

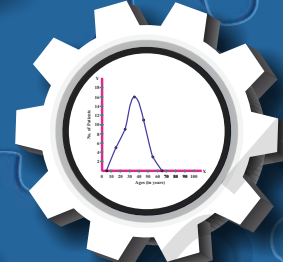
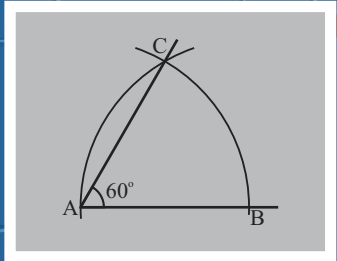
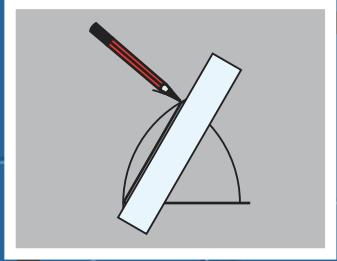
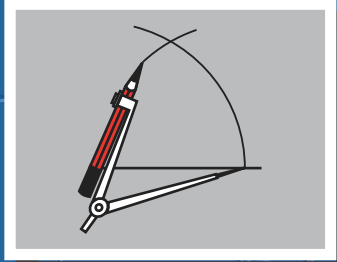
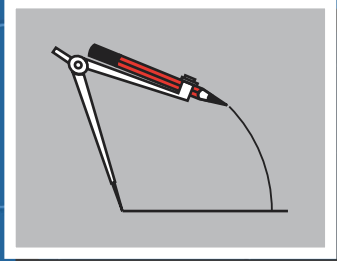
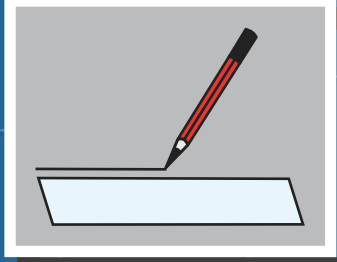
FREE

ریاضی

جماعت ہشتم

MATHEMATICS

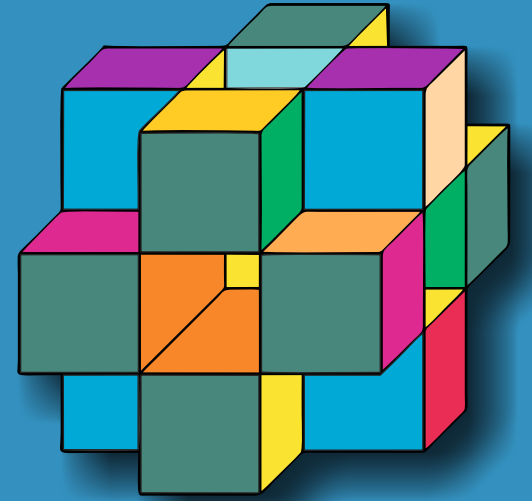
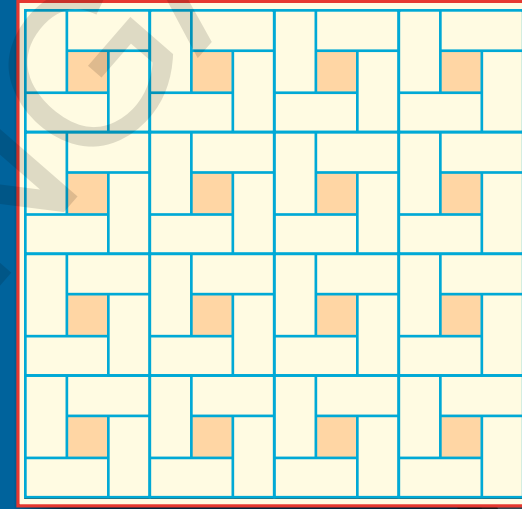
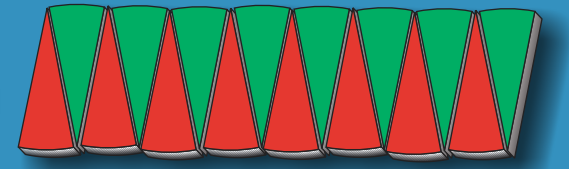
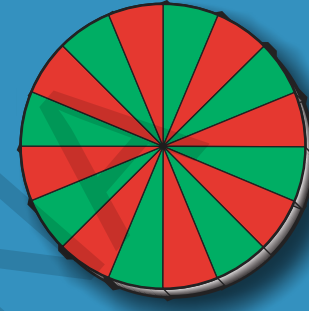
Class VIII



ناشر
حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

ریاضی MATHEMATICS

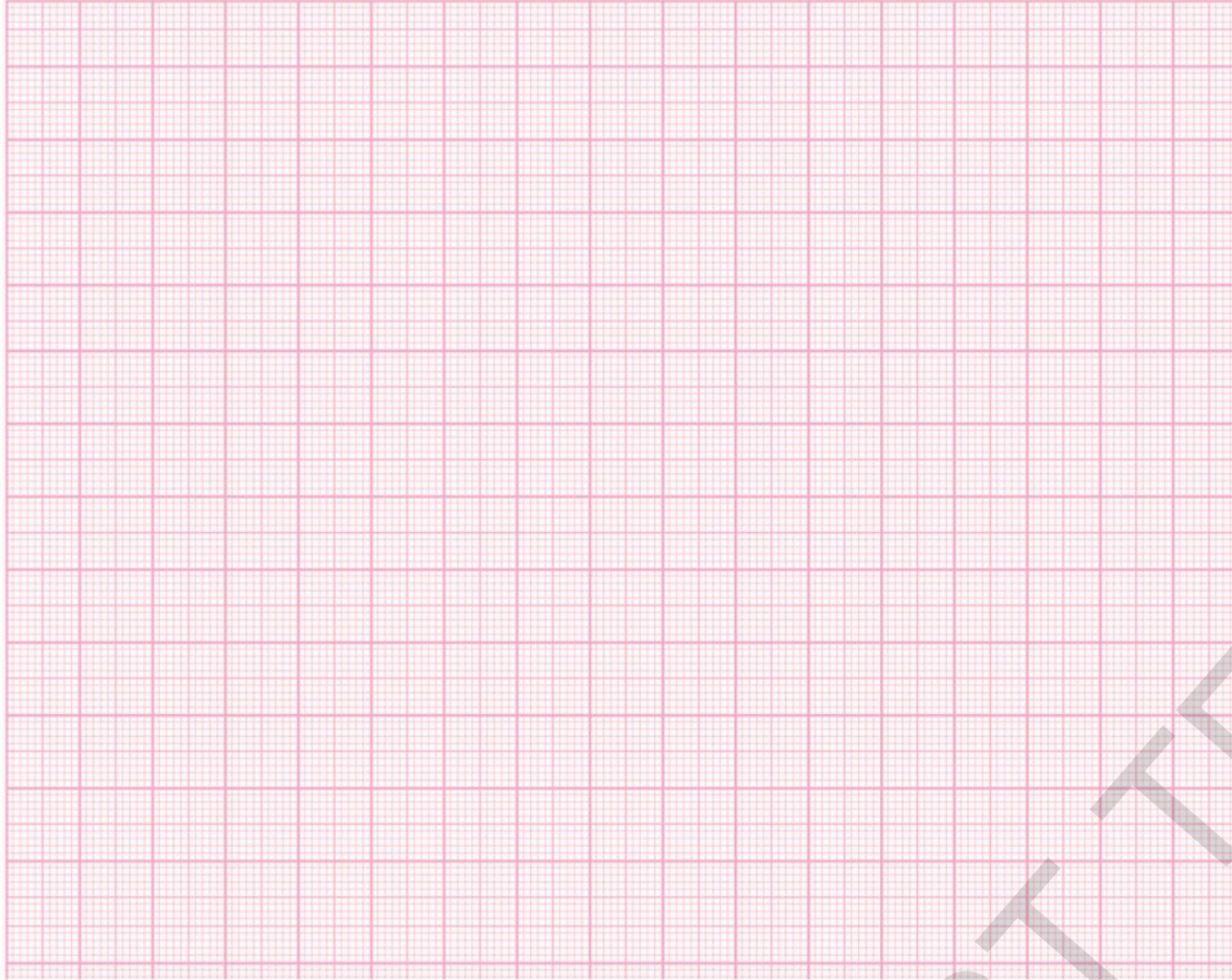
جماعت ہشتم CLASS VIII



ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت
تلنگانہ، حیدرآباد

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔



بچو! یہ ہدایتیں آپ کے لیے ہیں۔

- ☆ درسی کتاب میں دیئے گئے ہر ایک تصور سے آگہی کے لیے Situations یا مثالیں یا سوالات یا کھیل وغیرہ دیے گئے ہیں۔ ان سے متعلق تصویریں/ خاکے بھی دیے گئے ہیں۔ Situation کو خاکہ/ تصویر سے جوڑتے ہوئے تصور کو جاننے کی کوشش کریں۔
- ☆ تصورات کی تفہیم کے لیے مشغلوں میں حصہ لینے کے دوران پیدا ہونے والے شکوک و شبہات کا ازالہ آپ اپنے معلم سے فوراً کر لیں۔
- ☆ تصورات کا فہم حاصل ہوا ہے یا نہیں جاننے کے لیے آپ ”یہ کیجیے“ کے تحت دیئے گئے سوالات خود حل کریں۔ اگر آپ حل نہ کر پائیں تو نمونہ کے طور پر دیا گیا مسئلہ حل کرتے ہوئے آگہی حاصل کریں۔ یا اپنے معلم سے معلوم کریں۔
- ☆ ”کوشش کیجیے“ عنوان کے تحت دیئے گئے سوالات آپ کی سوچ کو ابھارنے میں مدد و معاون ثابت ہوں گے۔ یعنی یہ آپ میں غور و فکر کی صلاحیت کو فروغ دیں گے۔ یہ مسائل آپ خود سے حل نہ کر پائیں تو اپنے ساتھیوں کے ساتھ گروہی طور پر حل کرنے کی کوشش کریں، یا معلم سے گفتگو کرتے ہوئے کس طرح حل کیا جائے معلوم کریں۔
- ☆ ”یہ کیجیے“ اور ”کوشش کیجیے“ کے تحت دیئے گئے سوالات معلم کی نگرانی میں اسکول ہی میں حل کریں۔
- ☆ ”درسی کتاب میں جہاں کہیں بھی منصوبہ کام دیا گیا ہے۔ اسکو گروہی طور پر حل کریں۔ لیکن اس سے متعلق رپورٹ آپ کو انفرادی طور پر لکھنا ہوگا۔
- ☆ تصورات کی تفہیم کے لیے منعقد کیے جانے والے مشغلوں اور مشقوں کے تحت جو سوالات ہیں۔ ان سے متعلق رد عمل اگر درسی کتاب میں لکھنا ہو تو وہیں پر لکھیں۔
- ☆ جس دن جو سوالات حل کرنا ہے ان کی تکمیل اسی روز کر لیں اور اپنے معلم سے تصحیح کروالیں۔
- ☆ آپ سیکھتے ہوئے تصورات سے متعلق مسائل مزید چند مسائل حاصل کر کے یا خود سے تیار کر کے اپنے معلم یا ساتھیوں کو دکھائیں سب مل کر ان کو حل کریں۔
- ☆ ریاضی کے تصورات سے تعلق رکھنے والے کھیل، معے اور دلچسپی معلومات آپ کی درسی کتاب میں دیے گئے ہیں۔ ان کے بارے میں آگہی حاصل کر کے ان جیسے مزید چند مسائل حاصل کر کے ان کو حل کریں۔
- ☆ درسی کتاب کے ذریعہ سیکھے ہوئے تصورات کو کمرہ جماعت محدود نہ رکھیں بلکہ ان کا استعمال اپنی روزمرہ زندگی میں موقع محل کے اعتبار سے کریں۔
- ☆ ریاضی میں خاص طور پر مسئلہ کا حل، وجوہات بیان کرنا، نتیجہ اخذ کرنا، ریاضی کی زبان میں اظہار، ریاضی کے تصورات کا فہم حاصل کرتے ہوئے مختلف حالات اور روزمرہ زندگی سے جوڑتے ہوئے حل کرنا وغیرہ جیسی صلاحیتوں کے حاصل ہونا چاہیئے۔
- ☆ مذکورہ بالا ریاضی کے تصورات کے حصول کے لیے تصورات کی تفہیم کے تحت اگر آپ کو دشواریاں پیش آتی ہوں تو بروقت معلم کی مدد حاصل کریں۔

حکومت تلنگانہ

محکمہ ترقی نسواں و بہبود اطفال - چائلڈ لائن فاؤنڈیشن

جب اسکول یا اسکول سے باہر بدسلوکی ہو

CHILD LINE
1098
NIGHT & DAY
24 گھنٹے قومی ہیلپ لائن

خطروں اور مشکلوں سے بچوں کے تحفظ کے لیے

جب بچوں کو اسکول سے روک کر کام پر لگایا جائے

CHILD LINE
1098
NIGHT & DAY
24 گھنٹے قومی ہیلپ لائن

جب افراد خاندان یا رشتہ دار بدتمیزی سے پیش آئیں

مفت خدمات کے لیے (دس..... نو..... آٹھ) 1098 پر ڈائل کریں

ریاضی

Mathematics - Class VIII

جماعت ہشتم

کمپیٹی برائے فنرورغ واشاعت درسی کتاب

چیف ایگزیکٹو آفیسر

اے سنیہ نارائن ریڈی

ڈائریکٹر ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت آندھرا پردیش، حیدرآباد

چیف ایگزیکٹو آفیسر

شری بی۔ سدھاکر

ڈائریکٹر گورنمنٹ ٹیکسٹ بک پریس، حیدرآباد۔

آرگنائزنگ انچارج

ڈاکٹر این۔ اوپیندر ریڈی

پروفیسر شعبہ نصاب و درسی کتب، ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔



ناشر

حکومت تلنگانہ، حیدرآباد

تعلیم کے ذریعے آگے بڑھیں
صبر و تحمل سے پیش آئیں

قانون کا احترام کریں
اپنے حقوق حاصل کریں

© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2013

New Impressions 2014,2015,2016,2017,2018,2019

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho

Title Page 200 G.S.M. White Art Card

یہ کتاب حکومت تلنگانہ کی جانب سے مفت تقسیم کے لیے ہے۔ 2019-20

Printed in India

**For the Director, Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.**

کمپیٹی برائے تشکیل درسی کتاب

مصنفین

سری جی وی بی ایس این راجو SA، ایم پی ایل ہائی اسکول، کپا ضلع وجیانگر
سری کے وی سریندر ریڈی SA، زیڈ پی ایچ ایس عالم پور، ضلع محبوب نگر
سری اتارا جکشور SGT، ایم پی یو پی ایس، چلامنڈی، ضلع کنفور
سری جی انتت ریڈی ریٹائرڈ ہیڈ ماسٹر، ضلع رنگار ریڈی
سری ایم رامانجینیلو لکچرر، گورنمنٹ ڈیپارٹمنٹ وقار آباد، ضلع رنگار ریڈی
سری ایم راما چاری، لکچرر، گورنمنٹ ڈیپارٹمنٹ وقار آباد، ضلع رنگار ریڈی
ڈاکٹر اے رام بابو، لکچرر، گورنمنٹ سی ای، ضلع ورنگل
ڈاکٹر پی ریش، لکچرر، گورنمنٹ آئی اے ایس سی نیلور

سری کے راجندر ریڈی، کوآرڈینیٹر، نصابی کتب ایس سی ای آر ٹی، حیدرآباد

ایڈیٹر (انگریزی)

ڈاکٹر ایس سوریش بابو، پروفیسر، ایس سی ای آر ٹی، حیدرآباد۔
پروفیسر این سی ایچ پی رامچاریلو، موزف NIT ضلع ورنگل۔
سری اے پدمانا بھم، موزف صدر شعبہ ریاضیات، مہارانی کالج پداپورم۔

کوآرڈینیٹر

جناب محمد افتخار الدین، کوآرڈینیٹر (اردو)

ریاستی ادارہ برائے تعلیمی تحقیق و تربیت، تلنگانہ، حیدرآباد۔

ایڈیٹر (اردو)

ڈاکٹر احمد وحید اللہ، موزف پروفیسر، مہارانی کالج آف انجینئرنگ اینڈ ٹکنالوجی، حیدرآباد
جناب سید عبدالوہاب جہاںشی، صدر مدرس، گورنمنٹ ہائی اسکول، سینٹ رام پیٹھ، حیدرآباد

جناب محمد باسط علی، موزف جونیئر لکچرر، حیدرآباد

مسترجمین

جناب ابوطاہر محمد عبدالشکور، ایس اے، جی بی ایچ ایس، اولڈ ملک پیٹ، حیدرآباد
محترمہ انیسہ تنسیم، ایس اے، جی بی ایچ ایس، سینڈ لائنر، گوکنڈہ، حیدرآباد
جناب محمد عبدالعلیم، ایس اے، جی بی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد
جناب عنایت الرحمن، ایس اے، جی بی ایچ ایس، گوش محل، حیدرآباد
جناب سلیم معین الدین، ایس اے، جی بی ایچ ایس، مغل پورہ نمبر 3، حیدرآباد
جناب خواجہ تقی الدین، ایس اے، جی بی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد
جناب احمد علی طیب، ایس اے، جی بی ایچ ایس، معظم شاہی، حیدرآباد
جناب محمد احمد علی، ایس اے، جی بی ایچ ایس، مستعد پورہ اردو، حیدرآباد
جناب محمد ایوب احمد، ایس اے، ضلع پریشر ہائی اسکول (اردو) آتما کور، ضلع محبوب نگر۔
محمد عبدالمتین، ایس اے، جی بی ایچ ایس، طبیلہ ڈوگر سنگھ، حیدرآباد
جناب سید عمران، ایس اے، گورنمنٹ ہائی اسکول ایم بی محلہ، گدوال، ضلع محبوب نگر

ڈی ڈی پی اینڈ لے آؤٹ ڈیزائننگ

☆ جناب محمد ایوب احمد، ایس اے، ZPHS (اردو) آتما کور، ضلع محبوب نگر۔ ☆ جناب ٹی محمد مصطفیٰ، حبیب کمپیوٹرس مشینر، حیدرآباد۔
☆ جناب ذکی الدین لیاقت ممتاز کمپیوٹرس شاہ گنج، حیدرآباد۔ ☆ جناب شیخ حامی حسین، امپرنٹ کمپیوٹنگ بالانگر، میڈیل، حیدرآباد۔

پیش لفظ

تعلیم، انسان کی ذہنی صلاحیتوں کو پروان چڑھانے اور اس کی صلاحیتوں کو بروئے کار لانے کا ایک سلسلہ ہے۔ اس کی بے حد و حساب افقوں کو پہچان کر کامیابیوں کی بلندیوں کو چھو لینے کے خواہش مند دنیا کے ہر سماج نے ابتدائی تعلیم کو عام کرنے کی ٹھان رکھی ہے۔ اس کا واضح مقصد تمام کو معیاری تعلیم سے آراستہ کرنا ہے۔ اس سلسلے میں آئندہ کے اقدامات کے طور پر ثانوی تعلیم کو اسی تناظر میں فروغ دینے کی کاوشوں نے ایک نتیجہ عطا کی ہے۔

ریاضی کے اطلاقی مطالعے سے اس مضمون کو ایک اہم جز کے طور پر وسطانوی سطح تک بروئے کار لانا اس عبوری تبدیلی کی ابتدا ہے اور اسی مرحلے پر ریاضی کے منطقی شواہد، مسائل اور متناسبات کو متعارف کیا جاتا ہے۔ ایک خصوصی مضمون کی حیثیت سے اسے شامل کرنے سے قطع نظر دیگر تمام مضامین کے لیے ریاضی فطری طور پر ایک حجت اور دلیل ہوتا ہے۔

وثوق کے ساتھ کہا جاسکتا ہے کہ ہماری ریاست آندھرا پردیش کی نوخیز نسلیں اسی تناظر میں ریاضی کا مطالعہ کرتے ہوئے لطف اندوز ہوں گی۔ اسے اپنی عملی زندگی میں کارآمد بناتے ہوئے اس کے ذریعے سے با معنی مسائل حل کریں گی۔ اس کتاب کے مطالعے سے مجھے امید ہے کہ ہمارے طلبہ ریاضی کے بنیادی نظریات کا فہم بھی بخوبی حاصل کریں گے۔

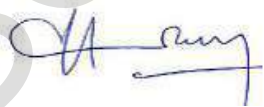
جہاں تک اساتذہ کا تعلق ہے میں توقع رکھتا ہوں کہ وہ نشانات کے حصول کو اہمیت دینے کے بجائے مضمون کو نصابی اور بچوں کے نفسیاتی پس منظر میں اس کی نزاکتوں کے پیش نظر درس و تدریس کو اہمیت دیں گے اور یہی وقت کا تقاضہ ہے۔ درس و تدریس کے عمل میں نصاب پر موثر عمل آوری کے لیے اساتذہ کو چاہیے کہ کمرہ جماعت کے مسائل کا دانش مندانہ حل نکالیں۔ طلباء میں اختلاف رائے اور طرز زندگی کے الگ الگ مقاصد کے باوجود ان میں مثبت رجحانات پیدا کرنے کیلئے کمرہ جماعت کے ایک خاص کلچر کو فروغ دینا اور تدریس میں جان ڈال دینا ہی استاد کی کلیدی ذمہ داری ہے۔

ان ہی امور کو ریاضی کی تدریس کے ویژن کے طور پر ریاستی درسیاتی خاکہ (APSCF-2011) میں شامل کیا گیا ہے۔ یہی بات ریاضی کی تدریس سے متعلق مقالہ جات میں واضح طور پر پیش کی گئی ہے اور اس امر پر زور دیا گیا ہے کہ ریاست میں مضمون کی معیاری تعلیم کو یقینی بنایا جائے۔

اس سلسلے میں اسٹیٹ کونسل فار ایجوکیشن ریسرچ اینڈ ٹریننگ، اے۔ پی۔ کتاب کی تیاری کمیٹی کے علاوہ ریاست کے تمام مقامات سے تعلق رکھنے والے کئی اساتذہ کی کاوشوں کو قدر کی نگاہ سے دیکھتا ہے جنہوں نے مختلف مرحلوں پر اس کتاب کی تیاری میں اپنی توانائیاں صرف کیں۔ میں ڈسٹرکٹ ایجوکیشنل آفیسر، منڈل ایجوکیشنل آفیسر اور صدر مدرسین کا بھی سپاس گزار ہوں کہ انہوں نے اس مشن کو ممکن بنانے میں اپنا رول بہتر ادا کیا ہے۔ کتاب کی تیاری میں مختلف اداروں اور تنظیموں کی کوششیں بھی قابل قدر ہیں کہ انہوں نے اس سلسلے میں اپنا بیش قیمت وقت فارغ کیا۔ میں اس موقع پر کمشنر اور ڈائریکٹر اسکول ایجوکیشن کا ممنون ہوں کہ انہوں نے کتاب کی تیاری میں بھرپور اشتراک کیا ہماری ذمہ داریوں کے معیار کو بلند رکھنے اور ان میں بہتری پیدا کرنے کی کوششوں کے لیے میں سماج کے مختلف گوشوں سے تبصروں اور تجاویز کا بھی خیر مقدم کروں گا۔

مقام: حیدرآباد

تاریخ: 3 دسمبر 2012



ڈائریکٹر ایس سی ای آر ٹی

دیسباچہ

حکومت آندھرا پردیش نے ریاستی درسیاتی خاکہ 2011ء کے تحت تمام مضامین کے نصاب پر نظر ثانی کا فیصلہ کیا ہے۔ اس نظر ثانی کا بنیادی مقصد یہ ہے کہ مدرسہ میں بچوں کی مشغولیات بیرون مدرسہ مشغولیات سے مربوط ہو جائیں۔ حق تعلیم 2009ء کے قانون کا مدعا بھی یہی ہے کہ ہر وہ بچہ جسے مدرسہ میں شریک کیا جاتا ہے مدرسہ کے ہر اک درجہ میں 14 سال کی عمر تک مطلوبہ مہارت حاصل کرتا جائے۔ قومی درسیاتی خاکہ 2005ء کی اساس پر جو نصاب متعارف کروایا گیا ہے وہ ریاضی اور سائنس کی تعلیم کے لیے قومی سطح پر مستحکم بنیاد فراہم کرنے ثانی سطح بھی پر ضروری ہے۔

کسی قوم کا استحکام ایک ترقی پذیر ٹکنالوجیکل سوسائٹی کی ضرورتوں کی تکمیل اور اس قوم کی امنگوں کے احترام کے پیش نظر اسے ان خطوط پر تیار کرنے عزم و عمل پر منحصر ہوتا ہے۔ ابتدائی، وسطانوی اور ثانوی تعلیم کے تین مرحلوں کے لیے ریاضی کا نصاب مضمون کے موضوعات کے ڈھانچے اور ہم آہنگ طریقہ تدریس پر وضع کیا گیا ہے۔ اساتذہ کے لیے ضروری ہے کہ وہ ابتدائی اور وسطانوی سطحوں پر طلباء کے سیکھے ہوئے نظریات کے فہم اور اطلاقات کی گہرائی کا جائزہ لینے آٹھویں تا دسویں جماعتوں کے نصاب کا مطالعہ کریں۔

نصاب، موضوعات کے ڈھانچے کی اساس پر مدون کیا گیا ہے، جس میں ریاضی کے بنیادی تصورات اور عمومی ہم رشتگی کے فہم اور تحقیقاتی عوامل پر زور دیا گیا ہے۔

موجودہ کتاب، ایسی سی ای آر ٹی کی جانب سے تیار کردہ نصاب پر مکمل نظر ثانی کے بعد وقوع پذیر نصابی اور تعلیمی معیارات کو ملحوظ رکھتے ہوئے تیار کی گئی ہے۔

اس کا نصاب کو چھ زمروں ((1 اعداد کے نظام ((2 الجبراء ((3 بنیادی حسابات ((4 علم ہندسہ ((5 مساحت اور ((6) شماریات میں تقسیم کیا گیا۔

ان موضوعات کی تدریس سے تعلیمی معیارات میں مطلوبہ مہارت حاصل ہوگی جیسے حسابی مسائل کے حل، منطقی سوچ، مواصلاتی صلاحیت، اعداد و شمار کے مختلف انداز، مطالعہ کے اک خاص شعبہ کے طور پر ریاضی کے استعمال کی صلاحیت کے علاوہ روزمرہ زندگی میں بھی استعمالات شامل ہیں۔

اس کتاب کی بعض امتیازی خصوصیات

☆ باب کچھ اس انداز سے ترتیب دیئے گئے ہیں کہ طلباء اپنے نصاب کے ہر حصہ پر توجہ دیے سکیں۔

☆ وسطانوی سطح پر علم ہندسہ کی تدریس خالصتاً بچہ کی تجسی جبلت کو پیش نظر رکھتے ہوئے متعین کی گئی ہے۔ جیومیٹری کی خصوصیات

پیمائشوں اور پیپر فولڈنگ کے ذریعہ خصوصیات کو از خود پہچاننے کے طریقے اپنائے گئے ہیں۔ تفہیم، تشریح اور غیر تعریف شدہ

اصطلاحوں کو واضح کرنے خاکے فراہم کئے گئے ہیں۔ منظورہ مسلمہ اصولوں کے دلائلی نتائج (حسابی مسئلے) اخذ کرنے کی کوشش کی ہے۔

☆ حسابی مسئلوں کے ثبوت کی آسان تفہیم کے لیے مشغولیاتی تجربہ کو پیش نظر رکھنے کی ہر ممکنہ کوشش کی گئی ہے۔

کوشش کیجئے غور کیجئے اور تبادلہ خیال کرتے ہوئے لکھنے کے موضوعات کے تحت مسلسل جامع جانچ کے عمل کا احاطہ کیا گیا ہے۔ باب میں تحت کے ہر موضوع کے اختتام پر مشقی سوالات دیئے گئے ہیں تاکہ استاد کو سہولت حاصل ہو سکے کہ وہ پورے باب کا احاطہ کرتے ہوئے طلباء کے تعلیمی مظاہرے کی جانچ کر سکے۔

☆ سارے نصاب کو 15 بابوں میں تقسیم کیا گیا ہے تاکہ اپنے استدلالی نتائج کو مستحکم کرتے ہوئے طالب علم کو حساب سے لطف اندوز ہونے کا موقع فراہم ہو سکے۔ یوں ایک بچہ متن کے پہلو کا بھی احاطہ کر سکتا ہے۔

☆ رنگین تصاویر اشکال اور بہ آسانی پڑھے جانے والے مواد سے طالب علم کو نہ صرف اسباق سمجھنے میں مدد ملتی ہے بلکہ کتاب کو وہ اپنی اک خاص ملکیت تصور کرے گا۔

باب ((1 اعداد کے نظام کے تحت ”ناطق اعداد“ کا باب ہے جو اس امر پر بحث کرتا ہے کہ ایک ناطق عدد، اک کسر سے کس طرح مختلف ہے۔ ان اعداد کی خصوصیات کو ضروری خاکوں اور اشکال سے سمجھایا گیا ہے۔ بچوں کو موقع دیا گیا ہے کہ وہ عددی خط پر ناطق عدد کو دیکھیں۔ اسی طرح عددی خط پر اعشاری اعداد بھی ملاحظہ کئے جاسکتے ہیں۔ مربعوں اور جذر المربعوں کے باب (باب 6) میں ہم نے کوشش کی ہے کہ بچہ کامل مربع، مربع عدد کی خصوصیات کی تفہیم کے علاوہ اجزائے ضربی اور طویل تفہیمی طریقہ سے جذر المربع محسوب کر سکے۔ مکعب اور جذر المکعب کی تفہیم بھی خاکوں اور اشکال کی مدد سے کروانے کی کوشش کی گئی ہے۔

باب ((2)، (4)، (11) اور ((12 الجبراء سے متعلق ہیں۔ خطی مساوات (ایک ہی متغیر) کے باب میں طالب علم کو موقع فراہم کیا گیا ہے کہ وہ عبارتی سوال پڑھ کر متغیر کو پہنچانے اور تبدل کے عمل سے اس کی قدر معلوم کرے۔ قوت نما کے باب کے تحت بڑے اعداد کو قوت نما کے انداز میں لکھنے کی غرض سے بعض حسابی طریقے بتائے گئے ہیں، قوت نما کے اصولوں پر مدلل بحث کے لیے مثالیں دی گئی ہیں۔ الجبری عبارتیں اور اجزائے ضربی کے بابوں میں اپنی بحث ہم نے زیادہ تر ایک رکنی اور دو رکنی عبارتوں تک محدود رکھی گئی ہے الجبراء کی متماثلات جیسے $(a+b)^2 \equiv a^2 + 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) \equiv a^2 - b^2$ اور

$(x \pm a)(x \pm b) = x^2 \pm (a+b)x + ab$ کے لئے قدریں لے کر جیومیٹری کے ذریعہ تصدیق کی گئی ہے۔ طالب علم کو

مشق کے پیش نظر الجبراء کی ایسی ہی عبارتوں کے اجزائے ضربی کے متعدد سوالات دیئے گئے ہیں۔ باب ((15 میں نسبت، تناسب، مرکب نسبت، ڈسکانٹ فیصد، نفع و نقصان، سل ٹیکس، ویاٹ، سود مفرد، سود مرکب، سالانہ، ششماہی، اور سہ ماہی کے علاوہ سود مرکب کے ضابطہ کے اطلاق جیسی مقداروں کا تقابلی جائزہ پیش کیا گیا ہے۔ باب ((10 جو راست اور معکوس تناسب کا باب ہے، راست تناسب اور تناسب کی ملی جلی نسبتوں پر روزمرہ زندگی کی مختلف مثالوں پر مشتمل ہے۔

اعداد سے مشغلہ کے تحت باب ((15 بچوں کو حسابات کے نت نئے طریقے اور اعداد کے بعض سلسلوں کے ذریعہ قواعد کی تفہیم کا موقع عطا کرتا ہے۔ تقسیم کے اصولوں پر بھی نئے طریقوں کی تدوین کے پیش نظر ہی گفتگو کی گئی ہے۔ بچوں کی دلچسپی کو فروغ دینے کے مقصد سے اس موضوع پر قابل لحاظ مثالیں اور پہلیاں دی گئی ہیں۔

علم ہندسہ پر بحث اس مقصد کے پیش نظر کی گئی ہے کہ طالب علم اپنے اطراف و اکناف اشکال کو اپنی بصری صلاحیت اور خاکے اتارنے کی مہارت کے ذریعہ مضمون کو منزلت کی نگاہ سے دیکھے۔ چار ضلعی اشکال کو اتارنے کے باب (3) میں اس امر پر زور دیا گیا ہے کہ بچہ چار ضلعی کی خصوصیات کا اعادہ کرتے ہوئے اک منفرد چار ضلعی کی بناوٹ کرے۔ بناوٹ کے تمام نمونوں کے ساتھ واضح مثالیں دی گئی ہیں۔

باب (8) علم ہندسہ کی اشکال کو فروغ دینے اور باب (13) دوستی مقداروں اور تصورات کے ذریعہ تین سمتی اجسام کا تصور پیش کرنے کے لیے شامل کیا گیا ہے۔ 3D اشکال کے ذریعہ بچہ کو مختلف مستوی اشکال کی تفہیم کے کافی مواقع ملیں گے۔

اعداد و شمار سے متعلق حسابات کا زمرہ ایک ایسا زمرہ ہے جس میں بچہ کو جدولوں خاکوں اور ترسیمات کے ذریعہ سے اس کے اطراف و اکناف کے ماحول سے متعلق علم حاصل کرنے کا موقع فراہم ہوتا ہے۔ باب (7) میں تعددی جدولوں اور ترسیمات کے متعلق ہی امور شامل ہیں۔ اس باب میں جدولوں کے ذریعہ اعداد کی درجہ بندی اور ان اعداد کو تعددی ترسیمات جیسے ہسٹوگرام Histogram، کثیررکنی اور منحنی خطوط پر پیش کرنے پر بحث کی گئی ہے۔ اس سلسلہ میں غیر تعددی اوسط حسابیہ، وسطانیہ اور بہتاتیہ کا اعادہ کرتے ہوئے بعض مثالیں دی گئی ہیں۔ مرکزی رجحان اور پیچیدہ مسائل پر ان کی قدریں معلوم کرنے کے متبادل طریقے بھی شامل کئے گئے ہیں۔

آخری باب (9) میں مستوی اشکال کی سطح کے رقبہ منخرق چار ضلعی، دائرہ، مدوری راستے اور قطاع کے رقبوں کے علاوہ باب (14) میں پہلوی سطح کے رقبہ، مکعبوں کے حجم اور مکعب نما کے حجم بھی شامل کئے گئے ہیں۔

تاوقتہ اساتذہ اکرام اس کتاب کے منشاء کے مطابق نصاب کو عملی جامہ نہیں پہناتے محض بہتر نصابی کتابوں ہی کی تیاری سے معیاری تعلیم کو یقینی نہیں بنایا جاسکتا۔ اس کتاب میں مختلف عملی کام کرتے ہوئے حسابی سوالات حل کرنے کیلئے طالب علم کی مشغولیت کو یقینی بنانے کی کوشش کی گئی ہے۔

لہذا اساتذہ سے یہ توقع کی جاتی ہے کہ وہ محض مشقی سوالات حل کروانے کے کمرہ جماعت کے روایتی طرز کے بجائے بچوں میں نفس مضمون کا فہم پیدا کرنے اور ان بچوں میں سوالات کو از خود حل کرنے کی جستجو پیدا کرنے، ذہن سازی کی مخلص سعی کریں گے۔

تاریخ کے جھروکوں میں



George Polya
(1887-1985)

جارج پولیا (1887-1985)

برسہا برس سے بہت سوں نے اس سوال پر اپنا سر جوڑ رکھا تھا کہ آیا حسابی مسائل حل کرنے کے فن کو سیکھا جاسکتا ہے یا یہ صلاحیت معدود چند ہی کے نصیب میں ہوتی ہے؟ آنجہانی جارج پولیا نے دلائل سے یہ ثابت کرنے کی کوشش کی کہ یہ بھی اک ہنر ہے جو سیکھا جاسکتا ہے۔ شیپولیا نے 1887ء میں ہنگری میں جنم لیا۔ انہوں نے یونیورسٹی آف بڈاپیسٹ سے ریاضی میں پی ایچ ڈی کیا بعد ازاں انہوں نے سوئس فیڈرل انسٹی ٹیوٹ آف ٹکنالوجی، زیورچ میں کئی سال تدریس کی خدمات انجام دیں۔ انہوں نے ریاضی پر کئی کتابیں تصنیف کیں جن میں سے ایک ”How to Solve It“ کے دس لاکھ نسخے، جن کا 17 زبانوں میں ترجمہ کیا گیا تھا فروخت ہوئیں۔ آنجہانی پولیا اس کتاب پر جو پہلی مرتبہ 1945 میں منظر عام پر لائی گئی تھی فخر کیا کرتے تھے۔ انہوں نے مسئلہ کو حل کرنے کے چار اصول بنائے تھے۔

1- مسئلہ کی تفہیم

اس اصول کو بیان کرنے کی خاطر خواہ ضرورت نہیں۔ مسئلہ کو کاملاً یا جزوی طور پر سمجھ نہ پانے کے سبب طلباء کی کوششیں، سعی لا حاصل ہو جاتی ہیں۔ اور مسئلہ جوں کا توں رہ جاتا ہے طلباء دراصل سوالات کو اولاً سمجھ نہیں پاتے ایسے میں اساتذہ کو چاہئے کہ وہ طلباء سے کچھ ایسے سوالات کریں: دیئے ہوئے سوال کو حل کرنے کے لئے کیا آپ کے ہاں مطلوبہ معلومات ہیں؟ کہیں غیر ضروری معلومات تو نہیں؟ مسئلہ کے حل کے لئے آپ کو کن باتوں کا جاننا ضروری ہے؟ کیا آپ نے مسئلہ کو سمجھنے کے لئے اس کے تمام الفاظ کو سمجھا ہے؟ اگر نہیں تو ڈکشنری میں تلاش کیجئے یا جہاں کہیں بھی یہ استعمال ہوئے ہوں ان کی تفہیم کیجئے۔ مسئلہ میں جو کچھ بھی آپ سے پوچھا گیا ہے یا ثابت کرنے کے لئے کہا گیا ہے کیا آپ اسے اپنے الفاظ میں دوبارہ بیان کر سکتے ہیں؟ کیا مسئلہ کو بیان کرنے کا کوئی اور طریقہ بھی پایا جاتا ہے؟ کلیدی لفظ کے اصلاً کیا معنی ہوتے ہیں؟ کیا آپ ہندسی مثالوں کو پیش کر سکتے ہیں تاکہ آپ کا مسئلہ واضح ہو جائے؟ مسئلہ کی بہتر طور پر تفہیم کے لئے کیا آپ کسی خاکہ یا شکل کا تصور کر سکتے ہیں؟

II- منصوبہ بنائیے

ایک دفعہ مسئلہ کو اچھی طرح سمجھ لینے کے بعد اسے حل کرنے کا منصوبہ ترتیب دینے کے باوجود آپ کو اچھی خاصی محنت کرنی پڑے گی لیکن شروع کرتے وقت متذبذب ہونے کی ضرورت نہیں کیوں کہ آپ صحیح خطوط پر ہو سکتے ہیں۔ مسئلہ حل کرنے کی کوشش کے لئے اکثر موزوں طریقے ہو سکتے ہیں۔ اور یہ کہ کئی مرتبہ کوشش کر کے ناکام ہو جانے کے بعد ہی گر ہاتھ لگ سکتا ہے۔ اس سلسلہ میں طریقے کار کے چند مرحلے دیئے جاتے ہیں۔ تخمینہ کیجئے اور جانچیے۔ ایک دوسرے سے مربوط مرحلوں کے امکانات تلاش کیجئے۔ اس مقصد کے لئے مرحلوں کی ایک فہرست مرتب کیجئے۔ خاکہ تیار کیجئے۔ کسی خاص طریقے سے مسئلہ کو حل کرنے پر غور کیجئے پہلے ہی سے حل شدہ مشابہ مسئلے پر غور کیجئے۔ امکانات کو حذف کیجئے۔ آسان مسئلہ حل کیجئے۔ دیئے گئے مسئلہ جیسا ہی کوئی اور مسئلہ حل کیجئے۔ کوئی ایسا مسئلہ حاصل کیجئے جو دیئے ہوئے مسئلہ کو ہم پلہ ہو۔ تشاکل کا طریقہ استعمال کیجئے۔ اک نمونہ استعمال کیجئے۔ مسئلہ کو ایک خصوصی نوعیت کے مسئلہ کے طور پر سمجھنے کی کوشش کیجئے۔ اگلے مرحلوں سے حل تلاش کریں۔ راست طور پر ہم ربطی اور منطقی انداز طریقہ اختیار کریں۔ ضابطہ استعمال کریں۔ مساوات حل کریں۔ حوصلہ بلند رکھیں۔

