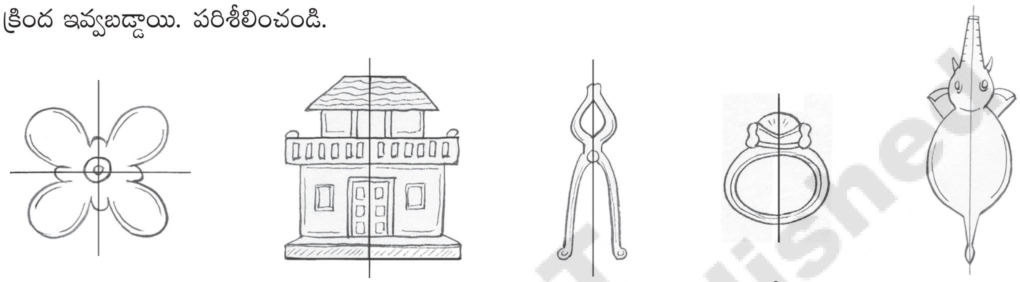
సౌష్ఠవం

15

15.0 పరిచయం

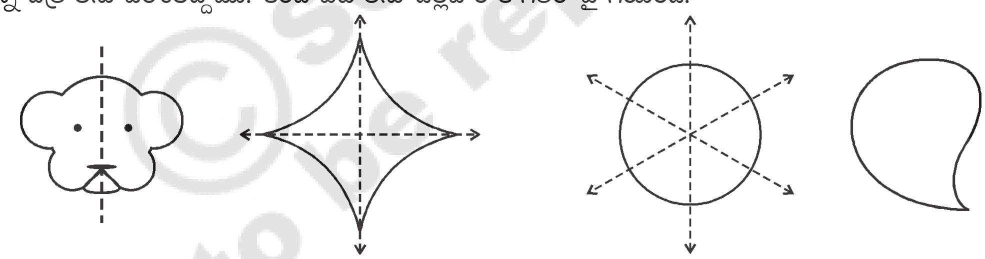
మీ పరిసరాలను గమనించండి. ఎన్నో వస్తువులలో సౌష్ఠవతను గమనించ గలరు. అటువంటి కొన్ని వస్తువులు ఈ క్రింద ఇవ్వబడ్డాయి. పరిశీలించండి.



పై చిత్రాలలో ప్రతి దానిని ఒక రేఖతో రెండు సర్వసమాన భాగాలుగా ఒకదానితో ఒకటి ఏకీభవించు భాగాలుగా విభజించ గలము. కావున ఇవన్నియు సౌష్ఠవ చిత్రాలు.

15.1 సౌష్టవ రేఖ లేక సౌష్టవాక్షము

మరికొన్ని చిత్రాలను పరిశీలిద్దాము. కింది పటాలను ఉల్లిపొర కాగితం పై గీయండి.



పటము 1　　పటము 2　　పటము 3　　పటము 4

పటము-1 ని చుక్కల రేఖ వెంబడి మడిచి చూడండి. ఏమి గమనించారు?

పటంలోని రెండు విభాగములు ఒకదానితో ఒకటి పూర్తిగా ఏకీభవిస్తాయి. 2,3,4 పటములలో కూడా ఇది సత్యమా? ఇంకనూ పటము-2 ను రెండు రేఖల వెంబడి మడువచ్చని, పటము 3 ను అనేక రేఖల వెంబడి మడువ వచ్చని గమనించగలరు. కానీ పటము-4 ను రెండు విభాగములు ఒక దానితో ఒకటి ఏకీభవించు విధంగా మడువ లేమని చూడండి.

పటములు 1,2,3 లు చుక్కల రేఖ వెంబడి మడువగా రెండు విభాగములు ఒక దానితో ఒకటి ఏకీభవిస్తున్నాయి. కావున అవి సౌష్టవ రేఖను కలిగి యున్నవి.

ఒక పటమును రెండు సర్వసమాన విభాగములుగా విభజించునట్లు పటము మధ్య గా గీయదగు రేఖను ఆ పటము యొక్క 'సౌష్టవ రేఖ' లేక 'సౌష్ఠవాక్షము' అంటాము. సౌష్టవాక్షమును చుక్కల రేఖచే సూచిస్తాము.

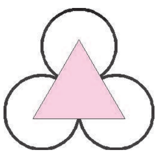
కొన్ని పటములకు సౌష్టవాక్షము లేకపోవచ్చు. అట్లే కొన్ని పటములు ఒకటి లేక అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్ఠవాక్షములను కలిగియుండ వచ్చును.

ప్రయత్నించండి

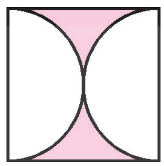
1. సౌష్ఠవత కలిగిన కొన్ని సహజ వస్తువులను పేర్కొనండి.
2. సౌష్టవత కలిగిన ఐదు మానవ నిర్మిత వస్తువులను పేర్కొనండి.

అభ్యాసం - 1

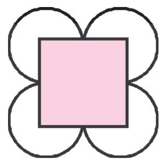
1. కింది పటములలో సాధ్యమగు వానికి సౌష్టవాక్షములను గీయండి.



