ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

(AREAS)

4.1 ଉପକ୍ରମଣିକା (Introduction) :

ସରଳରୈଖିକ ଆବଦ୍ଧକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସଂପର୍କରେ ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ମାତ୍ର ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଅବସ୍ଥାରେ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା, ଏ ଅଧ୍ୟାୟର ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ। ତୁମେମାନେ ଜାଣିଛ ଯେ, ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଥାଏ । କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଯାହା କ୍ଷେତ୍ର (region) ସହ ଜଡ଼ିତ। ତୁମେ ମଧ୍ୟ ଜାଣିଛ, ସରଳରୈଖିକ ଚିତ୍ର ଏବଂ ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରର ସୃଷ୍ଟି (ଯେପରି ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ତାହାର ଅନ୍ତର୍ଦ୍ଦେଶର ସଂଯୋଗରେ ତ୍ରିଭୁଜାକାର କ୍ଷେତ୍ରର ସୃଷ୍ଟି ।)

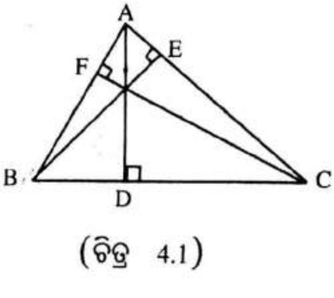
4.2 ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା (Height of a Triangle and a parallelogram):

(a) ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା

ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଯେକୌଣସି ବାହୁକୁ ଭୂମି ନେଇ ଏହାର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଭୂମି ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କଲେ, ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ **ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ।

(ଚିତ୍ର 4.1) ରେ ΔABC ର ତିନୋଟି ଉଚ୍ଚତା ଥାଏ। $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{AD}$; $\overline{AC}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{BE}$ ଏବଂ $\overline{AB}$ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ $\overline{CF}$ ।

ΔABC ର ଉଚ୍ଚତାତ୍ରୟ AD, BE ଏବଂ CF



(ଚିତ୍ର 4.1)

(b) ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା

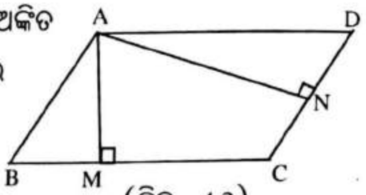
କୌଣସି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଯେକୌଣସି ବାହୁକୁ ଭୂମି ମନେକରି ଏହାର ବିପରୀତ ବାହୁର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁରୁ ଏହି ଭୂମି ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟକୁ **ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା** କୁହାଯାଏ।

PR-03/11/16

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଭୂମି $\overline{BC}$ ଏବଂ ଏହାପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଅନୁରୂପ ଲମ୍ବ $\overline{AM}$ । ସେହିପରି ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଭୂମି $\overline{CD}$ ଏବଂ ଏହାପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ଅନୁରୂପ ଲମ୍ବ $\overline{AN}$ ।

ତେଣୁ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଦୁଇଟି ଉଚ୍ଚତା ଅଛି।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସେଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ AM ଏବଂ AN ।

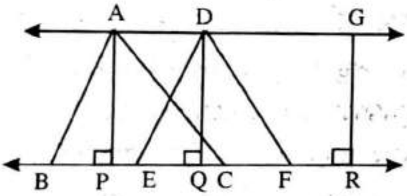


(ଚିତ୍ର 4.2)

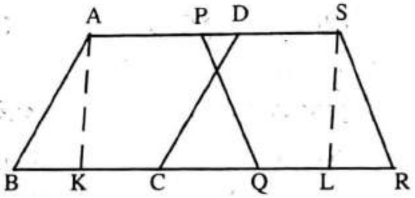
4.3 ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା :

ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ କହିଲେ ବୁଝିବାକୁ ହେବ ଯେ, ସେମାନଙ୍କର ଭୂମି ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବା ସଂଗେ ସଂଗେ ଏମାନଙ୍କର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଅପର ସରଳରେଖା ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବ ।

ସେହିପରି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରମାନ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ କହିଲେ ବୁଝିବାକୁ ହେବ ଯେ, ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା ଉପରେ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଗୁଡ଼ିକର ଗୋଟିଏ ଲେଖାଏଁ ବାହୁ ଏବଂ ଅପର ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଉପରେ କ୍ଷେତ୍ର ଗୁଡ଼ିକର ବିପରୀତ ବାହୁଗୁଡ଼ିକ ଅବସ୍ଥିତ ହେବ ।