III- منصوبہ پر عمل آواری

عام طور پر منصوبہ بندی پر عمل آوری منصوبہ بنانے سے زیادہ آسان ہوتی ہے۔ فرض کیجئے کہ آپ مطلوبہ مہارت کے حامل ہیں تو آپ کو صبر و تحمل سے کام لینا ہوگا۔ فوری طور پر منصوبہ کارگر نہ ہوتا ہو تو استقامت برقرار رکھیے۔ اگر یہ منصوبہ ہنوز کارگر نہ ہوتا ہے تو اسے ترک کرتے ہوئے نیا لائحہ عمل مرتب کیجئے۔ متزلزل ہونے کی ضرورت نہیں اس لئے ریاضی اسی انداز سے کی جاتی ہے حتیٰ کہ پیشہ وروں کیلئے بھی اس کے سوا کوئی اور راستہ نہیں ہے۔

IV- پیوستہ کے طریقوں پر نظر ڈالیے۔

یہ اطمینان کر لیجئے کہ پچھلے مسئلہ کو حل کرنے کے لئے کیا انداز اپنا یا گیا تھا۔ اپنے تجربہ کو موزوں طور پر بروئے کار لانے گذشتہ مسئلہ کے حل پر نظر دوڑائیے۔ اور یہی وہ طریقہ عمل ہے جس سے ریاضی کمال کے ساتھ کرنے حوصلہ ملتا ہے۔ مسئلہ حل کرنے کی قابلیت پیدا ہوتی ہے جو پہلے کبھی خود میں دیکھائی نہیں دی تھی۔

ریاضی

جماعت ہشتم

صفحہ نمبر	ماہ تکمیل نصاب	عنوانات	سلسلہ نشان
1-33	جون	ناطق اعداد	1
34-58	جون/ جولائی	واحد متغیر پر خطی مساواتیں (سادہ مساواتیں)	2
59-80	جولائی	چار ضلعی کی بناوٹیں	3
81-95	جولائی	وقت اور وقت نما	4
96-121	اگست	مقداروں کا تقابل تناسب کے ذریعہ	5
122-147	اگست	جذر المربع اور جذر الملعب	6
148-180	ستمبر	تعددی تقسیمی جدول اور ترتیمات	7
181-198	ستمبر/ اکتوبر	علم ہندسہ	8
199-230	اکتوبر	مستوی اشکال کے رقبے	9
231-247	نومبر	راست اور معکوس تناسب	10
248-266	ڈسمبر	الجبرائی عبارتیں	11
267-281	ڈسمبر	اجزائے ضربی	12
282-296	جنوری	سہ ابعادی اشکال کی دو ابعادی اشکال میں منظر کشی	13
297-310	جنوری/ فروری	سطحی رقبے اور حجم (ملعب اور ملعب نما)	14
311-336	فروری	اعداد سے کھیل	15
	مارچ	اعداد	16

قومی ترانہ

جن گن من ادھی نایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
پنجاب، سندھ، گجرات، مراٹھا، ڈراوڈ، اتکل، وزگا
وندھیا، ہماچل، مینا، گنگا، اُچ چھل جل دھی ترنگا
تواشہ نامے جاگے، تواشہ آتش ماگے
گا ہے توجیا گاتھا
جن گن منگل دایک جیا ہے
بھارت بھاگیہ ودھاتا
جیا ہے جیا ہے جیا ہے
جیا جیا جیا جیا ہے
- رابندر ناتھ ٹیگور

عہد

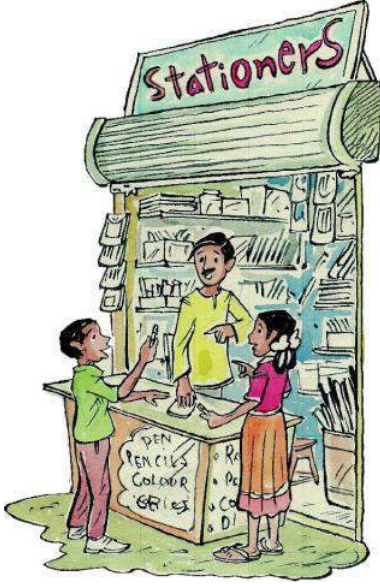
ہندوستان میرا وطن ہے۔ مجھے اپنے وطن سے پیار ہے اور میں اس کے عظیم اور
گوناگوں ورثے پر فخر کرتا ہوں/کرتی ہوں۔ میں ہمیشہ اس ورثے کے قابل بننے کی کوشش
کرتا رہوں گا/کرتی رہوں گی۔ اپنے والدین، استادوں اور بزرگوں کی عزت کروں
گا/کروں گی اور ہر ایک کے ساتھ خوش اخلاقی کا برتاؤ کروں گا/کروں گی۔ میں جانوروں
کے تئیں رحم دلی کا برتاؤ رکھوں گا/رکھوں گی۔ میں اپنے وطن اور ہم وطنوں کی خدمت کے لیے
اپنے آپ کو وقف کرنے کا عہد کرتا ہوں/کرتی ہوں۔

ناطق اعداد

Rational Numbers

1

1.0 تعارف



سلمیٰ تین پن فی پن پانچ روپے سے خریدنا چاہتی ہے۔ اس کا دوست احمد بھی اس طرح کے دو پن خریدنا چاہتا ہے۔ اس لیے وہ دونوں ہول سیل دوکان گئے۔ دکاندار، ان سے کہتا ہے کہ پانچ پن کے پاکٹ کی قیمت خرید 22 ہے۔ ہر ایک پن کی قیمت خرید کیا ہوگی؟ ہم آسانی سے ہر ایک پن کی قیمت خرید محسوب کر سکتے ہیں۔ جو $\frac{22}{5}$ ہے؟ کیا کوئی طبعی عدد اس قیمت خرید کو ظاہر کر سکتا ہے؟ اور کیا کوئی مکمل عدد یا صحیح عدد اس قدر کو ظاہر کر سکتا ہے؟ آئیے مزید ایک اور مثال پر غور کریں۔

شملہ شہر میں ایک مخصوص دن کے درجہ حرارت کو ذیل میں درج کیا گیا ہے۔ غور کیجیے۔

اوقات	10.00 a.m.	12.00 Noon	3.00 p.m.	7.00 p.m.	10.00 p.m.
درجہ حرارت	11 °C	14 °C	17 °C	10 °C	5 °C

مندرجہ بالا اوقات میں فی گھنٹہ درجہ حرارت میں تبدیلی کیا ہوتی ہے۔

مرحلہ 1: صبح کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $\frac{14^{\circ}\text{C} - 11^{\circ}\text{C}}{2} = \frac{3}{2}^{\circ}\text{C/hr.}$ = (10 بجے صبح تا 12 بجے دوپہر)

مرحلہ 2: دوپہر کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $\frac{17^{\circ}\text{C} - 14^{\circ}\text{C}}{3} = 1^{\circ}\text{C/hr.}$ = (12 بجے دوپہر تا 3 بجے شام)

مرحلہ 3: شام کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $\frac{10^{\circ}\text{C} - 17^{\circ}\text{C}}{4} = \frac{-7}{4}^{\circ}\text{C/hr.}$ = (3 بجے شام تا 7 بجے شام)

مرحلہ 4: رات کے اوقات میں تبدیلی درجہ حرارت فی گھنٹہ $\frac{5^{\circ}\text{C} - 10^{\circ}\text{C}}{3} = \frac{-5}{3}^{\circ}\text{C/hr.}$ = (7 بجے شام تا 10 بجے رات)

اوپر دیئے گئے مراحل میں حاصل اعداد جیسے $\frac{3}{2}$ ، 1 ، $\frac{-7}{4}$ اور $\frac{-5}{3}$ سے ہمارا روزمرہ زندگی میں سامنا ہوتا رہتا ہے۔

اعداد $\frac{3}{2}$ ، 1 ، $\frac{-7}{4}$ اور $\frac{-5}{3}$ جو درجہ حرارت کو ظاہر کرتے ہیں۔ آپ ان اعداد کو کون سے اعداد کہتے ہیں؟

اب ہمیں مختلف اقسام کے اعداد کی ضرورت محسوس ہوتی ہے۔ جو ان مقداروں کو ظاہر کر سکیں۔
آئیے اب ہم اس قسم کے اعداد پر بحث و مباحثہ کریں گے۔

$$\frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{-10}{17}, \frac{3}{-2}, \frac{2013}{2014}, \dots$$

اعداد جن کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔ جہاں پر p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ ، 'ناطق اعداد' کہلاتے ہیں۔ اور ان ناطق اعداد کے سٹ کو حروف 'Q' سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ان کو کسری اعداد بھی کہتے ہیں۔

غور کیجیے

کسی بھی طبعی عدد کو ہم کسر (ناطق عدد) میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً طبعی عدد 5 کو جیسے $\frac{5}{1}$ یا $\frac{10}{2}$ یا $\frac{15}{3}$
اس طرح کسی بھی مکمل عدد کو ہم کسر (ناطق عدد) میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً مکمل عدد 0 کو جیسے $\frac{0}{1}$ ، $\frac{0}{2}$ ، $\frac{0}{3}$
کسی بھی صحیح عدد کو ہم کسر (ناطق عدد) میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ مثلاً صحیح عدد -3 کو جیسے $\frac{-3}{1}$ یا $\frac{-6}{2}$ یا $\frac{-9}{3}$ وغیرہ
مندرجہ بالا مثالوں پر غور کرتے ہوئے ہم کہہ سکتے ہیں کہ تمام طبعی اعداد، تمام مکمل اعداد اور تمام صحیح اعداد بھی ناطق اعداد ہوتے ہیں۔

یہ کیجیے



ذیل میں درج کئے گئے اعداد پر غور کیجیے اور ان اعداد کی خصوصیت کی بنا پر ان کو مناسب اقسام میں لکھئے۔
(نوٹ: عدد کو ایک سے زائد گروپ (اقسام/سٹ) میں درج کیا جاسکتا ہے۔)

$$1, \frac{1}{2}, -2, 0.5, 4\frac{1}{2}, \frac{-33}{7}, 0, \frac{4}{7}, 0.\bar{3}, 22, -5, \frac{2}{19}, 0.125$$

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------------------|
| _____ | _____ | _____ | _____ | (i) طبعی اعداد: |
| _____ | _____ | _____ | _____ | (ii) مکمل اعداد: |
| _____ | _____ | _____ | _____ | (iii) صحیح اعداد: |
| _____ | _____ | _____ | _____ | (iv) ناطق اعداد: |

کیا آپ دیئے گئے اعداد سے کسی عدد کو ناطق اعداد کے گروپ (سٹ) میں نہیں پاتے؟
کیا ہر طبعی عدد، مکمل عدد اور صحیح عدد، ناطق عدد ہے؟



کوشش کیجیے

- 1- حامد $\frac{5}{3}$ کو ناطق عدد اور 5 کو صرف طبعی عدد کہتا ہے۔ افشاں کہتی ہے کہ دونوں ناطق اعداد ہیں۔ بتائیے۔ آپ کس سے متفق ہیں۔
- 2- مندرجہ ذیل جملوں کو مطمئن کرنے کے لیے مثال پیش کیجیے۔
 - (i) تمام طبعی اعداد مکمل اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام مکمل اعداد طبعی اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔
 - (ii) تمام مکمل اعداد صحیح اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام صحیح اعداد مکمل اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔
 - (iii) تمام صحیح اعداد ناطق اعداد ہوتے ہیں لیکن تمام ناطق اعداد صحیح اعداد ہونا ضروری نہیں ہے۔

ہم ابتدائی جماعتوں میں ناطق اعداد پر چار بنیادی اعمال سیکھ چکے ہیں۔ آئیے اب ہم ناطق اعداد پر چند مخصوص اعمال کی خصوصیات سکھیں گے۔

1.2 ناطق اعداد کی خصوصیات:

1.2.1 بندشی خاصیت:

(i) مکمل اعداد اور صحیح اعداد

آئیے اب ہم اعادہ کریں گے مکمل اعداد اور صحیح اعداد میں کون سے اعمال بندشی ہیں۔

دینے گئے جدول کو ضروری وجوہات اور موزوں مثالوں سے پر کیجیے۔

اعداد	اعمال	عمل تقسیم
مکمل اعداد	عمل جمع	عمل ضرب
یہ ایک بندشی عمل ہے چونکہ $a+b$ ایک مکمل عدد ہے۔ کوئی بھی دو مکمل عدد a اور b کے لیے مثلاً.....	یہ بندشی نہیں ہے۔ چونکہ $5-7 = -2$ جو کہ ایک مکمل عدد نہیں ہے۔	بندشی ہے۔ چونکہ $5 \div 8 = \frac{5}{8}$ جو کہ ایک مکمل عدد نہیں ہے۔
صحیح اعداد	بندشی ہے چونکہ $a-b$ ایک صحیح عدد ہے۔ کوئی بھی دو صحیح اعداد a اور b کے لیے مثلاً۔۔	بندشی نہیں ہے۔ چونکہ.....

$\in$ (تعلق رکھتا ہے) $\forall$ (تمام کے لیے)

$$A = \{1, 2, 3\}$$

عدد 3، جو سٹ A کا رکن ہے۔ اسکو $3 \in A$ سے ظاہر کیا جاتا ہے اور اس کو '3' تعلق رکھتا ہے A سے 'پڑھا جاتا ہے'۔

$$x = 1 \Rightarrow 1 + 0 = 1$$

$$x = 2 \Rightarrow 2 + 0 = 2$$

$$x = 3 \Rightarrow 3 + 0 = 3$$

یعنی تمام $x \in A$ کے لیے $x + 0 = x$ حاصل ہوتا ہے۔ اس کو ہم اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔
 $x + 0 = x \forall x \in A$ ۔ اس کو ہم اس طرح پڑھتے ہیں۔
 ”تمام کے لیے یا ہر ایک کے لیے $x + 0 = x; x \in A$ “

(ii) ناطق اعداد۔ بندشی قانون

(a) عمل جمع:

دینے گئے دو ناطق اعداد $\frac{2}{7}$ ، $\frac{5}{8}$ پر غور کیجیے۔

$$\frac{2}{7} + \frac{5}{8} = \frac{16 + 35}{56} = \frac{51}{56}$$

جہاں نتیجہ $\frac{51}{56}$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔

کیا یہ ایک ناطق عدد ہے؟ $8 + \left(\frac{-19}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

کیا آپ کو ایک ناطق عدد حاصل ہوگا؟ $\frac{2}{7} + \left(\frac{-2}{7}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

دی گئی جوڑیوں میں اس خاصیت کی جانچ کیجیے۔

$$3 + \frac{5}{7}, 0 + \frac{1}{2}, \frac{7}{2} + \frac{2}{7}$$

ہم نے مشاہدہ کیا کہ دو ناطق اعداد کا مجموعہ بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔ اس لیے ناطق اعداد عمل جمع کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔ $(a+b)$

ایک ناطق عدد ہے۔ اس طرح کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے $\forall a, b \in Q; (a+b) \in Q$

(b) عمل تفریق:-

دو ناطق اعداد $\frac{5}{9}$ اور $\frac{3}{4}$ پر غور کیجیے۔

$$\frac{5}{9} - \frac{3}{4} = \frac{5 \times 4 - 3 \times 9}{36} = \frac{20 - 27}{36} = \frac{-7}{36}$$

جہاں پر $\frac{-7}{36}$ ایک ناطق عدد حاصل ہوا۔ (چونکہ -7 اور 36 صحیح اعداد ہیں اور عدد $36 \neq 0$) (نسب نما صفر نہیں ہے)۔ لہذا $\frac{-7}{36}$

ایک ناطق عدد ہے۔“

مندرجہ ذیل اعداد بھی کیا ناطق اعداد ہیں جانچ کیجیے۔

$$\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14 - 9}{21} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (i)$$

$$\left(\frac{48}{9}\right) - \left(\frac{11}{18}\right) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (ii)$$

ہم جان چکے ہیں کہ کوئی دو ناطق اعداد کا فرق بھی ناطق عدد ہوتا ہے۔ اس طرح ناطق اعداد عمل تفریق کے تحت بندشی ہوتے ہیں۔

$a - b$ ایک ناطق عدد ہے۔ اس طرح کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے $\forall a, b \in Q; (a-b) \in Q$

(c) عمل ضرب

مندرجہ ذیل کا مشاہدہ کیجیے۔

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{6}{5} \times \frac{-11}{2} = \frac{-66}{10} = \frac{-33}{5}$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{14}; \frac{2}{1} \times \frac{19}{13} = \frac{38}{13}$$

مندرجہ بالا تمام مراحل میں ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ ”دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے“۔
چند ناطق اعداد کے جوڑ لے کر ان کا حاصل ضرب معلوم کرتے ہوئے جانچ کیجیے کہ آیا یہ ناطق عدد ہے یا نہیں۔
کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کوئی دو ناطق اعداد کا حاصل ضرب ناطق عدد نہیں ہوتا؟
ہم جانتے ہیں کہ ناطق اعداد کا حاصل ضرب عمل ضرب کے تحت بندش ہوتا ہے۔

کوئی دو اعداد a اور b کے لیے $a \times b$ بھی ایک ناطق عدد ہے۔ یعنی $\forall a, b \in Q, a \times b \in Q$

(d) عمل تقسیم:

دیئے گئے دو ناطق اعداد پر غور کیجیے۔

$$\frac{2}{3}, \frac{7}{8}$$

اس طرح $\frac{2}{3} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{3} \times \frac{8}{7} = \frac{16}{21}$ جو ایک ناطق عدد ہے۔

مندرجہ ذیل مثالوں کی جانچ کیجیے۔

$$\frac{5}{7} \div 2 = \frac{5}{7} \div \frac{2}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{14}$$

$$-\frac{2}{3} \div \frac{6}{11} = \frac{-2}{3} \times \frac{11}{6} = \frac{-22}{18} = \frac{-11}{9}$$

$$3 \div \frac{17}{13} = 3 \div \frac{17}{13} = \frac{3}{1} \times \frac{13}{17} = \frac{39}{17}$$

اوپر دی گئیں مثالوں پر غور کرنے سے یہ بات واضح ہوتی ہے کہ ”کوئی دو ناطق اعداد کو آپس میں تقسیم کرنے پر حاصل عدد بھی ناطق عدد ہوتا ہے“۔

کیا ہم اس طرح کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد میں بندش خاصیت ہوتی ہے؟

کیوں $\frac{5}{0}$ کی تعریف نہیں کی جاسکتی؟

تقسیم کیجیے۔ $5 \div 0$ یعنی $5(0)$

کیا عمل تقسیم کو مکمل کر سکتے ہیں؟ خارج قسمت کیا ہوگا۔ آپ جانتے ہیں کہ ’0‘ سے کسی بھی عدد کو ضرب دینے پر حاصل ضرب ’0‘ ہی ہوتا ہے۔

’0‘ مقسوم علیہ سے تقسیم ناممکن ہے۔

آئیے اب ہم مندرجہ ذیل کی جانچ کریں۔ $5, 0$ ناطق اعداد ہیں اور $\frac{5}{0}$ تعریف شدہ نہیں ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد Q کا یہ عمل، عمل تقسیم کے تحت بندش نہیں ہے۔

تب ہم کہہ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد کے سٹ Q سے 0 کو حذف کرنے پر تمام اعداد کے لیے عمل تقسیم کے تحت یہ بندش خاصیت رکھتا ہے۔

یہ کیجیے



اگر ہم '0' (صفر) کو صحیح اعداد کے سٹ سے حذف کرتے ہیں تب یہ عمل تقسیم کے تحت بندش ہوتا ہے۔
طبعی اعداد کے لیے بھی جانچ کیجیے۔



یہ کیجیے

مندرجہ ذیل جدول کو پُر کیجیے۔

حسب ذیل اعمال کے تحت بندش خاصیت				
اعداد	عمل جمع	عمل تفریق	عمل ضرب	عمل تقسیم
طبعی اعداد	ہاں	_____	_____	_____
مکمل اعداد	_____	_____	_____	_____
صحیح اعداد	_____	_____	_____	_____
ناطق اعداد	_____	_____	_____	_____

تقلیبی خاصیت یہ ظاہر کرتی ہے کہ دو اعداد کو باہم تبدیل کرنے پر ان کا حاصل کردہ نتیجہ تبدیل نہیں ہوتا۔

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$
 یہاں پر دو اعداد کو باہم تبدیل کرنے کا نتیجہ چار بنیادی اعمال + - × ÷ پر ہو سکتا ہے۔

1.2.2 تقلیبی خاصیت

آئیے اب ہم مختلف اعمال کے تحت مکمل اعداد اور صحیح اعداد کے سٹس میں تقلیبی خاصیت کا اعادہ کریں۔

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے۔

(i) مکمل اعداد

اعمال	مثالیں	کیفیت
عمل جمع	2، 3 مکمل اعداد ہیں $3+2=5$ اور $2+3=5$ $\therefore 2+3=3+2$	عمل جمع مکمل اعداد میں تقلیبی خاصیت رکھتا ہے
عمل تفریق	کیا 2-3 مساوی ہے -3-2 کے؟	عمل تفریق مکمل اعداد میں تقلیبی خاصیت نہیں ہے۔
عمل ضرب	_____	_____
عمل تقسیم	$4 \div 2 = ?$ $2 \div 4 = ?$ کیا $4 \div 2 = 2 \div 4$	_____

(ii) صحیح اعداد

اعمال	مثالیں	کیفیت
عمل جمع	-----	عمل جمع صحیح اعداد میں تقلیدی خاصیت رکھتا ہے۔
عمل تفریق	$3'2$ صحیح اعداد ہیں۔ $2 - 3 = ?$ $3 - 2 = ?$ کیا $2 - 3 = 3 - 2 = ?$	-----
عمل ضرب	-----	-----
عمل تقسیم	-----	عمل تقسیم صحیح اعداد میں تقلیدی خاصیت نہیں رکھتا

(iii) ناطق اعداد:

(a) عمل جمع

دوناطق اعداد $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{4}$ لیجیے اور ان کو جمع کیجیے۔

$$\frac{5}{2} + \frac{(-3)}{4} = \frac{2 \times 5 + 1 \times (-3)}{4} = \frac{10 - 3}{4} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{(-3)}{4} + \frac{5}{2} = \frac{1 \times (-3) + 2 \times 5}{4} = \frac{-3 + 10}{4} = \frac{7}{4} \text{ اور}$$

$$\frac{5}{2} + \left(\frac{-3}{4} \right) = \frac{-3}{4} + \frac{5}{2} \text{ اس طرح}$$

اب ہم مزید ناطق اعداد کی جوڑیوں میں اس اصول کی جانچ کریں۔

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \text{ اور } \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \text{ کیا } \frac{1}{2} + \frac{5}{7} = \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \text{؟}$$

$$\frac{-2}{3} + \left(\frac{-4}{5} \right) = \left(\frac{-4}{5} \right) + \left(\frac{-2}{3} \right) \text{ کیا؟}$$

کیا آپ ایسے ناطق اعداد کی جوڑیوں کی شناخت کر سکتے ہیں جنکو باہم تبدیل کرنے پر ان کا حاصل جمع تبدیل ہوتا ہے؟
 ہم کہہ سکتے ہیں کہ کوئی دوناطق اعداد a اور b کے لیے $a + b = b + a$ اس طرح عمل جمع ناطق اعداد کے سٹ میں تقلیدی خاصیت رکھتا ہے۔

$$\therefore \forall a, b \in Q, a + b = b + a$$

(b) عمل تفریق: دو ناطق اعداد $\frac{2}{3}$ اور $\frac{7}{8}$ لیجیے

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{8} = \frac{16-21}{24} = \frac{-5}{24} \text{ اور } \frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{21-16}{24} = \frac{5}{24}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{7}{8} \neq \frac{5}{4} - \frac{2}{3} \text{ اس طرح}$$

حسب ذیل کی جانچ کیجیے۔

$$2 - \frac{5}{4} = \frac{5}{4} - 2 \text{ کیا؟}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{3}{5} = \frac{3}{5} - \frac{1}{2} \text{ کیا؟}$$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تفریق کے تحت ناطق اعداد میں تقلیبی خاصیت موجود نہیں رہتی۔

$a - b \neq b - a$ کوئی بھی دو ناطق اعداد a اور b کے لیے۔

(c) عمل ضرب: دو ناطق اعداد $-\frac{5}{7}$ ،

$$2 \times \frac{-5}{7} = \frac{-10}{7}; \frac{-5}{7} \times 2 = \frac{-10}{7}$$

$$\frac{-1}{2} \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-1}{2}\right) \text{ کیا؟}$$

مزید چند ناطق اعداد کے لیے جانچ کیجیے۔

ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ ناطق اعداد میں عمل ضرب کے تحت تقلیبی خاصیت ہوتی ہے۔

یعنی $a \times b = b \times a$ اس طرح کسی دیئے گئے دو اعداد a اور b کے لیے $\forall a, b \in Q, a \times b = b \times a$

(d) عمل تقسیم:

$$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{14}{9} \div \frac{7}{3} \text{ کیا؟}$$

$$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{14} = \frac{3}{2} \text{ اور } \frac{14}{9} \div \frac{7}{3} = \frac{14}{9} \times \frac{3}{7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{7}{3} \div \frac{14}{9} \neq \frac{14}{9} \div \frac{7}{3}$$

اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد میں تقلیبی خاصیت موجود نہیں رہتی ہے۔



ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

حسب ذیل اعمال کے تحت تقلیدی خاصیت				اعداد
عمل تقسیم	عمل ضرب	عمل تفریق	عمل جمع	
-----	ہاں	نہیں	ہاں	طبعی اعداد
نہیں	-----	-----	-----	مکمل اعداد
-----	-----	-----	-----	صحیح اعداد
نہیں	-----	-----	-----	ناطق اعداد



تلازمی خاصیت یہ بیان کرتی ہے کہ تین اعداد کو جمع کرنے کے لیے ہم پہلے دو اعداد کا مجموعہ تیسرے میں جمع کر سکتے ہیں یا دوسرے اور تیسرے عدد کو جمع کرتے ہوئے پہلے عدد میں مجموعہ کو جمع کیا جاتا ہے۔ دونوں طریقوں سے ایک ہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔
 $(3+2)+5$ یا $3+(2+5)$

1.2.3 تلازمی خاصیت: چار بنیادی اعمال

جیسے جمع، تفریق، ضرب و تقسیم کے تحت تلازمی خاصیت کا اعادہ کریں گے۔

(i) مکمل اعداد:

مندرجہ ذیل جدول کو ضروری وضاحتوں اور کیفیات سے پر کیجیے۔

اعمال	مکمل اعداد کی مثالیں	کیفیات
عمل جمع	کیا $2 + (3 + 0) = (2 + 3) + 0$؟ $2 + (3 + 0) = 2 + 3 = 5$ $(2 + 3) + 0 = 5 + 0 = 5$ $\Rightarrow 2 + (3 + 0) = (2 + 3) + 0$ $a + (b + c) = (a + b) + c$ کوئی تین مکمل اعداد 'a'، 'b' اور 'c' کے لیے	
عمل تفریق	کیا $2 - (3 - 2) = ?$ $(2 - 3) - 2 = ?$ $(2 - 3) - 2 = 2 - (3 - 2) = ?$	عمل تفریق تلازمی نہیں ہوتا
عمل ضرب		عمل ضرب تلازمی ہوتا ہے۔
عمل تقسیم	کیا $2 \div (3 \div 5) = (2 \div 3) \div 5$؟ $2 \div (3 \div 5) = 2 \div \frac{3}{5} = 2 \times \frac{5}{3} = \frac{10}{3}$ $(2 \div 3) \div 5 = \frac{2}{3} \div 5 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$ $2 \div (3 \div 5) \neq (2 \div 3) \div 5$	عمل تقسیم تلازمی نہیں ہے

(ii) صحیح اعداد: آئیے اب ہم چار بنیادی اعمال کے تحت صحیح اعداد میں تلازمی خاصیت کا اعادہ کریں گے۔
مندرجہ ذیل جدول کو ضروری کیفیات، وضاحتوں سے پر کریں۔

اعمال	صحیح اعداد میں مثالوں کے	کیفیات
عمل جمع	$2 + [(-3) + 5] = [2 + (-3)] + 5$ کیا $2 + [(-3) + 5] = 2 + [-3 + 5] = 2 + 2 = 4$ $[2 + (-3)] + 5 = [2 - 3] + 5 = -1 + 5 = 4$ کوئی تین صحیح اعداد 'a'، 'b'، 'c' کے لیے $a + (b + c) = (a + b) + c$	
عمل تفریق	$6 - (9 - 5) = (6 - 9) + 5$ کیا	
عمل ضرب	$2 \times [7 \times (-3)] = (2 \times 7) \times (-3)$ کیا	
عمل تقسیم	$10 \div [2 \div (-5)] = [10 \div 2] \div (-5)$? $10 \div [2 \div (-5)] = 10 \div \frac{2}{-5} = 10 \times \frac{-5}{2} = -25$ $(10 \div 2) \div (-5) = \frac{10}{2} \div (-5) = 5 \div (-5) = \frac{5}{-5} = -1$ اب $10 \div [2 \div (-5)] \neq [10 \div 2] \div (-5)$ اس طرح	

(iii) ناطق اعداد: تلازمی خاصیت

(a) عمل جمع: آئیے اب ہم تین ناطق اعداد $\frac{1}{2}$ ، 5، $\frac{2}{7}$ سے حسب ذیل کی تصدیق کریں۔

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{7} + \left[5 + \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \left[\left(\frac{2}{7} + 5 \right) \right] + \left(\frac{1}{2} \right) \\
 \text{L.H.S } & \frac{2}{7} + \left[5 + \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{2}{7} + \left[\left(5 + \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{2}{7} + \left[\frac{10+1}{2} \right] = \frac{4+77}{14} = \frac{81}{14} \\
 \text{R.H.S } & \left[\left(\frac{2}{7} + 5 \right) \right] + \left(\frac{1}{2} \right) = \left[\left(\frac{2+35}{7} \right) \right] + \frac{1}{2} = \frac{37}{7} + \frac{1}{2} = \frac{74+7}{14} = \frac{81}{14} \\
 & \text{L.H.S} = \text{R.H.S}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} + \left[\frac{3}{7} + \frac{4}{3} \right] \text{ اور } \left[\frac{1}{2} + \frac{3}{7} \right] + \left[\frac{4}{3} \right]$$

معلوم کیجیے

کیا دونوں مجموعے مساوی ہیں؟ مزید چند ناطق اعداد لے کر تلازمی خاصیت کی جانچ کیجیے۔

ہم جانتے ہیں کہ عمل جمع کے تحت ناطق اعداد میں تلازمی خاصیت ہوتی ہے۔

کوئی بھی تین ناطق اعداد 'a اور b' کے لیے c

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \forall a, b, c \in Q$$

(b) عمل تفریق:-

آئیے کوئی تین ناطق اعداد $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{4}$ اور $-\frac{5}{4}$ لیں۔

$$\frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{4} \right) \right] = \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right] - \left(\frac{-5}{4} \right) = \frac{1}{2} - \frac{8}{4}$$

تصدیق کیجیے کہ

$$\frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{4} \right) \right] = \left[\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right] - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\text{L.H.S.} = \frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{4} \right) \right] = \frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} + \frac{5}{4} \right] = \frac{1}{2} - \left[\frac{8}{4} \right]$$

$$= \frac{1}{2} - 2 = \frac{1-4}{2} = \frac{-3}{2}$$

$$\text{R.H.S.} = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{-5}{4} \right) = \left(\frac{1 \times 2 - 3}{4} \right) + \frac{5}{4} = \left(\frac{-1}{4} \right) + \frac{5}{4}$$

$$= \frac{-1+5}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{2} - \left[\frac{3}{4} - \left(\frac{-5}{4} \right) \right] \neq \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{-5}{4} \right)$$

$$\text{L.H.S.} \neq \text{R.H.S.}$$

ہم نے دیکھا کہ عمل تفریق کے تحت ناطق اعداد تلازمی نہیں ہوتے۔

اس طرح کوئی بھی تین ناطق اعداد 'a اور b' کے لیے c

(c) عمل ضرب: کوئی تین ناطق اعداد $\frac{3}{4}$ ، $\frac{4}{7}$ ، $-\frac{5}{7}$

$$\frac{2}{3} \times \left[\frac{4}{7} \times \left(\frac{-5}{7} \right) \right] = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7} \right) \times \left(\frac{-5}{7} \right) ?$$

$$\text{LHS} = \frac{2}{3} \times \left[\frac{4}{7} \times \left(\frac{-5}{7} \right) \right] = \frac{2}{3} \left[\frac{-20}{49} \right] = \frac{-40}{147}$$

$$\text{RHS} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) = \left(\frac{8}{21}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-40}{147}$$

$$\text{LHS} = \text{RHS}$$

حسب ذیل کی تصدیق کیجیے۔

$$\text{معلوم کیجیے} \quad 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3\right) \quad \text{اور} \quad \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \times 3$$

$$\text{کیا} \quad 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3\right) = \left(2 \times \frac{1}{2}\right) \times 3 \quad ?$$

$$\text{معلوم کیجیے} \quad \frac{5}{3} \times \left(\frac{3}{7} \times \frac{7}{5}\right) \quad \text{اور} \quad \left(\frac{5}{3} \times \frac{3}{7}\right) \times \frac{7}{5}$$

$$\text{کیا} \quad \frac{5}{3} \times \left(\frac{3}{7} \times \frac{7}{5}\right) = \left(\frac{5}{3} \times \frac{3}{7}\right) \times \frac{7}{5} \quad ?$$

اوپر کے تمام مراحل میں L.H.S = R.H.S

اس طرح عمل ضرب کے تحت ناطق اعداد تلازمی خاصیت رکھتے ہیں۔

کسی تین ناطق اعداد 'a'، 'b'، 'c' کے لیے $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$

$$\forall a, b, c \in Q, a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

(d) عمل تقسیم:

کوئی تین ناطق اعداد $\frac{2}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ اور $\frac{1}{7}$ لیں۔

$$\text{کیا} \quad \frac{2}{3} \div \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{7}\right) = \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{7} \quad ?$$

$$\text{L.H.S.} = \frac{2}{3} \div \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{7}\right) = \frac{2}{3} \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{7}{1}\right) = \frac{2}{3} \div \frac{21}{4} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{21} = \frac{8}{63}$$

$$\text{R.H.S.} = \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{7} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{3}\right) \div \frac{1}{7} = \left(\frac{8}{9}\right) \div \frac{1}{7} = \frac{8}{9} \times \frac{7}{1} = \frac{56}{9}$$

$$\frac{2}{3} \div \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{7}\right) \neq \left(\frac{2}{3} \div \frac{3}{4}\right) \div \frac{1}{7}$$

$$\text{L.H.S.} \neq \text{R.H.S.}$$

اس طرح $a \div (b \div c) \neq (a \div b) \div c$ کوئی بھی تین ناطق اعداد 'a'، 'b'، 'c' کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ عمل تقسیم کے تحت ناطق اعداد

تلازمی خاصیت نہیں رکھتے۔

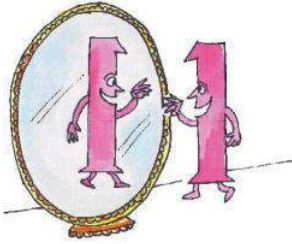
یہ کیجیے

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

ذیل کے اعمال کے تحت تلازمی خاصیت				اعداد
عمل تقسیم	عمل ضرب	عمل تفریق	عمل جمع	
-----	-----	نہیں	ہاں	طبعی اعداد
ہاں	-----	-----	-----	مکمل اعداد
-----	ہاں	نہیں	-----	صحیح اعداد
-----	-----	-----	-----	ناطق اعداد

1.2.4 صفر کا کردار:

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ ایک ایسا عدد جس کو عدد $\frac{1}{2}$ میں جمع کرنے پر وہی عدد $\frac{1}{2}$ نتیجے کے طور پر حاصل ہوتا ہے۔ جب بھی عدد 0 کو کسی بھی ناطق عدد میں جمع کرنے پر وہی ناطق عدد حاصل ہوتا ہے۔



$$مثلاً: 1 + 0 = 1 \text{ اور } 0 + 1 = 1$$

$$-2 + 0 = -2 \text{ اور } 0 + (-2) = -2$$

$$\frac{11}{3} + 0 = \frac{11}{3} \text{ اور } 0 + \frac{11}{3} = \frac{11}{3}$$

0 کی ایسی خاصیت کی وجہ سے وہ جمعی تماثلی عنصر کہلاتا ہے۔ اس خاصیت کو مندرجہ ذیل میں درج کیا گیا ہے۔

$$اگر a کوئی ناطق عدد ہے تب 0 + a = a اور a + 0 = a$$

کیا طبعی اعداد کا سٹ جمعی تماثلی عنصر رکھتا ہے؟

1.2.5: ہندسہ '1' کا کردار

ذیل کی خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

$$3 \times \square = 3$$

$$\square \times 3 = 3 \text{ اور}$$

$$-2 \times \square = -2$$

$$\square \times -2 = -2 \text{ اور}$$

$$\frac{7}{8} \times \square = \frac{7}{8}$$

$$\square \times \frac{7}{8} = \frac{7}{8} \text{ اور}$$

مندرجہ بالا حاصل ضرب میں آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

آپ دیکھیں گے کہ جب بھی کسی ناطق عدد کو ہندسہ '1' سے ضرب دیا جاتا ہے تو وہی ناطق عدد نتیجے کے طور پر حاصل ہوتا ہے۔
اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہندسہ '1' عمل ضرب کے تحت تماثلی عنصر ہے اور یہ ضربی تماثلی عنصر کہلاتا ہے۔
غیر ارادی طور پر اکثر ہم سے تماثلی خاصیت کا استعمال ہو جاتا ہے۔

مثلاً: $\frac{15}{50}$ کو اقل ترین شکل میں لکھنے کے لیے ہم مندرجہ ذیل عمل کرتے ہیں۔

$$\frac{15}{50} = \frac{3 \times 5}{10 \times 5} = \frac{3}{10} \times \frac{5}{5} = \frac{3}{10} \times 1 = \frac{3}{10}$$

جب کبھی ہم $\frac{3}{10} \times 1 = \frac{3}{10}$ لکھتے ہیں۔ ضربی تماثلی عنصر کی خاصیت کا استعمال کیا جاتا ہے۔

1.2.6: معکوس عنصر کا وجود

(i) جمعی معکوس

$3 + (-3) = 0$	اور	$-3 + 3 = 0$
$-5 + 5 = 0$	اور	$5 + (-5) = \underline{\hspace{1cm}}$
$\frac{2}{3} + ? = 0$	اور	$\underline{\hspace{1cm}} + \frac{2}{3} = \underline{\hspace{1cm}}$
$\left(\frac{-1}{2}\right) + ? = 0$	اور	$? + \left(\frac{-1}{2}\right) = \underline{0}$

جہاں 3 اور 3 ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔ چونکہ ان کو جمع کرنے پر حاصل جمع '0' ہوتا ہے۔

کوئی بھی دو اعداد کا مجموعہ 0 ہو تب یہ اعداد ایک دوسرے کے جمعی معکوس کہلاتے ہیں۔

عام طور پر اس کو اس طرح ظاہر کیا جاتا ہے۔ کوئی بھی ناطق عدد 'a' کے لیے

$$a + (-a) = 0 \text{ اور } (-a) + a = 0 \text{ جہاں } a \text{ اور } -a \text{ ایک دوسرے کے جمعی معکوس ہیں}$$

صفر کا جمعی معکوس کیا ہے؟

$$0 \text{ کا جمعی معکوس } 0 \text{ ہی ہوگا جیسے کہ } 0 + 0 = 0$$

(ii) ضربی معکوس:

عدد $\frac{2}{7}$ کو کس ناطق عدد سے ضرب دیا جائے کہ حاصل ضرب '1' ہو؟

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

$$\frac{2}{7} \times \frac{7}{2} = 1 \text{ اور } \frac{7}{2} \times \frac{2}{7} = 1$$

ذیل کے بکسوں کو پُر کیجیے۔

$$\begin{array}{ll} 2 \times \square = 1 & \square \times 2 = 1 \\ -5 \times \square = 1 & \square \times 5 = 1 \\ \frac{-17}{19} \times \square = 1 & \square \times \frac{-17}{19} = 1 \\ 1 \times ? = 1 & \\ -1 \times ? = 1 & \end{array}$$

اگر کوئی دو اعداد کا حاصل ضرب 1 ہو تب وہ اعداد ایک دوسرے کے ضربی معکوس کہلاتے ہیں۔
مثلاً $4 \times \frac{1}{4} = 1$ اور $\frac{1}{4} \times 4 = 1$ اس لیے 4 اور $\frac{1}{4}$ ایک دوسرے کے ضربی معکوس (مقلوب) کہلاتے ہیں ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ ناطق عدد $\frac{a}{b}$ کا مقلوب یا ضربی معکوس ہوگا اگر $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = 1$