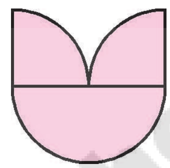
(i)



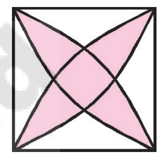
(ii)



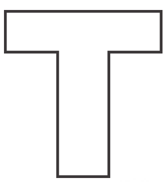
(iii)



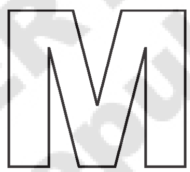
(iv)



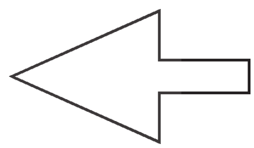
(v)



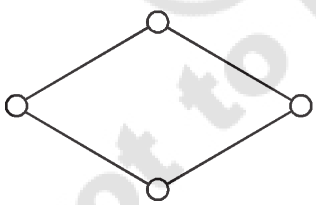
(vi)



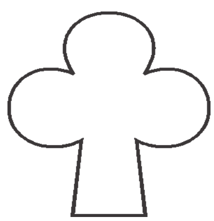
(vii)



(viii)

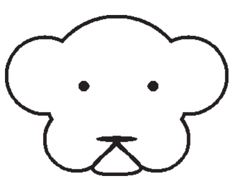


(ix)

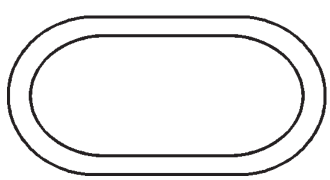


(x)

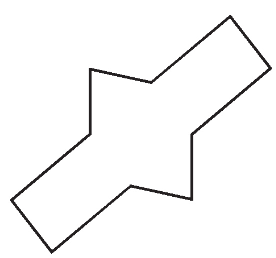
(xi)



(xii)

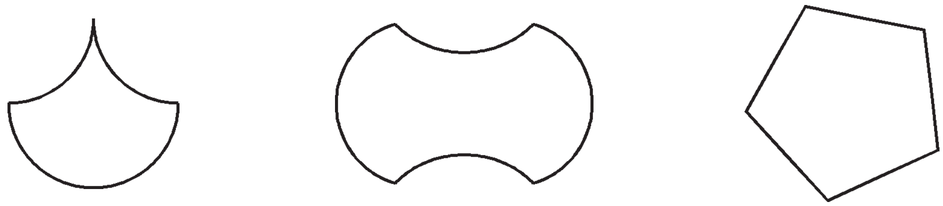


(xiii)

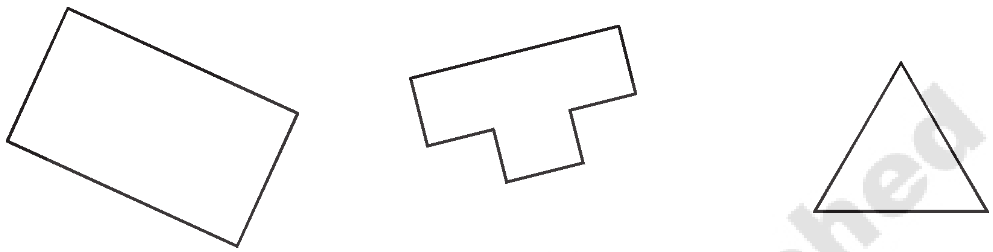


(xiv)

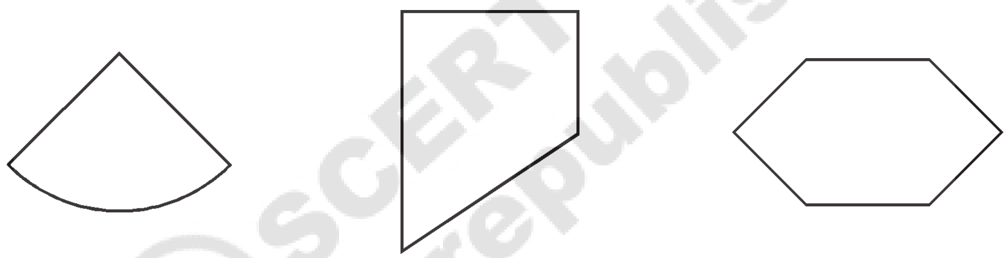
© SCERT not to be republished



(xii) (xiii) (xiv)



(xii) (xiii) (xiv)

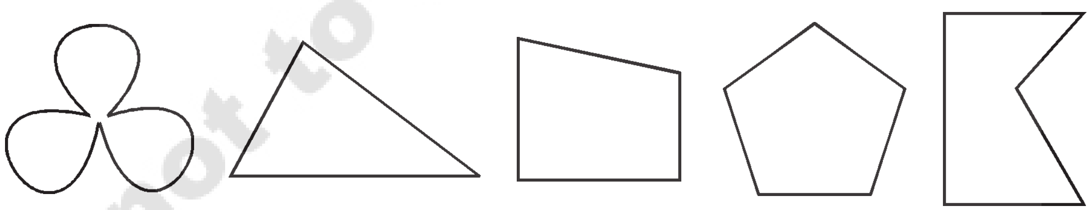


(xii) (xiii) (xiv)

© SCERT not to be republished

15.1.1 క్రమ బహుభుజుల సౌష్టవాక్షములు

కింది సంవృత పటములను పరిశీలించండి.



