अध्याय-12 बीजगणित

12.1 भूमिका

अभी तक हमने संख्याओं की मदद से दैनिक जीवन की विभिन्न समस्याओं को हल करने का प्रयास किया है। गणित की वह शाखा जिसमें हमने संख्याओं का अध्ययन किया, अंकगणित (**Arithmetic**) कहलाती है। गणित की वह शाखा जिसमें हम आकृतियों अथवा आकारों का अध्ययन करते हैं, ज्यामिति (**Geometry**) कहलाती है। अब हम गणित की एक अन्य शाखा का अध्ययन शुरू करने जा रहे हैं जो बीजगणित (**Algebra**) है।

इस नई शाखा की मुख्य विशेषता यह है कि इसमें अक्षरों का प्रयोग करके हम नियमों और सूत्रों (**Formulas**) को व्यापक रूप में लिख पाने में समर्थ हो जाएँगे। अक्षरों के इस प्रयोग से, हम केवल एक विशेष संख्या की ही बात न करके, किसी भी संख्या की बात कर सकते हैं। दूसरी बात यह है कि अक्षर अज्ञात राशियों के स्थान पर भी प्रयोग किए जा सकते हैं। अज्ञात राशियों (**Unknowns**) को निर्धारित करने की विधियों को सीखकर हम दैनिक जीवन से संबंधित अनेक समस्याओं को हल करने के प्रभावशाली साधन विकसित कर सकते हैं।

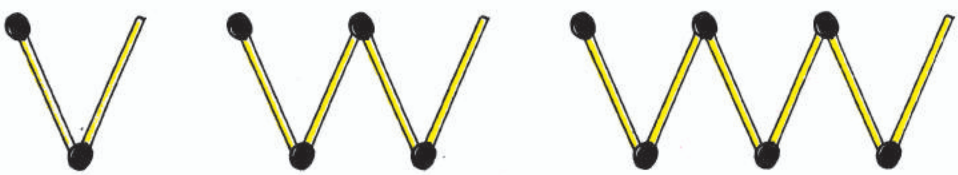
तीसरी बात यह है कि ये अक्षर संख्याओं के स्थान पर प्रयोग किए जाते हैं, इसलिए इन पर संख्याओं की तरह संक्रियाएँ भी की जा सकती हैं। इससे हम बीजीय व्यंजकों (**Algebraic expressions**) और उनके गुणों के अध्ययन की ओर अग्रसर होते हैं।

भास्कराचार्य की पुस्तक में एक अध्याय बीजगणित पर है। भास्कर ने अज्ञात राशियों के लिए बीज, वर्ण इत्यादि नाम दिए और उन्हें व्यक्त करने के लिए रंगों के नामों के प्रथम अक्षरों का प्रयोग किया। जैसे– काला से "का", नीला से "नी" इत्यादि। इन्होंने बीजगणित के क्षेत्र में ब्रह्मगुप्त के कार्यों को आगे बढ़ाते हुए समीकरणों को हल करने के लिए चक्रवाल का तरीका खोजा।

आइए अपने अध्ययन को सरल उदाहरणों द्वारा प्रारंभ करके यह देखते हैं कि बीजगणित समस्याओं के हल करने में किस प्रकार उपयोगी रहता है।

12.2 माचिस की तीलियों से बने प्रतिरूप

राम और श्याम माचिस की तीलियों से प्रतिरूप (pattern) बनाना चाहते हैं। उन्होंने अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों के सरल प्रतिरूप बनाने का निर्णय किया। राम दो तीलियाँ लेकर अक्षर V बनाता है जैसा कि आकृति (a) में दिखाया गया है। फिर श्याम भी दो तीलियाँ लेता है और एक अन्य V बनाकर राम द्वारा बनाए गए V के आगे रख देता है, जैसा कि आकृति (b) में दिखाया गया है।



(a) (b) (c)

(आकृति–1)

फिर श्याम एक और V बनाकर आगे रख देता है और यह सिलसिला आगे जारी रहता है, जैसा कि आकृति (c) में दर्शाया गया है।

तभी सलमा वहाँ आ जाती है। वह इस प्रतिरूप को देखती है। सलमा उन दोनों से पूछता है कि आठ V बनाने के लिए कितनी तीलियों की आवश्यकता होगी? राम और श्याम सुचारू रूप से कार्य करते हैं। वे 1V, 2V, 3V, इत्यादि से प्रतिरूप बनाते रहते हैं और एक सारणी बनाते हैं–

सारणी – 1

बनाए गए V की संख्या	1	2	3	4	5	6	7	8	–	–
आवश्यक तीलियों की संख्या	2	4	6	8	10	12	14	16	–	–

सलमा को सारणी–1 से अपना उत्तर प्राप्त हो जाता है। आठ V बनाने के लिए 16 तीलियों की आवश्यकता होगी।

सारणी बनाते समय श्याम यह अनुभव करता है कि आवश्यक तीलियों की संख्या बनाए गए V की संख्या की दो गुनी है अर्थात् आवश्यक तीलियों की संख्या $=2 \times V$ की संख्या।

हम सुविधा के लिए, V की संख्या के लिए n लिख सकते हैं।

यदि एक V बनाया जाता है तो $n = 1$ है,

यदि 2V बनाए जाते हैं तो $n = 2$ है, इत्यादि।

इस प्रकार, n कोई भी प्राकृत संख्या 1, 2, 3, 4, 5 .... हो सकती है।

अतः हम लिखते हैं, आवश्यक तीलियों की संख्या $= 2 \times n$,

$2 \times n$ लिखने के स्थान पर हम इसे 2n लिखते हैं। ध्यान दीजिए 2n और $2 \times n$ एक ही है।

श्याम अपने मित्रों से कहता है कि उसका यह नियम कितनी भी संख्या में V बनाने के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या बता सकता है।

इस प्रकार $n = 1$ के लिए, आवश्यक तीलियों की संख्या $= 2 \times 1 = 2$;

$n = 2$ के लिए, आवश्यक तीलियों की संख्या $= 2 \times 2 = 4$;

$n = 3$ के लिए, आवश्यक तीलियों की संख्या $= 2 \times 3 = 6$; इत्यादि

राम कहता है, "यह नियम बहुत प्रभावशाली है। इस नियम का प्रयोग करके मैं 100V बनाने में आवश्यक तीलियों की संख्या भी बता सकता हूँ। एक बार नियम ज्ञात हो जाय, तो मुझे प्रतिरूप खींचने या सारणी बनाने की कोई आवश्यकता नहीं होगी।"

क्या आप राम के कथन से सहमत हैं?

