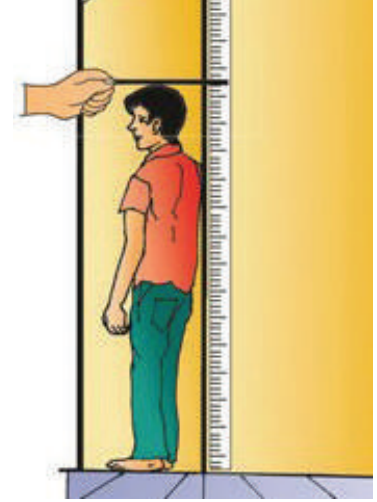


4.4 செங்குத்துக்கோடுகள் வரைதல்

4.4.1 அறிமுகம்

பெரும்பாலான கட்டடங்களில் சுவரும் தரையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருப்பதைப் பார்த்திருப்பீர்கள். ஆகையால் நம்முடைய உயரத்தை அளக்க படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு சுவரில் அளவுகளைக் குறித்துப் பயன்படுத்துகிறோம்.

வடிவியலில், உருவங்களின் உயரம் காண நாம் செங்குத்துக்கோடுகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் வடிவங்களின் உயரம் காண்க.



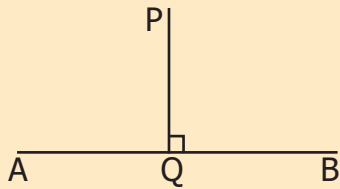
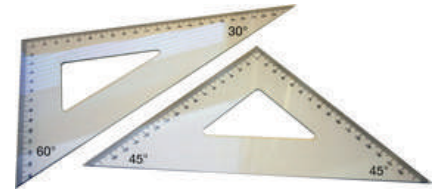
மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்திச் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைதலை இப்பகுதியில் கற்போம்.

4.4.2 மூலைமட்டங்கள்

கணித உபகரணப்பெட்டியில் முக்கோண வடிவில் இரண்டு மூலைமட்டங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு மூலைமட்டத்திலும் ஒரு செங்கோணம் உள்ளது. ஒரு மூலைமட்டத்தின் கோணங்கள் 30° , 60° , 90° எனவும், மற்றொரு மூலைமட்டத்தின் கோணங்கள் 45° , 45° , 90° எனவும் இருக்கும். செங்கோணத்தை உருவாக்கும் இரண்டு விளிம்புகளிலும் சென்டிமீட்டரில் அளவுகள் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்.

மூலைமட்டங்களின் சில பயன்கள்:

- 30° , 45° , 60° , 90° ஆகிய கோணங்களை அமைத்தல்
- இணைகோடுகள் மற்றும் செங்குத்துக்கோடுகள் வரைதல்
- வடிவங்களின் உயரங்களை அளத்தல்



P என்ற புள்ளியிலிருந்து AB என்ற கோட்டுத்துண்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு Q என்ற புள்ளியில் சந்திக்கிறது எனில் Q ஆனது செங்குத்துக்கோட்டின் அடி ஆகும். " $\perp$ " ஆனது செங்குத்து எனக்காட்டும் குறியீடு ஆகும். அதாவது $PQ \perp AB$.





எடுத்துக்காட்டு 5: கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளியில் இருந்து அக்கோட்டிற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக.

படி 1: AB என்ற கோடு வரைந்து, கோட்டின் மீது P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.	
படி 2: மூலைமட்டத்தின் செங்கோணம் உருவாக்கும் முனையானது P என்ற புள்ளியிலும் மற்றும் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு பக்கம் AB என்ற கோட்டின் மீதும் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு பொருத்துக.	
படி 3: மூலைமட்டத்தின் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் மற்றொரு பக்கத்தின் விளிம்பை ஒட்டி P என்ற புள்ளியிலிருந்து PQ என்ற கோடு வரைக.	
படி 4: கோடு PQ ஆனது AB இக்குச் செங்குத்துக் கோடாகும். அதாவது $PQ \perp AB$ மற்றும் $\angle APQ = \angle BPQ = 90^\circ$.	