అన్ని వైపులా రేఖా ఖండములచే పూరింపబడిన సంవృత పటమును 'బహుభుజి' అంటాము.

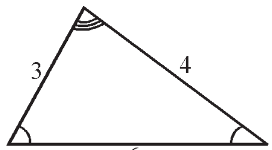
పై పటములలో ఏవి బహుభుజులు?

ప్రయత్నించండి

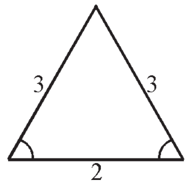
మూడు కన్నా తక్కువ రేఖా ఖండములతో బహుభుజిని ఏర్పరచగలమా?

ఒక బహుభుజి యొక్క కనీస భుజాల సంఖ్య ఎంత?

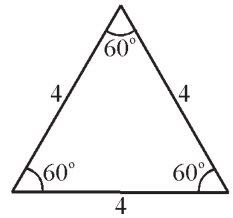
కింద ఇవ్వబడిన వివిధ త్రిభుజములను పరిశీలించండి.



పటం 1



పటం 2

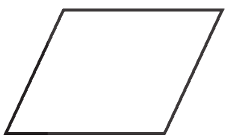


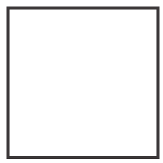
పటం3

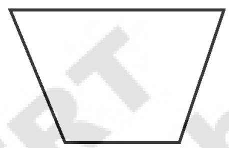
పటము 3 నందు త్రిభుజము యొక్క మూడు భుజములు సమానము. మరియు మూడు కోణములు సమానములు కనుక దీనిని క్రమ బహుభుజి అంటాము.

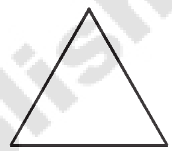
అన్ని సమాన భుజములు, సమాన కోణములు గల బహుభుజిని 'క్రమ బహుభుజి' అంటాము.

క్రింది పటములలో ఏవి క్రమ బహుభుజులు


సమాంతర చతుర్భుజం

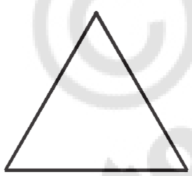

చతురస్రం

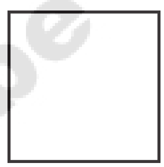

సమలంబ చతుర్భుజం

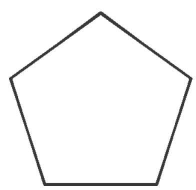

సమబాహు త్రిభుజం

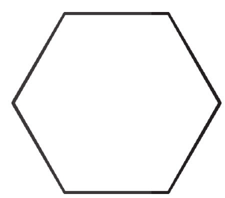
దీర్ఘ చతురస్రం

కింది క్రమ బహుభుజులకు వీలయినన్ని సౌష్టవాక్షములను గీయండి.


సమబాహు త్రిభుజం


చతురస్రం


క్రమ పంచభుజి


క్రమషడ్భుజి

పరిశీలనాంశములను కింది పట్టికలో పొందుపరచండి.

క్రమ బహుభుజి	భుజముల సంఖ్య	సౌష్టవాక్షముల సంఖ్య
త్రిభుజం	3	3
చతురస్రం		
పంచభుజి		
షడ్భుజి		

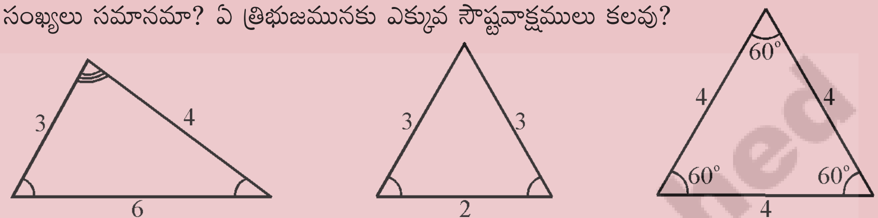
© SCERT not to be republished

పై కృత్యమును బట్టి ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క సౌష్టవాక్షముల సంఖ్య దాని భుజముల సంఖ్యకు సమానమని తెలియుచున్నది కదా!

పై పటములను ఉల్లిపొర కాగితం పై గీచి, కత్తిరించి, మడతలు పెట్టడము ద్వారా కూడా పై విషయమును ఋజువు చేసుకొనవచ్చును. ప్రయత్నించండి.

ప్రయత్నించండి

1. వివిధ రకముల త్రిభుజములు కింద ఇవ్వబడ్డాయి. అన్ని త్రిభుజముల యొక్క సౌష్టవాక్షముల సంఖ్యలు సమానమా? ఏ త్రిభుజమునకు ఎక్కువ సౌష్టవాక్షములు కలవు?



2. వివిధ రకముల చతుర్భుజములు కింద ఇవ్వబడ్డాయి. అన్ని చతుర్భుజముల యొక్క సౌష్టవాక్షముల సంఖ్యలు సమానమా? ఏ చతుర్భుజమునకు ఎక్కువ సౌష్టవాక్షములు కలవు?