12.3 चर

ऊपर के उदाहरण में हमने V का एक प्रतिरूप बनाने में आवश्यक तीलियों की संख्या ज्ञात करने के लिए एक नियम ज्ञात किया था। नियम यह था–

आवश्यक तीलियों की संख्या $= 2n$

यहाँ n, V के प्रतिरूपों की संख्या है और n के मान 1, 2, 3, 4 .... हो सकते हैं।

आइए, सारणी–1 को पुनः देखते हैं। जब n का मान बढ़ता है तो आवश्यक तीलियों की संख्या भी बढ़ती जाती है।

n चर (variable) का एक उदाहरण है। इसका मान स्थिर (fixed) नहीं है, यह कोई भी मान 1, 2, 3, 4 .... ले सकता है। हमने आवश्यक तीलियों की संख्या के लिए n का प्रयोग करके नियम लिखा।

चर शब्द का अर्थ है– 'बदलने वाला'। अर्थात् जिसका मान स्थिर नहीं है। यह विभिन्न मान ले सकता है।

हमने चर को दर्शाने के लिए अक्षर n का प्रयोग किया है। रमेश पूछता है– "m क्यों नहीं?" सरिता ने कहा, "n में कोई विशेष बात नहीं है, किसी भी अक्षर का प्रयोग किया जा सकता है।"

इस प्रकार एक चर को दर्शाने के लिए हिन्दी या अंग्रेजी वर्णमाला के किसी भी अक्षर जैसे अ, ब, स, द या क, ख, ग, घ या a, b, c या p, q, r या x, y, z इत्यादि का प्रयोग किया जा सकता है। इन्हीं अक्षरों को हम चरांक या बीजांक भी कहते हैं।

उदाहरण : बाजार के एक जनरल स्टोर से प्रवीण, किशोर एवं मुन्नी टॉफी का एक-एक पैकेट खरीदकर अपने मित्र रवि को जन्म दिन पर उपहार स्वरूप देना चाहते हैं। टॉफी के हर पैकेट में 20 टॉफियाँ हैं परन्तु टॉफियां अलग-अलग क़िस्म की हैं। कैसे पता करें की कौन-सी टॉफी वे खरीद सकते हैं? हम पता कर सकते हैं कि टॉफी का पैकेट खरीदने के लिए कितनी धनराशि की आवश्यकता पड़ेगी?

यदि 1 टॉफी का मूल्य 1 रु. है तो पैकेट का मूल्य 20 x 1 रु. = 20 रुपये होगा

यदि 1 टॉफी का मूल्य 2 रु. है तो पैकेट का मूल्य 20 x 2 रु. = 40 रुपये होगा

हम सब मिलकर एक सारणी बनाते हैं–

सारणी – 2

टॉफी का मूल्य (रुपयों में)	1	2	3	––	x	y	––
पैकेट का मूल्य (रुपयों में)	20	40	60	––	20 x	20y	––

यहाँ x और y उस टॉफी का मूल्य व्यक्त करता है जिसे बच्चे खरीदना चाहते हैं। यहाँ x और y चर राशियाँ हैं जिसका कोई भी मान 1, 2, 3, 4 .... हो सकता है। प्रत्येक टॉफी

का मूल्य x हो अथवा y रुपये की दर से हो तो पूरे पैकेट का कुल मूल्य–

(रुपये में) = 20x (जब 1 टॉफी का मूल्य x रुपये हो)

= 20y (जब 1 टॉफी का मूल्य y रुपये हो)

उनके पास कितना पैसा है इसके आधार पर तय कर सकते हैं कि कौन-सी टॉफी लें। x रु प्रति टॉफी या y रु प्रति टॉफी या कोई अन्य।

ऊपर के उदाहरण में एक चर को एक संख्या से गुणा किया गया है परन्तु स्थितियाँ ऐसी भी हो सकती हैं, जहाँ संख्याओं को चरों में जोड़ा या चरों में से घटाया जाए, इसके लिए दूसरा उदाहरण लें–

राकेश मुकेश से 5 वर्ष बड़ा है। यदि मुकेश की उम्र 10 वर्ष है तो राकेश की उम्र 15 वर्ष होगी। इसी प्रकार मुकेश की उम्र कुछ भी हो राकेश की उम्र उससे 5 वर्ष अधिक ही होगी।

हम मुकेश की उम्र को x से दर्शाएँगे। यहाँ x एक चर है जो मान 1, 2, 3, 4 .... ले सकता है। x का प्रयोग कर हम लिख सकते हैं कि राकेश की उम्र = x + 5 है। व्यंजक (x+5) को 'x धन (plus) 5' पढ़ा जाता है।

प्रश्नावली – 12.1

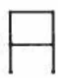
1. **तीलियों से निम्न प्रतिरूप बनाने के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या के लिए नियम ज्ञात कीजिए। नियम लिखने के लिए चर का प्रयोग कीजिए–**

   (a) अक्षर U का  के रूप में तीलियों से प्रतिरूप

   (b) अक्षर Z का  के रूप में तीलियों से प्रतिरूप

   (c) अक्षर B का  के रूप में तीलियों से प्रतिरूप

   (d) अक्षर S का  के रूप में तीलियों से प्रतिरूप

   (e) अक्षर A का  के रूप में तीलियों से प्रतिरूप

2. गणतंत्र दिवस पर बच्चे सामूहिक ड्रिल का प्रदर्शन कर रहे हैं। एक पंक्ति में 10 बच्चे हैं। यदि पंक्तियों की संख्या ज्ञात हो, तो बच्चों की संख्या प्राप्त करने के लिए क्या नियम है? (पंक्तियों की संख्या के लिए चर a का प्रयोग कीजिए।)

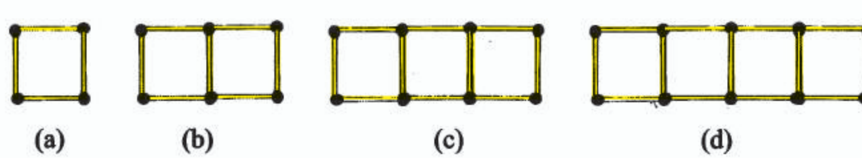
3. एक टोकरी में 60 केले हैं। आप टोकरियों की संख्या के पदों में केले की कुल संख्या को किस प्रकार लिखेंगे? (टोकरियों की संख्या के लिए b का प्रयोग कीजिए।)

4. रानी अपनी कक्षा के प्रत्येक विद्यार्थी को जन्म दिन के उपलक्ष्य पर दो-दो टॉफियाँ बाँटती है। विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात होने पर क्या आप कुल टॉफियों की संख्या के लिए सूत्र बता सकते हैं? (विद्यार्थियों की संख्या के लिए m का प्रयोग कीजिए।)

5. सीमा गुड़िया की बड़ी बहन है। सीमा गुड़िया से 5 वर्ष बड़ी है तो–
   (a) सीमा की आयु गुड़िया की आयु के पदों में लिखें।
   (b) जब गुड़िया की आयु x वर्ष है तो सीमा की आयु बताइए।

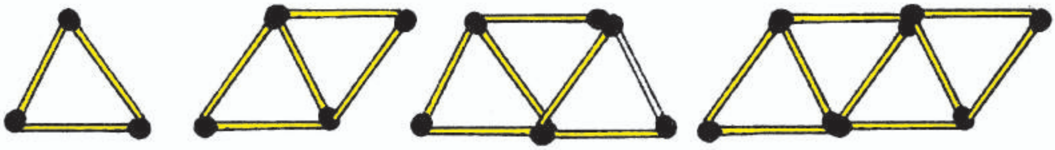
6. अमरूद की बड़ी टोकरियों में से छोटी टोकरियों में अमरूद को रखा जाना है। जब एक बड़ी टोकरी को खाली किया जाता है तो उसके अमरूदों से तीन छोटी टोकरियाँ भर जाती हैं और फिर भी 25 अमरूद शेष रह जाते हैं। यदि एक छोटी टोकरी में अमरूदों की संख्या को x लिया जाय, तो एक बड़ी टोकरी में अमरूदों की संख्या क्या है?