سوچئے تبادلہ خیال کیجیے اور لکھئے

- اگر کوئی خصوصیت ناطق اعداد کے جمع کے لئے صحیح ہو تو کیا یہ خاصیت صحیح اعداد کے لئے بھی صحیح ہوگی؟ کیا مکمل اعداد کے لئے بھی یہ خصوصیت صحیح ہوگی؟ کن اعداد کے لئے یہ خاصیت درست ہوگی؟ اور کن اعداد کے لئے یہ خاصیت درست نہیں ہوگی؟
- ایسے اعداد لکھئے جن کے ضربی معکوس خود وہی اعداد ہوں؟
- کیا آپ '0' کا مقلوب بتا سکتے ہیں؟ کیا کوئی ایسا ناطق عدد ہو سکتا ہے جس کو صفر سے ضرب دینے پر 1 حاصل ہو۔

$$\square \times 0 = 1 \text{ اور } 0 \times \square = 1$$

1.3 عمل جمع پر عمل ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت

تین ناطق اعداد $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ لیجئے

آئیے جانچ کریں آیا

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \left(\frac{2}{5} \right) \times \left(\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{2}{5} \right) \times \left(\frac{3}{4} \right)$$

$$\text{L.H.S} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{2+3}{4} \right) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{R.H.S} = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{4} \right) = \frac{2}{10} + \frac{6}{20} = \frac{4+6}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \right) = \left(\frac{2}{5} \right) \left(\frac{1}{2} \right) + \left(\frac{2}{5} \right) \left(\frac{3}{4} \right) \text{ اس طرح}$$

یہ خاصیت عمل جمع پر ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت کہلاتی ہے۔

آئیے مندرجہ ذیل کی جانچ کریں۔

$$\frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} \right) - \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{4} \right) \text{ کیا}$$

آپ نے کیا مشاہدہ کیا ہے؟ کیا L.H.S = R.H.S

یہ خاصیت عمل تفریق پر عمل ضرب کے تحت تقسیمی خاصیت کہلاتی ہے۔ چند مزید ناطق

اعداد 'a' اور 'b' کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$a(b - c) = ab - ac$$

کوشش کیجیے: تقسیمی خاصیت کے استعمال سے معلوم کیجیے

$$(1) \left\{ \frac{7}{5} \times \left(\frac{-3}{10} \right) \right\} + \left\{ \frac{7}{5} \times \frac{9}{10} \right\}$$

$$(2) \left\{ \frac{9}{16} \times 3 \right\} + \left\{ \frac{9}{16} \times (-19) \right\}$$

یہ کیجیے

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

عمل جمع کے تحت					
اعداد	بندشی	تقلیبی	تلازمی	متماثل عنصر کا وجود	معاکس عنصر کا وجود
ناطق اعداد	ہاں	_____	_____	_____	_____
صحیح اعداد	ہاں	_____	_____	_____	_____
مکمل اعداد	_____	_____	_____	ہاں	نہیں
طبعی اعداد	ہاں	_____	_____	_____	_____

ذیل کے جدول کو مکمل کیجیے

عمل ضرب کے تحت					
اعداد	بندشی	تقلیبی	تلازمی	تماثلگی عنصر کا وجود	مکعوس عنصر کا وجود
ناطق اعداد	ہاں	_____	_____	_____	_____
صحیح اعداد	_____	ہاں	_____	_____	_____
مکمل اعداد	_____	_____	ہاں	_____	_____
حقیقی اعداد	_____	_____	_____	ہاں	_____

مثال 1: ناطق اعداد $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{5}\right) + \left(\frac{-13}{7}\right)$ کو مختصر کیجیے

حل: دی گئیں کسور میں یکساں کسور کو ایک ساتھ ترتیب دینے پر

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \left(\frac{-6}{5}\right) + \left(\frac{-13}{7}\right) = \frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{6}{5} - \frac{13}{7}$$

$$= \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{5}\right) + \left(\frac{3}{7} - \frac{13}{7}\right) \text{ جمعی تقلیبی قانون کی مدد سے}$$

$$= \frac{2-6}{5} + \frac{3-13}{7}$$

$$= \frac{-4}{5} + \frac{-10}{7} = \frac{-4}{5} - \frac{10}{7}$$

$$= \frac{-4 \times 7 - 10 \times 5}{35} = \frac{-28 - 50}{35} = \frac{-78}{35}$$

مثال 2: مندرجہ ذیل ناطق اعداد کے جمعی مکعوس لکھئے۔

$$(i) \frac{2}{7} \quad (ii) \frac{-11}{5} \quad (iii) \frac{7}{-13} \quad (iv) \frac{-2}{-3}$$

حل: (i) $\frac{2}{7}$ کا جمعی مکعوس $\frac{-2}{7}$ ہے۔

$$\frac{2}{7} + \left(\frac{-2}{7}\right) = \frac{2-2}{7} = 0 \text{ چونکہ}$$

حل: (ii) $-\left(\frac{-11}{5}\right) = \frac{11}{5}$ کا جمعی معکوس:

(iii) $-\left(\frac{7}{-13}\right) = \frac{-7}{-13} = \frac{7}{13}$ کا جمعی معکوس:

(iv) $-\left(\frac{-2}{-3}\right) = \frac{-2}{3}$ کا جمعی معکوس:

مثال 3: حل کیجئے $\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4}$

$$\frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} + \frac{23}{180} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \times \frac{-1}{9} - \frac{1}{9} \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$$

جمعی تقابلی خاصیت سے

$$= \frac{2}{5} \times \left(\frac{-1}{9}\right) + \left(\frac{-1}{9}\right) \times \frac{3}{4} + \frac{23}{180}$$

$$= \frac{-1}{9} \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4}\right) + \frac{23}{180}$$

تقسیمی خاصیت سے

$$= -\frac{1}{9} \left(\frac{8+15}{20}\right) + \frac{23}{180}$$

$$= -\frac{1}{9} \left(\frac{23}{20}\right) + \frac{23}{180} = \frac{-23}{180} + \frac{23}{180} = 0$$

جمعی معکوس سے

مثال 4: اعداد $\frac{-9}{2}$, $\frac{5}{18}$ کے مقلوب کے حاصل ضرب میں $\left(\frac{-4}{5}\right)$ کے جمعی معکوس کو جمع کرنے پر حاصل ہونے والا عدد معلوم کیجئے۔

حل: $\frac{-9}{2}$ کا مقلوب $\frac{-2}{9}$ ہے۔

$\frac{5}{18}$ کا مقلوب $\frac{18}{5}$ ہے۔

$$\frac{-4}{5} = \frac{-2}{9} \times \frac{18}{5} = \frac{-4}{5}$$

مقلوب اعداد کا حاصل ضرب

حل: $\frac{-4}{5}$ کا جمعی معکوس $\frac{4}{5}$ ہے
 لہذا مقلوب اعداد کا حاصل ضرب $\frac{-4}{5} + \frac{4}{5}$ کا جمعی معکوس $0 = \frac{4}{5} + \frac{-4}{5}$

مشق - 1.1



1- مندرجہ ذیل مثالوں میں خاصیت کی نشاندہی کرتے ہوئے ان کے نام بتائیے۔

(i) $\frac{8}{5} + 0 = \frac{8}{5} = 0 + \frac{8}{5}$

(ii) $2 \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} \right) = 2 \left(\frac{3}{5} \right) + 2 \left(\frac{1}{2} \right)$

(iii) $\frac{3}{7} \times 1 = \frac{3}{7} = 1 \times \frac{3}{7}$

(iv) $\left(\frac{-2}{5} \right) \times 1 = \frac{-2}{5} = 1 \times \left(\frac{-2}{5} \right)$

(v) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{5}$

(vi) $\frac{5}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{14}$

(vii) $7a + (-7a) = 0$

(viii) $x \times \frac{1}{x} = 1 \quad (x \neq 0)$

(ix) $(2 \times x) + (2 \times 6) = 2 \times (x + 6)$

2- مندرجہ ذیل کے جمعی و ضربی معکوس لکھئے۔

(i) $\frac{-3}{5}$

(ii) 1

(iii) 0

(iv) $\frac{7}{9}$

(v) -1

3- خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

(i) $\left(\frac{-1}{17} \right) + (\text{---}) = \left(\frac{-12}{5} \right) + \left(\frac{-1}{17} \right)$

(ii) $\frac{-2}{3} + \text{---} = \frac{-2}{3}$

(iii) $1 \times \text{---} = \frac{9}{11}$

(iv) $-12 + \left(\frac{5}{6} + \frac{6}{7} \right) = \left(-12 + \frac{5}{6} \right) + (\text{---})$

(v) $(\text{---}) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{3}{4} \times \text{---} \right)$

(vi) $\frac{-16}{7} + \text{---} = \frac{-16}{7}$

4- $\frac{2}{11}$ کو $\frac{-5}{14}$ کے مقلوب سے ضرب دیجیے۔

5- $\frac{2}{5} \times \left(5 \times \frac{7}{6}\right) + \frac{1}{3} \times \left(3 \times \frac{4}{11}\right)$ کو محسوب کرنے لیے اعداد کی کوئی خصوصیات استعمال کی جاسکتی ہیں لکھئے؟

6- ذیل کی تصدیق کیجیے۔

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{-1}{2}\right) + \frac{-3}{2} = \frac{5}{4} + \left(\frac{-1}{2} + \frac{-3}{2}\right)$$

7- $\frac{3}{5} + \frac{7}{3} + \left(\frac{-2}{5}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right)$ کو ترتیب میں لکھ کر حل کیجیے۔

8- تفریق کیجیے۔

$$\frac{3}{4} \text{ (i) کو } \frac{1}{3} \text{ سے } \frac{-32}{13} \text{ (ii) کو } 2 \text{ سے } -7 \text{ (iii) کو } \frac{-4}{7} \text{ سے}$$

9- عدد $\frac{-5}{8}$ میں کونسا عدد جمع کیا جائے کہ نتیجہ $\frac{-3}{2}$ حاصل ہو؟

10- دو ناطق اعداد کا مجموعہ 8 ہے اگر ان میں ایک عدد $\frac{-5}{6}$ ہو تب دوسرا عدد کیا ہوگا؟

11- کیا ناطق اعداد عمل تفریق کے تحت تلازمی خاصیت رکھتے ہیں؟ وضاحت کیجیے

12- مندرجہ ذیل x کی قدروں کے لیے $-(-x) = x$ کی تصدیق کیجیے۔

$$(i) \quad x = \frac{2}{15} \quad (ii) \quad x = \frac{-13}{17}$$

13- لکھئے۔

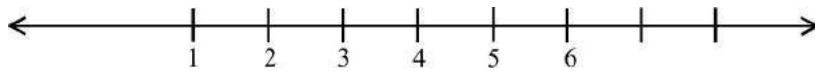
(i) اعداد کے کون سے سٹس جمعی تماثل غرض نہیں رکھتے۔

(ii) وہ کونسا ناطق عدد ہے جس کا مقلوب وجود نہیں رکھتا۔

(iii) کیا منفی ناطق عدد کا مقلوب وجود رکھتا ہے۔

1.4 ناطق اعداد کا عددی خط پراظہار

"حمیرہ" عددی خط کھینچ کر اس پر اعداد کو ظاہر کرتی ہے



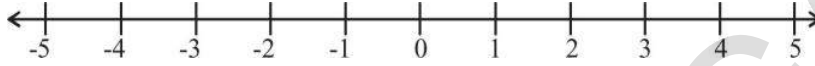
عددی خط میں کس سٹ کے اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

افشاں کہتی ہے کہ "یہ اعداد طبعی اعداد ہیں"۔ طیب کہتا ہے کہ "یہ اعداد ناطق اعداد ہیں"۔ آپ ان دونوں میں سے کس سے متفق ہیں؟



اس عددی خط پر کس سٹ کے اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

کیا وہ اعداد مکمل اعداد ہیں؟



اس عددی خط پر کس سٹ کے اعداد کی نشاندہی کی گئی ہے؟

کیا آپ اوپر دیئے گئے خط میں 5 اور 3 کے درمیان کسی عدد کی شناخت کر سکتے ہیں۔

کیا آپ 0 اور 1 یا 1 اور 0 کے درمیان کسی عدد کو بتا سکتے ہیں۔

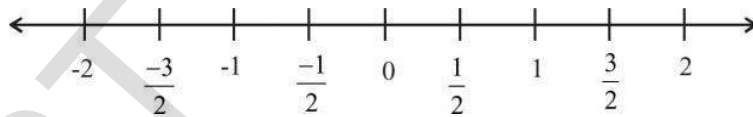
0 اور 1 کے وسط میں عدد $\frac{1}{2}$ ہوتا ہے۔

1 اور 2 کے وسط میں عدد $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ہوتا ہے۔

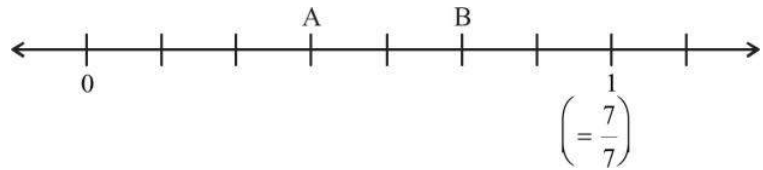
0 اور -1 کے وسط میں عدد $-\frac{1}{2}$ ہوتا ہے۔

-1 اور -2 کے وسط میں عدد $-1\frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ ہوتا ہے۔

ان ناطق اعداد کو عددی خط پر اس طرح ظاہر کیا جاسکتا ہے



مثال 5: عددی خط پر A اور B کے مقام پر واقع ہونے والے ناطق اعداد کی نشاندہی کیجیے۔



کسی بھی ناطق عدد کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

نوٹ: ناطق اعداد کے نسب نما سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ہر اکائی کو اس عدد کے مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے اور اس کے شمار کنندہ سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ "کتنے حصوں کو لیا گیا ملحوظ" رکھا گیا ہے۔

حل: یہاں پر ایک اکائی 0 تا 1 کو 7 مساوی حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے۔ نقطہ A کل 7 حصوں میں سے 3 حصوں کو ظاہر کرتا ہے۔ اس طرح A کو $\frac{3}{7}$ سے اور B کو $\frac{5}{7}$ سے

ظاہر کیا جاتا ہے۔

مثال 6: $\frac{5}{8}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

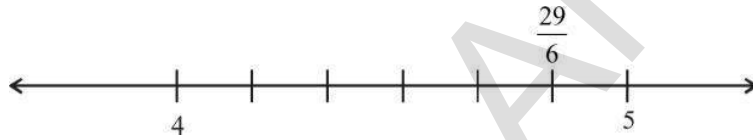


عدد $\frac{5}{8}$ ایک واجب کسر ہے جو 0 اور 1 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

لہذا عددی خط پر '0' اور '1' کے درمیانی حصے کو 8 مساوی حصوں (نسب نما) میں تقسیم کیا جاتا ہے۔

'0' سے شمار کرتے ہوئے 5 ویں حصے کی نشاندہی (شمار کنندہ کے طور پر) کیجیے۔ جس کو $\frac{5}{8}$ لیا جاتا ہے۔ یہ نقطہ مطلوبہ ناطق عدد $\frac{5}{8}$ ہوتا ہے۔

مثال 7: $\frac{29}{6}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

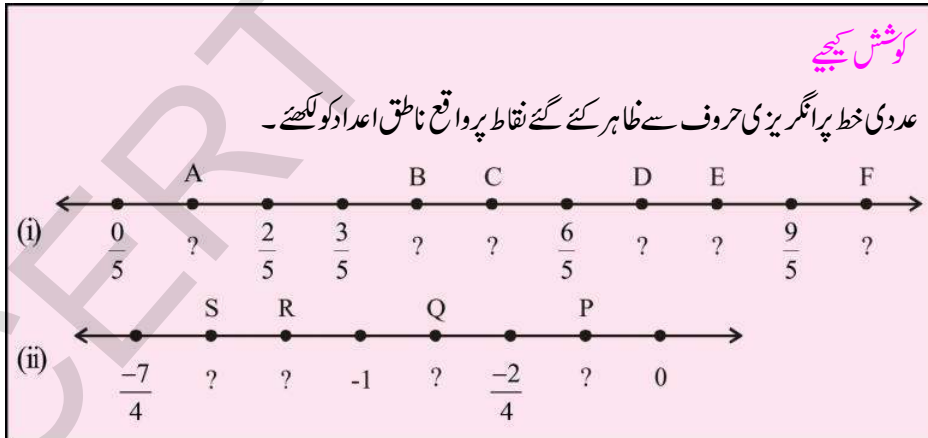


یہ عدد $4 + \frac{5}{6} = 4\frac{5}{6} = \frac{29}{6}$ عددی خط پر 4 اور 5 کے درمیان واقع ہوتا ہے۔

عددی خط پر اعداد '4' اور '25' کے درمیانی حصے کو 6 مساوی حصوں (نسب نما) میں تقسیم کیجیے۔

5 ویں حصے کی نشاندہی (ناطق عدد کے شمار کنندہ کے طور پر) عدد 4 سے شمار کرتے ہوئے کیجیے۔

اس طرح یہ نقطہ ناطق عدد $\frac{29}{6}$ کو ظاہر کیا جاتا ہے۔



یہ کیجیے

(i) $-\frac{13}{5}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔



1.5 دوناطق اعداد کے درمیان ناطق عدد

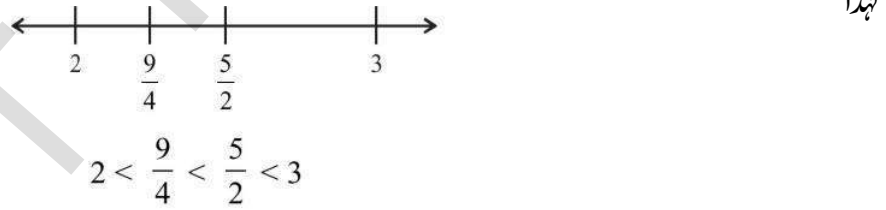
مندرجہ ذیل کا مشاہدہ کیجیے۔

'5' اور '1' کے درمیان واقع ہونے والے طبعی اعداد 2، 3 اور 4 ہیں کیا کوئی طبعی عدد '1' اور '2' کے درمیان واقع ہوتا ہے؟
4- اور 3 کے درمیان آنے والے صحیح اعداد 2، 1، 0، -1، -2، -3 ہیں۔ 2- اور 1- کے درمیان آنے والے صحیح اعداد لکھئے۔ کیا ان دو اعداد کے درمیان کوئی صحیح عدد وجود رکھتا ہے؟ یقیناً ہم کسی بھی دو متواتر صحیح اعداد کے درمیان مزید صحیح اعداد معلوم نہیں کر سکتے۔
لیکن ہم کسی دو متواتر صحیح اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد لکھ سکتے ہیں۔
آئیے اب ہم 2 اور 3 کے درمیان چند ناطق اعداد لکھیں گے۔

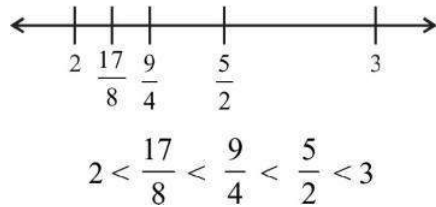
ہم جانتے ہیں کہ اگر a اور b کوئی دوناطق اعداد ہیں تب $\frac{a+b}{2}$ (یہ a اور b کا اوسط ہے) بھی ایک ناطق عدد ہوگا جو a اور b کے بالکل وسط میں ہوگا۔ اسی طرح $\frac{5}{2} = \frac{2+3}{2}$ بھی ایک ناطق عدد ہوگا جو 2 اور 3 کے وسط میں واقع ہوگا۔



اب عدد 2 اور $\frac{5}{2}$ کے درمیان ناطق عدد $\frac{9}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2} = \frac{2+\frac{5}{2}}{2}$



اسی طرح 2 اور $\frac{9}{4}$ کا اوسط لینے پر $\frac{17}{8} = \frac{2+\frac{9}{4}}{2} = \frac{17}{8}$



اس طریقے سے ہم دو صحیح اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد کی نشاندہی کر سکتے ہیں۔ بلکہ کسی بھی دوناطق اعداد کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد موجود ہوتے ہیں۔

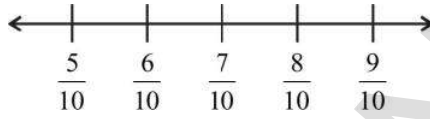
دوسرا طریقہ:

کیا آپ $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان بتائے گئے اوسط کے طریقے سے 100 ناطق اعداد لکھ سکتے ہیں۔

آپ اس عمل کے طویل طریقہ کی وجہ سے اس کو دشوار محسوس کریں گے۔

آئیے یہاں پر آپ کے لیے ایک اور طریقہ اور موجود ہے۔

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{5}{10} < \frac{6}{10} < \frac{7}{10} < \frac{8}{10} < \frac{9}{10}$



مندرجہ بالا میں $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان ہم نے صرف تین ناطق اعداد لکھیں ہیں۔

لیکن اگر ہم $\frac{5}{10}$ کو $\frac{50}{100}$ اور $\frac{9}{10}$ کو $\frac{90}{100}$ لیں

تب $\frac{50}{100}$ اور $\frac{90}{100}$ کے درمیان ناطق اعداد یہ ہوں گے۔

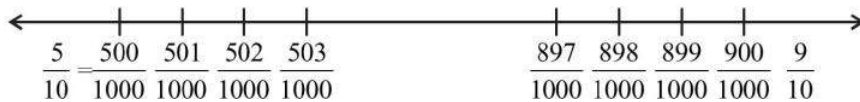
$$\frac{5}{10} = \frac{50}{100} < \frac{51}{100} < \frac{52}{100} < \frac{53}{100} < \dots < \frac{89}{100} < \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$$



اگر ہم یہ لیتے ہیں تب ہمیں $\frac{5}{10}$ اور $\frac{9}{10}$ کے درمیان 39 ناطق اعداد حاصل ہوتے ہیں۔

$$\frac{5}{10} = \frac{500}{1000} \quad \text{اور} \quad \frac{9}{10} = \frac{900}{1000}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{500}{1000} < \frac{501}{1000} < \frac{502}{1000} < \frac{503}{1000} < \dots < \frac{899}{1000} < \frac{900}{1000} = \frac{9}{10}$$



اس طریقے سے ہم دو ناطق اعداد کے درمیان کئی ناطق اعداد حاصل کر سکتے ہیں یا نشاندہی کر سکتے ہیں۔

مثال 8: 3- اور 0 کے درمیان کوئی پانچ ناطق اعداد لکھئے

حل: $-\frac{30}{10} = -3$ اور $\frac{0}{10} = 0$ لہذا

3- اور 0 کے درمیان $-\frac{1}{10}, -\frac{2}{10}, -\frac{27}{10}, -\frac{28}{10}, -\frac{29}{10}$ موجود ہوتے ہیں۔
ان اعداد میں سے ہم کوئی بھی 5 اعداد لے سکتے ہیں۔

مشق - 1.2



1- ذیل کے اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

(i) $\frac{9}{7}$ (ii) $-\frac{7}{5}$

2- اعداد $-\frac{2}{13}, \frac{5}{13}$ اور $\frac{9}{13}$ کو عددی خط پر ظاہر کیجیے۔

3- $\frac{5}{6}$ سے چھوٹے کوئی 5 اعداد لکھئے۔

4- 1- اور 2- کے درمیان 12 ناطق اعداد لکھئے۔

5- $\frac{2}{3}$ اور $\frac{3}{4}$ کے درمیان ایک ناطق عدد معلوم کیجیے۔

[اشارہ: دیئے گئے ناطق اعداد کو مساوی نسب نما میں لکھئے]

6- $\frac{3}{4}$ اور $\frac{5}{6}$ کے درمیان 10 ناطق اعداد معلوم کیجیے۔

1.6 ناطق اعداد کا عددی خط پر اظہار

ہم یہ جانتے ہیں کہ ہر ناطق عدد $\frac{p}{q}$ کی شکل میں پایا جاتا ہے۔ جہاں پر p اور q صحیح اعداد ہیں اور $q \neq 0$ ۔
آئیے! ہم ناطق اعداد کو اعشاری اعداد میں ظاہر کریں گے۔ تقسیمی طریقے سے ناطق اعداد کو اعشاری اعداد میں تبدیل کرنا۔
ایک ناطق عدد $\frac{25}{16}$ پر غور کیجیے۔

مرحلہ 1: شمار کنندہ کو نسب نما سے تقسیم کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 16 \overline{)25} \text{ (1)} \\ \underline{16} \\ 9 \end{array}$$

مرحلہ 2: تقسیمی عمل اُس وقت تک جاری رکھئے جب تک کہ باقی، مقسوم علیہ سے چھوٹا حاصل ہو۔

مرحلہ 3: اعشاریہ کو مقسوم میں اور خارج قسمت کے آخر میں لگایا جائے۔

مرحلہ 4: مقسوم اور باقی کے بعد صفر لگایا جائے۔

$$\begin{array}{r} 16 \overline{)25.0} \text{ (1.} \\ \underline{16} \\ 90 \end{array}$$

دوبارہ اس کو مکمل عدد کی طرح تقسیم کریں

مرحلہ 5: مرحلہ 4 کو تب تک جاری رکھیں جب تک کہ باقی 0 حاصل ہو یا محصلہ عدد کا اعشاری مقام حاصل ہو۔

$$16 \overline{)25.0000} \text{ (1.5625)}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \underline{90} \\ 80 \\ \underline{100} \\ 96 \\ \underline{40} \\ 32 \\ \underline{80} \\ 80 \\ \underline{0} \end{array}$$

$$\text{لہذا } \frac{25}{16} = 1.5625$$

$$\frac{17}{5} \text{ پر غور کریں}$$

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)17.0} \text{ (3.4)} \\ \underline{15} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{لہذا } \frac{17}{5} = 3.4$$

ان اعداد کو اعشاری اعداد میں ظاہر کیجیے۔ $\frac{1}{2}, \frac{13}{25}, \frac{8}{125}, \frac{1974}{10}$

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ ان اعشاری اعداد کے اعشاری حصے میں ہندسوں کی تعداد محدود ہوتی ہے۔

اس طرح کے اعشاری اعداد کو ختم اعشاریہ کہتے ہیں۔

غیر ختم تکراری اعشاری اعداد

ناطق عدد $\frac{5}{3}$ پر غور کیجیے۔

طویل تقسیمی طریقے سے ہمیں یہ حاصل ہوتا ہے

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 5.000} \quad (1.666 \\ \underline{3} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 20 \\ \underline{18} \\ 2 \end{array}$$

$$1.666 = \frac{5}{3} \text{ لہذا}$$

ہم اس کو $1.\bar{6} = \frac{5}{3}$ کی طرح بھی لکھتے ہیں۔

جہاں عدد 6 پر بار لگایا گیا ہے۔ یہ اس کی تکراری کیفیت کو ظاہر کرتا ہے ہم نے مشاہدہ کیا ہے کہ باقی ہر بار دہرایا جا رہا ہے اور اسی طرح عدد 6 خارج قسمت میں دہرایا گیا ہے۔

ناطق عدد $\frac{1}{7}$ پر غور کیجیے۔

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 10.00000000} \quad (0.14285714 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{35} \\ 50 \\ \underline{49} \\ 10 \\ \underline{7} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$$

طویل تقسیمی طریقے سے

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857....$$

اعشاری حصے $\overline{142857}$ پر بار کی علامت اس بات کو ظاہر کرتی ہے کہ یہ حصہ اسی ترتیب میں دہرایا جا رہا ہے۔ مندرجہ بالا وضاحتیں ناطق اعداد کو غیر ختم تکراری اعشاری اعداد میں ظاہر کرنے کے لیے کی گئی ہیں اور ان اعداد کو ہم غیر ختم تکراری اعشاری عدد کہتے ہیں۔

$\frac{1}{3}, \frac{17}{6}, \frac{11}{9}$ اور $\frac{20}{19}$ کو اعشاری اعداد میں ظاہر کرنے کی کوشش کیجیے۔

$$\frac{1}{3} = \boxed{} \quad \frac{17}{6} = \boxed{} \quad \frac{11}{9} = \boxed{} \quad \frac{20}{19} = \boxed{}$$

جب ہم چند ناطق اعداد کو تقسیمی طریقے سے اعشاری اعداد میں ظاہر کرنے کی کوشش کرتے ہیں تب یہ تقسیمی عمل مختتم نہیں ہوتا یہ اس لیے ہوتا ہے کہ دوران تقسیم چند اعداد کے بعد باقی دوبارہ دہرایا جاتا ہے اس کے نتیجے میں خارج قسمت کے ہندسہ یا ہندسوں کے سٹ اُسی ترتیب میں

$$\begin{aligned} 0.33333\text{-----} &= 0.\overline{3} \quad \text{مثلاً} \\ 0.12757575\text{-----} &= 0.12\overline{75} \\ 123.121121121121\text{-----} &= 123.\overline{121} \\ 5.678888\text{-----} &= 5.67\overline{8} \quad \text{وغیرہ} \end{aligned}$$

ایسے اعشاری اعداد غیر مختتم اور تکراری اعشاری اعداد کہلاتے ہیں۔ غیر مختتم تکراری (متوالی) اعشاری اعداد کا تکراری حصہ دور کہلاتا ہے۔

$$\text{مثلاً} \quad 0.33333\text{-----} = 0.\overline{3} \quad \text{میں دور 3 ہے۔}$$

$$0.12757575\text{-----} = 0.12\overline{75} \quad \text{میں دور 75 ہے۔}$$

غیر مختتم متوالی اعشاریہ کے تکراری حصے کے ہندسوں کی تعداد دوریت کہلاتی ہے۔

$$\text{مثلاً} \quad 0.33333\text{-----} = 0.\overline{3} \quad \text{میں دوریت 1 ہے۔}$$

$$0.12757575\text{-----} = 0.12\overline{75} \quad \text{میں دوریت 2 ہے۔}$$

$$0.23143143143\text{-----} \quad \text{میں دور _____ ہے اور دوریت _____ ہے۔}$$

$$125.678898989\text{-----} \quad \text{میں دور _____ ہے اور دوریت _____ ہے۔}$$



سوچئے اور تبادلہ خیال کیجئے

1- مندرجہ ذیل کو اعشاری شکل میں ظاہر کیجئے۔

$$\frac{7}{5}, \frac{3}{4}, \frac{23}{10}, \frac{5}{3}, \frac{17}{6}, \frac{22}{7} \quad \text{(i)}$$

(ii) مندرجہ بالا میں کونسے مختتم اور کونسے غیر مختتم اعشاری اعداد ہیں۔

(iii) مندرجہ بالا ناطق اعداد کے نسب نما کو مفرد اجزائے ضربی کے حاصل ضرب میں لکھئے۔

(iv) اگر مندرجہ بالا میں سادہ ناطق اعداد کے نسب نما کے صرف 2 اور 5 کے علاوہ کوئی دوسرا مفرد جز ضربی نہ ہو تو آپ کیا مشاہدہ کرتے ہیں۔

1.7 اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

1.7.1 مختتم اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

اعشاری عدد 15.75 پر غور کیجیے

- مرحلہ 1: دیئے گئے اعشاری عدد میں اعشاریہ کے بعد کے ہندسوں کی تعداد معلوم کیجیے۔ عدد 15.75 میں اعشاریہ کے بعد دو ہندسے ہیں۔
 مرحلہ 2: ہندسہ 1 کے ساتھ اُتے ہی صفر لگائیے جتنے اعشاریہ کے بعد ہندسوں کی تعداد ہو۔
 مرحلہ 3: دیئے گئے اعشاری عدد کو مرحلہ 2 سے حاصل ہونے والے عدد سے ضرب اور تقسیم کیجیے۔

$$15.75 \times \frac{100}{100} = \frac{1575}{100}$$

مرحلہ 4: اوپر حاصل کردہ ناطق عدد کو اس کی اقل ترین شکل میں ظاہر کیجیے۔

$$\frac{1575}{100} = \frac{1575 \div 5}{100 \div 5} = \frac{315 \div 5}{20 \div 5} = \frac{63}{4}$$

مثال 9: مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

- (i) 0.35 (ii) -8.005 (iii) 2.104

حل:

$$(i) \quad 0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20}$$

$$(ii) \quad -8.005 = \frac{-8005}{1000} = \frac{-8005 \div 5}{1000 \div 5} = \frac{-1601}{200}$$

$$(iii) \quad 2.104 = \frac{2104}{1000} = \frac{2104 \div 4}{1000 \div 4} = \frac{526 \div 2}{250 \div 2} = \frac{263}{125}$$

1.7.2 غیر مختتم اعشاری اعداد کی ناطق اعداد میں تبدیلی

آئیے ذیل کی مثال کے ذریعہ تبدیلی کے طریقے کا مشاہدہ کریں
 مثال 10: مندرجہ ذیل اعشاری اعداد کو ناطق اعداد میں ظاہر کیجیے۔

- (i) $0.\overline{4}$ (ii) $0.\overline{54}$ (iii) $4.\overline{7}$

حل:

$$0.\overline{4}$$

$x = 0.\overline{4}$ فرض کیجئے کہ

$$\Rightarrow x = 0.444 \dots \text{-----} (i)$$

اس اعشاری عدد کی دوریت 1 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 10 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$$10x = 4.44 \dots \text{-----} \text{(ii)}$$

$$10x = 4.444\dots$$

$$x = 0.444\dots$$

$$\begin{array}{r} 10x = 4.444\dots \\ - x = 0.444\dots \\ \hline 9x = 4.000\dots \end{array}$$

$$x = \frac{4}{9}$$

$$\text{لہذا } 0.\overline{4} = \frac{4}{9}$$

$$0.\overline{54}$$

$$x = 0.\overline{54} \text{ فرض کیجئے کہ}$$

$$\Rightarrow x = 0.545454\dots \text{-----} \text{(i)}$$

اس اعشاری عدد کی دوریت 2 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 100 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$$100x = 54.5454\dots \text{-----} \text{(ii)}$$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$100x = 54.5454\dots$$

$$x = 0.5454\dots$$

$$\begin{array}{r} 100x = 54.5454\dots \\ - 99x = 54.0000\dots \\ \hline x = 0.5454\dots \end{array}$$

$$x = \frac{54}{99} \text{ لہذا } 0.\overline{54} = \frac{54}{99}$$

حل (iii)

$$4.\overline{7}$$

$$x = 4.\overline{7} \text{ فرض کرو}$$

$$x = 4.777\dots \text{-----} \text{(i)}$$

اس اعشاری عدد کی دوریت 1 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 10 سے ضرب دینے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$$10x = 47.777\dots \text{-----} \text{(ii)}$$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$10x = 47.777\dots$$

$$x = 4.777\dots$$

$$\begin{array}{r} 10x = 47.777\dots \\ - 9x = 43.0 \\ \hline x = 4.777\dots \end{array}$$

مشاہدہ کیجئے

$$0.\overline{4} = \frac{4}{9}$$

$$0.\overline{5} = \frac{5}{9}$$

$$0.\overline{54} = \frac{54}{99}$$

$$0.\overline{745} = \frac{745}{999}$$

$$x = \frac{43}{9}$$

$$\text{لہذا } 4.\overline{7} = \frac{43}{9}$$

$$4.\overline{7} = 4 + 0.\overline{7}$$

$$= 4 + \frac{7}{9}$$

$$= \frac{9 \times 4 + 7}{9}$$

$$4.\overline{7} = \frac{43}{9}$$

متبادل طریقے

مثال 11: مرکب متوالی اعشاریہ عدد $15.\overline{732}$ کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

حل: فرض کرو کہ

$$x = 15.\overline{732}$$

$$x = 15.732323232\ldots (i)$$

چونکہ اعشاری عدد میں دو ہندسے 2 اور 3 متوالی (تکراری) ہیں۔ لہذا اس عدد کی دوریت 2 ہے۔

اس لیے مساوات (i) کے دونوں جانب 100 سے ضرب کرنے پر ہمیں یہ حاصل ہوگا۔

$$100x = 1573.232323\ldots (ii)$$

مساوات (i) کو (ii) سے تفریق کرنے پر

$$\begin{array}{rcl} 100x & = & 1573.232323\ldots \\ x & = & 15.732323\ldots \\ \hline 99x & = & 1557.50 \\ x & = & \frac{1557.5}{99} = \frac{15575}{990} \\ & = & 15.\overline{732} = \frac{15575}{990} \end{array}$$



سوچنے اور تبادلہ خیال کیجیے

اعشاری اعداد $0.\overline{9}$ ، $14.\overline{5}$ اور $1.2\overline{4}$ کو ناطق اعداد کی شکل میں ظاہر کیجیے۔ کیا آپ اس رائج طریقے کے علاوہ کوئی اور آسان

طریقہ معلوم کر سکتے ہیں؟



ذیل کے ہر اعشاری عدد کو $\frac{p}{q}$ کی شکل میں لکھئے۔

- (i) 0.57 (ii) 0.176 (iii) 1.00001 (iv) 25.125

ذیل کے ہر اعشاری عدد کو ناطق عدد $\left(\frac{p}{q}\right)$ کی شکل میں لکھئے۔

- (i) $0.\overline{9}$ (ii) $0.\overline{57}$ (iii) $0.7\overline{29}$ (iv) $12.2\overline{8}$

3- $(x + y) \div (x - y)$ کی قدر معلوم کیجیے جبکہ

- (i) $x = \frac{5}{2}, y = -\frac{3}{4}$ (ii) $x = \frac{1}{4}, y = \frac{3}{2}$

4- $\frac{-13}{5}$ اور $\frac{12}{7}$ کے مجموعے کو $-\frac{13}{7}$ اور $-\frac{1}{2}$ کے حاصل ضرب سے تقسیم کیجیے۔

5- اگر ایک عدد کا $\frac{2}{5}$ گنا اسی عدد کے $\frac{1}{7}$ گنا سے 36 زیادہ ہو تب عدد معلوم کیجیے۔

6- اگر 11 میٹر لمبی رسی سے دو ٹکڑے جن کے طول $2\frac{2}{5}$ میٹر اور $3\frac{3}{10}$ میٹر ہوں کاٹ لئے جائیں تب باقی رسی کا طول کیا ہوگا؟

7- $7\frac{2}{3}$ میٹر کپڑے کی قیمت خرید $12\frac{3}{4}$ ہے تب بتائیے کہ فی میٹر کپڑے کی قیمت خرید کیا ہوگی؟

8- ایک مستطیلی باغ کا رقبہ معلوم کیجیے جبکہ یہ $18\frac{3}{5}$ میٹر لمبا اور $8\frac{2}{3}$ میٹر چوڑا ہے۔

9- $\frac{-33}{16}$ کو کس عدد سے تقسیم کیا جائے کہ حاصل عدد $\frac{-11}{4}$ ہو۔

10- اگر 36 مساوی سائز والے پتلون 64 میٹر کپڑے میں تیار کیے جاسکتے ہیں تب ایک پتلون تیار کرنے کے لیے درکار کپڑے کا طول کیا ہوگا؟

11- $10.363636.....$ تکراری اعشاریہ کی سادہ شکل $\left(\frac{p}{q}\right)$ ہے تب $p + q$ کیا ہوگا؟

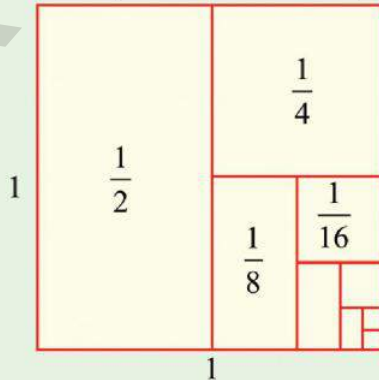
ہم نے کیا سیکھا!