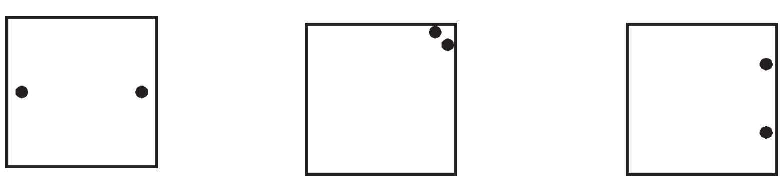
సమబాహు చతుర్భుజం చతురస్రం దీర్ఘ చతురస్రం

సూచన: పై పటములను ఉల్లిపొర కాగితం పై గీచి, కత్తిరించి, మడత పెట్టడం ద్వారా సౌష్టవాక్షముల సంఖ్యను కనుగొనండి.

3. పై రెండు సందర్భముల నుండి క్రమబహుభుజులు గరిష్ట సంఖ్యలో సౌష్టవాక్షములు కలిగి ఉంటాయని చెప్పగలమా?

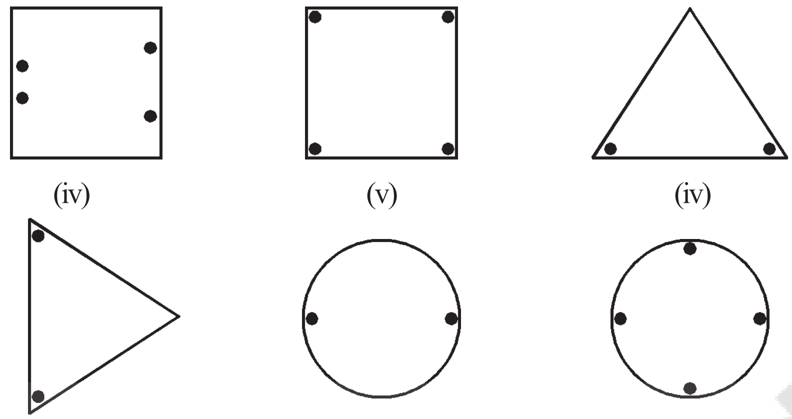
అభ్యాసం - 2

1. కింద ఇవ్వబడిన పటములలో బిందువులు కూడా గుర్తించబడ్డాయి. బిందువులు కూడా సరిసమానంగా పంచదే విధంగా సౌష్టవాక్షములను గీయండి.



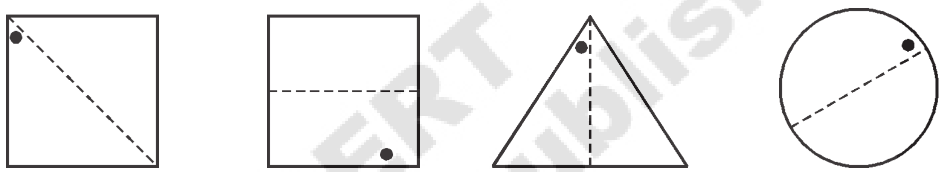
(i) (ii) (iii)

©SCERT not to be republished



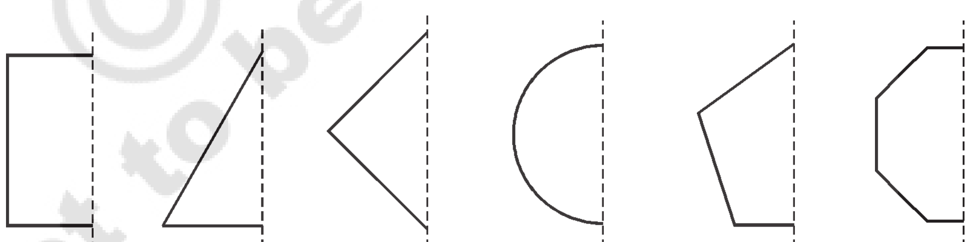
(iv) (v) (iv) (vii) (viii) (ix)

2. కింది పటములకు సౌష్టవాక్షములు ఇవ్వబడ్డాయి, కానీ ఒక విభాగంలో మాత్రమే బిందువులు ఇవ్వబడ్డాయి. రెండవ విభాగంలోని బిందువులను గుర్తించండి.



(i) (ii) (iii) (iv)

3. కింద ఇవ్వబడిన అసంపూర్ణ పటములలో చుక్కల రేఖలు సౌష్టవాక్షములను సూచిస్తున్నవి. చుక్కల రేఖల వెంబడి అద్దమును ఉంచడం ద్వారా ప్రతిబింబములతో పూర్తి పటములను గమనించండి. అన్ని పటములను పూర్తి పటములుగా పూరించండి.



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

4. క్రింది ప్రవచనములు సత్యములో, కాదో గుర్తించండి.

