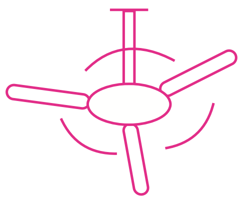
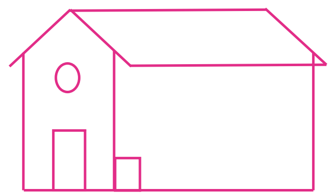
अध्याय 7
कोण एवं रेखाएँ

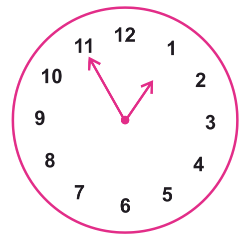
7.1 नीचे दिए गए चित्रों को ध्यान से देखिए।



(i)

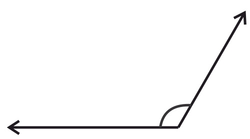


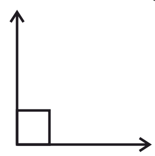
(ii)

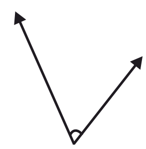


(iii)

प्रत्येक चित्र में बनने वाले कोणों को देखकर बताइए कि यह न्यून कोण है, समकोण है अथवा अधिक कोण है।





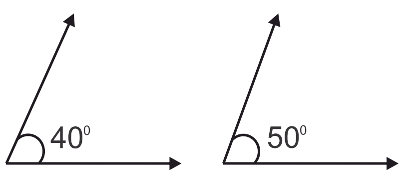


....

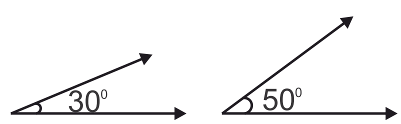
7.1.1 पूरक कोण

जब दो कोणों का योग 90° के बराबर होता है तो वह परस्पर **पूरक कोण** कहलाते हैं जैसे 30° का पूरक कोण 60° होगा तथा 60° का पूरक कोण 30° होगा ($30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$) । बताइए 45° का पूरक कोण क्या होगा?

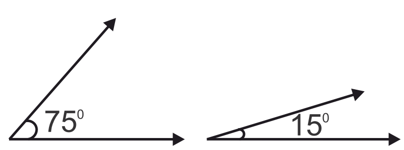
नीचे दिए गए कोणों के जोड़ों में कौन–कौन से पूरक कोण है ?



(i)



(ii)



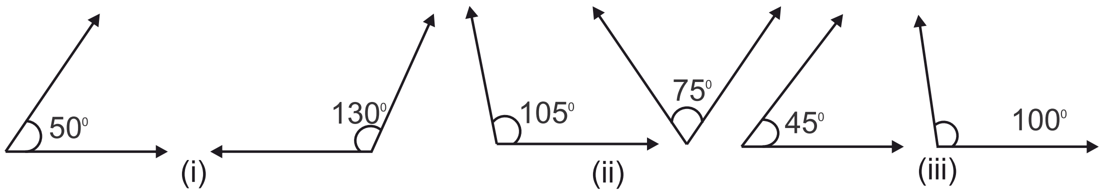
(iii)

करो और सीखो

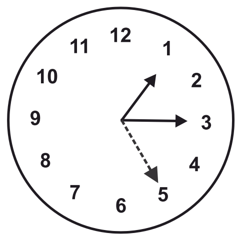
1. क्या दो न्यून कोण एक दूसरे के पूरक हो सकते हैं ?
2. क्या दो अधिक कोण एक दूसरे के पूरक कोण हो सकते हैं ?
3. समकोण का पूरक कोण क्या होता है ?

