

अध्याय ग्यारह

परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण एवं संक्रियाएँ (DECIMAL REPRESENTATION OF RATIONAL NUMBERS & OPERATIONS)



पिछले अध्याय में हमने देखा कि $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखी जा सकने वाली संख्याएँ जहाँ $q \neq 0$ एवं p, q पूर्णांक हैं, परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं, अर्थात् $\frac{p}{q}$ वह संख्या है जो p को q से विभाजित करने पर प्राप्त होती है।

परिमेय संख्याओं का अध्ययन करते हुए मनोहर के मन में यह विचार उठा कि यदि हम अंश को हर से भाग दें तब क्या होगा?

परिमेय संख्याओं में भाग क्रिया (Division in Rational numbers)

आइए, मनोहर के इस प्रश्न पर विचार करें। परिमेय संख्या $\frac{2}{5}$, 2 को 5 से विभाजित करने पर प्राप्त होती है।

$$\begin{array}{r} 5 \overline{)2} \quad (2 \text{ को } 5 \text{ से विभाजित करने के लिए हमें दशमलव की} \\ 5 \overline{)0.4} \quad \text{आवश्यकता है।)} \\ \underline{-0} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

अतः $\frac{2}{5} = 0.4$, इस प्रकार हम परिमेय संख्या $\frac{2}{5}$ को 0.4 के रूप में लिख सकते हैं।

आइए, देखें $\frac{13}{4}$ को हल करने पर क्या प्राप्त होगा।

$$\text{अतः } \frac{13}{4} = 3.25$$

$$\begin{array}{r} 4 \overline{)13} \\ \underline{-12} \\ 10 \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \end{array}$$

उक्त उदाहरणों में भागफल 0.4 एवं 3.25 क्रमशः परिमेय संख्याओं $\frac{2}{5}$ एवं $\frac{13}{4}$ का दशमलव निरूपण कहलाते हैं।

आगे दिए गए परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण क्या होगा –

(i) $\frac{3}{5}$ (ii) $\frac{17}{4}$ (iii) $\frac{15}{6}$ (iv) $\frac{19}{2}$ (v) $\frac{20}{3}$

संख्या $\frac{20}{3}$ पर विचार करें।

$$\begin{array}{r} 6.666 \\ 3 \overline{)20} \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 2 \end{array}$$

अतः $\frac{20}{3} = 6.666\dots$

सांत तथा असांत दशमलव (Terminating and non-terminating decimals)



प्रारंभ के सभी प्रश्नों में भाग की क्रिया कुछ पदों में पूरी हो जाती है, किन्तु $\frac{20}{3}$ के निरूपण में शेषफल हमेशा 2 बचा रहता है एवं भागफल में अंक

6 बार-बार आता है। इस प्रकार भाग की क्रिया पूरी नहीं होती है। अतः जब भाग की क्रिया कुछ पदों में पूरी हो जाती है तो इस संख्या का

दशमलव निरूपण 'सांत' कहलाता है तथा जब भाग की क्रिया पूरी नहीं होती है तो उस संख्या का दशमलव निरूपण 'असांत' कहलाता है।

अब निम्न संख्याओं का दशमलव निरूपण सांत है या असांत ज्ञात कीजिए।

(i) $\frac{3}{8}$ (ii) $\frac{15}{4}$ (iii) $\frac{1}{6}$ (iv) $\frac{1}{2}$ (v) $\frac{2}{9}$ (vi) $\frac{2}{11}$

बाएँ खण्ड में कुछ परिमेय संख्याओं को सांत अथवा असांत दशमलव के रूप में निरूपित किया गया है। दाएँ खण्ड में दी गयी ऐसी ही कुछ परिमेय संख्याओं को आप भी सांत अथवा असांत दशमलव के रूप में निरूपित कीजिए।

(i) $\frac{3}{8}$

$$\begin{array}{r}
 0.375 \\
 8 \overline{)3} \\
 \underline{-0} \\
 30 \\
 \underline{-24} \\
 60 \\
 \underline{-56} \\
 40 \\
 \underline{-40} \\
 00
 \end{array}$$

अतः $\frac{3}{8} = 0.375$, सांत दशमलव है

(ii) $\frac{15}{4}$

$$\begin{array}{r}
 3.75 \\
 4 \overline{)15} \\
 \underline{-12} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 20 \\
 \underline{-20} \\
 00
 \end{array}$$

अतः $\frac{15}{4} = 3.75$, सांत दशमलव है

(iii) $\frac{1}{6}$

$$\begin{array}{r}
 0.1666 \\
 6 \overline{)1} \\
 \underline{0} \\
 10 \\
 \underline{-6} \\
 40 \\
 \underline{-36} \\
 40 \\
 \underline{-36} \\
 40 \\
 \underline{-36} \\
 4
 \end{array}$$

अतः $\frac{1}{6} = 0.1666\ldots$, असांत दशमलव है

आप हल कर बतायें सांत है अथवा असांत ?