(i) ప్రతి సంవృత పటము సౌష్టవాక్షమును కలిగి ఉంటుంది. ( )

(ii) కనీసం ఒక సౌష్టవాక్షము గల పటమును సౌష్టవ పటం అంటారు. ( )

(iii) 10 భుజములు గల క్రమ బహుభుజి యొక్క సౌష్టవాక్షముల సంఖ్య 12 ( )

5. ఒక చతురస్రమును నిర్మించి దాని యొక్క అన్ని సౌష్టవాక్షములను గీయండి. ప్రతి రెండు ఆసన్న సౌష్టవ అక్షముల మధ్య కోణం కొలవండి. ఏమి గమనించారు? అన్ని క్రమ బహుభుజులకు ఈ నియమం వర్తిస్తుందా?

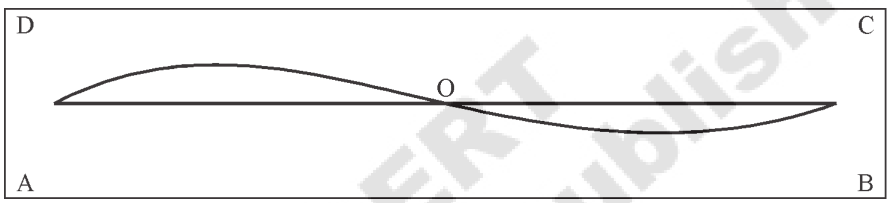
© SCERT not to be republished

15.2 భ్రమణ సౌష్టవము

కృత్యము 1 : కింది పటమును ఒక ఉల్లిపొర కాగితము పై నకలు గీయండి.

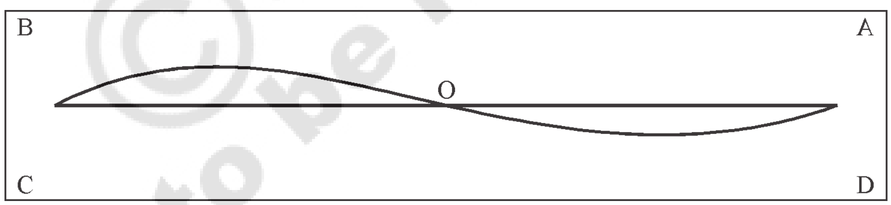
మడత పెట్టుట ద్వారా రెండు విభాగము ఏకీభవించునట్లుగా ప్రయత్నించండి వీలగుచున్నదా? ఈ పటము సౌష్టవ పటమా? కాదు కదా!

ఒక పటమును వివిధ దిశలలో త్రిప్పినపుడు ఏర్పడు ఆకారములను పోల్చుదాము పటము-1 లో వలె పటము మధ్యబిందువు 'O' ను గుర్తించండి.



పటం 1

'O' కేంద్రముగా పటమును 180° భ్రమణం చేసి చూడండి.



పటం 2

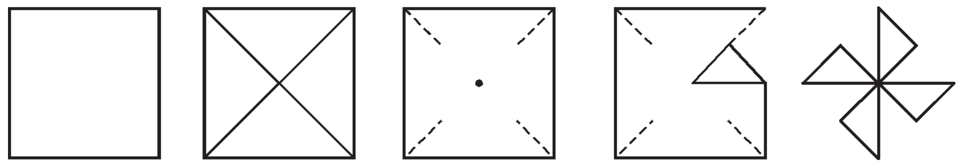
పటము 2 లో ఏమి గమనించారు? పటము 1 మరియు పటము 2 ల మధ్య భేదమేమయినా కలదా? పటము యొక్క స్థానములో ఎటువంటి మార్పు కనుపించదు. కనుక ఈ పటమునకు 'భ్రమణ సౌష్టవము' కలదు అంటాము.

కృత్యము 2 : గాలిమరను తయారుచేద్దాం

- చతురస్రాకారపు కాగితమును తీసుకొనండి
- రెండు కర్ణముల వెంబడి మడవండి.
- కాగితం యొక్క ప్రతి శీర్షము నుండి, కర్ణము వెంబడి నాల్గవ వంతు దూరము వరకు కత్తిరించండి?
- కత్తిరించిన మూలలో ఒకటి మార్చి మరొక దానిని పటంలో చూపినట్లు మధ్యకు మడవండి.
- అన్ని మడిచిన చివరలను, అవసరమైతే అతికించండి కాగితం మధ్యబిందువు గుండా, ఒక పిన్ను సహాయంతో ఒక కర్రపుల్ల చివర గ్రుచ్చండి.

© SCERT not to be republished

- ఇప్పుడు దీనిని వీచే గాలికి అభిముఖంగా ఉంచి చూడండి. అది ఎంత వేగంగా తిరుగుతుందో గమనించండి.



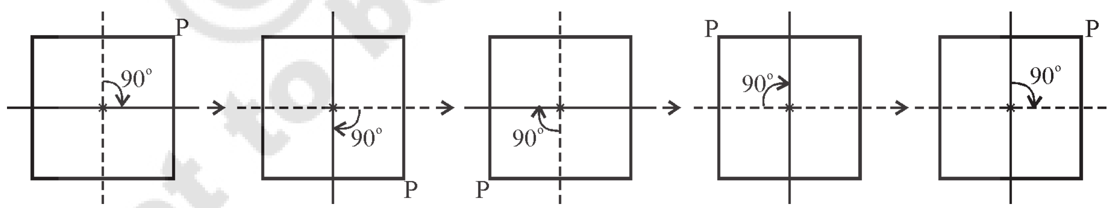
ఇప్పుడు ఈ గాలిమరను బల్లపై ఉంచి, 90^o భ్రమణం చేయించండి. గాలిమర ఆకారంలో ఎటువంటి మార్పు అయినా కన్పించిందా? గమనిస్తే ప్రతి 90^o భ్రమణానికి గాలిమర ఆకారం పూర్తిగా మొదటి ఆకారంతో పోలి ఉంటుంది. కనుక ఈ గాలిమర భ్రమణ సౌష్టవమును కలిగి ఉంది.