(ଚିତ୍ର 4.3)



(ଚିତ୍ର 4.4)

ଲକ୍ଷ୍ୟକର (ଚିତ୍ର 4.3) $\overleftrightarrow{AG}$ ଓ $\overleftrightarrow{BR}$ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ΔABC ଓ ΔDEF ଦ୍ୱୟ ଅବସ୍ଥାନ କରୁଛନ୍ତି ; କାରଣ ଏହାର ଭୂମି $\overline{BC}$ ଓ $\overline{EF}$, $\overleftrightarrow{BR}$ ଉପରେ ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ A ଓ D $\overleftrightarrow{AG}$ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । AP ଓ DQ ଯଥାକ୍ରମେ ΔABC ଓ ΔDEF ଦ୍ୱୟର ଉଚ୍ଚତା। APDQ ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ହେତୁ AP = DQ

ଚିତ୍ର 4.4 ରେ $\overleftrightarrow{AS}$ ଓ $\overleftrightarrow{BR}$ ଦୁଇ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ABCD ଓ PQRS ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ର ଦ୍ୱୟ ଅବସ୍ଥିତ।

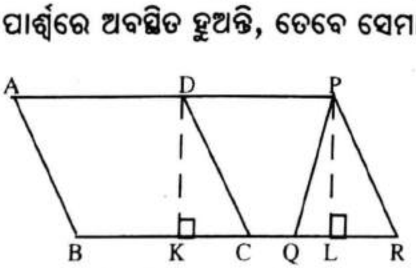
AK ଓ SL ଯଥାକ୍ରମେ, ABCD ଓ PQRS ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟର ଉଚ୍ଚତା।

AKLS ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ହେତୁ AK=SL

ଏଥିରୁ ଜଣାହେଲାଯେ, **ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ କ୍ଷେତ୍ର ମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ପରସ୍ପର ସମାନ।**

ବିପରୀତ କ୍ରମେ, ଯେବେ **ଦୁଇ ବା ତତୋଽଧିକ ତ୍ରିଭୁଜ ବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହୁଏ ଏବଂ ସେମାନେ ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଓ ତାହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ ସେମାନେ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବେ ।**

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଏବଂ Δ PQR ଏକ ସରଳରେଖା $\overline{BR}$ ଉପରେ ଓ ତାହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ DK=PL ହେଲେ $\overleftrightarrow{AP} \parallel \overleftrightarrow{BR}$ ହେବ।



(ଚିତ୍ର 4.5)

କାରଣ $\overline{DK}$ ଓ $\overline{PL}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ $\overline{BR}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ; $\therefore$ $\overleftrightarrow{DK} \parallel \overleftrightarrow{PL}$ ଏବଂ DK = PL

$\therefore$ DKPL ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର । $\overleftrightarrow{DP} \parallel \overleftrightarrow{KL}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\overleftrightarrow{AP} \parallel \overleftrightarrow{BR}$

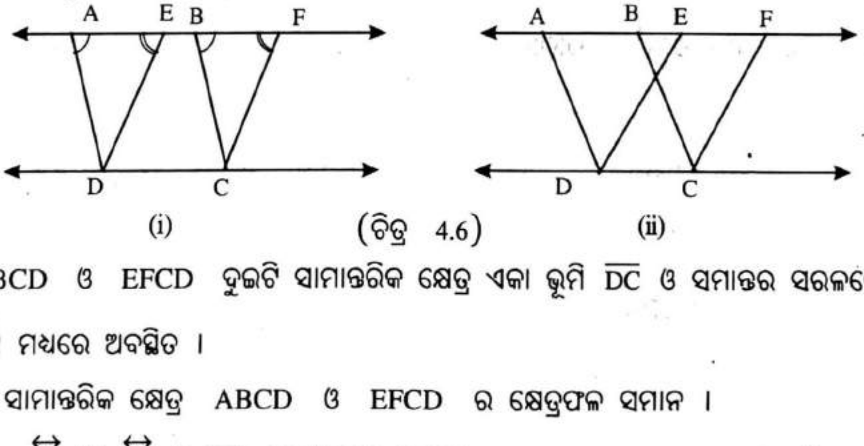
4.4 ସର୍ବସମ ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :

ଦୁଇଟି ସରଳରୈଖିକ କ୍ଷେତ୍ର ସର୍ବସମ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ, କିନ୍ତୁ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ହେଲେ, ସେମାନେ ସର୍ବସମ ନହୋଇ ପାରନ୍ତି।

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ : ୪ ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ଏବଂ 4 ସେ.ମି. ଓ 6 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ସନ୍ନିହିତ ବାହୁ ବିଶିଷ୍ଟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 24 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ ହେଁ ସେମାନେ ସର୍ବସମ ନୁହଁନ୍ତି।

ଉପପାଦ୍ୟ - 33

ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ । (Parallelograms on the same base and between the same parallels are equal in area.)



(ଚିତ୍ର 4.6)

ଦତ୍ତ : ABCD ଓ EFCD ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଏକା ଭୂମି $\overline{DC}$ ଓ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{AF}$ ଓ $\overleftrightarrow{DC}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ABCD ଓ EFCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ପ୍ରମାଣ : $\because$ $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ ଓ $\overline{AF}$ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ $\Rightarrow m\angle EAD = m\angle FBC$ (ଅନୁରୂପ)

ସେହିପରି $\because$ $\overleftrightarrow{ED} \parallel \overleftrightarrow{FC}$ ଏବଂ $\overline{AF}$ ସେମାନଙ୍କର ଛେଦକ $\Rightarrow m\angle AED = m\angle BFC$ (ଅନୁରୂପ)

Δ AED ଓ Δ BFC ଦ୍ୱୟରେ

$\because \begin{cases} m\angle EAD = m\angle FBC \\ m\angle AED = m\angle BFC \end{cases}$

ଏବଂ AD = BC (ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ବିପରୀତ ବାହୁ)

∴ Δ AED ≅ Δ BFC (କୋ-ବା-କୋ ଉପପାଦ୍ୟ)

∴ Δ AED ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ BFC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

∴ ସମୁଦାୟ କ୍ଷେତ୍ର ADCF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳରୁ ଏହି ଦୁଇ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳକୁ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଭାବରେ ବିୟୋଗ କଲେ, ପାଇବା

ADCF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – Δ BFC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ADCF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ – Δ AED ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

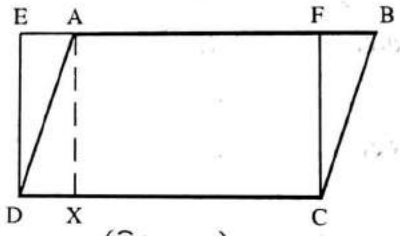
⇒ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = EFCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ (1) : ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ ଏବଂ ଏକା ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ । (ଏକା ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ହେତୁ ସେମାନେ ଏକ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ)

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (2) : ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ EFCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଏକା ଭୂମି $\overline{DC}$ ଉପରେ ଏବଂ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ $\overleftrightarrow{EB}$ ଓ $\overleftrightarrow{DC}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

EFCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟ ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 4.7)

∴ ପୂର୍ବ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ABCD ଓ EFCD ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (3)

କୌଣସି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ତାହାର ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଓ ଉଚ୍ଚତାର ଗୁଣଫଳ ସଂଗେ ସମାନ ।

ପୂର୍ବ ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଦର୍ଶାଯାଇଛି ଯେ,

ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = EFCD ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

∴ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = DC x DE

= DC x AX ($\because$ DE = AX)

= ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ x ଉଚ୍ଚତା

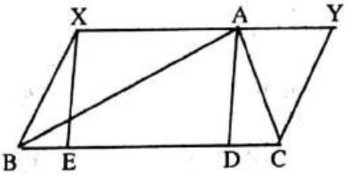
($\because \overleftrightarrow{BE} \parallel \overleftrightarrow{DC}$ ଏବଂ $\overline{ED}$ ଓ $\overline{AX}$ ଉଭୟେ $\overline{DC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ)

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (4)

ସମାନ ସମାନ ଭୂମି ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ। (∵ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଭୂମି x ଉଚ୍ଚତା)

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ - (5)

ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ (ଅର୍ଥାତ୍ ଏକ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ) ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେବ।



(ଚିତ୍ର 4.8)

$\overline{BC}$ ପ୍ରତି $\overline{AD}$ ଓ $\overline{XE}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BC . AD