- 1- ناطق اعداد۔ عمل ضرب، عمل جمع اور عمل تفریق کے تحت بندشی ہیں۔
- 2- اعمال جیسے عمل جمع اور عمل ضرب
 - (i) ناطق اعداد کے لیے نقلی ہو تے ہیں۔
 - (ii) ناطق اعداد کے لیے تلازمی ہو تے ہیں۔
- 3- ناطق اعداد کے سٹ میں عدد '0' عمل جمع کے تحت تماثلی عنصر ہے۔
- 4- ناطق اعداد کے سٹ میں عدد '1' عمل ضرب کے تحت تماثلی عنصر ہے۔
- 5- ناطق اعداد کے لیے جمعی معکوس مثبت عدد کے لیے منفی اور منفی عدد کے لیے مثبت ہوتا ہے۔
- 6- ناطق عدد کے لیے ضربی معکوس اسی عدد کا مقلوب ہوتا ہے۔
- 7- ناطق اعداد 'a' اور 'b' کے لیے تقسیمی خاصیت

$$a(b + c) = ab + ac \text{ اور } a(b - c) = ab - ac$$
- 8- ناطق اعداد کو عددی خط پر ظاہر کیا جاسکتا ہے۔
- 9- دیئے گئے کوئی 2 ناطق اعداد کے درمیان لامتناہی ناطق اعداد موجود ہوتے ہیں
- 10- اوسط کے تصور کی مدد سے ہم 2 ناطق اعداد کے درمیان واقع کئی ناطق اعداد معلوم کر سکتے ہیں۔
- 11- ناطق اعداد کا اعشاری اعداد میں اظہار 2 طریقوں سے ہوتا ہے یعنی مختتم اعشاری عدد یا غیر مختتم متوالی (تکراری) اعداد۔

کیا آپ یہ معلوم کر سکتے ہیں؟ a_n کے لئے ایک ضابطہ ترتیب دیجئے۔ ذیل میں دیئے گئے مربع کی ذیلی اکائیوں کو استعمال کرتے ہوئے اپنے مفروضہ کو ثابت کیجئے۔



$$a_1 = \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}, a_3 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots \dots a_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^n}$$

$$a_1 = 1 - \frac{1}{2}, a_2 = 1 - \frac{1}{4}, a_3 = 1 - \frac{1}{8} \dots \dots \text{تب } a_n = ?$$

واحد متغیر پر خطی مساواتیں

Linear equations in one variable

2

2.0 تمہید:-

شا کر اور ثانیہ اعداد کا کھیل کھیل رہے ہیں شا کر، ثانیہ سے کہتا ہے کہ میں ایک عدد سوچتا ہوں۔ اگر میں اُس کو دو گنا کروں اور اُس میں سے 7 تفریق کروں تب مجھے 35 حاصل ہوتا ہے۔ کیا تم بتا سکتی ہو میں نے کیا عدد سوچا تھا؟
ثانیہ کچھ دیر تک سوچتی ہے اور جواب دیتی ہے۔ کیا تم بھی اس کا جواب دے سکتے ہو؟
آئیے دیکھیں ثانیہ نے کس طرح حل کیا۔

فرض کیجئے کہ عدد x ہے۔ اس کو دو گنا کرنے پر وہ $2x$ ہو جاتا ہے۔ اس میں سے 7 کو تفریق کیا گیا۔ یعنی 7 کو $2x$ میں سے تفریق کیا گیا مابعد تفریق کے عدد $2x - 7$ حاصل ہوگا۔
لیکن شا کر کے کہنے کے مطابق یہ 35 کے مساوی ہے۔

$$\Rightarrow 2x - 7 = 35$$

$$(عدد 7 کو سیدھی جانب منتقل کرنے پر) \quad 2x = 35 + 7$$

$$2x = 42$$

$$(عدد 2 کو سیدھی جانب منتقل کرنے پر) \quad x = \frac{42}{2}$$

$$x = 21$$

شا کر کا سوچا ہوا عدد 21 تھا

ہم پچھلی جماعتوں میں پڑھ چکے ہیں کہ $2x - 7 = 35$ ایک مساوات کی مثال ہے۔ اس مساوات کو حل کرنے پر جیسا کہ اوپر بتایا گیا ہے۔ ثانیہ نے شا کر کا سوچا ہوا عدد معلوم کیا۔
اس باب میں ہم واحد متغیر میں خطی مساوات یا سادہ مساوات پر بحث کریں گے۔ روزمرہ زندگی میں اس طرح کی مساوات کو حل کرنے کی اور اس کے استعمال کی ترکیب کو سیکھیں گے۔

مساوات کے بارے میں ہم کیا جانتے ہیں اس کا مختصر اُعادہ کریں گے

(i) الجبری عبارتیں جو کہ متغیر مقدار اور مستقل مقدار پر مشتمل ہوں، ان کو مساوی کرنے پر ایک الجبری مساوات حاصل ہوتی ہے۔

$$\begin{array}{ccc} \textcircled{2x - 7} & = & \textcircled{35} \\ \downarrow & & \downarrow \\ \text{L.H.S} & & \text{R.H.S} \end{array}$$

$2x - 7 = 35$ صادق ہے
 صرف $x = 21$ کے لئے
 اگر $x = 21$
 $L.H.S = 2x - 7$
 $= 2(21) - 7$
 $= 35$
 $= R.H.S$
 حل $x = 21$

- (ii) اس میں مساوی کی علامت ہوتی ہے۔
 (iii) جو عبارت مساوی علامت کے بائیں جانب ہوتی ہے "L.H.S" کہلاتی ہے۔
 (iv) جو عبارت مساوی علامت کے دائیں جانب ہوتی ہے "R.H.S" کہلاتی ہے۔
 (v) ایک مساوت میں دائیں جانب اور بائیں جانب کی قدریں مساوی ہوتی ہیں۔
 یہ متغیر کی چند مخصوص قدروں پر ہی صادق ہوتی ہیں۔ اس قدر کو مساوات کا حل کہتے ہیں۔

2.1 خطی مساواتیں

مندرجہ ذیل مساواتوں پر غور کیجئے

(1) $2x - 7 = 35$ (2) $2x + 2y = 48$ (3) $4x - 1 = 2x + 5$ (4) $x^2 + y = z$

دئے گئے مساوات میں (1)، (2) اور (3) ایک درجی مساواتیں ہیں۔ اس لئے ان کو خطی مساوات کہتے ہیں۔ جبکہ مساوات (4) ایک درجی نہیں ہے۔ اس لئے یہ خطی مساوات نہیں کہلاتی۔
 اس طرح مساواتیں (1)، (2) اور (3) خطی مساوات کی مثالیں ہیں۔ چونکہ مساوات (4) ایک درجی نہیں ہے۔ اس لئے یہ خطی مساوات نہیں ہے۔

یہ کیجئے



مندرجہ ذیل مساواتوں میں کونسی خطی مساواتیں ہیں۔

(i) $4x + 6 = 8$ (ii) $4x - 5y = 9$ (iii) $5x^2 + 6xy - 4y^2 = 16$
 (iv) $xy + yz + zx = 11$ (v) $3x + 2y - 6 = 0$ (vi) $3 = 2x + y$
 (vii) $7p + 6q + 13s = 11$

2.2 واحد متغیر میں سادہ یا خطی مساواتیں

مندرجہ ذیل مساواتوں پر غور کیجئے

(i) $2x - 7 = 35$ (ii) $4x - 1 = 2x + 5$ (iii) $2x + 2y = 48$

ہم نے ابھی سیکھا ہے کہ یہ تمام خطی مساواتوں کی مثالیں ہیں۔ ان مساوات میں متغیرات کی تعداد کا مشاہدہ کیجئے۔

(i) اور (ii) ایک متغیر میں خطی مساواتوں کی مثالیں ہیں۔ لیکن (iii) مساوات میں دو متغیرات x اور y ہیں۔ اس لئے یہ دو متغیرات میں خطی مساوات کہلاتی ہے۔
اس طرح مساوات $ax + b = 0$ یا $ax = b$ جہاں a اور b مستقل ہیں x متغیر اور $a \neq 0$ ، واحد متغیر کی خطی مساوات کہلاتی ہے یا سادہ مساوات کہلاتی ہے۔

یہ کیجئے



مندرجہ ذیل مساوات میں کوئی سادہ مساواتیں ہیں۔

(i) $3x + 5 = 14$

(ii) $3x - 6 = x + 2$

(iii) $3 = 2x + y$

(iv) $\frac{x}{3} + 5 = 0$

(v) $x^2 + 5x + 3 = 0$

(vi) $5m - 6n = 0$

(vii) $7p + 6q + 13s = 11$

(viii) $13t - 26 = 39$

2.3 مساوات کی ایک جانب متغیر

آئیے سادہ مساوات کے متغیر ایک جانب کرتے ہوئے مساوات کو حل کرنے کا اعادہ کریں۔ ثانیہ نے شاکر کے مسئلہ کو اس طریقہ سے

حل کرتے ہوئے اُس کا سوچا ہوا عدد بتایا ہے۔

مثال 1:- مساوات کو حل کیجئے $3y + 39 = 8$

حل:- دی گئی مساوات $3y + 39 = 8$

$3y = 8 - 39$ (39 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

$3y = -31$

$y = \frac{-31}{3}$ (3 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)

∴ مساوات $3y + 39 = 8$ کا حل $y = \frac{-31}{3}$ ہے۔

کیا آپ مشاہد کرتے ہیں کہ $\frac{-31}{3}$ ایک ناطق عدد ہے۔

جانچ:- $LHS = 3y + 39 = 3$ میں y کی قیمت درج کرنے پر

$3 \frac{-31}{3} + 39 = -31 + 39 = 8 RHS$

مثال 2:- $\frac{7}{4} - p = 11$ کو حل کیجئے۔

حل:- دی گئی مساوات $\frac{7}{4} - p = 11$

صحیح ہے یا غلط؟ آپ کے جواب کی تصدیق کیجئے

کاویا نے مساوات کو اس طرح حل کیا

$3x + x + 5x = 72$

$9x = 72$

$x = 72 \times 9 = 648$

اُس نے کہاں غلطی کی؟

صحیح جواب معلوم کیجئے

$$-p = 11 - \frac{7}{4} \quad \left(\frac{7}{4} \text{ کو دائیں جانب منتقل کرنے پر} \right)$$

$$-p = \frac{44-7}{4}$$

$$-p = \frac{37}{4}$$

$$\therefore p = -\frac{37}{4} \quad \text{دونوں جانب -1 سے ضرب دینے پر}$$

p کو بائیں سے دائیں جانب منتقل کیجئے
اور p کی قدر معلوم کیجئے کیا آپ p کی
قدر میں کچھ تبدیلی پاتے ہیں

جانچ:-

$$\text{LHS} = \frac{7}{4} - p = \frac{7}{4} - \left(-\frac{37}{4}\right) = \frac{7}{4} + \frac{37}{4} = \frac{7+37}{4} = \frac{44}{4} = 11 = \text{RHS}$$

مشق - 2.1



حسب ذیل سادہ مساواتوں کو حل کیجئے۔

(i) $6m = 12$

(ii) $14p = -42$

(iii) $-5y = 30$

(iv) $-2x = -12$

(v) $34x = -51$

(vi) $\frac{n}{7} = -3$

(vii) $\frac{2x}{3} = 18$

(viii) $3x + 1 = 16$

(ix) $3p - 7 = 0$

(x) $13 - 6n = 7$

(xi) $200y - 51 = 49$

(xii) $11n + 1 = 1$

(xiii) $7x - 9 = 16$

(xiv) $8x + \frac{5}{2} = 13$

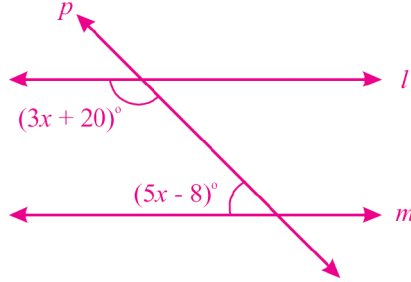
(xv) $4x - \frac{5}{3} = 9$

(xvi) $x + \frac{4}{3} = 3\frac{1}{2}$

2.3.1 چند اطلاق

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے

مثال 3:- اگر $m \parallel l$ تب x کی قدر معلوم کیجئے



حل:- یہاں $m \parallel l$ کے اور p ایک قاطع خط ہے۔

(قاطع خط کے ایک ہی جانب پائے جانے والے زاویوں کا مجموعہ) $(3x + 20^\circ) + (5x - 8^\circ) = 180^\circ$

$$3x + 20^\circ + 5x - 8^\circ = 180^\circ$$

$$8x + 12^\circ = 180^\circ$$

$$8x = 180^\circ - 12^\circ$$

$$8x = 168^\circ$$

$$x = \frac{168^\circ}{8} = 21^\circ$$

مثال 4:- دو اعداد کا مجموعہ 29 ہے جن میں ایک عدد دوسرے عدد سے 5 زیادہ ہے اعداد معلوم کیجئے۔

حل:- ہمارے لئے ایک معممہ ہے ہم اعداد کو نہیں جانتے اُن اعداد کو معلوم کرنا ہے۔

فرض کیجئے کہ چھوٹا عدد x ہے اور بڑا عدد $x+5$ ہے۔

دیا گیا ہے کہ دونوں اعداد کا مجموعہ 29 ہے

$$\Rightarrow x + x + 5 = 29$$

$$\Rightarrow 2x + 5 = 29$$

$$\therefore 2x = 29 - 5$$

$$\therefore 2x = 24$$

$$(2 \text{ کو دائیں جانب منتقل کرنے پر}) \quad x = \frac{24}{2}$$

$$x = 12.$$

چھوٹا عدد $x = 12$

اس طرح بڑا عدد $x + 5 = 12 + 5 = 17$

جانچ:- عدد 17 عدد 12 سے 5 زیادہ ہے اور ان کا مجموعہ $12 + 17 = 29$

مثال 5:- ایک عدد کے چار گنا سے 5 گھٹانے پر وہ عدد 19 کے مساوی ہوگا۔ عدد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ عدد x

اس طرح اس کا چار گنا $4x$

اس میں سے عدد 5 منفی کرنے پر نتیجہ 19 کے مساوی ہوگا۔

$$\Rightarrow (5 - \text{کو دائیں جانب منتقل کرنے پر}) \quad 4x - 5 = 19$$

$$4x = 19 + 5$$

$$4x = 24$$

$$\therefore x = \frac{24}{4} \quad (4 \text{ کو دائیں جانب منتقل کرنے پر})$$

$$\Rightarrow x = 6 \quad \text{اس طرح حاصل عدد 6 ہوگا۔}$$

جانچ:- عدد 6 کا چار گنا 24 ہے اور $24 - 5 = 19$

مثال 6:- ایک مستطیلی چمن کا طول اس کے عرض سے 17 میٹر زیادہ ہے۔ اگر اس کا احاطہ 178 میٹر ہے۔ تب چمن کے ابعاد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے چمن کا عرض x

تب چمن کا طول $x + 17 =$ میٹر

چمن کا احاطہ $=$ (عرض + طول) 2

$$2(x + 17 + x) = \text{میٹر}$$

$$2(2x + 17) = \text{میٹر}$$

لیکن دیا گیا ہے کہ چمن کا احاطہ 178 میٹر ہے۔

$$\therefore 2(2x + 17) = 178$$

$$4x + 34 = 178$$

$$4x = 178 - 34$$

$$4x = 144$$

$$x = \frac{144}{4} = 36$$

چمن کا عرض $=$ 36 میٹر

چمن کا طول $= 36 + 17 = 53$ میٹر

اپنے سے کوشش کیجئے اور جانچ کیجئے۔

مثال 7:- دو تکمیلہ زاویوں کا فرق 34° ہے۔ زاویے معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ چھوٹا زاویہ $x^\circ =$

دو زاویوں کا فرق 34° ہے۔ اس طرح بڑا زاویہ $x + 34^\circ =$
تکمیلہ زاویوں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

$$x + (x + 34) = 180^\circ$$

$$2x + 34 = 180^\circ$$

$$2x = 180 - 34 = 146^\circ$$

$$x = \frac{146^\circ}{2} = 73^\circ$$

اس طرح چھوٹا زاویہ $73^\circ = x$

بڑا زاویہ $x + 34 =$

$$= 73 + 34 = 107^\circ$$

مثال 8:- شمرین کی والدہ کی عمر شمرین کی موجودہ عمر کا چار گنا ہے۔ 6 سال بعد ان کی عمروں کا مجموعہ 62 سال ہوگا۔ ان کی موجودہ عمریں معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ شمرین کی موجودہ عمر "x" سال ہے
ہم اس طرح ایک جدول ترتیب دے سکتے ہیں

شمرین کی والدہ	شمرین	
4x	x	موجودہ عمر
4x + 6	x + 6	6 سال بعد

$$= (x + 6) + (4x + 6)$$

$$= x + 6 + 4x + 6$$

$$= 5x + 12$$

6 سال بعد ان کی عمروں کا مجموعہ

$$\Rightarrow 5x + 12 = 62$$

$$5x = 62 - 12$$

$$5x = 50$$

$$x = \frac{50}{5} = 10$$

لیکن دیا گیا ہے کہ 6 سال بعد ان کی عمروں کا مجموعہ 62 ہے

شمرین کی موجودہ عمر $x = 10$ سال

شمرین کی والدہ کی موجودہ عمر $= 4x = 4 \times 10 = 40$ سال

مثال 9:- ایک امتحان میں 90 ہمہ انتخابی سوالات دیئے گئے۔ جن میں ہر صحیح جواب کے لئے دو نشانات دیئے جاتے ہیں ہر غلط سوال کے لئے ایک نشان گھٹایا جاتا ہے۔

اگر صفیہ کل 60 نشانات حاصل کرتی ہے جب کہ وہ تمام سوالات کے جوابات دیتی ہے۔ تب بتائیے کہ اُس کے دیئے گئے جوابات میں صحیح جوابات کتنے ہیں؟

حل:- فرض کیجئے کہ صحیح جوابات x ہیں۔ غلط جوابات $90 - x$

دیا گیا ہے کہ ہر صحیح جواب کے لئے 2 نشانات مختص ہیں۔

چونکہ صحیح جواب کے لئے مختص نشانات $2x =$

اور یہ بھی دیا گیا ہے کہ ہر غلط سوال کے لئے 1 نشان گھٹایا جاتا ہے

اس طرح حاصل کردہ کل نشانات سے گھٹائے گئے نشان

$$= (90 - x) \times 1 = 90 - x$$

$$= 2x - (90 - x) = 2x - 90 + x = 3x - 90 = \text{کل نشانات}$$

لیکن دیا گیا ہے کہ محصلہ کل نشانات 60 ہیں۔

$$\Rightarrow 3x - 90 = 60$$

$$3x = 60 + 90$$

$$3x = 150$$

$$x = \frac{150}{3} = 50$$

کل دیئے گئے صحیح جوابات $x = 50$



مثال 10: حامد ایک بینک میں کیشئر ہے۔ اس کے پاس جو رقم ہے ان میں بالترتیب 100 ، 50 ، اور

10 کے نوٹ ہیں۔ دیئے گئے نوٹوں کی نسبت 5 : 3 : 2 ہے۔ حامد کے پاس رقم

4,00,000 ہے۔ اُس کی کل رقم میں مختلف قسم کے نوٹوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کرو کہ 100 کے نوٹ کی تعداد $2x$

50 کے نوٹوں کی تعداد $3x$

10 کے نوٹوں کی تعداد $5x$

کل رقم

نوٹ: $2x : 3x : 5x$
مساوی ہے $2 : 3 : 5$ کے

$$= (2x \times 100) + (3x \times 50) + (5x \times 10)$$

$$200x + 150x + 50x = 400x$$

سوال کی رو سے کل رقم 4,00,000 ہے۔

$$\Rightarrow 400x = 4,00,000$$

$$x = \frac{400000}{400} = 1000$$

$$2x = 2 \times 1000 = 2000 = \text{اس طرح 100 کے نوٹوں کی تعداد}$$

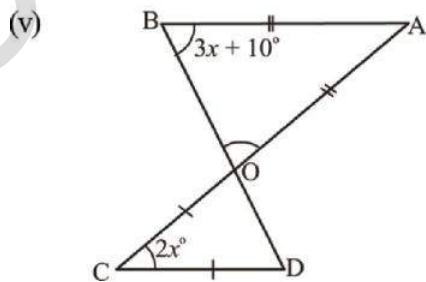
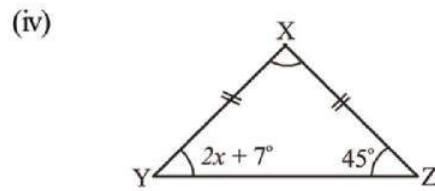
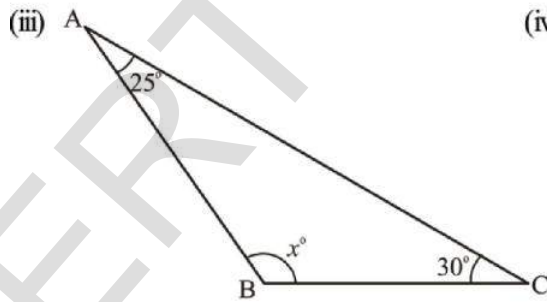
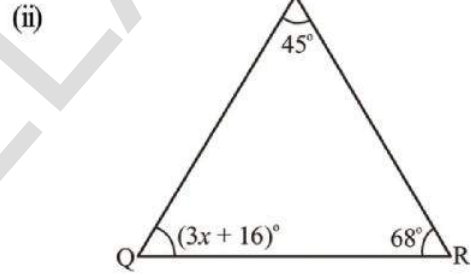
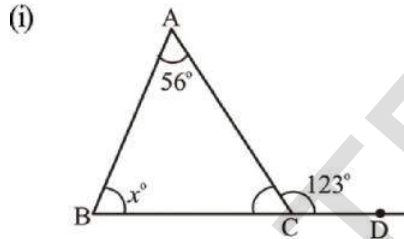
$$3x = 3 \times 1000 = 3000 = \text{اس طرح 50 کے نوٹوں کی تعداد}$$

$$5x = 5 \times 1000 = 5000 = \text{اس طرح 10 کے نوٹوں کی تعداد}$$

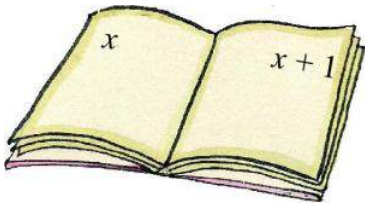
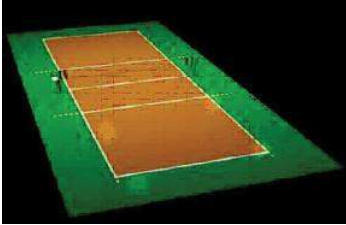
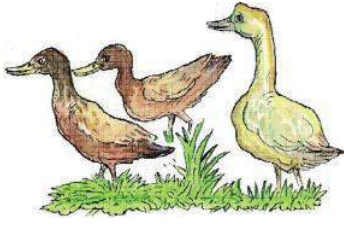
مشق - 2.2



1. مندرجہ ذیل اشکال میں x کی قدر معلوم کیجئے۔



2. دو اعداد کا فرق 8 ہے۔ اگر بڑے عدد میں 2 جمع کیا جائے تو نتیجہ چھوٹے عدد کا تین گنا ہوگا۔ اعداد معلوم کیجئے۔
3. وہ کونسے دو اعداد ہیں جن کا مجموعہ 58 اور فرق 28 ہے؟
4. دو متصلہ طاق اعداد کا مجموعہ 56 ہے۔ اعداد معلوم کیجئے۔
5. 7 کے تین متواتر اضعاف کا مجموعہ 777 ہے۔ اضعاف معلوم کیجئے۔ (اشارہ: 7 کے تین متواتر اضعاف x ، $7x$ ، $14x$ ہیں)
6. ایک شخص 10 کیلو میٹر پیدل چلتا ہے۔ اس کے بعد وہ کچھ فاصلہ ریل گاڑی سے سفر کرتا ہوا طے کرتا ہے اور پھر بس سے ریل گاڑی کے سفر کا دو گنا فاصلہ طے کرتا ہے۔ اگر وہ کل سفر میں 70 کیلو میٹر کا فاصلہ طے کرے تو معلوم کیجئے کہ وہ ریل گاڑی سے کتنا سفر طے کرتا ہے؟
7. صابر ایک پیزا (Pizza) خرید کر اس کو تین ٹکڑوں میں تقسیم کرتا ہے۔ جب وہ پہلے ٹکڑے کا وزن کرتا ہے تب اُس کو اس ٹکڑے کا وزن دوسرے ٹکڑے سے 7 گرام کم اور تیسرے ٹکڑے سے 4 گرام زیادہ حاصل ہوتا ہے۔ اگر پیزا کا کل وزن 300 گرام ہو تو تب تینوں ٹکڑوں کا وزن معلوم کیجئے۔
- (اشارہ: فرض کیجئے کہ پہلے ٹکڑے کا وزن x ہے تب دوسرے ٹکڑے کا وزن $x + 7$ اور تیسرے ٹکڑے کا وزن $x - 4$ ہوگا۔)
8. مستطیلی کھیت کا احاطہ 400 میٹر ہے۔ کھیت کا طول اس کے عرض سے 26 میٹر زیادہ ہے۔ تب بتائیے کہ کھیت کے طول اور عرض کیا ہوں گے؟
9. ایک مستطیلی کھیت کا طول اس کے عرض کے دو گنے سے 8 میٹر کم ہے۔ اگر اُس کھیت کا احاطہ 56 میٹر ہو تو اُس کھیت کا طول اور عرض معلوم کیجئے۔
10. ایک مثلث کے مساوی اضلاع تیسرے ضلع کے دو گنے سے 5 میٹر کم ہیں۔ اگر مثلث کا احاطہ 55 میٹر ہو، تب اضلاع کے طول معلوم کیجئے۔
11. اتمی زاویوں کا فرق 12° ہے، تب زاویے معلوم کیجئے۔
12. زیر اور اقبال کی عمریں 7 : 5 کی نسبت میں ہیں۔ 4 سال بعد دونوں کی عمروں کا مجموعہ 56 سال ہوگا۔ اُن کی موجودہ عمریں کیا ہیں؟
13. ایک امتحان میں 180 ہمہ انتخابی سوالات دیئے گئے ہیں۔ اگر ایک طالب علم کو ہر صحیح جواب پر 4 نشانات حاصل ہوتے ہوں اور ہر ایک چھوڑے گئے سوال یا غلط جواب دینے پر حاصل کردہ کل نشانات میں سے ایک نشان کو کم کیا جاتا ہے۔ اگر کوئی طالب علم کل 450 نشانات حاصل کرتا ہے تب بتائیے اس نے کتنے صحیح جوابات دیئے۔
14. 500، کی کل رقم میں 10، اور 5 کے نوٹ ہیں۔ اگر کل نوٹوں کی تعداد 90 ہو تو ہر ایک نوٹ کی تعداد معلوم کیجئے۔ (اشارہ: - اگر 5 کے کل نوٹوں کی تعداد x ہو تب 10 کے نوٹوں کی تعداد $x - 90$ ہوگی)



15. ایک شخص پن اور پنسلوں کی خریداری پر 564 ` خرچ کرتا ہے۔ اگر ایک پن کی قیمت 7 ` اور ایک پنسل کی قیمت 3 ` ہو اور اگر کل 108 اشیاء خریدی گئی ہوں، تب اس نے کتنے پن اور کتنی پنسلیں خریدے؟

16. ایک والی بال کے میدان کا احاطہ 177 فٹ ہے جس کا طول اُس کے عرض کا دو گنا ہے۔ والی بال کے میدان کے ابعاد کیا ہیں؟

17. ایک کھلی کتاب کے دو صفحات پر موجود صفحہ نمبروں کا مجموعہ 373 ہے۔ تب یہ صفحہ نمبر کیا ہوں گے؟
(اشارہ:۔ شکل پر غور کیجئے)

2.4 دونوں جانب متغیرات والی مساوات

ہم جانتے ہیں کہ ایک مساوات، مساوات کے دونوں جانب پائی جانے والی عبارات کی مساوی قدر کو ظاہر کرتی ہے۔ مساوات $2x - 7 = 35$ میں دو عبارتیں $2x - 7$ اور 35 ہیں۔ اکثر مثالوں میں ہم دائیں جانب کی عبارت میں صرف عدد کو پاتے ہیں۔ لیکن ایسا ہمیشہ ہونا ضروری نہیں بلکہ مساوات کے دونوں جانب متغیرات والی عبارات ہو سکتی ہیں۔ آئیے دیکھیں یہ کیسے ہوتا ہے۔
مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجئے

مثال 11: شعیب اور فاطمہ کی موجودہ عمروں میں 5 : 7 کی نسبت ہے۔ 10 سال بعد اُن کی عمروں میں نسبت 7 : 9 ہوگی۔ تب اُن کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

حل:- موجودہ عمروں میں نسبت 5 : 7 ہے

ہم شعیب کی عمر کو $5x$ لیں گے اور فاطمہ کی عمر کو $7x$ لیں گے
(نوٹ: $5x : 7x$ اور 5 : 7 مساوی ہیں۔)

10 سال بعد شعیب اور فاطمہ کی عمریں نسبت $5x + 10 : 7x + 10$ ہوگی لیکن دی گئی نسبت 7 : 9 ہے۔

$$\Rightarrow 7x + 10 : 5x + 10 = 9 : 7$$

$$\text{i.e., } 7(7x + 10) = 9(5x + 10)$$

$$\Rightarrow 49x + 70 = 45x + 90.$$

کیا آپ نے غور کیا کہ اوپر دی گئی مساوات میں دونوں جانب متغیرات موجود ہیں۔
آئیے دیکھتے ہیں کہ اس طرح کی مساوات کو کس طرح حل کیا جاتا ہے۔

$$49x + 70 = 45x + 90 \text{ اوپر دی گئی مساوات}$$

$$\Rightarrow 49x - 45x = 90 - 70$$

$$\therefore 4x = 20$$

$$\therefore x = \frac{20}{4} = 5$$

$$7x = 7 \times 5 = 35 \text{ سال} = \text{شعیب کی عمر}$$

$$5x = 5 \times 5 = 25 \text{ سال} = \text{اور فاطمہ کی عمر}$$

مثال 12: حل کیجئے $5(x+2) - 2(3-4x) = 3(x+5) - 4(4-x)$

$$(5x + 10 - 6 + 8x = 3x + 15 - 16 + 4x) \text{ (توسمین کو ہٹانے پر)}$$

حل:-

$$13x + 4 = 7x - 1$$

$$13x - 7x = -1 - 4 \text{ (4 کو دائیں جانب اور 7x کو بائیں جانب منتقل کرنے پر)}$$

$$6x = -5$$

$$x = \frac{-5}{6} \text{ (6 کو دائیں جانب منتقل کرنے پر)}$$

مشق - 2.3



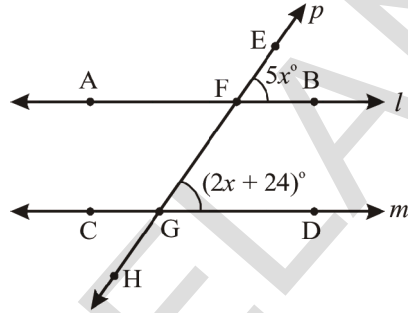
حسب ذیل مساوات کو حل کیجئے

1. $7x - 5 = 2x$
2. $5x - 12 = 2x - 6$
3. $7p - 3 = 3p + 8$
4. $8m + 9 = 7m + 8$
5. $7z + 13 = 2z + 4$
6. $9y + 5 = 15y - 1$
7. $3x + 4 = 5(x-2)$
8. $3(t-3) = 5(2t-1)$

9. $5(p - 3) = 3(p - 2)$
10. $5(z + 3) = 4(2z + 1)$
11. $15(x - 1) + 4(x + 3) = 2(7 + x)$
12. $3(5z - 7) + 2(9z - 11) = 4(8z - 7) - 111$
13. $8(x - 3) - (6 - 2x) = 2(x + 2) - 5(5 - x)$
14. $3(n - 4) + 2(4n - 5) = 5(n + 2) + 16$

2.4.1 چند اطلاق

مثال 13: دی گئی شکل میں $l \parallel m$ اور p ایک قاطع خط ہے تب x کی قدر معلوم کرو۔



حل:- دیا گیا ہے کہ $l \parallel m$ اور p ایک قاطع خط ہے۔

$\therefore \angle EFB = \angle FGD$ (متصلہ زاویے)

اس لئے $5x^\circ = 2x + 24^\circ$

$$5x^\circ = (2x + 24)$$

$$5x - 2x = 24$$

$$3x = 24$$

$$x = \frac{24}{3} = 8^\circ$$

مثال 14: عابدہ اپنی بیٹی زریینہ سے 24 سال بڑی ہیں۔ 6 سال قبل عابدہ کی عمر زریینہ کی عمر کی تین گنا تھی۔ اُن کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ عابدہ کی موجودہ عمر x سال ہے۔ ہم اس کا جدول اس طرح تیار کر سکتے ہیں۔

عابدہ	زریینہ	
$x + 24$	x	موجودہ عمر
$(x + 24) - 6 = x + 24 - 6 = x + 18$	$x - 6$	6 سال قبل

لیکن دیا گیا ہے کہ 6 سال قبل عابدہ کی عمر زرینہ کی عمر کی تین گنا تھی۔

$$\therefore x + 18 = 3(x - 6)$$

$$x + 18 = 3x - 18$$

$$x - 3x = -18 - 18$$

$$-2x = -36$$

$$x = 18.$$

اس طرح زرینہ کی موجودہ عمر = سال 18 x

اور عابدہ کی موجودہ عمر = سال 42 $x + 24 = 18 + 24 = 42$

مثال 15: ایک دو ہندسی عدد میں دو ہندسوں کا مجموعہ 8 ہے۔ عدد میں 18 جمع کیا جائے تو ان کے ہندسے باہم تبدیل ہو جاتے ہیں اعداد معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ اکائی کے مقام کا ہندسہ = x ہے۔

اس طرح دہائی کے مقام کا ہندسہ = $8 - x$ (دونوں ہندسوں کا مجموعہ 8 ہے)

اس طرح عدد (1) $= 10(8 - x) + x = 80 - 10x + x = 80 - 9x$

اب ہندسوں کو باہم تبدیل کرنے پر محصلہ عدد = $10 \times (x) + (8 - x)$

$$= 10x + 8 - x = 9x + 8$$

دیا گیا ہے کہ اگر 18 کو مطلوبہ عدد میں جمع کیا جائے تو ہندسے باہم تبدیل ہوتے ہیں۔

$$\text{عدد} + 18 = \text{ہندسوں کے باہم تبدیل ہونے پر محصلہ عدد}$$

$$\Rightarrow (80 - 9x) + 18 = 9x + 8$$

$$98 - 9x = 9x + 8$$

$$98 - 8 = 9x + 9x$$

$$90 = 18x$$

مساوات (i) میں x کی قدر درج کرنے پر

$$\text{عدد} = 80 - 9 \times 5 = 80 - 45 = 35$$

$$x = \frac{90}{18} = 5 \text{ ساعلی مقامات}$$

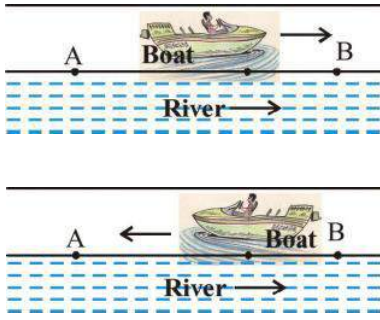


مثال 16: ایک موٹر بوٹ دریا کے بہاؤ کی موافق سمت بہتے ہوئے دریا کے کنارے دو کا

فاصلہ پانچ گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔ بہاؤ کی مخالف سمت بہتے ہوئے وہی

فاصلہ چھ گھنٹوں میں طے کرتی ہے۔ اگر پانی کے بہاؤ کی رفتار 2 کیلومیٹر فی

گھنٹہ ہو تو موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں کیا ہوگی؟



حل :- چونکہ ہم کو موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں معلوم کرنا ہے، اس لئے فرض کیجئے کہ اس کی رفتار ساکن پانی میں x کیلومیٹر فی گھنٹہ ہے۔

بہاؤ کے موافق سمت موٹر بوٹ کی رفتار $(x + 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ چونکہ پانی کا بہاؤ 2 کیلومیٹر فی گھنٹہ اضافی رفتار دے رہا ہے۔

لیکن مخالف بہاؤ میں موٹر بوٹ کو پانی کے مخالف زیادہ کام کرنا ہوگا

اس طرح اس کی رفتار مخالف سمت میں $(x - 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ ہوگی

موافق سمت میں موٹر بوٹ کی رفتار	=	$(x + 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ ہوگی
ایک گھنٹہ میں طے کردہ فاصلہ	=	$(x + 2)$ کیلومیٹر
5 گھنٹوں میں طے کردہ فاصلہ	=	$5(x + 2)$ کیلومیٹر
اس طرح A اور B کا درمیانی فاصلہ	=	$5(x + 2)$ کیلومیٹر
موٹر بوٹ کی رفتار مخالف بہاؤ میں	=	$(x - 2)$ کیلومیٹر فی گھنٹہ
ایک گھنٹہ میں موٹر بوٹ کا طے کردہ فاصلہ	=	$(x - 2)$ کیلومیٹر
چھ گھنٹہ میں موٹر بوٹ کا طے کردہ فاصلہ	=	$6(x - 2)$ کیلومیٹر
مقامات A اور B کا درمیانی فاصلہ	=	$6(x - 2)$ کیلومیٹر

لیکن A اور B کا درمیانی فاصلہ مساوی ہے

$$\therefore 5(x + 2) = 6(x - 2)$$

$$\Rightarrow 5x + 10 = 6x - 12$$

$$\Rightarrow 5x - 6x = -12 - 10$$

$$\therefore -x = -22$$

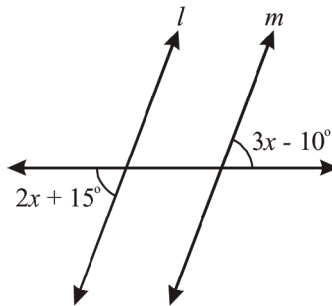
$$x = 22.$$

اس لئے موٹر بوٹ کی رفتار ساکن پانی میں = 22 کیلومیٹر فی گھنٹہ

مشق - 2.4



1. x کی قدر معلوم کیجئے اس طرح کہ $l \perp m$



2. اگر آپ ایک عدد کے آٹھ گنا سے 10 کو کم کرنے پر وہ اس عدد کے چھ گنا میں 4 کو جمع کرنے کے مساوی ہوتا ہے۔ تب اعداد معلوم کیجئے۔
3. ایک عدد کے دو ہندسوں کا مجموعہ 9 ہے۔ اگر عدد میں سے 27 کو تفریق کر دیا جائے تو اُس عدد کے ہندسے باہم تبدیل ہوں گے۔ عدد معلوم کیجئے۔
4. ایک عدد کو اس طرح دو حصوں میں تقسیم کیا گیا ہے کہ اس کا پہلا حصہ دوسرے حصہ سے 10 زیادہ ہے۔ اگر دو حصے 3 : 5 کی نسبت میں ہوں تو وہ عدد اور اُس کے دونوں حصے معلوم کیجئے۔
5. میں نے ایک عدد کو تین گنا کر کے جب اُس میں 2 جمع کیا تب مجھے وہی جواب حاصل ہوا، جو اُس عدد کو 50 سے تفریق کرنے پر حاصل ہوتا ہے۔ تب وہ عدد کیا ہوگا؟
6. مریم کی عمر اُس کے بہن کی عمر کی دگنی ہے۔ اگر پانچ سال کے وقفہ کے بعد وہ اپنی بہن کی عمر سے 2 سال بڑی ہو جائے گی۔ تب ان دونوں کی عمر کیا ہوگی؟
7. 5 سال کے وقفہ میں ریشما کی عمر تین گنا ہو جائے گی جیسا کہ اُس کی عمر 9 سال قبل تھی، اُس کی موجودہ عمر کیا ہے؟
8. ایک شہر کی آبادی میں 1200 افراد کا اضافہ ہوا۔ لیکن بعد میں موجودہ آبادی میں 11% کمی واقع ہوئی۔ اگر اس شہر کی موجودہ آبادی گذشتہ آبادی سے 32 کم ہو تب اس شہر کی گذشتہ آبادی کیا تھی؟

2.5 دی گئی مساوات کو سادہ مساوات میں تحویل کرنا۔ مساوات کی خطی شکل میں تحویل

مثال 17: حل کیجئے $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$

حل :-

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{3x - 2x}{6} = \frac{2 + 1}{4}$$

$$\frac{x}{6} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore x = \frac{3}{4} \times 6$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

$$\therefore x = \frac{9}{2}$$

دی گئی مساوات کا حل ہوگا

مثال 18: حل کیجئے

حل:-

$$\frac{x-4}{7} - \frac{x+4}{5} = \frac{x+3}{7}$$

$$\frac{x-4}{7} - \frac{x+4}{5} = \frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5(x-4) - 7(x+4)}{35} = \frac{x+3}{7}$$

$$\frac{5x-20-7x-28}{35} = \frac{x+3}{7}$$

$$\frac{-2x-48}{35} = \frac{x+3}{7}$$

$$-2x-48 = \frac{(x+3)}{7} \times 35$$

$$\Rightarrow -2x-48 = (x+3) \times 5$$

$$\Rightarrow -2x-48 = 5x+15$$

$$\Rightarrow -2x-5x = 15+48$$

$$-7x = 63$$

$$x = \frac{63}{-7} = -9.$$

$$\frac{5x+2}{2x+3} = \frac{12}{7}$$

مثال 19: مساوات کو حل کیجئے (1) —————

حل:-

مساوات کے دونوں جانب $(2x+3)$ سے ضرب دینے پر

$$\frac{5x+2}{2x+3} \times (2x+3) = \frac{12}{7} \times (2x+3)$$

$$5x+2 = \frac{12}{7} \times (2x+3)$$

دوبارہ مساوات کو دونوں جانب "7" سے ضرب دینے پر

$$7 \times (5x+2) = 7 \times \frac{12}{7} \times (2x+3)$$

$$\Rightarrow 7 \times (5x + 2) = 12 \times (2x + 3) \quad \text{—————(2)}$$

$$35x + 14 = 24x + 36$$

$$35x - 24x = 36 - 14$$

$$11x = 22$$

$$\therefore x = \frac{22}{11} = 2$$

دونوں مساوات (1) اور (2) کا بغور مشاہدہ کیجئے

دی گئی مساوات

$$\frac{5x+2}{2x+3} = \frac{12}{7}$$

دی گئی مساوات کی مختصر شکل

$$7 \times (5x + 2) = 12 \times (2x + 3)$$

ہم نے جو کچھ کیا اُس میں آپ نے کیا غور کیا؟

1. بائیں جانب کے شمار کنندہ کو مساوات کے دائیں جانب نسب نما سے ضرب دیں

$$\frac{5x+3}{2x+3} \swarrow = \frac{12}{7}$$

2. دائیں جانب کے شمار کنندہ کو بائیں جانب کے نسب نما سے ضرب دینے پر

$$\frac{5x+3}{2x+3} \swarrow \searrow = \frac{12}{7}$$

3. مساوات (1) اور (2) کے الجبری عبارتوں کو مساوی کرنے پر

$$7 \times (5x + 2) = 12 \times (2x + 3)$$

مدلل وجوہات کی بنا پر، ہم اس طریقہ کو ”ضرب چلیپائی“ کا طریقہ کہتے ہیں۔

آئیے مثالوں کے ذریعہ اس کی وضاحت کریں

$$\text{مثال 20: مساوات کو حل کیجئے} \quad \frac{x+7}{3x+16} = \frac{4}{7}$$

حل:-

$$\frac{x+7}{3x+16} \swarrow \searrow = \frac{4}{7}$$

ضرب چلیپائی سے ہم کو حاصل ہوتا ہے

$$7 \times (x + 7) = 4 \times (3x + 16)$$

$$7x + 49 = 12x + 64$$

$$7x - 12x = 64 - 49$$

$$-5x = 15$$

$$x = -3$$

مثال 21: ریحانہ کو ایک فرائیڈ کی خریدی پر 24% ڈسکاؤنٹ ملتا ہے۔ ڈسکاؤنٹ کے بعد وہ 380 ادا کرتی ہے۔ فرائیڈ کی اشتہاری قیمت معلوم کیجئے۔

