ऊष्मीय गुण (THERMAL PROPERTIES)

12 CHAPTER

12.1 प्रस्तावना (Introduction)

प्राय: हम सभी में ताप तथा ऊष्मा की सहज बोध धारणा होती है। ताप द्वारा किसी वस्तु की तत्पता का मापन होता है। उबलता जल, बर्फ की तुलना में अधिक तप्त होता है। इस अध्याय में हम ऊष्मा, ऊष्मा का मापन तथा ऊष्मीय प्रवाह के बारे में अध्ययन करेंगे। साथ ही हम यह भी अध्ययन करेंगे कि जब जल जमता है या उबलता है तब इस दौरान जल के ताप में परिवर्तन नहीं होता है जबकि काफी मात्रा में ऊष्मा जल के बाहर या भीतर प्रवाहित होती है।

12.2 ताप एवं ऊष्मा (Temperature and Heat)

ताप (Temperature)—ताप वह भौतिक राशि है जो किसी वस्तु के गर्माहट अथवा ठण्डक का माप होता है। किसी वस्तु को छूने पर वस्तु गर्म लगती है तो उसे अधिक ताप पर तथा यदि ठण्डी लगती है तो उसे कम ताप पर कहा जाता है।

जब हम दो गर्म तथा ठण्डी वस्तुओं को एक-दूसरे के सम्पर्क में रखते है तब ऊष्मा का प्रवाह गर्म वस्तु से ठण्डी वस्तु में तब तक होता है जब तक कि दोनों वस्तुओं का ताप समान नहीं हो जाता। इसके पश्चात् ऊष्मा का प्रवाह रुक जाता है। वस्तुओं की इस अवस्था को **तापीय साम्य** (thermal equilibrium) की अवस्था कहते हैं।

इस प्रकार ताप किसी वस्तु का वह भौतिक गुण है जो बतलाता है कि कोई वस्तु किसी अन्य वस्तु के साथ तापीय साम्य में है अथवा नहीं।

यदि सम्पर्क में रखी दो वस्तुएँ तापीय साम्य में नहीं हो तो ऊष्मा उच्च ताप वाली वस्तु से निम्न ताप वाली वस्तु की ओर प्रवाहित होगी। जब दोनों वस्तुओं का ताप समान हो जायेगा तब ऊष्मा का प्रवाह रुक जायेगा। इस प्रकार ताप किसी वस्तु का वह गुण है जो ऊष्मा के प्रवाह की दिशा को निर्धारित करता है।

अणुगति सिद्धान्त के अनुसार किसी वस्तु का ताप उसके अणुओं की गतिज ऊर्जा पर निर्भर करता है। गतिज ऊर्जा बढ़ने पर ताप बढ़ जाता है तथा गतिज ऊर्जा घटने पर ताप घट जाता है। ताप निकाय का स्थूल गुण होता है।

ताप का SI मात्रक 'केल्विन' होता है तथा इसका मान जल के त्रिक बिन्दु का $\frac{1}{273.16}$ गुना होता है। ताप एक अदिश राशि है।

केल्विन पैमाने के अतिरिक्त ताप का मापन डिग्री सेल्सियस, फॉरेनहाइट आदि इकाईयों में किया जाता है।

ऊष्मा (Heat)—ऊष्मा, ऊर्जा का ही एक रूप है। इसके द्वारा किसी वस्तु की गर्माहट (hotness) अथवा ठण्डक (coldness) का अनुभव होता है। जब एक गर्म वस्तु तथा एक ठण्डी वस्तु को परस्पर सम्पर्क में लाया जाता है तब ऊर्जा गर्म वस्तु से ठण्डी वस्तु में प्रवाहित होती है। इस प्रक्रिया में स्थानान्तरित ऊर्जा ही ऊष्मा है।

अणुगति सिद्धान्त के अनुसार पदार्थ के अणु सभी संभव दिशाओं में यादृच्छिक (random) गति करते हैं। प्रत्येक पदार्थ के अणु लगातार गति करते रहते हैं जिससे इनमें गतिज ऊर्जा होती है। प्रत्येक पदार्थ के अणुओं की अनियमित गति के कारण पदार्थ की ऊर्जा को ही ऊष्मीय ऊर्जा (thermal heat energy) कहते हैं।

ऊष्मीय ऊर्जा का व्यावहारिक मात्रक कैलोरी (calorie) होता है। **एक ग्राम पानी का ताप 14.5°C से 15.5°C तक बढ़ाने के लिए आवश्यक ऊष्मीय ऊर्जा का मान एक कैलोरी के तुल्य होता है।**

ऊष्मीय ऊर्जा का SI पद्धति में मात्रक जूल (Joule) होता है।

1 कैलोरी = 4.186 जूल

सामान्यत: गणनाओं में 1 कैलोरी = 4.2 जूल प्रयुक्त करते हैं।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. यांत्रिक ऊर्जा का एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानान्तरण तापान्तर पर निर्भर नहीं करता जबकि ऊष्मीय ऊर्जा का एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानान्तरण केवल तापान्तर के कारण होता है।
2. सामान्यत: जब किसी वस्तु को ऊष्मा दी जाती है तो इसका तापक्रम बढ़ता है, परन्तु हमेशा ऐसा नहीं होता है। उदाहरणार्थ :
   (i) जब किसी वस्तु को इसके गलनांक व क्वथनांक पर ऊष्मा दी जाती है तो वस्तु का तापक्रम परिवर्तित नहीं होता है। इस स्थिति में वस्तु को दी गयी ऊष्मा इसके अवस्था परिवर्तन में व्यय होती है।
   (ii) जब थर्मस फ्लास्क में स्थित द्रव को तेजी से हिलाया जाता है या किसी पात्र में बन्द गैस को अचानक दबाया जाता है तो बिना ऊष्मा दिये द्रव या गैस का तापक्रम बढ़ जाता है। इस स्थिति में निकाय पर किया गया कार्य ही निकाय का ताप बढ़ाता है।
3. यद्यपि एक वस्तु के ताप को अधिकतम किसी भी सीमा तक बढ़ाया जा सकता है, लेकिन न्यूनतम सीमा से कम नहीं किया जा सकता है एवं सैद्धान्तिक रूप से न्यूनतम ताप केल्विन पैमाने पर शून्य होता है।
4. प्रयोगशाला में प्राप्त अधिकतम संभव ताप लगभग 10^8K होता है जबकि न्यूनतम संभव ताप 10^{-8}K होता है।
5. भौतिकी की वह शाखा जिसमें 0 K के लगभग ताप को उत्पन्न एवं मापन किया जाता है, **क्रायोजेनिक** कहलाती है जबकि अति उच्च ताप के मापन की शाखा को **पायरोमापी** (Pyrometry) कहा जाता है।

12.3 ताप मापन (Temperature Measurement)

किसी वस्तु के ताप का बोध कराने के लिए ताप को एक संख्या द्वारा व्यक्त किया जाता है। जिसके आधार पर एक पैमाने की रचना की जाती है

जसे ताप का मापक्रम (पैमाना) कहते हैं। उस उपकरण को जिसमें ताप का मापक्रम प्रयुक्त होता है उसे तापमापी (Thermometer) कहते हैं।

भौतिक विज्ञान की वह शाखा जिसके अन्तर्गत ताप को मापा जाता है। तापमिति (Thermometry) कहलाती है।

तापमापी का उपयोग करके ताप की एक माप प्राप्त होती है। तापमापी के निर्माण के समय ऐसे पदार्थों का चयन करते हैं जिनके भौतिक गुणों में ताप के साथ पर्याप्त परिवर्तन होते हैं। सामान्य उपयोग में आने वाला गुण ताप के साथ किसी द्रव के आयतन में परिवर्तन होता है। जैसे पारा तथा एल्कोहॉल ऐसे द्रव है जिनका उपयोग अधिकांशत: काँच में द्रव तापमापियों में किया जाता है।

ताप का मापक्रम बनाने के लिये पदार्थ की दो ऐसी अवस्थाओं को चुनते हैं जिन्हें सरलता से प्राप्त किया जा सकता हो। इनमें से एक प्रामाणिक वायुमण्डलीय दाब पर पिघलते हुए बर्फ की अवस्था है तथा दूसरी उबलते हुए जल की अवस्था है। पिघलते हुए बर्फ के ताप को हिमांक (ice point) तथा उबलते हुए जल के भाप के ताप को भाप बिन्दु (steam point) कहते हैं। इन्हें क्रमश: न्यूनतम नियत बिन्दु (LFP) तथा उच्चतम नियत बिन्दु (UFP) भी कहते हैं। इन तापों को स्वैच्छिक (arbitrary) आंकिक मान देते हैं तथा इन मानों के अन्तर को बराबर-बराबर भागों में बाँट देते हैं। प्रत्येक भाग को 'डिग्री' (degree) कहते हैं जो कि ताप का मात्रक है।

2.3.1 ताप के विभिन्न पैमाने तथा उनमें संबंध (Different Temperature Scales and their Relation)

साधारणत: निम्न ताप पैमाने प्रयुक्त किये जाते हैं—

1. **सेन्टीग्रेड (सेल्सियस) ताप पैमाना** (Celsius temperature scale)—इस पैमाने के अन्तर्गत हिम बिन्दु (Ice point) 0°C तथा भाप बिन्दु (Steam point) 100°C माना गया है। इस पैमाने को 100 समान भागों में विभाजित किया जाता है जिसका प्रत्येक भाग 1°C मान को प्रदर्शित करता है।
2. **फॉरेनहाइट ताप पैमाना** (Faherenheit temperature scale)—इस पैमाने के अन्तर्गत हिम बिन्दु 32°F तथा भाप बिन्दु 212°F माना गया है। इस पैमाने को 180 समान भागों में विभाजित किया जाता है जिसका प्रत्येक भाग 1°F मान को प्रदर्शित करता है।
3. **र्‍यूमर ताप पैमाना** (Reaumer temperature scale)—इस पैमाने के अन्तर्गत हिम बिन्दु 0°R तथा भाप बिन्दु 80°R माना गया है। इस पैमाने को 80 समान भागों में विभाजित किया जाता है। जिसका प्रत्येक भाग 1°R मान को प्रदर्शित करता है।
4. **परम अथवा केल्विन ताप पैमाना** (Kelvin temperature scale)—इस पैमाने के अन्तर्गत हिम बिन्दु 273.15K तथा भाप बिन्दु 373.15K माना गया है। इस पैमाने को 100 समान भागों में विभाजित किया जाता है जिसका प्रत्येक भाग 1K मान को प्रदर्शित करता है।
5. **रैंकाइन ताप पैमाना**—इस पैमाने के अन्तर्गत हिम बिन्दु 460Ra तथा भाप बिन्दु 672Ra माना गया है। इस पैमाने को 212 समान भागों में विभाजित किया जाता है जिसका प्रत्येक भाग 1Ra मान को प्रदर्शित करता है।

विभिन्न ताप पैमानों में सम्बन्ध (Relation between different temperature scales)—किसी दिये गये ताप को एक ताप पैमाने से अन्य ताप पैमाने में परिवर्तित करने के लिए निम्न सम्बन्ध प्रयुक्त करते हैं—

$$\frac{\text{किसी पैमाने का पाठ्यांक} - \text{न्यूनतम नियत बिन्दु (LFP)}}{\text{उच्चतम नियत बिन्दु (UFP)} - \text{न्यूनतम नियत बिन्दु (LFP)}} = \text{नियतांक (सभी पैमानों के लिए)}$$

$$\frac{C-0}{100} = \frac{F-32}{180} = \frac{R-0}{80} = \frac{K-273}{100} = \frac{Ra-460}{212}$$

या $$\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9} = \frac{R}{4} \simeq \frac{K-273}{5} = \frac{Ra-460}{106} \quad .....(1)$$

केल्विन में ताप = सेल्सियस में ताप +273.15

$$TK = t°C + 273.15 \quad ......(2)$$

N.T.P. या S. T. P. पर ताप 273.15K (0°C = 32°F) होता है।

ताप परिवर्तन के लिए—

1°C तापान्तर = 1K तापान्तर

महत्वपूर्ण—वह ताप पैमाना जिसका शून्यांक वह ताप होता है जिस पर किसी गैस का आयतन व दाब शून्य हो जाता है तथा किन्हीं भी दो चिन्हों के बीच की दूरी 1 डिग्री सेल्सियस के बराबर होती है, परम ताप पैमाना कहलाता है। इसे केल्विन ताप पैमाना भी कहते हैं।

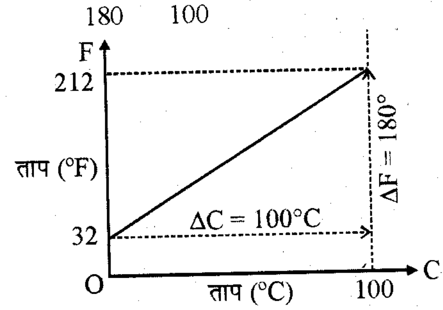
वह ताप जिस पर किसी गैस का आयतन व दाब शून्य हो जाता है, परम शून्य (absolute zero) ताप कहलाता है। नियत दाब पर किसी गैस का ताप –273.15°C करने पर उसका आयतन शून्य हो जाता है।

वास्तव में, गैस का ताप –273.15°C तक पहुंचने से पहले ही वह द्रवित हो जाती है। स्पष्ट है कि परम शून्य ताप (–273.15°C) से नीचे कोई ताप संभव नहीं है, क्योंकि इससे कम ताप होने पर गैस का आयतन ऋणात्मक होगा जो कि संभव नहीं है। परम शून्य ताप (–273.15°C) को 0K से व्यक्त किया जाता है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. दो मापक्रमों में रुपांतरण के लिए आवश्यक संबंध को फॉरेनहाइट (F) तथा सेल्सियस ताप (C) के बीच ग्राफ से प्राप्त किया जा सकता है। यह एक सरल रेखा है जिसका समीकरण

$$\frac{F-32}{180} = \frac{C}{100}$$



2. ताप वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता है यह केवल वस्तु के अणुओं की गतिज ऊर्जा पर निर्भर करता है।
3. ऊष्मा का परिमाण, वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर करता है।

उदा.1. किस ताप पर फॉरेनहाइट तथा सेल्सियस पैमानों का पाठ्यांक समान होगा? **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.1)**

हल : फॉरेनहाइट (F) तथा सेल्सियम (C) ताप पैमानों में सम्बन्ध है—

$$\frac{F-32}{9}=\frac{C}{5}$$

$\because$ प्रश्नानुसार $F = C$

$$\therefore \quad \frac{C-32}{9}=\frac{C}{5}$$

$$\Rightarrow \quad 5C - 160 = 9C$$

$$\Rightarrow \quad 4C = -160$$

$$C = -40°$$

अत: –40° पर फॉरेनहाइट तथा सेल्सियस पैमानों के पाठ्यांक समान होंगे।

उदाहरण 2. स्वस्थ मनुष्य के शरीर का ताप फॉरेनहाइट पैमाने पर 98.6°F है। यह ताप (i) सेल्सियस पैमाने पर तथा (ii) केल्विन पैमाने पर कितना होगा?

हल : दिया गया है—

(i) $F = 98.6°$ फॉरेनहाइट

$$\because \quad \frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=\frac{98.6-32}{9}=\frac{66.6}{9}$$

$$\Rightarrow \quad C=\frac{66.6}{9}\times 5 = 37°C$$

$\therefore$ 98.6°F = 37°C

(ii) $K = C + 273 = 37 + 273 = 310$ K

*** तापमापी का सिद्धान्त (Principle of Thermometer)**
*** यह Topic बोर्ड पाठ्यक्रम में नहीं हैं।**

तापमापी बनाते समय निम्न बातों का ध्यान रखा जाता है—

(i) तापमापी के पदार्थ का चयन

(ii) तापमापी का अंशांकन

(iii) तापमापी की सुग्राहिता

(i) तापमापी के पदार्थ का चयन—तापमापी के निर्माण के समय ऐसे पदार्थ का चयन करते हैं जिसका कोई भौतिक गुण ताप पर निर्भर करता हो तथा वह गुण ताप की वृद्धि के साथ समान रूप से बढ़े। इसे ताप मापक गुण कहते हैं। जैसे पारे के तापमापी में ताप के साथ पारे का प्रसार, प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी में ताप के साथ प्रतिरोध में परिवर्तन आदि गुण ताप मापन में प्रयुक्त करते हैं।

माना कि एक पदार्थ का यह गुण X है जो ताप पर निर्भर करता है। माना कि ताप T और गुण X परस्पर समानुपाती है अर्थात्

$$T \propto X$$

या $$T = KX \qquad \text{.......(1)}$$

यहाँ K एक नियतांक है।

(ii) तापमापी का अंशांकन—यदि किसी निकाय के गुण X_1 व X_2 से सम्बन्धित ताप T_1 व T_2 हो तो

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{X_1}{X_2} \qquad \text{.....(2)}$$

समी. (2) से एक निकाय का ताप ज्ञात होने पर दूसरे निकाय का ताप ज्ञात किया जा सकता है। इसके लिए एक मानक ताप का चयन करना आवश्यक है। इसके लिए जल के त्रिक बिन्दु का चुनाव मानक निकाय के लिए करते हैं तथा इस मानक निकाय का ताप 273.16 K निर्दिष्ट करते हैं। त्रिक बिन्दु ऊष्मागतिक ताप का $\frac{1}{273.16}$ वां भाग होता है। माना कि इस निकाय से सम्बन्धित गुण X_{Tr} है तो

$$\frac{X}{X_{Tr}}=\frac{T}{273.16}$$

$$\Rightarrow \quad T = 273.16\left(\frac{X}{X_{Tr}}\right) \qquad \text{.....(3)}$$

यह समीकरण तापमापन के सिद्धान्त को दर्शाता है और साथ ही ताप पैमाने को निर्धारित करता है।

(a) पारा तापमापी में त्रिक बिन्दु पर पारे की लम्बाई L_{Tr} हो तो किसी अन्य लम्बाई L के लिए ताप होगा—

$$T = 273.16\left(\frac{L}{L_{Tr}}\right) \qquad \text{.....(4)}$$

(b) दाब तापमापी के लिए

$$T = 273.16\left(\frac{P}{P_{Tr}}\right) \qquad \text{.....(5)}$$

(c) प्रतिरोध तापमापी के लिए

$$T = 273.16\left(\frac{R}{R_{Tr}}\right) \qquad \text{.....(6)}$$

(iii) तापमापी की सुग्राहिता—तापमापी सुग्राही होगा यदि यह—

(a) ताप के छोटे से छोटे अन्तर को दर्शा सके,

(b) अल्प समय में ही ताप दर्शा दे तथा

(c) तापमापी स्वयं को गर्म करने के लिए ताप ज्ञात करने वाली वस्तु से अधिक ऊष्मा न लें।

12.3.2 ताप का आदर्श गैस पैमाना (Ideal Gas Scale of Temperature)

जब एक ही प्रकार के तापमापी में भिन्न–भिन्न पदार्थ प्रयुक्त करते हैं तब एक ही निकाय के ताप के लिए तापमापी का पाठ्यांक एक समान प्राप्त नहीं होता है। गैस तापमापियों (नियत आयतन) के लिए ताप में परिवर्तन भिन्न गैसों के लिए अल्प सा होता है। अतः गैस तापमापी का चयन मानक तापमापी के लिए किया जाता है तथा अन्य तापमापियों का अंशांकन इसी के द्वारा होता है। यदि जल के त्रिक बिन्दु पर दाब P_{Tr} को कम किया जाये अर्थात् तापमापी में भरी गैसों की मात्रा कम करते जायें तब भिन्न –भिन्न गैसों को प्रयुक्त करने पर तापमापी द्वारा नापे गये ताप में अन्तर कम होता है क्योंकि कम दाब पर वास्तविक गैसें आदर्श गैसों की तरह व्यवहार करती

है। अर्थात् सभी गैसें कम घनत्व होने पर समान प्रसार आचरण दर्शाती है यदि तापमापियों में गैसों का दाब लगभग शून्य हो जाए तो एक ही ताप के लिए सभी तापमापियों के पाठ्यांक एक समान होंगे इस प्रकार प्राप्त ताप का मापक्रम आदर्श गैस पैमाना कहलाता है। इस प्रकार एक आदर्श गैस तापमापी को निम्न प्रकार व्यक्त करते हैं–

$$T = \underset{P_{Tr}\to 0}{\text{Limit}} \frac{P}{P_{Tr}} \times 273.16 \qquad \ldots(1)$$

जबकि आयतन स्थिर रहता है।

गैस तापमापी में सामान्यतया हाइड्रोजन व हीलियम गैसें प्रयुक्त करते हैं क्योंकि ये गैसें सामान्य दाब पर भी आदर्श गैस जैसा व्यवहार करती है।

लार्ड केल्विन ने ताप का एक ऐसा पैमाना दिया जो पदार्थ के किसी भी गुण पर निर्भर नहीं करता। इसे ताप का ऊष्मागतिक पैमाना कहते हैं। आदर्श गैस पैमाना व ऊष्मागतिक पैमाना (केल्विन पैमाना) परस्पर तुल्य होते हैं। इसलिए आदर्श गैस पैमाने के पाठ्यांक K केल्विन में लिखे जाते हैं।

अज्ञात ताप ज्ञात करना– नियत आयतन के लिए दाब $P \propto T$ (चार्ल्स नियम से)

$$\Rightarrow \qquad P_t = P_0(1+\beta t) = P_0\left(1+\frac{t}{273}\right)$$

यहाँ β दाब प्रसार गुणांक है।

यदि हिम बिन्दु 0°C (273 K) पर दाब P_0 तथा भाप बिन्दु 100°C (373 K) पर दाब P_{100} है तो अज्ञात ताप t पर दाब P_t के लिए

$$P_t - P_0 = \frac{P_0 t}{273} \qquad \ldots(2)$$

$$P_{100} - P_0 = \frac{P_0 \times 100}{273} \qquad \ldots(3)$$

$$\therefore \qquad \frac{P_t - P_0}{P_{100} - P_0} = \frac{t}{100}$$

या
$$t = \frac{P_t - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100 \qquad \ldots(4)$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. **आदर्श गैस समीकरण तथा परम ताप**–वे चर राशियाँ जो किसी दी गई मात्रा (द्रव्यमान) की गैस के आचरण की व्याख्या करते हैं दाब (P), आयतन (V) तथा ताप (T) होते हैं।

जब ताप को नियत रखा जाता है तो किसी गैस की निश्चित मात्रा का दाब उसके आयतन के व्युत्क्रमानुपाती होता है अतः

$$P \propto \frac{1}{V} \qquad \ldots(1)$$

या $\quad$ PV = नियतांक

इसे बॉयल का नियम कहते हैं।

जब दाब को नियत रखते हैं तो किसी निश्चित परिमाण की गैस का आयतन उसके ताप के समानुपाती होता है। अतः

$$V \propto T \qquad \ldots(2)$$

या $\quad \frac{V}{T}$ = नियतांक

इसे चार्ल्स का नियम कहते हैं।

कम घनत्व पर सभी गैसें इन नियमों का पालन करती है।

चूँकि किसी गैस की दी गई मात्रा के लिए

PV = नियतांक तथा $\frac{V}{T}$ = नियतांक

अतः $\frac{PV}{T}$ भी एक नियतांक होना चाहिए।

इस संबंध को आदर्श गैस नियम कहते हैं।

चूँकि $\frac{PV}{T}$ = नियतांक

तब $\quad \frac{PV}{T} = nR$

या $\quad PV = nRT$ इस संबंध को आदर्श गैस समीकरण कहते हैं।

जहाँ n गैस के प्रतिदर्श में मोल संख्या है तथा R को सार्वत्रिक गैस नियतांक कहते हैं।

जिसका मान R = 8.31 जूल/मोल K तथा T परम ताप है जहाँ
$t = t°C + 273.15$

2. आदर्श गैस समीकरण से–

$$PV = nRT$$

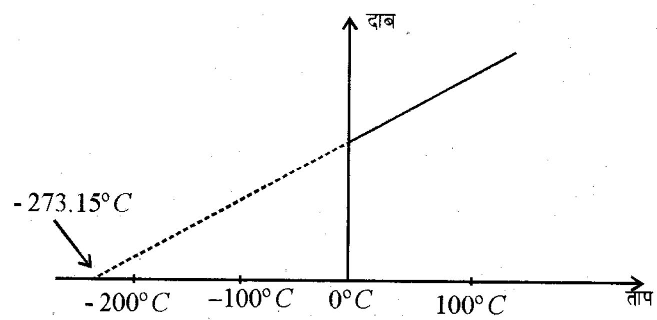
तब $\quad PV \propto T$

यदि किसी गैस का आयतन नियत रख दिया जाए तो

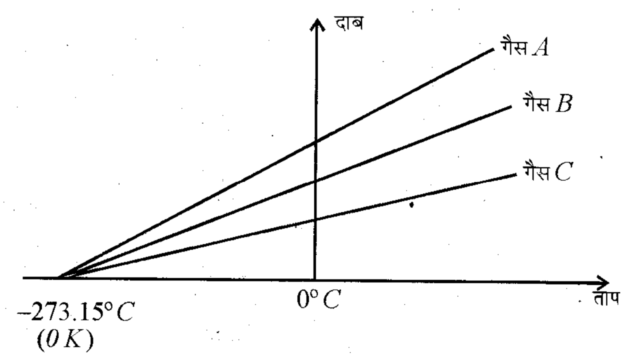
$$P \propto T$$

इस प्रकार किसी नियत आयतन गैस तापमापी में ताप को दाब के पदों में मापा जाता है।

3. नियत आयतन पर रखी कम घनत्व की गैस के दाब तथा ताप के बीच ग्राफ एक सरल रेखा होता है।



4. कम घनत्व की गैसों के लिए दाब तथा ताप के बीच ग्राफ का आलेखन जिसमें सरल रेखाओं का बहिर्वेशन समान परम शून्य ताप को संकेत करता है इसका मान –273.15 °C पाया गया जिसे शून्य बिंदु के रूप में, अर्थात् 0K लिया जाता है जो केल्विन ताप मापक्रम अथवा परम ताप मापक्रम का आधार है जिसे परम शून्य ताप कहते हैं।



उदा.3. एक प्रतिरोध तापमापी के त्रिक बिन्दु पर प्रतिरोध का मान 90Ω है तो किस ताप पर प्रतिरोध का मान 100 Ω हो जायेगा?