ଏବଂ ସାମାନ୍ତରିକ XBCY ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = BC.XE

କିନ୍ତୁ $\overleftrightarrow{XY} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ $\therefore$ XE = AD

$\therefore \Delta$ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BC. XE = $\frac{1}{2}$ (ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର XBCYର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

ବି:ଦ୍ର : ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ (2) ରୁ ଜାଣିଛେ, ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଓ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ତେଣୁ ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ - 5 ରୁ ପାଇବା ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଏବଂ ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଏକ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେବ ।

ଉପପାଦ୍ୟ - 34

ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ।

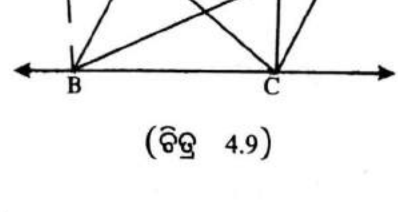
(Triangles on the same base and between the same parallels are equal in area.)

ଦତ୍ତ : Δ ABC ଓ Δ DBC ଦ୍ୱୟ ଏକା ଭୂମି $\overline{BC}$ ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା $\overleftrightarrow{AD}$ ଓ $\overleftrightarrow{BC}$ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ DBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଅଙ୍କନ : $\overline{BC}$ ର B ଓ C ବିନ୍ଦୁରେ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{BX}$ ଓ $\overline{CY}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର।

ପ୍ରମାଣ : $\overline{XB}$ ଓ $\overline{YC}$ ଉଭୟେ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେତୁ XBCY ଏକ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର ।



(ଚିତ୍ର 4.9)

Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}$ (ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର XBCY ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

ଏବଂ Δ DBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}$ (ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର XBCY ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

(ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେତୁ)

$\therefore$ Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \Delta$ DBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ସମାନ ସମାନ ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ଅର୍ଥାତ୍ ସମାନ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

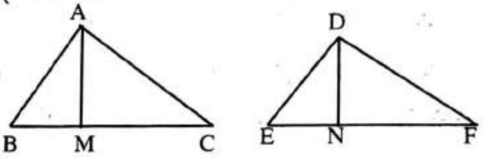
ଉପପାଦ୍ୟ - 35

ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କର ଭୂମି ସମାନ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କର ଅନୁରୂପ ଉଚ୍ଚତା ସମାନ।

(Triangles with equal areas and equal bases have equal corresponding altitudes)

ଦତ୍ତ : Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \Delta$ DEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

ଦତ୍ତ ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟ ସମାନ ସମାନ ଭୂମି ବିଶିଷ୍ଟ ଅର୍ଥାତ୍ BC=EF



ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : ତ୍ରିଭୁଜଦ୍ୱୟର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ।

ଅଙ୍କନ : A ଓ D ବିନ୍ଦୁରୁ ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{BC}$ ଓ $\overline{EF}$ ପ୍ରତି $\overline{AM}$ ଓ $\overline{DN}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର ।

(ଚିତ୍ର 4.10)

ପ୍ରମାଣ : AM ଓ DN ଯଥାକ୍ରମେ Δ ABC ଓ Δ DEF ର ଉଚ୍ଚତା। ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟରେ BC=EF

$\therefore$ Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}$ BC . AM

ଏବଂ Δ DEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}$ EF . DN

କିନ୍ତୁ Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \Delta$ DEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$\Rightarrow \frac{1}{2} BC \cdot AM = \frac{1}{2} EF \cdot DN \Rightarrow AM = DN \quad (\because BC = EF)$

ଅର୍ଥାତ୍ Δ ABC ଓ Δ DEF ର ଉଚ୍ଚତାଦ୍ୱୟ ସମାନ । (ପ୍ରମାଣିତ)

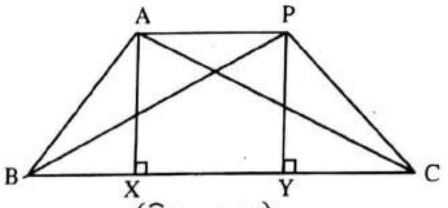
ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ଭୂମିମାନ ସମାନ ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ହେବ।

ଉପପାଦ୍ୟ - 36

ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଏବଂ ତାହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜ ମାନ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ।

(If triangles of equal area situated on the same base and the same side of it then they lie between same parallels)