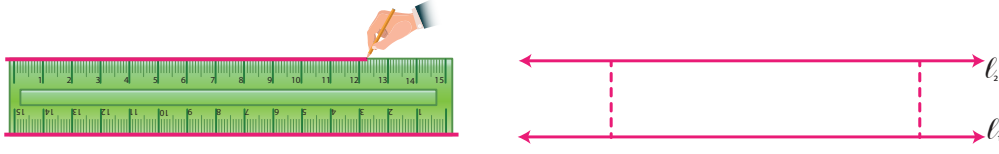
எடுத்துக்காட்டு 6: கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டிற்கு மேலே உள்ள ஒரு புள்ளி வழியே அக்கோட்டிற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக.

படி 1: PQ என்ற கோடு வரைக. கோடு PQ விற்கு மேலே X என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.	
படி 2: மூலைமட்டத்தின் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு பக்கம் PQ கோட்டின் மீதும் மற்றொரு பக்கம் X என்ற புள்ளியைத் தொடுமாறும் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்க.	
படி 3: மூலைமட்டத்தின் மற்றொரு விளிம்பை ஒட்டி X இன் வழியே கோடு PQ ஐ Y இல் சந்திக்குமாறு ஒரு கோடு வரைக.	
படி 4: கோடு XY ஆனது PQ இக்குச் செங்குத்துக் கோடாகும். அதாவது $XY \perp PQ$.	



4.5 இணைகோடுகள் வரைதல்

ஒரு காகிதத்தின் மீது அளவுகோலை வைத்து அதன் இரு விளிம்புகளையும் ஒட்டிக் கோடுகள் வரைக.



l_1 என்ற கோட்டின் மீது எவையேனும் இரு இடங்களில் மூலைமட்டத்தை வைத்து, கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 இக்கு இடையேயுள்ள தூரத்தை அளக்கவும். அவை சமமாக உள்ளனவா? ஆம். இவ்வாறு இரண்டு இணைகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட செங்குத்துத் தொலைவு மாறாமல் இருக்கும்.



குறிப்பு

இணையாக அமைந்த கோட்டுத்துண்டுகள் சம நீளமுடையதாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.



சிந்திக்க

ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துகளில், இணைகோடுகள் உள்ள எழுத்துகளை அடையாளம் கண்டு பட்டியலிடுக.

எடுத்துக்காட்டுகள் : E W

எடுத்துக்காட்டு 7: AB = 6.5 செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைந்து கோட்டுத்துண்டிற்கு மேலே M என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. M வழியே AB கோட்டுத்துண்டிற்கு இணைகோடு வரைக.

படி 1: AB = 6.5 செ.மீ அளவுள்ள ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைந்து $\overline{AB}$ இக்கு மேலே M என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.	
படி 2: கோட்டுத்துண்டு ABஇன் கீழாக, மூலைமட்டத்தைப் படத்தில் காட்டியவாறு பொருத்துக. மூலைமட்டத்தின் மற்றொரு விளிம்பை ஒட்டி அளவுகோலைப் பொருத்துக.	
படி 3: அளவுகோலை நகர்த்தாமல் மூலைமட்டத்தை M என்ற புள்ளி வரை நகர்த்துக. மூலைமட்டத்தின் விளிம்பை ஒட்டி M வழியாக MN என்ற கோடு வரைக.	
படி 4: கோடு MN ஆனது ABஇக்கு இணைகோடாகும். அதாவது $MN \parallel AB$.	



எடுத்துக்காட்டு 8: ஒரு கோடு வரைக. அக்கோட்டிற்கு மேலே 4.8செ.மீ தூரத்தில் R என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. R வழியே அக்கோட்டிற்கு இணைகோடு வரைக.