ఒక పటములోని మధ్యబిందువు గుండా పటాన్ని కొంత కోణము భ్రమణం చేయగా ఏర్పడు పటం మొదటి పటానికి సర్వసమానమయితే, ఆ పటం భ్రమణ సౌష్టవత కలిగియున్నది అంటాము.

15.2.1 భ్రమణ సౌష్టవ కోణము

చతురస్రమునకు రేఖీయ సౌష్టవత గలదని, దానికి 4 సౌష్టవాక్షములు గలవని మనకు తెలుసుకదా. ఇప్పుడు చతురస్రమునకు భ్రమణ సౌష్టవము కలదో లేదో పరిశీలిద్దాము. పటము-1 లో వలె చతురస్రము యొక్క ఒక శీర్షమును P అని గుర్తించి, చతురస్రం యొక్క రెండు సౌష్టవాక్షములను గుర్తించండి.

పటము-1 చతురస్రము యొక్క తొలిస్థితిని తెలియజేస్తున్నదని అనుకొనుము. చతురస్రమును దాని కేంద్రము గుండా 1/4 వ వంతు భ్రమణం అనగా 90^0 భ్రమణం చేయండి. ఇప్పుడు, పటం 2 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. బిందువు P యొక్క స్థితిని గమనించండి. రెండవసారి 90^0 భ్రమణం చేయగా పటం 3 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. అట్లే మరి రెండుసార్లు 90^0 భ్రమణములు చేయగా పటం 5 లోని స్థితి ఏర్పడుతుంది. ఇది పూర్తిగా తొలిస్థితియే.



పటం 1 పటం 2 పటం 3 పటం 4 పటం 5

పరిశీలించినట్లయితే ప్రతి 90^0 భ్రమణం తరువాత చతురస్రము యొక్క స్థితి పటం 1 లోని తొలిస్థితి వలె కనిపిస్తున్నది. అనగా చతురస్రము భ్రమణ సౌష్టవతను కలిగియున్నది.

పై కృత్యము నందు చతురస్రమును 90^0, 180^0, 270^0,360^0 భ్రమణములు చేయగా ఏర్పడిన స్థితులు పటము 2, పటము 3, పటము 4 మరియు పటము5లలో వలె ప్రతి ఒక్కటి పటము 1 లోని తొలిస్థితిని పోలి యున్నది. వీనిలోని కనిష్ట కోణము 90^0 లను చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము అంటారు.

ఏదైనా ఒక పటమును ఏ కనీస కోణంతో భ్రమణము చేసినపుడు అది పూర్తిగా తొలిస్థితిని పోలి ఉంటుందో ఆ కోణమును ఆ పటము యొక్క 'భ్రమణ సౌష్టవ కోణము' అంటారు.

© SCERT not to be republished

ఇది చేయండి.

1. చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?
2. సమాంతర చతుర్భుజము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?
3. వృత్తము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణమెంత?

15.2.2 భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము

పై కృత్యము ద్వారా చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 90^0 అని తెలుసుకొన్నాము. అట్లే చతురస్రమును దాని భ్రమణ సౌష్టవ కోణంలో నాలుగు సార్లు భ్రమణం చేసినప్పుడు అది యథాస్థితికి వచ్చినదని కూడా తెలియుచున్నది. కనుక చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 4 అంటాము.

ఒక సమబాహు త్రిభుజము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 120^0 అనగా సమబాహు త్రిభుజమును ఒక్కొక్కసారికి 120^0 చొప్పున 3 సార్లు భ్రమణం చేయగా అది దాని తొలిస్థితికి వస్తుంది అని తెలియుచున్నది. కనుక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 3.

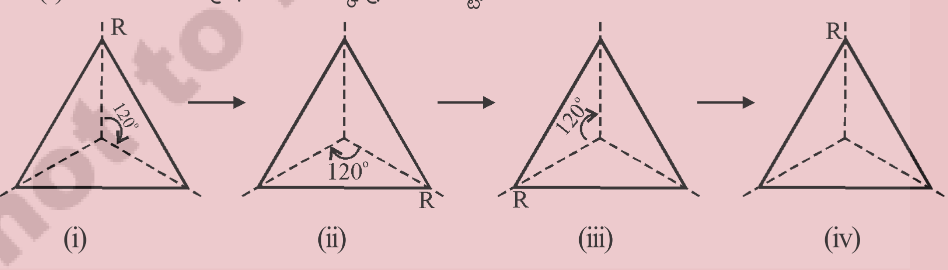
పై ఉదాహరణల నుంచి, 'ఒక పటమును, దాని భ్రమణ సౌష్టవ కోణము గుండా ఎన్నిసార్లు భ్రమణం చేస్తే అది తన తొలిస్థితికి వస్తుందో ఆ సంఖ్యను పటం యొక్క 'భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం' అంటారు అని నిర్వచింప వచ్చును.