ଦତ୍ତ : ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ Δ ABC ଓ Δ PBC ଦ୍ୱୟ ଏକା ଭୂମି $\overline{BC}$ ଉପରେ ଏବଂ ତାହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ।



(ଚିତ୍ର 4.11)

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : $\overleftrightarrow{AP} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

ଅଙ୍କନ : A ଓ P ବିନ୍ଦୁରୁ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AX}$ ଓ $\overline{PY}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର।

ପ୍ରମାଣ : $\overline{AX}$ ଓ $\overline{PY}$ ଯଥାକ୍ରମେ Δ ABC ଓ Δ PBC ର ଉଚ୍ଚତା ଏବଂ $\overline{BC}$ ଉଭୟର ସାଧାରଣ ଭୂମି।

$\therefore$ Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BC.AX ଏବଂ Δ PBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BC . PY

କିନ୍ତୁ Δ ABC ଓ Δ PBC ଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ

$\therefore \frac{1}{2} BC.\ AX = \frac{1}{2} BC.PY \Rightarrow AX = PY$

ପୁନଶ୍ଚ $\overline{AX}$ ଓ $\overline{PY}$ ଉଭୟେ $\overline{BC}$ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ $\Rightarrow \overleftrightarrow{AX} \parallel \overleftrightarrow{PY}$

$\because$ $\overline{AX}$ ଓ $\overline{PY}$ ସମାନ୍ତର ଏବଂ ସମଦୈର୍ଘ୍ୟବିଶିଷ୍ଟ । ତେଣୁ $\overleftrightarrow{AP} \parallel \overleftrightarrow{XY}$

$\Rightarrow \overleftrightarrow{AP} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ (ପ୍ରମାଣିତ)

4.5 କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସିଦ୍ଧାନ୍ତ :

1. ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର (ବା ସେହିପରି କ୍ଷେତ୍ର - ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର, ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର, ରମ୍ବସ) ମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ସେମାନଙ୍କର ଭୂମି (ଗୋଟିଏ ବାହୁ) ଏବଂ ଉଚ୍ଚତା (ସେହି ବାହୁର ବିପରୀତ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ) ଉପରେ ନିର୍ଭର କରେ ।

2. ଏହି କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କରେ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ଉଚ୍ଚତା ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟରୁ ଯେକୌଣସି ଦୁଇଟି ଏକା ବା ସମାନ ହେଲେ, ତୃତୀୟଟି ଏକା ବା ସମାନ ହେବ ।

3. ଦୁଇଟି ତ୍ରିଭୁଜ ବା ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ଏବଂ ବିପରୀତ କ୍ରମେ, ସେମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତା ସମାନ ହେଲେ ଏବଂ ସେମାନେ ଏକ ଭୂମିର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିଲେ ସେମାନେ ଏକା ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେବେ ।

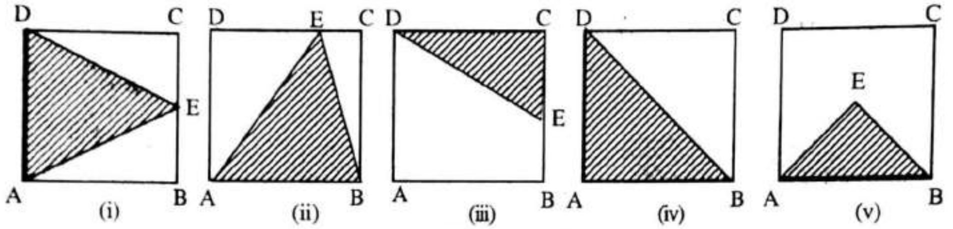
4. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜ ଓ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକକ୍ଷେତ୍ର (ବା ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ର) ଏକା ଭୂମି (ବା ସମାନ ଭୂମି) ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ ଏକା (ବା ସମାନ) ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର (ବା ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର) ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଅର୍ଦ୍ଧେକ ହେବ ।

5. ଏକା (ବା ସମାନ) ଭୂମି ଏବଂ ଏକା (ବା ସମାନ) ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର, ଆୟତକ୍ଷେତ୍ର, ରମ୍ବସ ଓ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ।

ଅନୁଶୀଳନୀ - 4

(କ) - ବିଭାଗ

1. ତଳଲିଖିତ ଚିତ୍ର ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଥିରେ ଚିତ୍ରିତ (Shaded) ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅଧା ?