حل:-



فرض کیجئے کہ فرائیڈ کی اشتہاری قیمت = x

وہ 'x' کا 24% (x - 24%) قیمت ادا کرتی ہے یعنی 380

$$x - 24\% \text{ کا } x = 380$$

$$\Rightarrow x - \frac{24}{100} \times x = 380$$

$$\Rightarrow \frac{100x - 24x}{100} = 380$$

$$\Rightarrow \frac{76x}{100} = 380$$

$$x = \frac{380 \times 100}{76}$$

$$\therefore x = 500$$

اشتہاری قیمت = 500

مثال 22: ایک عدد کا چار بڑے پانچ گنا اس عدد کے تین بڑے چار گنا سے چار زیادہ ہے۔ تب عدد معلوم کیجئے

حل:-

فرض کیجئے کہ عدد = x

تب عدد کا چار بڑے پانچ گنا = $\frac{4}{5}x$

اور تین بڑے چار گنا = $\frac{3}{4}x$

$$\Rightarrow \frac{4}{5}x - \frac{3}{4}x = 4 \quad \text{دیا گیا ہے کہ } \frac{4}{5}x, \frac{3}{4}x \text{ سے 4 گنا بڑا ہے}$$

$$\frac{16x - 15x}{20} = 4$$

$$\Rightarrow \frac{x}{20} = 4 \Rightarrow x = 80$$

مطلوبہ عدد = 80

مثال 23: جانی اپنی گھڑی 301 میں 14% نقصان سے فروخت کرتا ہے۔ بتائیے کہ گھڑی کی قیمت خرید کیا ہوگی؟

حل:-



$$\frac{14}{100} \times x = \frac{14x}{100}$$

فرض کیجئے کہ گھڑی کی قیمت = x
 اُس پر ہوا نقصان = x کا 14%
 نقصان - قیمت خرید = گھڑی کی قیمت فروخت

$$\Rightarrow 301 = x - \frac{14x}{100}$$

$$301 = \frac{100x - 14x}{100}$$

$$301 = \frac{86x}{100}$$

$$\frac{301 \times 100}{86} = x$$

$$350 = x$$

اس طرح گھڑی کی قیمت خرید = 350



مثال 24: ایک شخص کچھ فاصلہ طے کرتا ہے۔ وہ دو بیاتین گنا فاصلہ 4 کلومیٹر فی گھنٹہ اور مابقی فاصلہ

5 کلومیٹر فی گھنٹہ رفتار سے طے کرتا ہے۔ اگر درکار وقت 42 منٹ ہے تب کل فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:- فرض کیجئے کہ طے کردہ فاصلہ 'x' کلومیٹر ہے

دوسرا حصہ	پہلا حصہ	
مابقی فاصلہ = $x - \frac{2x}{3} = \frac{x}{3}$	x کا $\frac{2}{3} = \frac{2x}{3}$	طے کردہ فاصلہ
5 کلومیٹر فی گھنٹہ	4 کلومیٹر فی گھنٹہ	رفتار
$\frac{x}{5} = \frac{x}{15}$	$\frac{2x}{12} = \frac{2x}{4}$ گھنٹے	درکار وقت

$$\text{جدول کے مطابق کل درکار وقت} = \frac{2x}{12} + \frac{x}{15} \text{ گھنٹے}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x}{12} + \frac{x}{15}\right) \text{ hr} = 42 \text{ min}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2x}{12} + \frac{x}{15}\right) \text{ hr} = \frac{42}{60} \text{ hr.}$$

$$\frac{2x}{12} + \frac{x}{15} = \frac{42}{60}$$

$$\frac{10x + 4x}{60} = \frac{42}{60}$$

$$\Rightarrow 14x = 42$$

$$\Rightarrow x = 3$$

کلومیٹر $x = 3$ کل فاصلہ

مثال 25: ایک کسرا شمار کنندہ اُس کے نسب نما سے 6 کم ہے۔ شمار کنندہ میں 3 جمع کرنے پر، تب وہ کسر $\frac{2}{3}$ کے مساوی ہو جاتی ہے۔ کسر

معلوم کیجئے

حل:- فرض کیجئے کہ نسب نما 'x' ہے تب

$$x - 6 = \text{کسرا شمار کنندہ}$$

$$\frac{x-6}{x} = \text{کسر}$$

اگر شمار کنندہ میں 3 کو جمع کرنے پر کسر $\frac{2}{3}$ کے مساوی ہوتی ہے

$$\Rightarrow \frac{x-6+3}{x} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x-3}{x} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3x - 9 = 2x$$

$$x = 9$$

$$\therefore \text{کسر} = \frac{x-6}{x} = \frac{9-6}{9} = \frac{3}{9}$$

اس طرح حاصل کسر $\frac{3}{9}$



مثال 26: شیریں کے پاس 25 اور 50 پیسوں کے سکوں پر مشتمل کل رقم 9 روپے ہے۔ اس کے پاس 50 پیسوں کے سکوں کے مقابل 25 پیسوں کے دُگنے سکے ہیں، اُس کے پاس ہر قسم کے کتنے سکے ہیں؟

حل:-

$$\begin{aligned}
 x &= \text{پچاس پیسوں کے سکوں کی تعداد} \\
 2x &= \text{اس طرح پچیس پیسوں کے سکوں کی تعداد} \\
 \text{پچاس پیسوں کے سکے} &= x \times 50 = \frac{50x}{100} \text{ روپے} = \frac{x}{2} \text{ روپے} \\
 \text{پچیس پیسے کے سکے} &= \frac{2x \times 25}{100} = \frac{2x}{4} \text{ روپے} = \frac{x}{2} \text{ روپے} \\
 \text{تمام سکوں کی تعداد} &= \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 9 \\
 \text{لیکن کل رقم} &= 9 \text{ روپے ہے}
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = 9$$

$$\frac{2x}{2} = 9$$

$$\therefore x = 9$$

$$9 = x = \text{پچاس پیسوں کے سکوں کی تعداد}$$

$$18 = 2 \times 9 = 2x = \text{پچیس پیسوں کے سکوں کی تعداد}$$

مثال 27: ایک شخص موپیڈ سے 24 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 5 منٹ تاخیر سے اپنے جائے مقام کو پہنچتا ہے۔ اگر وہ 30 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے موپیڈ چلاتا ہے تب وہ 4 منٹ قبل اپنے جائے مقام کو پہنچتا ہے۔ اُس کے جائے مقام تک فاصلہ معلوم کیجئے۔

حل:-

$$x = \text{فرض کرو کہ جائے مقام تک فاصلہ}$$

$$\text{اس طرح 24 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے } x \text{ کلومیٹر فاصلہ طے کرنے کے لئے درکار وقت} = \frac{x}{24} \text{ گھنٹے}$$

$$x \text{ کلومیٹر فاصلہ 30 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے طے کرنے کے لئے درکار وقت} = \frac{x}{30} \text{ گھنٹے}$$

دو اوقات کے درمیان فرق دیا گیا ہے = 9 منٹ = $\frac{9}{60}$ گھنٹے

$$\therefore \frac{x}{24} - \frac{x}{30} = \frac{9}{60}$$

$$\therefore \frac{5x - 4x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{120} = \frac{9}{60}$$

$$\Rightarrow x = \frac{9}{60} \times 120 = 18$$

اس طرح جائے مقام تک کا فاصلہ = 18 کلومیٹر

مشق - 2.5



1. مندرجہ ذیل مساوات کو حل کیجئے

(i) $\frac{n}{5} - \frac{5}{7} = \frac{2}{3}$

(ii) $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} = 14$

(iii) $\frac{z}{2} + \frac{z}{3} - \frac{z}{6} = 8$

(iv) $\frac{2p}{3} - \frac{p}{5} = 11\frac{2}{3}$

(v) $9\frac{1}{4} = y - 1\frac{1}{3}$

(vi) $\frac{x}{2} - \frac{4}{5} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{10} = \frac{1}{5}$

(vii) $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} = \frac{x}{3} + \frac{1}{2}$

(viii) $\frac{2x-3}{3x+2} = \frac{-2}{3}$

(ix) $\frac{8p-5}{7p+1} = \frac{-2}{4}$

(x) $\frac{7y+2}{5} = \frac{6y-5}{11}$

(xi) $\frac{x+5}{6} - \frac{x+1}{9} = \frac{x+3}{4}$

(xii) $\frac{3t+1}{16} - \frac{2t-3}{7} = \frac{t+3}{8} + \frac{3t-1}{14}$

2. ایسا عدد معلوم کیجئے جس کا تیسرا حصہ پانچویں حصہ سے 4 زیادہ ہے۔

3. دو مثبت صحیح اعداد میں فرق 36 ہے۔ ایک عدد کو دوسرے عدد سے تقسیم کرنے پر خارج قسمت 4 حاصل ہوتا ہے۔ صحیح اعداد معلوم کیجئے۔ (اشارہ: اگر ایک عدد x ہو تو دوسرا عدد $x - 36$ ہوگا۔)

4. ایک شمار کنندہ اُس کے نسب نما سے 4 کم ہے شمار کنندہ اور نسب نما دونوں میں 1 جمع کیا جائے تو کسر $\frac{1}{2}$ حاصل ہوگی۔ حقیقی کسر معلوم کیجئے۔

5. تین متواتر اعداد اس طرح معلوم کیجئے کہ اُن اعداد کو بالترتیب 10، 17 اور 26 سے تقسیم کرنے پر اُن کے خارج قسمت کا مجموعہ 10 ہو۔
(اشارہ: فرض کیجئے کہ متواتر اعداد x ، $x + 1$ ، $x + 2$ تب

$$\left(\frac{x}{10} + \frac{x+1}{17} + \frac{x+2}{26}\right) = 10$$

6. 40 طلباء کی ایک جماعت میں لڑکیوں کی تعداد لڑکوں کی تعداد کا تین بڑے پانچ گنا ہے۔ جماعت میں لڑکوں کی تعداد معلوم کیجئے۔

7. 15 سال بعد مریم کی عمر موجودہ عمر کی پانچ گنا ہو جائے گی۔ تب اُس کی موجودہ عمر معلوم کیجئے۔

8. اروند کے پاس ایک کڈی بینک ہے۔ یہ ایک روپے اور پچاس پیسے کے سکوں سے بھرا ہے۔ پچاس پیسے کے سکے ایک روپے کے سکے کے تین گنا ہیں۔ اگر کل رقم 35 ہو تو، بینک میں دونوں سکوں کی تعداد کیا ہوگی؟

9. A اور B دونوں ایک کام کو 12 دن میں کر سکتے ہیں۔ اور A اکیلا اُسی کام کو 20 دن میں مکمل کرتا ہے۔ تب B اکیلا اُس کام کو کتنے دن میں مکمل کریگا۔

10. ایک ٹرین 40 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے 11 منٹ تاخیر سے اپنے جائے مقام کو پہنچتی ہے۔ اگر وہ 50 کلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے دوڑتی ہے تو 5 منٹ کی تاخیر ہوگی ٹرین کو کتنا فاصلے طے کرنا ہوگا۔

11. ہرن کے ایک جھنڈ کا ایک چوتھائی حصہ جنگل میں داخل ہوتا ہے۔ ایک تہائی حصہ کھیت چرتا ہے باقی 15 ہرن دریا کے کنارے پانی پیتے ہیں۔ ہرن کی کل تعداد معلوم کیجئے۔

12. دکاندار ایک ریڈیو 5% نفع سے 930 میں فروخت کرتا ہے ریڈیو کی قیمت خرید معلوم کیجئے۔

13. شیکھرا اپنی مٹھائی کا ایک چوتھائی حصہ رینو کو دیتا ہے اور مزید 5 ٹکڑے راجی کو دیتا ہے۔ اب اُس کے پاس مٹھائی کے 7 ٹکڑے باقی رہ جاتے ہیں اُس کے پاس مٹھائی کے کل کتنے ٹکڑے تھے؟



1. اگر کسی مساوات کا درجہ ایک ہوتا ہے تب وہ مساوات خطی مساوات کہلاتی ہے۔
2. اگر خطی مساوات میں ایک متغیر موجود ہو تو اُس مساوات کو واحد متغیر کی خطی مساوات کہتے ہیں۔ یا سادہ مساوات کہتے ہیں۔
3. ایسی قدر جس کو متغیر کی جگہ مساوات میں درج کرنے پر $L.H.S = R.H.S$ تو اس کو مساوات کا حل یا مساوات کا ریشہ کہتے ہیں۔
4. اعداد کی طرح متغیرات کو بھی مساوات کے ایک جانب سے دوسری جانب منتقل کیا جاسکتا ہے۔

ایک جادوئی ہیرا

دی گئی شکل میں ہیرے کے کونوں پر خالی دائرے موجود ہیں۔ ان دائروں میں ایسے اعداد لکھئے کہ ہر خط پر بنے ہوئے دائروں میں موجود اعداد کا مجموعہ مساوی ہو۔

اشارہ: وہ اعداد اس طرح ہوں گے۔

$a=x, b=5+x, c=3+x, d=11+x$

جہاں پر x ایک عدد ہے اور ہر خط پر بنے ہوئے دائروں میں موجود اعداد کا مجموعہ $20+2x$ ہوگا۔

مثال کے طور پر اگر $x=1$ ہو تب $a=1, b=6, c=4, d=12$ ہوگا۔ اور ہر خط پر موجود اعداد کا مجموعہ 22 ہوگا۔

چار ضلعی کی بناوٹیں

Construction of Quadrilaterals

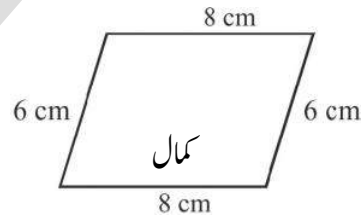
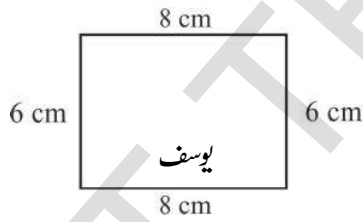
3



3.0 تعارف

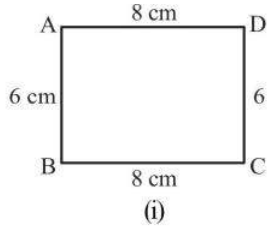
ہم اپنے اطراف و اکناف میں موجود کھیت، مکانات، پل، ریلوے لائنیں، اسکوئی عمارت، کھیل کے میدان وغیرہ دیکھتے ہیں نیز دوسری بہت سی اشیاء جیسے پتنگ لوڈو، کیرم بورڈ، کھڑکیاں، بلیک بورڈ بھی دیکھتے ہیں اگر ہم انہیں اُتارنا چاہیں تو یہ اشکال کس قسم کی دکھائی دیں گی ان میں سے کونسی اشکال جیومیٹری کی بنیادی اشکال ہیں۔ زیادہ تر ان میں چار ضلعی ہوں گی جن میں چار اضلاع ہوتے ہیں۔

8 سر، 6 سمر بالترتیب طول اور عرض لے کر کمال اور یوسف علیحدہ طور پر اشکال بناتے ہیں جو ذیل میں دیئے گئے ہیں۔

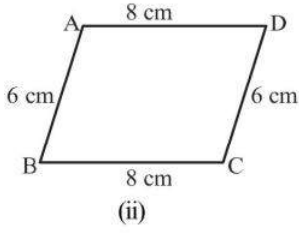


کیا یہ دونوں اشکال ایک جیسی ہیں؟

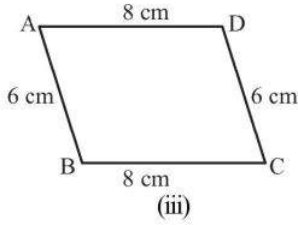
آپ نے دیکھا ہوگا کہ یہ دونوں اشکال بھی چار ضلعی ہیں جن کی پیمائش ایک ہی ہے لیکن ان دونوں میں فرق ہے۔ جیسا کہ آپ جانتے ہیں ہم جماعت ہفتم میں مثلثات کی خصوصیات کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ایک مثلث کی بناوٹ کے لئے کوئی تین پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے۔ جیسے تین ضلع، دو ضلع اور ان کا مشترکہ زاویہ۔ دو زاویے اور ان کا درمیانی ضلع وغیرہ ایک واحد چار ضلعی بنانے کے لئے کتنی پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے؟ چار ضلعی سے مراد ہم یہ لیتے ہیں کہ مساوی پیمائشات سے مختلف اشخاص کے بنائے گئے چار ضلعی متماثل ہوتے ہیں۔



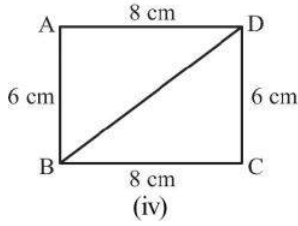
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

یہ کیجئے



8 سمر اور 6 سمر طول کی دو جوڑی چھڑیاں لیجئے۔ انہیں اس طرح ترتیب دیجئے کہ وہ 8 سمر طول اور 6 سمر عرض والا مستطیل بن جائے۔ جو دی گئی چار پیمائشات سے بنایا گیا ہے۔ اب اس مستطیل کے عرض کو دبائیے۔ کیا یہ پہلے کی طرح دکھائی دے گا۔ نہیں یہ ایک نئی شکل کا مستطیل دکھائی دے رہا ہے۔ شکل نمبر (ii) کو دیکھئے۔ مستطیل کی یہ نئی شکل متوازی الاضلاع بن گئی ہے۔

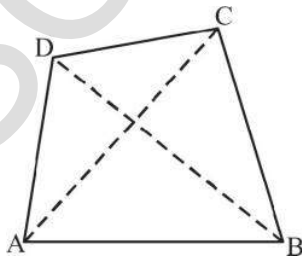
کیا آپ نے ان کے طول اور عرض کو تبدیل کیا ہے؟ نہیں

اس کے طول اور عرض وہی رکھتے ہوئے اس کے عرض کی جانب پھر مخالف سمت میں دبائیے تاکہ دوسری نئی شکل حاصل ہو۔ آپ کیا دیکھتے ہیں۔ ہمیں دوبارہ متوازی الاضلاع ہی حاصل ہوتا ہے جو بالکل مختلف ہے۔

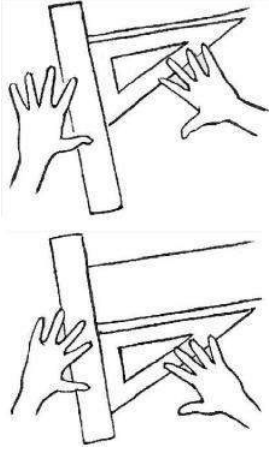
شکل (iii) آپ نے دیکھا ہوگا کہ اب بھی چاروں پیمائشات وہی ہیں۔ اس سے یہ بات معلوم ہوتی ہے کہ چار ضلعی کے چار پیمائشات اس کی مشابہت کا تعین نہیں کر سکتے۔ ایک منفرد چار ضلعہ کے لئے کتنے پیمائشات کی ضرورت ہوتی ہے؟ اب ہم اس مشغلہ کی طرف واپس چلیں

جیسا کہ آپ نے دو طول 8 سمر دو عرض 6 سمر لیتے ہوئے چار ضلعی بنائی ہے۔ ایک چھڑی BD طول والی لیجئے اور اس کو شکل (iv) کی طرح رکھئے۔ اگر اب اس کے عرض کو دبایا جائے تو اس کی شکل میں کیا تبدیلی ہوگی؟ نہیں! یہ نہیں ہو سکتا۔ ان چار کے علاوہ پانچویں چھڑی کا شامل ہونا مستطیل کو ظاہر کرتا ہے۔ اس کے علاوہ کوئی دوسرا چار ضلعی نہیں ہے (دیئے گئے طول و عرض کے لحاظ سے) اس سے یہ بات واضح ہو جاتی ہے کہ پانچ پیمائشات ایک چار ضلعی کی شکل کا تعین کرتے ہیں۔ ایک چار ضلعی کو بنانے کے لئے کوئی پانچ پیمائشات (اضلاع اور زاویے) درکار ہوتے ہیں۔

3.1 چار ضلعی اور ان کے خواص



اس شکل میں ABCD ایک چار ضلعی ہے جس کے راس A، B، C، D اور اضلاع $\overline{AB}$ ، $\overline{BC}$ ، $\overline{CD}$ ، $\overline{DA}$ میں، $\angle DAB$ اور $\angle CDA$ ، $\angle BCD$ ، $\angle ABC$ کے زاویے اور اس کے وتر $\overline{BD}$ ، $\overline{AC}$ ہیں۔



یہ کیجئے



ضروری اشیاء

درکار آلات: ایک پٹری، گنیا، چاندہ

یاد رکھئے

جانچ کیجئے کہ آپ کے خطوط متوازی ہیں

متصلہ شکل میں بتائے گئے طریقے کے مطابق کئی کو پہلے خط سے دوسری خط کی

طرف دھیرے دھیرے ہٹائیے۔

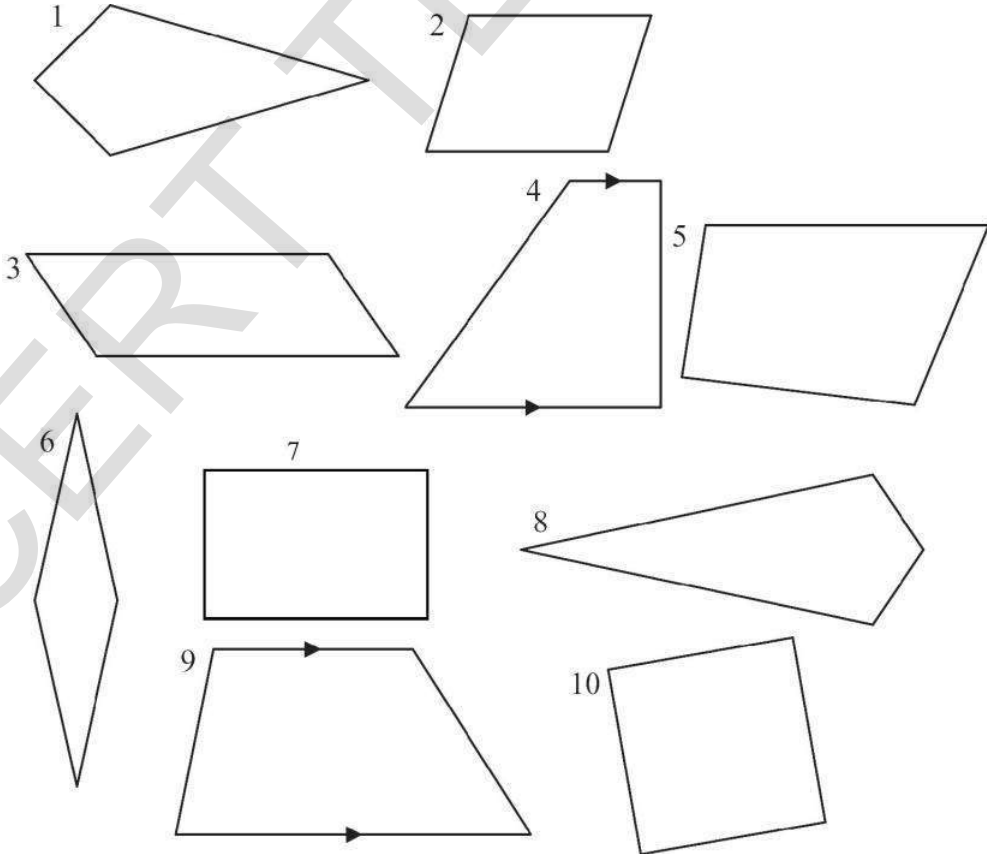
اب مناسب اشیاء کو استعمال کرتے ہوئے ذیل کی جانچ کیجئے

ہر ایک چار ضلعی کے لئے

(a) جانچئے کہ مقابل کے اضلاع متوازی ہیں۔

(b) ہر ایک زاویے کی پیمائش کیجئے۔

(c) ہر ایک ضلع کے طول کی پیمائش کیجئے۔



اپنے مشاہدات کو جدول میں درج کرتے ہوئے اسکی تکمیل کیجیے۔

چار ضلعی	متوازی ضلعوں کے دو جوڑ	متوازی ضلعوں کا ایک جوڑ	4 قائم الزاویے	مقابل کے ضلعوں کے 2 جوڑ مساوی ہیں	مقابل کے نالیوں کے دو جوڑ مساوی ہیں	متصلہ مساوی ضلعوں کے دو جوڑ	مساوی چار ضلعی
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							

متوازی الاضلاع بھی چار ضلعی ہوتے ہیں جن میں متوازی ضلعوں کے دو جوڑ ہوتے ہیں

(a) کوئی اشکال متوازی الاضلاع ہیں۔

(b) متوازی الاضلاع میں مزید کوئی خصوصیات پائی جاتی ہیں۔

مستطیل بھی متوازی الاضلاع ہیں جن میں چار قائم زاویہ ہوتے ہیں

(a) کوئی اشکال مستطیل ہیں۔

(b) مستطیل کی خصوصیات کیا ہیں؟

معین بھی چار ضلعی ہوتا ہے جن میں چاروں ضلعے مساوی ہوتے ہیں

(a) کوئی اشکال معین کہلاتی ہیں۔

(b) معین کی خصوصیات کیا ہیں۔

مربع بھی ایک معین ہے جس میں چار قائم الزاویے ہوتے ہیں

(a) کوئی اشکال مربع کہلاتی ہیں؟

(b) مربع کی خصوصیات کیا ہیں؟

منحرف بھی ایک چار ضلعی ہے جس میں کم از کم متوازی ضلعوں کا ایک جوڑ ہوتا ہے۔

(a) کوئی اشکال منحرف کہلاتی ہیں؟

(b) منحرف کی خصوصیات کیا ہیں؟



کیا آپ 60° کا زاویہ بنا سکتے ہیں؟

اس کا استعمال مت کیجئے

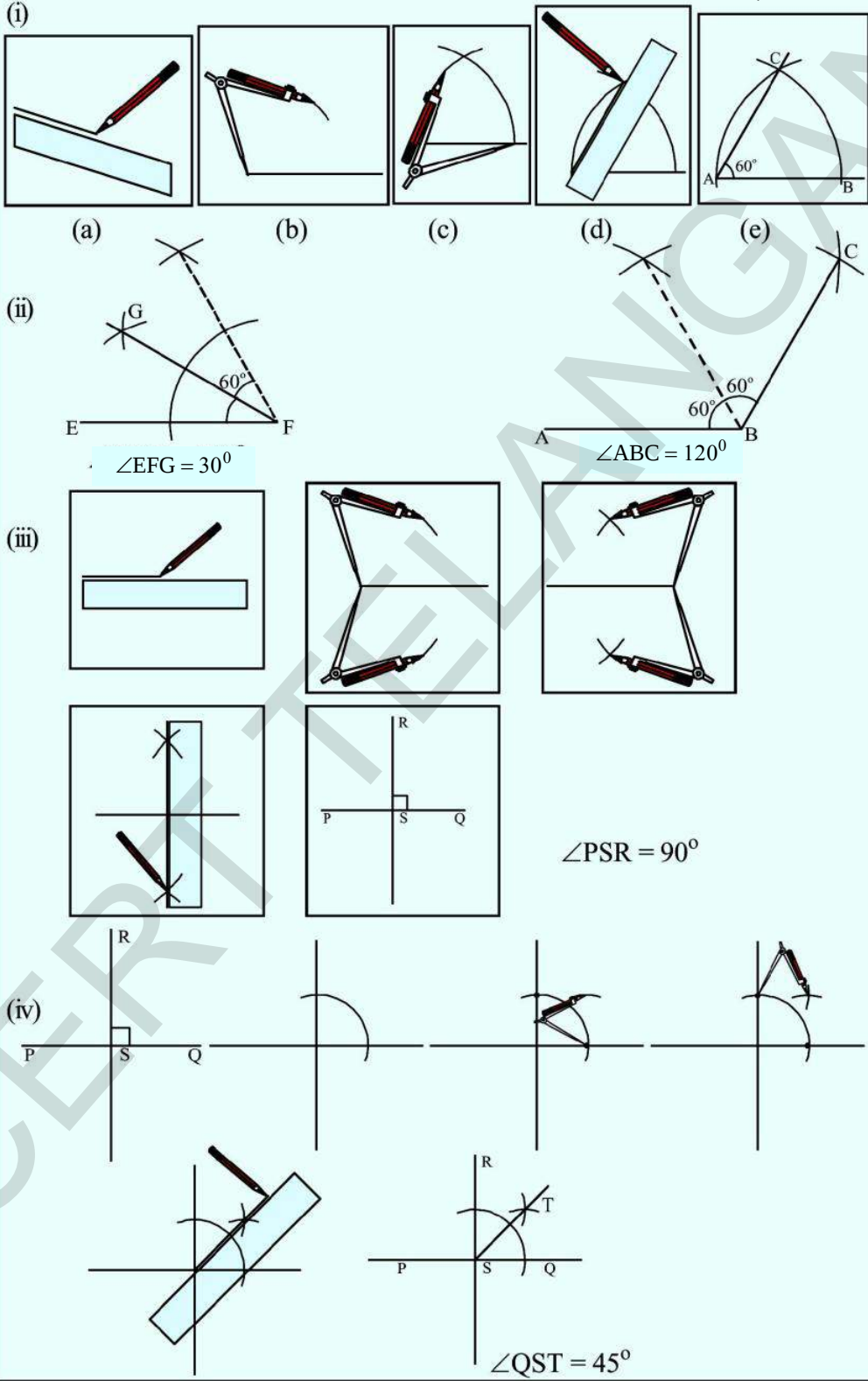
ان آلات کو استعمال کیجئے



پری



مثالوں کا مشاہدہ کیجئے اور ان کے بناوٹ کے مراحل لکھئے۔



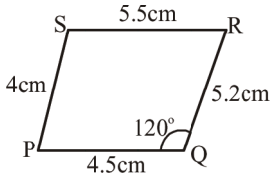
3.2 چار ضلعی بنائیے

ذیل میں دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی بنائیے۔

1. جبکہ چار ضلعی اور ایک زاویہ دیا گیا ہو (S.S.S.S.A)
 2. جبکہ چار ضلعی اور ایک وتر دیا گیا ہو (S.S.S.S.D)
 3. جبکہ تین ضلعی اور دو زاویے دیئے جائیں (S.S.S.D.D)
 4. جبکہ دو متصلہ اضلاع اور تین زاویے دیئے گئے ہیں (S.A.S.A.A.)
 5. جبکہ تین ضلعی اور دو زاویے دیئے گئے ہیں (S.A.S.A.S.)
- 3.2.1 چار ضلعی بنائیے جبکہ چار ضلعی کے طول اور ایک زاویہ دیا گیا ہے (S.S.S.S.A.)

مثال 1: چار ضلعی PQRS بنائیے جس میں $PQ = 4.5$ سمر $QR = 5.2$ سمر $RS = 5.5$ سمر اور $PS = 4$ سمر

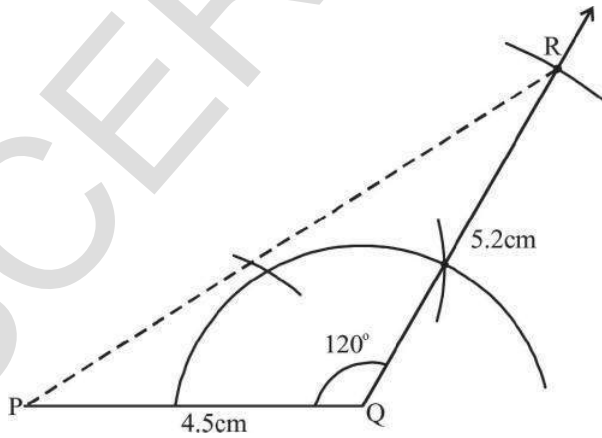
$\angle PQR = 120^\circ$ ہو۔

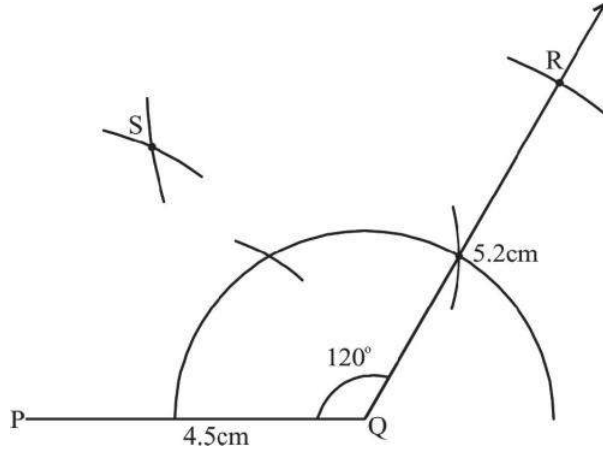


حل: مرحلہ 1 میں دی گئی پیمائشات کی مدد سے مطلوبہ چار ضلعی کا کچا خاکہ کھینچئے۔ کیا یہ کافی ہے؟

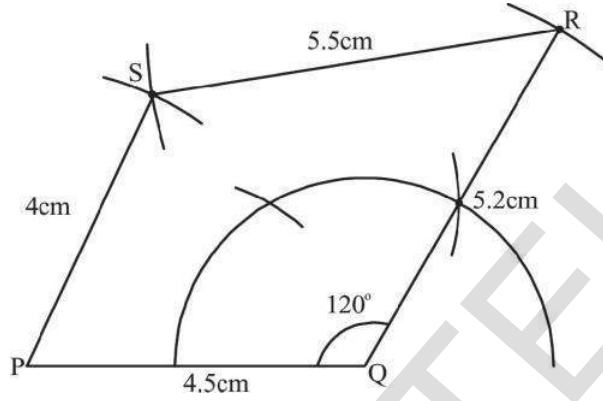
مرحلہ 2: $PQ = 4.5$ سمر ، $\angle PQR = 120^\circ$ ، $QR = 5.2$ سمر پیمائشات کو استعمال کرتے ہوئے SAS خصوصیات کی مدد سے

$\triangle PQR$ بنائیے۔



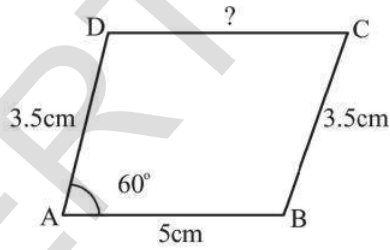


مرحلہ 3: چوتھے راس کو متعین کرنے کے لئے
P کو مرکز مان کر 4 سمر کی پیمائش سے ایک قوس
کھینچئے۔ R کو مرکز مان کر 5.5 سمر کی پیمائش سے
ایک اور قوس اس طرح کھینچئے کہ وہ پہلی قوس کو نقطہ
S پر قطع کرے۔

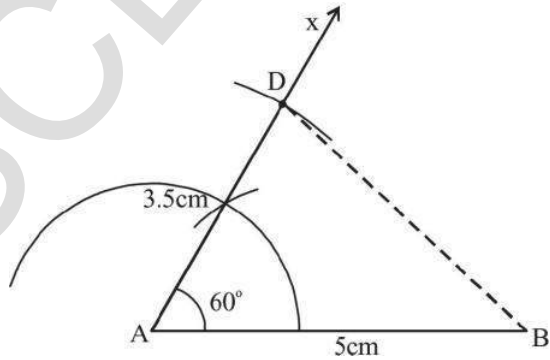


مرحلہ 4: P S اور R S کو ملاتے ہوئے مطلوبہ چار ضلعی
PQRS بنائیے

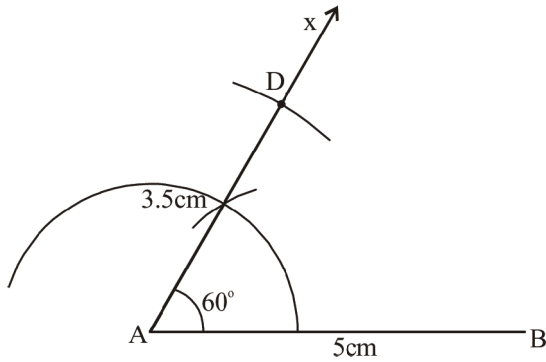
مثال 2: پیمائشات سمر AB = 5، سمر BC = 3.5، اور $\angle A = 60^\circ$ کی مدد سے متوازی الاضلاع ABCD بنائیے۔



مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے متوازی الاضلاع کا کچا خاکہ
بنائیے (ایک مخصوص چار ضلعی)
یہاں ہمیں صرف 3 پیمائشات دی گئی ہیں۔ جبکہ متوازی
الاضلاع ABCD ہے اس لئے ہم اس طرح بھی بنا سکتے
ہیں۔



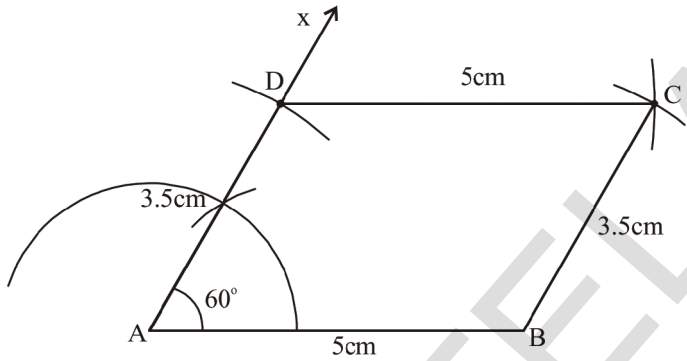
سمر $AD = BC = 3.5$ اور سمر $AB = CD = 5$
کے لئے (اب ہمیں مجموعی طور پر 5 پیمائشات حاصل ہوئی ہیں)
مرحلہ 2: $\triangle BAD$ بنائیے اس طرح سے کہ سمر $AB = 5$
 $\angle A = 60^\circ$ اور سمر $AD = 3.5$



مرحلہ 3: چوتھے راس کا تعین کرنے کے لئے P کو مرکز مان

کر 4 سمر کی پیمائش سے ایک قوس کھینچئے۔ R کو

مرکز مان کر 5.5 سمر کی پیمائش سے ایک اور قوس
اس طرز کھینچئے کہ وہ پہلے قوس کو نقطہ C پر قطع
کرے۔



مرحلہ 4: C, B اور D, C کو ملانے سے مطلوبہ متوازی

الاضلاع ABCD حاصل ہوتا ہے۔

(پرکار اور پٹری کی مدد سے متوازی الاضلاع کی

خصوصیات کی جانچ کیجئے)

آئیے! چار ضلعی کی بناوٹ کے مراحل نوٹ کریں

مرحلہ 1 : مطلوبہ شکل کا کچا خاکہ بنائیے

مرحلہ 2 : اگر دی گئی پیمائشات ناکافی ہوں تو مطلوبہ شکل کی خصوصیات کا استعمال کرتے ہوئے دیگر پیمائش حاصل کریں۔

مرحلہ 3 : پانچ پیمائشات میں سے تین پیمائشات کو استعمال کرتے ہوئے مثلث بنائیے اور باقی پیمائشات کو چوتھے راس کے تعین میں استعمال کیجئے۔

مرحلہ 4 : چار ضلعی کی تشکیل کے مراحل کو تفصیل سے بیان کیجئے۔

مشق - 3.1



ذیل میں دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی بنائیے۔ اور بناوٹ کے مراحل لکھئے

(a) چار ضلعی ABCD جس میں $AB = 5.5$ سمر، $BC = 3.5$ سمر، $CD = 4$ سمر، $AD = 5$ سمر اور $\angle A = 45^\circ$

(b) چار ضلعی BEST جس میں $BE = 2.9$ سمر، $ES = 3.2$ سمر، $ST = 2.7$ سمر، $BT = 3.4$ سمر اور $\angle B = 75^\circ$

(c) چار ضلعی PQRS جس میں $PQ = 4.5$ سمر، $QR = 3$ سمر، اور $\angle PQR = 60^\circ$

(d) معین MATH جس میں $AT = 4$ سمر اور $\angle MAT = 120^\circ$

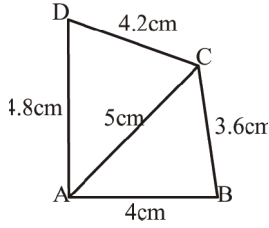
(e) مستطیل FLAT جس میں $FL = 5$ سمر اور $LA = 3$ سمر

(f) مربع LUDO جس میں $LU = 4.5$ سمر

3.2.2 بناوٹ: چار ضلعی بنائیے جبکہ چار اضلاع اور ایک وتر دیا گیا ہو (S.S.S.S.D)