పై ఉదాహరణల నుండి సంగ్రహ పరచగా

- చతురస్ర కర్ణాల ఖండన బిందువు భ్రమణ కేంద్రము
- చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ కోణము90^0
- చతురస్రము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము 4.

ప్రయత్నించండి

1. (i) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము కనుగొనండి.



(ii) ప్రతిపటములోసౌష్టవాక్షములు ఎన్ని?

(iii) ప్రతి రెండు ఆసన్న (ప్రక్క ప్రక్క) సౌష్టవాక్షముల మధ్య కోణ మెంత?

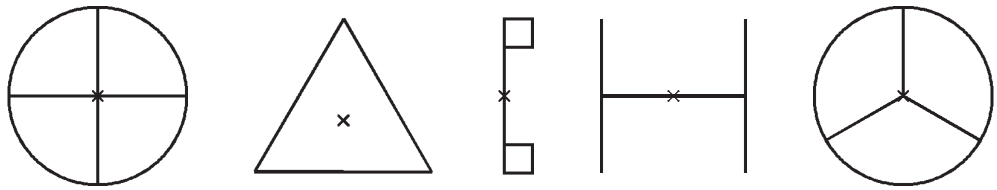
2. మీ పరిసరములను పరిశీలించి భ్రమణ సౌష్టవము గల ఏవైనా ఐదు వస్తువులను పేర్కొనండి.

గమనిక : ప్రతి పటము 360^0 భ్రమణ చేసినపుడు అది దాని తొలి స్థితిలతో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుంది. కావున అది పరిమాణము 1 గా గల భ్రమణ సౌష్టవము కలిగి ఉంటుంది అని చెప్పరాదు. ఏదైనా పటము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం 1 కన్నా ఎక్కువ ఉన్నప్పుడు (భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 360^0 కన్నా తక్కువ ఉన్నప్పుడు) మాత్రమే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్టవత కలిగియున్నది అంటాము.

© SCERT not to be republished

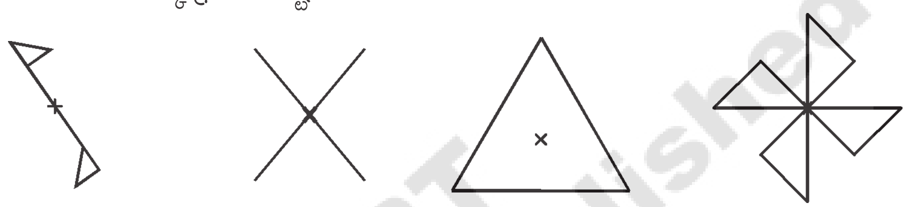
అభ్యాసం - 3

1. కింది పటములలో వేని యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణములు 1 కన్నా ఎక్కువ?

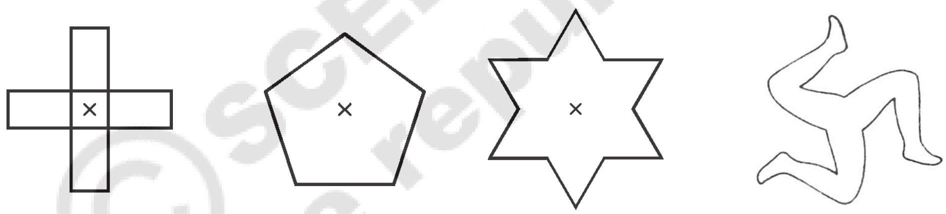


(i) (ii) (iii) (iv) (v)

2. కింది పటముల యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణములు రాయండి.



(i) (ii) (iii) (iv)



(v) (vi) (vii) (viii)

© SCERT not to be republished

3. కింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన పటాలను నిర్మించి, పరిశీలనల ద్వారా పట్టికను పూరించండి.

పటము	భ్రమణ కేంద్రము (కర్ణముల ఖండన బిందువు/ సౌష్టవాక్షముల ఖండన బిందువు)	భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము	భ్రమణ సౌష్టవ కోణము
చతురస్రం			
దీర్ఘ చతురస్రము			
సమబాహు చతుర్భుజము			
సమబాహు త్రిభుజం			
క్రమ షడ్భుజి			
వృత్తము			
అర్ధవృత్తము			

15.3 రేఖీయ సౌష్టవము, భ్రమణ సౌష్టవము

ఇప్పటి వరకు సాగిన చర్చను బట్టి కొన్ని పటములు రేఖీయ సౌష్టవమును మాత్రము, కొన్ని పటములు భ్రమణ సౌష్టవమును మాత్రము, కొన్ని పటములు రెండు సౌష్టవములను కలిగియుంటాయని అర్థం చేసుకొని ఉంటారు.

వృత్తము సంపూర్ణ సౌష్టవము గల రేఖా పటము. ఎంత కోణము భ్రమణమునకు అయినా వృత్తము భ్రమణ సౌష్టవతను కలిగి యుంటుంది. అనగా వృత్తమునకు సౌష్టవాక్షముల సంఖ్య అనంతము, భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణము అనంతము.