(ଚିତ୍ର 4.12)

2. ଚିତ୍ର 4.13 ରେ ABCD ଓ DCEX ଦୁଇଟି ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର, AB = CF; B ଓ X ବିନ୍ଦୁ A ଓ E ର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ ହେଲେ,

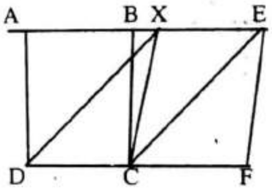
(i) ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି -

(a) ABCD ଓ DCEX କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।

(b) ABCD ଓ CFEX କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।

(c) DCEX ଓ EFCB କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।

(d) DCEX ଓ CFEX କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।



(ଚିତ୍ର 4.13)

(ii) ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କରେ ଭୁଲ ଥିଲେ ସଂଶୋଧନ କର।

(a) Δ XDC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ ABCD କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

(b) Δ XCE ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BCFE କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

(c) Δ BCE ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ BCFE କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

(d) Δ CEX ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = Δ CEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

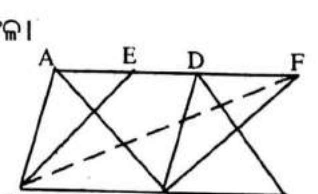
(e) ABCD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x Δ CEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

(f) BCEF ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 2 x Δ DCX ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ।

3. ପାର୍ଶ୍ୱସ୍ଥ ଚିତ୍ରରେ

$\overleftrightarrow{AF} \parallel \overleftrightarrow{BG}$, $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$,

$\overleftrightarrow{BE} \parallel \overleftrightarrow{CF}$ ଓ $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{DG}$



(ଚିତ୍ର 4.14)

(a) ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

(i) ABCD କ୍ଷେତ୍ରସହ .... ଓ .... କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ।

(ii) Δ ABC କ୍ଷେତ୍ରସହ ..... ଓ .... କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ।

(b) ପ୍ରମାଣ କର ଯେ :

(i) Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ (ACGD କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

(ii) Δ ACD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ (BCFE କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ)

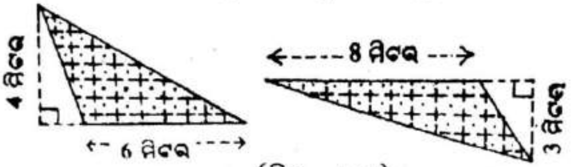
(c) E ଯଦି $\overline{AD}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ତେବେ ନିମ୍ନୋକ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

(i) Δ ABC ଓ Δ BCF (ii) Δ AEB ଓ ସାମାନ୍ତରିକ ABCD

(iii) Δ BCF ଓ BCFE କ୍ଷେତ୍ର, (iv) Δ DFC ଓ ସାମାନ୍ତରିକ BCFE ଏବଂ

(v) Δ ABE ଓ Δ DCF.

4. ଚିତ୍ର 4.15 (i) ଓ (ii) ରେ ଚିହ୍ନିତ ଅଂଶଦ୍ୱୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କାହିଁକି ସମାନ ?



(i) (ଚିତ୍ର 4.15) (ii)

(ଖ) - ବିଭାଗ

5. ଚିତ୍ର 4.16 ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର; $\overline{CX} \perp \overline{AD}$, $\overline{BY} \perp \overrightarrow{CA}$ ଏବଂ $\overline{CZ} \perp \overrightarrow{BA}$. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିମାନଙ୍କରୁ କେଉଁ ଉକ୍ତି ଠିକ୍ ? କାରଣ ଦର୍ଶାଅ ।

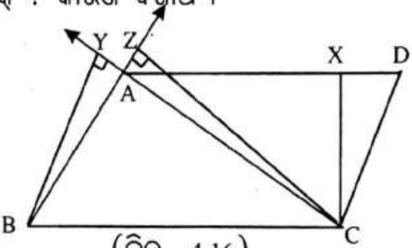
(i) AD.CX = BZ.CZ

(ii) AD.CX = CY.BY

(iii) BZ.CZ = AC.BY

(iv) BC.CX = AB.CZ

(v) AB.CZ = 2AC.BY



(ଚିତ୍ର 4.16)