7. (a) तीलियों से बने हुए वर्गों के नीचे दिए हुए प्रतिरूपों (आकृति 2) को देखिए ये वर्ग अलग-अलग नहीं हैं। दो संलग्न वर्गों में एक तीली उभयनिष्ठ है। इस प्रतिरूप को देखिए और वह नियम ज्ञात कीजिए जो वर्गों की संख्या के पदों में आवश्यक तीलियों की संख्या देता है।



(आकृति–2)

   (b) तीलियों से बने त्रिभुजों का एक प्रतिरूप (आकृति–3) दर्शा रही है। व्यापक नियम ज्ञात कीजिए जो त्रिभुजों की संख्या के पदों में आवश्यक तीलियों की संख्या देता है।



(आकृति–3)

12.4 सामान्य नियमों में चरों का प्रयोग

आइए अब हम सब देखें कि गणित की दूसरी शाखा से सम्बन्धित कुछ ऐसे सामान्य नियम, जिन्हें हम पहले ही पढ़ चुके हैं, किस प्रकार चरों का प्रयोग करते हुए व्यक्त किए जा सकते हैं।

12.4.1 अंकगणित के नियम

1. दो संख्याओं के योग की क्रम विनिमेयता

हम जानते हैं कि $3 + 5 = 8$ और $5 + 3 = 8$ है।

अर्थात् $3 + 5 = 5 + 3$ है।

जैसा कि हम पूर्ण संख्याओं के अध्याय में देख चुके हैं, किसी भी दो पूर्ण संख्याओं के लिए यह सत्य है। संख्याओं का यह गुण संख्याओं के योग की **क्रम विनिमेयता** कहलाता है। क्रम विनिमेय' का अर्थ है 'क्रम उलटना'। योग में संख्याओं के क्रम को बदलने से उनके योग में कोई परिवर्तन नहीं आता। चरों का प्रयोग, इस गुण को एक संक्षिप्त रूप में व्यक्त करता है। मान लीजिए कि a और b दो चर हैं जो किसी भी संख्या का मान ले सकते हैं।

तब, $a + b = b + a$ होता है।

एक बार जब हम इस नियम को इस रूप में लिख लेते हैं तो इसमें सभी विशिष्ट स्थितियाँ सम्मिलित हो जाती हैं। यदि $a = 3$ और $b = 6$ है तो हमें $3 + 6 = 6 + 3$ प्राप्त होता है। यदि $a = 7$ और $b = 5$ है तो हमें $7 + 5 = 5 + 7$ प्राप्त होता है, इत्यादि।

2. दो संख्याओं के गुणन की क्रम विनिमेयता

हम पूर्ण संख्याओं के अध्याय में पढ़ चुके हैं कि दो पूर्ण संख्याओं के गुणन में, जिन दो संख्याओं का गुणा किया जाता है उनके क्रम को उलटने से गुणनफल पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

उदाहरणार्थ $5 \times 6 = 30$ और $6 \times 5 = 30$ है।

अतः $5 \times 6 = 6 \times 5$ है।

संख्याओं का यह गुण संख्याओं के गुणन की क्रम विनिमेयता कहलाती है। गुणन में क्रम को बदलने पर गुणनफल में कोई परिवर्तन नहीं आता है। योग की तरह ही चर a और b का प्रयोग करके हम दो संख्याओं के गुणन की क्रम विनिमेयता को $a \times b = b \times a$ के रूप में व्यक्त कर सकते हैं। ध्यान दीजिए कि यहाँ a और b किसी भी संख्या का मान ले सकते हैं।

इस व्यापक नियम द्वारा सभी विशिष्ट स्थितियाँ, जैसे– $3 \times 5 = 5 \times 3$ या $7 \times 5 = 5 \times 7$ इत्यादि प्राप्त हो जाती हैं।

3. संख्याओं की वितरणता

हम जानते हैं–

$$\begin{aligned} 5 \times 48 &= 5 \times (40 + 8) \\ &= 5 \times 40 + 5 \times 8 \\ &= 200 + 40 = 240 \end{aligned}$$

$5 \times (40+8) = (5 \times 40) + (5 \times 8)$ अतः 5 से 48 के गुणा को 40 और 8 के योग पर वितरित (Distribute) किया जा सकता है। यह 5, 40 और 8 ही नहीं, किन्हीं भी तीन संख्याओं के लिए सत्य है। यह गुण संख्याओं के योग पर **गुणन की वितरणता (Distributivity of multiplication over addition of numbers)** कहलाती है। हम चरों का प्रयोग करके, संख्याओं के इस गुण को भी व्यापक और साथ-ही-साथ संक्षिप्त रूप में लिख सकते हैं।

मान लीजिए कि a, b और c कोई तीन चर हैं और इनमें से प्रत्येक किसी भी संख्या का मान ग्रहण कर सकता है। तब,

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ होता है।

संख्याओं के गुण अति आकर्षक होते हैं। चरों का प्रयोग, हमें इन गुणों को व्यापक और संक्षिप्त रूप में व्यक्त करने में समर्थ बनाता है।

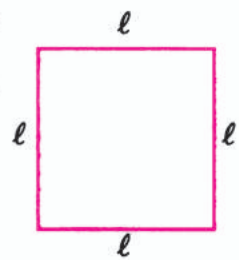
संख्याओं के ऐसे ही कुछ और गुण ज्ञात कीजिए और उन्हें चरों का प्रयोग करते हुए व्यापक रूप में व्यक्त कीजिए।

12.5 क्षेत्रमिति से नियम

हम क्षेत्रमिति (Mensuration) के अध्याय में वर्ग के परिमाप और आयत के परिमाप के बारे में पहले ही पढ़ चुके हैं। अब उन्हें एक नियम के रूप में लिखने के लिए वापस चलते हैं।

1. वर्ग का परिमाप

हम यह जानते हैं कि एक बहुभुज (3 या अधिक रेखाखंडों से बनी बंद आकृति) का परिमाप (Perimeter) उसकी भुजाओं का लम्बाइयों का योग होता है। वर्ग में चार भुजाएँ होती हैं और प्रत्येक की लम्बाई बराबर होती है।



(आकृति–4)

अतः वर्ग का परिमाप = वर्ग की भुजाओं की लम्बाइयों का योग

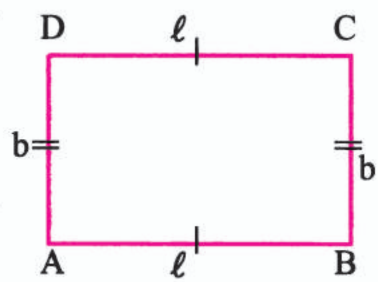
$= \ell + \ell + \ell + \ell$

$= 4\ell$

इस प्रकार, हम वर्ग के परिमाप का एक नियम प्राप्त कर लेते हैं। चर ℓ का प्रयोग कर हम एक व्यापक नियम लिख पाते हैं।