படி 1: அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி AB என்ற கோடு வரைக. கோட்டின் மீது Q என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.	
படி 2: மூலைமட்டத்தின் செங்கோணத்தை உருவாக்கும் ஒரு பக்கம் AB என்ற கோட்டின் மீதும், செங்கோணத்தை உருவாக்கும் முனை Q என்ற புள்ளியிலும் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு அமைக்க. Qவிலிருந்து 4.8 செ.மீ தூரத்தில் R என்ற புள்ளியைக் குறிக்க.	
படி 3: அளவுகோல் மற்றும் மூலைமட்டத்தைப் படத்தில் காட்டியவாறு பொருத்துக.	
படி 4: அளவுகோலை நகர்த்தாமல் மூலைமட்டத்தை R என்ற புள்ளி வரை நகர்த்துக. மூலைமட்டத்தின் விளிம்பை ஒட்டி R வழியே RS என்ற கோடு வரைக.	
படி 5: RS ஆனது AB என்ற கோட்டிற்கு இணைகோடாகும். $RS \parallel AB$.	

எடுத்துக்காட்டு 9: $PQ = 12$ செ.மீ அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டிற்கு மேலே 5 செ.மீ தூரத்தில் M மற்றும் N என இரு புள்ளிகளைக் குறிக்க. M மற்றும் N வழியே PQ கோட்டுத்துண்டிற்கு ஓர் இணைகோடு வரைக.

படி 1: அளவுகோலைப் பயன்படுத்தி $PQ = 12$ செ.மீ. அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைந்து, அதன் மேல் A மற்றும் B என இரு புள்ளிகளைக் குறிக்க.	
படி 2: மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்திக் கோட்டிற்கு மேலே $AM = BN = 5$ செ.மீ என்றவாறு M மற்றும் N என்ற இரு புள்ளிகளைக் குறிக்க.	
படி 3: அளவுகோலைக் கொண்டு M மற்றும் N வழியே ஒரு கோடு வரைக. MN ஆனது PQ இக்கு இணைகோடாகும். அதாவது $MN \parallel PQ$.	

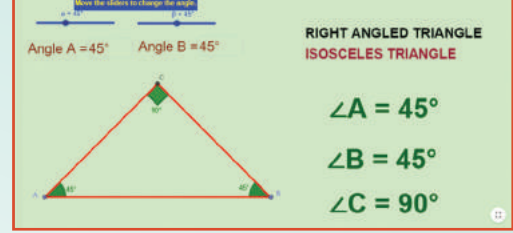


வடிவியல்

இணையச் செயல்பாடு



செயல்பாட்டின் இறுதியில்
கிடைக்கப்பெறுவது

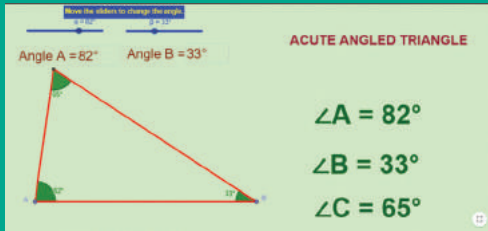


படி 1: கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி, GeoGebra இணையப் பக்கத்தில் "Geometry" என்னும் பணித்தாளிற்குச் செல்லவும். அதில் 1. Types of triangles, 2. Perpendicular line construction மற்றும் 3. Parallel line construction ஆகிய மூன்று செயல்பாடுகள் கொடுக்கப்பட்டு இருக்கும்.

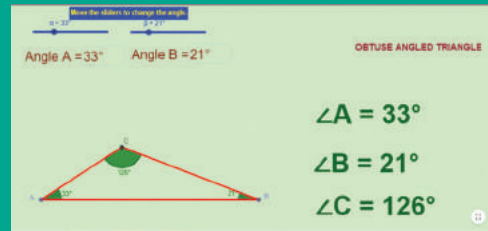
முதல் செயல்பாட்டில் திரையில் தெரியும் நடுவலை நகர்த்தியோ அல்லது கோணத்தை உள்ளீடு செய்தோ முக்கோணங்களின் கோணங்களை மாற்றவும். மேலும் அம்முக்கோணம் எவ்வகை என்றும் அதன் கோணங்களையும் ஒப்பீடு செய்க.