6. Δ ABCରେ $\overline{BC}$ ଓ $\overline{AC}$ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଯଥାକ୍ରମେ 16 ସେ.ମି. ଓ 12 ସେ.ମି. । A ରୁ $\overline{BC}$ ଉପରେ ପତିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 9 ସେ:ମି:।

(i) Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର।

(ii) B ରୁ $\overline{AC}$ ଉପରେ ପତିତ ଲମ୍ବର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର।

7. ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରରେ $\overline{AN} \perp \overline{BC}$ ଏବଂ $\overline{AM} \perp \overline{CD}$

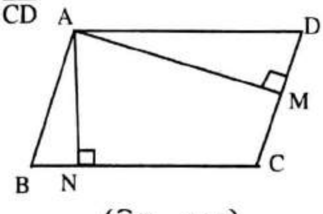
BC = 25 ସେ.ମି.; AN = 10 ସେ.ମି.

CD = 15 ସେ.ମି. ହେଲେ

(i) AM କେତେ ହେବ ସ୍ଥିର କର ।

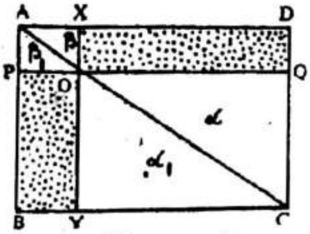
(ii) Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

(iii) Δ ADC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସ୍ଥିର କର ।



(ଚିତ୍ର 4.17)

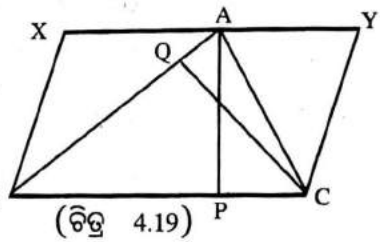
8. ଚିତ୍ର 4.18 ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ।
$\overline{PQ} \parallel \overline{AD}$, $\overline{XY} \parallel \overline{AB}$
ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,
(i) POYB ଓ XOQD କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।
(ii) AXYB ଓ APQD କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।
(iii) PBCQ ଓ XYCD କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।



(ଚିତ୍ର 4.18)

9. ଦତ୍ତ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ ନିମ୍ନଲିଖିତ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଗୁଡ଼ିକର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର- ଯାହାର,
(i) ଉଚ୍ଚତା 5 ସେ.ମି. ଓ ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 10 ସେ.ମି.,
(ii) ଗୋଟିଏ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ମି. ଓ ବିପରୀତ ସମାନ୍ତର ବାହୁଠାରୁ ତାହାର ଦୂରତା 7 ସେ:ମି:।
(iii) ଭୂମିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 120 ଡେ:ମି: ଓ ତାହାର ବିପରୀତ ଏକ କୌଣିକ ବିନ୍ଦୁରୁ ଅଙ୍କିତ ଲମ୍ବ 22 ଡେ:ମି:।

10. ଚିତ୍ର 4.19 ରେ $\overline{AP} \perp \overline{BC}$, $\overline{CQ} \perp \overline{AB}$ ଏବଂ XBCY ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର; ନିମ୍ନ ଦତ୍ତ ମାନ ଅନୁଯାୟୀ Δ ABC ଓ XBCY ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଏବଂ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, XBCY ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ।
(i) BC = 16 ସେ:ମି:, AP = 6 ସେ:ମି:
(ii) AB = 12 ସେ:ମି:, CQ = 8 ସେ:ମି:।



(ଚିତ୍ର 4.19)

(ଗ) - ବିଭାଗ

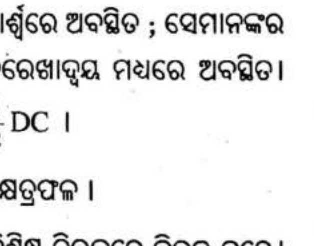
11. ଗୋଟିଏ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ର ଓ ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସ ଏକା ଭୂମି ଉପରେ ଓ ତାହାର ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ; ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମାନ ; ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ସେମାନେ ଏକ ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଅବସ୍ଥିତ।

12. Δ ABC ର $\overline{BC}$ ଉପରିସ୍ଥ D ଏପରି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଯେପରିକି BD = $\frac{1}{2}$DC ।
ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, Δ ABD ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{3}$ x Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

13. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ମଧ୍ୟମା ତାହାକୁ ଦୁଇ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ।

14. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର ଗୋଟିଏ କର୍ଣ୍ଣ କ୍ଷେତ୍ରଟିକୁ ଦୁଇଗୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରେ।