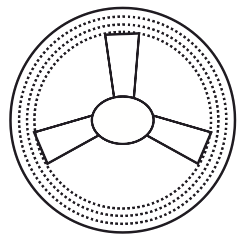
7.1.2 संपूरक कोण

जब दो कोणों का योग 180° होता है तो ये कोण एक दूसरे के **संपूरक कोण** कहलाते हैं। नीचे दिए गए कोणों के युग्म में कौन–कौन से संपूरक कोण हैं।



7.1.3 आसन्न कोण

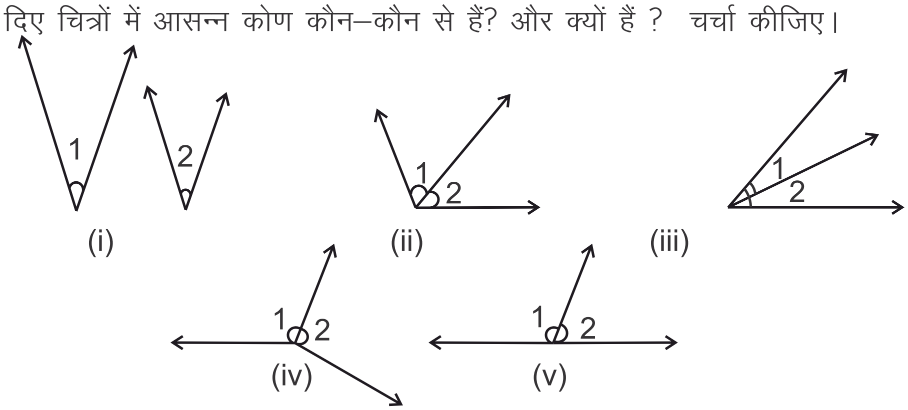




इन चित्रों में आपको दो–दो कोण आपस में जुड़े हुए दिख रहे हैं।
इस तरह से दो जुड़े हुए कोण आप और कहाँ – कहाँ देखते हैं ?
कोणों के ऐसे युग्म आसन्न कोण कहलाते हैं।

आसन्न कोणों में एक उभयनिष्ठ शीर्ष तथा एक उभयनिष्ठ भुजा होती है, तथा दोनों कोण उभयनिष्ठ भुजा के एक ही ओर न होकर विपरित ओर होते हैं।

नीचे दिए चित्रों में आसन्न कोण कौन–कौन से हैं? और क्यों हैं ? चर्चा कीजिए।



महक की कक्षा में चर्चा इस प्रकार हुई।

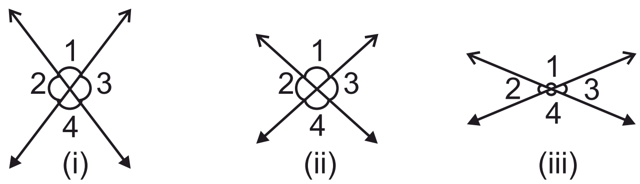
महक : चित्र (i) और (iii) में आसन्न कोण नहीं बन रहे हैं। क्योंकि चित्र (i) मे उभयनिष्ठ शीर्ष नहीं है और चित्र (iii) में उभयनिष्ठ भुजा बीच में नहीं है।

चन्दा : हाँ बाकी तीनों चित्रों में आसन्न कोण बन रहे हैं, और चित्र (v) में तो दोनों भुजाएँ जो उभयनिष्ठ नहीं है वे मिलकर एक सरल रेखा भी बना रही है।

महक : सरल रेखा तो 180^{0} का कोण बनाती है।

रैखिक कोण युग्म– ऐसे आसन्न कोण जिसमें उभयनिष्ठ भुजा के दोनों तरफ बने कोणों का योग 180^0 होता है, रैखिक कोण युग्म कहलाते हैं। ये कोण संपूरक भी होते हैं।

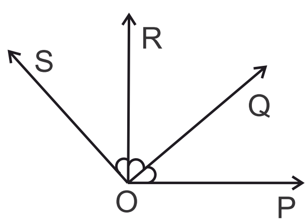
7.1.4 सम्मुख कोण (शीर्षाभिमुख कोण)



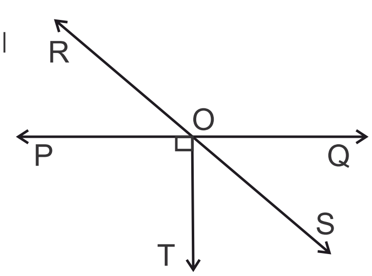
दिए गए चित्रों को ट्रेस पेपर की सहायता से एक कागज पर बना लीजिए। अब प्रत्येक चित्र के चारों कोणों को कैंची से काटकर अलग–अलग कर लीजिए।
अब कोणों को एक दूसरे के ऊपर रखकर देखें, कौन–कौन से कोण बराबर हैं।
आप यह पाएँगे कि प्रत्येक चित्र में कोण 1, कोण 4 के तथा कोण 2, कोण 3 के बराबर है।
यह कोण युग्म $\angle 1$, $\angle 4$ तथा $\angle 2$, $\angle 3$ शीर्षाभिमुख कोण कहलाते हैं, **शीर्षाभिमुख कोण** दो रेखाओं के किसी बिन्दु पर काटने से निर्मित होते हैं।

प्रश्नावली 7.1

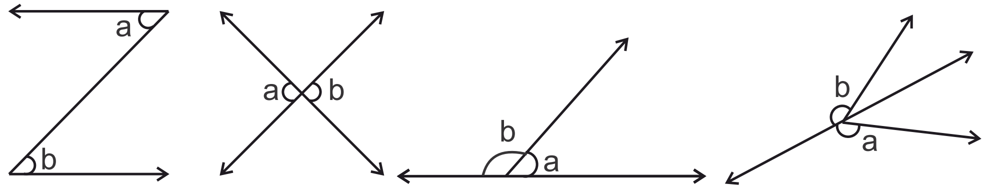
1. कोणों के निम्नलिखित जोड़ों में से पूरक और संपूरक जोड़ों को अलग–अलग लिखिए।
   (i) 140^0, 40^0 (ii) 170^0, 10^0 (iii) 75^0, 15^0
   (iv) 33^0, 57^0 (v) 115^0, 65^0 (vi) 25^0, 65^0
2. ऐसे कोण युग्म ज्ञात कीजिए जो एक दूसरे के पूरक हों और दोनों समान भी हों।
3. एक समकोण के संपूरक कोण का मान क्या होगा?
4. नीचे दिए गए चित्र में आसन्न कोणों के युग्म लिखिए।



5. दिए गए चित्र में निम्नलिखित कोणों के युग्म ज्ञात कीजिए।
(i) समान संपूरक कोण
(ii) असमान संपूरक कोण
(iii) शीर्षाभिमुख कोण
(iv) आसन्न कोण जो रैखिक युग्म नहीं है
(v) आसन्न पूरक कोण

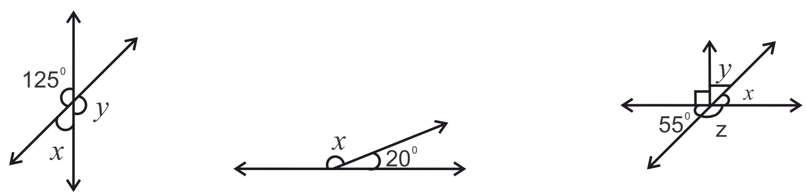


6. निम्न में से कौनसी आकृतियों में कोण a व b आसन्न कोण हैं।



(i) (ii) (iii) (iv)

7. निम्नलिखित में अज्ञात कोणों का मान ज्ञात कीजिए ।



(i) (ii) (iii)