$\frac{5}{8}$

$8 \overline{)5}$

$\frac{13}{4}$

$4 \overline{)13}$

$\frac{1}{12}$

$12 \overline{)1}$

(iv) $\frac{1}{7}$

$$\begin{array}{r}
 0.14285714 \\
 7 \overline{)1} \\
 \underline{-0} \\
 10 \\
 \underline{-7} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 20 \\
 \underline{-14} \\
 60 \\
 \underline{-56} \\
 40 \\
 \underline{-35} \\
 50 \\
 \underline{-49} \\
 10 \\
 \underline{-7} \\
 30 \\
 \underline{-28} \\
 2
 \end{array}$$

अतः $\frac{1}{7} = 0.14285714...$, असांत दशमलव है।

(v) $\frac{2}{9}$

$$\begin{array}{r}
 0.222 \\
 9 \overline{)2} \\
 \underline{-0} \\
 20 \\
 \underline{-18} \\
 20 \\
 \underline{-18} \\
 20 \\
 \underline{-18} \\
 2
 \end{array}$$

अतः $\frac{2}{9} = 0.222...$, असांत दशमलव है।

$$\frac{1}{14}$$

$$14 \overline{)1}$$

$$\frac{4}{9}$$

$$9 \overline{)4}$$

(vi) $\frac{2}{11}$

$$\begin{array}{r}
 0.1818 \\
 11 \overline{)2} \\
 \underline{-0} \\
 20 \\
 \underline{-11} \\
 90 \\
 \underline{-88} \\
 20 \\
 \underline{-11} \\
 90 \\
 \underline{-88} \\
 2
 \end{array}$$

$\frac{1}{22}$

$22 \overline{)1}$

अतः $\frac{2}{11} = 0.1818\dots$, असांत दशमलव है।

यहाँ उदाहरण (i) एवं (ii) के दशमलव निरूपण सांत हैं। जबकि परिमेय संख्याओं (iii), (iv), (v) व (vi) के दशमलव निरूपण असांत हैं?

आप कुछ परिमेय संख्याएं सोचिए तथा दोस्तों से पूछिए कि उनका दशमलव निरूपण सांत है अथवा असांत।

असांत आवर्ती दशमलव का निरूपण (Non-terminating repeating decimals)

उदाहरण (iii) का भागफल .1666..... है। इसमें 6 बार-बार दोहराया जा रहा है। उदाहरण (iv) का भागफल 0.14285714.... है। इसको ध्यान से देखने पर एक, चार, दो, आठ, पाँच, सात को बार-बार दोहराया जा रहा है। इसी प्रकार (v) में 2 तथा (vi) में एक आठ बार-बार दोहराए जा रहे हैं। इनमें भाग की क्रिया कभी पूर्ण नहीं होती है। ये दशमलव के बाद की असांत संख्याएं हैं। चूंकि एक या एक से अधिक संख्याओं के समूह की पुनरावृत्ति बार-बार होती है। इसलिए इन्हें असांत आवर्ती दशमलव संख्याएँ भी कहते हैं।

दशमलव के बाद यदि संख्याओं के अंक दोहराए जाते हैं तब जो अंक दोहराए जाते हैं उनके ऊपर '—' अथवा ' . ' का चिन्ह लगा देते हैं।

जैसे :— $\frac{1}{6} = 0.1666\dots = 0.1\bar{6}$ या $0.1\dot{6}$

यदि दशमलव के बाद एक से अधिक अंक दोहराए जाते हैं तब प्रत्येक आवर्ती अंक के ऊपर “—” का या प्रथम एवं अन्तिम आवर्ती अंक पर “ . ” का चिन्ह लगा देते हैं।