ఉదాహరణ 1 : క్రింది ఆకారములలో ఏవి రేఖీయ సౌష్టవతను కలిగియున్నవి? ఏవి భ్రమణ సౌష్టవతను కలిగియున్నవి.

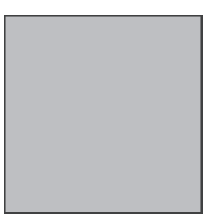
(i) (ii) (iii) (iv)

పటము	రేఖీయ సౌష్టవము	భ్రమణ సౌష్టవము
1.	కలదు	లేదు
2.	లేదు	కలదు
3.	కలదు	కలదు
4.	లేదు	కలదు

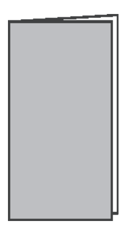
© SCERT not to be republished

కృత్యము 3

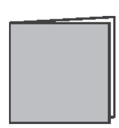
- చతురస్రాకారపు కాగితమును తీసుకొనండి.
- దానిని మధ్యగా నిలువుగా, తరువాత అడ్డముగా మడవండి.
- మడచిన అంచులు కలుసుకొనునట్లు ఐ మూలగా మరొకసారి మడవండి.
- పటంలో చూపిన విధంగా మడిచిన అంచుల వెంట కత్తిరించండి.
- కాగితం మడతలు విప్పి చూడండి.
- మరికొన్ని డిజైనులను తయారుచేయండి.



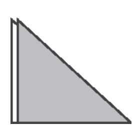
పటం 1



పటం 2



పటం 3



పటం 4

పటం 5

(i) ఈ కాగితము (డిజైను కత్తిరించిన కాగితము) రేఖీయ సౌష్టవతను కలిగి ఉన్నదా? ఉంటే ఎన్ని సౌష్ఠవాక్షములు?

(ii) ఈ కాగితము భ్రమణ సౌష్టవతను కలిగి ఉన్నదా?

అభ్యాసం - 4

1. ఆంగ్లమునందు కొన్ని పెద్ద అక్షరములు అందమైన సౌష్టవమును కలిగి ఉంటాయి. ఏయే అక్షరములు ఒక్క సౌష్టవాక్షమును కలిగి ఉంటాయో వ్రాయండి. ఏయే అక్షరములు 2 పరిమాణం గల భ్రమణ సౌష్టవమును కలిగి ఉన్నాయి?

పరిశీలించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

అక్షరము	రేఖీయ సౌష్టవము	సౌష్టవ అక్షముల సంఖ్య	భ్రమణ సౌష్టవము	భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం
Z	లేదు	0	కలదు	2
S				
H				
O				
E	కలదు	1	లేదు	
N				
C				

ప్రాజెక్టు పని :

వార్తాపత్రికలు, వారపత్రికలు, ప్రకటనల కరపత్రముల నుండి సౌష్టవ పటములను సేకరించి వాటి సౌష్టవాక్షములను గీయండి. వర్గీకరించండి.

©SCERT not to be republished

మనం నేర్చుకున్నవి

- ఒక పటమును రెండు సర్వసమాన విభాగములుగా విభజించునట్లుగా పటము మధ్య గీయదగు రేఖను ఆ పటము యొక్క 'సౌష్టవరేఖ' లేక 'సౌష్టవాక్షము' అంటాము.
- కొన్ని పటములకు ఒకటి, లేక అంతకన్నా ఎక్కువ సౌష్టవాక్షములు ఉంటాయి.
- ఒక పటంలోని మధ్యబిందువు గుండా పటాన్ని కొంత కోణములో భ్రమణము చేయించగా ఏర్పడు పటము మొదటి పటానికి సర్వసమానమయితే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్టవము కలిగియున్నది అంటాము.
- ఒక పటమును ఏ కనీస కోణముతో భ్రమణం చేసినప్పుడు అది పూర్తిగా తొలిస్థితిని పోలి ఉంటుందో ఆ కోణమును పటం యొక్క 'భ్రమణ సౌష్టవ కోణం' అంటాము.
- ప్రతి పటము 360^o భ్రమణము చేసినపుడు, అది దాని తొలి స్థానముతో సర్వసమానత్వమును కలిగి ఉంటుంది. కావున అది 1 పరిమాణంగా గల భ్రమణ సౌష్టవము కలిగి ఉంటుంది అని చెప్పరాదు. ఏదయినా పటము యొక్క భ్రమణ సౌష్టవ పరిమాణం 1 కన్నా ఎక్కువ ఉన్నప్పుడు (భ్రమణ సౌష్టవ కోణము 360^o కన్నా తక్కువ ఉన్నప్పుడు) మాత్రమే ఆ పటము భ్రమణ సౌష్టవత కలిగియున్నది అంటాము.
- కొన్ని ఆకారములు రేఖీయ సౌష్టవతను మాత్రము, కొన్ని ఆకారములు భ్రమణ సౌష్టవతను మాత్రము, కొన్ని ఆకారములు రెండింటిని కలిగి యుంటాయి.

© SCERT not to be republished