مثال 3: چار ضلعی ABCD بنائیے جس میں $AB = 4$ سمر، $BC = 3.6$ سمر، $CD = 4.2$ سمر، $AD = 4.8$ سمر اور $AC = 5$ سمر ہو

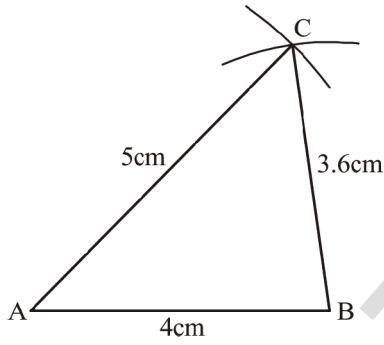
حل:



مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی ABCD کا کچا خاکہ کھینچئے (تجزیہ کیجئے کہ دی گئی پیمائشات چار ضلعی کے لئے کافی ہیں یا نہیں) کافی ہیں تو آگے بڑھئے ورنہ اس نتیجے پر پہنچئے کہ دی گئی پیمائشات چار ضلعی کے لئے ناکافی ہیں۔

مرحلہ 2: $\triangle ABC$ بنائیے اس طرح کہ $AB = 4$ سمر،

$BC = 3.6$ سمر اور $AC = 5$ سمر



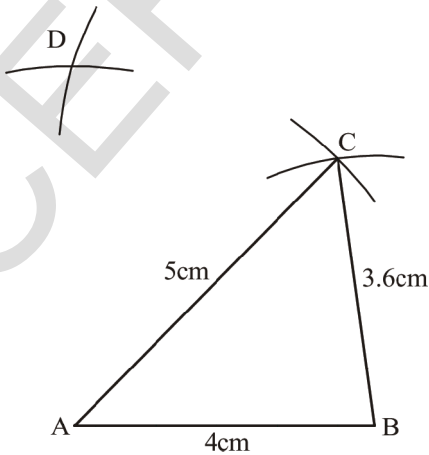
مرحلہ 3: ہمیں چوتھے راس کا تعین کرنا ہے جو AC کی دوسری جانب

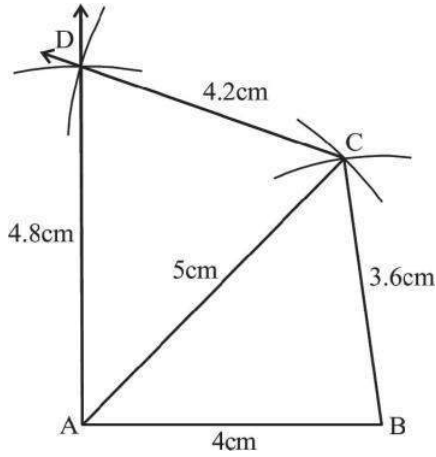
ہے اس لئے A کو مرکز مان کر 4.8 سمر نصف قطر والی ایک

قوس (سمر $AD = 4.8$) کھینچئے اور C کو مرکز مان کر

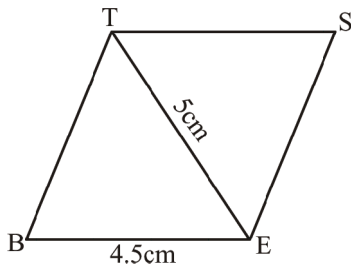
4.2 سمر نصف قطر والی ایک اور قوس (سمر $CD = 4.2$) اس

طرح کھینچئے جو پہلی قوس کو نقطہ D پر قطع کرتا ہو۔





مرحلہ 4: D، A اور D، C کو اس طرح ملائے کہ مکمل چار ضلعی ABCD حاصل ہو۔

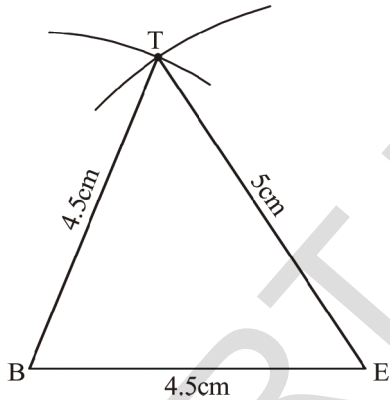


مثال 4: دی گئی پیمائشات کے مطابق معین BEST بنائیے جس میں $BE = 4.5$ سمر، $ET = 5$ سمر

حل:

مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کے مطابق معین کا کچا خاکہ کھینچئے (مخصوص قسم کی چار ضلعی) کیوں کہ اس کے تمام اضلاع مساوی ہوتے ہیں اس لئے

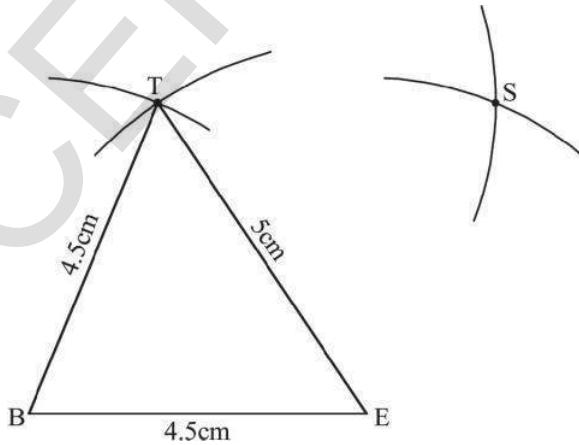
سمر $BT = ST = ES = BE = 4.5$ ان پیمائشات کی مدد سے مطلوبہ شکل کو اُتارا جاسکتا ہے۔

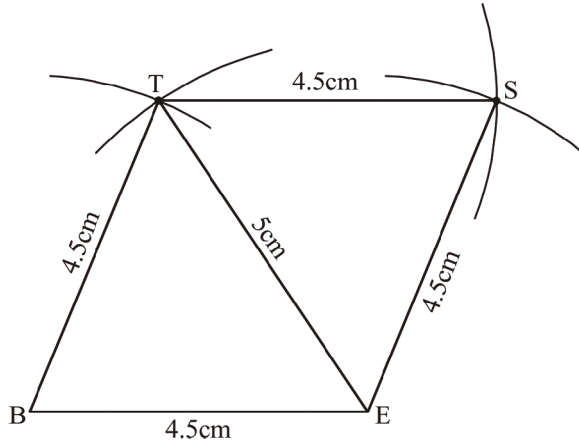


مرحلہ 2: SSS کی مدد سے $\triangle BET$ کھینچئے سمر $BE = 4.5$ ، سمر $ET = 5$ ، اور $BT = 4.5$ سمر

مرحلہ 3: باقیہ دو پیمائشات سمر $ES = 4.5$

، اور سمر $ST = 4.5$ کے قوسوں کی مدد سے چوتھے راس S کا تعین کیجئے۔





مرحلہ 4 : S، E اور T کو ملائیے تاکہ مطلوبہ BEST معین حاصل ہو۔

کوشش کیجئے

1. کیا آپ ایک متوازی الاضلاع BATS بنا سکتے ہیں جہاں سمر $BA = 5$ ، سمر $AT = 6$ اور سمر $AS = 6.5$ ؟ وضاحت کیجئے۔
2. ایک طالب علم چار ضلعی PLAY بنانے کی کوشش کرتا ہے جہاں سمر $PA = 3$ ، سمر $LA = 4$ ، سمر $AY = 4.5$ اور سمر $PY = 2$ ، سمر $LY = 6$ مگر وہ اس کو بنانے سے قاصر رہا؟ کیوں؟ (اپنے طور پر چار ضلعی بنائیے اور وجوہات بیان کیجئے)



مشق - 3.2

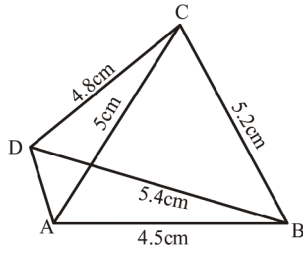


ذیل میں دی گئی پیمائشات سے چار ضلعی بنائیے

- (a) چار ضلعی ABCD جس میں سمر $AB = 4.5$ ، سمر $BC = 5.5$ ، سمر $CD = 4$ ، سمر $AD = 6$ اور سمر $AC = 7$
- (b) چار ضلعی PQRS جس میں سمر $PQ = 3.5$ ، سمر $QR = 4$ ، سمر $RS = 5$ ، سمر $PS = 4.5$ اور سمر $QS = 6.5$
- (c) ایک متوازی الاضلاع ABCD جس میں سمر $AB = 6$ ، سمر $CD = 4.5$ ، سمر $BD = 7.5$
- (d) معین NICE جس میں سمر $NI = 4$ ، سمر $IE = 5.6$

3.3.3 چار ضلعی بنائیے جبکہ اس کے تین ضلع اور دو وتر دیئے جائیں (S.S.S.D.D.)

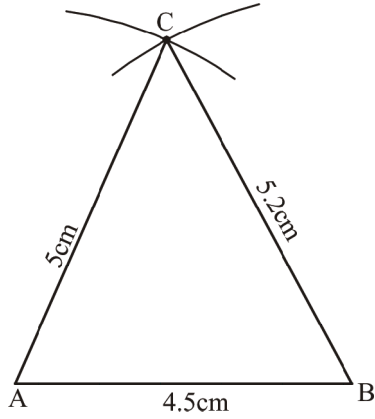
مثال 5: چار ضلعی ABCD بنائیے اس طرح کہ سمر $AB = 4.5$ ، سمر $BC = 5.2$ ، سمر $AD = 4.8$ ، سمر $AC = 5$ اور سمر $BD = 5.4$



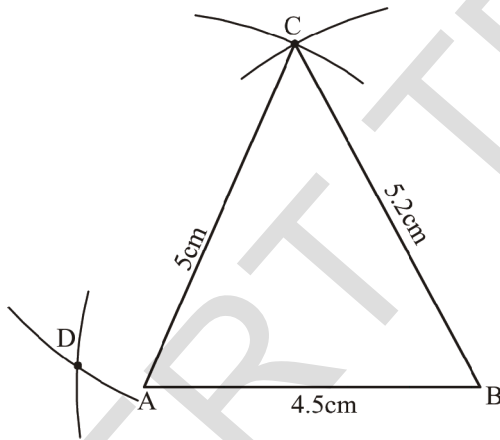
حل:

مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی ABCD کا کچا خاکہ کھینچئے
(دستیاب پیمائشات کی مدد سے $\triangle ABC$ کھینچا جاسکتا ہے)

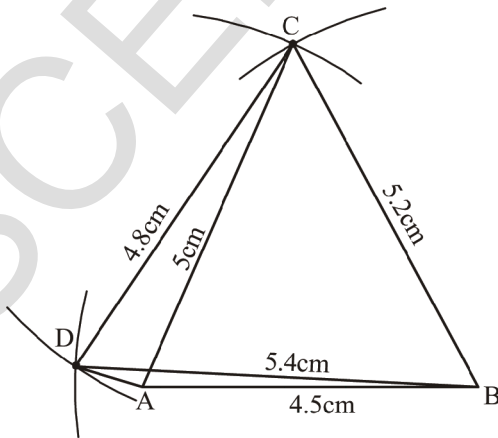
مرحلہ 2: SSS خصوصیت کی مدد سے $\triangle ABC$ بنائیے $AB=4.5$ سم،
 $BC=5.2$ سم اور $AC=5$ سم



مرحلہ 3: راس D کے تعین کے لئے راس B کے مقابل دو قوس کھینچئے B کو
مرکز مان کر 5.4 سم نصف قطر والا قوس کھینچئے اور C کو مرکز مان
کر 4.8 سم نصف قطر والا قوس اس طرح کھینچئے کہ وہ ایک دوسرے
کو نقطہ D پر قطع کرتے ہوں۔



مرحلہ 4: C'D، B'D، اور AD کو ملائیے تاکہ مطلوبہ چار ضلعی
ABCD حاصل ہو جائے۔





سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. کیا آپ چار ضلعی ABCD بنا سکتے ہیں (جیسا اوپر دیا گیا ہے) ابتداء میں $\triangle ABD$ بناتے ہوئے چوتھے راس کا تعین کیجئے۔ وجہ بتلائیے۔
2. ایک چار ضلعی PQRS اس طرح بنائیے کہ $PQ=3$ سمر، $RS=3$ سمر، $PS=7.5$ سمر، $PR=8$ سمر، اور $SQ=4$ سمر اپنے جواب کی جانچ کیجئے۔

مشق - 3.3



دی گئی پیمائشات سے چار ضلعی بنائیے

- (a) چار ضلعی GOLD جس میں $OL=7.5$ سمر، $GL=6$ سمر، $LD=5$ سمر، $DG=5.5$ سمر اور $OD=10$ سمر
- (b) چار ضلعی PQRS جس میں $PQ=4.2$ سمر، $QR=3$ سمر، $PS=2.8$ سمر، $PR=4.5$ سمر اور $QS=5$ سمر

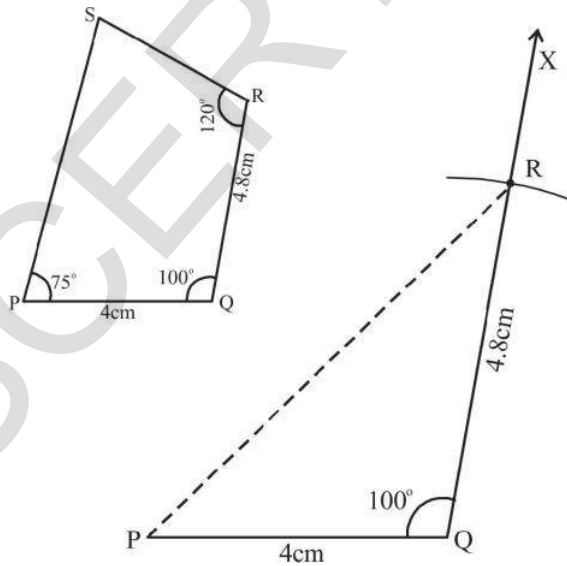
3.3.4 چار ضلعی بنائیے جبکہ اس کے دو متصلہ ضلع اور تین زاویے دیئے جائیں (S.A.S.A.A.)

ہم پہلے کی طرح چار ضلعی بنائیں گے مگر جہاں تک ہو سکے معیاری زاویوں کے لئے پٹری اور پرکار کا استعمال کریں گے دیگر کے لئے چاندہ۔

مثال 6: چار ضلعی PQRS بنائیے جبکہ $PQ=4$ سمر، $QR=4.8$ سمر،

$$\angle P = 75^\circ, \angle Q = 100^\circ, \text{ اور } \angle R = 120^\circ$$

زاویے جو کل حصوں میں 360° کو مساوی طور پر تقسیم کرتے ہیں معیاری زاویے کہلاتے ہیں جیسے $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ اور 180°



مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی کا کچا خاکہ کھینچئے
زاویے بنانے کے لئے مناسب آلات کا استعمال کیجئے۔

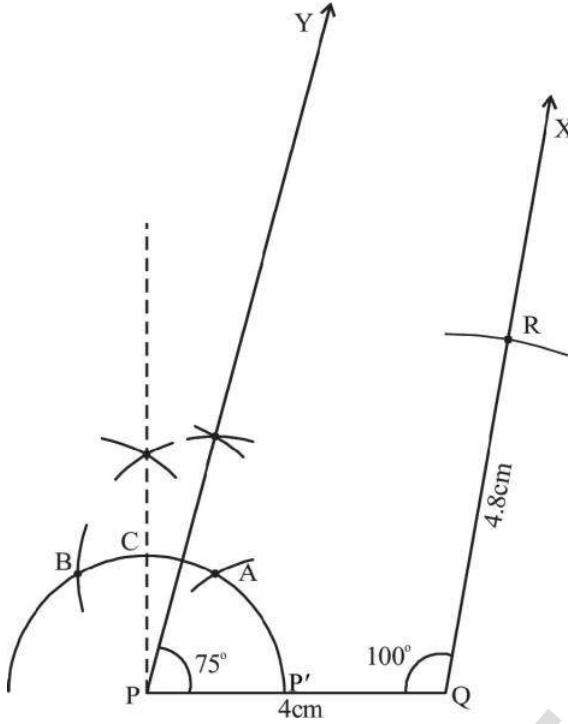
مرحلہ 2: پیمائشات $PQ=4$ سمر، $\angle Q=100^\circ$ اور

سمر $QR=4.8$ اور S.A.S. خصوصیات کی مدد سے

$\triangle PQR$ بنائیے۔

(PR کو نقاط کے ذریعہ اس لیے ملایا گیا ہے کہ اس کو آگے
مرحلوں میں نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔)

مرحلہ 3: $\angle P = 75^\circ$ اور $\overline{PY}$ خط کھینچئے



(کیا آپ جانتے ہیں کہ زاویہ 75° کس طرح بنایا جاتا ہے؟)

PR) کو نقاط کے ذریعہ کیوں ملایا گیا ہے کیوں کہ اس کو آگے

مرحلوں میں نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔)

(a) P سے ایک قوس کھینچئے۔ مان لیجئے کہ وہ PQ کو P' پر قطع کرتی

ہے۔ P' کو مرکز مان کر وہی نصف قطر سے دو قوس کھینچئے جو دو

نقاط A, B کو قطع کرے جس سے 60° اور 120° زاویئے

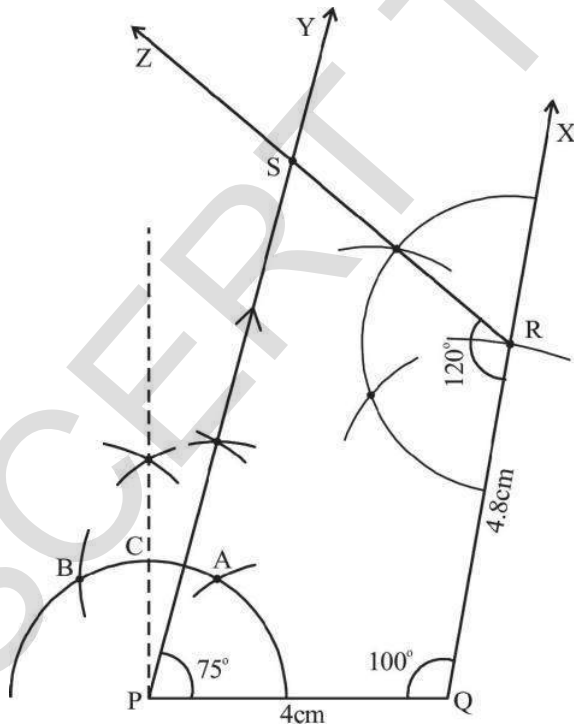
حاصل ہوتے ہیں۔

(b) A, B کا زاویائی ناصف جو C پر قطع کرتا ہے۔ 90° کا زاویہ بناتا

ہے۔

(c) C, A سے زاویائی ناصف کھینچئے

(60° اور 90° کا وسطانیہ بھی جو 75° حاصل ہوتا ہے)



مرحلہ 4: $\angle R = 120^\circ$ کا زاویہ بنائیے اور $\overline{RZ}$ کھینچئے جو $\overline{PY}$

کو قطع کرے۔

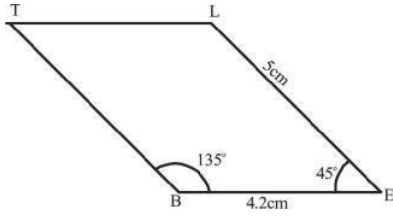
اس طرح PQRS مطلوبہ چار ضلعی ہے۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. کیا آپ ایک چار ضلعی PQRS بنا سکتے ہیں اگر نقطہ P پر 75° کے بجائے 100° کا زاویہ ہو؟ وجہ لکھئے۔
2. کیا آپ ایک چار ضلعی PLAN بنا سکتے ہیں اگر $PL=6$ سمر، $LA=9.5$ سمر، $\angle P=75^\circ$ ، $\angle L=15^\circ$ اور $\angle A=140^\circ$ (ہر ایک کا کچا خاکہ اتارئے اور تجزیہ کیجئے اور آپ کے نتیجے کے وجوہات بتائیے)

مثال 7: متوازی الاضلاع BELT بنائیے جبکہ دیا گیا ہے کہ سمر $BE=4.2$ ، سمر $EL=5$ ، $\angle T=45^\circ$ حل:



مرحلہ 1: دی گئی پیمائش کی مدد سے متوازی الاضلاع BELT کا کچا خاکہ کھینچئے۔

(متوازی الاضلاع کی تشکیل کے لئے کیا دی گئی پیمائش کافی ہیں)

تجزیہ: کیوں کہ دی گئی پیمائش متوازی الاضلاع کی تشکیل کے لئے ناکافی ہیں

ہم کو متوازی الاضلاع کی خصوصیات کی مدد سے درکار پیمائش کو معلوم کرنا

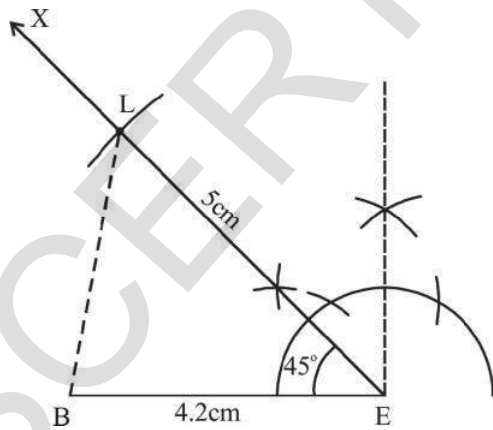
چاہئے۔

جیسا کہ متوازی الاضلاع کے مقابل کے زاویے مساوی ہوتے ہیں اس لئے $\angle E = \angle T = 45^\circ$ متصلہ زاویے تکمیلہ ہوتے ہیں

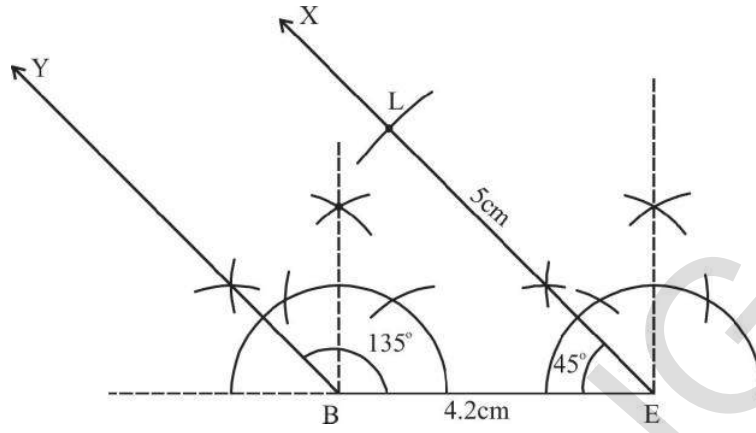
اس لئے $\angle B = \angle L = 135^\circ$ اس طرح $\angle L = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

مرحلہ 2: SAS خصوصیات کی مدد سے $\triangle BEL$ بنائیے

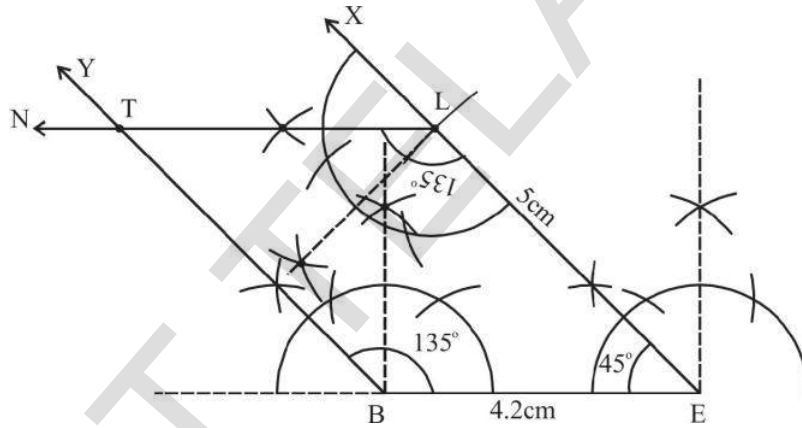
سمر $BE=4.2$ ، سمر $EL=5$ ، اور $\angle E=45^\circ$



مرحلہ 3: $\angle B = 135^\circ$ بنائیے اور $\overline{BY}$ کھینچیے۔



مرحلہ 4: $\angle L = 135^\circ$ بنائیے اور $\overline{LN}$ کھینچیے جو $\overline{BY}$ کو نقطہ T پر قطع کرے
BELT مطلوبہ چار ضلعی حاصل ہوگا۔ (جو متوازی الاضلاع ہے)



یہ کیجئے

متوازی الاضلاع کی دوسرے خصوصیات کے ذریعہ مندرجہ بالا متوازی الاضلاع BELT بنائیے



مشق - 3.4



ذیل کی پیمائشات کی مدد سے چار ضلعی بنائیے۔

- چار ضلعی HELP بنائیے جس میں $\angle H = 60^\circ$ ، $\angle E = 105^\circ$ اور $\angle P = 120^\circ$ ، $HE = 6$ سمر، $EL = 4.5$ سمر
- متوازی الاضلاع GRAM بنائیے جس میں $GR = AM = 5$ سمر، $RA = MG = 6.2$ سمر اور $\angle R = 85^\circ$
- مستطیل FLAG بنائیے جس کے اضلاع $FL = 6$ سمر، $LA = 4.2$ سمر

3.2.5 بناوٹ: چار ضلعی بنائیے جبکہ تین اضلاع کے طول اور ان کے درمیانی دو زاویے دیئے گئے ہوں (SASAS)

SAS خصوصیات کی مدد سے اس قسم کے چار ضلعی کو بنایا جاسکتا ہے۔ خاص کر دیئے گئے اضلاع کے درمیانی زاویوں کی مدد سے

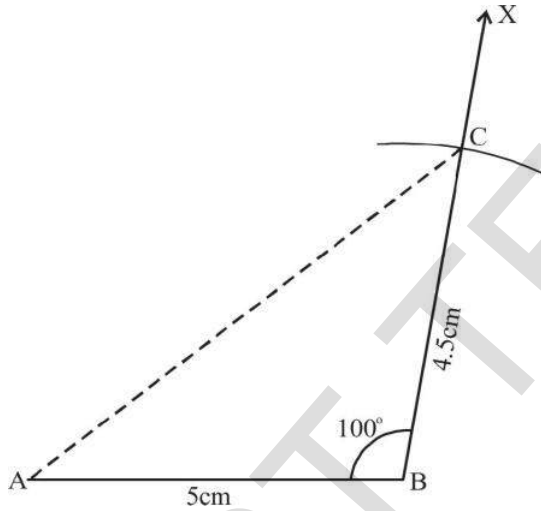
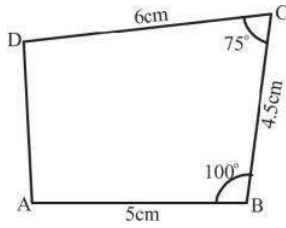
مثال 8: چار ضلعی ABCD بنائیے جس میں $AB=5$ سمر، $BC=4.5$ سمر، $CD=6$ سمر، $\angle B=100^\circ$ اور $\angle C=75^\circ$ حل:

مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے کچا خاکہ کھینچئے

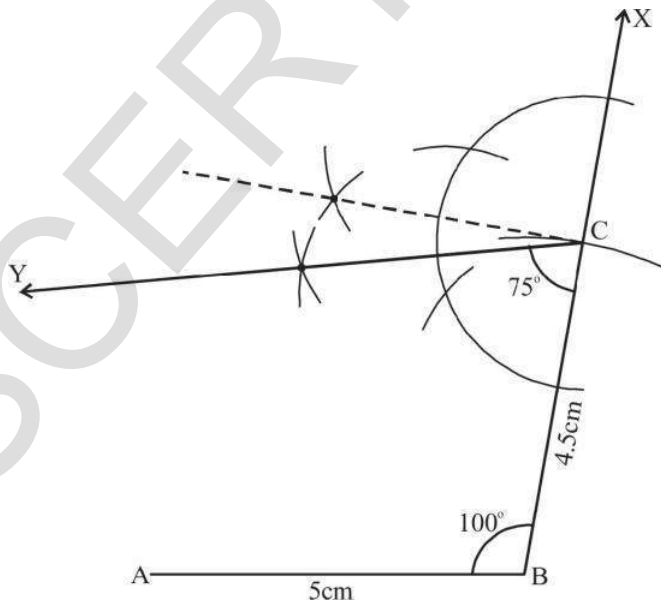
(معلوم کیجئے کہ یہ پیمائشات چار ضلعی کے لئے کافی ہیں یا نہیں)

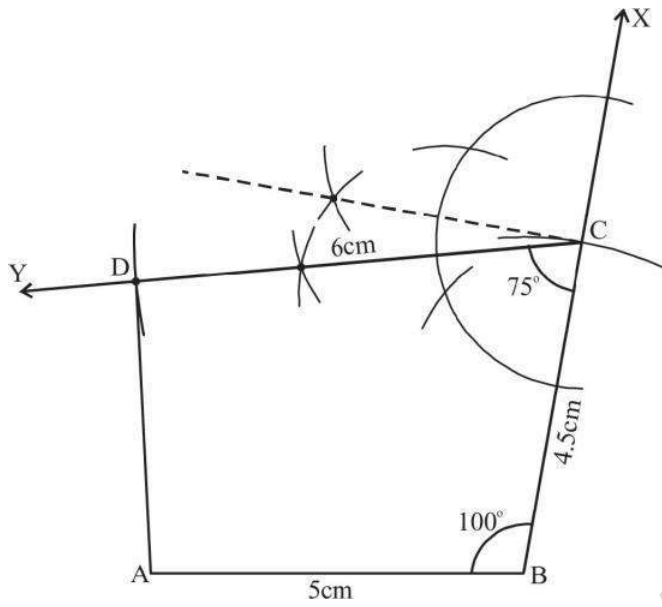
مرحلہ 2: SAS اصول کو استعمال کرتے ہوئے پیمائشات $AB=5$ سمر،

$BC=4.5$ سمر کی مدد سے $\triangle ABC$ بنائیے۔



مرحلہ 3: $\angle C=75^\circ$ بنائیے اور $\overline{CY}$ کھینچئے





مرحلہ 4: C کو مرکز مان کر 6 سمر نصف قطر والا قوس کھینچئے

جو $\overline{CY}$ کو نقطہ D پر قطع کرتا ہے۔

A، D کو ملانے پر مطلوبہ چار ضلعی ABCD

حاصل ہوگا۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

AB کے بجائے BC کو قاعدہ مانتے ہوئے کیا مندرجہ بالا چار ضلعی ABCD کو بنایا جاسکتا ہے؟ ہاں! تو کچا خا کہ کھینچئے اور چار ضلعی کی تشکیل میں شامل مختلف مرحلوں کی تشریح کیجئے۔

مشق - 3.5



حسب ذیل چار ضلعی بنائیے۔

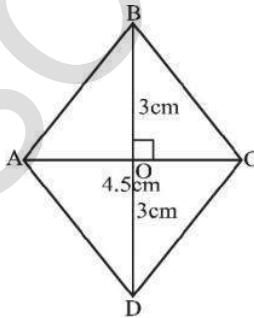
(a) چار ضلعی PQRS بنائیے جس میں $PQ=3.6$ سمر، $QR=4.5$ سمر، $RS=5.6$ سمر، اور $\angle PQR=135^\circ$ اور $\angle QRS=60^\circ$

(b) چار ضلعی LAMP بنائیے جس میں $AM=MP=PL=5$ سمر، اور $\angle M=90^\circ$ اور $\angle P=60^\circ$

(c) منخرف ABCD بنائیے جس میں $AB \parallel CD$ ، $AB=8$ سمر، $BC=6$ سمر، $CD=4$ سمر، اور $\angle B=60^\circ$

3.2.6 خاص قسم کے چار ضلعی کی بناوٹ

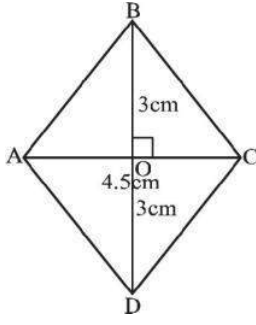
(a) معین کی بناوٹ



مثال 9: معین ABCD بنائیے جس میں وتر $AC=4.5$ سمر، اور $BD=6$ سمر

حل: مرحلہ 1: دی گئی پیمائشات کی مدد سے معین ABCD کا کچا خا کہ کھینچئے کیا یہ پیمائشات مطلوبہ شکل بنانے کے لئے کافی ہیں؟

اس کی جانچ کر لیجئے اور اس کی بناوٹ کے لئے معین کی خصوصیات کو استعمال کیجئے۔

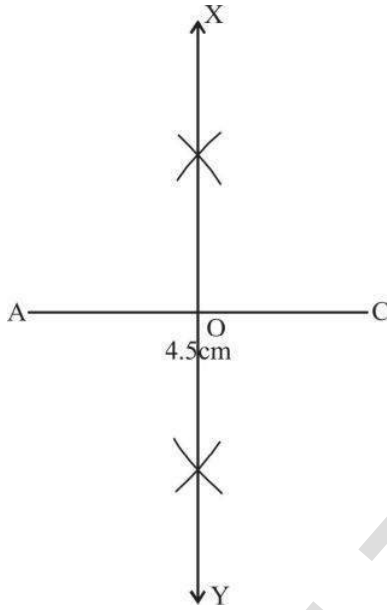


تجزیہ: معین کے دتر ایک دوسرے کی عمودوار تنصیف کرتے ہیں $\overline{AC}$ اور $\overline{BD}$ معین ABCD کے دتر

ہیں جو ایک دوسرے کی عمودوار تنصیف نقطہ "O" پر کرتے ہیں یعنی $\angle AOB = 90^\circ$

$$OB = OD = \frac{BD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ سمر}$$

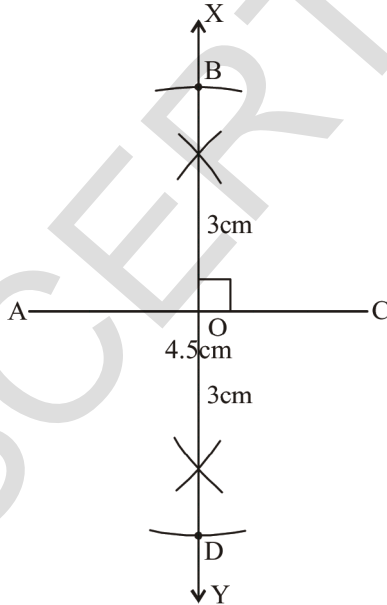
تشکیل کے لئے مرحلہ 2 کی جانب بڑھئے



مرحلہ 2: (معین ABCD کا ایک دتر کھینچئے)

سمر $\overline{AC} = 4.5$ کھینچئے اور اس کا عمودی ناصف

$\overline{XY}$ کھینچئے اور نقطہ تقاطع "O" کی نشاندہی کیجئے۔



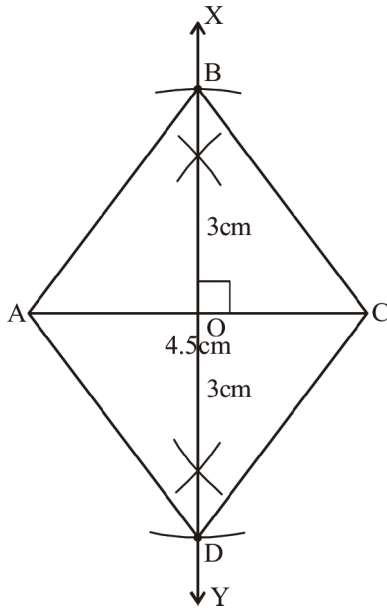
مرحلہ 3: جیسا کہ دوسرا دتر $\overline{BD}$ ، $\overline{AC}$ پر عمودوار ہے $\overline{BD}$ ،

$\overline{XY}$ کا حصہ ہے۔ "O" کو مرکز مان کر 3 سمر نصف قطر

والے دو قوس $\overline{XY}$ پر کھینچئے جو B اور C پر قطع کرتے ہیں جو

$\overline{AC}$ کے دونوں جانب ہیں۔

مرحلہ 4: A سے B، B سے C، C سے D اور D سے A کو ملاتے ہوئے معین کو مکمل کیجئے۔



سوچئے - غور کیجئے اور لکھئے

1. AC کے بجائے BD کو قاعدہ مانٹے ہوئے کیا مندرجہ بالا چار ضلعی (معین) کو بنایا جاسکتا ہے۔ اگر نہیں تو وجہ بتائیے۔
2. فرض کیجئے معین کے دونوں وتروں کا طول مساوی ہے تب کوئی شکل حاصل ہوگی اس کا کچا خاکہ کھینچئے اور وجوہات بتائیے۔

مشق - 3.6



ذیل کی پیمائشات سے چار ضلعی بنائیے۔

(a) معین CART، سمر CR=6 سمر AR=4.8

(b) معین SOAP، سمر SA=4.3 سمر OP=5

(c) مربع JUMP، وتر 4.2 سمر



ہم نے کیا سیکھا

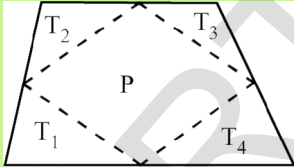
1. ایک چار ضلعی بنانے کے لئے پانچ غیر تابع پیمائشات درکار ہوتے ہیں۔
2. چار ضلعی کو بنایا جاسکتا ہے اگر.....
 - (a) چار ضلع کے طول اور ایک زاویہ دیا جائے۔
 - (b) چار ضلع کے طول اور ایک وتر دیا جائے۔
 - (c) تین ضلع کے طول اور دو وتر دیئے جائے۔
 - (d) دو متصلہ اضلاع کے طول اور تین زاویے دیئے جائیں۔
 - (e) تین اضلاع اور دو مشمولہ (دئے گئے اضلاع کے درمیانی) زاویے دیئے جائیں۔
3. دو مخصوص چار ضلعی جیسے معین اور مربع کو دو وتروں کی مدد سے بنایا جاسکتا ہے۔

معلم کے لئے نوٹ:

پرکار کی مدد سے بنائے جانے والے زاویے مصدقہ ہوتے ہیں اور ان کو منطقی طور پر ثابت کیا جاسکتا ہے۔ چاندہ کی مدد سے اس کی پیمائش اور تصدیق کی جاسکتی ہے۔ اس لئے طالب علموں کو پرکار کی مدد سے ممکنہ زاویے بنانے کی مشق کروائیں۔

جمائے اور مسکرائے کاغذ کاٹے اور لطف اٹھائیے۔

ایک کاغذ سے ایک چار ضلعی تراشنے اور اس بات کا خیال رکھنے کے تمام زاویے 180° سے کم ہوں، اس چار ضلعی کے وسطی نقاط کی نشاندہی کیجیے۔ اور متصلہ ضلعوں پر موجود نقاط کو جوڑ کر خطوط بنائیے اور اب ان خطوط کے مطابق کاغذ کو کاٹ لیجیے تاکہ آپ کو چار مثلثات T_1 ، T_2 ، T_3 اور T_4 اور ایک متوازی الاضلاع P حاصل ہو۔

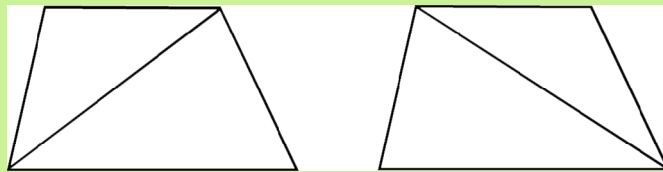


اب آپ یہ بتائیے کہ یہ چار مثلث متوازی الاضلاع P کا مکمل احاطہ کرتے ہیں۔ اب اس متوازی الاضلاع کے رقبے کا آپ حقیقی چار ضلعی سے کس طرح تقابل کریں گے۔

لطف اٹھائیے۔

چار ضلعی + چار ضلعی = متوازی الاضلاع

ایک کاغذ کی شیٹ موڑیے اور قینچی کے استعمال سے متماثل چار ضلعی کی جوڑی کاٹ لیجیے۔ ان میں سے ایک چار ضلعی کو ایک وتر پر اور دوسرے کو دوسرے وتر پر کاٹ لیجیے۔ بتلائیے کہ ان چار ٹکڑوں کو ترتیب دے کر ایک متوازی الاضلاع بنایا جاسکتا ہے۔



قوت اور قوت نما

Exponents and Powers

4

4.0 تعارف:

ہم جانتے ہیں کہ $3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \dots \dots \dots$ (مرتبہ m)

کیا آپ جانتے ہیں؟

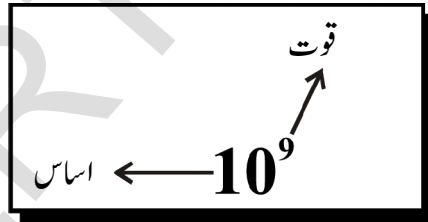
سورج کا قطر اندازاً 1,40,00,00,000 میٹر اور

سورج کی کمیت: 1,989,100,000,000,000,000,000,000,000 کلوگرام

سورج سے زمین کا فاصلہ 149,600,000,000 میٹر۔ ہماری کائنات تقریباً 12,000,000,000 سال پرانی ہے۔ زمین پر تقریباً 1,353,000,000 مکعب کلومیٹر سمندری پانی ہے۔