8. सत्य या असत्य लिखिए।

(i) रैखिक युग्म बनाने वाले दोनों कोणों का योग 180° होता है।

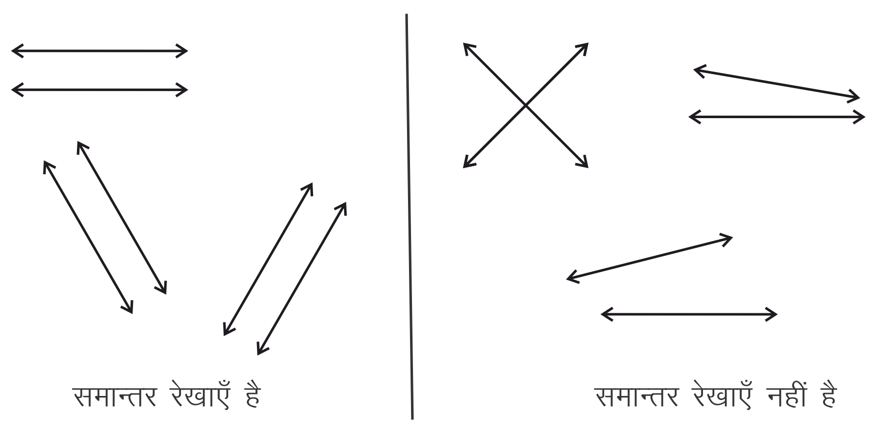
(ii) शीर्षाभिमुख कोणों के मापों का योग 90^0 होता है।

(iii) यदि दो कोण संपूरक हैं तो उनके मापों का योग 180° होता है।

(iv) यदि दो आसन्न कोण संपूरक हो तो वे रैखिक कोण युग्म कहलाते हैं।

7.2 रेखा युग्म

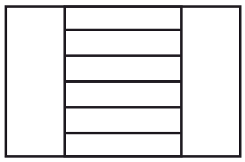
नीचे दिए गए रेखा युग्मों को देखिए।

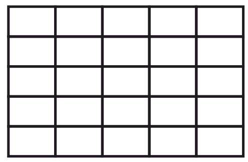


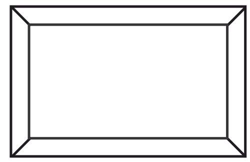
7.2.1 समान्तर रेखाएँ

दो समतलीय रेखाएँ जो एक दूसरे को नहीं काटती है अर्थात् इनके बीच की लम्बवत दूरी सदैव समान रहती हैं, **समान्तर रेखाएँ** कहलाती है।

नीचे दिए गए चित्रों को ध्यान से देखिए और उनमें समान्तर रेखाएँ ढूँढिए।


खिड़की

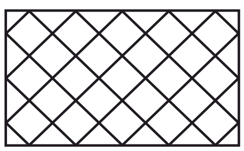

ग्रिड पेपर

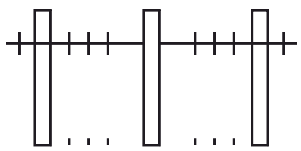

ब्लेक बोर्ड

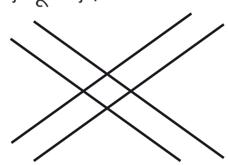
7.2.2 प्रतिच्छेदी रेखाएँ

ऐसी रेखाएँ जो समान्तर नहीं होती है अर्थात् एक दूसरे को काटती है, प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती है।

नीचे दिए गए चित्रों को ध्यान से देखिए और उनमें प्रतिच्छेदी रेखाएँ ढूँढिए।

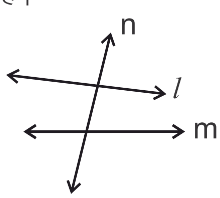




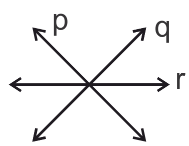


7.2.3 तिर्यक छेदी रेखाएँ

एक ऐसी रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को भिन्न बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करती है, तिर्यक छेदी रेखा कहलाती है।



चित्र–A



चित्र–B

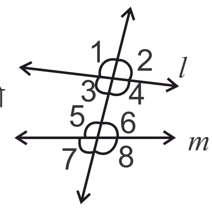
चित्र – A में रेखा युग्म l तथा m को तिर्यक छेदी रेखा n दो अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती है। क्या चित्र B में कोई तिर्यक छेदी रेखा है? हम देखते हैं कि चित्र B में सभी रेखाएँ एक ही बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती है। अतः ये तिर्यक छेदी रेखा का उदाहरण नहीं है।

करो और सीखो

1. एक रेखा युग्म के लिए कितनी तिर्यक छेदी रेखाएँ खींची जा सकती है ?
2. यदि तीन रेखाओं पर एक तिर्यक छेदी रेखा खींची जाए तो कितने प्रतिच्छेद बिन्दु प्राप्त होंगे ?

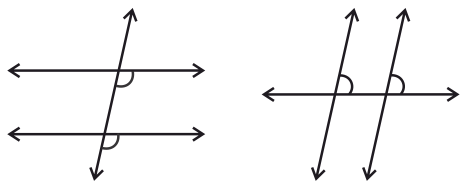
7.2.3.1 तिर्यक छेदी रेखा द्वारा बनने वाले कोण

जब रेखा *l* तथा m को तिर्यक छेदी रेखा (p) काटती है तो 8 विभिन्न कोण बनते हैं। चित्र में इन 8 कोणों को देखिए।



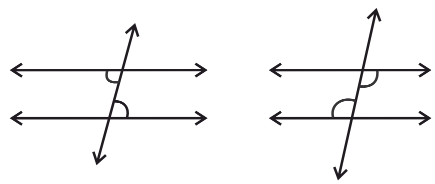
इन कोणों में बाहर की ओर बनने वाले कोण ∠1, ∠2, ∠7 व ∠8 हैं, ये बाह्य कोण कहलाते हैं। इसी प्रकार अंदर की ओर बनने वाले कोण ∠3, ∠4, ∠5 व ∠6 अन्तः कोण कहलाते हैं।

संगत कोण



संगत कोण F आकार बनाते हैं।

एकान्तर कोण

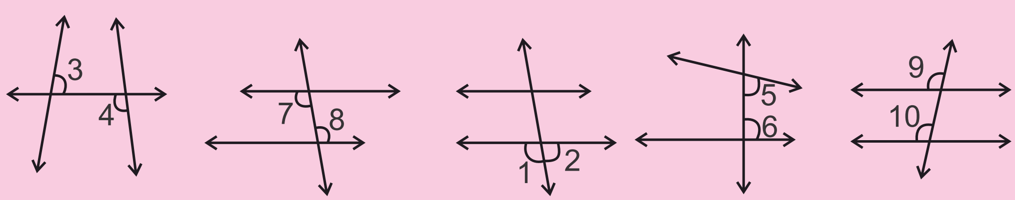


एकान्तर कोण में Z आकृति बनती है।

संगत कोण युग्म	∠1 व ∠5,∠2 व ∠6,∠3 व ∠7,∠4 व ∠8
एकान्तर अन्तः कोण युग्म	∠3 व ∠6 , ∠4 व ∠5
एकान्तर बाह्य कोण युग्म	∠1 व ∠8 , ∠2 व ∠7
तिर्यक छेदी रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोण युग्म	∠3 व ∠5, ∠4 व ∠6
तिर्यक छेदी रेखा के एक ही ओर बने बाह्य कोण युग्म	∠1 व ∠7, ∠2 व ∠8

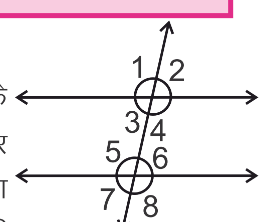
करो और सीखो

प्रत्येक आकृति में कोण युग्म को पहचान कर उनके नाम लिखिए।



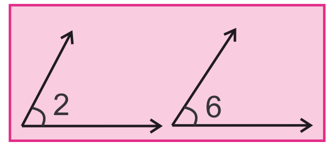
7.2.3.2 समान्तर रेखाओं की तिर्यक छेदी रेखा

दिए गए चित्र को देख कर एक कागज पर बनाइए। अब इसके सभी कोणों को अलग–अलग काट लीजिए। अब ∠2 को ∠6 पर रखकर देखिए क्या ये बराबर है ? इसी प्रकार सभी संगत कोण युग्मों को एक दूसरे पर रखकर देखिए, क्या वह आपस में बराबर है ?



आकृति 7.1

आप पाएँगे कि समान्तर रेखाओं के संगत कोण बराबर है। इसी प्रकार कोणों की कटिंग्स को एक दूसरे पर रखकर निम्न तथ्यों की जाँच कीजिए। क्या एकान्तर कोण युग्म बराबर है ? उक्त क्रियाकलाप से निम्न परिणामों की प्राप्ति होती है।



यदि दो समान्तर रेखाओं को एक तिर्यक छेदी रेखा काटती है तो बनने वाले एकान्तर कोण आपस में बराबर होंगे।

आकृति 7.1 में $\angle 3 + \angle 1 = 180^0$ ($\angle 3$ और $\angle 1$ रैखिक कोण युग्म बनाते हैं)

परन्तु $\angle 1 = \angle 5$ (संगत कोण युग्म)

इस प्रकार $\angle 5 + \angle 3 = 180^0$

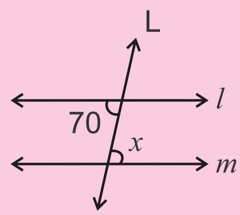
इस प्रकार हमें निम्नलिखित परिणाम की प्राप्ति होती है।

यदि दो समान्तर रेखाएँ किसी एक तिर्यक छेदी रेखा द्वारा काटी जाती है तो तिर्यक छेदी रेखा के एक ही ओर बने अन्तः कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।

करो और सीखो

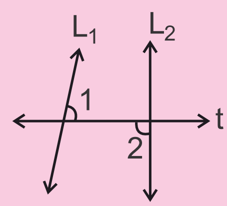
1. निम्न चित्रों को देखिए और बताइए।

(i)



$l || m$, L एक तिर्यक छेदी रेखा है।
$\angle x = ?$

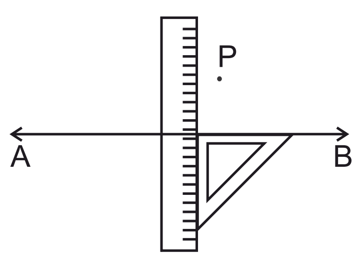
(ii)



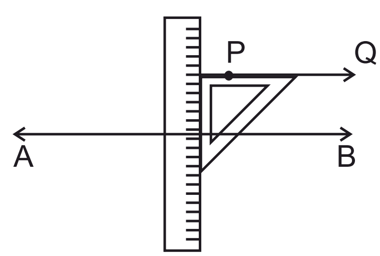
L_1, L_2 दो रेखाएँ तथा t एक तिर्यक छेदी रेखा है।
क्या $\angle 1 = \angle 2$ है ?

7.3.1 किसी बाह्य बिन्दु से दी गई रेखा के समान्तर रेखा खींचना

एक रेखा AB दी गई है और उसके बाहर बिन्दु P दिया गया है, P से AB के समान्तर रेखा खींचनी है।



(i)

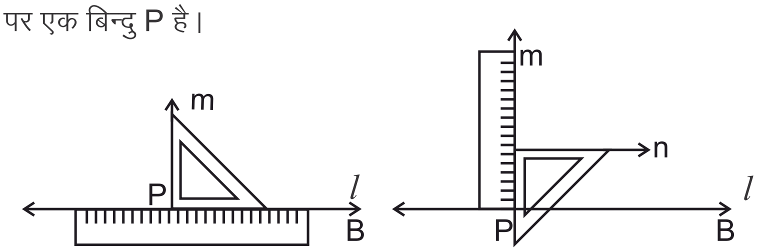


(ii)

चित्रानुसार स्केल व सेट स्क्वायर की सहायता से समान्तर रेखा खींच सकते हैं।

7.3.2 दी गई रेखा के समान्तर दी हुई दूरी पर रेखा खींचना

रेखा l पर एक बिन्दु P है।



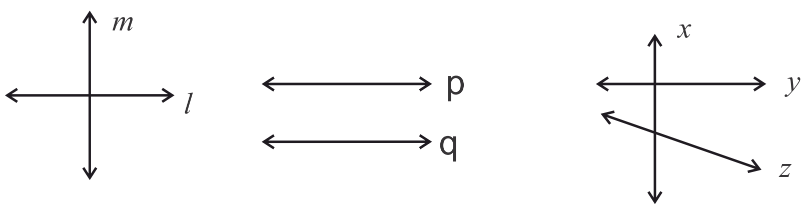
(i) (ii)

– चित्र (i) में दिखाए अनुसार सेट स्क्वायर के समकोण वाले सिरे को रेखा l पर सटा कर रखिए और बिन्दु P पर एक लम्बवत रेखा खींचिए।

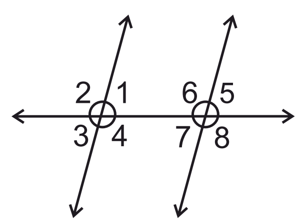
– चित्र (ii) में दिखाए अनुसार सेट स्क्वायर को बिन्दु P पर घुमा कर रखिए और दूसरे सिरे पर रेखा n (दी गई दूरी पर) रेखा l के समान्तर बनाइए।

प्रश्नावली 7.2

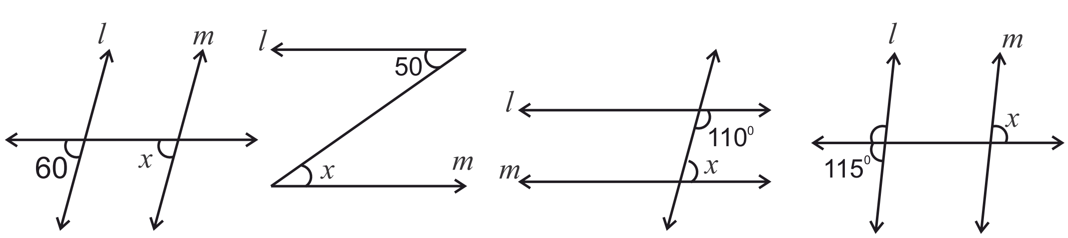
1. दिए गए चित्र में समान्तर, प्रतिच्छेदी तथा तिर्यक छेदी रेखाओं के नाम लिखिए।



2. दिए गए चित्र में बताइए।
   (i) अन्तः एकान्तर कोणों के नाम
   (ii) बाह्य एकान्तर कोणों के नाम
   (iii) संगत कोणों के नाम
   (iv) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अन्तः कोणों का नाम।



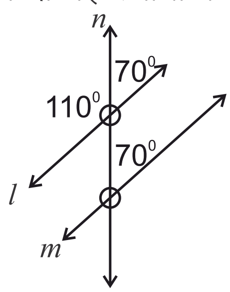
3. यदि $l \parallel m$ हो तो x का मान बताइए ।



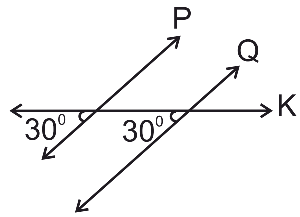
(i) (ii) (iii) (iv)

4. नीचे दी गई रेखाओं के जोड़ो में कौन से समान्तर रेखाओं के जोड़े हैं।

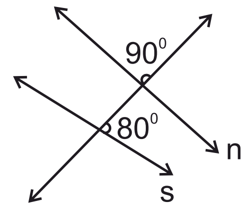
(i)



(ii)

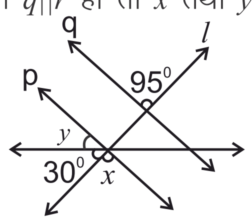


(iii)

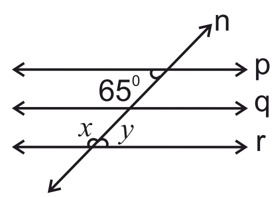


5. यदि $p||q$ तथा $q||r$ हो तो x तथा y का मान ज्ञात कीजिए।

(i)



(ii)

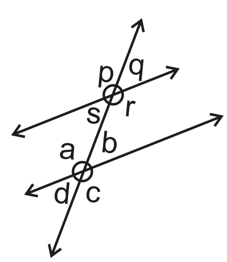


6. एक रेखा PQ खींचिए और इसके समान्तर रेखा RS खींचिए।

7. एक रेखा AB खींचिए और रेखा AB पर स्थित किसी बिन्दु से लंब खींचिए। इस लंब रेखा पर AB से 5 सेमी दूरी पर एक बिन्दु C लीजिए। C से होकर AB के समान्तर रेखा खींचिए।

हमने सीखा

1. (i) जब दो कोणों का योग 90^0 हो तो वह परस्पर पूरक कोण कहलाते हैं।
   (ii) पूरक कोणों में प्रत्येक कोण न्यून कोण होता है।
2. (i) यदि दो कोणों का योग 180^0 हो तो वह परस्पर संपूरक कोण कहलाते हैं।
   (ii) संपूरक कोणों के युग्म में एक कोण न्यून कोण, समकोण या अधिक कोण हो सकता है।
   (iii) दो समकोण सदैव एक दूसरे के संपूरक होते हैं।
3. उभयनिष्ठ भुजा एवं उभयनिष्ठ शीर्ष के दोनों और निर्मित कोणों को आसन्न कोण कहते हैं।
4. जब आसन्न कोण संपूरक कोण हो तो वह रैखिक युग्म बनाते हैं।
5. (i) जब दो रेखाएँ एक बिन्दु (शीर्ष बिन्दु) पर प्रतिच्छेदित होती है तो दोनों रेखाओं के आमने–सामने बनने वाले कोण को शीर्षाभिमुख कोण कहते हैं।
   (ii) शीर्षाभिमुख कोणों के युग्म हमेशा समान होते हैं।
6. (i) एक रेखा जो दो या दो से अधिक रेखाओं को अलग–अलग बिन्दुओं पर काटती हो तो वह तिर्यक छेदी रेखा कहलाती है।
   (ii) इस स्थिति में दो रेखाओं पर काटने वाली रेखा आठ कोण बनाती है, जो इस चित्र में दर्शायी गई है।



क्र.सं.	कोणों के प्रकार	युग्मों की संख्या	कोण
1.	अन्तः कोण	–	∠s, ∠r, ∠a, ∠b
2.	बाह्य कोण	–	∠p, ∠q, ∠c, ∠d
3.	शीर्षाभिमुख कोण	4 युग्म	(∠p, ∠r)(∠q, ∠s)(∠a, ∠c)(∠b, ∠d)
4.	संगत कोण	4 युग्म	(∠a, ∠p)(∠b, ∠q)(∠c, ∠r)(∠d, ∠s)
5.	एकान्तर अन्तः कोण	2 युग्म	(∠s, ∠b) (∠a, ∠r)
6.	एकान्तर बाह्य कोण	2 युग्म	(∠p, ∠c) (∠q, ∠d)
7.	तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तः कोण	2 युग्म	(∠b, ∠r) (∠a, ∠s)

7. जब तिर्यक रेखा दो समान्तर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो :

(i) संगत कोण आपस में समान होते हैं।

(ii) एकान्तर अन्तःकोण समान होते हैं।

(iii) एकान्तर बाह्यकोण समान होते हैं।

(iv) तिर्यक रेखा के एक ओर बनने वाले अन्तःकोण संपूरक होते हैं।