हल– दिया गया है–

$$R = 100\,\Omega,\ R_{Tr} = 90\,\Omega$$

$$\therefore \quad T = 273.16 \times \frac{R}{R_{Tr}}$$

$$= \frac{273.16 \times 100}{90} = 303.5\ K$$

उदा.4. एक स्थिर आयतन तापमापी में वास्तविक गैस तथा दूसरे में आदर्श गैस भरी है। दोनों का अंशाकन पिघलती बर्फ तथा उबलते पानी के ताप के लिए किया गया है। सिद्ध करो कि किसी अज्ञात ताप के लिए दोनों तापमापियों का पाठ्यांक समान होगा?

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.2)

हल– वास्तविक गैस अवस्था समीकरण से

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

यदि अज्ञात ताप T_θ हो तो

$$P_\theta = \frac{RT_\theta}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

0°C ताप के लिए

$$P_0 = \frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

100°C ताप के लिए

$$P_{100} = \frac{RT_{100}}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\because \quad \text{अज्ञात ताप} \quad \theta_1 = \frac{P_\theta - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100$$

$$\theta_1 = \frac{\left[\frac{RT_\theta}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right] - \left[\frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right]}{\left[\frac{RT_{100}}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right] - \left[\frac{RT_0}{V-b} - \frac{a}{V^2}\right]} \times 100$$

$$\theta_1 = \frac{T_\theta - T_0}{T_{100} - T_0} \times 100 \qquad \ldots(1)$$

आदर्श गैस अवस्था समीकरण से

$$PV = RT$$

$$P = \frac{RT}{V}$$

$$P_\theta = \frac{RT_\theta}{V}$$

$$P_0 = \frac{RT_0}{V}$$

$$P_{100} = \frac{RT_{100}}{V}$$

$$\text{अज्ञात ताप} \quad \theta_2 = \frac{P_\theta - P_0}{P_{100} - P_0} \times 100$$

$$= \frac{\frac{RT_\theta}{V} - \frac{RT_0}{V}}{\frac{RT_{100}}{V} - \frac{RT_0}{V}} \times 100$$

$$\theta_2 = \frac{T_\theta - T_0}{T_{100} - T_0} \times 100 \qquad \ldots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से

$$\theta_1 = \theta_2$$

अतः अज्ञात ताप के लिए दोनों तापमापियों का पाठ्यांक समान होगा।

12.4 पदार्थों का ऊष्मीय प्रसार या तापीय प्रसार (Thermal Expansion of Materials)

अधिकांश पदार्थो (0°C तथा 4°C ताप के बीच जल का व्यवहार एवं कुछ जलीय विलयनों को छोड़कर) में ताप वृद्धि से उनके आकार में वृद्धि होती है। इसे ही ऊष्मीय प्रसार या तापीय प्रसार कहते है। ठोसों में यह वृद्धि लम्बाई में, क्षेत्रफल में या आयतन में होती है जबकि द्रव तथा गैस में यह प्रसार केवल आयतन में ही होता है क्योंकि द्रव तथा गैस की कोई निश्चित आकृति नहीं होती है। किसी गैस को स्थिर आयतन या स्थिर दाब पर गर्म किया जा सकता है। पदार्थो के ऊष्मीय प्रसार का गुण विभिन्न पदार्थो के लिए भिन्न भिन्न होता है तथा यह पदार्थ की प्रकृति अर्थात ठोस, द्रव या गैस पर निर्भर करता है।

ताप वृद्धि करने पर जब किसी वस्तु की लम्बाई में परिवर्तन होता है तब यह रेखीय प्रसार, क्षेत्रफल में परिवर्तन होने पर क्षेत्रीय प्रसार तथा आयतन में परिवर्तन होने पर आयतनिक प्रसार कहलाता है।

ऊष्मीय प्रसार पर आधारित अनेक व्यावहारिक अनुप्रयोग है। उदाहरणार्थ– तापमापियों की रचना द्रवों या गैसों के ऊष्मीय प्रसार गुण पर आधारित है। दो रेल पटरियों के बीच में कुछ रिक्त स्थान छोडा जाता है ताकि गर्मी में प्रसार के कारण ये मुड़ न जायें। गर्मी में बिजली या टेलीफोन के स्तम्भों के मध्य तारों को ढीला छोड़कर कसते है ताकि सर्दी में तारों के संकुचित होने पर तारों में अतिरिक्त खिंचाव उत्पन्न न हो जाये।

(i) रेखीय प्रसार गुणांक (α)– किसी ठोस छड़ के लिए ताप में वृद्धि ΔT करने पर लम्बाई में वृद्धि ΔL हो तो परिवर्तन प्रति एकांक लम्बाई $\left(\frac{\Delta L}{L}\right)$ तथा ताप वृद्धि ΔT के अनुपात को रेखीय प्रसार गुणांक (α) कहते है अर्थात्

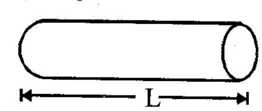
$$\alpha = \frac{(\Delta L / L)}{\Delta T} = \frac{1}{L}\left(\frac{\Delta L}{\Delta T}\right) \qquad \ldots(1)$$

α का मात्रक केल्विन$^{-1}$ होता है

यदि छड़ की प्रारंभिक लम्बाई L, लम्बाई में वृद्धि ΔL तथा ताप में वृद्धि ΔT हो तो समीकरण (1) से

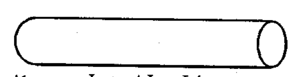
$$L\Delta T\alpha = \Delta L$$

$$\because \quad \Delta L = L' - L$$



(A) छड़ गर्म करने के पूर्व

यहाँ L' छड़ की अन्तिम लम्बाई है।



(B) छड़ गर्म करने के पश्चात्

चित्र 12.1

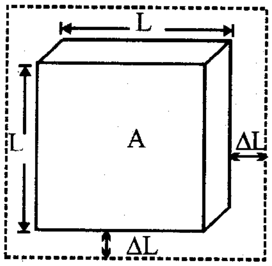
$$\therefore \quad L' - L = L\Delta T\alpha$$

$$L' = L + L\Delta T\alpha$$

$$\Rightarrow \quad L' = L(1 + \alpha\Delta T) \qquad \ldots(2)$$

(ii) क्षेत्रीय प्रसार गुणांक (β) : किसी ठोस द्विविमीय वस्तु के लिए ताप में वृद्धि ΔT करने पर क्षेत्रफल में वृद्धि ΔA हो तो, परिवर्तन प्रति एकांक क्षेत्रफल $\frac{\Delta A}{A}$ तथा तापवृद्धि ΔT के अनुपात को क्षेत्रीय प्रसार गुणांक (β) कहते हैं अर्थात्

$$\beta = \frac{(\Delta A/A)}{\Delta T} = \frac{1}{A}\left(\frac{\Delta A}{\Delta T}\right) \quad ...(3)$$



A + ΔA

चित्र 12.2

जहाँ वस्तु का प्रारंभिक क्षेत्रफल **A**, क्षेत्रफल में वृद्धि **ΔA** तथा ताप में वृद्धि ΔT है।

समी.(3) से

$$A\Delta T\beta = \Delta A$$

$$\because \quad \Delta A = A' - A$$

यहां A' वस्तु का अन्तिम क्षेत्रफल है।

$$\therefore \quad A' - A = A\,\Delta T\,\beta$$

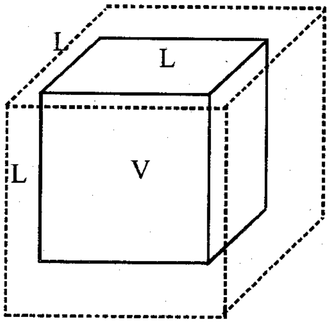
$$A' = A + A\,\Delta T\,\beta$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{A' = A\,(1 + \beta\,\Delta T)} \quad ...(4)$$

β का मात्रक केल्विन$^{-1}$ होता है।

(iii) आयतन प्रसार गुणांक (γ)– यदि बाह्य दाब को स्थिर रखा जाये तब अधिकांश पदार्थो (कुछ अपवाद छोडकर) के ताप में वृद्धि करने पर आयतन में वृद्धि होती है। यदि ताप में वृद्धि **ΔT** करने पर आयतन में वृद्धि **ΔV** हो तो परिवर्तन प्रति एकांक आयतन $\left(\frac{\Delta V}{V}\right)$ तथा ताप वृद्धि ΔT के अनुपात को आयतन प्रसार गुणांक (γ) कहते हैं अर्थात्

$$\gamma = \frac{(\Delta V/V)}{\Delta T} = \frac{1}{V}\left(\frac{\Delta V}{\Delta T}\right) \quad ...(5)$$



V+ΔV

चित्र 12.3

यहाँ **V** पदार्थ का प्रारंभिक आयतन है तथा आयतन में वृद्धि ΔV तथा ताप में वृद्धि ΔT है।

समीकरण (5) से– $\quad \Delta V = V\Delta T\gamma$

$$\because \quad \Delta V = V' - V$$

यहाँ **V'** वस्तु का अन्तिम आयतन है।

अत: $\quad V' - V = V\Delta T\gamma$

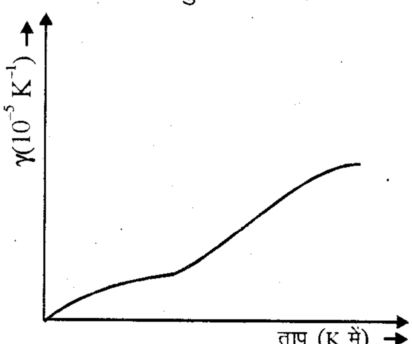
$$V' = V + V\Delta T\gamma$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{V' = V(1+\gamma\Delta T)} \quad .....(6)$$

γ का मात्रक केल्विन$^{-1}$ होता है।

γ का मान पदार्थ के प्रारंभिक ताप पर निर्भर करता है। प्रारंभिक ताप के मान में वृद्धि करने पर γ के मान में भी वृद्धि होती है। γ का मान उन धातुओं के लिए कम होता है जिनका गलनांक अधिक होता है। γ का मान ठोसों के लिए कम, द्रवों के लिए ठोसों की तुलना में अधिक तथा गैसों के लिए सर्वाधिक होता है। γ का मान दाब पर निर्भर नहीं करता है।

तापमान के साथ एक प्रारुपिक ठोस के आयतन प्रसार गुणांक का परिवर्तन चित्रानुसार होता है–



चित्र 12.4

धातुओं के लिए γ का मान दिशा पर निर्भर नहीं करता है क्योंकि धातु समांगी (homogeneous) होते है जिससे धातुओं का सभी दिशाओं में समान विस्तार होता है। जबकि क्रिस्टलों के लिए β का मान दिशा पर निर्भर करता है क्योंकि क्रिस्टल असमांगी (heterogeneous) होते हैं जिससे क्रिस्टल का एक दिशा में विस्तार तो दूसरी दिशा में संकुचन भी हो सकता है।

अधिकांश पदार्थो (अपवाद छोड़कर) के लिए γ का मान धनात्मक होता है। पानी के लिए 0°C से 4°C के मध्य γ का मान ऋणात्मक होता है अर्थात् इस ताप परास में पानी के ताप में वृद्धि करने पर उसके आयतन में कमी होती है। 4°C ताप पर पानी का आयतन न्यूनतम होता है। जिससे पानी का घनत्व $\rho = \frac{M}{V}$ इस ताप पर सर्वाधिक होता है।

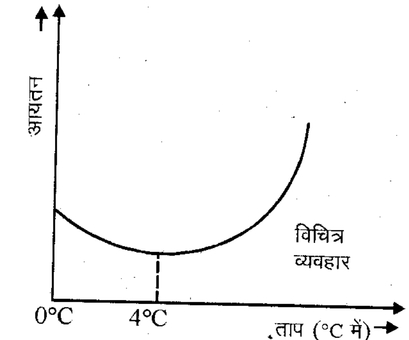
$$\rho = \frac{M}{V}$$

पानी का यह अनियमित (विचित्र) व्यवहार झील या नदी में पानी के शीर्ष सतह के हिम तथा जल जीवन के पोषण में काफी महत्वपूर्ण होता है।

सर्दी के दिनों में जब पानी 4°C के नीचे ठण्डा होता है तब पानी का आयतन बढ़ता है और घनत्व घटता है। झील या नदी में कम सघन पानी, सतह की ओर गतिशील होता है तथा अधिक सघन पानी (4°C ताप पर) नीचे की ओर गतिशील होता है। अत: सतह का पानी

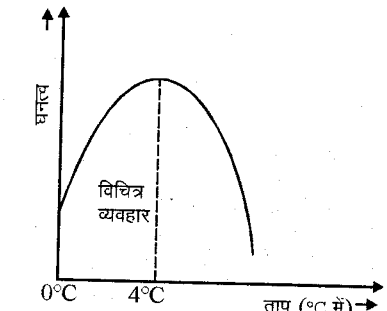
0°C पर होने से पहले जम जाता है और नीचे का पानी नहीं जमता है जिससे मछली, पादप आदि अत्यधिक सर्दी के दौरान जीवित रहते हैं।

ताप में वृद्धि से पानी के आयतन का परिवर्तन चित्रानुसार होता है–



चित्र 12.5

ताप में वृद्धि के साथ पानी के घनत्व का परिवर्तन चित्रानुसार होता है–



चित्र 12.6

γ की गणना– आदर्श गैस समीकरण से

$$PV = nRT \quad ...(6)$$

दाब को नियत रखकर अवकलन करने पर

$$P\Delta V = nR\Delta T$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = \frac{nR}{P}\Delta T \qquad \because \frac{nR}{P} = \frac{V}{T}$$

समीकरण (6) से

$$\therefore \quad \Delta V = \frac{V}{T}\Delta T$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{(\Delta V/V)}{\Delta T} = \frac{1}{T} \quad ...(7)$$

आदर्श गैस के लिए 0°C, $\gamma = 3.7 \times 10^{-3}$ केल्विन$^{-1}$ जो ठोसों तथा द्रवों की अपेक्षा अत्यधिक बड़ा है। गैसों के लिए आयतन प्रसार गुणांक का मान ताप पर निर्भर करता है तथा ताप में वृद्धि के साथ कम हो जाता है। नियत दाब तथा कक्ष ताप पर किसी गैस के लिए γ का मान लगभग $3300 \times 10^{6}\ K^{-1}$ है।

α, β तथा γ में सम्बन्ध (Relation between α, β and γ)

माना कि एक घनाकार वस्तु की प्रारंभ में प्रत्येक भुजा की लम्बाई L है। ताप में वृद्धि के कारण अंतिम लम्बाई L' हो तब रेखीय प्रसार के सूत्र से–

$$L' = L(1 + \alpha\Delta T) \quad ...(1)$$

यदि घन को गर्म करने से पूर्व प्रत्येक फलक का क्षेत्रफल A तथा ताप में वृद्धि के कारण अंतिम क्षेत्रफल A' हो तब

$$A' = L'^2 = L^2(1 + \alpha\Delta T)^2$$
$$= L^2(1 + 2\alpha\Delta T + \alpha^2\Delta T^2)$$

$\because$ α का मान अल्प होने से $\alpha^2\Delta T^2$ को नगण्य माना जा सकता है।

$\therefore$ $A' = L^2(1 + 2\alpha\Delta T)$

परन्तु $L^2 = A$

$\therefore$ $A' = A(1 + 2\alpha\Delta T)$ ...(2)

$\Rightarrow$ $A' = A(1 + \beta\Delta T)$ ...(3)

समी. (2) व (3) की तुलना करने पर

$$\beta = 2\alpha \quad ...(4)$$

यदि घन को गर्म करने से पूर्व आयतन V तथा ताप में वृद्धि के कारण अंतिम आयतन V' हो तब

$$V' = L'^3 = L^3(1 + \alpha\Delta T)^3$$
$$= L^3(1 + 3\alpha\Delta T + 3\alpha^2\Delta T^2 + \alpha^3\Delta T^3)$$

$\because$ α का मान अल्प होने से $\alpha^2\Delta T^2$ तथा $\alpha^3\Delta T^3$ को नगण्य माना जा सकता है।

$\therefore$ $V' = L^3(1 + 3\alpha\Delta T)$

परन्तु $L^3 = V$

$\therefore$ $V' = V(1 + 3\alpha\Delta T)$ ...(5)

$\Rightarrow$ $V' = V(1 + \gamma\Delta T)$ ...(6)

समी. (5) व (6) की तुलना करने पर

$$\gamma = 3\alpha \quad ...(7)$$

अतः $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$ ...(8)

तापीय प्रतिबल (Thermal Stress)

माना कि किसी धातु का लम्बाई L तथा अनुप्रस्थ काट क्षेत्र A का एक तार दो दृढ़ आधारों के बीच कसा है। जब तार को ठण्डा किया जाता है तब तार लम्बाई में सिकुड़ता है जिससे तार के पदार्थ के अणुओं के बीच प्रतिकर्षण का एक प्रतिक्रिया बल लगता है जिससे तार, आधारों पर एक तनाव बल आरोपित करता है। माना कि तार के पदार्थ का यंग प्रत्यास्थता गुणांक Y तथा रेखीय प्रसार गुणांक α है। यदि तार के ताप में ΔT कमी होने पर तार की लम्बाई में होने वाली कमी ΔL हो तब रेखीय प्रसार गुणांक

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L \times \Delta T}$$

$\therefore$ तापान्तर के कारण तार में उत्पन्न अनुदैर्ध्य विकृति (संपीडन)

$$= \frac{\Delta L}{L} = \alpha\Delta T$$

इस विकृति को **ऊष्मीय विकृति** कहते हैं।

$\therefore$ तार के पदार्थ का यंग प्रत्यास्थता गुणांक

$$(Y) = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$$

$\therefore$ तार के पदार्थ में उत्पन्न अनुदैर्ध्य

प्रतिबल = Y × अनुदैर्ध्य विकृति

$= Y \times \alpha\Delta T$

उपरोक्त प्रतिबल **तापीय प्रतिबल** कहलाता है।

यह तार के अनुप्रस्थ काट क्षेत्र A तथा लम्बाई L पर निर्भर नहीं करता है।

∴ तार में उत्पन्न तापीय प्रतिबल $= Y\alpha\Delta T$ ...(1)

∴ तापीय प्रतिबल के कारण तार में उत्पन्न तनाव बल

F = प्रतिबल × तार के अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

∴ $F = Y\alpha\Delta T \times A$

⇒ $F = YA\alpha\Delta T$ ...(2)

यदि तार को ठण्डा करने की बजाए कमरे के ताप से भी अधिक ताप तक गर्म किया जाता है तो भी तार में तनाव उत्पन्न हो जाता है। इस तनाव बल की गणना भी उपरोक्त सूत्र से ही की जाती है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. समान ताप वृद्धि के लिए ताँबे में काँच की तुलना में पाँच गुना अधिक रेखीय प्रसार होता है सामान्यतः धातुओं में अधिक प्रसार होता है तथा इनके लिए रेखीय प्रसार गुणांक (α) के मान अपेक्षाकृत अधिक होते हैं।
2. आयतन प्रसार गुणांक (γ) भी पदार्थ का अभिलक्षण है यह नियतांक नहीं है। परन्तु उच्च ताप पर यह नियतांक बन जाता है। व्यापक रूप में यह ताप पर निर्भर करता है।
3. पदार्थों (ठोस तथा द्रव) के आयतन प्रसार कम है। पायरेक्स काँच तथा इनवार जैसे पदार्थों के आयतन प्रसार गुणांक (γ) के मान विशेषकर निम्न होते हैं। ऐल्कोहॉल के लिए γ का मान पारे की तुलना में अधिक है तथा समान ताप वृद्धि के लिए इसमें पारे की तुलना में अधिक वृद्धि होती है।
4. सामान्य ताप पर ठोसों तथा द्रवों की अपेक्षा गैसों में अपेक्षाकृत अधिक प्रसार होता है। द्रवों के लिए आयतन प्रसार गुणांक अपेक्षाकृत ताप पर निर्भर नहीं करता।
   परन्तु गैसों के लिए यह ताप पर निर्भर करता है।

उदा.5. स्थिर दाब पर किसी गैस का 0°C तथा 91°C ताप पर आयतन क्रमशः 3 लीटर तथा 4 लीटर है। इसका आयतन प्रसार गुणांक ज्ञात करो।

हल: आयतन प्रसार गुणांक $\gamma = \frac{(\Delta V/V)}{\Delta T} = \frac{1}{V}\frac{(\Delta V)}{(\Delta T)}$

यदि गैस का प्रारंभिक ताप T_1 पर आयतन V तथा अंतिम ताप T_2 पर आयतन V' हो तो

$$\gamma = \frac{1}{V}\left(\frac{V'-V}{T_2-T_1}\right)$$

दिया गया है $T_1 = 0°C = 273K$ तथा $T_2 = 91°C = 364K$

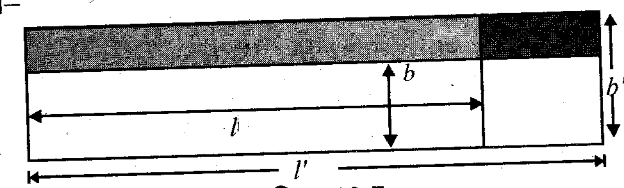
V = 3 लीटर, V' = 4 लीटर

$$\gamma = \frac{4-3}{3(364-273)}$$

$$= \frac{1}{3\times 91} = \frac{1}{273}\ K^{-1}$$

उदा.6. यह दर्शाइए कि किसी ठोस की आयताकार शीट का क्षेत्र प्रसार गुणांक, $(\Delta A/A)/\Delta T$, इसके रैखिक प्रसार गुणांक α का दो गुना होता है।

हल–



चित्र 12.7

माना आयताकार शीट की लम्बाई l एवं चौड़ाई b है तब ΔT ताप वृद्धि करने के पश्चात् लम्बाई $l' = l(1+\alpha\Delta T)$

तथा चौड़ाई $b' = b(1+\alpha\Delta T)$

जहां α, शीट के पदार्थ का रेखीय प्रसार गुणांक है। अतः ताप वृद्धि के पश्चात् क्षेत्रफल

$$A' = l'b' = l(1+\alpha\Delta T)\,b(1+\alpha\Delta T)$$

⇒ $A' = lb(1+\alpha\Delta T)^2$
$= A(1+2\alpha\Delta T+\alpha^2(\Delta T)^2)$

यहां $A = lb$ = शीट का प्रारम्भिक क्षेत्रफल

∴ α एवं ΔT अल्प हैं अतः इनके वर्ग के पद $\alpha^2(\Delta T)^2$ को नगण्य माना जा सकता है।

⇒ $A' = A + 2A\alpha\Delta T$

⇒ क्षेत्रफल वृद्धि $\Delta A = A' - A = 2A\alpha\Delta T$

या क्षेत्रफल प्रसार गुणांक

$$\beta = \left(\frac{\Delta A}{A}\right)\frac{1}{\Delta T} = 2\alpha$$ इतिसिद्धम्

उदा.7. काँच के एक फ्लास्क का आयतन 10^{-4} मी.^{3} है। इसमें 300 K ताप पर पारा भरा हुआ है। यदि फ्लास्क तथा पारे के ताप में 65 K की वृद्धि की जाये तो कितना पारा फ्लास्क में से बाहर निकलेगा। कांच के लिये आयतन प्रसार गुणांक का मान 1.2×10^{-5} व पारे के लिए $18\times10^{-5}\ K^{-1}$ है।

हल: आयतन प्रसार गुणांक $\gamma = \frac{1}{V}\frac{(\Delta V)}{(\Delta T)}$

∴ $\Delta V = V\gamma\Delta T$

दिया गया है–$\Delta T = 65$ K

∴ फ्लास्क के आयतन में वृद्धि

$\Delta V_1 = 10^{-4}\times1.2\times10^{-5}\times65$

$\Delta V_1 = 7.8\times10^{-8}$ मी.^{3}

पारे के आयतन में वृद्धि

$\Delta V_2 = 10^{-4}\times18\times10^{-5}\times65$

$\Delta V_2 = 11.7\times10^{-8}$ मी.^{3}

फ्लास्क से बाहर निकलने वाले पारे का आयतन

$V = \Delta V_2 - \Delta V_1$
$= 11.7\times10^{-8} - 7.8\times10^{-8}$
$= (11.7-7.8)\times10^{-8}$
$= 3.9\times10^{-8}$ मी.^{3}

उदा.8. कोई लोहार किसी बैलगाडी के लकड़ी के पहिए की नेमी पर लोहे की रिंग जड़ता है। 27°C पर नेमी तथा लोहे की रिंग के व्यास क्रमशः 5.243m तथा 5.231m है। लोहे की रिंग को किस ताप तक तप्त किया जाए कि वह पहिए की नेमी पर ठीक बैठ जाए?

हल– दिया है– प्रारम्भिक तापमान $T_1 = 27°C = 27 + 273 = 300K$

लोहे की रिंग का व्यास $D_1 = 5.231$ मी.

त्रिज्या $r_1 = \frac{5.231}{2}$ मी.

लकड़ी के पहिये का व्यास

$D_2 = 5.243$ मी.

त्रिज्या $r_2 = \frac{5.243}{2}$ मी.

लोहे का रेखीय प्रसार गुणांक $\alpha = 1.2 \times 10^{-5}$ प्रति केल्विन

माना ताप T_2 पर लोहे की रिंग का व्यास लकड़ी के पहिये के व्यास के समान हो जाता है।

प्रसार से पूर्व लम्बाई $L = 2\pi r_1$

प्रसार के पश्चात् लम्बाई $L' = 2\pi r_2$

अत: $L' = L\,[1 + \alpha\, \Delta T]$

$$2\pi r_2 = 2\pi r_1[1+\alpha(T_2 - T_1)]$$

$$\frac{5.243}{2} = \frac{5.231}{2}[1+1.2\times10^{-5}(T_2-300)]$$

$$5.243 - 5.231 = 5.231 \times 1.2 \times 10^{-5}\,(T_2 - 300)$$

$$T_2 - 300 = \frac{0.012}{5.231\times1.2\times10^{-5}} = \frac{0.012\times10^5}{6.28}$$

$$= \frac{1200}{6.28} = 191.08$$

$$T_2 = 300 + 191.08 = 491.08\text{ K}$$
$$= 218°C$$

12.5 विशिष्ट ऊष्मा (Specific Heat)

किसी पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा को निम्न प्रकार परिभाषित किया जा सकता है–

जब किसी वस्तु को गर्म किया जाता है तब उसके ताप में वृद्धि होती है। वस्तु को गर्म करने के लिये दी गई ऊष्मा (ΔQ) वस्तु के द्रव्यमान (m) तथा ताप वृद्धि (ΔT) के समानुपाती होती है। अत:

$$\Delta Q \propto m\Delta T$$

$$\Rightarrow \quad \Delta Q = sm\Delta T \qquad ...(1)$$

यहाँ s एक नियतांक है जिसे उस पदार्थ की "विशिष्ट ऊष्मा" कहते है। इसका मान वस्तु के पदार्थ पर निर्भर करता है।

समी. (1) से

$$s = \frac{\Delta Q}{m\Delta T}$$

यदि $m = 1$ तथा $\Delta T = 1$ हो तो $s = \Delta Q$ होगा।

अर्थात् किसी पदार्थ के एकांक द्रव्यमान के ताप में एकांक वृद्धि करने के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा उस पदार्थ की विशिष्ट ऊष्मा कहलाती है।

विशिष्ट ऊष्मा का मात्रक $\frac{\text{किलोकैलोरी}}{\text{ग्राम} - °C}$ या $\frac{\text{कैलोरी}}{\text{ग्राम} - °C}$ होता है।

विशिष्ट ऊष्मा की उपरोक्त परिभाषा ठोस व द्रव के लिए पर्याप्त है जबकि गैसों के लिए पर्याप्त नहीं है।

साधारणत: किसी गैस की विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा दो विभिन्न परिस्थितियों में की जाती है–

(1) स्थिर आयतन पर विशिष्ट ऊष्मा

(2) स्थिर दाब पर विशिष्ट ऊष्मा

जब पदार्थ की मात्रा m को किलोग्राम में न लेकर मोल में लिया जाये तब ऊष्मा की वह मात्रा जो पदार्थ के 1 मोल के ताप को 1°C बढ़ाने के लिए आवश्यक होगी, मोलर विशिष्ट ऊष्मा (C) कहलाती है।

इस प्रकार यदि ΔQ ऊष्मा की मात्रा n मोल पदार्थ के ताप को ΔT बढ़ाती है तब मोलर विशिष्ट ऊष्मा

$$C = \frac{\Delta Q}{n\Delta T} = \frac{s}{n}$$

मोलर विशिष्ट ऊष्मा का मान पदार्थ के तापमान तथा पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

मोलर विशिष्ट ऊष्मा का मात्रक $\frac{\text{जूल}}{\text{मोल} \times \text{केल्विन}}$ या $\frac{\text{जूल}}{\text{मोल} \times °C}$ होता है।

मोलर विशिष्ट ऊष्मा की परिभाषा दो विभिन्न परिस्थितियों में दी जाती है:

1. स्थिर आयतन पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (Cv)
2. स्थिर दाब पर मोलर विशिष्ट ऊष्मा (Cp)

1. स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा (Molar Specific heat at constat volume)—स्थिर आयतन पर किसी गैस के 1 ग्राम अणु (1 मोल) का ताप 1°C (या 1K) बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर आयतन पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा (Cv) कहते हैं।

2. स्थिर दाब पर ग्राम अणुक (मोलर) विशिष्ट ऊष्मा (Molar specific heat at constant pressure)—स्थिर दाब पर किसी गैस के 1 ग्राम अणु (1 मोल) का ताप 1°C (या 1K) बढ़ाने के लिये आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को उस गैस की स्थिर दाब पर ग्राम अणुक विशिष्ट ऊष्मा (Cp) कहते हैं।

कुछ पदार्थों की विशिष्ट ऊष्मा नीचे सारणी में दी गयी है:–

क्र. सं.	पदार्थ	तापमान	विशिष्ट ऊष्मा ($cal\ g^{-1}°C^{-1}$)	विशिष्ट ऊष्मा ($J\ kg^{-1}K^{-1}$)
1.	बर्फ	(–15)	0.48	2000
2.	ऐलुमिनियम	25	0.215	900
3.	काँच	25	0.020	840
4.	लोहा	25	0.108	452
5.	ताँबा	25	0.092	387
6.	चाँदी	25	0.056	235
7.	जल	25	1.000	4186
8.	पारा	25	0.033	138
9.	वायु	50	0.25	1047
10.	भाप	100	0.48	2010

12.6 अवस्था परिवर्तन (Change of State)

द्रव्य की विशिष्ट अवस्था जैसे ठोस, द्रव या गैस को व्यक्त करने के लिए हम अवस्था को परिभाषित करते हैं। एक अवस्था से दूसरी अवस्था में जाना अवस्था परिवर्तन कहलाता है।

किसी दिए गए दाब पर अवस्था परिवर्तन एक निश्चित तापक्रम पर

होता है। यह सामान्यतः ऊष्मा के उत्सर्जन या अवशोषण तथा आयतन व घनत्व के परिवर्तन के कारण होता है। अवस्था परिवर्तन में 0°C की बर्फ 0°C के जल में पिघलती है। 100°C का जल 100°C की भाप में परिवर्तित होता है आदि। ठोस पदार्थों में, अणुओं के मध्य बल अधिक होता है तथा अणु अपने स्थानों पर जमे रहते हैं। द्रवों में अणुओं के मध्य बल दुर्बल होता है तथा अणु सम्पूर्ण आयतन में मुक्त रूप से गति कर सकते हैं परन्तु द्रव की सतह से बाहर नहीं आ सकते। वाष्प तथा गैसों में अन्तराण्विक बल लगभग नगण्य होता है तथा अणु सम्पूर्ण आयतन में मुक्त गति कर सकते हैं।

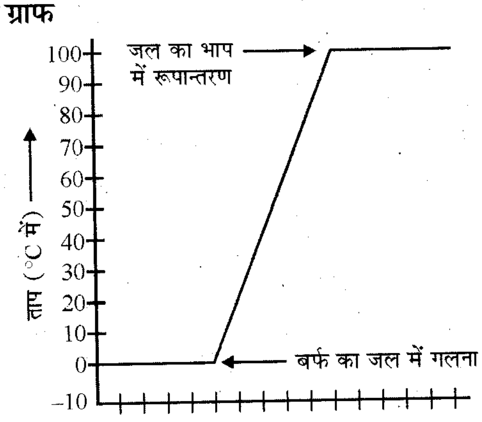
जब कोई ठोस पिघलता है तब इसके अणु एक प्रबल अन्तराण्विक बल के विरुद्ध एक दूसरे से दूर जाते हैं। इस प्रकिया में बाहर से ऊर्जा आपूर्ति आवश्यक है। अतः किसी दी गई वस्तु की आन्तरिक ऊर्जा ठोस अवस्था की तुलना में द्रव अवस्था में अधिक होती है। इसी प्रकार द्रव अवस्था की तुलना में वाष्प अवस्था में आन्तरिक ऊर्जा अधिक होती है।

अवस्था परिवर्तन में यदि अणु निकट आते हैं तब ऊर्जा मुक्त होती है तथा यदि अणु दूर जाते हैं तब ऊर्जा अवशोषित होती है।

ठोस अवस्था को द्रव अवस्था में परिवर्तित करने की प्रक्रिया गलन (Melting) कहलाती है। जिस ताप पर पदार्थ की ठोस तथा द्रव अवस्था ऊष्मीय साम्यावस्था में हो उसे गलनांक बिन्दु (Melting Point) कहते हैं। गलनांक बिन्दु पदार्थ की प्रकृति तथा दाब पर निर्भर करता है। द्रव अवस्था को ठोस अवस्था में परिवर्तित करने की प्रक्रिया को हिमन (Freezing) कहते हैं।

द्रव अवस्था के गैसीय अवस्था में परिवर्तित करने की प्रक्रिया को वाष्पन (Vaporisation) कहते है। जिस ताप पर पदार्थ की द्रव तथा गैस अवस्था ऊष्मीय साम्यावस्था में हो उसे क्वथनांक (Boiling point) कहते हैं। गैसीय अवस्था को द्रव अवस्था में परिवर्तित करने की प्रक्रिया को संघनन (Condensation) कहते हैं। कुछ पदार्थ ऐसे होते है जिनको ऊष्मा देने पर पदार्थ सीधे ही ठोस से गैस अवस्था में परिवर्तित हो जाते है अर्थात् द्रव अवस्था में नहीं होते हैं। उक्त प्रक्रिया को ऊर्ध्वपातन कहते है। उदाहरण- आयोडीन, शुष्क बर्फ, नेफ्थीलीन इत्यादि। इस प्रक्रिया में ठोस व गैस अवस्था ऊष्मीय साम्यावस्था में होती है।

ताप-समय ग्राफ



चित्र 12.8

जब बर्फ को स्थिर ऊष्मा पर गर्म किया जाता है तब बर्फ 0°C पर पिघल जाती है और 0°C पर जल में रुपान्तरित हो जाती है। तापमान 0°C

सम्पूर्ण बर्फ जल में बदल जाती है और यदि ऊष्मा को स्थिर दर पर प्रवाहित किया जाता है तो जल 100°C पर उबलने लगता है और 100°C पर भाप में बदल जाता है।

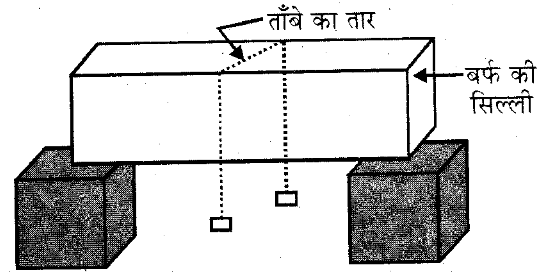
इस प्रकार, बर्फ के गलन और जल के क्वथन के दौरान तापमान नियत रहता है अर्थात् पदार्थ की अवस्था परिवर्तन के दौरान इसका ताप परिवर्तित नहीं होता है।

व्याख्या-बर्फ को दी गई ऊष्मा बर्फ के अणुओं को बाँधने वाले बन्धों को तोड़ने के लिए (अर्थात् अन्तः अणुक बलों को समाप्त करने के लिए) प्रयुक्त होती है। अतः बर्फ के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा बढ़ाने के लिए कोई ऊष्मीय ऊर्जा उपलब्ध नहीं होती है। इस प्रकार ताप में कोई वृद्धि नहीं होती है। जैसे-जैसे सभी बन्ध टूट जाते हैं और बर्फ पूर्णतया जल में रुपान्तरित हो जाती है तब दी गई ऊष्मा जल के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा को बढ़ा देती है। जिससे जल के ताप में वृद्धि हो जाती है।

इसी प्रकार, जब ऊष्मा को जल में प्रवाहित किया जाता है तो यह जल के अणुओं को बाँधने वाले बन्धों को तोड़ने के लिए प्रयुक्त होती है। यहाँ जल के अणुओं की औसत गतिज ऊर्जा बढ़ाने के लिए कोई ऊष्मीय ऊर्जा उपलब्ध नहीं होती है। अतः जब जल उबलता है और भाप अर्थात् गैसीय अवस्था में बदल जाता है तो ताप में कोई वृद्धि नहीं होती है।

12.6.1 गलनांक पर दाब का प्रभाव (Effect of Pressure on Melting Point)

किसी शुद्ध पदार्थ का गलनांक दाब के किसी नियत मान के लिए नियत रहता है परन्तु दाब में परिवर्तन करने पर पदार्थ के गलनांक में परिवर्तन होता है। इस प्रक्रिया को समझने के लिए लकड़ी के दो खण्डों पर रखे बर्फ की सिल्ली पर विचार करते हैं। अब यदि किसी ताँबे के तार को सिल्ली पर इस प्रकार व्यवस्थित किया जाये कि तार के दोनों मुक्त सिरों से स्वतंत्रतापूर्वक भार लटका दिया जाये। तब कुछ समय पश्चात् ताँबे का तार बर्फ की सिल्ली को पार कर जाता है। यह घटना पुनर्हिमन (Refreezing) कहलाती है।



चित्र 12.9

व्याख्या-जब तार पर भार लटकाया जाता है तब भारों के कारण तार का दाब इसके सम्पर्क में स्थित बर्फ के गलनांक को घटा देता है जिससे तार के नीचे वाली बर्फ पिघल जाती है और इस प्रकार प्राप्त जल तार के ऊपर आ जाता है तार के ऊपर यह जल सामान्य दाब पर होता है और इस प्रकार पुनः जम जाता है। जैसे ही तार बर्फ के ब्लॉक में प्रवेश करता है, तार के नीचे वाली बर्फ पिघल जाती है क्योंकि इसका गलनांक दाब में वृद्धि से कम हो जाता है और बर्फ के पिघलने के कारण प्राप्त जल पुनः जम जाता है क्योंकि

यह तार के ऊपर आ जाता है। इस प्रकार बर्फ का गलनांक दाब में वृद्धि से कम हो जाता है।

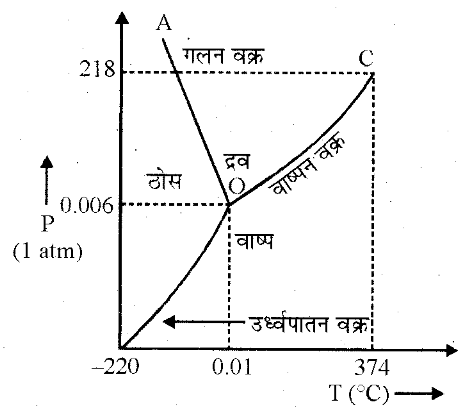
यदि कोई बर्फ स्केटर बर्फ पर चलता है तो पुनर्हिमन होता है। स्केटर द्वारा लगाए गए दाब के कारण बर्फ पिघल जाती है क्योंकि वह आगे की ओर गति करता है। जल सामान्य दाब के अन्तर्गत पुन: जम जाता है।

12.6.2 क्वथनांक पर दाब पर प्रभाव (Effect of Pressure on Boiling Point)

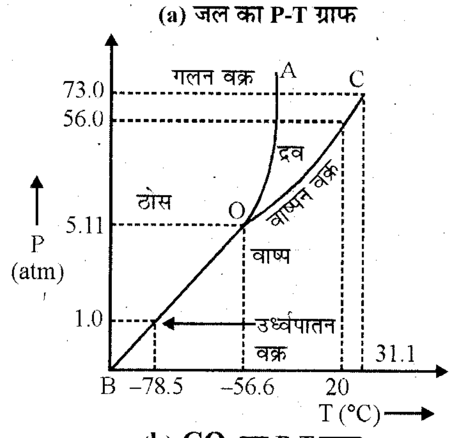
जल सामान्य वायुमण्डलीय दाब 100°C ताप पर उबलता है। परन्तु जल का क्वथनांक क्रमश: वायुमण्डलीय दाब की वृद्धि या कमी से बढ़ता अथवा घटता है। जैसे-जैसे हम ऊँचाई पर जाते हैं, वायुमण्डलीय दाब कम हो जाता है और इस तरह जल 100°C से कम ताप में उबलने लगता है। इसका तात्पर्य है कि ऊँचाई पर जल का क्वथनांक घट जाता है। परन्तु यदि दाब बढ़ता है तो क्वथनांक भी बढ़ता है। एक प्रेशर कुकर में जल का क्वथनांक 100°C से अधिक होता है इस प्रकार क्वथनांक दाब में वृद्धि से बढ़ता है।

12.6.3 त्रिक बिन्दु (Triple Point)

कोई पदार्थ ठोस, द्रव तथा गैस (वाष्प) अवस्थाओं में रह सकता है। किसी पदार्थ को ऊष्मा देकर उसे ठोस से द्रव में तथा द्रव से वाष्प में रुपान्तरित किया जाता है। इसी प्रकार पदार्थ से ऊष्मा निकालकर उसे वाष्प से द्रव में तथा द्रव से ठोस में बदला जा सकता है।



(a) जल का P-T ग्राफ



(b) CO_2 का P-T ग्राफ

चित्र 12.10

अवस्था परिवर्तन के दौरान पदार्थ का ताप नियत रहता है। किसी पदार्थ के ताप (T) तथा दाब (P) के मध्य खींचे गये ग्राफ को पदार्थ का प्रावस्था आरेख अर्थात् P-T आरेख कहते हैं। चित्र (a) व (b) में क्रमश: जल तथा कार्बन डाईऑक्साइड के P-T आरेख प्रदर्शित किए गए है। इस प्रकार P-T आरेख P-T तल को तीन क्षेत्रों ठोस, द्रव तथा गैस में विभाजित करता है। इन क्षेत्रों को तीन वक्रों : गलन वक्र (OA), ऊर्ध्वपातन वक्र (OB) तथा वाष्पन वक्र (OC) द्वारा अलग किया जाता है। गलन वक्र OA उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ है, जिस पर ठोस तथा द्रव साम्यावस्था में रह सकते है। ऊर्ध्वपातन वक्र (OB) उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ है जिस पर ठोस तथा वाष्प एक साथ साम्यावस्था में रह सकते है। वाष्पन वक्र (OC) उन बिन्दुओं का बिन्दुपथ है जिस पर द्रव तथा वाष्प एक साथ साम्यावस्था में रह सकते हैं। जिस बिन्दु (O) पर तीनों वक्र मिलते हैं, पदार्थ का त्रिक बिन्दु कहलाता है। त्रिक बिन्दु पर पदार्थ की तीनों अवस्थायें (ठोस, द्रव तथा वाष्प) साम्यावस्था में एक साथ रह सकती है। किसी पदार्थ का त्रिक बिन्दु अद्वितीय (unique) (अर्थात् एक ही) ही होता है। उदाहरण के लिए, जल के त्रिक बिन्दु पर ताप 0.01°C तथा दाब 0.006 वायुमण्डलीय दाब है, जबकि CO_2 के त्रिक बिन्दु पर ताप –56.6°C तथा दाब 5.11 वायुमण्डलीय दाब है।

चित्र में वाष्पन वक्र पर प्रदर्शित बिन्दु C क्रांतिक ताप है। जल के लिए इसका मान 374°C तथा CO_2 के लिए 31.1°C है। क्रांतिक ताप के ऊपर के ताप पर पदार्थ गैसीय अवस्था में है तथा दाब परिवर्तित कर इसे कभी भी द्रवित नहीं किया जा सकता है। पदार्थ को द्रवित करने के लिए उसे क्रांतिक ताप से नीचे अर्थात् वाष्पीय अवस्था में लाना होगा।

12.7 गुप्त ऊष्मा (Latent Heat)

किसी पदार्थ का ताप परिवर्तित किए बिना इसकी अवस्था परिवर्तन के लिए आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को पदार्थ की गुप्त ऊष्मा कहते हैं।

m द्रव्यमान के पदार्थ की अवस्था परिवर्तन के लिए आवश्यक ऊष्मा $Q = mL$ जबकि पदार्थ का ताप नियत रहे।

जहां L = गुप्त ऊष्मा है

यदि $m = 1$ तो $Q = L$ अत: किसी एकांक द्रव्यमान वाले पदार्थ के ताप को नियत रखकर उसकी अवस्था परिवर्तन हेतु आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को गुप्त ऊष्मा कहते हैं।

गुप्त ऊष्मा को अवस्था परिवर्तन (गलन या वाष्पन) की ऊष्मा भी कहते हैं।

गुप्त ऊष्मा का मात्रक $\frac{\text{कैलोरी}}{\text{ग्राम}}$ या $\frac{\text{जूल}}{\text{किग्रा.}}$ तथा विमा $[L^2T^{-2}]$ होती है।

गुप्त ऊष्मा पदार्थ का अभिलक्षण होती है तथा दाब पर निर्भर करती है।

(i) गलन (Fusion) या संगलन की गुप्त ऊष्मा (L_f) :

किसी एकांक द्रव्यमान के ठोस पदार्थ को ठोस अवस्था से द्रव अवस्था में परिवर्तित करने के लिए, जबकि ताप नियत रहे आवश्यक ऊष्मा की मात्रा को गलन की गुप्त ऊष्मा कहते हैं।

बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा = 80 $\frac{\text{कैलोरी}}{\text{ग्राम}}$

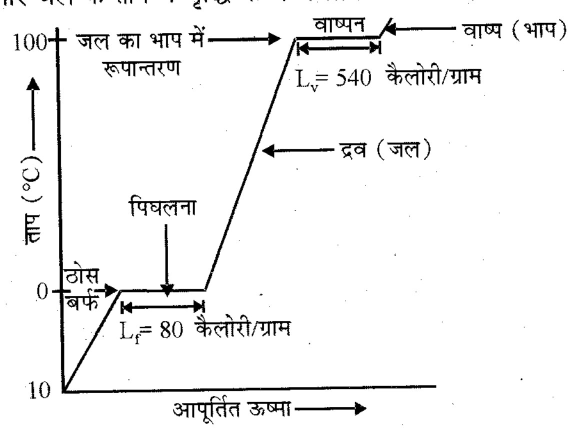
(ii) वाष्पन (Vaporisation) या क्वथन की गुप्त ऊष्मा (L_V) :

किसी एकांक द्रव्यमान के द्रव पदार्थ को द्रव अवस्था से वाष्प अवस्था में परिवर्तित करने के लिए, जबकि ताप नियत रहे आवश्यक ऊष्मा

की मात्रा को वाष्पन की गुप्त ऊष्मा कहते हैं। पानी के लिए, पानी के वाष्पीकरण की गुप्त ऊष्मा = 536 $\frac{\text{कैलोरी}}{\text{ग्राम}}$

वाष्पन की गुप्त ऊष्मा, गलन की गुप्त ऊष्मा से अधिक होती है क्योंकि जब कोई पदार्थ द्रव से वाष्प में परिवर्तित होता है तब आयतन में वृद्धि अधिक होती है। अतः आवश्यक ऊष्मा भी अधिक होती है। परन्तु ठोस से द्रव के परिवर्तन में आयतन में वृद्धि नगण्य होती है अतः आवश्यक ऊष्मा भी बहुत कम होगी।

गुप्त ऊष्मा पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करती है। आपूर्तित ऊष्मा की मात्रा और जल के ताप में वृद्धि के मध्य ग्राफ चित्र में दिखाया गया है।



चित्र 12.11

कुछ पदार्थों के संगलन की गुप्त ऊष्मा

क्र. सं.	पदार्थ	गलनांक	संगलन की गुप्त ऊष्मा (कैलोरी/ग्रा. में)	संगलन की गुप्त ऊष्मा (जूल/किग्रा. में)
1.	बर्फ (जल)	0	80	335×10^3
2.	ऐलुमिनियम	660	90	377×10^3
3.	सीसा	327	6	25×10^3
4.	चाँदी	960	21	88×10^3
5.	सोना	1063	15.4	64.5×10^3
6.	ताँबा	1083	32	134×10^3
7.	टंगस्टन	3410	44	185×10^3

कुछ पदार्थों के वाष्पन की गुप्त ऊष्मा

क्र. सं.	पदार्थ	क्वथनांक	वाष्पन की गुप्त ऊष्मा (कैलोरी/ग्रा. में)	वाष्पन की गुप्त ऊष्मा (जूल/किग्रा. में)
1.	जल	100	540	2262×10^3
2.	पारा	357	70	293×10^3
3.	सीसा	1750	206	862×10^3
4.	ऐलुमिनियम	2450	2720	11394×10^3
5.	ताँबा	2560	1210	5065×10^3
6.	चाँदी	2190	558	2336×10^3
7.	सोना	2500	377	1578×10^3
8.	टंगस्टन	5900	1150	4814×10^3

12.8 कैलोरीमापी की सहायता से द्रव की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात करना (Calculation of Specific Heat of Liquid with the Help of Calorimeter)

ऊष्मागतिकी की वह शाखा जिसका सम्बन्ध ऊष्मा मापन से होता है कैलोरीमिति कहलाती है। इसके लिए प्रयुक्त उपकरण को कैलोरीमीटर कहते हैं। यह तांबे का बना खोखला बेलनाकार पात्र होता है जिसके ऊपर एक ढक्कन लगा होता है तथा इसमें एक विलोडक (stirrer) रखा जाता है।

जब दो भिन्न–भिन्न तापक्रम की वस्तुओं (जिसमें एक ठोस तथा एक द्रव या दोनों द्रव) को आपस में मिलाया जाता है तब अधिक ताप वाली वस्तु से कम ताप वाली वस्तु में ऊष्मा का स्थानान्तरण तब तक होता है जब तक कि दोनों वस्तुओं का तापमान समान न हो जाए। इस प्रक्रिया में अधिक ताप पर स्थित वस्तु द्वारा ऊष्मा दी जाती है तथा कम ताप पर स्थित वस्तु द्वारा ऊष्मा ली जाती है ताकि

दी गई ऊष्मा = ली गई ऊष्मा

अर्थात् कैलोरीमिति का सिद्धान्त ऊष्मीय ऊर्जा के संरक्षण का नियम है।

(i) सदैव मिश्रण का तापक्रम (T_{mix}) ≥ निम्न तापक्रम (T_L) तथा ≤ उच्च तापक्रम (T_H)

अर्थात् $T_L \le T_{mix} \le T_H$

(ii) दो पदार्थों का मिलना जबकि केवल तापक्रम परिवर्तित होता है– इस स्थिति में अवस्था परिवर्तन नहीं होता है।

माना कि दो पदार्थों की मात्रायें m_1 तथा m_2, इनकी विशिष्ट ऊष्मा धारिताएँ s_1 व s_2 तथा तापक्रम क्रमशः T_1 तथा T_2 ($T_1 > T_2$) हैं। यदि इन्हें मिश्रित किया जाये तथा मिश्रण का तापक्रम T_{mix} मानें तब

दी गई ऊष्मा = ली गई ऊष्मा

$$\Rightarrow \quad m_1 s_1(T_1 - T_{mix}) = m_2 s_2(T_{mix} - T_2)$$

$$\Rightarrow \quad T_{mix} = \frac{m_1 s_1 T_1 + m_2 s_2 T_2}{m_1 s_1 + m_2 s_2}$$

(ii) दो पदार्थों का मिलना जबकि ताप तथा अवस्था दोनों परिवर्तित हो या केवल अवस्था परिवर्तित हो–

इस स्थिति में बर्फ–जल का मिश्रण एक महत्वपूर्ण उदाहरण है। माना कि T_W°C तापक्रम के जल को 0°C की बर्फ के साथ मिश्रित किया जाता है। अतः सर्वप्रथम बर्फ पिघलेगी, तत्पश्चात् तापीय साम्यावस्था प्राप्त होगी। अतः साम्यावस्था में

दी गई ऊष्मा = ली गई ऊष्मा

$$\Rightarrow \quad m_W s_W(T_W - T_{mix}) = m_i L_i + m_i s_W(T_{mix} - 0°)$$

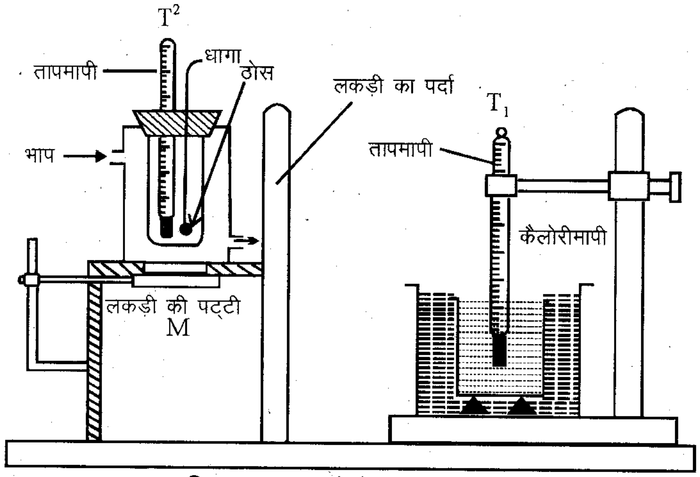
जहां L_i = बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा

विशिष्ट ऊष्मा का मापन–रैनो का उपकरण

रैनो का उपकरण चित्र में दिखाया गया है। इसके तीन मुख्य भाग होते हैं–

1. वाष्प तापक 2. कैलोरीमापी 3. ऊष्मक

1. वाष्प तापक (Steam Heater)–यह एक दोहरी दीवार वाला खोखला बेलन होता है जिसकी दोनों दीवारों के बीच का खोखला भाग ऊपर व नीचे सें बन्द रहता है। बेलन की बाहरी दीवार में भाप जाने के लिये एक छोटी नली और निकलने के लिये दूसरी नली होती है। दीवार के खोखले भाग के बीच वाष्प घुमाई जाती है जिससे वाष्प तापक के अन्दर के भाग की वायु गर्म हो जाती है और यहीं पर लटका हुआ ठोस भी गर्म हो जाता है। वाष्प तापक का ऊपरी सिरा एक कार्क द्वारा बन्द रखा जाता है जिसमें से ठोस को धागे से बाँधकर लटकाया जा सकता है। कार्क के बीच में एक सूराख होता है जिसमें एक 110°C परास का तापमापी इस प्रकार लगाया जाता है कि ठोस और तापमापी की घुण्डी दोनों पास–पास रहे। इस भाग का नीचे का सिरा एक लकड़ी या धातु की पट्टी M के द्वारा बन्द रखा जाता है। यह पट्टी इच्छानुसार खिसकाकर हटाई जा सकती है।



चित्र 12.12 : रैनो का उपकरण

पर्दा–यह एक लकड़ी का तख्ता होता है जो एक लकड़ी के ढाँचे में बनी नाली (Groove) में ऊपर–नीचे खिसकाया जा सकता है। इस पर्दे का मुख्य उद्देश्य कैलोरीमापी को सीधे आने वाली ऊष्मा से बचाना है।

2. कैलोरीमापी–यह एक ताँबें का बेलनाकार बर्तन होता है जो कि लकड़ी के एक खोखले बॉक्स में रखा जाता है। दोनों बीच का स्थान रुई व ऊन से भर दिया जाता है। ऊष्मामापी का बॉक्स आधार खाँचों में खिसकाकर वाष्प तापक के नीचे लाया जा सकता है।

3. ऊष्मक (Boiler)–ताँबें के एक बेलनाकार या गोलाकार बर्तन को पानी से आधा भरकर गर्म करने के लिए स्टोव या बर्नर पर रख दिया जाता है। बर्तन के मुँह में एक कार्क लगा दी जाती है जिससे होकर एक शीशे की नली जाती है। नली का निचता सिरा पानी में डूबा रहता है तथा ऊपरी सिरा हवा में रहता है। यह सुरक्षा नली कहलाती है।

प्रयोग विधि-(i) ठोस की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात करना–

1. सर्वप्रथम ठोस का द्रव्यमान M, भौतिक तुला से ज्ञात कर लेते हैं तथा ठोस को धागे से बांधकर वाष्पतापक के मध्य में कॉर्क में होकर लटका देते हैं।

2. कॉर्क में बने छिद्र में से 110°C परास का तापमापी T_2 इस प्रकार लगाया जाता है कि इसका बल्ब ठोस के निकट हो।

3. अब लकड़ी के पर्दे को नीचे खिसकाकर, एक फ्लास्क में पानी गर्म करते हैं तथा पानी की भाप, वाष्प तापक के खोखले भाग में लगातार प्रवाहित करते हैं। जिससे ठोस का ताप बढ़ने लगता है।

4. अब कैलोरीमापी एवं विलोडक का द्रव्यमान भौतिक तुला से तोलकर, इसमें जल भर लेते हैं तथा पुनः भौतिक तुला से द्रव्यमान मापकर, जल का द्रव्यमान भी ज्ञात कर लेते हैं।

5. अब तापमापी T_1 की सहायता से जल का प्रारम्भिक तापमान ज्ञात कर लेते हैं।

6. ठोस को लगभग $\frac{1}{2}$ घण्टे तक गर्म होने देते हैं तथा जब ठोस का तापमान स्थिर हो जाये तो ठोस का उच्चतम तापमान नोट कर लेते हैं।

7. अब लकड़ी के पर्दे को ऊपर खींचकर कैलोरीमापी को खिसकाकर वाष्प तापक के ठीक नीचे ले आते हैं।

8. अब वाष्प का प्रवाह बन्द करके ढक्कन M को हटाकर, ठोस को जल में नीचे लाकर धीरे से डुबों देते हैं।

9. अब पर्दे का हटाकर कैलोरीमापी को बाहर लेकर, विलोड़क से जल को हिलाते रहते हैं तथा जब मिश्रण का ताप स्थिर हो जाये तो इस अन्तिम ताप को नोट कर लेते हैं।

(ii) द्रव की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात करना–

(1) उपरोक्त विधि से सर्वप्रथम ठोस की विशिष्ट ऊष्मा s ज्ञात कर लेते हैं।

(2) अब कैलोरीमापी में जल के लगभग समान मात्रा में वह द्रव लेते हैं जिसकी विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात करनी हो। इसका प्रारम्भिक तापमान T_1°C तापमापी से नोट कर लेते हैं। कैलोरीमापी एवं द्रव का द्रव्यमान भौतिक तुला से ज्ञात कर लेते हैं।

(3) ठोस को वाष्प तापक में पहले के समान उच्च ताप T°C तक गर्म करके, धीरे से द्रव में डुबोते हैं तथा द्रव को विलोड़क से हिलाते हुए अन्तिम ताप T_3°C नोट कर लेते हैं।

यदि M ग्राम के ठोस को उच्च ताप T°C तक गर्म करके, कैलोरीमापी में भरे हुए जल में स्थानान्तरित किया जाए तो

ठोस द्वारा दी गई ऊष्मा = जल + कैलोरीमापी (विलोड़क सहित) द्वारा ग्रहण ऊष्मा।

यदि ठोस की विशिष्ट ऊष्मा s, कैलोरीमापी एवं विलोडक का द्रव्यमान m_1, विशिष्ट ऊष्मा s_1, जल का द्रव्यमान m, विशिष्ट ऊष्मा s_w है तथा ठोस के डालने से पूर्व जल का तापमान T_1°C एवं ठोस के डालने का पश्चात् मिश्रण का अन्तिम ताप T_2°C है तो

$$Ms(T-T_2) = m_1s_1(T_2-T_1) + ms_w(T_2-T_1) \quad ...(1)$$

जहाँ $s_w = 1$ कैलोरी/ग्राम ×°C $T - T_2$ = ठोस के ताप में कमी

$T_2 - T_1$ = जल व कैलारी के ताप में वृद्धि

अतः ठोस की विशिष्ट ऊष्मा–

$$s = \frac{(m+m_1s_1)(T_2-T_1)}{M(T-T_2)} \quad ...(2)$$

यदि जल के स्थान पर कैलोरीमापी में वह द्रव हो जिसकी विशिष्ट ऊष्मा s_l ज्ञात करनी हो तथा ठोस की विशिष्ट ऊष्मा s ज्ञात हो तो समी. (1) से

द्रव की विशिष्ट ऊष्मा $s_l = \dfrac{Ms(T - T_3) - m_1 s_1 (T_3 - T_1')}{m_3(T_3 - T_1')}$ ...(3)

जहाँ m_3 = द्रव का द्रव्यमान, T'_1 = द्रव का प्रारम्भिक ताप, T_3 = मिश्रण का अन्तिम ताप

अब प्रथम भाग से प्राप्त ठोस की विशिष्ट ऊष्मा तथा उपरोक्त प्रेक्षणों से सूत्र

$$s_l = \frac{Ms(T - T_3) - m_l s_1 (T_3 - T_1')}{m_3(T_3 - T_1')}$$

में मान रखकर द्रव की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात कर लेते हैं।

12.9 ऊष्मीय संचरण की विधियाँ (Modes of Heat Transfer)

ऊष्मा के एक वस्तु से दूसरी वस्तु में प्रवाह की तीन विधियाँ होती हैं—
(i) चालन (ii) संवहन (iii) विकिरण।

12.9.1 चालन (Conduction)

ऊष्मीय संचरण की इस विधि में किसी वस्तु के उच्च ताप वाले कण अपने समीपवर्ती निम्न ताप वाले कणों को ऊष्मा देते हैं तथा कोई भी कण अपने स्थान से नहीं हटता है। इस प्रकार ऊष्मा का वस्तु के उच्च ताप वाले भाग से निम्न ताप वाले भाग की ओर संचरण होता है। चालन के लिए माध्यम का होना आवश्यक है।

उदाहरण के लिए यदि धातु की छड़ के एक सिरे को हाथ में पकड़कर दूसरे सिरे को गर्म किया जाये तो ऊष्मा छड़ के गर्म सिरे से चालन द्वारा हाथ में पकड़े ठण्डे सिरे की ओर जाने लगती है जिससे हाथ में पकड़े हुए छड़ का सिरा भी गर्म हो जाता है। ठोसों में तथा पारे में ऊष्मीय संचरण, चालन द्वारा ही होता है।

(i) चालन एक धीमी प्रक्रिया है। इसमें द्रव्य का प्रवाह नहीं होता है।
(ii) जिस माध्यम से ऊष्मा प्रवाहित होती है उसका ताप बढ़ जाता है।
(iii) चालन पदार्थ की सभी अवस्थाओं में संभव है।
(iv) जब द्रव तथा गैस को ऊपर से गर्म किया जाता है तो इनमें ऊपर से नीचे की ओर ऊष्मा संचरण होता हैं।
(v) ठोसों में केवल चालन संभव है।
(vi) अधात्विक ठोसों तथा तरलों में चालन, अणुओं के कम्पन के कारण होता है अतः वे दुर्बल चालक होते हैं।
(vii) धात्विक ठोसों में मुक्त इलेक्ट्रॉन ऊष्मीय ऊर्जा ले जाते हैं अतः ऊष्मा के अच्छे चालक होते हैं।

12.9.2 संवहन (Convection)

ऊष्मीय संचरण की इस विधि में ऊष्मा का प्रवाह उच्च ताप वाले स्थानों से निम्न ताप वाले स्थानों की ओर माध्यम के कणों की सहायता से इस प्रकार होता है कि माध्यम के कण स्वयं अपनी स्थितियाँ छोड़कर एक स्थान से दूसरे स्थान तक जाते रहते हैं।

उदाहरण के लिए यदि एक पात्र में जल लेकर गर्म किया जाये तो पहले पात्र की तली का जल गर्म होगा। गर्म जल का घनत्व ठण्डे जल के घनत्व की अपेक्षा कम होता है अतः गर्म जल के हल्के कण ऊपर उठने लगते हैं तथा उनका स्थान लेने के लिए ठण्डे जल के अपेक्षाकृत भारी कण नीचे आने लगते हैं। जल के कणों के इस प्रकार ऊपर-नीचे चलने से जल में धाराएँ बन जाती हैं जिन्हें **संवहन धाराएँ** (Convection current) कहते हैं। यह प्रक्रिया तब तक चलती रहती है जब तक सम्पूर्ण जल का ताप एक समान नहीं हो जाता। पारे के अतिरिक्त सभी द्रवों एवं गैसों में ऊष्मा का संचरण मुख्यतः संवहन द्वारा ही होता है। यदि किसी द्रव को सबसे ऊपरी सतह से गर्म किया जाये तो उसमें ऊष्मीय संचरण चालन विधि द्वारा होता है।

महत्वपूर्ण–

(i) **सामान्य संवहन**–माध्यम में दो स्थानों पर घनत्व में अन्तर के कारण तथा गुरुत्व के प्रभाव में गर्म कणों की ऊपर की ओर तथा ठण्डे कणों की नीचे की ओर गति जो किसी तरल को गर्म करने पर होती है, सामान्य संवहन कहलाती है।
(ii) **प्रणोदित संवहन**–यदि किसी तरल को गर्म वस्तु से ऊष्मा लेने के लिए बलपूर्वक अर्थात् किसी पम्प या अन्य भौतिक साधन द्वारा गतिशील किया जाए तो संहवन की प्रक्रिया प्रणोदित संवहन कहलाती है।
(iii) सामान्य संवहन नीचे से ऊपर की ओर जबकि प्रणोदित संवहन किसी भी दिशा में होता है।
(iv) सामान्य संवहन की स्थिति में, संवहन धाराएँ गर्म वायु को ऊपर तथा ठण्डी वायु को नीचे लाती है। इसी कारण ऊष्मा पैंदे को दी जाती है जबकि ठण्डक ऊपरी भाग में करायी जाती है।
(v) सामान्य संवहन, कमरे में वायु संवहन, मौसम परिवर्तन, समुद्री हवाओं तथा व्यापारिक हवाओं के चलने के लिए उत्तरदायी होता है।
(vi) हृदय द्वारा रक्त का संवहन शरीर के तापमान को नियन्त्रित रखता है।
(vii) गुरुत्व मुक्त क्षेत्र में सामान्य संवहन असंभव है।
उदाहरण–मुक्त रूप से गिरती लिफ्ट या किसी कृत्रिम उपग्रह में।
(viii) यदि द्रव व गैसें ऊपर से गर्म किए जाते है (ताकि संवहन नहीं हो) तो ऊष्मा का संचरण चालन द्वारा होता है।
(ix) पारा द्रव है फिर भी इसमें चालन होता है, संवहन नहीं।

12.9.3 विकिरण (Radiation)

ऊष्मीय संचरण की इस विधि में ऊष्मा एक स्थान से दूसरे स्थान तक बिना माध्यम के पहुँच जाती है। विकिरण में ऊष्मा विद्युत चुम्बकीय तरंगों के रूप में संचरित होती है। यदि रास्ते में कोई माध्यम होता है तो वह ऊष्मा नहीं लेता है। सूर्य की ऊष्मा पृथ्वी पर विकिरण द्वारा ही आती है।

इस प्रकार यह स्पष्ट होता है कि चालन तथा संवहन विधि से ऊष्मा के संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता होती है जबकि विकिरण विधि से ऊष्मा के संचरण के लिए माध्यम की आवश्यकता नहीं होती। चालन व संवहन द्वारा उष्मा का संचरण धीमी गति से होता है जबकि विकिरण द्वारा ऊष्मा का संचरण प्रकाश की चाल ($c = 3 \times 10^8$ मी./से.) से होता है। चालन तथा संवहन द्वारा ऊष्मा संचरण का मार्ग टेढ़ा-मेढ़ा हो सकता है जबकि विकिरण द्वारा ऊष्मा संचरण का मार्ग सीधी रेखा होता है।

उदा.9. जब 0°C के 150 g हिम को किसी पात्र में भरे 50°C के 300g जल में मिलाया जाता है तो मिश्रण का परिणामी ताप 6.7°C हो जाता है। हिम के संगलन की ऊष्मा परिकलित कीजिए। (s_W = 4186 J kg^{-1} °C^{-1}) (पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.3)

हल– दिया है–

हिम का द्रव्यमान $m_1 = 0.15$ किग्रा., हिम जल के तापमान में वृद्धि

$\Delta T_1 = (6.7 - 0) = 6.7$°C

जल का द्रव्यमान $m_2 = 0.30$ किग्रा., जल के तापमान में कमी

$\Delta T_2 = (50 - 6.7) = 43.3$°C

जल की विशिष्ट ऊष्मा $s_{जल}$ = 4186 जूल/किग्रा/°C

अतः हिम के गलन के लिए ऊष्मा + हिम जल के तापमान वृद्धि में प्रयुक्त ऊष्मा = जल द्वारा दी गयी ऊष्मा

या $m_1L_1 + m_1 s_{जल}\, \Delta T_1 = m_2 s_{जल}\, \Delta T_2$

या संगलन की ऊष्मा (गलन की गुप्त ऊष्मा)

$$L_1 = \frac{(m_2\Delta T_2 - m_1\Delta T_1)s_{जल}}{m_1}$$

या $$L_1 = \frac{(0.30 \times 43.3 - 0.15 \times 6.7) \times 4186}{0.15}$$

$$= \frac{(12.99 - 1.005) \times 4186}{0.15}$$

या $L_1 = 3.344 \times 10^5$ जूल/किग्रा.

उदा.10. किसी ऊष्मामापी में भरे –12°C के 3kg हिम को वायुमण्डलीय दाब पर 100°C की भाप में परिवर्तित करने के लिए आवश्यक ऊष्मा परिकलित कीजिए। दिया गया है हिम की विशिष्ट ऊष्मा धारिता = 2100 J kg^{-1} °C^{-1}, जल की विशिष्ट ऊष्मा धारिता = 4186 J kg^{-1} °C^{-1}, हिम के संगलन की गुप्त ऊष्मा = 3.35 × 10^5J kg^{-1} तथा भाप की गुप्त ऊष्मा = 2.256 × 10^6 J kg^{-1}

हल– दिया है–

हिम का द्रव्यमान $m_1 = 3$ किग्रा.,

हिम का प्रारम्भिक तापमान

$T_1 = -12$°C

हिम की विशिष्ट ऊष्मा

$s_1 = 2100$ जूल/किग्रा./°C,

हिम की संगलन की गुप्त ऊष्मा

$L_1 = 3.35 \times 10^5$ जूल/किग्रा.

जल की विशिष्ट ऊष्मा

$s_2 = 4186$ जूल/किग्रा./°C

जल की वाष्पन की गुप्त ऊष्मा

$L_2 = 2.256 \times 10^6$ जूल/किग्रा.

हिम को 100°C की भाप में परिवर्तित करने में प्रयुक्त ऊष्मा

Q = (हिम का तापमान –12°C से 0°C तक करने की ऊष्मा) + (हिम के गलन की ऊष्मा) + (जल का तापमान 0° से 100°C तक करने की ऊष्मा) + (जल को वाष्प में बदलने की ऊष्मा)

$\Rightarrow Q = m_1 s_1[0 - (-12)] + m_1 L_1 + m_1 s_2 (100 - 0) + m_1 L_2$

$\Rightarrow Q = (12 \times 3 \times 2100) + (3 \times 3.35 \times 10^5) + (100 \times 3 \times 4186) + (3 \times 2.256 \times 10^6)$ जूल

$\Rightarrow Q = 75600 + 1005000 + 1255800 + 6768000$ जूल

$\Rightarrow Q = 9104400$ जूल या $Q = 9.1 \times 10^6$ जूल

ऊष्मीय चालकता (Thermal Conductivity)

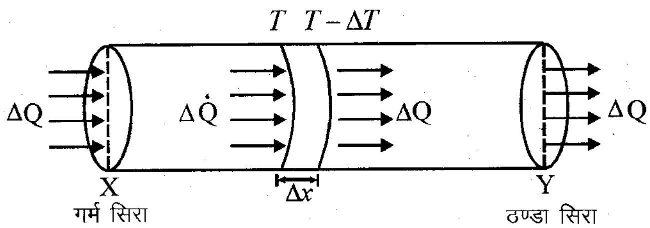
प्रकृति में उपस्थित सभी पदार्थों का ऊष्मीय व्यवहार समान नहीं होता है। पदार्थ जैसे तांबा, चांदी, लोहा आदि ऊष्मीय चालक होते हैं जबकि पदार्थ जैसे लकड़ी, काँच आदि ऊष्मीय कुचालक होते हैं। पदार्थों का वह गुण जिसके कारण इनमें से ऊष्मा प्रवाहित हो सके, ऊष्मीय चालकता कहलाता है।

जब किसी धातु के छड़ के एक सिरे को गर्म किया जाता है तो चालन की क्रिया में ऊष्मा गर्म सिरे से ठण्डे सिरे की ओर प्रवाहित होती है। छड़ को अनेक परिच्छेदों (Croos sections) से मिलकर बना हुआ माना जा सकता है। चालन की क्रिया में प्रत्येक परिच्छेद अपने से पीछे वाले परिच्छेद से ऊष्मा प्राप्त करता है। इसका एक भाग परिच्छेद स्वयं अवशोषित कर लेता है जिससे इसका ताप बढ़ जाता है। ऊष्मा का कुछ भाग इसकी सतह द्वारा संवहन व विकिरण द्वारा वायुमंडल को दे दिया जाता है तथा ऊष्मा का शेष भाग चालन द्वारा अगले समीपवर्ती परिच्छेद को दे दिया जाता है। इस अवस्था में छड़ के प्रत्येक परिच्छेद का ताप समय के साथ बदलता रहता है। इसे छड़ की परिवर्ती अवस्था या अस्थायी तापीय अवस्था कहते हैं। यदि छड़ को लगातार गर्म करते रहे तब कुछ समय पश्चात् एक स्थिति इस प्रकार प्राप्त होती है कि छड़ के सभी परिच्छेदों का ताप समय के साथ नहीं बदलता है। इसे स्थायी तापीय अवस्था कहते हैं। स्थायी तापीय अवस्था का अर्थ यह है कि छड़ के प्रत्येक परिच्छेद का ताप तो भिन्न-भिन्न हो सकता है परन्तु वह समय के साथ नहीं बदलता है अर्थात् छड़ के प्रत्येक परिच्छेद का जो भी ताप है वह स्थिर है। यदि हम एक ऐसी अदिश स्थिति में कल्पना करें जिसमें छड़ के पार्श्व पूर्णतः ऊष्मारोधी हो ताकि पार्श्वों तथा परिवेश के मध्य ऊष्मा का विनिमय नहीं हो तब तापीय स्थायी अवस्था में छड़ के किसी तल द्वारा प्राप्त ऊष्मा उसके द्वारा समीपवर्ती तल को स्थानान्तरित ऊष्मा के तुल्य होती है।

माना XY एक लम्बी तथा एक समान अनुप्रस्थ परिच्छेद की धातु की एक छड़ स्थायी अवस्था में है। इसमें ऊष्मा प्रवाह X से Y की ओर हो रहा है।

यदि Δx दूरी पर स्थित दो समतापी पृष्ठों के ताप क्रमशः T व T–ΔT हो तब

ताप प्रवणता $= \dfrac{\Delta T}{\Delta x}$



चित्र 12.13

यदि प्रथम समतापी पृष्ठ ΔQ ऊष्मा Δt समय में द्वितीय समतापी पृष्ठ को स्थानान्तरित करता है तब $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}$ को ऊष्मा प्रवाह की दर कहते हैं इसे H से भी व्यक्त किया जाता है। प्रयोगों द्वारा यह पाया जाता है कि स्थायी तापीय अवस्था में ऊष्मा प्रवाह की दर (i) पृष्ठ के क्षेत्रफल (A) के समानुपाती (ii) पृष्ठों के बीच ताप प्रवणता $\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$ के समानुपाती होती है

अर्थात् $\quad \dfrac{\Delta Q}{\Delta t} \propto A\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$

$$\Rightarrow \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -KA\frac{\Delta T}{\Delta x} \qquad ....(1)$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह दर्शाता है कि x का मान बढ़ने पर ताप T का मान कम होता है। K समानुपाती नियतांक है जिसे **छड़ के पदार्थ का ऊष्मीय चालकता गुणांक** कहते हैं। जिसका मान छड़ के पदार्थ पर निर्भर करता है।

यदि A = 1, $\dfrac{\Delta T}{\Delta x} = 1$ हो तो

$$|K| = \left|\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right|$$

अर्थात् किसी ठोस के एकांक क्षेत्रफल से एकांक ताप प्रवणता की स्थिति में ऊष्मा प्रवाह की दर को ठोस का ऊष्मीय चालकता गुणांक (K) कहते हैं।

K का मात्रक—

K का संख्यात्मक मान $= \dfrac{1}{A}\left(\dfrac{\Delta Q}{\Delta t}\right)\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta T}\right)$

K का मात्रक $= \dfrac{\text{(किलोकैलोरी/सेकण्ड)मी.}}{\text{मी.}^2 \times {}^\circ C}$

= किलोकैलोरी/मी.×से.×°C या $\dfrac{\text{किलोकैलोरी}}{\text{मी.} \times \text{से.} \times \text{केल्विन}}$

यदि ऊष्मा को जूल में व्यक्त करें तब

K का मात्रक $= \dfrac{\text{(जूल/सेकण्ड) मी.}}{\text{मी.}^2 \times \text{केल्विन}}$

= वॉट/मी. × केल्विन

तथा विमीय सूत्र $[M^1L^1T^{-3}K^{-1}]$ है।

ऊष्मीय प्रतिरोध (Thermal resistance)–

यदि छड़ की लम्बाई अर्थात् दोनों सिरों के बीच की दूरी l तथा छड़ के गर्म सिरे का ताप T_1 व ठण्डे सिरे का ताप T_2 है $(T_1 > T_2)$ तब

तापान्तर $\quad \Delta T = T_1 - T_2$

$\therefore$ ताप प्रवणता $= -\dfrac{\Delta T}{\Delta x} = \dfrac{T_1 - T_2}{l}$

अतः समी. (1) से ऐलुमिनियम

स्थायी अवस्था में $\quad \dfrac{Q}{t} = \dfrac{KA(T_1 - T_2)}{l}$

यदि किसी विद्युत चालक के दो सिरों के मध्य विद्युत विभवान्तर V तथा चालक में प्रवाहित विद्युत धारा I हो तो चालक का विद्युत प्रतिरोध $R = \dfrac{V}{I}$ होता है। ठीक इसी प्रकार यदि तापान्तर $(T_1 – T_2)$ को विभवान्तर V के तुल्य मानें तथा ऊष्मा प्रवाह की दर $\dfrac{Q}{t}$ को आवेश प्रवाह की दर अर्थात् विद्युत धारा के तुल्य मानें तब राशि $\dfrac{l}{KA}$ को ऊष्मीय प्रतिरोध (R_H) के तुल्य माना जा सकता है। अतः राशि $\dfrac{l}{KA} = R_H$

$\therefore$ ऊष्मीय प्रतिरोध $R_H = \dfrac{l}{KA} = \dfrac{T_1 - T_2}{\left(\dfrac{Q}{t}\right)}$

ऊष्मीय प्रतिरोध का मात्रक $\dfrac{\text{सेकण्ड} \times {}^\circ C}{\text{जूल}}$ तथा विमीय सूत्र $[M^{-1}L^{-2}T^3K]$ होता है।

ऊष्मीय चालकता गुणांक K के व्युत्क्रम को ऊष्मीय प्रतिरोधकता कहते हैं अर्थात्

ऊष्मीय प्रतिरोधकता $= \dfrac{1}{K}$

किसी पदार्थ के ऊष्मीय चालकता गुणांक K का मान जितना अधिक होगा पदार्थ उतना ही अधिक अच्छा चालक होगा अर्थात् उसका ऊष्मीय प्रतिरोध कम होगा।

एक आदर्श चालक के लिए K का मान अनन्त तथा पूर्ण कुचालक के लिए K का मान शून्य होगा, परन्तु व्यवहार में दोनों आदर्श स्थितियाँ असंभव है।

सारणी : कुछ पदार्थों का ऊष्मीय चालकता गुणांक

पदार्थ	ऊष्मीय चालकता गुणांक $\left(Js^{-1}m^{-1}K^{-1}\right)$	पदार्थ	ऊष्मीय चालकता गुणांक $\left(Js^{-1}m^{-1}K^{-1}\right)$
चांदी	406	काँच	0.8
तांबा	385	बर्फ	1.6
ऐलुमिनियम	205	लकड़ी	0.12
लेड	34.7	जल	0.8
पारा	8.3	वायु	0.024
ऑर्गन	0.016	हाइड्रोजन	0.014

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. गैसें हीन (अल्प) ऊष्मा चालक होती है।
2. द्रवों की चालकता ठोसों तथा गैसों के बीच की होती है।
3. **ताप प्रवणता**-दो समतापी पृष्ठों के बीच दूरी के साथ ताप परिवर्तन की दर को ताप प्रवणता कहते हैं।
   यदि दो समतापी पृष्ठों के ताप T_1 तथा T_2 हो तथा उनके बीच लम्बवत् दूरी Δx हो तब उनके बीच

$$\text{ताप प्रवणता} = -\frac{(T_1 - T_2)}{\Delta x} \qquad \therefore T_1 > T_2$$

$$= -\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

   जहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह दर्शाता है कि ऊष्मा संचरण की दिशा में दूरी x के बढ़ने पर T घटता है।
   ताप प्रवणता का मात्रक °C प्रतिमीटर या केल्विन/मीटर है।
4. किसी L लम्बाई तथा A अनुप्रस्थकाट क्षेत्रफल की धातु की छड़ जिसके दोनों सिरों के तापों को T_1 तथा T_2 पर स्थापित किया गया है।
   $T_1 > T_2$
   तापीय स्थायी अवस्था में प्रवाहित ऊष्मा की दर

$$H = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{KA(T_1 - T_2)}{L}$$

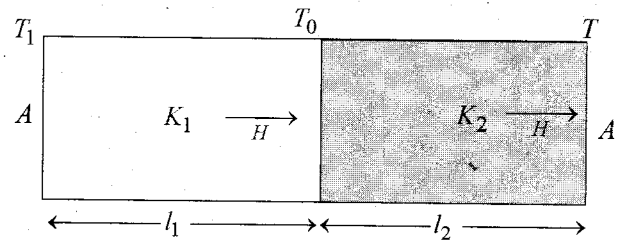
   जहाँ K छड़ के पदार्थ का ऊष्मा चालकता गुणांक है।
5. वायु ऊष्मा की कुचालक होती है।
6. छड़ के एक सिरे को गर्म करने पर पूरी छड़ का ताप समान हो सकता है यदि छड़ पूर्ण सुचालक हो अर्थात् $K = \infty$
   अदिश स्थिति के लिए।
7. हिम (Snow), बर्फ (Ice) की तुलना में अच्छा ऊष्मारोधी है क्योंकि हिम के भीतर छिद्रों में वायु भरी रहती है जिससे उसमें संवहन धाराएँ नहीं बनती जबकि बर्फ में वायु नहीं होती।
8. संवहन केवल तरलों में ही संभव है।
9. संवहन दो प्रकार के होते हैं
   (i) सामान्य (प्राकृतिक) संवहन
   (ii) प्रणोदित संवहन
10. मानव शरीर में हृदय एक पम्प की भाँति कार्य करता है जो रुधिर का शरीर के विभिन्न भागों में संचरण करता है तथा इस प्रकार प्रणोदित संवहन द्वारा ऊष्मा स्थानांतरित करके शरीर में एक समान ताप स्थापित करता है।
11. **संयुक्त चालकों से ऊष्मा प्रवाह-**

(i) चालक श्रेणीक्रम में जुड़े होने पर-माना कि दो चालक जिनकी लम्बाईयाँ क्रमशः l_1 व l_2 तथा इनके अनुप्रस्थ काट समान (माना A) है। इनकी ऊष्मीय चालकताएँ क्रमशः K_1 व K_2 है। माना कि इनकी संयुक्त अवस्था में ऊष्मा प्रवाहित करने पर स्थायी अवस्था में पहले चालक के खुले पृष्ठ का ताप T_1 तथा दूसरे चालक के खुले पृष्ठ का ताप T_2 है तथा मध्यवर्ती (संधि) पृष्ठ का ताप T_0 है तब स्थायी अवस्था में प्रत्येक चालक में ऊष्मा प्रवाह की दर समान होगी अर्थात्

$$H = \frac{K_1A(T_1 - T_0)}{l_1} = \frac{K_2A(T_0 - T_2)}{l_2} \qquad \text{....(1)}$$

अतः मध्यवर्ती (संधि) पृष्ठ का ताप

$$T_0 = \frac{K_1l_2T_1 + K_2l_1T_2}{K_1l_2 + K_2l_1} \qquad \text{....(2)}$$



समी. (1) में T_0 का मान समी. (2) से रखने पर

$$H = \frac{K_1A}{l_1}\left(T_1 - \frac{K_1l_2T_1 + K_2l_1T_2}{K_1l_2 + K_2l_1}\right)$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{A(T_1 - T_2)}{\left(\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2}\right)} \qquad \text{....(3)}$$

समी. (3) स्थायी अवस्था में संयुक्त चालकों के श्रेणीक्रम संयोजन में ऊष्मा प्रवाह की दर को व्यक्त करता है। यदि चालकों के संयुक्त अवस्था में तुल्य ऊष्मीय चालकता गुणांक K है तब

$$H = \frac{KA(T_1 - T_2)}{l_1 + l_2} \qquad \text{....(4)}$$

समी. (3) व (4) की तुलना करने पर

$$\frac{K}{l_1 + l_2} = \frac{1}{\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2}}$$

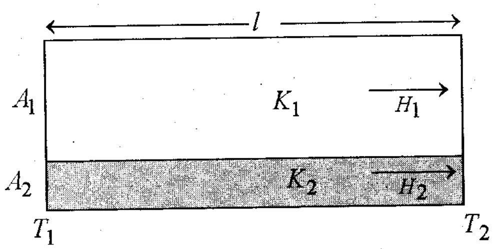
$$\Rightarrow \quad K = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{K_1} + \frac{l_2}{K_2}} \qquad \text{....(5)}$$

यदि $l_1 = l_2 = l$ हो तब

$$K = \frac{2K_1K_2}{K_1 + K_2}$$

(ii) चालक समान्तर क्रम में जुड़े होने पर-माना कि दो चालक जिनकी लम्बाईयाँ समान (माना l) तथा अनुप्रस्थ काट क्रमशः A_1 व A_2 है। इनकी ऊष्मीय चालकताएँ क्रमशः K_1 व K_2 है।
दोनों चालकों के विपरीत सिरों के मध्य तापान्तर $(T_1 - T_2)$ समान है। स्थायी अवस्था में दोनों चालकों से ऊष्मा प्रवाह की दर भिन्न-भिन्न होगी अर्थात्

$$H_1 = \frac{K_1A_1(T_1 - T_2)}{l} \quad \text{तथा} \quad H_2 = \frac{K_2A_2(T_1 - T_2)}{l}$$



अब संयुक्त अवस्था में ऊष्मा प्रवाह की दर

$$H = H_1 + H_2$$

$$\Rightarrow \quad H = \frac{K_1A_1(T_1 - T_2)}{l} + \frac{K_2A_2(T_1 - T_2)}{l}$$

$$= \frac{K_1A_1 + K_2A_2}{l}(T_1 - T_2) \quad ....(1)$$

यदि संयुक्त अवस्था में ऊष्मीय चालकता गुणांक K है तब

$$H = \frac{K(A_1 + A_2)(T_1 - T_2)}{l} \quad ......(2)$$

समी. (1) व (2) की तुलना करने पर

$$\frac{K(A_1 + A_2)}{l} = \frac{K_1A_1 + K_2A_2}{l}$$

$$\Rightarrow \quad K = \frac{K_1A_1 + K_2A_2}{A_1 + A_2} \quad .....(3)$$

अब यदि $A_1 = A_2 = A$ हो तब

$$K = \frac{K_1 + K_2}{2}$$

उदा.11. 0.5 मी. लम्बी तथा 10^{-3} मी.^{2} अनुप्रस्थ क्षेत्रफल की एक छड़ को एक सिरे पर गर्म किया जाता है। छड़ के पदार्थ का ऊष्मा चालकता गुणांक 90 कैलोरी/मीटर-सेकण्ड °C है। स्थायी अवस्था में छड़ के सिरों के ताप 100°C तथा 0°C है। गणना कीजिये—

(i) छड़ में ताप प्रवणता

(ii) छड़ के तप्त सिरे से 10.0 सेमी. दूरी वाले बिन्दु पर ताप

(iii) ऊष्मा संचरण की दर

हल : (i) यदि स्थायी तापीय अवस्था में छड़ के सिरों के ताप क्रमशः T_1 व T_2 हो तथा उनके मध्य की दूरी d हो तो ताप प्रवणता

$$\frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_1 - T_2}{d}$$

दिया गया है—$T_1 = 100°C$, $T_2 = 0°C$,

$d = 0.5$ मी.

$$\therefore \quad \text{ताप प्रवणता } \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{100 - 0}{0.5} = 200° \text{ C/मी.}$$

(ii) छड़ के तप्त सिरे से 10 सेमी. (0.1 मी.) दूरी वाले बिन्दु पर ताप में गिरावट

$$= \frac{\Delta T}{\Delta x} \times 0.1 = 200 \times 0.1 = 20°C$$

अतः तप्त सिरे से 10 सेमी. दूरी वाले बिन्दु पर ताप

$= 100 - 20 = 80°C$

(iii) ऊष्मा संचरण की दर

$$= \frac{\Delta Q}{\Delta t} = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

दिया गया है—$K = 90$ कैलोरी/मी. से. °C $= 90 \times 10^{-3} \frac{\text{किलो कैलोरी}}{\text{मी.} \times \text{से.} \times °C}$

$A = 10^{-3}$ मी.^{2}

$$\therefore \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 90 \times 10^{-3} \times 10^{-3} \times 200$$

$= 18 \times 10^{-3}$ किलोकैलोरी/सेकण्ड

उदा.12. एक समतल तली की केतली को स्टोव पर रखकर पानी उबाला जा रहा है। तली का क्षेत्रफल 270 सेमी.^{2}, मोटाई 0.3 सेमी. तथा उसके पदार्थ का ऊष्मा चालकता गुणांक 0.5 कैलोरी/सेकण्ड °C सेमी. है। यदि केतली में 10 ग्राम/मिनिट की दर से भाप बन रही हो तो तली के अन्दर तथा बाहर की सतह के तापान्तर की गणना कीजिये। (भाप की गुप्त ऊष्मा = 500 कैलोरी/ग्राम)

हल : ऊष्मा प्रवाह की दर

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta Q = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}\Delta t$$

$\Rightarrow$ तली से t सेकण्ड में गुजरने वाली ऊष्मा

$$Q = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}t$$

यदि t समय में m द्रव्यमान भाप में बदल रहा हो तो

$Q = mL$

जहाँ L वाष्पन की गुप्त ऊष्मा है।

$$\therefore \quad mL = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}t$$

दिया गया है—m = 10 ग्राम, L = 540 कैलोरी/ग्राम,

K = 0.5 कैलोरी/से. °C सेमी.

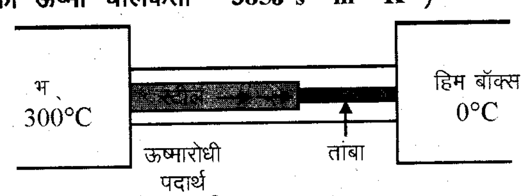
$\Delta x = 0.3$ सेमी., A = 270 सेमी.^{2}

t = 1 मिनिट = 60 सेकण्ड

$$10 \times 540 = 0.5 \times 270 \times \frac{\Delta T}{0.3} \times 60$$

$$\therefore \text{ तापान्तर } \Delta T = \frac{10 \times 540 \times 0.3}{0.5 \times 270 \times 60} = 0.2° \text{ C}$$

उदा.13. चित्र में दर्शाए गए निकाय की स्थायी अवस्था में स्टील-तांबा संधि का ताप क्या है? स्टील छड़ की लम्बाई = 15.0 cm, तांबे की छड़ की लंबाई = 10.0 cm, भट्टी का ताप = 300°C, दूसरे सिरे का ताप = 0°C; स्टील की छड़ की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल तांबे की छड़ की अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का दो गुना है। (स्टील की ऊष्मा चालकता = 50.2 J s^{-1} m^{-1} K^{-1}; तांबे की ऊष्मा चालकता = 385 J s^{-1} m^{-1} K^{-1})



चित्र–12.14

हल– दिया है–

स्टील छड़ की लम्बाई $L_{\text{स्टील}} = 15$ सेमी., $A_{\text{स्टील}} = 2 \times A_{\text{तांबा}}$

$L_{\text{तांबा}} = 10$ सेमी., $K_{\text{स्टील}} = 50.2$ जूल/से./मी./केल्विन,

$K_{\text{तांबा}} = 385 \frac{\text{जूल/से.}}{\text{मी. केल्विन}}$, $T_1 = 300°C = 573K$

$T_2 = 0°C = 273K$

तापीय स्थायी अवस्था में,

स्टील छड़ में ऊष्मा प्रवाह की दर = तांबे की छड़ में ऊष्मा प्रवाह की दर

यदि संधि का ताप T_0 है तो, चित्र में प्रदर्शित व्यवस्थानुसार

$$\frac{K_{स्टील}A_{स्टील}(573-T_0)}{L_{स्टील}} = \frac{K_{तांबा}A_{तांबा}(T_0-273)}{L_{तांबा}}$$

$$\Rightarrow \frac{50.2\times 2\times A_{तांबा}(573-T_0)}{15} = \frac{385\times A_{तांबा}\times T_0}{10}$$

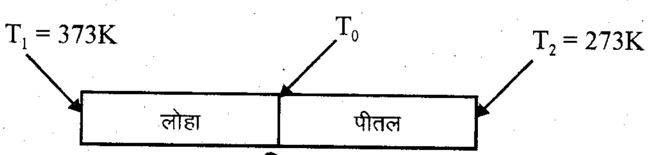
$\Rightarrow$ $1004\,(573-T_0) = 5775\,(T_0-273)$

$\Rightarrow$ $-1004\,T_0 - 5775\,T_0 = -2152867$

$\Rightarrow$ $T_0 = 317.57\,K$

$\Rightarrow$ $= 44.57°C$

उदा.14. चित्र में दर्शाए अनुसार लोहे की किसी छड़ ($L_1 = 0.1m, A_1 = 0.02\,m^2, K_1 = 79\,W\,m^{-1}\,K^{-1}$) को किसी पीतल की छड़ ($L_2 = 0.1m, A_2 = 0.02\,m^2, K_2 = 109\,W\,m^{-1}\,K^{-1}$) के साथ सिरे से सिरे को मिलाकर डाला गया है। लोहे की छड़ तथा पीतल की छड़ के स्वतंत्र सिरों को क्रमशः 373 K तथा 273K पर स्थापित किया गया है-(i) दोनों छड़ों की संधि पर ताप, (ii) संयुक्त छड़ की तुल्य ऊष्मा चालकता, तथा (iii) संयुक्त छड़ में ऊष्मा प्रवाह की दर के लिए व्यंजक निकालिए तथा परिकलित कीजिए।



चित्र 12.15

हल– दिया है,

लोहे की छड़ के लिए

$L_1 = 0.1$ मी., $A_1 = 0.02$ मी.^{2}, $K_1 = $ **79 वॉट**/मी. केल्विन

पीतल की छड़ के लिए

$L_2 = 0.1$ मी., $A_2 = 0.02$ मी.^{2}, $K_2 = $ **109 वॉट**/मी. केल्विन

लोहे की छड़ के सिरे पर ताप

$T_1 = 373$ केल्विन,

पीतल की छड़ के सिरे पर ताप

$T_2 = 273$ केल्विन

संधि पर ताप $= T_0$

(i) **संधि पर ताप :**

तापीय स्थायी अवस्था में,

लोहे की छड़ में ऊष्मा प्रवाह की दर

H_1 = पीतल की छड़ में ऊष्मा प्रवाह की दर $H_2 = H$

$$\Rightarrow \frac{K_1A_1(T_1-T_0)}{L_1} = \frac{K_2A_2(T_0-T_2)}{L_2}$$

$[\because A_1 = A_2$ तथा $L_1 = L_2]$

अतः $K_1(T_1-T_0) = K_2\,(T_0-T_2)$

या संधि का ताप

$$T_0 = \frac{K_1T_1+K_2T_2}{K_1+K_2} \quad ...(1)$$

समी. (1) में मान रखने पर

$$T_0 = \frac{(79\times 373)+(109\times 273)}{79+109}$$

$$= \frac{59224}{188} = 315.02 \text{ केल्विन}$$

(ii) एवं (iii) : तुल्य ऊष्मीय चालकता एवं ऊष्मा प्रवाह की दर–

समी. (1) से संधि का ताप किसी एक छड़ की ऊष्मा प्रवाह दर H के मान में रखने पर, दोनों छड़ों में ऊष्मा प्रवाह की दर

$$H = \frac{K_1A_1(T_1-T_0)}{L_1} = \frac{K_1A\left(T_1 - \frac{K_1T_1+K_2T_2}{K_1+K_2}\right)}{L}$$

$\{\because A_1 = A_2 = A$ तथा $L_1 = L_2 = L\}$

$$\Rightarrow H = \frac{K_1AK_2(T_1-T_2)}{(K_1+K_2)L} = \frac{2K_1K_2A(T_1-T_2)}{(K_1+K_2)2L}$$

या $$H = \frac{K'A(T_1-T_2)}{2L}$$

जहाँ 2L = दोनों छड़ों की संयुक्त लम्बाई

$$K' = \frac{2K_1K_2}{K_1+K_2} = \text{छड़ों की संयुक्त ऊष्मीय चालकता}$$

मान रखने पर

तुल्य ऊष्मीय चालकता

$$K' = \frac{2\times 79\times 109}{79+109} = 91.60 \text{ वॉट/मी.–केल्विन}$$

तथा ऊष्मा प्रवाह की दर

$$H = \frac{91.6\times 0.02\times(373-273)}{2\times 0.1} = 916.1 \text{ वॉट}$$

ऊष्मीय विकिरण (Thermal Radiation)

परम शून्य ताप (0K) से अधिक ताप पर प्रत्येक गर्म वस्तु द्वारा अपने ताप के कारण उत्सर्जित ऊर्जा को ऊष्मीय विकिरण कहते हैं तथा वस्तु से विकिरण द्वारा उत्सर्जित ऊर्जा को विकिरण ऊर्जा कहते हैं। ऊष्मीय विकिरण विद्युत चुम्बकीय तरंगों का ही एक भाग है। इन्हें अवरक्त विकिरण (Infrared radiation) भी कहते हैं। इनकी तरंगदैर्ध्य परास 8×10^{-7} मीटर से 4×10^{-4} मीटर होती है। किसी गर्म वस्तु द्वारा उत्सर्जित विकिरण की मात्रा, वस्तु के ताप, वस्तु की सतह की प्रकृति तथा वातावरण पर निर्भर करती है। ऊष्मीय विकिरणों का मापन बोलोमीटर की सहायता से किया जाता है।

ऊष्मीय विकिरणों के निम्न सभी गुण होते हैं—

(i) ऊष्मीय विकिरण की प्रकृति प्रकाश की भांति विद्युत चुम्बकीय तरंग प्रकृति होती है। इनकी तरंग दैर्ध्य प्रकाश की तरंगदैर्ध्य से अधिक होती है।

(ii) इनका संचरण एक सरल रेखा में होता है। ये निवात् में भी संचरित होते हैं तथा ये माध्यम को प्रभावित नहीं करते हैं।

(iii) इनका वेग प्रकाश के वेग ($c = 3\times 10^8$ मी./से.) के बराबर होता है।

(iv) इनका स्पैक्ट्रम क्वार्ट्ज प्रिज्म या रॉक प्रिज्म द्वारा प्राप्त किया जाता है। साधारण काँच के प्रिज्मों की सहायता से इनका स्पैक्ट्रम प्राप्त करने पर ये उनके द्वारा अवशोषित हो जाते हैं।

(v) ऊष्मीय विकिरण का अपवर्तन, परावर्तन, व्यतिकरण, विवर्तन, ध्रुवण आदि होता है।

(vi) इनकी तीव्रता (I) स्रोत से प्रेक्षण बिन्दु तक की दूरी (d) के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती होती है

अर्थात् $$I \propto \frac{1}{d^2}$$

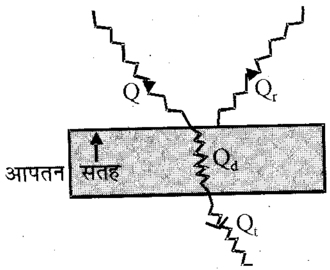
(vii) ऊष्मीय विकिरण की तरंगदैर्ध्य विद्युत चुम्बकीय स्पैक्ट्रम के अवरक्त क्षेत्र में पायी जाती है जबकि प्रकाश की तरंगदैर्ध्य दृश्य क्षेत्र में पायी जाती है।

अर्थात् $\lambda_{विकिरण} > \lambda_{प्रकाश}$

परावर्तन, अवशोषण एवं पारगमन गुणांक (Reflection, Absorption and Transmission Coefficient)

जब किसी पदार्थ पर विकिरण आपतित होते हैं तब निम्न प्रक्रियाएँ हो सकती है-

(i) आपतित ऊर्जा का कुछ पदार्थ द्वारा परावर्तित हो सकता है
(ii) कुछ भाग पदार्थ द्वारा अवशोषित हो सकता है तथा
(iii) शेष भाग पदार्थ द्वारा पारगमित हो सकता है।



चित्र 12.16

माना कि किसी पदार्थ पर आपतित विकिरण की कुल मात्रा Q है। परावर्तित विकिरण की मात्रा Q_r, अवशोषित विकिरण की मात्रा Q_a तथा पारगमित विकिरण की मात्रा Q_t है। तब ऊर्जा संरक्षण के नियम से-

$$Q = Q_r + Q_a + Q_t \qquad ...(1)$$

समी. (1) के दोनों पक्षों में Q का भाग देने पर

$$\frac{Q}{Q} = \frac{Q_r}{Q} + \frac{Q_a}{Q} + \frac{Q_t}{Q}$$

$$\Rightarrow \quad 1 = r + a + t$$

$$\Rightarrow \quad r + a + t = 1$$

यहाँ $r = \frac{Q_r}{Q} = \frac{\text{पदार्थ द्वारा परावर्तित विकिरण की मात्रा}}{\text{आपतित कुल विकिरणों की मात्रा}}$

= परावर्तन गुणांक (coefficient of reflection)

$a = \frac{Q_a}{Q} = \frac{\text{पदार्थ द्वारा अवशोषित विकिरण की मात्रा}}{\text{आपतित कुल विकिरणों की मात्रा}}$

= अवशोषण गुणांक (coefficient of absorption)

तथा $t = \frac{Q_t}{Q} = \frac{\text{पदार्थ द्वारा पारगमित विकिरण की मात्रा}}{\text{आपतित कुल विकिरणों की मात्रा}}$

= पारगमन गुणांक (coefficient of reflection)

विशेष स्थिति-

(i) जब $r = 0, a = 0$ हो तो $t = 1$
ऐसा पृष्ठ पूर्णत: पारदर्शक (perfectly transparent) होगा।

(ii) जब $a = 0, t = 0$ हो तो $r = 1$
ऐसा पृष्ठ पूर्णत: परावर्तक (perfectly reflection) होगा।

(iii) जब $r = 0, t = 0$ हो तो $a = 1$
ऐसा पृष्ठ पूर्णत: अवशोषक (perfectly absorber) होता है।
उदाहरण-आदर्श कृष्णिका।

12.10 न्यूटन का शीतलन का नियम (Newton's Law of Cooling)

इस नियमानुसार जब किसी वस्तु तथा परिवेश का तापान्तर कम हो तो वस्तु के शीतलन की दर, वस्तु तथा परिवेश के तापान्तर (ताप आधिक्य) के समानुपाती होती है।

यदि वस्तु का ताप T तथा परिवेश का ताप T_0 है तो शीतलन की दर

$$= -\frac{dQ}{dt} \propto (T - T_0)$$

यहाँ ऋणात्मक चिन्ह यह व्यक्त करता है कि समय बढ़ने पर वस्तु की ऊष्मा Q का मान कम होता जायेगा।

$$\Rightarrow \quad R = \frac{dQ}{dt} = -K(T - T_0) \qquad ....(1)$$

यहाँ K शीतलन नियतांक है जो पिण्ड के पृष्ठ के क्षेत्रफल तथा उसकी प्रकृति पर निर्भर करता है तथा R शीतलन की दर है।

यदि किसी वस्तु का द्रव्यमान m व विशिष्ट ऊष्मा S है तो वस्तु द्वारा उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा की दर

$$\frac{dQ}{dt} = mS\frac{dT}{dt}$$

यहाँ $\frac{dT}{dt}$ ताप गिरने की दर है।

∴ समी. (1) से

$$mS\frac{dT}{dt} = -K(T - T_0)$$

∴ ताप गिरने की दर

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-K}{mS}(T - T_0) \qquad ....(2)$$

अर्थात् जब किसी वस्तु तथा परिवेश का तापान्तर कम हो तो वस्तु के ताप गिरने की दर, वस्तु तथा परिवेश के तापान्तर के समानुपाती होती है।

समी. (2) से $\quad \frac{dT}{dt} = -K'(T - T_0)$

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{(T - T_0)} = -K'\,dt$$

जहां $\quad K' = \frac{K}{mS}$

समाकलन करने पर, $\log_e(T - T_0) = -K't + C$

यह एक सरल रेखा का समीकरण है जिसकी प्रवणता ऋणात्मक है।

$$\Rightarrow \quad T = T_0 + C'e^{-K't}$$

जहां $\quad C' = e^C$

उपरोक्त समीकरण की सहायता से एक विशिष्ट ताप परिसर में शीतलन का समय ज्ञात किया जा सकता है तथा इस समीकरण से स्पष्ट है कि वस्तु का ताप समय के साथ चरघातांकी रूप से कम होता जाता है।

समी. (1) व (2) में वस्तु के ताप (T) के स्थान पर वस्तु का औसत ताप प्रयुक्त करते हैं क्योंकि सम्पूर्ण प्रक्रिया में वस्तु का ताप एक समान नहीं रहता है। यहाँ T_1 व T_2 वस्तु के प्रारम्भिक व अन्तिम ताप है।

अत: समी. (1) से

$$R = \frac{dQ}{dt} = -K\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right] \qquad ....(3)$$

समी. (2) से

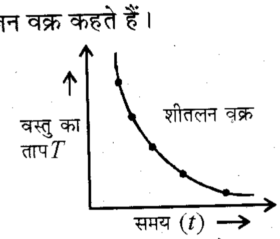
$$\frac{dT}{dt} = \frac{-K}{mS}\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right] \qquad .....(4)$$

या

$$\frac{T_1 - T_2}{t} = \frac{-K}{mS}\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right] \qquad ....(5)$$

यहाँ t वस्तु के ताप T_1 से T_2 तक होने में लगा समय है।

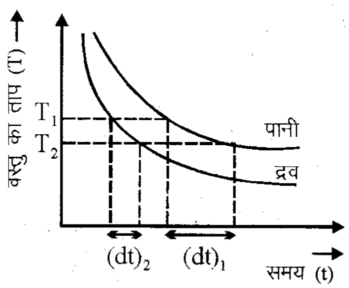
1. यदि वस्तु के ताप तथा समय के बीच आलेख खींचे तो यह चित्रानुसार प्राप्त होता है जिसे शीतलन वक्र कहते हैं।



चित्र 12.17 (a)

इस ग्राफ से स्पष्ट है कि शीतलन वस्तु तथा परिवेश के बीच तापान्तर पर निर्भर करता है तथा आरम्भ में शीतलन की दर उच्च है तथा वस्तु के ताप में कमी होने पर यह दर घट जाती है।

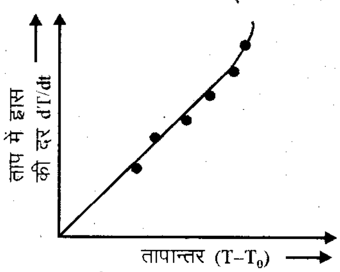
2. यदि समय एवं दो वस्तुओं के ताप में शीतलन वक्र खींचे तो जायें तो ये चित्रानुसार प्राप्त होते हैं।



चित्र 12.17 (b)

इस आलेख से स्पष्ट है कि समान परिस्थितियों में दो वस्तुओं का ठण्डा करने पर भी ताप गिरने की दर समान नहीं होती है क्योंकि वस्तु की प्रकृति अलग-अलग है।

3. जब वस्तु के ताप गिरने की दर तथा तापान्तर के मध्य आलेख खींचा जाता है तो चित्रानुसार यह आलेख कम ताप आधिक्य पर एक सरल रेखा प्राप्त होता है।

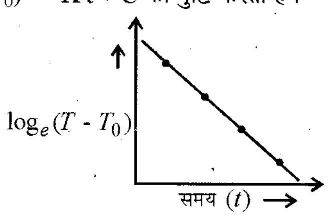


चित्र 12.18 (a)

तापान्तर बढ़ाने पर न्यूटन के शीतलन का नियम लागू नहीं होता जिससे तापान्तर बढ़ने पर रेखा मुड़ जाती है।

4. $\log_e(T-T_0)$ व समय t के मध्य आलेख खींचने पर चित्रानुसार ऋणात्मक प्रवणता की एक सरल रेखा प्राप्त होती है जो समीकरण

$\log_e (T-T_0) = -K't + C$ की पुष्टि करती है।



चित्र 12.18 (b)

न्यूटन के शीतलन नियम के लागू होने के लिए आवश्यक शर्तें—

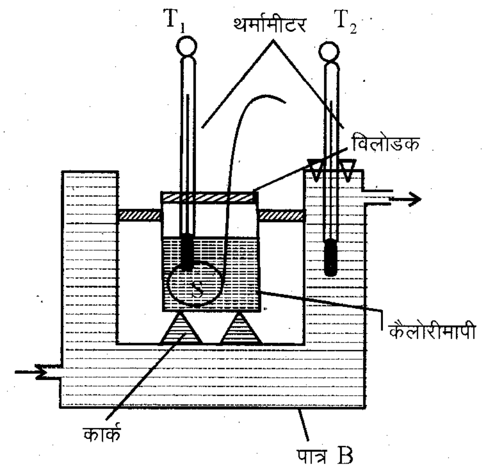
(1) वस्तु तथा परिवेश का तापान्तर कम होना चाहिए। यदि तापान्तर अधिक हो तो शीतलन की दर $(T^4 - T_0^4)$ के समानुपाती होगी।

(2) ऊष्मा का संचरण केवल विकिरण विधि से होना चाहिए।

(3) यह नियम स्टीफन वोल्ट्जमान नियम से प्राप्त हुआ है जो कि कृष्णिका के लिए लागू होता है अतः विकिरक पृष्ठ काला होना चाहिए।

न्यूटन के शीतलन नियम हेतु प्रयोग:

उपकरण का वर्णन—इसमें एक पतली दीवार वाला ताँबें का कैलोरीमापी (ऊष्मामापी) A होता है जिसमें एक सुग्राही थर्मामीटर T_1 तथा एक विलोडक S लटका रहता है, इसका बाह्य तल काले रंग से पुता होता है। इस ऊष्मामापी को दोहरी दीवार वाले पीतल के बर्तन B के बीच में किसी कुचालक वस्तु जैसे—कॉर्क के टुकड़ों पर रख देते हैं। बर्तन की दोनों दीवारों के बीच में कमरे के ताप पर जल प्रवाहित किया जाता है। इस जल का ताप निकास नली के पास लगे हुए थर्मामीटर T_2 से पढ़ा जाता है।



चित्र 12.19

प्रयोग विधि–

1. ऊष्मामापी को विलोडक तथा थर्मामीटर सहित दोहरी दीवार के बर्तन में कॉर्क के टुकड़ों पर रखते हैं और दोहरी दीवारों के बीच कमरे के ताप पर शीतल जल प्रवाहित करते हैं। इस जल का ताप थर्मामीटर T_1 से पढ़ते हैं।

2. अब एक बॉयलर में जल गर्म करके ऊष्मामापी में भर लेते हैं। इस जल को ठण्डा होने देते हैं। जब जल का ताप, कमरे के ताप से 30°C ऊपर रह जाये तब विराम–घड़ी चला देते हैं।

3. अब ऊष्मामापी के जल का ताप प्रत्येक आधे मिनट के पश्चात् लिखते जाते हैं। साथ ही इस जल को विलोडक के द्वारा हिलाते रहते हैं। यह क्रिया तब तक जारी रखते हैं, जल तक कि ऊष्मामापी के जल का ताप कमरे के ताप से लगभग 5°C ऊँचा रह जाये।

अब यदि समय t तथा $\log_e (T - T_0)$ के मध्य वक्र खींचा जाए तब यह चित्रानुसार एक सरल रेखीय वक्र प्राप्त होता है जिसकी प्रवणता ऋणात्मक होती है। इस प्रकार यह प्रयोग न्यूटन के शीतलन नियम का सत्यापन करता है।

उदा. 15. एक वस्तु पहले 10 मिनिट में 52°C से 40°C तक ठण्डी होती है और अगले 10 मिनिट में 32°C तक ठण्डी होती है तो उसका अगले 10 मिनिट के पश्चात् ताप ज्ञात कीजिये।

हल : न्यूटन के शीतलन के नियम से

$$\frac{T_1 - T_2}{t} = K\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right]$$

पहले 10 मिनिट के लिए

$$\frac{52-40}{10} = K\left[\frac{52+40}{2} - T_0\right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{12}{10} = K[46 - T_0] \quad ......(1)$$

दूसरे 10 मिनिट के लिए

$$\frac{40-32}{10} = K\left[\frac{40+32}{2} - T_0\right]$$

$$\Rightarrow \quad \frac{8}{10} = K[36 - T_0] \quad ....(2)$$

अन्तिम 10 मिनिट के लिए

$$\frac{32-T}{10} = K\left[\frac{32+T}{2} - T_0\right] \quad ....(3)$$

समी. (1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{12}{8}=\left[\frac{46-T_0}{36-T_0}\right]$$

$\therefore \quad T_0 = 16°C$

T_0 का मान समी. (1) में रखने पर

$$\frac{12}{10}=K[46-16]$$

$$\Rightarrow \quad K=\frac{12}{10\times 30}=\frac{6}{150}$$

T_0 व K का मान समी. (3) में रखने पर

$$\frac{32-T}{10}=\frac{6}{150}\left[\frac{32+T}{2}-16\right]$$

$$\frac{32-T}{10}=\frac{6}{150}\times\frac{T}{2}$$

$$\Rightarrow \quad 32-T=\frac{T}{5}$$

$$\Rightarrow \quad 6T=160$$

$$\Rightarrow \quad T=\frac{160}{6}=26.6°C$$

उदा.16. किसी बर्तन में भरे तप्त भोजन का ताप 2 मिनट में 94°C से 86°C हो जाता है जबकि कक्ष-ताप 20°C है। 71°C से 69°C तक ताप के गिरने में कितना समय लगेगा?

हल—भोजन का ताप 94°C से 86°C तक गिरने का समय =2 मिनट, कमरे का ताप $T_0 = 20°C$

अतः ताप गिरने की दर $\frac{dT}{dt} = K\left(\frac{T_1+T_2}{2}-T_0\right)$

$$\Rightarrow \quad \frac{(94-86)}{2}=K\left(\frac{94+86}{2}-20\right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{8}{2}=(90-20)K=70K \qquad ...(1)$$

द्वितीय स्थिति में भोजन का ताप 71°C से 69°C तक गिरने का समय = t

तब $\frac{(71-69)}{t}=K\left(\frac{71+69}{2}-20\right)$

$$\Rightarrow \frac{2}{t}=K(70-20)=50K \qquad ...(2)$$

समी. (1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{8/2}{2/t}=\frac{70K}{50K}$$

$$\Rightarrow \quad 2t=\frac{70}{50}$$

या $t = 0.7$ मिनट = 42 सेकण्ड

उदा.17. समान आयतन के दो द्रवों को तापक्रम 70°C से 60°C तक समान अवस्थाओं में ठण्डा किया जाता है। द्रवों को ठण्डा होने में लगा समय क्रमशः 162 व 405 सेकण्ड है। यदि दोनों द्रवों की विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात 2 : 3 हो तो उनके घनत्वों में अनुपात ज्ञात कीजिये। कैलोरीमापी का जल तुल्यांक नगण्य है।

हल : न्यूटन के शीतलन के नियम से

$$\frac{m_1S_1}{t_1}=\frac{m_2S_2}{t_2}$$

$\because$ द्रव्यमान = घनत्व × आयतन

$$m = d\times V$$

$$\therefore \quad \frac{d_1VS_1}{t_1}=\frac{d_2VS_2}{t_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d_1}{d_2}=\left(\frac{S_2}{S_1}\right)\left(\frac{t_1}{t_2}\right)$$

$$=\frac{3}{2}\times\frac{162}{405}=\frac{3}{5}$$

$\therefore \quad d_1 : d_2 = 3 : 5$

उदा.18. यदि किसी भोजनपात्र में रखा भोजन **7 min** में **60 °C** से **40 °C** तक ठंडा हो जाता है तब अगले **7 min** बाद भोजन का ताप ज्ञात कीजिये यदि कमरे का ताप **10 °C** है तथा यह माना गया है कि न्यूटन का शीतलन नियम के अनुसार पात्र का व्यवहार है।

(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.4)

हल : न्यूटन के शीतलन नियम से

$$\frac{T_1-T_2}{t}=K\left[\frac{T_1+T_2}{2}-T_0\right]$$

पहले 7 मिनिट के लिए

$$\frac{60-40}{7}=K\left[\frac{60+40}{2}-10\right]$$

$$\frac{20}{7}=K\times 40$$

$$K=\frac{1}{14} \qquad ...(1)$$

दूसरे 7 मिनिट के लिए

$$\frac{40-T_2'}{7}=K\left[\frac{40+T_2'}{2}-10\right]$$

$$\frac{40-T_2'}{7}=\frac{1}{14}\left[\frac{20+T_2'}{2}\right]$$

$$4(40-T_2')=20+T_2'$$

$$160-4T_2'=20+T_2'$$

$$5T_2'=140$$

$$T_2'=28°C$$

12.11 कृष्णिका विकिरण (Blackbody Radiation)

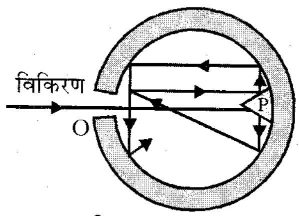
वह पिण्ड जो अपने ऊपर आपतित सभी संभव तरंगदैर्ध्य के सम्पूर्ण विकिरणों को अवशोषित कर ले, आदर्श कृष्ण पिण्ड अथवा आदर्श कृष्णिका कहलाता है। एक आदर्श कृष्णिका के लिए अवशोषण गुणांक एकांक तथा परावर्तन व पारगमन गुणांक का मान शून्य होता है अर्थात् $a = 1, r = 0$ तथा $t = 0$ होता है।

व्यवहार में कोई भी वस्तु पूर्णतः आदर्श कृष्णिका नहीं है। दीप काजल (lamp black) तथा प्लेटिनम काजल (platinum black) के अवशोषण गुणांक क्रमशः 0.96 तथा 0.98 होते है अर्थात् ये पृष्ठ पर आपतित प्रकाश का क्रमशः 96% तथा 98% भाग अवशोषित कर लेते हैं। सूर्य को आदर्श कृष्णिका माना जा सकता है तथा एक ऊष्मारोधित पट्टी के भीतर का भाग भी आदर्श कृष्णिका है।

जब कृष्णिका को उच्च ताप तक गर्म किया जाता है तब सभी संभव तरंगदैर्ध्यों के विकिरणों का उत्सर्जन होता है। इन विकिरणों को कृष्णिका विकिरण (black body radiation) कहते है। आदर्श कृष्णिका के विकिरणों की प्रकृति केवल ताप पर निर्भर करती है। यह आदर्श कृष्णिका के आकार, रूप, धातु की व उसके पृष्ठ की प्रकृति पर निर्भर नहीं करती है।

व्यावहारिक कृष्णिका (Practical black body): चित्र में फेरी (Fery) द्वारा बनायी गयी आदर्श कृष्णिका दर्शायी है। इसमें दोहरी दीवार

वाला धातु का एक खोखला गोला होता है जिसमें एक संकीर्ण छिद्र (narrow hole) O होता है। गोले की दीवार काजल या प्लेटिनम की कालिख से पुती होती है। छिद्र O के ठीक सामने गोले की भीतरी दीवार एक शंकु P के आकार में उठी हुई होती है। जब कोई विकिरण छिद्र O से खोखले गोले के भीतर प्रवेश करता है, तो वह गोले के भीतरी पृष्ठ पर अनेक बार परावर्तित होती है। प्रत्येक परावर्तन में कुछ विकिरण अवशोषित हो जाते है तथा इस प्रकार वे विकिरण पूर्ण रूप से अवशोषित हो जाते है। यदि गोले के भीतर उठा हुआ शंक्वाकार भाग P न होता, तो दीवार के इस भाग से कुछ विकिरण सीधे परावर्तित होकर छिद्र Oसे बाहर आ जाते। P पर शंक्वाकार भाग होने के कारण विकिरण के सीधे परावर्तन द्वारा वापस आने की संभावना नहीं रहती है। इस प्रकार छिद्र O पर आपतित विकिरण पूर्णत: अवशोषित हो जाते है। अत: छिद्र O आदर्श कृष्णिका की भाँति कार्य करता है। यदि गोले को एक निश्चित ताप पर गर्म किया जाये, तो छिद्र से निकलने वाला विकिरण आदर्श कृष्णिका का विकिरण ही होता है। इसकी दीवारों को काला व सुचालक धातु के पदार्थ का इसलिए बनाया जाता है ताकि वह सुगमता से तापीय साम्यावस्था प्राप्त कर सके।



चित्र 12.20

12.11.1 अवशोषण क्षमता (Absorption Power)

(a) स्पैक्ट्रमी अवशोषण क्षमता (a_λ) (Spectral absorption power): नियत ताप पर किसी समय में किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल द्वारा किसी तरंगदैर्ध्य परास λ व $\lambda + d\lambda$ के अवशोषित विकिरणों की मात्रा तथा उसी समय में उस पर आपतित कुल विकिरणों की मात्रा के अनुपात को उस पृष्ठ की तरंगदैर्ध्य λ पर स्पैक्ट्रमी या एकवर्णी अवशोषण क्षमता कहते हैं। इसे a_λ द्वारा व्यक्त करते हैं। आदर्श कृष्णिका के लिए $a_\lambda = 1$ होता है।

यदि किसी समय पृष्ठ पर λ तथा $\lambda + d\lambda$ तरंगदैर्ध्य परास में आपतित विकिरणों की कुल मात्रा Q तथा पृष्ठ द्वारा अवशोषित विकिरणों की मात्रा Q_a हो तो

$$a_\lambda = \frac{Q_a}{Q}$$

(b) अवशोषण क्षमता (a) (Absorption power): नियत ताप पर किसी पृष्ठ द्वारा किसी समय अवशोषित विकिरण की मात्रा तथा उसी समय में उस पर आपतित विकिरणों की मात्रा के अनुपात को अवशोषण क्षमता कहते हैं।

12.11.2 उत्सर्जन क्षमता (Emissive Power)

(a) स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता (e_λ)(Spectral emissive power): नियत ताप पर किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड किसी तरंगदैर्ध्य λ पर इकाई तरंगदैर्ध्य परास में उत्सर्जित विकिरण की मात्रा को उस तरंगदैर्ध्य λ पर उस पृष्ठ की स्पैक्ट्रमी अथवा एकवर्णी उत्सर्जन क्षमता कहते हैं। इसे e_λ द्वारा व्यक्त करते है। इसका मात्रक वाट/मी^{2}Å होता है। इसकी विमा $[M^1L^{-1}T^{-3}]$ होती है। इसका मान वस्तु के ताप, पृष्ठ की प्रकृति तथा तरंगदैर्ध्य λ पर निर्भर करता है।

यदि तरंगदैर्ध्य परास λ व $\lambda + d\lambda$ में हो तो

$$\text{स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता } e_\lambda = \frac{\text{पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड } \lambda \text{ तथा } \lambda + d\lambda \text{ परास के उत्सर्जित विकिरण की मात्रा}}{d\lambda}$$

अत: पृष्ठ द्वारा एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड λ तथा $\lambda + d\lambda$ परास के उत्सर्जित विकिरण की मात्रा

$$= e_\lambda d\lambda \quad \text{...(1)}$$

कृष्णिका की स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता को E_λ द्वारा व्यस्त करते हैं।

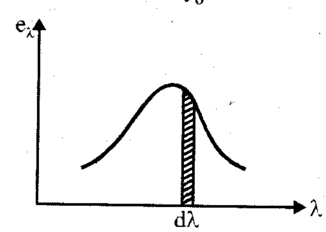
(b) कुल उत्सर्जन क्षमता (e) (Total emissive power): नियत ताप पर किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड सभी संभव तरंगदैर्ध्य (0 से ∞) के उत्सर्जित विकिरण की कुल मात्रा को उस पृष्ठ की उत्सर्जन क्षमता कहते है। इसे e द्वारा व्यक्त करते है। इसका मात्रक वाट/मीटर^2 होता है। इसकी विमा $[M^1L^0T^{-3}]$ होती है।

इसका मान वस्तु के पृष्ठ की प्रकृति तथा ताप पर निर्भर करता है।

तरंगदैर्ध्य परास λ व $\lambda + d\lambda$ में पृष्ठ द्वारा एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित विकिरण की मात्रा

$$= e_\lambda d\lambda$$

$$\therefore \text{ कुल उत्सर्जन क्षमता} \quad e = \int_0^\infty e_\lambda d\lambda \quad \text{...(2)}$$



चित्र 12.21

चित्रानुसार पट्टिका का क्षेत्रफल $= e_\lambda d\lambda$

पृष्ठ की कुल उत्सर्जन क्षमता का मान $e_\lambda - \lambda$ वक्र तथा λ अक्ष के मध्य के क्षेत्रफल के बराबर होगा।

कृष्णिका की कुल उत्सर्जन क्षमता को E द्वारा व्यक्त करते हैं।

(c) आपेक्षिक उत्सर्जकता या आपेक्षिक उत्सर्जन क्षमता (e_r) (Relative emissivity or emissive power): किसी ताप पर किसी पृष्ठ द्वारा एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित की मात्रा तथा समान परिस्थितियों में कृष्णिका के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित विकिरणों की मात्रा के अनुपात को उस पृष्ठ की उत्सर्जकता कहते है।

$$\text{उत्सर्जकता} \quad e_r = \frac{\text{पृष्ठ की उत्सर्जन क्षमता}}{\text{कृष्णिका की उत्सर्जन क्षमता}}$$

$$e_r = \frac{e}{E}$$

यह मात्रक रहित तथा विमाहीन राशि है। आपेक्षिक उत्सर्जकता का मान तरंगदैर्ध्य λ तथा पृष्ठ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

(d) उत्सर्जिकता (∈) (Emissivity): किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित विकिरण की मात्रा जबकि पृष्ठ तथा वातावरण के मध्य तापान्तर एकांक हो उत्सर्जकता कहलाती है। इसका मात्रक वाट/मी^{2}K होता है। इसकी विमा $[M^1L^0T^{-3}\theta^{-1}]$ होती है।

किसी वस्तु के पृष्ठ द्वारा उत्सर्जित विकिरण की मात्रा (Q) का मान निम्न कारकों पर निर्भर करता है-

(i) पृष्ठ के क्षेत्रफल (ii) पृष्ठ का ताप (T)
(iii) वातावरण का ताप (T_0) (iv) समय (t) तथा
(v) पृष्ठ की प्रकृति

अर्थात् $Q \propto A(T - T_0)t$

$\Rightarrow \quad Q = \in A(T - T_0)t$

यहाँ समानुपाती नियतांक ∈ को वस्तु की उत्सर्जकता कहते हैं।

यदि $A = 1, T - T_0 = 1$ तथा $t = 1$ हो तो

$\tilde{O} = \in$

प्रीवोस्ट का ऊष्मा विनिमय का सिद्धान्त (Prevost's theory of heat exchange)

इस नियम के अनुसार प्रत्येक वस्तु परम शून्य ताप (0K) से अधिक ताप पर विकिरणों का उत्सर्जन करती है तथा उस पर आपतित विकिरणों का अवशोषण भी करती है। यदि उत्सर्जित विकिरणों की मात्रा अवशोषित विकिरणों की मात्रा से अधिक हो तो वस्तु ठंडी होने लगेगी तथा अवशोषित विकिरणों की मात्रा उत्सर्जित विकिरणों की मात्रा से अधिक हो तो वस्तु गर्म होने लगेगी।

उदाहरण के लिए जब हम धूप में खड़े होते हैं तब ऊष्मा का अवशोषण अधिक व उत्सर्जन कम करते हैं जिससे हमारे शरीर के ताप में वृद्धि हो जाती है। इसके विपरीत यदि बर्फ के ब्लॉक के सामने खड़े हैं तो ऊष्मा का उत्सर्जन अधिक व अवशोषण कम करेंगें जिससे शरीर के ताप में कमी आ जाती है।

12.12 किरचॉफ का नियम (Kirchoff's Law)

इस नियम के अनुसार "निश्चित ताप पर किसी दी गयी तरंगदैर्ध्य (λ) के विकिरणों के लिए सभी वस्तुओं की स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता (e_λ) तथा स्पैक्ट्रमी अवशोषण क्षमता (a_λ) का अनुपात नियत रहता है तथा यह समान ताप वाली तरंग तरंगदैर्ध्य (λ) के लिये आदर्श कृष्णिका की स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता (E_λ) के बराबर होता है अर्थात्

$$\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = \text{नियतांक } E_\lambda$$

सत्यापन-माना कि कोई वस्तु किसी कोष्ठ में स्थित है तथा वे दोनों ऊष्मीय साम्यावस्था में है। यदि कोष्ठ द्वारा तरंगदैर्ध्य परास λ व λ + dλ में वस्तु के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल पर प्रति सेकण्ड dQ विकिरण आपतित होते है तो तरंगदैर्ध्य की इस परास में अवशोषित विकिरण की मात्रा

$$= a_\lambda dQ \quad ...(1)$$

वस्तु के ताप के कारण एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड तरंगदैर्ध्य परास λ व λ + dλ में उत्सर्जित विकिरण की मात्रा

$$= e_\lambda d\lambda \quad ...(2)$$

उष्मीय संतुलन में उत्सर्जित विकिरण की मात्रा

= अवशोषित विकिरण की मात्रा

∴ समी. (1)व (2) से,

$$e_\lambda d\lambda = a_\lambda dQ \quad ...(3)$$

कृष्णिका के लिए $e_\lambda = E_\lambda$ तथा $a_\lambda = 1$

अत: $$E_\lambda d\lambda = 1.dQ \quad ...(4)$$

समी. (3) में समी. (4) का भाग देने पर

$$\frac{e_\lambda d\lambda}{E_\lambda d\lambda} = \frac{a_\lambda dQ}{dQ}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{e_\lambda}{E_\lambda} = a_\lambda$$

$$\Rightarrow \quad \frac{e_\lambda}{a_\lambda} = E_\lambda \quad ...(5)$$

यही किरचॉफ का नियम है।

किरचॉफ नियम के अनुप्रयोग (Applications of Kirchoff's Law)

किरचॉफ नियम के अनुसार

$$\frac{e_\lambda}{a_\lambda} = E_\lambda$$

किसी दिये गये ताप पर E_λ का मान नियत होता है।

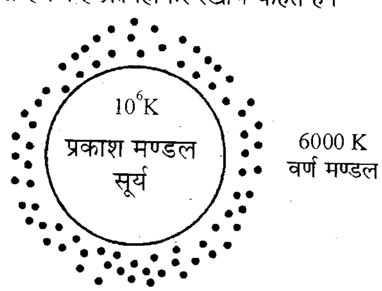
$$\therefore \quad e_\lambda \propto a_\lambda$$

इस प्रकार e_λ का मान अधिक होने पर उस वस्तु के लिए a_λ का मान भी अधिक होता है अर्थात् अच्छे उत्सर्जक, अच्छे अवशोषक होते हैं। इससे तात्पर्य है कि ठंडी अवस्था में वस्तु जिन विकिरणों को अवशोषित करती है, गर्म उत्तेजक अवस्था में वह उन्हीं विकिरणों को ही उत्सर्जित करती है।

उदाहरण 1: किरचॉफ के नियमानुसार कोई वस्तु जिस रंग का अच्छा अवशोषक होती है वह उसी रंग का अच्छा उत्सर्जक भी होती है।

लाल तथा हरा रंग एक दूसरे के पूरक होते है। लाल कांच का टुकड़ा लाल इसलिए दिखायी देता है कि वह हरे रंग को अत्यधिक मात्रा में अवशोषित कर लाल रंग को परावर्तित कर देता है। लाल कांच को अत्यधिक गर्म कर अंधेरे कमरे में लाने वह हरे रंग का अच्छा अवशोषक होने के कारण हरे रंग को अधिक उत्सर्जित करेगा अर्थात् लाल कांच अंधेरे में हरा दिखायी देता है। जबकि गर्म किया हुआ हरा कांच अंधेरे में लाल दिखाई देगा।

उदाहरण 2: फ्रॉनहॉफर रेखायें (Fraunhofer lines)– सूर्य एक तप्त दीप्त गोले के समान है। जिसके मध्य भाग का ताप लगभग 10^6K (केल्विन) होता है यह प्रकाश मण्डल (photosphere) कहलाता है। इसके चारों ओर गैसीय आवरण पाया जाता है जिसका ताप लगभग 6000K होता है जिसे वर्ण मण्डल (chromosphere) कहते हैं। इसमें ऑक्सीजन, हाइड्रोजन, सोडियम, कैल्शियम, लोहा तथा अन्य तत्वों की वाष्प विद्यमान होती है। प्रकाश मण्डल द्वारा उत्सर्जित विकिरण जब वर्ण मण्डल से होकर गुजरते हैं तब वर्ण मण्डल में स्थित तत्वों द्वारा उन तरंग दैर्ध्य का अवशोषण हो जाता है जिसको ये तत्व गर्म अवस्था में उत्सर्जित करते हैं। इस प्रकार पृथ्वी पर इन तरंगदैर्ध्यों के विकिरण नगण्य मात्रा में पहुँचाते हैं। जिससे सूर्य के सतत् प्रकाश के स्पैक्ट्रम में कुछ काली रेखायें दिखायी देती है जिन्हें फ्रॉनहॉफर रेखायें कहते हैं।



चित्र 12.22

पूर्ण सूर्य ग्रहण के समय प्रकाश मण्डल से आने वाला प्रकाश चन्द्रमा द्वारा रोक लिया जाता है तथा केवल वर्ण मण्डल से उत्सर्जित कम तीव्रता का प्रकाश ही पृथ्वी तक पहुँचाता है। इस स्थिति में स्पैक्ट्रम में फ्रॉनहॉफर रेखाओं के स्थान पर चमकीली रेखायें दिखायी देती है। इससे इस बात का प्रमाण मिलता है कि वायुमण्डल में इन तरंगदैर्ध्यों से संबंधित तत्व भी उपस्थित है।

12.13 वीन का विस्थापन नियम (Wien's Displacement Law)

प्रत्येक वस्तु किसी भी ताप पर सतत् तरंगदैर्ध्यों के विकिरण उत्सर्जित करती है। कृष्णिका से उत्सर्जित विकिरण में सभी तरंगदैर्ध्यों के लिए स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता (E_λ) समान नहीं होती है। जिन तरंगदैर्ध्य के लिए E_λ का मान अधिकतम होता है उसे λ_m द्वारा व्यक्त करते हैं। वीन के विस्थापन नियमानुसार "अधिकतम स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता के लिए तरंगदैर्ध्य (λ_m) का मान, कृष्णिका के परम ताप (T) के व्युत्क्रमानुपाती होता है" अर्थात्

$$\lambda_m \propto \frac{1}{T}$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_m = \frac{b}{T}$$

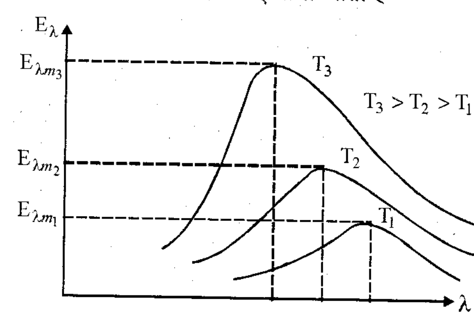
$$\Rightarrow \quad \lambda_m T = b \quad ....(1)$$

यहाँ b वीन नियतांक कहलाता है इसका मान 2.898×10^{-3} मी. केल्विन होता है। वीन के विस्थापन नियम से दूरस्थ तारों, ग्रहों, उपग्रहों व भट्टियों का ताप ज्ञात किया जा सकता है।

12.13.1 कृष्णिका के लिए स्पैक्ट्रमी ऊर्जा वितरण (Spectrum Energy Distribution for Blackbody)

कृष्णिका वस्तु से उत्सर्जित विकिरण में सभी सम्भावित तरंगदैर्ध्य के विकिरण प्राप्त होते हैं। जिनसे प्राप्त स्पैक्ट्रम सतत् होता है। सन् 1879 में ल्यूमर तथा प्रिंगशैम ने कृष्णिका वस्तु के लिए भिन्न-भिन्न परम तापों पर स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता E_λ तथा तरंगदैर्ध्य λ के मध्य ग्राफ खींचा यह ग्राफ स्पैक्ट्रमी ऊर्जा वितरण ग्राफ कहलाता है।

इनमें निम्नलिखित विशेषताएँ पायी जाती हैं—



चित्र 12.23

(i) ऊर्जा वितरण का वक्र सतत् (Contiuous) प्राप्त होता है। प्रत्येक परम ताप पर प्रत्येक तरंग दैर्ध्य के विकिरण उत्सर्जित होते हैं।

(ii) तरंगदैर्ध्य λ का मान बढ़ने पर स्पैक्ट्रमी उत्सर्जन क्षमता E_λ का मान पहले बढ़ता है फिर एक विशिष्ट तरंग दैर्ध्य λ_m पर E_λ का अधिकतम मान $E_{\lambda m}$ प्राप्त होता है फिर λ के बढ़ने पर E_λ का मान घटता है।