شطرنج کے ہر خانے کو اناج سے بھر دیا گیا ہے۔ پہلے خانے کو اناج کے ایک دانے سے اور بقیہ دوسرے خانوں کو اس طرح بھر دیا گیا ہے کہ اناج کی تعداد جو خانے میں موجود ہے اس کی دگنا ہوگی پہلے خانے کے۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ ان 64 خانوں کو پُر کرنے کے لیے کتنے اقسام کے اناج کی ضرورت ہوگی۔ یہ 18,446,744,073,709,551,615 ہوگی۔

کیا ہمیں اس طرح کے بڑے اعداد کو لکھنے پڑھنے اور سمجھنے میں دشواری ہوتی ہے؟ اعداد کرنے کی کوشش کیجیے کہ ہم نے اس طرح کے بڑے اعداد کو قوت نما میں کس طرح ظاہر کیا تھا۔



$$1,40,00,00,000m = 1.4 \times 10^9 m$$

ہم 10^9 کو 10 کی قوت 9 پڑھتے ہیں جہاں پر

یہ کیجیے



1- مختصر کیجیے۔

(i) $3^7 \times 3^3$

(ii) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

(iii) $3^4 \times 4^3$

2- حیدرآباد اور دہلی کے درمیان فاصلہ بذریعہ ریل 1674.9 کلومیٹر ہے۔ آپ اس کو سم (سنٹی میٹر) میں کس طرح ظاہر کریں گے۔

4.1 منفی قوت والے قوت نما

عام طور ہم اس طرح لکھتے ہیں

$$1.4 \times 10^9 \text{ میٹر} = 1400000000 \text{ میٹر} = \text{سورج کا نصف قطر}$$

$$6.023 \times 10^{23} = \text{اواگادرو کا عدد}$$

یہ بہت بڑے اعداد ہوتے ہیں، سہولت کے لیے انہیں مختصر شکل میں ظاہر کیا جاتا ہے۔

لیکن اگر ہم بہت ہی چھوٹے اعداد کو ظاہر کرنا چاہتے ہوں جن کی قیمت اکائی سے بھی کم ہو مثال کے طور پر

$$0.000005 \text{ m} = \text{بال کی موٹائی}$$

$$0.000015 \text{ m} = \text{خور دم کی موٹائی}$$

آئیے اب ہم پچھلی جماعتوں سے ذیل کے نمونوں کا اعادہ کرتے ہیں

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100 = 1000/10$$

$$10^1 = 10 = 100/10$$

$$10^0 = 1 = 10/10$$

$$10^{-1} = ?$$

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

جیسا کہ قوت میں ایک کی کمی واقع ہو رہی ہے اس کی قدر پہلی قدر کی ایک دہائی ہو جاتی ہے۔

اس طریقہ کار کو جاری رکھنے پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ:

$$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$$

$$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$$

$$\frac{1}{10^n} = 10^{-n} \quad \text{یا} \quad \frac{1}{10^{-n}} = 10^n$$

اوپر بیان کی گئی وضاحت کی بنا پر ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں

ذیل کے جدول کا مشاہدہ کیجیے

ایک ملی میٹر	ایک سنٹی میٹر	ایک ڈی میٹر	ایک میٹر	ایک ڈی میٹر	ایک ہیکٹو میٹر	ایک کلومیٹر
$\frac{1}{1000} \text{ m}$	$\frac{1}{100} \text{ m}$	$\frac{1}{10} \text{ m}$	1 m	10 m	100 m	1000 m
10^{-3} m	10^{-2} m	10^{-1} m	10^0 m	10^1 m	10^2 m	10^3 m



یہ کیجیے
 10^{-10} کی قدر کیا ہوگی۔

ذیل کے طریقہ کار کا مشاہدہ کیجیے۔

$$(i) \quad 8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$(ii) \quad \frac{8}{2} = 4 = 2 \times 2 = 2^2$$

$$(iii) \quad \frac{4}{2} = 2 = 2^1$$

$$(iv) \quad \frac{2}{2} = 1 = 2^0$$

$$(v) \quad \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$(vi) \quad \frac{1}{2^2} = 2^{-2}$$

عام طور پر ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ کوئی بھی غیر صفری عدد a کے لیے $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ ہوگا جو a^m کا ضربی معکوس ہے۔

$$a^m \times a^{-m} = a^{m+(-m)} = a^0 = 1 \text{ یعنی}$$



ذیل کے ضربی معکوس معلوم کیجیے۔

(i) 3^{-5}	(ii) 4^{-3}	(iii) 7^{-4}	(iv) 7^{-3}
(v) x^{-n}	(vi) $\frac{1}{4^3}$	(vii) $\frac{1}{10^3}$	

یہ دیکھئے

ہم جانتے ہیں کہ $\text{رفتار} = \frac{\text{فاصلہ}}{\text{وقت}}$ ، علامتی طور پر $s = \frac{d}{t}$ جہاں فاصلہ میٹر میں، وقت سکینڈ میں ہو تب رفتار کی اکائی اس طرح

$m \times s^{-1}$ لکھی جاتی ہے اور اسراع کی اکائی $\frac{m}{s^2}$ ہوتی ہے اور اس کو اس طرح $m \times s^{-2}$ بھی لکھا جاتا ہے

عدد 3456 کو ہم قوت نما کی شکل / اعدادی شکل میں حسب ذیل طریقے سے لکھیں گے۔

$$3456 = (3 \times 1000) + (4 \times 100) + (5 \times 10) + (6 \times 1)$$

$$3456 = (3 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (5 \times 10) + (6 \times 10^0)$$

$$7405 = (7 \times 10^3) + (4 \times 10^2) + (0 \times 10) + (5 \times 10^0)$$

اب ہم دیکھیں گے کہ کس طرح اعشاری اعداد کو ظاہر کرتے ہیں۔ جیسے 326.57 کو قوت نما میں ظاہر کریں گے۔

$$326.57 = (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + \left(\frac{5}{10}\right) + \left(\frac{7}{10^2}\right)$$

$$= (3 \times 10^2) + (2 \times 10) + (6 \times 10^0) + (5 \times 10^{-1}) + (7 \times 10^{-2})$$

ہم جانتے ہیں کہ

$$\frac{1}{10} = 10^{-1} \text{ \& } \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$734.684 = (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + \left(\frac{6}{10}\right) + \left(\frac{8}{10^2}\right) + \left(\frac{4}{10^3}\right)$$

$$= (7 \times 10^2) + (3 \times 10) + (4 \times 10^0) + (6 \times 10^{-1}) + (8 \times 10^{-2}) + (4 \times 10^{-3})$$

یہ کیجیے



ذیل کے اعداد کو قوت نما کی شکل میں ظاہر کیجیے۔

(i) 543.67

(ii) 7054.243

(iii) 6540.305

(iv) 6523.450

4.2 قوت نما کے قوانین

ہم یہ جان چکے ہیں کہ غیر صفری عدد 'a' کے لیے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ جہاں m اور n طبعی اعداد ہیں۔
کیا یہ کلیہ منفی اعداد کے لئے بھی کارآمد ہے۔
آئیے جانچ کرتے ہیں۔

(i) $3^2 \times 3^{-4}$

$$3^{-4} = \frac{1}{3^4}$$

$$3^2 \times 3^{-4} = 3^2 \times \frac{1}{3^4} = \frac{3^2}{3^4}$$

$$= 3^{2-4} = 3^{-2}$$

i.e., $3^2 \times 3^{-4} = 3^{-2}$

(ii) $(-2)^{-3} \times (-2)^{-4}$

$$(-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^3} \times \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{(-2)^{3+4}}$$

جہاں 'a' ایک غیر صفری عدد ہے

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

(ہم جانتے ہیں کہ)

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$= \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7} \quad (\because a^m \times a^n = a^{m+n})$$

$$(iii) \quad (-2)^{-3} \times (-2)^{-4} = (-2)^{-7}$$

$$(-5)^2 \times (-5)^{-5}$$

$$(-5)^2 \times (-5)^{-5} = (-5)^2 \times \frac{1}{(-5)^5}$$

$$= \frac{1}{(-5)^{5-2}}$$

$$= \frac{1}{(-5)^3}$$

$$= (-5)^{-3}$$

$$\text{لہذا } (-5)^2 \times (-5)^{-5} = (-5)^{-3}$$

$$(2 + (-5) = -3) \text{ ہم جانتے ہیں کہ}$$

عام طور پر ہم اس نتیجے پر پہنچتے ہیں کہ کسی غیر صفری عدد 'a' کے لیے $a^m \times a^n = a^{m+n}$ جہاں m اور n صحیح اعداد ہیں۔

یہ کیجیے

مختصر کیجیے اور ایک ہی قوت میں ظاہر کیجیے۔

(i) $2^{-3} \times 2^{-2}$

(ii) $7^{-2} \times 7^5$

(iii) $3^4 \times 3^{-5}$

(iv) $7^5 \times 7^{-4} \times 7^{-6}$

(v) $m^5 \times m^{-10}$

(vi) $(-5)^{-3} \times (-5)^{-4}$



اسی طرح سے ہم ذیل کے قوت نما کے قوانین کی جانچ کر سکتے ہیں جہاں a اور b غیر صفری صحیح اعداد ہیں اور n صحیح اعداد ہیں۔

$$1. \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. \quad (a^m \times b^m) = (ab)^m$$

ان قوانین کو ہم کچھلی جماعت میں صرف مثبت قوت نماؤں کے لیے پڑھ چکے ہیں۔

$$4. \quad \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b} \right)^m$$

$$5. \quad a^0 = 1$$

اگر $a^m = a^n$ تب کیا m اور n کے درمیان کوئی رشتہ ہوگا۔ جہاں 'a' ایک غیر صفری صحیح عدد ہے اور $a \neq -1, a \neq 1$ آئیے دیکھیں!

$$a^m = a^n \quad \frac{a^m}{a^n} = 1 \quad (a^n \text{ سے دونوں جانب تقسیم کرنے پر})$$

$$a^{m-n} = 1. \quad a^{m-n} = a^0$$

$$\therefore m-n=0$$

$$\therefore m=n$$

تب کیا ہوگا

کیوں $a \neq 1$?
اگر $a = 1, m = 7$ اور $n = 6$
تب $1^7 = 1^6$
 $\Rightarrow 7 = 6$
کیا یہ صحیح ہے؟
 $a \neq 1$
تب کیا ہوگا اگر $a = -1$

لہذا ہم یہ نتیجہ اخذ کر سکتے ہیں کہ $a^m = a^n$ تب $m = n$ ہوگا۔

$$(i) 5^{-2} \quad (ii) \frac{1}{2^{-5}} \quad (iii) (-5)^2$$

$$(i) 5^{-2} = \frac{1}{(5)^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25} \quad (a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ ہم جانتے ہیں})$$

$$(ii) \frac{1}{2^{-5}} = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \quad (a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ ہم جانتے ہیں})$$

$$2^5 = 32$$

$$(iii) (-5)^2 = (-5)(-5) = 25$$

$$(i) (-5)^4 \times (-5)^{-6} \quad (ii) \frac{4^7}{4^4} \quad (iii) \left(\frac{3^5}{3^3} \right)^5 \times 3^{-6}$$

$$(i) (-5)^4 \times (-5)^{-6} \quad (a^m \times a^n = a^{m+n} \text{ ہم جانتے ہیں کہ})$$

$$= (-5)^{4+(-6)} = (-5)^{-2}$$

$$= \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25}$$

$$(a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ ہم جانتے ہیں کہ})$$

$$(ii) \frac{4^7}{4^4}$$

$$= 4^{7-4} = 4^3 = 64$$

$$(a^m / a^n = a^{m-n} \text{ ہم جانتے ہیں کہ})$$

$$(iii) \left(\frac{3^5}{3^3} \right)^5 \times 3^{-6}$$

$$= (3^{5-3})^5 \times 3^{-6}$$

$$= (3^2)^5 \times 3^{-6}$$

$$= 3^{10} \times 3^{-6} = 3^4 = 81$$

$$\left(\frac{a^m}{a^n} \right)^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

مثال 3: ذیل میں دیئے گئے ہر ایک کو مثبت قوت میں ظاہر کیجئے۔

$$(i) 4^{-7} \quad (ii) \frac{1}{(5)^{-4}} \quad (iii) \left(\frac{4}{7} \right)^{-3} \quad (iv) \frac{7^{-4}}{7^{-6}}$$

حل:

$$(i) 4^{-7} \quad (a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ ہم جانتے ہیں کہ})$$

$$= \frac{1}{(4)^7}$$

$$(ii) \frac{1}{(5)^{-4}}$$

$$= 5^4$$

$$(iii) \left(\frac{4}{7} \right)^{-3} = \frac{4^{-3}}{7^{-3}}$$

$$= \frac{7^3}{4^3} = \left(\frac{7}{4} \right)^3$$

$$(iv) \frac{7^{-4}}{7^{-6}}$$

$$= 7^{-4-(-6)}$$

$$= 7^{-4+6} = 7^2$$

$$\left(\frac{1}{a^m} = a^{-m} \right) \text{ ہم جانتے ہیں کہ}$$

$$\left(a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad a^m = \frac{1}{a^{-m}} \right)$$

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{-m} = \left(\frac{b}{a} \right)^m \text{ عام طور پر}$$



$$(a^m)^n = a^{mn} \text{ ہم جانتے ہیں کہ}$$

مثال 4: 27^{-4} کو 3 کے اساس پر قوت میں لکھئے

حل: 27 کو ہم $3^3 = 3 \times 3 \times 3$ لکھ سکتے ہیں

$$\text{اسلئے } (27)^{-4} = (3^3)^{-4}$$

$$3^{-12}$$

مثال 5: مختصر کیجئے

حل:

$$(i) \left(\frac{1}{27}\right) \times 2^{-3} \quad (ii) 4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$$

$$(i) \left(\frac{1}{27}\right) \times 2^{-3}$$

27 کو ہم $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ لکھ سکتے ہیں

$$\left(\frac{1}{27}\right) \times 2^{-3} = \frac{1}{3^3} \times 2^{-3}$$

$$= \frac{1}{3^3} \times \frac{1}{2^3}$$

$$= \frac{1}{(3 \times 2)^3}$$

$$= \frac{1}{6^3} = \frac{1}{216}$$

ہم جانتے ہیں کہ $\frac{1}{a^m} = a^{-m}$

ہم جانتے ہیں کہ $a^m \times b^m = (ab)^m$

$$(ii) 4^4 \times 16^{-2} \times 4^0$$

$$= 4^4 \times (4^2)^{-2} \times 4^0$$

$$= 4^4 \times 4^{-4} \times 4^0$$

$$= 4^{4+0} = 4^0$$

$$= 1$$

ہم جانتے ہیں کہ $(a^m)^n = a^{mn}$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^0 = 1 \text{ لیکن}$$

مثال 6: کیا آپ x کی قیمت کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔ $2^x = 1$

حل: جیسا کہ ہم بیان کر چکے ہیں $a^0 = 1$

$$2^x = 1 \quad \text{عموماً}$$

$$2^x = 2^0$$

$$\Rightarrow x = 0$$

مثال 7: x کی قدر معلوم کیجئے اس طرح کہ

$$(i) 25 \times 5^x = 5^8$$

$$(ii) \frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$$

$$(iii) (3^6)^4 = 3^{12x}$$

$$(iv) (-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$$

$$25 \times 5^x = 5^8$$

$$5^2 \times 5^x = 5^8$$

$$5^{2+x} = 5^8$$

$$2 + x = 8$$

$$\therefore x = 6$$

ہم جانتے ہیں کہ $25 = 5 \times 5 = 5^2$

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \text{ لیکن}$$

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n \text{ اگر}$$

$$(ii) \frac{1}{49} \times 7^{2x} = 7^8$$

$$\frac{1}{7^2} \times 7^{2x} = 7^8$$

$$7^{-2} \times 7^{2x} = 7^8$$

$$7^{2x-2} = 7^8$$

$$2x - 2 = 8$$

$$\frac{1}{a^m} = a^{-m} \text{ ہم جانتے ہیں}$$

(اساس مساوی ہیں)

$$2x = 8 + 2$$

$$2x = 10$$

$$x = \frac{10}{2} = 5$$

$$\therefore x = 5$$

$$(iii) (3^6)^4 = 3^{12x}$$

$$3^{24} = 3^{12x}$$

$$24 = 12x$$

$$x = \frac{24}{12} = 2$$

$$[\therefore (a^m)^n = a^{mn}]$$

(اساس مساوی ہیں)

$$(iv) (-2)^{x+1} \times (-2)^7 = (-2)^{12}$$

$$(-2)^{x+1+7} = (-2)^{12}$$

$$(-2)^{x+8} = (-2)^{12}$$

$$x + 8 = 12$$

$$x = 12 - 8 = 4$$

(اساس مساوی ہیں)

مثال 8: مختصر کیجئے $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2}$

حل: $\frac{25}{4} = \frac{5 \times 5}{2 \times 2} = \frac{5^2}{2^2}$

$\therefore (a^m)^n = a^{mn}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{25}{4}\right)^{-2} &= \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{5^2}{2^2}\right)^{-2} \\ &= \frac{5^3}{2^3} \times \frac{2^4}{5^4} = 5^{3-4} \times 2^{4-3} \\ &= 5^{-1} \times 2^1 = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

مثال 9: مختصر کیجئے $\left[\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right\}\right]$

ہم جانتے ہیں $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

ہم جانتے ہیں $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ اور $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$

$$\begin{aligned} &\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \div \left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\right] \\ &= \left[\left(\frac{1^{-3}}{3^{-3}} - \frac{1^{-3}}{2^{-3}}\right) \div \frac{1^{-2}}{5^{-2}}\right] \\ &= \left[\left(\frac{3^3}{1^3} - \frac{2^3}{1^3}\right) \div \frac{5^2}{1^2}\right] = \left(\frac{27}{1} - \frac{8}{1}\right) \div 25 \\ &= (27 - 8) \div 25 = \frac{19}{25} \end{aligned}$$

مثال 10: اگر $x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ تب x^{-2} کی قدر معلوم کیجئے

ہم جانتے ہیں $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

$x = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{2^{-4}}{3^{-4}}$

$$x = \frac{3^2}{2^2} \times \frac{3^4}{2^4} = \frac{3^{2+4}}{2^{2+4}} = \frac{3^6}{2^6} = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x = \left(\frac{3}{2}\right)^6$$

$$x^{-2} = \left[\left(\frac{3}{2}\right)^6\right]^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-12} = \frac{3^{-12}}{2^{-12}} = \frac{2^{12}}{3^{12}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

مشق - 4.1



1. مختصر کیجئے اور وجوہات بیان کیجئے۔

(i) 4^{-3} (ii) $(-2)^7$ (iii) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ (iv) $(-3)^{-4}$

2. مختصر کیجئے اور واحد قوت نمایں ظاہر کیجئے

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6$ (ii) $(-2)^7 \times (-2)^3 \times (-2)^4$

(iii) $4^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4$ (iv) $\left(\frac{5^{-4}}{5^{-6}}\right) \times 5^3$ (v) $(-3)^4 \times 7^4$

3. مختصر کیجئے

(i) $2^2 \times \frac{3^2}{2^{-2}} \times 3^{-1}$ (ii) $(4^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1}$

4. مختصر کیجئے اور وجوہات لکھئے

(i) $(4^0 + 5^{-1}) \times 5^2 \times \frac{1}{3}$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{-3}$

(iii) $(2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1}) \times \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{3^{-2}}{3} \times (3^0 - 3^{-1})$

(v) $1 + 2^{-1} + 3^{-1} + 4^0$ (vi) $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right]^2$

5. حل کیجئے اور وجہ بتلائیے

(i) $\left[(3^2 - 2^2) \div \frac{1}{5}\right]^2$ (ii) $((5^2)^3 \times 5^4) \div 5^6$

6. ہر ایک میں n کی قدر معلوم کیجئے

(i) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-2}$
(ii) $(-3)^{n+1} \times (-3)^5 = (-3)^{-4}$
(iii) $7^{2n+1} \div 49 = 7^3$

7. $2^{-3} = \frac{1}{2^x}$ کی قدر معلوم کیجئے جبکہ

8. مختصر کیجئے $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \div \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}\right] \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

9. اگر $m = 3$ اور $n = 2$ تب حسب ذیل کی قیمتیں دریافت کیجئے۔

(i) $9m^2 - 10n^3$ (ii) $2m^2 n^2$ (iii) $2m^3 + 3n^2 - 5m^2 n$ (iv) $m^n - n^m$

10. مختصر کیجئے اور وجہ بتلائیے $\left(\frac{4}{7}\right)^{-5} \times \left(\frac{7}{4}\right)^{-7}$

4.3 اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کرنے قوت نما کا اطلاق

پچھلی جماعت میں بڑے اعداد کو کس طرح معیاری شکل میں ظاہر کرتے ہیں ہم سیکھ چکے ہیں

مثال کے طور پر $300,000,000 = 3 \times 10^8$

اب ہم بہت چھوٹے اعداد کے اظہار کے لئے معیاری طریقہ استعمال کریں گے۔

کمپیوٹر چپ کے وتر پر غور کیجئے جو کہ 0.000003 میٹر ہے

0.000003 میں اعشاریہ داہنی جانب
6 مقامات کو منتقل ہوتا ہے

$$0.000003 \text{ m} = \frac{3}{1000000} \text{ m}$$

$$= \frac{3}{10^6} \text{ m}$$

$$= 3 \times 10^{-6} \text{ m}$$

اس طرح $0.000003 = 3 \times 10^{-6} \text{ m}$

0.00001275 میں اعشاریہ کو

5 مقامات تک ہٹایا گیا ہے۔

اسی طرح ہم نباتی خلیہ کی جسامت کو ظاہر کرتے ہیں 0.00001275 میٹر

$$\begin{aligned} 0.00001275 \text{ m} &= \frac{1275}{100000000} \\ &= 1.275 \times \frac{10^3}{10^8} \\ &= 1.275 \times 10^{-5} \text{ m} \end{aligned}$$

یہ کیجئے



1. عدد کو معیاری شکل میں لکھئے اور اس بیان کو دوبارہ تحریر کیجئے۔

(i) سورج سے زمین کا فاصلہ 149,600,000,000 میٹر ہے۔

(ii) سورج کا اوسط نصف قطر 69,5000 کلومیٹر ہے۔

(iii) انسانی بال کی موٹائی 0.001 تا 0.005 سمر ہوتی ہے۔

(iv) ماونٹ ایورسٹ کی بلندی 8848 میٹر ہے۔

2. ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے۔

(i) 0.0000456

(ii) 0.000000529

(iii) 0.0000000085

(iv) 6020000000

(v) 35400000000

(vi) 0.000437×10^4

4.4 سب سے بڑے اور سب سے چھوٹے عدد کا تقابل

ہمیں معلوم ہے کہ سورج کا قطر 14000000000 میٹر اور زمین کا قطر 12750000 میٹر ہے اگر ہم کو یہ معلوم کرنا ہے کہ سورج زمین سے کتنا بڑا ہے۔ ہمیں سورج کے نصف قطر کو زمین کے نصف قطر سے تقسیم کرنا ہوگا۔

$$\frac{14000000000}{12750000}$$

یعنی

کیا آپ کو مشکل نہیں ہوگی۔ اگر ہم ان قطروں کو معیاری طریقہ میں لکھیں گے تب بہ آسانی نتیجہ معلوم کر پائیں گے۔ دیکھئے سورج کتنا

بڑا ہے۔

$$\text{سورج کا قطر} = 14000000000 \text{ m} = 1.4 \times 10^9 \text{ m}$$

$$\text{زمین کا قطر} = 12750000 = 1.275 \times 10^7 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \frac{\text{سورج کا قطر}}{\text{زمین کا قطر}} &= \frac{1.4 \times 10^9}{1.275 \times 10^7} \\ &= \frac{1.4 \times 10^2}{1.275} \\ &= 10^2 = 100 \text{ (اندازاً)} \end{aligned}$$

اس طرح سورج کا قطر زمین کے قطر سے تقریباً 100 گنا زیادہ بڑا ہے۔

اب ایک اور مثال پر غور کریں

اگر زمین کی کمیت 5.97×10^{24} کلوگرام اور چاند کی کمیت 7.35×10^{22} کلوگرام ہو تب ان دونوں کی مجموعی کمیت کیا ہے؟

جب ہمیں اعداد کو معیاری اشکال میں جمع کرنا ہو تو ہمیں ان کو مشابہہ قوت نما میں تبدیل کرنا ہوگا

$$\text{زمین کی کمیت} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$$

$$\text{چاند کی کمیت} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{مجموعی کمیت} &= 5.97 \times 10^{24} \text{ Kg} + 7.35 \times 10^{22} \text{ kg} \\ &= (5.97 \times 10^2 \times 10^{22} \text{ Kg}) + 7.35 \times 10^{22} \text{ kg} \\ &= (5.97 \times 10^2 + 7.35) \times 10^{22} \text{ kg} \\ &= (597 + 7.35) \times 10^{22} \text{ kg} \\ &= 604.35 \times 10^{22} \text{ kg} \\ &= 6.0435 \times 10^{24} \text{ kg} \end{aligned}$$

مثال 11 : ذیل میں دیئے گئے سوالوں کو عام شکل میں ظاہر کیجئے۔

- (i) 4.67×10^4 (ii) 1.0001×10^9 (iii) 3.02×10^{-6}
- (i) $4.67 \times 10^4 = 4.67 \times 10000 = 46700$
- (ii) $1.0001 \times 10^9 = 1.0001 \times 1000000000 = 1000100000$
- (iii) $3.02 \times 10^{-6} = 3.02/10^6 = 3.02/1000000 = 0.00000302$

مشق - 4.2



1. ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں لکھئے

- (i) 0.000000000947 (ii) 543000000000
- (iii) 48300000 (iv) 0.00009298 (v) 0.0000529

2. عام طریقہ پر ظاہر کیجئے۔

- (i) 4.37×10^5 (ii) 5.8×10^7 (iii) 32.5×10^{-4} (iv) 3.71529×10^7
- (v) 3789×10^{-5} (vi) 24.36×10^{-3}

3. ذیل کے اعداد کو معیاری شکل میں ظاہر کیجئے۔

- (i) بیکیٹریا کی جسامت 0.0000004 میٹر
- (ii) خون کے سرخ خلیے 0.000007 ملی میٹر

(iii) روشنی کی رفتار 3000000000 میٹر فی سکنڈ

(iv) چاند کے اور زمین کے درمیان کا فاصلہ 384467000 میٹر

(v) الکٹران کا برقی بار 0.00000000000000000016 کولمب

(vi) پیپر کی موٹائی 0.0016 سمر

(vii) کمپیوٹر چپ کے تار کا قطر 0.000005 سمر

4. ایک گٹھے میں 5 کتابیں ہیں جس میں ہر ایک کی موٹائی 20 ملی میٹر اور 5 پیپر شیٹ ہیں جن میں سے ہر ایک کی موٹائی 0.016 ملی میٹر ہے اس گٹھے کی جملہ موٹائی معلوم کیجئے۔

5. رحیم نے قوت نما کے چند سوالات کو اس طرح حل کیا، کیا آپ اس کے حل کرنے کے طریقہ سے مطمئن ہیں؟ اگر نہیں تو کیوں؟ اپنی دلیل کی وضاحت کیجئے۔

(i) $x^{-3} \times x^{-2} = x^{-6}$ (ii) $\frac{x^3}{x^2} = x^4$ (iii) $(x^2)^3 = x^{2^3} = x^8$

(iv) $x^{-2} = \sqrt{x}$ (v) $3x^{-1} = \frac{1}{3x}$

منصوبہ کام

1. اپنی ہائی اسکول کی جماعتوں کی کتابیں دیکھئے اور کوئی 5 سائنسی تحقیقات کو جن میں بہت چھوٹے اعداد موجود ہوں۔ منفی قوت میں ظاہر کیجئے۔

ہم نے کیا سیکھا



1. اعداد جنہیں منفی قوت نما میں ظاہر کرتے ہیں ذیل کے اصول کے مطابق ہیں

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (b) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = \frac{1}{a^{n-m}}$ (c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(c) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (d) $a^0 = 1$ (e) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2. بہت ہی چھوٹے اعداد کو منفی قوت نما میں ظاہر کرتے ہیں۔

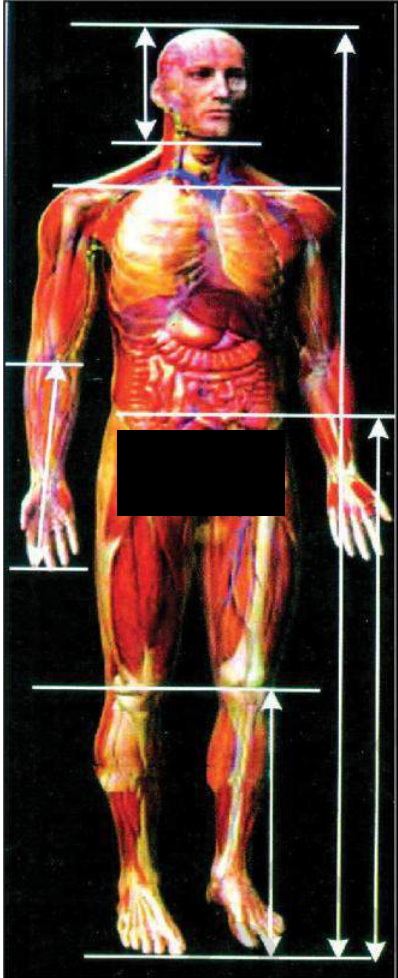
3. بہت بڑے اور چھوٹے اعداد کا تقابل کر سکتے ہیں۔

4. عام غلطیوں کی نشاندہی کی جاسکتی ہے۔

مقداروں کا تقابل تناسب کے ذریعہ (Comparing Quantities using Proportion)

5

5.1 تعارف



روزمرہ زندگی میں ہمیں مختلف مقداروں کا ایک دوسرے سے تقابل کرنے کی ضرورت ہوتی ہے۔ آئیے اس موضوع پر ایک مثال پر غور کریں۔
جماعت میں نگران کار طالب علم کے انتخاب کے لئے ووٹنگ کی گئی۔ اس جماعت میں 40 طلبا پڑھتے ہیں۔ انور کو 24 ووٹ حاصل ہوئے اور وہ نگران جماعت منتخب ہوا اور صابر کو دوسرا مقام ملا۔ اسے 16 ووٹ حاصل ہوئے۔ ان کے ووٹوں کی نسبت 24:16 ہے۔ نسبت کو مختصر کرنے کے بعد یہ کیا ہوگی؟ یہ نسبت 3:2 ہوگی۔
معکوس طریقہ سے دیکھا گیا تو صابر اور انور کے ووٹوں کی نسبت 2:3 ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ نسبت کیا ہوتی ہے۔
دو مقداروں کا ترتیب وار تقابل ہی نسبت ہے۔

یہ کوشش کیجئے

- اپنی سائیکل کے گیرس کی نسبت معلوم کیجئے۔
پیڈل وہیل کے دانتوں کی تعداد کی گنتی کیجئے اور اسی طرح اسپرکٹ وہیل کے دانتوں کو بھی گنتی۔
چین وہیل کے دانتوں کی تعداد : اسپرکٹ وہیل کے دانتوں کی تعداد
اسے گیرس کی نسبت کہتے ہیں۔ بتائیے تو بھلا چین وہیل کے ہر ایک چکر پر اسپرکٹ وہیل کتنے چکر کاٹتا ہے۔



انسان کے جسم میں سنہری نسبت
انسان بھی سنہری نسبت سے عاری نہیں۔ بلکہ ہمارا جسم اس تناسب کی بہترین مثال ہے۔ ذیل کے نکات پر غور کیجئے۔
☆ قد: نقطہ حلق اور تلوؤں کے درمیان کا فاصلہ
☆ کندھے کی لمبائی: سر کی لمبائی
☆ انگلی کے آخری سرے اور کہنی کے درمیان کی لمبائی
☆ کلائی اور کہنی کے درمیان کی لمبائی
☆ نقطہ حلق اور گھٹنے کے درمیان کی لمبائی: گھٹنے اور
یہ تمام 1.615:1 کی سنہری نسبت میں ہوتے ہیں۔

- پانچ مختلف واقعات کے لیے ان کے مابین فیصدی تعلق کے اظہار کے لیے اخبار کے تراشے جمع کیجئے۔

مرکب نسبت

بعض دفعہ ہمیں کوئی دو نسبتوں کو ایک ہی نسبت کے طور پر لکھنا پڑتا ہے۔ کیوں؟ اس بات کو سمجھنے کے لیے آئیے ایک مثال پر غور کریں۔
علیم اور مقبول نے بالترتیب 2000 روپے اور 3000 روپے کے سرمایہ سے کاروبار شروع کیا۔ سال کے ختم پر وہ دونوں اپنے منافع کو کس نسبت میں تقسیم کریں گے۔

$$2000:3000 = \text{سرمایہ کی نسبت}$$

$$2:3 =$$

پورے سال میں ان کے سرمایہ کو ذیل کے جدول میں دکھایا گیا ہے۔

نمبر نمبر	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	مہینہ
24	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	علیم کا حصص
36	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	مقبول کا حصص

$$24 : 36 = \text{ان کے حصص کی نسبت}$$

$$2 : 3 = \text{2 اور سرمایہ کی مدت کی نسبت} = 1 : 1$$

آپ نے کیا دیکھا؟ اگر سرمایہ کی مدت مساوی ہو تو سرمایہ کی نسبت حصص کی نسبت کے مساوی ہوگی۔ لہذا حصہ دار اپنا نفع اپنے حصص کی نسبت میں تقسیم کر لیں گے۔

ان کا نفع 2 : 3 کی نسبت میں ہوگا۔

اوپر کی مثال میں

صورت 1: فرض کیجئے کہ دونوں نے ایک ہی سرمایہ 5000 روپے سے کاروبار شروع کیا۔ رامیا نے 12 مہینوں کے لیے تجارت کی جبکہ ساجد نے 9 مہینوں تک اس کا ساتھ دیا۔ بتاؤ کہ وہ دونوں اپنا نفع کس طرح تقسیم کریں گے؟ کیا آپ یہ کہیں گے کہ چونکہ انہوں نے ایک ہی سرمایہ سے تجارت شروع کی تھی اس لیے سال کے ختم پر وہ اپنا منافع بھی مساوی طور پر تقسیم کر لیں گے؟

ان کے سرمایوں کی نسبت = 5000:5000 = 1:1

جملہ حصہ	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	مہینہ
12	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	علیم
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	مقبول

ان کے حصص کی نسبت = 12:9

= 4:3

ان کا سرمایہ تو مساوی ہے لہذا وہ اپنے سرمایوں کی نسبت میں نفع تقسیم کر لیں گے۔ یعنی مدت کی نسبت

صورت 2: فرض کیجئے کہ رامیا نے 2000 روپے 12 مہینوں کے لیے لگائے جبکہ ساجد نے 3000 روپے کا سرمایہ 9 مہینوں کے لیے رکھا۔ کس نسبت میں وہ دونوں سالانہ منافع تقسیم کریں گے؟ سرمایوں کی نسبت ہوگی یا مدت کی نسبت؟ رامیا نے کم رقم مشغول کی لیکن زیادہ مدت کے لیے کی جبکہ ساجد نے زیادہ رقم کم مدت کے لیے مشغول کی۔ یہاں پر ہمیں سرمایہ اور سرمایہ کی مدت دونوں ہی کو اہمیت دینی ہوگی۔ لیکن وہ کیسے؟

سرمایہ کی نسبت = 2000 : 3000 = 2:3

مدت کی نسبت = 12:9 = 4:3

جملہ حصہ	جولائی	اگست	ستمبر	اکتوبر	نومبر	دسمبر	جنوری	فروری	مارچ	اپریل	مئی	جون	مہینہ
24	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	علیم
27	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	₹	مقبول

حصص کی نسبت = 24 : 27 = 8:9

(2 x 12) : (3 x 9) = 8 : 9 (اوپر کے جدول پر غور کیجئے)

سرمایہ کی نسبت 2:3 ہے اور مدت کی نسبت 4:3 ہے۔ لہذا ان کے حصص کی نسبت 8:9 = (2 x 12) : (3 x 9)۔ لہذا یہ دونوں اپنا

سالانہ نفع 8:9 کی نسبت میں تقسیم کر لیں گے۔ کیا آپ کو سرمایوں کی نسبت، وقت کی نسبت اور حصص کی نسبت میں کوئی تعلق نظر آتا ہے؟

حصص کی نسبت کو اس طرح لکھا جاسکتا ہے۔ $\frac{2}{3} :: \frac{4}{3} = 8 : 9$
 طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

دوسراہ نسبتوں کو ایک واحد نسبت کی شکل میں مقدم کے حاصل ضرب اور تالی کے حاصل ضرب کی نسبت کی حیثیت سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایسی نسبت کو ہم دی ہوئی دوسراہ نسبتوں کی مرکب نسبت کہتے ہیں یعنی کسور کی نسبتیں جن کی وہ نمائندگی کرتی ہیں، آپس میں ضرب دیتے ہوئے نسبتوں کو مرکب شکل دی جاتی ہے۔

$a : b$ اور $c : d$ دو نسبتیں ہیں تب ان دونوں کی مرکب نسبت $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$ ہوگی یعنی $ac : bd$

کوشش کیجئے



(1) حسب ذیل کی مرکب نسبتیں معلوم کیجئے۔

(c) 2 : 9 اور 5 : 7

(b) 4 : 5 اور 4 : 5

(a) 2 : 3 اور 3 : 4

(2) روزمرہ زندگی میں مرکب نسبت کی مثالیں دیجئے۔

فیصدی:

ذیل کی مثال پر غور کیجئے۔

M.K نگر کے ہائی اسکول کے طلبا نے چیارٹی شو کے لیے ٹکٹس فروخت کرنے کا فیصلہ کیا۔ آٹھویں جماعت کے طلبا کو 300 ٹکٹس فروخت کرنے ہیں اور ساتویں جماعت کے طلبا کو 250 ٹکٹس فروخت کے لیے دیئے گئے۔ شو سے ایک گھنٹہ قبل آٹھویں جماعت کے طلبا نے 225 اور ساتویں جماعت کے طلبا نے 200 ٹکٹس فروخت کئے۔ ان میں سے کونسی جماعت کے طلبا اپنے نشانہ سے قریب تر پائے گئے۔

یہ جاننے کے لیے کہ کس گروپ نے اپنے نشانہ سے قریب ٹکٹ فروخت کئے۔ آپ کو ٹکٹوں کی نسبت پر غور کرنا پڑے گا جو کہ 225:300 اور 200:250 ہوگی۔ آٹھویں جماعت کے لیے نسبت 3:4 جبکہ ساتویں جماعت کے طلبا کے لیے نسبت 4:5 ہوگی۔ کیا آپ تقابل کر کے بتا سکتے ہیں؟ ان مقداروں کے درمیان با معنی تقابل مشکل ہے۔ لہذا راست طور پر کہا نہیں جاسکتا۔ دونوں گروپوں کے لیے ہمیں یکساں نسبت کی ضرورت ہے تاکہ تقابل کیا جاسکے۔

مقداروں کے تقابل کا ایک طریقہ یہ ہے کہ انہیں فیصدی میں تحریر کیا جائے۔

فیصدی (%) وہ طریقہ ہے جو فی 100 سے تعلق ظاہر کرتا ہے۔ لفظ فیصد کا مطلب ہر ایک سو کے لیے۔ $100\% = \frac{100}{100}$ ۔ یہ دراصل

ایک کسر بھی ہے جس کا نسب نما 100 ہے۔

$$\frac{3}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{75}{100} = 75\% \quad \text{آٹھویں کے طلبا کے فروخت شدہ ٹکٹوں کا فیصد}$$

$$\frac{4}{5} \times \frac{100}{100} = \frac{80}{100} = 80\% \quad \text{ساتویں کے طلبا کے فروخت شدہ ٹکٹوں کا فیصد}$$

ان امور پر غور کرنے سے کہا جائے گا کہ ساتویں کے طلبا ٹکٹ فروخت کرنے سے زیادہ قریب ہیں۔

فیصدی دراصل 100 کے حصوں کی تعداد کو کہتے ہیں۔ لہذا کسر میں نسب نما 100 ہونا چاہئے جس کے لیے ہم شمار کنندے اور نسب نما

دونوں ہی کو 100 سے ضرب دیتے ہیں۔

فیصدی کو ہم عام پیمانہ کے طور پر استعمال کر سکتے ہیں۔
تعارفی حصہ میں ہم نے انور اور صابر کے حاصل شدہ ووٹوں کا تقابل نسبت کے ذریعہ کیا تھا۔ اسی طرح فیصدی کے ذریعہ بھی تقابل کیا جاسکتا ہے۔

اکائی کا طریقہ
40 ووٹوں میں سے انور کو 24 ووٹ ملے۔ لہذا 100 کے منجملہ
انور کے حاصل شدہ ووٹس = $60 = \frac{24}{40} \times 100$
یعنی 100 ووٹوں میں سے اسے 60 ملے۔
فیصدی میں اسے 60% کہیں گے۔

انور نے 40 کے منجملہ 24 ووٹ حاصل کئے تھے یا ہر 5 ووٹوں
میں 3 مختصر طور پر کہے جاسکتے ہیں۔
لہذا اس کے ووٹوں کا فیصد
 $\frac{3}{5} \times 100\% = 60\%$