15. ଚିତ୍ର 4.20 ରେ ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,
(i) ADQP ଓ BCQP କ୍ଷେତ୍ରଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।
(ii) ΔAODର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ= $\frac{1}{4}$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।



(ଚିତ୍ର 4.20)

16. ABCD ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ; ଏହାର $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$; ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,
(i) Δ ADC ଓ Δ BDC ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।
(ii) Δ ADB ଓ Δ ACB ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ।

17. Δ ABC ର E ଓ F ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

(i) ଦର୍ଶାଅଯେ, EBCF ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।

(ii) Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 50 ବ.ସେ.ମି. ହେଲେ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ, EBCF ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 37.5 ବ.ସେ.ମି. ।

18. Δ ABC ର E ଓ F ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ । $\overline{CE}$ ଓ $\overline{BF}$ ର ଛେଦବିନ୍ଦୁ O ହେଲେ, ଦର୍ଶାଅ ଯେ, Δ OBCର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = AEOF ଚତୁର୍ଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।

19. ଦର୍ଶାଅ ଯେ ଗୋଟିଏ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଚାରିଗୋଟି ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ପରିଣତ କରେ ।

20. କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ଉପପାଦ୍ୟ ପ୍ରୟୋଗ କରି ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,

(i) ତ୍ରିଭୁଜର କୌଣସି ଦୁଇ ବାହୁର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ତୃତୀୟ ବାହୁ ସଂଗେ ସମାନ୍ତର ।

(ii) ଟ୍ରାପିଜିଅମର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ସରଳରେଖା ସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ସହିତ ସମାନ୍ତର ।

21. P, ABCD ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ରର ଏକ ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ,

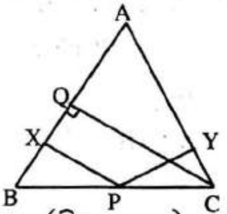
Δ ABP ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ + Δ CDP ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{4}$ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

22. ଚିତ୍ର 4.21 ରେ ଥିବା Δ ABC ରେ AB = AC;

$\overline{BC}$ ଉପରିସ୍ଥ P କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।

$\overline{PX} \perp \overline{AB}$, $\overline{PY} \perp \overline{AC}$ ଓ

$\overline{CQ} \perp \overline{AB}$ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, PX + PY = CQ



(ଚିତ୍ର 4.21)

23. ΔABC ସମବାହୁ; O ଏହାର ଅନ୍ତଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ; $\overline{OX}$, $\overline{OY}$ ଓ $\overline{OZ}$ ଯଥାକ୍ରମେ Δର ବାହୁମାନଙ୍କ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ; ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, OX + OY + OZ = ତ୍ରିଭୁଜର ଉଚ୍ଚତା ।

24. ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଗୋଟିଏ ରମ୍ବସର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ, ଏହାର କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳର ଅର୍ଦ୍ଧେକ ।

25. Δ ABC ର $\overline{AD}$ ମଧ୍ୟମା ଉପରେ X ଯେ କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, Δ ABX ଓ Δ ACX ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ।

26. Δ ABC ର $\overline{BC}$ ବାହୁ ଉପରେ P କୌଣସି ଏକ ବିନ୍ଦୁ ; $\overline{AP}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ X ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, Δ XBC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ (Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ) ।

27. ABCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ର ; P ଓ Q ଯଥାକ୍ରମେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{DC}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ । ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, PBQD କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ABCD ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅଧା ।

28. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଗୁଡ଼ିକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ତ୍ରୟ ତ୍ରିଭୁଜଟିକୁ ଚାରୋଟି ସମାନ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ତ୍ରିଭୁଜରେ ବିଭକ୍ତ କରନ୍ତି ।

29. ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜର $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରନ୍ତି; AO = CO ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ Δ ABD ଓ Δ BCD ଦ୍ୱୟ ସମକ୍ଷେତ୍ରଫଳ ବିଶିଷ୍ଟ ।

30. D, E ଓ F ଯଥାକ୍ରମେ Δ ABC ର ଓ ର ମଧ୍ୟ ବିନ୍ଦୁ । ଦର୍ଶାଅ ଯେ, (i) FDCE ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ଏବଂ (ii) FDCE ସାମାନ୍ତରିକ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ Δ ABC ର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ।