लघुत्तम समापवर्त्य एवं महत्तम समापवर्तक
L.C.M. & H.C.F.

❑ लघुत्तम समापवर्त्य (L.C.M.)

दो या दो से अधिक संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) वह छोटी से छोटी संख्या है, जिसमें दी गई संख्याओं से पूरा-पूरा भाग हो जाता है। उदाहरण के लिए यदि मान लिया जाए कि तीन संख्याएं 4, 3 तथा 6 हैं, तो वह सबसे छोटी संख्या 12 होगी, जिसमें 4, 3, 6 से भाग देने पर क्रमशः 3, 4 तथा 2 भागफल आता है।

4, 3 तथा 6 से भाग देने पर 24, 36, 48... आदि भी पूर्ण रूप से विभाजित हो जाते हैं, परंतु लघुत्तम समापवर्त्य केवल 12 ही होगा क्योंकि सबसे छोटी विभाज्य संख्या यही है।

● लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात करने की भाग विधि

इस विधि में सबसे पहले संख्याओं को कामा (,) लगाकर एक पंक्ति में लिखते हैं फिर उस संख्या (जैसे 2, 3, 4, 5, 7, 11..... इत्यादि) द्वारा भाग देते हैं, जो कम-से-कम दो संख्याओं को विभाजित करती हो। प्राप्त भागफलों तथा शेष संख्याओं को नीचे पुनः एक पंक्ति में लिखते हैं और पुनः उपर्युक्त क्रिया को दोहराते हैं। यह क्रिया तब तक करते हैं, जब तक कि नीचे की पंक्ति में सभी संख्याएं अभाज्य संख्याएं प्राप्त न हो जाएं। अब भाजकों तथा नीचे की पंक्ति में बची अभाज्य संख्याओं को गुणा करते हैं। यही गुणनफल संख्याओं का लघुत्तम समापवर्त्य होता है।

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-**

प्रश्न : 8, 12 तथा 16 का ल.स. क्या होगा?

हल :

2	8, 12, 16
2	4, 6, 8
2	2, 3, 4
2	1, 3, 2
3	1, 3, 1
	1, 1, 1

8, 12 तथा 16 का ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 48$

प्रश्न : वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करें, जो 10, 20, 30, 40 तथा 50 से पूर्णतया विभक्त हो।

हल :

2	10, 20, 30, 40, 50
2	5, 10, 15, 20, 25
2	5, 5, 15, 10, 25
3	5, 5, 15, 5, 25
5	5, 5, 5, 5, 25
5	1, 1, 1, 1, 5
	1, 1, 1, 1, 1

10, 20, 30, 40 तथा 50 का ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \Rightarrow 600$

प्रश्न : वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात करें, जिसे 15, 20, 30, 40 तथा 45 से भाग देने पर प्रत्येक अवस्था में 7 शेष बचे।

हल :

2	10, 20, 30, 40, 45
2	5, 10, 15, 20, 45
2	5, 5, 15, 10, 45
3	5, 5, 15, 5, 45
3	5, 5, 5, 5, 15
5	5, 5, 5, 5, 5
	1 1 1 1 1

15, 20, 30, 40 तथा 45 का ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \Rightarrow 360$

अभीष्ट संख्या $= 360 + 7 \Rightarrow 367$

❑ महत्तम समापवर्त्य (H.C.F.)

वह बड़ी से बड़ी संख्या जो दी हुई संख्याओं को पूर्णतया विभाजित कर दे, वह उन संख्याओं का महत्तम समापवर्त्य (Highest Common F actor) कहलाती है।

जैसे - 18, 24, 30 की समापवर्तक संख्याएं 2, 3, 6 हैं, अर्थात ये सभी दी हुई संख्याएं 18, 24, 30 को पूरा-पूरा विभाजित कर देंगी तथा इनमें सबसे बड़ी संख्या 6 है। अतः इनका महत्तम समापवर्तक 6 होगा।

● महत्तम समापवर्तक (HCF) ज्ञात करने की भाग विधि

भाग विधि में, दी हुई संख्याओं में से सबसे पहले दो संख्याएं लेते हैं और उनका म.स. ज्ञात करते हैं। इस विधि में छोटी संख्या से बड़ी संख्या में भाग देते हैं और जो शेष बचता है उससे छोटी संख्या में भाग देते हैं और फिर जो संख्या शेष बचती है, उससे प्रथम शेष (भाजक) को भाग देते हैं। इसी क्रिया को तब तक करते हैं जब तक कि शेष शून्य न हो जाए। अंतिम भाजक ही इन दो संख्याओं का महत्तम समावर्तक होता है। यदि संख्याएं दो से अधिक हों, तो दोनों संख्याओं के म.स. के साथ तीसरी संख्या से समान क्रिया करते हैं। ऐसे में जो म.स. प्राप्त होता है वही तीनों संख्याओं का म.स. होता है।

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-**

प्रश्न : 12 और 18 का म.स. ज्ञात कीजिए।

हल :

$$\begin{array}{l} 12)18(1 \\ \quad 12 \\ \hline \quad\; 6)\,12\,(2 \\ \qquad\; 12 \\ \hline \qquad\;\; 0 \end{array}$$

अतः अंतिम भाजक 6 ही म.स. होगा।

प्रश्न : 45, 75 और 90 का म.स. ज्ञात कीजिए?

हल : सर्वप्रथम 45 और 75 का म.स. निकालेंगे।

45) 75 (1
45
30) 45 (1
30
15) 30 (2
30
00

अतः 45 और 75 का म.स. 15 होगा तथा अब 15 तथा 90 का म.स. निकालेंगे

15) 90 (6
90
0

अतः 45, 75 तथा 90 का म.स. 15 होगा।

प्रश्न : $(2^2 \times 3^3 \times 5^4)$, $(2^3 \times 3^2 \times 5^1)$ तथा $(2^4 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^2)$ का म.स. ज्ञात कीजिए।

हल : उभयनिष्ठ अभाज्य गुणनखंड के निम्नतम घातों का गुणनफल ही म.स. होगा।

अतः अभीष्ट म.स. $= 2^2 \times 3^2 \times 5^1$

$= 4 \times 9 \times 5 \Rightarrow 180$

प्रश्न : $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ और $\frac{4}{5}$ का म.स. क्या होगा?

हल : भिन्नों का म.स. $= \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

दी गई भिन्नों का म.स. $= \frac{\text{2,3,4 का म.स.}}{\text{3,4,5 का ल.स.}} \Rightarrow \frac{1}{60}$

प्रश्न : दो लगातार प्राकृतिक संख्याओं का म.स. क्या होगा?

हल : माना कि दो लगातार संख्याएं 12 तथा 13 हैं, तो म.स. =

12) 13 (1
12
1) 12 (12
12
0

इसलिए म.स. = 1

☞ **उदाहरणार्थ प्रश्न देखें-**

प्रश्न : दो संख्याओं का ल.स. 2310 तथा म.स. 30 है। यदि इनमें से एक संख्या 210 है, तो दूसरी संख्या क्या होगी?

हल : दूसरी संख्या $= \frac{\text{म.स.} \times \text{ल.स.}}{\text{पहली संख्या}}$

$\therefore$ दूसरी संख्या $= \frac{2310 \times 30}{210}$

$\therefore$ दूसरी संख्या = 330

परीक्षोपयोगी प्रश्न

1. 2 संख्याओं का महत्तम समापवर्तक म.स.प. (H.C.F.) 24 है, इसका लघुत्तम समापवर्त्य ल.स.प. (L.C.M.) निम्नलिखित में से कौन-सा हो सकता है?

(a) 118 (b) 144

(c) 128 (d) 136

उत्तर—(b)

$\because$ दो संख्याओं का म.स. 24 है।

$\therefore$ इन संख्याओं का ल.स. होने के लिए अपेक्षित है, कि वह संख्या म.स. से पूर्ण विभाज्य हो। अर्थात विकल्पों से वह संख्या 144 होगी।

2. दो संख्याओं का महत्तम और लघुत्तम का योग 680 है और लघुत्तम, महत्तम के 84 गुना है। यदि एक संख्या 56 है, तो दूसरी संख्या है–

(a) 84 (b) 12

(c) 8 (d) 96

उत्तर—(d)

ल.स. + म.स. =680 ....(i)

तथा ल.स. = 84 × म.स.

$\therefore$ 84 × म.स. + म.स. =680

$\therefore$ 85 × म.स. =680

$\therefore$ म.स. $= \frac{680}{85} \Rightarrow 8$

$\therefore$ ल.स. = 680 – 8 (म.स. = 8 समी. (i) में रखने पर)

= 672

$\because$ एक संख्या = 56

अतः दूसरी संख्या $= \frac{\text{ल.स.} \times \text{म.स.}}{\text{पहली संख्या}}$

$= \frac{672 \times 8}{56} \Rightarrow 96$

3. दो संख्याओं का म.स.प. (H.C.F.) 4 तथा ल.स.प. (L.C.M.) के अन्य दो गुणनखंड 5 और 7 हैं। इनमें से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए-

(a) 10 (b) 14

(c) 20 (d) 28

उत्तर—(c)

दो संख्याओं का महत्तम समापवर्तक 4 है अर्थात दोनों संख्याओं का सार्वगुणनखंड 4 होगा तथा दोनों संख्याओं के लघुत्तम समापवर्त्य के दो अन्य गुणनखंड 5 एवं 7 हैं। यानी दोनों संख्याएं क्रमशः 4 × 5 एवं 4 × 7 होंगी।

इस प्रकार छोटी संख्या 4 × 5 ⇒ 20 होगी।

4. शीबा के पास 24 चॉकलेट, 36 बिस्कुट और 60 आइसक्रीम अपने सहपाठियों में बांटने के लिए है। वह चाहती है कि उसके प्रत्येक सहपाठी को प्रत्येक वस्तु समान संख्या में मिले। सहपाठियों की अधिकतम संख्या क्या है जिनमें वह एक भी चीज बचाए बिना पूरी तरह से बांट सकती है?

(a) 6 (b) 18
(c) 12 (d) 15

उत्तर—(c)

$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$\therefore$ 24, 36 तथा 60 का म.स. $= 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 12$

स्पष्ट है कि सहपाठियों की अधिकतम संख्या 12 है। जिनमें शीबा एक भी चीज बचाए बिना पूरी तरह बांट सकती है।

5. एक रेजिमेंट के सिपाहियों को 10, 15 और 20 की पंक्तियों में खड़े होकर पूर्ण वर्ग बनाने होते हैं, तो सिपाहियों की न्यूनतम संख्या होगी-

(a) 500 (b) 600
(c) 900 (d) 400

उत्तर—(c)

2	10, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

$\therefore$ ल.स. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$\therefore$ पूर्ण वर्ग के लिए सिपाहियों की न्यूनतम संख्या

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \Rightarrow 900$

6. एक 4 मीटर $\times$ 3.2 मीटर माप वाले कमरे के संपूर्ण फर्श पर बिछाने के लिए कम-से-कम कितनी एकरूप वर्गाकार टाइल्स की आवश्यकता होगी?

(a) 18 (b) 22
(c) 20 (d) 25

उत्तर—(c)

$\because$ 4 मीटर = 400 सेमी.

तथा 3.2 मीटर = 320 सेमी.

आवश्यक वर्गाकार टाइल्स की भुजा = 400 तथा 320 का म.स.

$= 80 \times 5$ तथा 80×4 का म.स.

$= 80$

अभीष्ट टाइल्स की संख्या $= \frac{400 \times 320}{80 \times 80} \Rightarrow 20$

7. एक घड़ी एक बजे एक बार, दो बजे दो बार, तीन बजे तीन बार और इसी प्रकार बजती है। एक दिन में वह कितनी बार बजेगी?

(a) 150 बार (b) 156 बार
(c) 100 बार (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर—(b)

$\because$ घड़ियों में केवल 12 घंटे ही इंगित होते है

अतः 12 घंटे में एक घड़ी द्वारा घंटा बजाने की संख्या $= \frac{n(n+1)}{2}$

$= \frac{12 \times (12+1)}{2} \Rightarrow 78$

$\therefore$ 24 घंटे में घड़ी द्वारा घंटा बजाने की संख्या $= 78 \times 2 \Rightarrow 156$

8. छह घंटियां एक साथ बजना शुरू करती हैं एवं क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकंड के अंतराल पर बजती हैं। 30 मिनट में वे एक साथ कितनी बार बजेंगी?

(a) 40 (b) 10
(c) 15 (d) 16

उत्तर—(c)

छह घंटियों के दोबारा बजने का समय क्रमशः 2, 4, 6, 8, 10, 12 सेकंड है।

$\therefore$ पुनः एक साथ बजने का समय = अभीष्ट ल.स.प.

2	2, 4, 6, 8, 10, 12
2	1, 2, 3, 4, 5, 6
2	1, 1, 3, 2, 5, 3
3	1, 1, 3, 1, 5, 3
5	1, 1, 1, 1, 5, 1
	1, 1. 1, 1, 1, 1

$\therefore$ अभीष्ट समय $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 120$ सेकंड $= 21$ मिनट

अतः घंटियां 2 मिनट के अंतराल पर बजती हैं।

$\therefore$ तीस मिनट में एक साथ बजने की संख्या $= \frac{30}{2} \Rightarrow 15$

9. चार पहियों की परिधि 16 सेमी., 24 सेमी., 32 सेमी. और 40 सेमी. है। वे एक साथ घूमना शुरू करते हैं। यदि प्रत्येक पहिया एक पूरा चक्कर लगाता है, तो उनके द्वारा कम से कम कितनी दूरी तय की जाएगी?

(a) 480 सेमी. (b) 40 सेमी.
(c) 520 सेमी. (d) 560 सेमी.

उत्तर—(a)

प्रत्येक पहिए के द्वारा कम से कम दूरी उनकी परिधि लघुत्तम समापवर्तक के बराबर होगी।

∴ 16, 24, 32 तथा 40 का ल.स. लेने पर,

2	16, 24, 32, 40
2	8, 12, 16, 20
2	4, 6, 8, 10
2	2, 3, 4, 5
2	1, 3, 2, 5
3	1, 3, 1, 5
5	1, 1, 1, 5
	1, 1, 1, 1

∴ अभीष्ट दूरी बराबर $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
$= 480$ सेमी.

10. इनमें से सबसे छोटी संख्या कौन-सी है जिसे 6, 7, 8, 9 और 12 से भाग देने पर हर बार '2' शेष रहता है?
(a) 756 (b) 504
(c) 754 (d) 506

उत्तर—(d)

अभीष्ट संख्या 6, 7, 8, 9 तथा 12 के ल.स.प. से 2 अधिक होगी-

2	6, 7, 8, 9, 12
2	3, 7, 4, 9, 6
2	3, 7, 2, 9, 3
3	3, 7, 1, 9, 3
3	1, 7, 1, 3, 1
7	1, 7, 1, 1, 1
	1, 1, 1, 1, 1

ल.स.प. $= 2\times2\times3\times7\times2\times3 \Rightarrow 504$

अभीष्ट सं. $= 504 + 2 \Rightarrow 506$

11. वह छोटी-से-छोटी संख्या ज्ञात करो जिसमें 27, 42, 63 तथा 84 से भाग देने पर प्रत्येक दशा में 21 शेष बचे।
(a) 760 (b) 745
(c) 777 (d) 767

उत्तर—(c)

27, 42, 63, 84 का ल.स. = 756
∵ शेष 21 बचना चाहिए।
∴ अभीष्ट संख्या $= 756 + 21 \Rightarrow 777$

12. 245 तथा 1029 को विभाजित करने वाली सबसे बड़ी संख्या कौन-सी है, जो दोनों ही मामलों में शेषफल 5 देती है।
(a) 16 (b) 18
(c) 17 (d) 15

उत्तर—(a)

दी गई संख्याएं 245 तथा 1029 हैं।
∵ दोनों ही मामलों में शेषफल 5 बचता है
∴ दोनों संख्याओं से 5 घटाने पर प्राप्त संख्याओं,
अर्थात $1029 - 5 = 1024$
तथा $245 - 5 = 240$ का म.स. ही उत्तर होगा।
अतः 240 एवं 1024 का म.स. भाग विधि द्वारा ज्ञात करने पर

240) 1024 (4
960
64) 240 (3
192
48) 64 (1
48
16) 48 (3
48
×

∵ म.स. = 16
अतः अभीष्ट संख्या = 16

13. सबसे छोटी संख्या बताएं जिसे 8, 9, 12, 15 से विभाजित करने पर प्रत्येक मामले में 1 शेष बचता है?
(a) 179 (b) 181 (c) 359 (d) 361

उत्तर—(d)

संख्या 8, 9, 12, 15 का ल.स.प. लेने पर

2	8, 9, 12, 15
2	4, 9, 6, 15
2	2, 9, 3, 15
3	1, 9, 3, 15
3	1, 3, 1, 5
5	1, 1, 1, 5
	1, 1, 1, 1

∴ अभीष्ट संख्या $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$
$= 72 \times 5 \Rightarrow 360$
∴ संख्या $= 360 + 1 \Rightarrow 361$

14. यदि P वह सबसे बड़ी संख्या है, जिससे 60, 150 और 285 को विभाजित किया जाए, तो प्रत्येक दशा में समान शेष बचता है, तो P के अंकों का योगफल है।
(a) 7 (b) 5 (c) 4 (d) 9

उत्तर—(d)

'P' $= (150 - 60), (285 - 150), (285 - 60)$ का म.स.
$= 90, 135, 225$ का म.स.
∴ $90 = 2 \times \underline{3 \times 3 \times 5}$
$135 = 3 \times \underline{3 \times 3 \times 5}$
$225 = \underline{3 \times 3 \times 5} \times 5$
∴ म.स. अर्थात संख्या 'P' $= 3 \times 3 \times 5 \Rightarrow 45$
अतः संख्या 'P' के अंकों का योगफल $= 4 + 5 \Rightarrow 9$

15. वह बड़ी से बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 1250 तथा 1615 को विभाजित करने पर शेष क्रमशः 4 और 5 बचता है।
(a) 13 (b) 14
(c) 16 (d) 18

उत्तर—(b)

अभीष्ट संख्या $= (1250 - 4)$ तथा $(1615 - 5)$ का म.स.
अर्थात 1246 तथा 1610 का म.स.
$1246 = 2 \times 7 \times 89$
$1610 = 2 \times 7 \times 5 \times 23$
∴ म. स. $= 2 \times 7 \Rightarrow 14$

16. वह न्यूनतम संख्या क्या है, जो 13 जोड़ने के बाद 42, 36 तथा 45 में प्रत्येक से विभाज्य है?

(a) 1273 (b) 1247

(c) 1207 (d) 2507

उत्तर—(b)

42, 36 एवं 45 का गुणनखंड

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$\therefore$ 42, 36 एवं 45 का ल.स.प. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7$

$= 1260$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $= 1260 - 13 \Rightarrow 1247$

17. वह न्यूनतम संख्या जो 12, 15, 20 से विभाज्य व पूर्ण वर्ग है, है-

(a) 400 (b) 900

(c) 1600 (d) 3600

उत्तर—(b)

12, 15, 20 का ल.स.प.=

2	12, 15, 20
2	6, 15, 10
3	3, 15, 5
5	1, 5, 5
	1, 1, 1

ल.स.प. $= 2 \times 2 \times 5 \times 3$

अतः पूर्ण वर्ग संख्या जो 12, 15, 20 से पूर्णतः विभाज्य है

$= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \Rightarrow 900$

18. सबसे छोटी संख्या क्या है जिसमें 3 की वृद्धि करने से 27, 35, 25 और 21 से विभाज्य है?

(a) 4722 (b) 4725

(c) 4728 (d) 4731

उत्तर—(a)

27, 35, 25 तथा 21 का ल.स.

3	27, 35, 25, 21
3	9, 35, 25, 7
3	3, 35, 25, 7
5	1, 35, 25, 7
5	1, 7, 5, 7
7	1, 7, 1, 7
	1, 1 1, 1

ल.स. $= 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$

$= 27 \times 25 \times 7$

$= 4725$

अतः अभीष्ट संख्या $= 4725 - 3$

$= 4722$

19. ऐसा न्यूनतम अंक ढूढ़िए जिसको 9, 12, 15 या 20 से विभाजित करने पर उसका शेषफल 3 है?

(a) 63 (b) 123

(c) 183 (d) 163

उत्तर—(c)

अभीष्ट संख्या = 9, 12, 15, 20 का ल.स.प. + 3

9, 12, 15 तथा 20 का गुणनखंड लेने पर

$9 = 3 \times 3$

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$20 = 2 \times 2 \times 5$

$\therefore$ ल.स. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180 + 3 \Rightarrow 183$

20. 175 केले और 105 संतरे कितने छात्रों में समान रूप से बांटे जा सकते हैं?

(a) 25 (b) 35

(c) 45 (d) 55

उत्तर—(b)

प्रश्नानुसार

$175 = 5 \times 5 \times 7$

$105 = 3 \times 5 \times 7$

$\therefore$ अभीष्ट म.स. $= 5 \times 7 \Rightarrow 35$

अतः 175 केले और 105 संतरे समान रूप से 35 छात्रों में बांटे जा सकते हैं।

21. 36 और 84 का महत्तम समापवर्तक है—

(a) 4 (b) 6

(c) 12 (d) 18

उत्तर—(c)

36 और 84 के अभाज्य गुणनखंड करने पर

$36 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3} \times 3$

$84 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3} \times 7$

अब म.स. उभयनिष्ठ गुणनखंडों के गुणनफल से प्राप्त किया जा सकता है।

अतः म.स. $= 2 \times 2 \times 3$

$= 12$

22. 48, 92 तथा 140 का महत्तम समापवर्तक (म.स.) ज्ञात कीजिए।

(a) 8 (b) 6

(c) 4 (d) 3

उत्तर—(c)

$48 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times 3$

$92 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 23$

$140 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 5 \times 7$

$\therefore$ 48, 92 तथा 140 का अभीष्ट म.स. $= 2 \times 2 \Rightarrow 4$

23. 42, 63 और 140 का महत्तम समापवर्तक होगा-

(a) 14 (b) 9

(c) 21 (d) 7

उत्तर—(d)

$42 = 2 \times 3 \times 7$

$63 = 3 \times 3 \times 7$

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$

अभीष्ट म.स. $= 7$

24. 1048 तथा 1441 का म.स. ज्ञात कीजिए।

(a) 311 (b) 113

(c) 131 (d) 11

उत्तर—(c)

$1048 = 2 \times 2 \times 2 \times \underline{131}$

$1441 = 11 \times \underline{131}$

$\therefore$ 1048 तथा 1441 का म.स. = 131

25. 72, 48 का महत्तम समापवर्त्य (म.स.) क्या होगा?

(a) 36 (b) 12

(c) 18 (d) 24

उत्तर—(d)

$\because$ $72 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3 \times \boxed{3}$

$48 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times \boxed{3}$

$\therefore$ 72, 48 का म.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 24$

26. तीन बड़े ड्रमों में 36 लीटर, 45 लीटर और 72 लीटर तेल है। किस बड़े माप से सभी मात्राओं को पूर्णतः से मापा जा सकता है?

(a) 4 लीटर (b) 9 लीटर

(c) 3 लीटर (d) 36 लीटर

उत्तर—(b)

36 लीटर, 45 लीटर और 72 लीटर तेल से भरे ड्रमों को मापने के लिए आवश्यक बड़े माप की मात्रा

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$45 = 3 \times 3 \times 5$

$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$\therefore$ अभीष्ट म.स. $= 3 \times 3 \Rightarrow 9$ लीटर

27. 252, 294 और 3#8 का महत्तम समापर्वक (H.C.F.) 42 है। # क्या है।

(a) 2 (b) 4 (c) 7 (d) 8

उत्तर—(c)

252, 294 तथा 3#8 का म.स. 42 है। अर्थात 42 वह बड़ी-से-बड़ी संख्या है जिससे तीनों संख्याएं पूर्णतः विभाज्य होंगी। यदि # के स्थान पर 7 रखा जाए तो 378/42 पूर्णतः विभाज्य होगा। जबकि # के स्थान पर विकल्पों की अन्य संख्याएं 2, 4 तथा 8 रखने पर वह पूर्णतः विभाजित नहीं होता।

28. वह बड़ी-से-बड़ी संख्या ज्ञात करो जिसका 522, 1276 और 1624 में पूरा-पूरा भाग जाए-

(a) इनमें से कोई नहीं (b) 29

(c) 58 (d) 4

उत्तर—(c)

बड़ी-से-बड़ी संख्या = 522, 1276 और 1624 का म.स.प.

$\because$ $522 = 2 \times 3 \times 3 \times 29$

$1276 = 2 \times 2 \times 11 \times 29$

$1624 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 29$

$\therefore$ अभीष्ट म.स. $= 2 \times 29 \Rightarrow 58$

29. 0.32, 2.72, 12.8, 14.4 का महत्तम समापवर्तक (H.C.F.) ज्ञात कीजिए।

(a) 16 (b) 1.6

(c) 0.16 (d) 2.72

उत्तर—(c)

0.32, 2.72, 12.8 तथा 14.4 का म.स.

$= \frac{32}{100}, \frac{272}{100}, \frac{128}{10}, \frac{144}{10}$ का म.स.

$= \frac{32, 272, 128 \text{ lekee} 144 \text{ keâecene}}{100, 100, 10 \text{ lekee} 10 \text{ keâeuene}}$

$= \frac{16}{100} \Rightarrow .16$

30. $\frac{3}{16}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}$ का म.स. है-

(a) $\frac{105}{48}$ (b) $\frac{1}{4}$

(c) $\frac{1}{48}$ (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर—(d)

$\frac{3}{16}, \frac{5}{12}, \frac{7}{18}$ का म.स. $= \frac{\text{अंशों का म.स.}}{\text{हरों का ल.स.}}$

$= \frac{3, 5, 7 \text{ म.स.}}{16, 12, 18 \text{ ल.स.}} \Rightarrow \frac{1}{144}$

31. 26, 56, 104 और 182 का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) है-

(a) 456 (b) 728

(c) 748 (d) 1274

उत्तर—(b)

26, 56, 104 तथा 182 का लघुत्तम समापवर्त्य लेने पर

2	26,	56,	104,	182
2	13,	28,	52,	91
2	13,	14,	26,	91
7	13,	7,	13,	91
13	13,	1,	13,	13
	1,	1,	1,	1

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $= 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 13$

$= 8 \times 7 \times 13$

$= 56 \times 13 \Rightarrow 728$

32. वह छोटी से छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जो 6, 8, 12 और 16 से पूर्णतः विभाजित हो जाए।

(a) 48 (b) 24

(c) 64 (d) 80

उत्तर—(a)

अभीष्ट संख्या 6, 8, 12, 16 का ल.स.प. होगी

2	6,	8,	12,	16
2	3,	4,	6,	8
2	3,	2,	3,	4
2	3,	1,	3,	2
3	3,	1,	3,	1
	1,	1,	1,	1

$\therefore$ ल.स.प. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 48$

33. $\frac{2}{3},\frac{4}{9},\frac{5}{6},\frac{7}{12}$ का लघुत्तम समापवर्त्य–

(a) $\frac{1}{18}$ (b) $\frac{35}{9}$ (c) $\frac{1}{36}$ (d) $\frac{140}{3}$

उत्तर–(d)

अभीष्ट ल.स. $= \frac{2,4,5 \text{ व } 7 \text{ का ल. स.}}{3,9,6 \text{ व } 12 \text{ का म. स.}}$