2. आयत का परिमाप

हम जानते हैं कि एक आयत की चार भुजाएँ होती हैं। उदाहरण के लिए आयत ABCD (आकृति–5) की चार भुजाएँ AB, BC, CD और DA हैं। एक आयत की सम्मुख भुजाएँ सदैव बराबर होती हैं। इसलिए, आइए आयत ABCD की भुजाओं AB और CD की लम्बाई को ℓ से व्यक्त करें और भुजाओं AD और BC की लम्बाई को b से व्यक्त करें।



(आकृति–5)

अतः, आयत का परिमाप = AB की लम्बाई + BC की लम्बाई + CD की लम्बाई +AD की लम्बाई

$= \ell + b + \ell + b$

$= (\ell + \ell) + (b + b)$

$= 2\ell + 2b$

आयत का परिमाप $2\ell + 2b$, जहाँ ℓ और b क्रमशः आयत की लम्बाई और चौड़ाई हैं।

$\ell = b$ होने पर क्या होगा? यदि आयत के परिमाप को चर p से व्यक्त करें, तो आयत के परिमाप का नियम होगा $p = 2\ell + 2b = 2\ell + 2\ell = 4\ell$, जो कि वर्ग के परिमाप के लिए है।

प्रश्नावली – 12.2

1. **साहचर्य का नियम–** तीन संख्याओं 15, 28 और 14 के योग पर विचार कीजिए। हम यह योग दो प्रकार से प्राप्त कर सकते हैं–

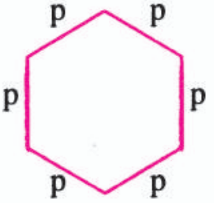
   (a) हम पहले 15 और 28 को जोड़कर 43 प्राप्त कर सकते हैं और 43 में 14 जोड़कर कुल योग 57 प्राप्त कर सकते हैं। या

   (b) हम पहले 28 और 14 को जोड़कर 42 प्राप्त कर सकते हैं और फिर इसे 15 में जोड़कर कुल योग 57 प्राप्त कर सकते हैं। इस प्रकार $(15 + 28) + 14 = 15 + (28 + 14)$ हुआ।

   ऐसा किसी भी तीन संख्याओं के लिए किया जा सकता है। यह गुण संख्याओं के योग का साहचर्य (Associative) गुण कहलाता है। इस गुण को चर a, b और c का प्रयोग करते हुए एक व्यापक रूप में व्यक्त कीजिए।

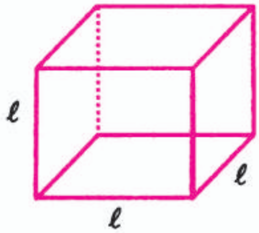
2. समबाहु त्रिभुज की एक भुजा को k से दर्शाया जाता है। इस समबाहु त्रिभुज के परिमाप को k का प्रयोग करते हुए व्यक्त कीजिए।

3. एक समषड्भुज (Regular hexagon) (आकृति–6) की एक भुजा को p से व्यक्त किया गया है। p का प्रयोग करते हुए इस समषड्भुज के परिमाप को व्यक्त कीजिए। (संकेत– एक समषड्भुज की सभी भुजाएँ बराबर होती हैं और सभी कोण बराबर होते हैं।)



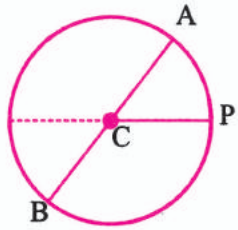
(आकृति–6)

4. घन (cube) एक त्रिविमीय (Three dimensional) आकृति है, जैसा कि आकृति 7 में दिखाया गया है। इसके 6 फलक होते हैं और ये सभी सर्वसम (Identical) वर्ग होते हैं। घन के एक किनारे की लम्बाई ℓ से दी जाती है। घन के किनारों की कुल लम्बाई के लिए एक सूत्र ज्ञात कीजिए।



(आकृति–7)

5. वृत्त का व्यास वह रेखाखंड है जो वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं को जोड़ता है और उसके केन्द्र से होकर जाता है। वृत्त की त्रिज्या (r) उस पर स्थित किसी बिन्दु P को केन्द्र C से जोड़ने वाली रेखाखंड की लम्बाई है। संलग्न आकृति–8 में AB वृत्त का व्यास है और C उसका केन्द्र है। वृत्त के व्यास (d) को उसकी त्रिज्या (r) के पदों में व्यक्त कीजिए।



(आकृति–8)

12.6 चरों वाले व्यंजक

आइए हम कुछ अंक गणितीय व्यंजकों (Expressions) का उदाहरण लें :

$2 \times 10 + 3$, $\quad -4 \times 3 + 5$,

$8 - 5 \times 2$, $\quad 14 - (5-2)$,

$3 \times 6 - 5$ $\quad 5 \times 7 - 3 \times 4$ इत्यादि

ये उपर्युक्त व्यंजक 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 इत्यादि जैसी संख्याओं से बनते हैं। ऐसे व्यंजकों को बनाने के लिए चारों संक्रियाओं योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन का प्रयोग किया जा सकता है।

व्यंजकों को चरों का प्रयोग करके भी प्राप्त किया जा सकता है। उदाहरण के लिए 2n, 6m, x + 12, y – 3 इत्यादि चरों वाले व्यंजक हैं। चरों वाले ये व्यंजक चरों पर योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन की संक्रियाएँ करने के बाद प्राप्त होते हैं। उदाहरणार्थ व्यंजक 2n चर n को 2 से गुणा करने पर बनता है, व्यंजक (x + 12) चर x में 12 जोड़ने पर बनता है इत्यादि।

हम जान चुके हैं कि चर विभिन्न मान ले सकते हैं, इनका कोई निश्चित मान नहीं होता है। परंतु ये संख्याएँ हैं। इसी कारण संख्याओं की ही तरह इन पर योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन की संक्रियाएँ भी की जा सकती हैं।

एक महत्त्वपूर्ण बात ध्यान देने योग्य है कि एक संख्यात्मक व्यंजक जैसे–

$5 \times 4 + 6$ का मान निकाला जा सकता है।

उदाहरणार्थ $5 \times 4 + 6 = 20 + 6 = 26$

परन्तु $(5x + 6)$ जैसे व्यंजक, जिसमें एक चर x आ रहा है, का मान निकालना संभव नहीं है। यदि चर x का मान दिया हो, केवल तभी व्यंजक का मान निकाला जा सकता है। उदाहरणार्थ जब $x = 4$ है, तो

$5x + 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ है, जो पहले भी प्राप्त हुआ था।