چونکہ تمام ہی طلباء نے ووٹنگ میں حصہ لیا۔
انور کے فیصدی ووٹ + صابر کے فیصدی ووٹ = 100%
60% + صابر کے ووٹ = 100%
اس طرح صابر کے حاصل شدہ ووٹس = 100% - 60%
= 40%

5.2: گھٹتا ہوا اور بڑھتا ہوا فیصد

حسب ذیل مثالوں پر غور کیجئے۔

☆ جماعت کے طلباء میں 10 فیصدی کا اضافہ

☆ مکانات کی قیمت میں 12 فیصدی کمی

☆ 2020 تک کاربن ڈائی آکسائیڈ کے اخراج میں 25% کمی ہونی چاہئے۔

مقداروں میں تبدیلی کو عام طور پر اصل مقدار کے فیصد میں ظاہر کیا جاسکتا ہے۔

ہمارے ہاں دو مختلف طریقے ہیں جو کہ فیصد میں اضافہ و کمی کے مسائل حل کرنے کے لیے استعمال کئے جاتے ہیں۔ اس امر کو سمجھنے کے

لیے ذیل کی مثالوں پر غور کیجئے۔

(1) ایک سیلس نیجر نے اپنی ٹیم کے ارکان سے کہا کہ وہ گزشتہ ماہ کے مقابلہ میں فروخت سیلس میں 35% اضافہ کرے۔ اگر گزشتہ ماہ کی فروخت 98,700 روپے ہو تو بتاؤ کہ سیلس کا نشانہ کیا مقرر کیا گیا ہے؟

اکائی کا طریقہ
35% اضافہ کا مطلب 100 روپے 135 روپے ہو جائیں گے۔
بتاؤ کہ 98,700 روپیوں میں کتنا اضافہ ہوگا۔
اضافہ شدہ سیلس = $\frac{135}{100} \times 98700 = 1,33,245$

گزشتہ ماہ سیلس = 98,700 روپے
 $\frac{35}{100} \times 98700 = 34545$
= 34545
جاریہ ماہ کے سیلس کا نشانہ = 98,700 + 34545 = 1,33,245

قیمت میں فیصدی کمی کا مطلب اصل قیمت سے کمی کو تفریق کرنا ہوتا ہے۔ اس بات کو سمجھنے کے لیے آئیے ایک مثال پر غور کریں۔

(2) جوتوں کی جوڑی کی قیمت 550 روپے ہے۔ یہ جوڑ 10% کی پرفروخت کرنا ہے۔ بتاؤ کہ نئی قیمت کیا ہوگی۔

$$\text{مقررہ قیمت} = ₹ 550.$$

$$\text{کی} = 10\% \text{ of } ₹ 550$$

$$= \frac{10}{100} \times 550 = ₹ 55.$$

$$\text{کی} - \text{مقررہ قیمت} = \text{نئی قیمت}$$

$$= ₹ 550 - ₹ 55 = ₹ 495.$$



سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

(1) کسی عدد کا دو گنا اس عدد میں 100 فیصد اضافہ ہوتا ہے۔ اگر ہم عدد کا نصف لیں تو فیصدی میں کتنا کم ہوگا؟

(2) 2000 روپے 2400 روپے سے کتنا فیصد کم ہے؟ کیا یہ فیصدی کی 2400 روپے کے لیے 2000 روپے سے زائد فیصد کے مساوی ہوگی؟

مشق - 5.1



(1) حسب ذیل کی نسبت معلوم کیجئے۔

(i) اسمیتا اپنے دفتر میں 6 گھنٹے کام کرتی ہے جبکہ کاہل 8 گھنٹے کام کرتی ہے۔ ان کے کام کرنے کے گھنٹوں کی نسبت کیا ہوگی؟

(ii) ایک برتن میں 8 لیٹر دودھ رکھا گیا ہے جبکہ دوسرے برتن میں 750 ملی لیٹر دودھ ہے۔ دونوں برتنوں میں دودھ کی نسبت محسوب کرو؟

(iii) ایک سائیکل راں کی رفتار 15 km/h ہے جبکہ ایک اسکوٹر راں 30 km/h کی رفتار سے گزر رہا ہے۔ رفتاروں کی نسبت کیا ہوگی؟

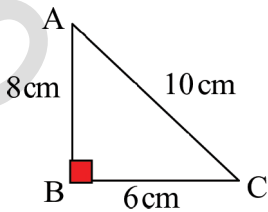
(2) اگر 5:8 اور 3:7 کی مرکب نسبت x:45 ہے تب x کی قیمت کیا ہوگی۔

(3) اگر 7:5 اور x:8 کی مرکب نسبت 84:60 ہے۔ x کی قدر کیا ہوگی۔

(4) اگر 3:4 کی مرکب نسبت اور 4:5 کی معکوس نسبت x:45 ہے۔ تب x محسوب کرو۔

(5) ایک پرائمری اسکول میں 60 طلباء کے لیے 3 ٹیچرس ہیں۔ اگر مدرسہ میں کل 400 طلباء شریک ہیں تو

کتنے ٹیچرس کی ضرورت ہوگی؟



(6) دی ہوئی شکل میں مثلث ABC دکھایا گیا ہے۔ اس کے ضلعوں کے جوڑ بناتے ہوئے ان میں تمام

ممکنہ نسبتوں کو ظاہر کیجئے۔ (اشارہ: $AB:BC=8:6$)

(7) 24 کے منجملہ 9 طلباء نے ایک امتحان میں 75 فیصد نشانات حاصل کئے۔ 75 فیصد سے کم نشانات اور 75 فیصد سے زیادہ نشانات حاصل کرنے والے طلباء کی نسبت معلوم کرو۔

(8) لفظ MISSISSIPPI میں حرف علت اور حرف صحیح کی تعداد کی نسبت اقل ترین اعداد میں ظاہر کرو۔

(9) راجندر اور رحمن تجارت کرتے ہیں۔ ہر ماہ رحمن کو 25 فیصد نفع ملتا ہے۔ اس نے کسی ایک مہینہ میں 2080 روپے حاصل کیئے تو بتاؤ کہ اس ماہ جملہ نفع کتنا حاصل ہوا۔

(10) ایک مثلث ABC میں سمر AB=2.2، سمر BC=1.5 اور سمر AC=2.3 جبکہ مثلث XYZ میں سمر XY=4.4، سمر YZ=3 اور سمر ZX=4.6 تو AC:XY، BC:YZ، AB:XY کے تناسب میں ہیں؟

(11) (اشارہ: دو مثلثات کو اس وقت تناسب میں کہا جائے گا جبکہ ان کے متناظر یا نظیری ضلع ایک ہی نسبت میں پائے جاتے ہوں۔) مادھوری خریدی کے لیے سوپر مارکٹ گئی۔ بعض اشیاء کی قیمتوں کی تبدیلی ذیل میں دی گئی ہے۔ چاول کی قیمت 5% کم اور میوؤں کی قیمت بھی 8% کم کر دی گئی جبکہ روغن اور دالوں کی قیمت میں 10% کا اضافہ ہوا۔ نئی قیمتیں محسوب کرنے میں مادھوری کی مدد کیجئے۔

شے	اصل قیمت فی کلوگرام	تبدیل شدہ قیمت
چاول	30	
جام	100	
سیب	280	
تیل	120	
دال	80	

(12) گذشتہ سال ایک سماجی کلب میں 2075 ارکان شامل ہوئے۔ اس سال ارکان کی تعداد میں 4% کمی ہوئی۔

(a) ارکان میں کمی کتنی ہوئی۔ (b) اس سال کتنے ارکان شامل ہوئے۔

(13) گذشتہ سال ایک کسان کو کپاس کی فصل سے 1720 کپاس کے تھیلے حاصل ہوئے۔ اس مرتبہ اسے فصل میں 20% زائد کی امید ہے۔ بتائیے کہ اس سال اسے کپاس کے کتنے تھیلے حاصل ہوں گے۔

(14) P، Q، خطی قطعہ AB کے وسطی نقاط کے ایک ہی جانب کے نقاط ہیں اگ نقطہ P، AB کو 2:3 اور نقطہ Q، AB کو 3:4 کی نسبت میں تقسیم کرتا ہے تب خطی قطعہ AB کا طول معلوم کیجئے۔

5.3: ڈسکاؤنٹ کا تخمینہ

بڑی دکانوں اور سوپر مارکٹس میں اشیاء کے ساتھ ان کی پرائس ٹیگ (price tags) ہوتی ہیں۔ کیا آپ جانتے ہیں کہ اس قیمت کو کیا کہا جاتا ہے؟ اسے شے کی اشتہاری قیمت کہتے ہیں۔ یہ قیمتیں فیکٹری کی مقررہ قیمتوں کے مطابق درج کی جاتی ہیں۔ مختلف اشیاء کی قیمتوں کو ایک فہرست میں لکھا جاتا ہے۔

روی نے ایک دکان پر کتاب خریدنی چاہی۔ کتاب پر 80 روپے قیمت درج تھی۔ دکاندار نے 15% کم کرتے ہوئے اسے فروخت کیا۔ بتاؤ کہ روی نے کتاب کی خریدی کے لیے کتنی رقم ادا کی۔

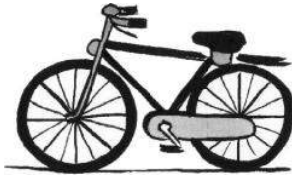
روزمرہ زندگی میں ہمیں ایسے کئی مواقعوں سے سابقہ پڑتا ہے جہاں بعض چیزوں پر کٹوتی یا ڈسکاؤنٹ دیا جاتا ہے۔

قیمت میں ڈسکاؤنٹ کو Rebate بھی کہتے ہیں۔ یہ کمی اشتہاری قیمت پر بھی دی جاتی ہے۔

اوپر کی مثال میں روی کو 15% ڈسکاؤنٹ دیا گیا جبکہ اشتہاری قیمت 80 روپے تھی۔

$$\text{لہذا ڈسکاؤنٹ} = \text{روپے } 12 = \frac{15}{100} \times 80 \quad \text{لہذا روی کو } 68 = 80 - 12 \text{ ادا کرنے ہوں گے۔}$$

آئیے چند اور مثالوں کا مطالعہ کریں۔



مثال: 1 ایک سائیکل کی اشتہاری قیمت 3600 جبکہ قیمت فروخت 3312 ہے۔

ڈسکاؤنٹ اور ڈسکاؤنٹ فیصد محسوب کیجئے۔

حل: ڈسکاؤنٹ = اشتہاری قیمت - قیمت فروخت

$$3600 - 3312 = 288$$

ڈسکاؤنٹ چونکہ اشتہاری قیمت پر محسوب کیا جاتا ہے۔ ڈسکاؤنٹ فیصد معلوم کرنے کے لیے ہمیں اسی قیمت کو بنیاد بنانا پڑتا ہے۔

3600 روپے کی اشتہاری قیمت پر ڈسکاؤنٹ 288 روپے

اشتہاری قیمت اگر 100 روپے ہو تو ڈسکاؤنٹ کتنا ہوگا؟

$$\frac{288}{3600} \times 100 = 8\% \quad \text{ڈسکاؤنٹ فیصد}$$

ڈسکاؤنٹ فیصد دینے پر ہم ڈسکاؤنٹ محسوب کر سکتے ہیں۔

مثال: 2 ایک سیلنگ فین کی اشتہاری قیمت 1600 روپے بتائی گئی۔ دکاندار نے 6% ڈسکاؤنٹ کا پیش کش کیا۔ قیمت فروخت معلوم کیجئے۔

لتا نے مختلف انداز سے حل کیا

حل: راجو نے اس طرح حل کیا

6% کی کمی کا مطلب

100 میں کمی کرتے ہوئے 94 کر دیئے گئے

لہذا 1600 میں کتنی کمی ہوگی

$$\frac{94}{100} \times 1600 = \text{قیمت فروخت}$$

1504

ڈسکاؤنٹ = 6% × 1600 روپے کا

$$\frac{6}{100} \times 1600 = 96 =$$

قیمت فروخت = اشتہاری قیمت - ڈسکاؤنٹ

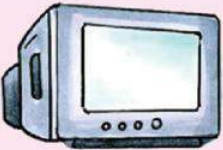
$$= 1600 - 96$$

1504

یہ کیجئے



1. ذیل میں ہر ایک کے لئے قیمت فروخت معلوم کیجئے۔

شے	اشتہاری قیمت روپیوں میں	ڈسکاؤنٹ	قیمت فروخت روپیوں میں
	450	7%	
	560	9%	
	250	5%	
	15000	15%	

مثال: 3 آمنہ ڈریس خریدنے کے لیے ایک دکان گئی۔ اس نے ڈریس کی اشتہاری قیمت 1000 روپے دیکھی۔ دکاندار نے پہلے 20% اور

پھر مزید 5% فیصد ڈسکاؤنٹ دیا۔ واحد ڈسکاؤنٹ معلوم کیجئے جو دونوں ڈسکاؤنٹ کے مساوی ہو۔

حل: اشتہاری قیمت = 1000 روپے

ڈسکاؤنٹ فیصد = 20%

پہلا ڈسکاؤنٹ = 1000 روپے کا 20% فیصد $200 = \frac{20}{100} \times 1000$

پہلے ڈسکاؤنٹ کے بعد قیمت = 1000 - 200 =

800 =

دوسرے دفعہ کا ڈسکاؤنٹ = 5%

800 روپے پر 5% =

$40 = \frac{5}{100} \times 800$

دوسرے ڈسکاؤنٹ کے بعد قیمت = 800 - 40 = 760

اصل قیمت فروخت = 760

20% ڈسکاؤنٹ کا مطلب 100 روپے 80

روپے کر دیئے گئے۔

5% ڈسکاؤنٹ کا مطلب 100 روپے

95 روپے کر دیئے گئے۔

اصل قیمت فروخت

$1000 \times \frac{80}{100} \times \frac{95}{100}$

= 760 روپے

دیئے گئے دو ڈسکاؤنٹس کے لیے واحد ڈسکاؤنٹ = 1000 - 760 = 240`
1000 کے لیے ڈسکاؤنٹ کی رقم 240` ہے۔

ایک ہی وقت میں دیئے جانے والے ڈسکاؤنٹ کا فیصد = $\frac{240}{1000} \times 100 = 24\%$
آپ نے کیا دیکھا؟ کیا ایک ہی وقت میں دیا جانے والا فیصد دو علیحدہ ڈسکاؤنٹ فیصد کے مساوی ہے؟



سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

خدیجہ نے ایک دکان سے ڈریس خریدنا چاہا۔ اشتہاری قیمت 2500` بتائی گئی۔ دکاندار نے 5% ڈسکاؤنٹ دیا۔ ڈسکاؤنٹ کے مزید مطالبہ پر اس نے مزید 3% ڈسکاؤنٹ دیا۔ خدیجہ کو جملہ کتنا ڈسکاؤنٹ دیا گیا۔ کیا جملہ ڈسکاؤنٹ واحد ڈسکاؤنٹ 8% کے مساوی ہوگا۔ غور کیجئے اور اپنے ساتھیوں سے خیالات ظاہر کرتے ہوئے نوٹ بک میں درج کیجئے۔

5.4: فیصدی میں تخمینہ

دکان پر آپ کی بل 477.80` بنائی گئی۔ دکاندار نے 15% کا ڈسکاؤنٹ دیا۔ آپ ادائیگی بل کا تخمینہ کیسے کریں گے۔
بل کو قریب ترین دہائی کے حصے میں تصور کیجئے۔ 477.80` 480` تصور کیئے جائیں۔ اس کے بعد 10% رقم محسوب کیجئے۔
یہ عدد 48` آتا ہے۔ اس کا نصف کر دیجئے جو کہ 24` ہوتا ہے۔ لہذا ڈسکاؤنٹ کی رقم 48` + 24` = 72` ہوگی۔ ادائیگی بل تقریباً 410` ہوگی۔

کوشش کیجئے

(i) 357.30 کے 20% کا تخمینہ کیجئے۔ (ii) 375.50 کے 15% کا تخمینہ کیجئے۔

5.5: نفع اور نقصان

خرید و فروخت سے متعلق قیمتیں (نفع اور نقصان)
حسب ذیل پر غور کیجئے۔

- ☆ سیتا نے ایک کرسی 750` میں خریدی اور اسے 900` میں فروخت کیا۔
- ☆ میری نے گزشتہ سال 10 گرام سونا 25 ہزار روپے میں خریدا اور اسی سال اسے 30 ہزار روپے میں فروخت کیا۔
- ☆ رحیم نے 1600` میں ایک سائیکل خریدی اور اگلے سال اسے 1400` میں فروخت کیا۔
- ☆ انیتا نے ایک کار 4.8 لاکھ روپے میں خریدا دو سال بعد اسے 4.1 لاکھ روپے میں فروخت کیا۔
- ☆ ہری نے ایک مکان 9 لاکھ روپے میں خریدا اور اس کی مرمت پر ایک لاکھ روپے اور خرچ کئے۔ بعد ازاں اس نے مکان کو 10.7 لاکھ روپے میں فروخت کیا۔

ابتدائی چار مثالوں میں نفع یا نقصان، قیمت خرید اور قیمت فروخت سے محسوب کیا جائے گا۔
لیکن آخری مثال میں ہری کو کتنا فائدہ پہنچا؟ کیا اسے 1.7 لاکھ روپے کا نفع ہوا؟ نہیں۔ اسے فروخت کرنے سے پہلے ہری نے مکان پر مزید رقم خرچ کی۔ ایسے مصارف کو ہم کیا کہیں گے۔
بعض مرتبہ دکاندار کو سامان کے حمل و نقل، دیگر اخراجات، مزدوری، مرمت، کمیشن، گودام کے کرایہ وغیرہ جیسے زائد اخراجات ادا کرنے پڑتے ہیں۔ ان اخراجات کو متفرق اخراجات (Overhead expences) کہا جاتا ہے۔ ان اخراجات کو اصل قیمت میں شامل کرنا ضروری ہے۔ نفع یا نقصان اسی قیمت پر محسوب کیا جائے گا۔



سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

اگر قیمت خرید، قیمت فروخت کے مساوی ہو تو کیا کہا جائے گا؟ کیا روزمرہ کی زندگی میں ہمیں ایسے حالات کا سامنا ہوتا ہے؟ ایسے موقعوں پر نفع فیصد یا نقصان فیصد معلوم کرنا آسان ہوگا لیکن انہیں فیصدی میں ظاہر کرنا زیادہ سودمند ہوتا ہے۔ نفع فیصد، قیمت خرید کے اضافہ شدہ فیصد کی ایک مثال ہے جبکہ نقصان قیمت خرید میں کمی کے فیصد کو ظاہر کرتا ہے۔ آئیے بعض مثالوں پر غور کریں۔

مثال: 4 راڈھی کا استعمال شدہ سامان کی خرید و فروخت کرتی ہے۔ اس نے استعمال شدہ ایک ریفریجریٹر 5000 ` میں خریدا اور ٹرانسپورٹ پر 100 ` کے علاوہ مرمت پر 500 ` خرچ ہوئے۔ اس نے اس ریفریجریٹر کو 7000 ` میں فروخت کیا۔
معلوم کیجئے: (i) ریفریجریٹر کی کل قیمت خرید۔ (ii) نفع یا نقصان فیصد
حل: (i) کل قیمت خرید = قیمت خرید + ٹرانسپورٹ کا خرچہ + مرمت کا خرچہ

$$= ₹ (5000 + 100 + 500) = ₹ 5600 \text{ اصل قیمت خرید}$$

(ii) قیمت فروخت 7000 روپے ہے۔ یہاں قیمت فروخت قیمت خرید سے زائد ہے۔ لہذا نفع حاصل ہوگا۔

$$\text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید} = \text{نفع}$$

$$1400 = 7000 - 5600$$

$$\text{قیمت خرید } 5600 \text{ پر منافع } 1400 \text{ ہوا۔}$$

اگر قیمت خرید 100 ` ہو تو منافع کتنا ہوگا؟

$$\text{نفع فیصد} = \frac{1400}{5600} \times 100 = 25\%$$

مثال: 5 عمران نے ایک فلیٹ 4,50,000 میں خریدا۔ اس نے مکان میں رنگ و روغن اور مرمت کے لیے مزید 10,000 لگائے۔ بعد ازاں اس نے اس مکان کو 4,25,500 میں فروخت کیا۔ اس کا نفع یا نقصان معلوم کرو؟ بتاؤ کہ فیصد میں کتنا ہوگا؟

حل: اصل قیمت = قیمت خرید + مرمت وغیرہ

$$4,50,000 + 10,000 = 4,60,000$$

قیمت فروخت 4,25,500 یہاں ہم دیکھتے ہیں کہ قیمت فروخت، قیمت خرید سے کم ہے۔ لہذا عمران کو نقصان ہوا۔

$$\text{نقصان} = \text{قیمت خرید} - \text{قیمت فروخت}$$

$$4,60,000 - 4,25,500 = 34,500$$

قیمت خرید 4,60,000 پر 34,500 کا نقصان پہنچا۔ تو بتاؤ کہ 100 پر نقصان کتنا ہوگا۔

$$\frac{34,500}{4,60,000} \times 100 = 7.5\% = \text{نقصان فیصد}$$

مثال: 6 راشد نے 50 درجن موز 1,250 میں خریدے۔ منتقلی پر اسے 250 خرچ ہوئے۔ خراب ہو جانے کی وجہ سے 5 درجن موز ضائع ہو گئے۔ بچے ہوئے موز اس نے 35 فی درجن فروخت کئے۔ دریافت کیجئے کہ اسے نفع پہنچا یا نقصان؟ فیصدی میں بھی محسوب کرو۔

حل: اصل قیمت خرید = موز کی اصل قیمت + کرایہ خرچ

$$1250 + 250 = 1500$$

فروخت شدہ موز درجنوں میں = جملہ خریدے گئے موز درجنوں میں - ضائع شدہ موز درجنوں میں

$$50 - 5 = 45$$

$$\text{قیمت فروخت} = 35 \times 45 = 1575$$

یہاں یہ واضح ہے کہ قیمت فروخت، قیمت خرید سے بڑھ کر ہے۔ لہذا نفع ہوگا۔

$$\text{نفع} = \text{قیمت فروخت} - \text{قیمت خرید}$$

$$1575 - 1500 = 75$$

1500 کی قیمت خرید پر نفع 75 ہوا

قیمت خرید 100 پر فیصد کیا ہوگا؟

$$\frac{75}{1500} \times 100 = 5\% = \text{نفع فیصد}$$

مثال: 7: شاہد نے دو میزوں فی میز 3000 کے حساب سے فروخت کیں۔ ایک میز پر اسے 20% کا نفع اور دوسرے پر 20% کا نقصان ہوا۔ اس کاروبار میں اس کا نفع فیصد یا نقصان فیصد محسوب کیجئے۔

پہلی میز کے لیے	دوسری میز کے لیے
قیمت فروخت = 3000 روپے	قیمت فروخت = 3000
نفع فیصد = 20%	نقصان فیصد = 20%
نفع فیصد کا مطلب قیمت خرید پر اضافہ شدہ فیصد	نقصان فیصد کا مطلب قیمت خرید پر گھٹی ہوئی فیصد
قیمت فروخت 120 ہے جبکہ قیمت خرید 100 ہے۔	قیمت فروخت 80 ہے جبکہ قیمت خرید 100 ہے۔
جب قیمت فروخت 3000 ہو تو قیمت خرید کیا ہوگی؟	جب قیمت فروخت 3000 ہو تو قیمت خرید کیا ہوگی؟
قیمت خرید = $100 \times \frac{3000}{120} = 2500$	قیمت خرید = $100 \times \frac{3000}{80} = 3750$
دو میزوں کی جملہ قیمت خرید = $2500 + 3750 = 6250$	دو میزوں کی جملہ قیمت فروخت = $3000 + 3000 = 6000$
چونکہ قیمت خرید < قیمت فروخت سے	لہذا نقصان ہوگا۔
نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت = $6250 - 6000 = 250$	
6250 کی قیمت خرید پر نقصان 2500 ہوا	
100 کی قیمت خرید پر نقصان کتنا ہوگا؟	
نقصان فیصد = $250 \times \frac{100}{6250} = 4\%$	
∴ میزوں کی خرید و فروخت پر جملہ 4% کا نقصان ہوا۔	

سوچئے، بحث کیجئے اور لکھئے

ایک دکاندار نے دو ٹی وی سیٹوں کو فی سیٹ 9,900 میں فروخت کی۔ پہلے پر اسے 10% نفع اور دوسرے پر 10% نقصان ہوا۔ بحیثیت مجموعی اسے فائدہ ہوگا یا نقصان۔ نقصان ہو یا نفع اس کا فیصد معلوم کیجئے؟

5.6: سیلز ٹیکس / قدر اضافی ٹیکس (VAT)

اشیا کی فروخت پر حکومت ٹیکس وصول کرتی ہے۔ اسے قدر اضافی ٹیکس VAT کہتے ہیں۔ دکاندار اس ٹیکس کو گاہک سے وصول کرتا ہے اور حکومت کو ادا کرتا ہے۔ حکومت یہ ٹیکس کیوں لیتی ہے؟ کیا آپ جانتے ہیں؟ جو ٹیکس وصول کیا جاتا ہے، حکومت اسے فلاحی کاموں پر خرچ کرتی ہے۔

سیلس ٹیکس منقولہ اشیا پر عائد کیا جاتا ہے۔ VAT صرف اشیا پر وصول کیا جاتا ہے خدمات پر نہیں۔ موجودہ حالات میں VAT سیلس ٹیکس کی جگہ پر لیا جا رہا ہے۔ یہ ٹیکس مختلف اشیا پر مختلف ہوتا ہے۔ عام طور پر ضروری اشیا VAT سے مستثنیٰ ہوتی ہیں۔ زیورات اور قیمتی پتھروں پر 1% اور صنعتی اشیا کے علاوہ اشیا خرد و نوش پر 5% اور بقیہ تمام سامان پر 14.5% VAT ادا ہوتا ہے۔

VAT کسی شے کی قیمت فروخت پر ہی عائد کیا جاتا ہے اور بل میں اسے شامل کرتے ہیں۔ یہ ٹیکس دراصل قیمت فروخت کا اضافہ فیصد ہے۔ ذیل کی بل پر غور کیجئے جس میں VAT بھی شامل ہے۔

مجیب نے اپنی والدہ کے لیے میڈیکل شاپ سے دوائیں خریدنی چاہیں۔ دکاندار نے اسے جو بل دیا وہ اس طرح ہے۔ بل کی جملہ رقم 372.18 روپے ہے جس میں 5% VAT شامل ہے۔
(i) VAT شامل کرنے سے پہلے بل کی رقم کیا ہوگی۔

Tax Invoice No. : 2012?301549007214					Date : 15-09-2012 20:48:31				
Name : Ganpathi		Age : 35	Gender : Doc:dr		Do.Reg. No. :				
Cus.ID:20121301549000617 Add: Sainathpura)									
S.	Product	Mfgr	Sch	Batch	Exp.	MRP.	Rate	Qty	Amount
1	BETATROP TAB	SUN	H	BSK4198	12-14	5.9	5.9	60	318.60
2.	ECOSPRIN 150 MG TAB	USV	H	04004652	05-14	0.4242857	0.38	42	16.04
3.	LASIX 40 MG TAB	AVENTIS	H	0212016	03-16	0.44733334	0.40	15	6.04
4.	ELDERVIT PLUS CAD	ELDER	C	SE0022008	08-13	2.3333333	2.10	15	31.5
Amount saved : 41.35		VAT ON ₹ 354.45 @ 5% = 17.72					Total : 372.18		
Rounded Total : 372.00									

بل کی نقل سے یہ بات واضح ہے کہ بل کی رقم 354.45 روپے، VAT @ 5% = 17.72
مثال: 8 ایک جوڑی جوتے کے جوڑ کی قیمت 450 ` ہے۔ اس پر سیلس ٹیکس 6% عائد کیا گیا۔ بل کی رقم معلوم کیجئے؟

حل: 100 ` پر سیلس ٹیکس 6 روپے ادا کیا گیا 450 ` پر کتنا ٹیکس ادا کیا جائے گا؟

$$\frac{6}{100} \times 450 = 27$$

بل کی قیمت = شے کی قیمت + سیلس ٹیکس

$$450 + 27 = 477$$

5.7 گڈس اینڈ سروسز ٹیکس (GST)

اشیاء اور خدمات کی سپلائی پر یہ ایک واحد بالراست ٹیکس ہے۔ ہندوستان میں مختلف ٹیکس جیسے سیلس ٹیکس اور محصول آبکاری ختم کرتے ہوئے جولائی 2017 میں اس کو متعارف کیا گیا۔ GST کے تحت اشیاء اور خدمات کے ہر ایک حصہ کی اضافی قدر کی بنیاد پر اس ٹیکس کو عائد کیا جاتا ہے۔ شرح ٹیکس کے مختلف سلاہس جیسے 3%، 5%، 12% اور 28% ہے جن کو تقریباً تمام گڈس اینڈ سروسز پر عائد کیا گیا ہے۔

ملک بھر میں ایک ہی سلاب (Slab) ہے۔ مذکورہ بالا سلابس کا 50% مرکزی حکومت اور 50% ریاستی حکومت کو جاتا ہے۔

(CGST = مرکزی حکومت GST، SGST = ریاستی حکومت GST)

مثال: 9 وگنیش اپنے خاندان کے لئے صابنی اشیاء کی خریدی کے لئے جنرل اسٹور گیا۔ شاپ کیپر اس کو اس طرح کا بل دیا جس میں بل کی رقم 2200 ` ہے۔ اس میں 18% GST ہے۔ GST سے پہلے بل کی رقم معلوم کیجئے۔ اور GST میں CGST اور SGST کی شراکت داری کی رقم بھی معلوم کیجئے۔

رقم	قیمت	مقدار	اشیاء کے نام
2000	20	100	صابن
200	100	2	سرف پیکٹس
2200			جملہ

حل: GST کے ساتھ بل کی رقم = 2200 `

اس بل میں GST کی قدر = 18%

$$= 2200 \times \frac{18}{100} = ₹ 396$$

GST سے قبل بل کی رقم = 2200 - 396

$$= 1804 `$$

GST میں CGST کا فیصد = 50%

GST میں SGST کا فیصد = 50%

$$GST \text{ میں CGST کی قدر} = 396 \times \frac{50}{100} = ₹ 198$$

$$GST \text{ میں SGST کی قدر} = 396 \times \frac{50}{100} = ₹ 198$$

مثال: 10 ایک جوڑشوز کی قیمت 1000 ` ہے۔ اس پر 5% GST چارج کیا گیا ہے۔ تب بل کی رقم معلوم کیجئے۔

حل: ہر 100 ` پر 5 ` GST ادا کیا گیا۔ تب

1000 ` پر ادا کیا گیا ٹیکس ہے؟

$$GST \text{ ادا کیا گیا} = 1000 \times \frac{5}{100} = ₹ 50$$

GST + چیز کی قیمت = بل کی رقم

مشق - 5.2



(1) 2012ء کے دوران یہ تخمینہ کیا گیا ہے کہ ساری دنیا میں 36.4 کروڑ افراد انٹرنیٹ استعمال کرتے ہیں۔ آئندہ 10 برسوں کے دوران

یہ تعداد 125% بڑھ جائے گی۔ 2022ء میں ساری دنیا میں استعمال کئے جانے والے انٹرنیٹ استعمال کنندگان کا تخمینہ لگاؤ۔

(2) ہر سال کے اختتام پر مالک مکان کرایہ میں 5% فیصد کا اضافہ کرتا ہے۔ اگر موجودہ ماہانہ کرایہ 2500 روپے ہو تو دو سال بعد کرایہ کی

رقم کیا ہوگی؟

- (3) پیر کے دن ایک کمپنی کے حصص کی قیمت 7.50 تھی۔ منگل کے دن اس میں 6% کا اضافہ اور چہار شنبہ کے دن 1.5% کا اضافہ ہوا جبکہ جمعرات کو حصص کی قیمت 2% گھٹ گئی۔ جمعہ کو کاروبار کے شروع ہونے پر حصص کی لاگت کیا ہوگی؟
- (4) زیادہ تر زیر اس مشینوں کے ذریعہ آپ نقل کی فیصد کا بٹن استعمال کرتے ہوئے مطلوبہ زیر اس کی جسامت بڑھا اور گھٹا سکتے ہیں۔ ریٹھما اپنی ڈرائنگ جو کہ 2 سمر 4 x سمر سائز کی ہے بڑھانا چاہتی ہے۔ اس نے زیر اس مشین کو 150% پریسٹ کیا اور ڈرائنگ کی نقل نکال لی۔ کیا آپ اس کی ڈرائنگ کے ابعاد بتا سکتے ہیں؟
- (5) کتاب پر چھپی ہوئی قیمت 150 روپے تھی۔ ڈسکاؤنٹ فیصد 15% دیا گیا۔ گاہک کو کتنی قیمت ادا کرنی پڑے گی؟
- (6) گفٹ آئیٹم کی اشتہاری قیمت 106 روپے اور اسے 165 روپے میں فروخت کیا گیا۔ ڈسکاؤنٹ کا فیصد کیا ہوگا؟
- (7) ایک دکاندار نے فی بلب 10 روپے کے حساب سے 200 بلب خریدے۔ 5 بلب ناکارہ ہو گئے اور انہیں ضائع کر دینا پڑا۔ باقی بلب میں سے ہر ایک کو 12 روپے میں فروخت کیا گیا۔ نفع یا نقصان فیصد کیا ہوگا؟
- (8) ذیل کے جدول کو موزوں اندراجات (جہاں کئی ضروری ہوں) سے پر کیجئے۔

نقصان فیصد	نفع فیصد	نقصان	نفع	قیمت فروخت	خرچ	اشتہاری قیمت	سلسلہ نشان
			₹ 80		₹ 50	₹ 750	1
		₹ 1,000			₹ 500	₹ 4500	2
				₹ 60,000	₹ 4000	₹ 46,000	3
	12%				₹ 50	₹ 300	4
10%					₹ 20	₹ 330	5

- (9) ایک میز 5% نفع کے ساتھ 2142 روپے میں فروخت کی گئی۔ اگر 10% نفع حاصل کرنا ہو تو اسے کتنی قیمت میں فروخت کرنا ہوگا۔
- (10) گوپی نے ابراہیم کو 12% نفع سے ایک دہی گھڑی فروخت کی۔ ابراہیم نے اسے 5% نقصان سے جان کو فروخت کیا۔ اگر جان نے اسے 1330 روپے ادا کئے ہوں تو بتاؤ کہ گوپی نے کتنی قیمت میں اسے فروخت کیا تھا؟
- (11) مدھو اور کویتا نے ایک مکان 3,20,000 روپے میں خریدا۔ بعد ازاں انہوں نے معاشی پریشانی کی وجہ سے مکان کو 2,80,000 روپے میں فروخت کر دیا۔ بتاؤ کہ (a) نقصان کتنا ہوا؟ (b) نقصان فیصد بھی محسوب کیجئے۔
- (12) استعمال شدہ کاروں کے شوروم کے ایک مالک نے ایک کار 1,50,000 روپے میں خریدی۔ مرمت اور پیٹننگ پر 20,000 روپے کے مصارف ہوئے۔ شوروم کے مالک نے اس کار کو 2,00,000 روپے میں فروخت کر دیا۔ بتاؤ کہ اسے نفع ہوا یا نقصان۔ فیصد بھی محسوب کیجئے؟
- (13) للیتا نے اپنی سالگرہ سہیلیوں کے ساتھ منانے ہوٹل سے ایک پارسل خریدا۔ بشمول 5% VAT کے بل 1450 روپے بنائی گئی۔ للیتا کے ڈسکاؤنٹ کے مطالبہ پر بل کی رقم پر 8% کمی کی گئی۔ بتاؤ کہ للیتا نے کتنی رقم ادا کی؟

(14) اگر قیمتوں میں GST کو شامل کیا گیا ہے تب ذیل کی ہر ایک شے کی اصل قیمت معلوم کیجئے۔

سلسلہ نشان	اشیاء	GST %	بل کی رقم (میں)	اصل قیمت (میں)
1.	ڈائمنڈ	3 %	10,300	
2.	پریشر کوکر	12 %	3,360	
3.	فیس پاؤڈر	28 %	256	

(15) ایک سیل فون کمپنی ایک سیل فون کی قیمت 4500 مقرر کی ہے۔ ایک ڈیلر اس سیل فون کو مزید 12% GST ادا کرتے ہوئے خریدتا ہے۔ ڈیلر کتنا GST ادا کرتا ہے؟ سیل فون کی قیمت خرید کیا ہے؟

16. ایک سوپر بازار کی اشیاء کی قیمتیں روپیوں اور پیسوں میں ہیں۔ اس طرح کہ جب کہ اس میں 4% سیلس ٹیکس شامل ہے۔ قریب ترین (Rounding) کی ضرورت نہیں ہے کیونکہ قیمت فروخت صرف 'n' روپیوں میں ہے جہاں 'n' ایک مثبت صحیح عدد ہے۔ تب 'n' کی سب سے چھوٹی قدر معلوم کیجئے۔

5.8 سود مرکب

پوسٹ آفس یا بینک میں رقم جمع کرنے پر گاہک کے کھاتے میں سود جمع کر دی جاتی ہے۔ قرض دار بھی ساہوکاروں کو سود دیتے ہیں۔ سود اصل زر پر مقررہ سالانہ اضافی رقم ہوتی ہے۔

لیکن یہ سود کس طرح محسوب کیا جاتا ہے؟ قرض کی مدت کے دوران اگر سود کی رقم یکساں طور پر اصل زر پر محسوب کی جانی ہو تب اس سود کو محسوب کرنے کو کیا کہتے ہیں؟ ہاں! اسے سود مفرد کہتے ہیں۔ یہ سود بھی اصل زر پر اضافہ شدہ فیصد ہے۔ سود کو سمجھنے کے لیے آئیے ایک مثال پر غور کرتے ہیں۔

مثال: 11: 2500 روپے کی رقم 3 سال کے لیے بحساب سالانہ 12% شرح سود سے قرض لیا گیا۔ اس رقم پر سود مفرد معلوم کیجئے اور بتائیے کہ 3 سال کے اختتام پر کل کتنی رقم ادا کرنا ہوگا۔

حل: یہاں I = سود، P = اصل زر = 2500 روپے، T = مدت = 3 سال، R = شرح سود = 12%

$$I = \frac{PTR}{100} = \frac{2500 \times 3 \times 12}{100}$$

3 سال کے لئے سود = 900

$$\text{3 سال بعد قابل ادا رقم} = \text{سود} + \text{اصل زر} = ₹ 2500 + ₹ 900 = ₹ 3400.$$

ہم مشاہدہ کرتے ہیں کہ سود + اصل زر = رقم

$$P + \frac{P \times T \times R}{100} = P \left(1 + \frac{T \times R}{100} \right)$$

$$\text{اگر } T = \text{ایک سال، تب } A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right) \text{ رقم}$$

یہ کیجئے



ذیل کے جدول کو مکمل کیجئے۔

سلسلہ نشان	اصل زر (روپیوں میں)	مدت (T) سالوں میں	شرح سود % میں	سود $(I) = \frac{P \times T \times R}{100}$ روپیوں میں
1.	3000	3	6	
2.		2	5	50
3.	1875		12	675
4.	1080	2.5		90

ریش نے 10% سالانہ شرح سود سے سرینو سے 100 روپے قرض لیا۔ دو سال بعد وہ سرینو کو رقم ادا کرنے کے لئے پہنچتا ہے۔ ریش نے 120 روپے دیئے تو سرینو نے مزید 1 روپے کا مطالبہ کیا۔ اُن کے حساب میں فرق جاننے کے لئے دونوں نے جس طرح حساب کیا اُس کا نمونہ مندرجہ ذیل میں دیا گیا ہے۔

سرینو کا طریقہ			ریش کا طریقہ		
100	اصل زر	ایک سال	100	اصل زر	پہلا سال
10	شرح سود 10%		10	شرح سود 10%	
110	کل زر		110	کل زر	
110	اصل زر	دوسرا سال	100	اصل زر	دوسرا سال
11	10 % شرح سود		10	شرح سود 10%	
121	دوسرے سال کے اختتام پر واجب الادا رقم		اصل زر + پہلے سال کا سود + دوسرے سال کا سود = 100+10+10=120	دوسرے سال کے اختتام پر واجب الادا رقم	

دونوں کے طریقوں میں ایک روپے کا فرق واقع ہو رہا ہے۔ ایسا کیوں؟ آپ محسوس کر سکتے ہیں کہ دوسرے سال کے ختم پر سود محسوب کرنے میں ریش نے اصل زر 100 روپے تصور کیا جبکہ سرینو نے یہ رقم 110 روپے درج کی۔ ریش نے جو سود محسوب کیا وہ سود مفرد ہے۔ کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ سرینو نے جو سود محسوب کیا اسے کونسا سود کہیں گے؟ سرینو کے حساب کے مطابق سود کی رقم اس وقت تک کے زر پر محسوب کی گئی۔ اس سود کو مرکب سود کہیں گے۔ لہذا اسود مرکب وہ سود ہے جہاں سود کی رقم پر بھی سود عائد کیا جاتا ہے۔ آپ کس قسم کے سود کو ترجیح دیں گے اور کب؟