जैसे :- $\frac{1}{7} = 0.14285714... = 0.\overline{142857}$ या $0.\dot{1}4285\dot{7}$

$$\frac{2}{9} = 0.222... = 0.\overline{2} \text{ या } 0.\dot{2}$$

$$\frac{2}{11} = 0.1818... = 0.\overline{18} \text{ या } 0.1\dot{8}$$

क्रियाकलाप 1 (Activity 1)

नीचे कुछ परिमेय संख्याएं दी गई हैं संख्याओं का दशमलव निरूपण कर यह बताइए कि वे सांत हैं अथवा असांत।

क्र.सं.	परिमेय संख्या	दशमलव संख्या	सांत अथवा असांत
1.	$\frac{1}{2}$		
2.	$\frac{1}{3}$		
3.	$\frac{1}{4}$		
4.	$\frac{1}{5}$		
5.	$\frac{1}{6}$		
6.	$\frac{1}{7}$		
7.	$\frac{1}{8}$		
8.	$\frac{1}{9}$		

सांत और असांत परिमेय संख्याओं को अलग-अलग छाँटिए। किस प्रकार की परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण सांत संख्याओं के रूप में किया जा सकता है, उनकी क्या विशेषताएं हैं? लिखिए —

आपने देखा कि $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ और $\frac{1}{8}$ ऐसी संख्याएं हैं जिनका दशमलव निरूपण सांत संख्याओं के रूप में हो रहा है।

यदि $\frac{1}{2}$ का दशमलव निरूपण सांत है तो $\frac{1}{6}$ का दशमलव निरूपण असांत क्यों है, सोच कर हल ढूँढ़िए?

आप यह तो जान ही चुके हैं कि सांत और असांत दशमलव, परिमेय संख्याओं के हर की विशेषता के कारण प्राप्त हो रहे हैं।

आइए देखें, किस प्रकार किसी परिमेय संख्या के हर के अभाज्य गुणनखण्ड के आधार पर दशमलव के बाद की संख्याएँ सांत अथवा असांत होगी।



क्रियाकलाप 2 (Activity 2)

$\frac{5}{2}, \frac{24}{25}, \frac{3}{10}, \frac{21}{8}$ को दशमलव में निरूपित कीजिए तथा देखिए कि ये सांत हैं अथवा नहीं?

मनोहर ने सबसे पहले खड़े होकर कहा कि ये सभी सांत हैं।

अब इन संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखण्ड करके देखिए।

आपने देखा होगा कि इन सभी संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखण्ड में संख्याएँ 2 या 5 या दोनों ही हैं। अतः इस प्रकार की संख्याओं के दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद के अंक सांत होंगे।

पूर्व में हमने देखा कि $\frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}$ आदि के दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद की संख्याएँ असांत हैं।

इन संख्याओं के हर के अभाज्य गुणनखण्ड निकालकर देखिए। क्या इन सभी के हर के अभाज्य गुणनखण्ड में 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य संख्याएँ भी हैं?

अतः इस प्रकार की संख्याओं के दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद के अंक असांत होंगे।

उदाहरण 1.

निम्न में से किन संख्याओं में दशमलव के बाद के अंक सांत हैं तथा किनके असांत?

(i) $\frac{4}{125}$ (ii) $\frac{5}{18}$ (iii) $\frac{11}{8}$ (iv) $\frac{13}{100}$

(i) $\frac{4}{125}$ में हर 125 का अभाज्य गुणनखण्ड $= 5 \times 5 \times 5$

यहाँ हर के अभाज्य गुणनखण्ड में 5 है। अतः इस संख्या के दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद की संख्याएँ सांत होगी।

(ii) $\frac{5}{18}$ में हर 18 का अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 3 \times 3$

यहाँ अभाज्य गुणनखण्ड में 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य संख्या 3 भी है। अतः इसके दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद की संख्या असांत होगी।

(iii) $\frac{11}{8}$ में हर 8 का अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 2$

यहाँ हर के अभाज्य गुणनखण्ड में संख्या 2 है अतः इसके दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद की संख्याएँ सांत हैं।

(iii) $\frac{13}{100}$ में हर 100 का अभाज्य गुणनखण्ड $= 2 \times 2 \times 5 \times 5$

यहाँ हर के अभाज्य गुणनखण्ड में संख्याएँ 2 तथा 5 हैं। अतः इसके दशमलव निरूपण में दशमलव के बाद की संख्याएँ सांत होगी।