नीचे हम देखेंगे कि व्यंजक कैसे बनाए जाते हैं।

	व्यंजक	कैसे बनाया गया
(a)	$x + 5$	x में 5 जोड़ने पर
(b)	$y - 4$	y में 4 घटाने पर
(c)	$7a$	a को 7 से गुणा करने पर
(d)	$\frac{m}{5}$	m को 5 से भाग देने पर
(e)	$2x-y$	पहले x में 2 से गुणा करके प्राप्त गुणनफल में से y घटाने पर

इसी प्रकार के दस अन्य सरल व्यंजक लिखिए और बताइए कि वे किस प्रकार बनाए गए हैं। हमें व्यंजक को तब भी बना पाना चाहिए, जब निर्देश दिए जाएँ कि उसे कैसे बनाना है। निम्नलिखित उदाहरण को देखिए–

(a)	y में 7 जोड़ने पर मिली संख्या	$y + 7$
(b)	10 में से x घटाने पर मिली संख्या	$10 - x$
(c)	y की 5 गुनी संख्या	$5y$
(d)	x में 8 का भाग देने पर मिली संख्या	$\frac{x}{8}$
(e)	m का –5 से गुणा करने पर मिली संख्या	$-5m$
(f)	y में 10 से गुणा और फिर गुणनफल में 7 जोड़ना	$10y + 7$

ऐसे ही दस और तरीके लिखिए और इनसे बने व्यंजक बनाइए।

प्रश्नावली – 12.3

1. आप तीन संख्याओं 7, 10 और 12 से संख्याओं वाले (चर नहीं) जितने व्यंजक बना सकते हैं बनाइए। एक संख्या का एक से अधिक बार प्रयोग नहीं किया जाना चाहिए। केवल योग, व्यवकलन (घटाना) और गुणन संक्रियाओं का ही प्रयोग करें। (उदाहरणार्थ $10 + 7 - 12$)

2. निम्नलिखित में से कौन-से केवल संख्याओं वाले व्यंजक हैं?

(a) $x + 5$
(b) $10 \times 9 - 7$
(c) $5 \times 4 - zy$
(d) $7y$
(e) $9 - 9z$
(f) $5 \times 17 - 4 \times 16 + 3x$

3. निम्न व्यंजकों को बनाने में प्रयुक्त संक्रियाओं (योग, व्यवकलन, गुणन, विभाजन) को देखिए और बताइए कि ये व्यंजक किस प्रकार बनाए गए हैं?

(a) $x + 9$ (b) $x - 9$ (c) $13y$ (d) $\frac{y}{13}$

(e) $2y + 15$ (f) $2y - 15$ (g) $7p$ (h) $-7p + 2$ (i) $-7p - 3$

4. निम्नलिखित स्थितियों के लिए व्यंजक दीजिए–

(a) a में 5 जोड़ना
(b) a में 5 घटाना
(c) a को 5 से गुणा करना
(d) a को 5 से भाग देना
(e) m में से 7 घटाना
(f) –m को 7 से गुणा करना
(g) –m को 7 से भाग देना
(h) m को –5 से गुणा करना

5. निम्नलिखित स्थितियों के लिए व्यंजक दीजिए–

(a) m के 7 गुना में 6 जोड़ना
(b) 2a में 13 जोड़ना
(c) x का –5 से गुणा करना
(d) x को –5 से गुणा करके परिणाम में 10 जोड़ना
(e) x को 5 से गुणा करके परिणाम में 15 घटाना
(f) y को –5 से गुणा करके परिणाम को 18 में जोड़ना

6. (a) k और 9 का प्रयोग करके अलग-अलग व्यंजक बनाइए। प्रत्येक व्यंजक में दोनों एक-एक बार होने चाहिए।

(b) m, 5 और 7 का प्रयोग करके व्यंजक बनाइए। प्रत्येक व्यंजक में m अवश्य होना चाहिए। हर व्यंजक केवल दो अलग-अलग संख्या संक्रियाओं का प्रयोग करें।

12.7 व्यावहारिक रूप से व्यंजकों का प्रयोग

हमारे व्यावहारिक जीवन में कई ऐसी परिस्थितियाँ आती है जहाँ व्यंजकों का उपयोग करना जरूरी होता है। आइए ऐसी परिस्थितियों को जानने का प्रयत्न करें–

क्र. सं.	परिस्थिति में वर्णित (साधारण भाषा में वर्णित)	चर	व्यंजकों का प्रयोग करते हुए कथन
1.	सोनू की उम्र मोनू से 5 वर्ष अधिक है।	मान लीजिए मोनू की उम्र x वर्ष है।	सोनू की उम्र (x+5) वर्ष है।
2.	गुड़िया सीमा से 3 वर्ष छोटी है।	मान लीजिए सीमा की आयु x वर्ष है।	गुड़िया की आयु (x–3) वर्ष है।
3.	राकेश के पिता की आयु राकेश की आयु के दोगुने से 10 वर्ष अधिक है।	मान लीजिए राकेश की आयु x वर्ष है।	राकेश के पिता की आयु (2x+10) वर्ष है।
4.	विकास की आयु मनोज की आयु की तिगुनी है।	मान लीजिए मनोज की आयु x वर्ष है।	विकास की आयु 3x वर्ष है।
5.	आज़ से 7 वर्ष पहले राधा की आयु क्या थी?	मान लीजिए राधा की वर्तमान आयु y वर्ष है	आज से 7 वर्ष पहले राधा की आयु (y–7) वर्ष थी।
6.	आज प्रति लीटर तेल का मूल्य प्रति किलोग्राम चावल के मूल्य का 4 गुना है।	मान लीजिए चावल का प्रति कि.ग्रा. मूल्य pरु. है।	प्रति लीटर तेल का मूल्य 4p रु. है।
7.	चावल का प्रति कि.ग्रा. मूल्य गेहूँ के प्रति कि.ग्रा. मूल्य से 2 रु. अधिक है।	मान लीजिए प्रति किग्रा गेहूँ का मूल्य p रु. है।	चावल का प्रति कि.ग्रा. मूल्य (p+2) रु. है।
8.	एक कार की चाल उसी सड़क पर जाते हुए एक बस की चाल से 20 कि.मी./घंटा अधिक है।	मान लीजिए बस की चाल x कि.मी./घंटा है।	कार की चाल (x+20) कि.मी./घंटा है।

ऐसी ही कुछ अन्य परिस्थितियों को ज्ञात करने का प्रयत्न कीजिए। आप अनुभव करेंगे कि साधारण भाषा में वर्णित ऐसे अनेक कथन आपको देखने को मिलेंगे जहाँ पर आप चरों वाले व्यंजकों का प्रयोग करते हुए कथनों में बदल सकते हैं।

प्रश्नावली – 12.4

1. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए–

   (a) सुशीला की वर्तमान आयु x वर्ष लीजिए–

   (i) बताइए 5 वर्ष पूर्व उसकी आयु कितनी थी?

   (ii) बताइए 4 वर्ष बाद वह कितने वर्ष की हो जाएगी?

   (iii) सुशीला के दादाजी की आयु सुशीला के आयु की 7 गुनी है। उसके दादाजी की आयु क्या है?

   (iv) सुशीला की बड़ी बहन की आयु सुशीला की आयु के दोगुने से 3 वर्ष कम है। उसकी बड़ी बहन की आयु क्या है?