$= \frac{140}{3}$

34. $4^5, 4^8, 4^{12}$ तथा 4^7 का लघुत्तम समापवर्त्य ज्ञात कीजिए।

(a) 4^5 (b) 4^8 (c) 4^{12} (d) 4^7

उत्तर–(c)

घातांकों $4^5, 4^8, 4^{12}$ तथा 4^7 में अधिकतम घातांक वाली संख्या 4^{12} है।

$\because$ समान आधार की घातांक संख्याओं में अधिकतम घात वाली संख्या ही ल.स. होती है।

$\therefore$ दिए घातांकों का ल.स. $= 4^{12}$

35. 15, 25 तथा 29 का लघुत्तम समापवर्त्य (ल.स.) ज्ञात कीजिए।

(a) 2335 (b) 3337 (c) 2175 (d) 2375

उत्तर–(c)

15, 25 और 29 का लघुत्तम समावर्त्य

3	15, 25, 29
5	5, 25, 29
5	1, 5, 29
29	1, 1, 29
	1, 1, 1

$\therefore$ अभीष्ट ल.स. (ल.स.) $= 3 \times 5 \times 5 \times 29 \Rightarrow 2175$

36. $(2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7), (2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11)$ और $(2 \times 3^3 \times 5^4)$ का लघुत्तम समापवर्त्य (LCM) है–

(a) $(2^4 \times 3^3 \times 5^4)$ (b) $(2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11)$

(c) $2^4 \times 3^3 \times 5^4 \times 7^2 \times 11$ (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर–(c)

$(2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7), (2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7^2 \times 11)$ तथा $(2 \times 3^3 \times 5^4)$ का ल.स. - दोनों गुणनों में से अधिकतम घातांक वाले प्रत्येक अंकों का गुणनफल ही ल.स. होगा।

अतः ल.स. $= 2^4 \times 3^3 \times 5^4 \times 7^2 \times 11$

37. दो संख्याएं 8 : 11 के अनुपात में हैं। यदि उनका HCF (उच्चतम समापवर्तक) 7 है, तो संख्याएं हैं-

(a) 56 और 77 (b) 8 और 11

(c) 56 और 88 (d) इनमें से कोई नहीं

उत्तर–(a)

माना संख्याएं $8x$ तथा $11x$ हैं।

$\therefore$ संख्या $8x = 8 \times \boxed{x}$

$11x = 11 \times \boxed{x}$

$\therefore$ अभीष्ट म.स.प. $= x$

$\therefore x = 7$

$\therefore$ अभीष्ट संख्याएं $= 8x, 11x$

$= 8 \times 7, 11 \times 7$

$= 56, 77$

38. दो संख्याओं का ल.स. (ल.स.) 66 है। संख्याओं का अनुपात 2 : 3 है। संख्याओं का योग है?

(a) 60 (b) 55

(c) 50 (d) 65

उत्तर–(b)

माना संख्याएं $2x$ एवं $3x$ हैं।

$\therefore$ इनका ल.स. $= 2 \times 3 \times x$

$\therefore 6x = 66$

$x = \frac{66}{6} \Rightarrow 11$

$\therefore$ दोनों संख्याओं का योग $= 2x + 3x$

$= 5x = 5 \times 11 \Rightarrow 55$

39. तीन संख्याओं का अनुपात 2:3:5 तथा म.स. (H.C.F.) 35 है। संख्याओं का ल.स. (L.C.M.) ज्ञात कीजिए।

(a) 900 (b) 1050

(c) 850 (d) 650

उत्तर–(b)

$\because$ म.स. $= 35$

संख्याओं का अनुपात = 2 : 3 : 5

$\therefore$ संख्याएं $= 2 \times 35, 3 \times 35$ तथा 5×35

= 70, 105 तथा 175

अब, 70, 105 तथा 175 का ल.स.

2	70,	105,	175
3	35,	105,	175
5	35,	35,	175
5	7,	7,	35
7	7,	7,	7
	1,	1,	1

$\therefore$ ल.स. $= 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \Rightarrow 1050$

40. दो संख्याओं का ल.स. 48 है। दोनों संख्याओं का अनुपात $1:\frac{2}{3}$ है। संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

(a) 60 (b) 40

(c) 20 (d) 45

उत्तर–(b)

संख्याओं का अनुपात $= 1 : \frac{2}{3}$

$= 3 : 2$

माना संख्याएं $3x$ एवं $2x$ हैं।

$\therefore$ म.स. $= x$

$\because$ संख्याओं का गुणनफल = ल.स. × म.स.