अभी तक जिन परिमेय संख्याओं के दशमलव निरूपण पर विचार किया वे सभी धनात्मक परिमेय संख्याएँ थीं। ऋणात्मक परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण किस प्रकार होगा? सोचिए।

ऋणात्मक संख्याओं का दशमलव निरूपण (Decimal representation of negative numbers)

ऋणात्मक परिमेय संख्याओं के दशमलव निरूपण के लिए पहले बिना ऋण चिन्ह के परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण प्राप्त करते हैं। उसके पश्चात् दशमलव संख्या में ऋण का चिन्ह लगा लेते हैं।

उदाहरण 2. $-\frac{23}{3}$ का दशमलव निरूपण कीजिए।

हल : $-\frac{23}{3}$ के स्थान पर $\frac{23}{3}$ का दशमलव निरूपण ज्ञात करेंगे।

$\frac{23}{3}$ का दशमलव रूप -

या $\frac{23}{3} = 7.666... = 7.\overline{6}$

अतः $-\frac{23}{3} = -7.\overline{6}$

$$\begin{array}{r} 7.666 \\ 3 \overline{)23} \\ \underline{-21} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 20 \\ \underline{-18} \\ 2 \end{array}$$

प्रश्नावली 11.1 (Exercise 11.1)

- बिना भाग दिए निम्न में से सांत एवं असांत आवर्ती पदों वाली दशमलव संख्याओं को छांटिए।

$$\frac{4}{5}, \frac{8}{7}, \frac{-15}{49}, \frac{7}{50}, \frac{3}{28}$$

- निम्न परिमेय संख्याओं को दशमलव रूप में बदलिए।

$$\frac{3}{5}, \frac{4}{25}, \frac{7}{10}, \frac{-13}{125}, \frac{9}{40}$$

3. निम्न परिमेय संख्याओं को दशमलव रूप में लिखिए।

$$\frac{2}{3}, \frac{-5}{6}, \frac{8}{15}, \frac{3}{11}, \frac{19}{45}$$

दशमलव संख्याओं को परिमेय संख्या के रूप में व्यक्त करना (Converting Decimal Numbers into Rational Numbers)

आपने सीखा कि परिमेय संख्याओं को कैसे दशमलव के बाद की सांत अथवा असांत आवर्ती संख्याओं में प्रदर्शित किया जा सकता है।

परंतु क्या दशमलव संख्याओं को परिमेय संख्याओं में परिवर्तित किया जा सकता है?

आइये इस प्रश्न का उत्तर कुछ उदाहरणों के द्वारा ढूंढें।

$$0.25 = \frac{0.25 \times 100}{100} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad (\text{सरलतम रूप})$$

$$2.6 = \frac{2.6 \times 10}{10} = \frac{26}{10} = \frac{13}{5} \quad (\text{सरलतम रूप})$$

$$0.317 = \frac{0.317 \times 1000}{1000} = \frac{317}{1000}$$

$$4.625 = \frac{4.625 \times 1000}{1000} = \frac{4625}{1000} = \frac{37}{8}$$

उपरोक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट है कि यदि दशमलव संख्याओं के परिमेय संख्या में परिवर्तित करने के लिए संख्या के हर में 1 के बाद इतने शून्य लिखे हैं जितने दशमलव के बाद संख्याएँ हैं तथा अंश में से दशमलव हटा दें तब परिमेय संख्याएँ प्राप्त हो जाएगी।

$$\text{जैसे } 7.21 = \frac{721}{100}$$

$$4.2 = \frac{42}{10} = \frac{21}{5} \text{ आदि}$$

तभी गीता ने प्रश्न किया कि "इस प्रकार तो हम दशमलव के बाद की सांत संख्याओं को परिमेय संख्याओं में परिवर्तित कर सकते हैं किन्तु यदि दशमलव के बाद की संख्याएं असांत एवं आवर्ती है तब हम उन्हें कैसे परिवर्तित करेंगे? क्योंकि इनमें दशमलव के बाद की संख्याएं अपरिवर्तित हैं। जैसे : $1.666\dots = 1.\overline{6}$

आइए, दशमलव के बाद की असांत एवं आवर्ती संख्याओं को परिमेय संख्या में परिवर्तित करने की प्रक्रिया पर विचार करें।