   (b) एक आयताकार हॉल की लम्बाई उसकी चौड़ाई के दोगुने से 5 मीटर अधिक है। यदि चौड़ाई b मीटर है, तो लम्बाई क्या है?

   (c) एक आयताकार बक्से की ऊँचाई h सेमी है। इसकी लम्बाई, ऊँचाई की 3 गुनी है और चौड़ाई, लम्बाई से 7 सेमी कम है। बक्से की लम्बाई और चौड़ाई को ऊँचाई के पदों में व्यक्त कीजिए।

   (d) एक बस x किमी प्रति घंटा की चाल से चल रही है। यह पटना से राजगीर की ओर जा रही है। बस के 3 घंटे चलने के बाद राजगीर की दूरी 22 किमी बची रह जाती है। x का प्रयोग करते हुए पटना से राजगीर की दूरी बताइए।

2. व्यंजकों के प्रयोग से बने निम्न कथनों को साधारण भाषा के कथनों में बदलिए–
   (उदाहरणार्थ हमारी कक्षा में x विद्यार्थी हैं और स्कूल में $15x$ विद्यार्थी हैं। साधारण भाषा में स्कूल में विद्यार्थियों की कुल संख्या हमारी कक्षा के विद्यार्थियों की 15 गुनी है।)

(a) राखी के पास x रुपये हैं। उसकी सहेली के पास 3 x रुपये हैं।

(b) एक अभ्यास-पुस्तिका का मूल्य pरु. है। एक पुस्तक का मूल्य 4 pरु. है।

(c) सुरेश के पास y बकरियाँ हैं। रमेश के पास $\frac{y}{4}$ बकरियाँ हैं।

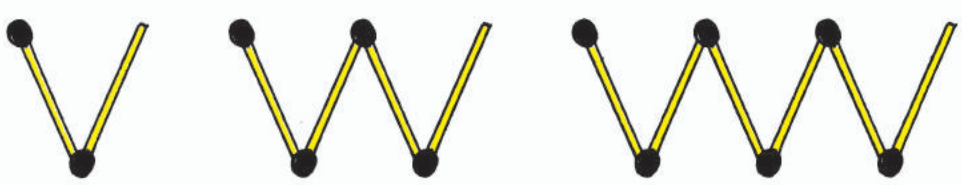
(d) मोहन की आयु r वर्ष है। उसके पिताजी की आयु 4r वर्ष है और उसकी माँ की आयु (4r – 5) वर्ष है।

3. (a) सपना की आयु x वर्ष दी हुई है। बताइए (x+5) और (x–3) क्या दर्शाएँगे?

(b) दिया हुआ है कि एक कक्षा के m विद्यार्थी टेलीविजन देखना पसंद करते हैं। 3m क्या दर्शाएगा तथा $\frac{m}{2}$ क्या दर्शाएगा?

12.8 एक समीकरण क्या है?

आइए आकृति – 1 में दी हुई तीलियों से बने अक्षर V के प्रतिरूप को याद करें। अपनी सुविधा के लिए हमने यहाँ आकृति–1 पुनः बनाई है जिसे नीचे दिखाया गया है–



विभिन्न संख्याओं के V बनाने के लिए आवश्यक तीलियों की संख्या सारणी–1 में दी गई है। हम इस सारणी को पुनः यहाँ बना रहे हैं।

सारणी–1

बनाए गए V की संख्या	1	2	3	4	5	6	....
आवश्यक तीलियों की संख्या	2	4	6	8	10	12	....

हम जान गए हैं कि आवश्यक तीलियों की संख्या को निम्न नियम से प्राप्त किया जा सकता है –

2n यदि n बनाए गए V की संख्या है।

सलमा पूछती है कि V की संख्या दी हुई हो तो आवश्यक तीलियों की संख्या किस प्रकार ज्ञात की जा सकती है? और इसके विपरीत यदि माचिस की तीलियों की संख्या दी हुई हो तो V की संख्या कैसे ज्ञात की जा सकती है?

हम अपने आपसे पूछते हैं यदि 12 तीलियाँ दी हुई हो, तो कितने V बनेंगे? हम कह सकते हैं कि– $2n = 12$ ----- (1) दी हुई है।

यहाँ हम एक प्रतिबंध प्राप्त करते हैं, जो चर n द्वारा संतुष्ट होना चाहिए। यह प्रतिबंध समीकरण (equation) का एक उदाहरण है।

हमारे प्रश्न का उत्तर सारणी–1 को देखकर प्राप्त किया जा सकता है। n के विभिन्न मानों को देखिए। यदि n=1, तो तीलियों की संख्या 2 है। स्पष्टतः प्रतिबंध संतुष्ट नहीं हुआ है, इसी प्रकार हम इसकी जाँच कर सकते हैं।

n	2n	क्या प्रतिबंध संतुष्ट है? हाँ/नहीं
1	2	नहीं
2	4	नहीं
3	6	नहीं
4	8	नहीं
5	10	नहीं
6	12	हाँ
7	14	नहीं

हम पाते हैं कि केवल $n=6$ के लिए उपर्युक्त प्रतिबंध अर्थात् समीकरण $2n=12$ संतुष्ट हो जाता है। 6 के अतिरिक्त किसी भी अन्य मान के लिए यह समीकरण संतुष्ट नहीं होता है। आइए एक अन्य उदाहरण को देखें।

मोनू, सोनू से 3 वर्ष छोटा है। सोनू की आयु x वर्ष लेने पर, मोनू की आयु $(x-3)$ वर्ष होगी। मान लीजिए कि मोनू की आयु 9 वर्ष है। तब, देखें कि किस प्रकार हम सोनू की आयु ज्ञात करते हैं। हमें मोनू की आयु $= x-3=9$ ------- (2) प्राप्त है।

यह चर x में एक समीकरण है। हम x के विभिन्न मानों के लिए $(x-3)$ के मानों की एक सारणी बनाते हैं।

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x–3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	-	-

जिन प्रविष्टियों को रिक्त छोड़ा गया है उन्हें पूरा कीजिए सारणी से हम देखते हैं कि केवल $x=12$ के लिए प्रतिबंध $x-3=9$ संतुष्ट होता है। अन्य किसी भी मान जैसे $x=13$ या $x=11$ के लिए प्रतिबंध संतुष्ट नहीं होता। अतः सोनू की आयु 12 वर्ष है।

उपर्युक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट होता है **हर समीकरण चर पर एक प्रतिबंध होता है। यह चर के निश्चित मान के लिए ही संतुष्ट होता है।** समीकरण $2n=12$ चर n के मान 6 से ही संतुष्ट होता है। इसी प्रकार, समीकरण

$x-3=9$ चर x के मान 12 से ही संतुष्ट होता है।

यहाँ ध्यान दीजिए कि एक समीकरण के दोनों पक्षों के बीच में समता चिह्न (=) होता है। समीकरण बताता है कि बाएँ पक्ष (वाम पक्ष) (LHS) का मान दाएँ पक्ष (दक्षिण पक्ष) (RHS) के मान के बराबर है।