$\therefore 3x \times 2x = 48 \times x$

$x = \frac{48}{6} \Rightarrow 8$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $3 \times 8, 2 \times 8$ अर्थात 24 और 16 होंगी।

$\therefore$ संख्याओं का योगफल $= 24 + 16 \Rightarrow 40$

41. दो संख्याओं का अनुपात 3 : 4 है। यदि उनका लघुत्तम 240 है, तो संख्याओं में सबसे छोटी संख्या है–

(a) 40 (b) 60

(c) 80 (d) 100

उत्तर–(b)

माना दोनों संख्याएं क्रमशः $3x$ तथा $4x$ हैं।

अतः म.स. $= x$

$\because$ म.स. × ल.स. = दोनों संख्याओं का गुणनफल

$\therefore \quad x \times 240 = 3x \times 4x$

या $12x^2 = 240x$

$12x = 240$

या $x = \frac{240}{12} \Rightarrow 20$

$\therefore$ छोटी संख्या $= 3x$

$= 3 \times 20$

$= 60$

42. दो नंबर 6 : 13 के अनुपात में हैं। उनका लघुत्तम (LCM) 468 है, तो उनका महत्तम (HCF) क्या है?

(a) 12 (b) 8

(c) 6 (d) 4

उत्तर–(c)

माना दोनों संख्याएं क्रमशः $6x$ तथा $13x$ हैं।

अतः म.स. $= x$

और ल.स. = 468 जो कि दिया है।

पहली संख्या × दूसरी संख्या = म.स. × ल.स.

$6x \times 13x = x \times 468$

$\therefore 468x = 78x^2$

$\therefore x = \frac{468}{78} \Rightarrow 6$

43. 16, 24 का महत्तम समापवर्तक (म.स.) और लघुत्तम समापवर्तक (ल.स.) ज्ञात करें।

(a) 8, 48 (b) 4, 12

(c) 2, 24 (d) 4, 48

उत्तर–(a)

$16 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2$

$24 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{2} \times 3$

$\therefore$ 16, 24 का म.स. $= 2 \times 2 \times 2 \Rightarrow 8$

तथा ल.स. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 48$

44. दो संख्याओं का उच्चतम समापवर्तक 12 है और उनके बीच का अंतर भी 12 है। वे संख्याएं हैं-

(a) 66, 78 (b) 70, 82

(c) 94, 106 (d) 84, 96

उत्तर–(d)

विकल्प (d) से

$84 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times 7$

$96 = \boxed{2} \times \boxed{2} \times 2 \times 2 \times 2 \times \boxed{3}$

$\therefore$ अभीष्ट म.स.प. $= 2 \times 2 \times 3 \Rightarrow 12$

तथा संख्याओं के बीच अंतर $= 96 - 84 \Rightarrow 12$

अतः विकल्प (d) सही उत्तर है जो प्रश्न के कथन को संतुष्ट करता है।

45. दो संख्याओं का म.स. 16 है तथा उनका अंतर 16 है। संख्या ज्ञात कीजिए।

(a) 64, 80 (b) 72, 88

(c) 80, 100 (d) 96, 120

उत्तर–(a)

दिया है : म.स. = 16 तथा दोनों संख्याओं का अंतर = 16

माना संख्याएं 16a तथा 16b हैं।

$\therefore 16a - 16b = 16$

या $16(a - b) = 16$ .... (i)

विकल्प (a) से $80 - 64 = 16(5 - 4)$

$= 16 \times 1 \Rightarrow 16$ (जो समी. (i) को संतुष्ट करता है)

अतः विकल्प (a) अभीष्ट उत्तर है।

46. दो संख्याओं का म.स. (H.C.F.) और ल.स. (L.C.M.) क्रमशः 29 और 435 है। यदि एक संख्या 145 है, तो दूसरी संख्या बताइए।

(a) 58 (b) 87

(c) 29 (d) 23

उत्तर–(b)

दिया है म.स. = 29, ल.स. = 435 तथा एक संख्या = 145

$\because$ पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स. × म.स.

$\therefore$ दूसरी संख्या $= \frac{\text{ल.स.} \times \text{म.स.}}{\text{पहली संख्या}}$

$\therefore$ दूसरी संख्या $= \frac{435 \times 29}{145} \Rightarrow 87$

47. दो संख्याओं का ल.स. इनके म.स. का 40 गुना है। यदि दोनों संख्याओं का गुणनफल 1440 है, तो उनका म.स. ज्ञात कीजिए।

(a) 15 (b) 8 (c) 12 (d) 6

उत्तर–(d)

माना दोनों संख्याओं का म.स. $= x$

प्रश्नानुसार

ल.स. $= 40x$

$\because$ ल.स. × म.स. = संख्याओं का गुणनफल

$\therefore \quad 40x \times x = 1440$

$x^2 = \frac{1440}{40} \Rightarrow 36$

$\therefore \quad x = \sqrt{36} \Rightarrow 6$

$\therefore$ अभीष्ट संख्याओं का म.स. = 6