उदाहरण 3. $0.\overline{6}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित कीजिए।

हल : माना $x = 0.\overline{6}$

या $x = 0.666... \text{ (i)}$

दोनों पक्षों में 10 का गुणा करने पर

या $10x = 6.666... \text{ (ii)}$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

या $10x - x = 6.666... - 0.666...$

या $9x = 6$

या $x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ अतः $0.\overline{6} = \frac{2}{3}$

उदाहरण 4. $0.\overline{234}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित कीजिए।

हल : माना $x = 0.\overline{234}$

या $x = 0.234\ 234\ 234 \dots \text{ (i)}$

दोनों पक्षों में 1000 से गुणा करने पर

या $1000x = 234.234\ 234 \dots \text{ (ii)}$

समीकरण (ii) में से (i) को घटाने पर

या $1000x - x = 234.234234\dots - 0.234234234\dots$

या $999x = 234$

या $x = \frac{234}{999} = \frac{26}{111}$

अतः $0.\overline{234} = \frac{26}{111}$

इन उदाहरणों को हल करने के लिए हमने निम्न प्रक्रिया अपनाई —

- (1) सबसे पहले दी गई दशमलव संख्या को कोई भी चर (x) माना तथा इसे समीकरण (i) नाम दिया।
- (2) दशमलव के पश्चात् जिस अंक की पुनरावृत्ति हो रही है, उसे दो या तीन बार लिखते हैं।
- (3) पुनरावृत्ति वाले अंकों को गिनकर 1 के बाद उतने ही शून्य लगाकर दोनों पक्षों में गुणा करते हैं तथा इसे समीकरण (ii) लिखते हैं।

(4) फिर समीकरण (ii) में से (i) को घटाकर चर का मान ज्ञात करते हैं।

तभी मनोहर ने गीता से प्रश्न किया, यदि आवृत्ति वाले अंक दशमलव के कुछ अंकों के बाद आए जैसे : 1.25666... तब इन्हें परिमेय संख्या में परिवर्तित कैसे करेंगे?

गीता सोच में पड़ गई। आइए, इस तरह के कुछ सरल उदाहरण देखें।

उदाहरण 5. $3.21\overline{6}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित कीजिए।

हल : माना $x = 3.21\overline{6}$

या $x = 3.2166 \dots\dots (i)$

दोनों पक्षों में 100 से गुणा करने पर

या $100x = 321.666\dots\dots (ii)$

पुनः (ii) के दोनों पक्षों में 10 का गुणा करने पर

या $1000x = 3216.666\dots\dots (iii)$

समीकरण (iii) में से (ii) को घटाने पर

या $1000x - 100x = 3216.666\dots - 321.666\dots$

या $900x = 2895$

या $x = \frac{2895}{900} = \frac{193}{60}$

अतः $3.21\overline{6} = \frac{193}{60}$

उदाहरण 6. $0.15\overline{23}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित कीजिए।

हल : माना $x = 0.15\overline{23}$

या $x = 0.15232323 \dots (i)$

समीकरण (i) के दोनों पक्षों में 100 का गुणा करने पर

या $100x = 15.232323\dots (ii)$

पुनः (ii) के दोनों पक्षों में 100 का गुणा करने पर

या $10000x = 1523.2323\dots (iii)$

समीकरण (iii) में से (ii) को घटाने पर

$10000x - 100x = 1523.2323\dots - 15.2323\dots$

या $9900x = 1508$

$$\text{या } x = \frac{1508}{9900} = \frac{377}{2475}$$

$$\text{अतः } 0.15\overline{23} = \frac{377}{2475}$$

दोनों उदाहरणों में संख्या को मूल रूप में लाने के लिए दशमलव के बाद बिना पुनरावृत्ति वाले अंकों को गिनकर 1 के आगे उतने ही शून्य लगाकर उस संख्या से गुणा कर लेते हैं। जिससे मात्र आवर्ती वाले अंक दशमलव के बाद रह जाते हैं। इसके बाद पहले वाली प्रक्रिया अपनाकर परिमेय संख्या ज्ञात कर ली जाती है।