यदि बायाँ पक्ष दायाँ पक्ष के बराबर न हो तो हमें समीकरण प्राप्त नहीं होता। जैसे– यह कथन कि 2n संख्या 12 से बड़ा है, अर्थात् $2n>12$ यह एक समीकरण नहीं है। इसी प्रकार

यह कथन कि 2n संख्या 12 से छोटा है अर्थात् $2n < 12$ भी एक समीकरण नहीं है।

आइए अब 12 − 3 = 9 पर विचार करें।

यहाँ भी बाएँ पक्ष और दाएँ पक्ष के बीच समता का चिह्न (=) है। दोनों पक्षों में चर **संख्या नहीं है। यहाँ दोनों पक्षों में** संख्याएँ हैं। हम इन्हें संख्यात्मक समीकरण कह सकते हैं। **सामान्यतः समीकरण शब्द का प्रयोग केवल एक या अधिक चरों के होने पर ही** किया जाता है।

आइए एक प्रश्न हल करें।

बताइए निम्नलिखित में से कौन-कौन से कथन समीकरण हैं? समीकरण में सम्बद्ध चर **भी बताइए–**

(a) $x - 5 = 15$ (हाँ, x)

(b) $7 \times 3 = 21$ (नहीं, यह एक संख्यात्मक समीकरण है)

(c) $2m > 20$ (नहीं)

(d) $2p = 8$ (हाँ, p)

(e) $\frac{k}{9} < 10$ (नहीं)

समीकरणों के कुछ उदाहरण नीचे दिए जा रहे हैं (कुछ समीकरणों में सम्बद्ध चर भी दिए गए हैं)।

वांछित रिक्त स्थानों को भरिए–

जैसे– $x + 17 = 27$ (चर x)

और $p + 5 = 9$ (चर p)

(a) $3k = 15$ (चर ____) (b) $\frac{m}{5} = 4$ (चर ____)

(c) $3\ell + 5 = 20$ (चर ____) (d) $5n - 16 = 16$ (चर ____)

12.8.1 समीकरण का हल

हम पिछले अनुच्छेद में देख चुके हैं कि समीकरण (1) $2n = 12$, $n = 6$ से संतुष्ट हो गया था। n का कोई भी अन्य मान इस समीकरण (1) को संतुष्ट नहीं करता।

अतः समीकरण में चर का वह मान जो समीकरण को संतुष्ट करता है, उस समीकरण का हल (solution) कहलाता है।

इस प्रकार $n = 6$ समीकरण $2n = 12$ का हल है।

ध्यान दीजिए कि $n = 5$ समीकरण $2n = 12$ का हल नहीं है क्योंकि $n = 5$ के लिए $2n = 2 \times 5 = 10$ है और यह 12 नहीं है।

समीकरण $x - 3 = 9$ .... (2) को लें। यह समीकरण $x = 12$ से संतुष्ट हो जाता है क्योंकि $x = 12$ के लिए समीकरण का बायाँ पक्ष = 12 − 3 = 9 = दायाँ पक्ष है। यह समीकरण $x = 13$ से संतुष्ट नहीं होता है क्योंकि $x = 13$ के लिए समीकरण का बायाँ पक्ष = $13 - 3 = 10$ है, जो दायाँ पक्ष के बराबर नहीं है।

इस प्रकार $x = 12$ समीकरण $x - 3 = 9$ का हल है परंतु $x = 13$ इस समीकरण का हल नहीं है। $x = 13$ समीकरण का हल क्यों नहीं है? आप अपने शब्दों में स्पष्ट कीजिए।

अब आप आगे दी गई सारणी की प्रविष्टियों को पूरा कीजिए। तीसरे खण्ड में स्पष्ट कीजिए कि प्रत्येक भाग के लिए आपका उत्तर हाँ अथवा नहीं क्यों है?

क्र.सं.	समीकरण	चर का नाम	हल (हाँ / नहीं)	कारण
1.	$x + 5 = 15$	$x = 5$	नहीं	$5 + 5 = 10 = 15$
2.	$x + 5 = 15$	$x = 8$		
3.	$x + 5 = 15$	$x = 10$		
4.	$p - 7 = 1$	$p = 6$		
5.	$p - 7 = 1$	$p = 7$		
6.	$p - 7 = 1$	$p = 8$		
7.	$3n = 24$	$n = 5$		
8.	$3n = 24$	$n = 8$		
9.	$\frac{k}{7} = 3$	$k = 20$		
10.	$\frac{k}{7} = 3$	$k = 21$		
11.	$2\ell + 5 = 13$	$\ell = 3$		
12.	$2\ell + 5 = 13$	$\ell = 4$		

12.8.2 किसी समीकरण को हल करना

समीकरण $2n = 12$ का हल ज्ञात करने के लिए हमने n के विभिन्न मानों की एक सारणी तैयार की थी और फिर इस सारणी से n का वह मान चुन लिया जो समीकरण का हल था (अर्थात् समीकरण को संतुष्ट करता था)। हमने **प्रयत्न और जाँच विधि (a trial and error method) से इसे किया।** अब हम समीकरण को हल करने की एक सीधी विधि अपनाते हैं। अगली कक्षा में हम समीकरण हल करने की और ज्यादा क्रमबद्ध विधि का अध्ययन करेंगे। वर्तमान

स्थिति में, हम केवल नीचे दिए हुए सरल समीकरणों के बारे में ही बात करेंगे–

(i) $x + 5 = 15$ (iii) $2n = 12$

(ii) $x - 3 = 9$ (iv) $\frac{k}{7} = 3$

(i) $x + 5 = 15$ को हल करना

पिछली कक्षाओं से आप जान चुके हैं कि ऐसे कथन जिनमें (.........) + 5 = 15 हों, में रिक्त खानों की संख्या की कैसे ज्ञात किया जाता है।

x के लिए समीकरण $x + 5 = 15$ --------- (a)

और (.........) + 5 = 15 --------- (b)

यदि हम (b) में रिक्त स्थान के स्थान पर x लिखें तो हमें समीकरण प्राप्त हो जाता है। इसका अर्थ है कि रिक्त खाने के लिए वह संख्या ज्ञात करनी है जिससे समीकरण संतुष्ट हो जाता है। खाने में एक ऐसी संख्या आएगी जिसे 5 में जोड़ने पर 15 प्राप्त होगा। यह 15 में से 5 घटाने के बराबर है, अर्थात् 10 है।

इस प्रकार समीकरण का हल $x = 10$ है।

हम इस हल की जाँच भी कर सकते हैं–

बायाँ पक्ष $= x + 5 = 10 + 5 = 15 =$ दायाँ पक्ष

(ii) $x - 3 = 9$ को हल करना

$x - 3 = 9$ की तुलना (.........) $- 3 = 9$ से कीजिए।

इसका अर्थ है कि समीकरण को हल करने के लिए रिक्त खाने की संख्या ज्ञात करना है। यहाँ रिक्त खाने की संख्या योग से मिलती है, जो (.........) $= 9 + 3 = 12$ है।