படி 2: இரண்டு மற்றும் மூன்றாம் செயல்பாடாக காணொலிகளைப் பயன்படுத்தி இணை மற்றும் செங்குத்துக் கோடுகள் வரைவதை அறியலாம்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி:

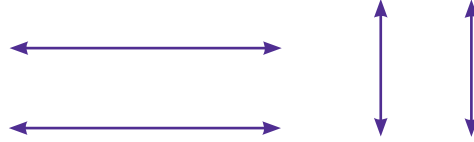
வடிவியல்: <https://ggbm.at/p7DZHP6K> அல்லது விரைவு குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.





பயிற்சி 4.2

1. $AB = 7$ செ.மீ அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைந்து கோட்டுத்துண்டின் மீது P என்ற புள்ளியைக் குறிக்கவும். P வழியே AB கோட்டுத்துண்டிற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக.
2. $LM = 6.5$ செ.மீ அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டின் மீது அமையாதவாறு (மேலே/கீழே) P என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி P வழியே LM கோட்டுத்துண்டிற்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக.
3. கொடுக்கப்பட்ட ஒவ்வொரு சோடி கோடுகளுக்கும் இடையேயான தொலைவை இரு வேறு புள்ளிகளில் மூலைமட்டத்தைப் பயன்படுத்திக் கண்டறிக. அவை இணைகோடுகளா? என்பதைச் சோதித்தறிக.



4. 7.8 செ.மீ அளவில் ஒரு கோட்டுத்துண்டு வரைக. கோட்டுத்துண்டிற்கு மேலே 5 செ.மீ தூரத்தில் B என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. B வழியே கோட்டுத்துண்டிற்கு இணைகோடு வரைக.
5. ஒரு கோடு வரைக. கோட்டிற்குக் கீழே 5.4 செ.மீ தூரத்தில் R என்ற புள்ளியைக் குறிக்க. R வழியே அக்கோட்டிற்கு இணைகோடு வரைக.

பயிற்சி 4.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்



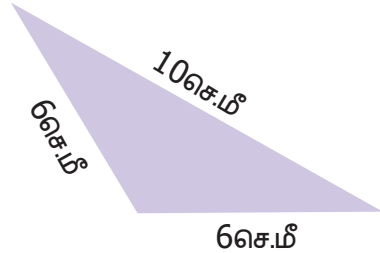
1. ஓர் இரு சமபக்கச் செங்கோண முக்கோணத்தின் கோணங்கள் யாவை?
2. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணம் எவ்வகையைச் சார்ந்தது?

அ) இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணம்

ஆ) இருசமபக்கக் குறுங்கோண முக்கோணம்

இ) இருசமபக்க விரிகோண முக்கோணம்

ஈ) அசமபக்க விரிகோண முக்கோணம்

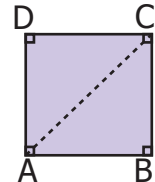

3. பின்வருவனவற்றுள் பொருத்தமில்லாதது எது?

அ) இருசமபக்க விரிகோண முக்கோணம்

இ) சமபக்க விரிகோண முக்கோணம்

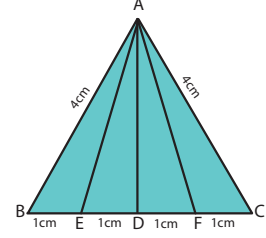
ஆ) இருசமபக்கக் குறுங்கோண முக்கோணம்

ஈ) சமபக்கக் குறுங்கோண முக்கோணம்
4. இருசமபக்க முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் 124° எனில் மற்ற இரு கோணங்களைக் கண்டுபிடி.
5. படம் ABCD என்பது ஒரு சதுரமாகும். A மற்றும் C ஐ இணைத்து ஒரு கோடு வரைந்தால் உருவாகும் இரு முக்கோணங்கள் எவ்வகையைச் சார்ந்தது?
6. $AB = 6$ செ.மீ அளவுள்ள கோட்டுத்துண்டு வரைக. அக்கோட்டுத்துண்டின் ஒவ்வொரு முனையிலும் AB இக்குச் செங்குத்துக்கோடு வரைக. அவ்விரு செங்குத்துக் கோடுகளும் ஒன்றுக்கொன்று இணையாக உள்ளனவா?



மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

7. $90^\circ, 90^\circ, 0^\circ$ ஆகிய கோணங்களைக் கொண்டு ஒரு முக்கோணம் அமைக்க இயலுமா? ஏன்?
8. பின்வருவனவற்றுள் எது சரியான கூற்று? ஏன்?
 - அ) ஒவ்வொரு சமபக்க முக்கோணமும் ஓர் இருசமபக்க முக்கோணமாகும்.
 - ஆ) ஒவ்வொரு இருசமபக்க முக்கோணமும் ஒரு சமபக்க முக்கோணமாகும்.
9. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணத்தின் ஒரு கோணம் 70° எனில் மற்ற இரு கோணங்களின் அளவுகள் என்னென்னவாக இருக்கலாம்?
10. பின்வருவனவற்றுள் எவை இருசமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கங்களாக அமையும்?
 - அ) 6 செ.மீ., 3 செ.மீ., 3 செ.மீ.
 - ஆ) 5 செ.மீ., 2 செ.மீ., 2 செ.மீ.
 - இ) 6 செ.மீ., 6 செ.மீ., 7 செ.மீ.
 - ஈ) 4 செ.மீ., 4 செ.மீ., 8 செ.மீ.
11. படத்தைப் பார்த்துப் பின்வரும் முக்கோணங்களைக் கண்டறிக.
 - அ) சமபக்க முக்கோணம்
 - ஆ) இருசமபக்க முக்கோணங்கள்
 - இ) அசமபக்க முக்கோணங்கள்
 - ஈ) குறுங்கோண முக்கோணங்கள்
 - உ) விரிகோண முக்கோணங்கள்
 - ஊ) செங்கோண முக்கோணங்கள்



- 12 முக்கோணத்தின் இரு பக்கங்கள் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன. மூன்றாவது பக்கத்தைக் காண்க.

வ.எண்	பக்கம் - 1	பக்கம் - 2	மூன்றாவது பக்க அளவு (எவையேனும் 3 அளவுகள்)
i	7 செ.மீ.	4 செ.மீ.	
ii	8 செ.மீ.	8 செ.மீ.	
iii	7.5 செ.மீ.	3.5 செ.மீ.	
iv	10 செ.மீ.	14 செ.மீ.	

13. அட்டவணையை நிறைவு செய்க:

முக்கோணத்தின் வகைகள் / கோணங்கள்	குறுங்கோண முக்கோணம்	செங்கோண முக்கோணம்	விரிகோண முக்கோணம்
எவையேனும் இரு கோணங்கள்	எப்பொழுதும் குறுங்கோணங்கள்	i)	எப்பொழுதும் குறுங்கோணங்கள்
மூன்றாவது கோணம்	ii)	செங்கோணம்	iii)

நினைவில் கொள்க:

- ❖ மூன்று கோட்டுத்துண்டுகளால் அமைந்த ஒரு மூடிய உருவமே முக்கோணம் ஆகும்.
- ❖ ஒரு முக்கோணமானது 3 பக்கங்கள், 3 கோணங்கள் மற்றும் 3 முனைகளைப் பெற்றிருக்கும்.
- ❖ பக்கங்களின் அடிப்படையில், முக்கோணங்களை அசமபக்க முக்கோணம், இருசமபக்க முக்கோணம், சமபக்க முக்கோணம் என 3 வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.
- ❖ கோணங்களின் அடிப்படையில், முக்கோணங்களைக் குறுங்கோண முக்கோணம், செங்கோண முக்கோணம் மற்றும் விரிகோண முக்கோணம் என 3 வகைகளாகப் பிரிக்கலாம்.
- ❖ ஒரு முக்கோணத்தின் எவையேனும் இரு பக்க அளவுகளின் கூடுதல் மூன்றாவது பக்க அளவை விட அதிகமாக இருக்கும். இது முக்கோணச் சமனின்மைப் பண்பு ஆகும்.
- ❖ ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் கூடுதல் 180° .
- ❖ மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தி இணை மற்றும் செங்குத்துக்கோடுகளை எளிதாக வரையலாம்.
- ❖ இரு இணைகோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட செங்குத்துத் தொலைவு மாறாமல் இருக்கும்.