प्रश्नावली 11.2

- निम्न संख्याओं को परिमेय संख्या में परिवर्तित कीजिए –
(a) 0.2 (b) 0.55 (c) 6.25 (d) 2.175 (e) 14.53
- निम्न संख्याओं को परिमेय संख्या के रूप में लिखिए।
(a) $0.\overline{4}$ (b) 7.25 (c) $0.05\overline{6}$ (d) $0.2\overline{7}$ (e) $0.5\overline{4}$

दशमलव संख्याओं का गुणा (Multiplication of Decimal Numbers)

परिमेय संख्याओं को दशमलव के रूप में लिखना आपने सीख लिया है। पिछली कक्षाओं में आपने पूर्णांकों का गुणा करना भी सीखा है। आइये दशमलव संख्याओं का गुणा किस प्रकार किया जाता है देखें।

आइये दशमलव संख्याओं का गुणा करते हैं, यदि हम 0.2×0.3 करना चाहते हैं तब

$$0.2 = \frac{2}{10} \text{ तथा } 0.3 = \frac{3}{10}$$

$$\text{अब } 0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100} = 0.06$$

अब हम देखते हैं कि पूर्णांकों 2 और 3 के गुणनफल और .2 तथा .3 के गुणनफल में पर्याप्त अंतर है। 6, 0.06 से 100 गुना बड़ा है।

उदाहरण 7. 0.31×0.04 का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } 0.31 = \frac{31}{100} \text{ तथा } 0.04 = \frac{4}{100}$$

$$\begin{aligned} \text{अब } 0.31 \times 0.04 &= \frac{31}{100} \times \frac{4}{100} \\ &= \frac{124}{10000} \\ &= 0.0124 \quad \text{उत्तर} \end{aligned}$$

उदाहरण 8. $0.015 \times 0.3 \times 0.02$ का मान ज्ञात कीजिए।

$$\text{हल : } 0.015 = \frac{15}{1000}, 0.3 = \frac{3}{10} \text{ तथा } 0.02 = \frac{2}{100}$$

$$\text{अब } 0.015 \times 0.3 \times 0.02 = \frac{15}{1000} \times \frac{3}{10} \times \frac{2}{100}$$

$$= \frac{90}{1000000} = 0.00009$$

क्रियाकलाप 3

सं. क्र. 1 के अनुसार नीचे रिक्त स्थानों में उचित मान लिखिए—

सं.क्र.	संख्या	गुणन प्रक्रिया	गुणनफल भिन्न के रूप में	उत्तर	उत्तर में दशमलव के बाद अंकों की संख्या
1.	0.001×0.02	$\frac{1}{1000} \times \frac{2}{100}$	$\frac{2}{100000}$	0.00002	5
2.	0.502×0.45	$\frac{502}{1000} \times \frac{45}{100}$	$\frac{22590}{100000}$	0.22590	5
3.	0.22×0.101				
4.	$0.1 \times 0.003 \times 0.05$				
5.	$0.006 \times 0.4 \times 0.08$				
6.	0.85×0.05				

दो दशमलव संख्याओं का गुणा करने पर गुणनफल में दशमलव बिन्दुओं को दोनों संख्याओं में दशमलव के बाद कुल अंकों को गिनकर दाएँ से बाएँ की ओर उतने अंक छोड़कर लगाते हैं, यदि अंकों की संख्या कम हो तो बाएँ तरफ शून्य बढ़ाकर उतना अंक बनाते हैं।

क्रियाकलाप 4

निम्न गुणन संक्रियाओं में उचित स्थान पर दशमलव का चिन्ह लगाइए —

- $4.283 \times 3.41 = 1460503$
- $326.7 \times 0.319 = 1042173$
- $9.07 \times 13.4 = 121538$
- $69.05 \times 5.044 \times 19.5 = 67916199$

दशमलव संख्याओं का विभाजन (भाग) (Division in Decimal numbers)

जिस प्रकार पूर्णांकों में विभाजन (भाग) होता है उसी प्रकार दशमलव संख्याओं में भी विभाजन होता है।

यदि भाजक पूर्णांक हो (If the divisor is an integer then)

उदाहरण 9 : $25.2025 \div 25$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $25 \overline{) 25.2025} (1.0081$

$$\begin{array}{r}
 - 25 \\
 \hline
 002 \\
 - 0 \\
 \hline
 20 \\
 - 00 \\
 \hline
 202 \\
 - 200 \\
 \hline
 0025 \\
 - 25 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