अतः समीकरण $x - 3 = 9$ का हल $x = 12$ है, जिसे हम पहले से भी जानते हैं।

इस हल की जाँच भी कर सकते हैं–

बायाँ पक्ष $= x - 3 = 12 - 3 = 9 =$ दायाँ पक्ष

(iii) $2n = 12$ को हल करना

हम यह जानते हैं कि $2n = 2 \times n$ है।

अतः जिस समीकरण को हम हल करना चाहते हैं, वह $2 \times n = 12$ है।

इसकी तुलना $2 \times (\quad) = 12$ से कीजिए।

n में समीकरण को हल करने का अर्थ है कि रिक्त खाने में संख्या ज्ञात करना। हम जानते हैं कि रिक्त खाने की संख्या को विभाजन द्वारा ज्ञात किया जा सकता है।

इस प्रकार $(\quad) = \frac{12}{2} = 6$ है।

अतः समीकरण $2n = 12$ का हल $n = 6$ है, जिसे हम पहले से जानते हैं।

हम इस हल की जाँच कर सकते हैं।

बायाँ पक्ष $= 2 \times n = 2 \times 6 = 12 =$ दायाँ पक्ष।

(iv) $\frac{k}{7} = 3$ को हल करना

हम $\frac{k}{7} = 3$ की तुलना $\frac{\square}{7} = 3$ से करते हैं।

k में समीकरण हल करने का अर्थ वही है जो रिक्त खाने में संख्या ज्ञात करने का है।

अब, $\square = 7 \times 3 = 21$ है। अतः उपर्युक्त समीकरण का हल

$k = 21$ है।

हम इस हल की जाँच कर सकते हैं–

बायाँ पक्ष $\frac{k}{7} = \frac{21}{7} = 3 =$ दायाँ पक्ष

12.9 समीकरण का प्रयोग करना

प्रीति, आयशा और रशीदा बहुत उत्साहित हैं। वे सब कक्षा में बताती हैं कि उन्होंने पहेलियाँ हल करने की विधि ज्ञात कर ली है। वे इसे पूरी कक्षा को समझाना चाहते हैं।

पहले वे सीमा से कहते हैं कि वह कोई भी संख्या सोच ले। इसके बाद वे कहते हैं कि इस संख्या को 5 से गुणा करके परिणाम बता दे। वह कहती है, परिणाम 60 है। रशीदा तुरंत कहती है कि सीमा की संख्या 12 हैं। सीमा इस उत्तर से सहमत हो जाती है। पूरी कक्षा को आश्चर्य होता है।

प्रीति और आयशा कहती हैं– सीमा ने अपने मन में कोई संख्या सोची। वह कुछ भी हो सकती है। इसलिए, हमने पहले उस संख्या को x मान लिया। अब x को 5 से गुणा करने पर 5x प्राप्त होता है। सीमा ने बताया कि यह 60 है। इस प्रकार हमें प्रतिबंध $5x = 60$ प्राप्त हो गया। यह एक सरल समीकरण है। हमने सरल विधि से इस समीकरण को हल कर लिया। हमने x के स्थान पर $\square$ रखकर समीकरण $5 \times \square = 60$ लिख लिया। हमें प्राप्त होता है : $\square = \frac{60}{5} = 12$

इस प्रकार 12 वांछित हल है, अर्थात् सीमा द्वारा सोची गई संख्या 12 थी।

पूरी कक्षा ने ताली बजाई। उन्होंने सीखा कि समीकरण कितना उपयोगी होता है। गणित शिक्षक ने कहा **इस पहेली के अलावा कई और पहेलियाँ बन सकती हैं और यह सब भी समीकरणों द्वारा हल की जा सकती हैं।** परन्तु ऐसा करने के लिए, हमें समीकरणों को हल करने की एक क्रमबद्ध विधि सीखनी होगी। ऐसी विधि हम अगले वर्ष सीखेंगे।

प्रश्नावली – 12.5

1. **निम्नलिखित में कौन-से कथन समीकरण (चर संख्याओं के) हैं? सकारण उत्तर दीजिए। समीकरणों में सम्बद्ध चर भी लिखिए।**

(a)	$15 = x + 18$	(f)	$2n + 3 = 13$
(b)	$(k - 8) > 5$	(g)	$7 = 11 \times 5 - 12 \times 4$
(c)	$\frac{9}{3} = 3$	(h)	$\frac{3p}{2} < 5$
(d)	$8 \times 5 - 12 = 28$	(i)	$z + 8 > 12$
(e)	$6 \times 7 - 10 = 2x$	(j)	$7 - x = 5$

2. सारणी के तीसरे स्तम्भ में प्रविष्टियों को पूरा कीजिए–

क्र. सं.	समीकरण	चर का मान	समीकरण संतुष्ट : हाँ/नहीं
(a)	$5x = 25$	$x = 3$	
(b)	$5x = 25$	$x = 4$	
(c)	$5x = 25$	$x = 5$	
(d)	$k + 8 = 20$	$k = 10$	
(e)	$k + 8 = 20$	$k = 11$	
(f)	$k + 8 = 20$	$k = 12$	
(g)	$m - 5 = 9$	$m = 16$	
(h)	$m - 5 = 9$	$m = 15$	
(i)	$m - 5 = 9$	$m = 14$	
(j)	$\frac{t}{7} = 7$	$t = 47$	
(k)	$\frac{t}{7} = 7$	$t = 48$	
(l)	$\frac{t}{7} = 7$	$t = 49$	

3. प्रत्येक समीकरण के सामने कोष्ठकों में दिए मानों में से समीकरण का हल चुनिए। दर्शाइए कि अन्य मान समीकरण को संतुष्ट नहीं करते हैं।

(a) $4a = 24$ (5, 6, 9, 10)

(b) $k + 11 = 23$ (10, 11, 12, 13)

(c) $p - 7 = 8$ (12, 13, 14, 15)

(d) $k/7 = 7$ (49, 48, 46, 44)

(e) $m + 21 = 37$ (14, 15, 16, 17)

(c) $n + 5 = 2$ (1,2, –3, –4, 0)

4. (a) नीचे दी हुई सारणी को पूरा कीजिए और इस सारणी को देखकर ही समीकरण $x + 6 = 13$ का हल ज्ञात कीजिए–

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x+6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(b) नीचे दी हुई सारणी को पूरा कीजिए और इस सारणी को देखकर ही समीकरण $y - 6 = 4$ का हल ज्ञात कीजिए–

y	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
y – 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(c) नीचे दी हुई सारणी को पूरा कीजिए और इस सारणी को देखकर ही समीकरण $5t = 40$ का हल ज्ञात कीजिए–

t	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5t	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(d) सारणी को पूरा करते हुए समीकरण $\frac{z}{3} = 4$ का हल ज्ञात कीजिए–

z	8	9	10	11	12	13	14	15	-	-
$\frac{z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	-	-	-	-	-	-	-

5. हल कीजिए–

(a) $y + 6 = 18$ (b) $z - 7 = 20$ (c) $7p = 140$

(d) $\frac{q}{5} = 7$ (e) $\frac{k}{8} = 12$ (f) $9y = 81$

(g) $x - 3 = 0$ (h) $t + 50 = 75$