यदि भाजक व भाज्य दोनों दशमलव संख्या में हो।

उदाहरण 10. : प्रथम तरीका :

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad 45.27 \div 1.5 &= \frac{4527}{100} \div \frac{15}{10} \\ &= \frac{4527}{100} \times \frac{10}{15} \\ &= \frac{4527}{15 \times 10} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 45.27 \div 1.5 = 30.18$$

दूसरा तरीका :

$$\begin{aligned} &45.27 \div 1.5 \\ \Rightarrow \frac{45.27}{1.5} &= \frac{45.27}{1.5} \times \frac{10}{10} \\ \Rightarrow \frac{452.7}{15} \\ \Rightarrow 45.27 \div 1.5 &= 30.18 \end{aligned}$$

$$150) 4527 \quad (30.18$$

$$\begin{array}{r} - 450 \\ \hline 0027 \\ - 00 \\ \hline 270 \\ - 150 \\ \hline 1200 \\ - 1200 \\ \hline 0000 \end{array}$$

$$15) 452.7 \quad (30.18$$

$$\begin{array}{r} - 45 \\ \hline 002 \\ - 0 \\ \hline 27 \\ - 15 \\ \hline 120 \\ - 120 \\ \hline 000 \end{array}$$

जब भाजक दशमलव संख्या हो तो उसे पूर्ण संख्या बनाने के लिए भाज्य तथा भाजक दोनों में 10, 100, आदि संख्या का गुणा करके भाजक को पूर्ण संख्या में बदल लेते हैं। उसके बाद प्राप्त संख्या को उसके हर से भाग दिया जाता है।

क्रियाकलाप 5

सं.	पहली राशि x दूसरी राशि	गुणनफल	$\frac{\text{गुणनफल}}{\text{पहली राशि}} = \text{दूसरी राशि}$	$\frac{\text{गुणनफल}}{\text{दूसरी राशि}} = \text{पहली राशि}$
1.	0.4×0.6	0.24	$\frac{0.24}{0.4} = 0.6$	$\frac{0.24}{0.6} = 0.4$
2.	0.7×0.02	0.014	$\frac{0.014}{0.7} = \dots$	$\frac{\dots}{0.2} = \dots$
3.	0.12×0.35	0.0420	$\frac{\dots}{0.12} = \dots$	$\frac{0.0420}{0.35} = \dots$
4.	7.2×0.3		$\frac{2.16}{7.2} = \dots$	
5.	4.52×0.06		$\frac{0.2712}{4.52} = \dots$	$\frac{0.2712}{0.06} = \dots$
6.	0.008×0.0007		$\frac{\dots}{0.008} = 0.0007$	$\frac{0.0000056}{\dots} = 0.008$

इस सारणी से यह स्पष्ट होता है कि दो संख्याओं के गुणन से प्राप्त गुणनफल में यदि पहली संख्या से भाग देते हैं दूसरी संख्या प्राप्त होती है और यदि प्राप्त गुणनफल में दूसरी संख्या से भाग देने पर पहली संख्या प्राप्त होगी।

$$\text{यदि } x \times y = p,$$

$$\text{तो } x = \frac{p}{y} \text{ और } y = \frac{p}{x}$$

क्रियाकलाप 6

निम्न भाग संक्रियाओं में उचित स्थान पर दशमलव का चिन्ह लगाइए –

1. $68.64 \div 4.4 = 156$
2. $400.14 \div 85.5 = 468$
3. $0.735 \div 0.7 = 105$
4. $51.1875 \div 1.05 = 4875$
5. $3.773 \div 0.98 = 385$

उदाहरण 11. 0.512×4.375 हल कीजिए

$$\begin{array}{r} \text{हल :} \quad 0.512 \times 4.375 \\ \quad \quad 2560 \\ \quad \quad 35840 \\ \quad \quad 153600 \\ \quad \quad 2048000 \\ \hline \quad \quad 2.240000 \\ 0.512 \times 4.375 = 2.240000 = 2.24 \end{array}$$

उदाहरण 12. $3.15 \div 0.02$ हल कीजिए

$$\begin{aligned} \text{हल :} \quad 3.15 \div 0.02 &= \frac{3.15}{0.02} = \frac{3.15}{0.02} \times \frac{100}{100} \\ &= \frac{315}{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 3.15 \div 0.02 = 157.5$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 315} \quad (157.5 \\ \underline{- 2} \\ 11 \\ \underline{- 10} \\ 15 \\ \underline{- 14} \\ 10 \\ \underline{- 10} \\ \times \times \end{array}$$

उदाहरण 13.: $0.3942 \div 1.8$ का मान ज्ञात कीजिए –

$$\begin{aligned} \text{हल :} \quad 0.3942 \div 1.8 &= \frac{0.3942}{1.8} \times \frac{10}{10} \\ &= \frac{3.942}{18} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r}
 18) 3.942 \text{ (0.219)} \\
 \underline{- 0} \\
 39 \\
 \underline{- 36} \\
 \times 34 \\
 \underline{- 18} \\
 162 \\
 \underline{- 162} \\
 \times \times \times
 \end{array}$$

$$\Rightarrow 0.3942 \div 18 = 0.219$$

उदाहरण 14. : $\frac{0.005 \times 0.84 \times 2.25}{0.021 \times 0.05 \times 1.10}$ सरल कीजिए -

$$\begin{aligned}
 \text{हल : } & \frac{0.005 \times 0.84 \times 2.25}{0.021 \times 0.05 \times 1.10} \times \frac{10^7}{10^7} \\
 &= \frac{5 \times 84 \times 225}{21 \times 5 \times 110} \\
 &= \frac{900}{110} \\
 &= \frac{90}{11} = 8.\overline{19}
 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 11.3

- योग कीजिए
 - $1.0087 + 0.321$
 - $0.2 + 0.02 + 0.0202 + 0.20204$
 - $3.81 + 0.009 + 10.0023$
 - $2.45 + 6.908 + 0.125 + 1.0074$
- मान ज्ञात कीजिए:-
 - $7.89 - 2.324$
 - $5.01 - 0.00729$
 - $1.01 - 0.1 - 0.001 + 10.001$
 - $7.802 - 1.4 + 2.8 - 0.00107$
- हल कीजिए :-
 - 243×0.15
 - 0.879×0.021
 - $0.1 \times 0.1 \times 0.1 \times 0.1$
 - $37.06 \times 0.384 \times 2.05$
- हल कीजिए :-
 - $2.25 \div 15$
 - $10.204 \div 0.06$

(iii) $0.3942 \div 1.8$

(iv) $45.225 \div 1.5$

5. मान ज्ञात कीजिए:—

(i) $\frac{0.46 \times 0.92 \times 0.1}{0.023 \times 4.6}$

(ii) $\frac{0.00315 \times 0.5 \times 3.613}{0.005 \times 0.019 \times 0.03}$

6. सुनीता ने बाजार में 23 रु. 50 पैसे का तेल, 8 रु. 15 पैसे का साबुन, 12 रु. 39 पैसे में पावडर खरीदा। बताइये सुनीता ने कुल कितने रुपये का सामान खरीदा ?
7. सिमरन के घर का बिजली का बिल 438.70 रु. आता है। यदि बिजली का किराया 1.20 रु. प्रति यूनिट हो तो सिमरन के घर कितने युनिट विद्युत खपत (खर्च) हुई।
8. रहीम मकान किराया 205.75 रु. प्रतिमाह की दर से देता है तो दो वर्षों में रहीम द्वारा कुल कितना मकान किराया दिया जावेगा।



हमने सीखा (We have learnt)

1. प्रत्येक परिमेय संख्या को दशमलव के रूप में लिखा जा सकता है।
2. दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में बदला जा सकता है।
3. परिमेय संख्या को दशमलव में बदलने पर यदि कुछ पदों के बाद भाग की प्रक्रिया समाप्त हो जाती है, तो वह सांत दशमलव कहलाती है अन्यथा असांत।
4. सांत दशमलव वाले परिमेय संख्या के हर के अभाज्य गुणनखण्ड में केवल 2 और 5 के गुणज होते हैं।
5. परिमेय संख्या को दशमलव में बदलने पर दशमलव के बाद यदि एक या एक से अधिक अंक बार-बार आते हैं और भाग की प्रक्रिया कभी भी समाप्त नहीं होती है, तो बार-बार आने वाली संख्याओं को दशमलव के बाद की आवर्ती संख्याएँ कहते हैं। आवर्ती अंक के ऊपर एक रेखा “—” अथवा पहले तथा अंतिम आवर्ती अंक के ऊपर बिन्दु “.” लगाया जाता है।