(iii) परम ताप के बढ़ने पर $E_{\lambda m}$ का मान भी बढ़ता है।

(iv) परम ताप में वृद्धि होने पर वक्र का शिखर कम तरंगदैर्ध्य की ओर विस्थापित होता है अर्थात् λ_m का मान परम ताप T के व्युत्क्रमानुपाती होता है—

$$\lambda_m \propto \frac{1}{T}$$

यह वीन का विस्थापन नियम कहलाता है।

(v) $E_{\lambda m}$ का मान परम ताप के पंचम घात के समानुपाती होता है अर्थात्

$$E_{\lambda m} \propto T^5$$

यह वीन का पंचम घात नियम कहलाता है।

12.14 स्टीफन का नियम (Stefan's Law)

सन् 1879 में स्टीफन ने वस्तु द्वारा कुल ऊष्मीय विकिरण के उत्सर्जन की दर तथा वस्तु के ताप में सम्बन्ध का नियम दिया जिसके अनुसार "किसी कृष्णिका के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल द्वारा प्रति सेकण्ड उत्सर्जित होने वाली विकिरण ऊर्जा (E) उसके परम ताप (T) की चतुर्थ घात के समानुपाती होती है" अर्थात्

$$E \propto T^4$$

$$\Rightarrow \quad E = \sigma T^4$$

यहाँ σ एक नियतांक है जिसे स्टीफन नियतांक कहते हैं। इसका मान 5.67×10^{-8} जूल/मी.^{2} से. K^4 या $\left(\frac{\text{वॉट}}{\text{मी.}^2 K^4}\right)$ या 5.67×10^{-5} $\left(\frac{\text{अर्ग}}{\text{सेमी.}^2 \text{ से.} K^4}\right)$ होता है।

सन् 1884 में वोल्ट्जमान ने आदर्श कृष्णिका के लिये इस नियम को ऊष्मागतिकी के सिद्धान्तों के आधार पर सिद्ध किया। इस कारण इस नियम को स्टीफन-वोल्ट्जमान का नियम भी कहते हैं। यह नियम केवल उत्सर्जित ऊष्मीय विकिरण ऊर्जा के बारे में बताता है जबकि वस्तु के परिणामी विकिरण हानि की दर को नहीं बताता है अत: इस स्थिति में प्रीवोस्ट के नियम से परिवेश से प्राप्त विकिरण ऊर्जा को भी गणना में प्रयुक्त करते हैं।

शीतलन की दर (किसी वस्तु द्वारा उत्सर्जित कुल विकिरण की मात्रा) (Rate of Cooling)

माना कि T परम ताप की कृष्णिका किसी परिवेश में स्थित है जिसका परम ताप T_0 है। यदि $T > T_0$ हो तो कृष्णिका द्वारा एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा

$$= \sigma T^4 \quad .....(1)$$

यदि परिवेश को भी कृष्णिका माना जाये तब परिवेश के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा

$$= \sigma T_0^4 \quad .....(2)$$

अत: कृष्णिका के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल द्वारा अवशोषित विकिरण ऊर्जा

$$= \sigma T_0^4 \quad ......(3)$$

इस प्रकार कृष्णिका के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल द्वारा प्रति सेकण्ड परिणामी उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा

$$E = \sigma T^4 - \sigma T_0^4$$

$$= \sigma (T^4 - T_0^4) \quad .....(4)$$

यदि वस्तु आदर्श कृष्णिका नहीं हो तो

$$E = \sigma \in_r (T^4 - T_0^4) \quad .....(5)$$

यहाँ $\in_r$ वस्तु की उत्सर्जकता है।

यदि वस्तु का क्षेत्रफल A हो तो dt समय में वस्तु द्वारा उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा

$$dQ = \sigma \in_r A dt (T^4 - T_0^4) \text{ जूल}$$

$$dQ = \frac{\sigma \in_r A dt}{J}(T^4 - T_0^4) \text{ कैलोरी}$$

$\therefore$ वस्तु द्वारा उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा की दर अर्थात् वस्तु के शीतलन की दर

$$R = \frac{dQ}{dt} = \frac{\sigma \in_r A}{J}(T^4 - T_0^4) \text{ कैलोरी/से.} \quad ......(6)$$

यह नियम स्टीफन का शीतलन नियम कहलाता है।

ऊपर यदि वस्तु का द्रव्यमान m तथा विशिष्ट ऊष्मा s हो तो शीतलन की दर

$$\frac{dQ}{dt} = ms\frac{dT}{dt}$$

यहाँ $\frac{dT}{dt}$ ताप गिरने की दर है।

अत: $$ms\frac{dT}{dt} = \frac{\sigma \in_r A}{J}(T^4 - T_0^4) \quad .....(7)$$

∴ ताप गिरने की दर

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sigma \in_r A}{msJ}(T^4 - T_0^4) \text{ डिग्री/से.} \quad ....(8)$$

महत्त्वपूर्ण तथ्य

(1) जब कोई वस्तु ठंडी होती है तो ठंडा होने की दर निर्भर करती है—

(i) विकिरक सतह की प्रकृति पर अर्थात् उत्सर्जकता का मान अधिक होता है तो ठंडा होने की दर अधिक होती है।

(ii) विकिरक सतह के क्षेत्रफल पर अर्थात् विकिरक सतह का क्षेत्रफल अधिक होने पर ठंडा होने की दर अधिक होती है।

(iii) विकिरक पिण्ड के द्रव्यमान पर अर्थात् विकिरक पिण्ड का द्रव्यमान अधिक होने पर ठंडा होने की दर कम होती है।

(iv) विकिरक पिण्ड के विशिष्ट ऊष्मा पर अर्थात् विकिरक पिण्ड की विशिष्ट ऊष्मा अधिक होने पर ठंडा होने की दर कम होती है।

(v) विकिरक पिण्ड के तापक्रम पर अर्थात् पिण्ड का तापक्रम अधिक होने पर ठंडा होने की दर तेज होती है।

(vi) परिवेश के तापक्रम पर अर्थात् परिवेश का तापक्रम अधिक होने पर ठंडा होने की दर कम होती है।

(2) उत्सर्जकता ($\in_r$) मात्रक रहित तथा विमाहीन होती है।

12.14.1 स्टीफन के नियम से न्यूटन के शीतलन नियम की व्युत्पत्ति (Derivation of Newton's Law of Cooling from Stefan's Law)

माना कि किसी कृष्ण वस्तु का परम ताप T तथा परिवेश का परम ताप T_0 है। कृष्णिका के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित ऊर्जा

$$E = \sigma (T^4 - T_0^4)$$

यदि कृष्णिका का पृष्ठीय क्षेत्रफल A हो तो कृष्णिका के शीतलन की दर

$$\frac{dQ}{dt} = R = \sigma A(T^4 - T_0^4) \quad ....(1)$$

यदि कृष्णिका तथा परिवेश का तापान्तर dT हो तो

$$T - T_0 = dT \quad .....(2)$$

$$\Rightarrow \quad T = T_0 + dT \quad .....(3)$$

समी. (3) से T का मान समी. (1) में रखने पर

$$R = \sigma A\left[(T_0 + dT)^4 - T_0^4\right]$$

$$= \sigma A[T_0^4 \left(1 + \frac{dT}{T_0}\right)^4 - T_0^4]$$

$$= \sigma A T_0^4\left[\left(1 + \frac{dT}{T_0}\right)^4 - 1\right]$$

द्विपद प्रमेय से (Binomial Theorem)—

$$\left(1 + \frac{dT}{T_0}\right)^4 = 1 + 4\frac{dT}{T_0} \quad \text{यहाँ} \quad \because dT << T_0$$

$$\therefore \quad R = \sigma A T_0^4 \left(1 + 4\frac{dT}{T_0} - 1\right)$$

$$= 4\sigma A T_0^3 \, dT$$

समी. (2) से dT का मान रखने पर

$$R = 4\sigma A T_0^3 (T - T_0)$$

यदि $K = 4\sigma A T_0^3$ (नियतांक) हो तो

$$R = K(T - T_0)$$

$$\Rightarrow \quad R \propto (T - T_0)$$

अर्थात् वस्तु के शीतलन की दर, ताप आधिक्य के समानुपाती होती है। यही न्यूटन का शीतलन का नियम है।

यदि वस्तु तथा परिवेश का ताप आधिक्य अधिक हो तो शीतलन की दर $(T^4 - T_0^4)$ के समानुपाती होगी।

न्यूटन के शीतलन नियम की सहायता से किसी द्रव की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात की जा सकती है।

यदि कैलोरीमापी का जल तुल्यांक (द्रव्यमान व विशिष्ट ऊष्मा का गुणनफल) W है, जल का द्रव्यमान m है, समान आयतन के द्रव का द्रव्यमान M है तथा जल व द्रव की विशिष्ठ ऊष्माएँ क्रमशः s व S है तो न्यूटन के शीतलन के नियमानुसार समान क्षेत्रफल के लिए

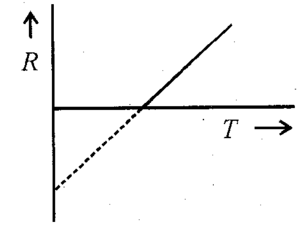
$$\frac{(ms + W)(T_1 - T_2)}{t_1} = \frac{(MS + W)(T_1 - T_2)}{t_2}$$

$$\frac{(ms + W)}{t_1} = \frac{(MS + W)}{t_2} \quad .....(1)$$

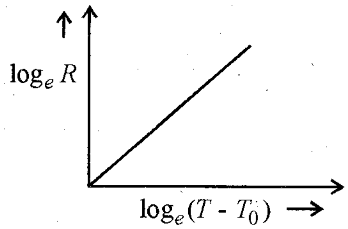
समी. (1) की सहायता से द्रव की विशिष्ठ ऊष्मा S ज्ञात की जा सकती है।

महत्त्वपूर्ण तथ्य

1. **आदर्श कृष्णिका**-यदि कोई वस्तु अपने पृष्ठ पर आपतित कुल विकिरणों को पूर्णत: अवशोषित कर लेती है तो उसे आदर्श कृष्णिका कहते हैं।
2. आदर्श कृष्णिका का अवशोषण गुणंक एक होता है।
3. एक कृष्ण पिण्ड से उत्सर्जित विकिरण की प्रकृति केवल उसके ताप पर निर्भर करती है।
4. कृष्ण पिण्ड विकिरण ऊर्जा का अवशोषण तथा उत्सर्जन हल्के रंगों के पिण्डों की अपेक्षा अधिक करते हैं।
5. गर्मियों में हम श्वेत तथा हल्के रंगों के वस्त्र पहनते हैं ताकि वे सूर्य की ऊष्मा को कम से कम अवशोषित कर सकें। परन्तु सर्दियों में हम गहरे रंगों के वस्त्र पहनते हैं जिससे वे सूर्य से ऊष्मा अधिक अवशोषित कर हमें गर्म रख सकें।
6. थर्मस बोतल एक ऐसी युक्ति है जो बोतल की अंतर्वस्तु तथा बाहरी परिवेश के बीच ऊष्मा स्थानांतरण को कम कर देती है। यह दोहरी दीवारों का काँच का एक बर्तन होता है जिसकी भीतरी तथा बाहरी दीवारों पर चाँदी का लेप होता है। भीतरी दीवार से विकिरण परावर्तित होकर बोतल की अंतर्वस्तु में ही वापस लौट आते हैं। इसी प्रकार बाहरी दीवार भी बाहर से आने वाली विकिरणों को वापस परावर्तित कर देती है। दीवारों के बीच के स्थान को निर्वातित करके चालन तथा संवहन द्वारा होने वाले ऊष्मा हानि को घटाया जाता है तथा फ्लास्क को ऊष्मारोधी जैसे कॉर्क पर टिकाया जाता है। इस प्रकार यह युक्ति तप्त अंतर्वस्तु जैसे दूध को ठंडे होने से बचाने में उपयोगी अथवा ठंडी अंतर्वस्तुओं का भंडारण करने में भी उपयोगी है।
7. ताप गिरने की दर R तथा वस्तु के ताप (T) के मध्य वक्र



8. $\log_e R$ तथा $\log_e(T-T_0)$ के मध्य वक्र



9. यदि दो या दो से अधिक द्रवों को समान परिस्थितियों (पृष्ठ क्षेत्रफल, तापान्तर तथा समयान्तर समान) में ठंडा किया जाए तो उनके शीतलन की दर भी समान होगी

अर्थात् $$\frac{dQ}{dt} = R_1 = R_2$$

10. यदि दो या दो से अधिक द्रवों को समान परिस्थितियों में ठण्डा किया जाए तो उनके ताप गिरने की दर $\left(\frac{dT}{dt}\right)$ समान नहीं होगी।

$$\frac{dT}{dt} \propto \frac{1}{ms}$$

जिस द्रव की विशिष्ट ऊष्मा धारिता अधिक होगी उसकी ताप गिरने की दर कम होगी।

11. कम विशिष्ट ऊष्मा धारिता वाले ठोस अथवा द्रव तेजी से गर्म अथवा ठंडे होते हैं जबकि अधिक विशिष्ट ऊष्मा धारिता वाले धीरे-धीरे गर्म अथवा ठंडे होते हैं।

उदा. 19. सूर्य तथा चन्द्रमा से उत्सर्जित विकिरण में अधिकतम उत्सर्जन क्षमता के लिए तरंगदैर्ध्य क्रमशः 4753 Å तथा 1400 × 10³ Å है। सूर्य तथा चन्द्रमा के तापों की तुलना कीजिये।

हल : वीन के विस्थापन नियम से

सूर्य के लिए

$$(\lambda_m)_s T_S = b$$

$$\Rightarrow \quad T_S = \frac{b}{(\lambda_m)_s} \quad ....(1)$$

चन्द्रमा के लिए

$$(\lambda_m)_M T_M = b$$

$$\Rightarrow \quad T_M = \frac{b}{(\lambda_m)_M} \quad ....(2)$$

$$\therefore \quad \frac{T_S}{T_M} = \frac{(\lambda_m)_M}{(\lambda_m)_S} = \frac{1400\times10^2}{4753} = \frac{29.45}{1}$$

$$\therefore \quad T_S : T_M = 29.45 : 1$$

उदा. 20. यदि चन्द्रमा की अधिकतम उत्सर्जन क्षमता के लिये तरंगदैर्ध्य 14 μm है तो चन्द्रमा की सतह के ताप की गणना करो? (पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.5)

हल : $\lambda_m = 14\,\mu m = 14\times10^{-6}$ m

$b = 2.90\times10^{-3}$ mK

तब वीन के विस्थापन नियम से

$$\lambda_m T = b$$

$$T = \frac{b}{\lambda_m}$$

$$T = \frac{2.9\times10^{-3}}{14\times10^{-6}}$$

$$T = 207\text{ K}$$

उदा. 21. किसी गर्म वस्तु की सतह का ताप 1027 °C है तो वस्तु की अधिकतम उत्सर्जन क्षमता के लिये तरंगदैर्ध्य की गणना करो? $(b = 2.9\times10^{-3}\text{m K})$ **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.6)**

हल : दिया गया है–

$$T = 1027+273 = 1300\text{ K}$$

$$b = 2.9\times10^{-3}\text{ m K}$$

तब वीन के विस्थापन नियम से

$$\lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.9\times10^{-3}}{1300}$$

$$\lambda_m = 2.2307\times10^{-6}\text{ m}$$

उदा.22. एक तारे के स्पैक्ट्रम में प्रकाश की अधिकतम तीव्रता 7000Å तरंगदैर्ध्य पर प्राप्त होती है तो तारे का ताप ज्ञात कीजिये। वीन नियतांक b = 3 × 10⁻³ मी.-केल्विन।

हल : वीन के विस्थापन नियम से

$$\lambda_m T = b$$

$$\Rightarrow \quad T = \frac{b}{\lambda_m} = \frac{3\times10^{-3}}{7000\times10^{-10}} = 4285\text{K}$$

$$= 4285 - 273 = 4012°\text{C}$$

उदा.23. यदि सूर्य के अधिकतम उत्सर्जन क्षमता के लिये तरंगदैर्ध्य 4753 Å है तथा सूर्य का ताप 6100 K है तो उस तारे का ताप ज्ञात करो जिसके लिये तरंगदैर्ध्य 9500 Å है? (पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.7)

हल : दिया गया है–

सूर्य के लिये $\lambda_m = 4753$ Å, $T = 6100$K

तथा तारे के लिये $\lambda_m' = 4500$ Å, $T' = ?$

वीन के विस्थापन नियम से $\lambda_m T = \lambda_m' T'$

$$T' = \frac{\lambda_m T}{\lambda_m'}$$

$$T' = \frac{4753\times6100}{9500}$$

$$T' \simeq 3052K$$

उदा.24. एक कृष्णिका के पृष्ठ का क्षेत्रफल 5 × 10⁻⁴ मी.² तथा ताप 727°C है। यह प्रति मिनिट कितनी ऊष्मा विकिरित करेगा? (स्टीफन नियतांक = 5.67 × 10⁻⁸ जूल/मी.² से. K⁴)

हल—कृष्णिका के एकांक पृष्ठीय क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड उत्सर्जित ऊष्मीय ऊर्जा $E = \sigma T^4$

यदि कृष्णिका का पृष्ठीय क्षेत्रफल A हो तो t समय में कृष्णिका द्वारा कुल उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा अर्थात् ऊष्मा

$$Q = EAt = \sigma T^4 At$$

दिया गया है— T = 727°C = 727 + 273 = 1000K

A = 5 × 10^{-4} मी.^{2}, t = 1 मिनिट = 60 सेकण्ड

$\therefore Q = 5.67 \times 10^{-8} \times (10000)^4 \times 5 \times 10^{-4} \times 60$

$= 1.7 \times 10^3$ जूल

उदा. 25: 227 °C ताप पर 10 cm व्यास के गोले से विकिरण द्वारा उत्सर्जित प्रति सेकण्ड अधिकतम ऊष्मा का मान ज्ञात करो जब इसे 27 °C ताप पर कोटर में रखा जाता है।

$[\sigma = 5.7\times10^{-12}\,\text{Wcm}^{-2}\,\text{K}^{-4}]$ **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.8)**

हल : दिया गया है–

T=227 °C=227+273=500K

तथा T_0=27 °C=27+273=300K

व्यास $2r$=10 cm ⇒ त्रिज्या $r = 0.05\,\text{m}$

∵ गोले का पृष्ठ क्षेत्रफल $A=4\pi r^2$

गोले से अधिकतम ऊष्मा उत्सर्जन तब होगा जब वह कृष्णिका की तरह व्यवहार करेगा तब गोले के सम्पूर्ण पृष्ठ से ऊष्मा की हानि की कुल दर अर्थात् शीतलन की दर

$$R = \frac{\sigma A}{J}(T^4 - T_0^4)\ \frac{\text{कैलोरी}}{\text{सेकण्ड}}$$

$$R = \frac{5.7\times10^{-8}\times4\times3.14\times(0.05)^2}{4.2}\,[(500)^4 - (300)^4]$$

$$\sigma = 5.7\times10^{-12}\,\text{W cm}^{-2}\text{K}^{-4} = 5.7\times10^{-8}\,\text{W m}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$\because \quad J = 4.2\ \text{JK}^{-1}$$

$$R = 23.3\,\frac{\text{कैलोरी}}{\text{सेकण्ड}}$$

उदा.26: यदि सूर्य के प्रत्येक वर्ग सेमी पृष्ठ से ऊर्जा 1.5×10^3 cal $s^{-1}cm^{-2}$ की दर से विकिरण हो और स्टीफन नियतांक 5.7×10^8 J $s^{-1}m^{-1}K^{-4}$ हो तो सूर्य के पृष्ठ का ताप ज्ञात कीजिये ? **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.9)**

हल : दिया गया है–

$$E = 1.5\times10^3\ \text{cal cm}^{-2}s^{-1}$$

$$E = 1.5\times10^3\times4.2\times10^4\ \text{Jm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

$$\sigma = 5.7\times10^8\ \text{J s}^{-1}\text{m}^{-1}\text{K}^{-4}$$

$$E = \sigma T^4 \qquad (\because T >> T_0)$$

$$\therefore \quad T^4 = \frac{E}{\sigma} = \frac{1.5\times10^7\times4.2}{5.7\times10^{-8}}$$

$$T = \left[\frac{1.5\times4.2}{5.7}\times10^{15}\right]^{1/4} = 5764\text{K}$$

उदा.27. एक निर्वातित पात्र में जिसकी दीवारें 15°C ताप पर है एक काले किये हुए 0.01 मी. त्रिज्या के तांबे के गोले को रखा जाता है। गोले को 16.1°C से 15.9°C तक ठंडा होने में लगा समय ज्ञात करो। (स्टीफन नियतांक = 5.7 × 10^{-8} जूल/मी.^{2} से. K^4) ताँबे की विशिष्ट ऊष्मा 0.1, ताँबे का घनत्व = 8.9 ग्राम/सेमी.^{3}।

हल : काले किये हुए गोले के पृष्ठ के ताप गिरने की दर

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\sigma A}{msJ}(T^4 - T_0^4)\ \text{°C/से.}$$

∵ गोले का क्षेत्रफल A = 4πr^2

द्रव्यमान = घनत्व × आयतन

$$m = d\times\frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\therefore \quad \frac{dT}{dt} = \frac{\sigma 4\pi r^2\times3}{d\times4\pi r^3 sJ}(T^4 - T_0^4)\ \text{°C/से.}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \frac{3\sigma}{drsJ}(T^4 - T_0^4)$$

$$\Rightarrow \quad dt = \frac{drsJ(dT)}{3\sigma(T^4 - T_0^4)}$$

दिया गया है—घनत्व d = 8.9 × 10^3 किग्रा./मी.^{3}

r = 0.01 मी., s = 0.1

J = 4.2 × 10^3 जूल/कि. कैलोरी

dT = 16.1 – 15.9 = 0.2°C

$$\sigma = 5.7\times10^{-8}\ \frac{\text{जूल}}{\text{मी.}^2\times\text{से.}\times K^4}$$

वस्तु का औसत ताप $T = \frac{16.1+15.9}{2} = 16°\text{C}$

= 16 + 273 = 289 K

T_0 = 15°C = 15 + 273 = 288 K

$$\therefore \quad dt = \frac{8.9\times10^3\times0.01\times0.1\times4.2\times10^3\times0.2}{3\times5.7\times10^{-8}[289^4 - 288^4]}$$

= 455.3 सेकण्ड

उदा.28: दो वस्तुओं A व B एक कोष्ठ में रखी है जिसका ताप 27 °C है। यदि A व B का ताप क्रमशः 527 °C व 127 °C है तो उनकी ऊष्मा उत्सर्जन की दरों की तुलना करो? **(पाठ्यपुस्तक उदाहरण 12.10)**

हल : दिया गया है–

T_A=527 °C=527+273=800K

T_B=127 °C=127+2732=400K

T_0=27 °C=27+273=300K

जहाँ T_A व T_B क्रमशः A व B के ताप है तब स्टीफन नियम से

$$E_A = \sigma(T_1^4 - T_0^4) \text{ व } E_B = \sigma(T_2^4 - T_0^4)$$

$$\therefore \quad \frac{E_A}{E_B} = \frac{T_A^4 - T_0^4}{T_B^4 - T_0^4} = \frac{(800)^4 - (300)^4}{(600)^4 - (300)^4} = 23$$

विविध उदाहरण

उदा.29. प्लेटिनम प्रतिरोध तापमापी का प्रतिरोध जल के त्रिक बिन्दु पर 27.3 ओम होता है। जब इसे उबलते हुए जल मे रखा जाता है। तो प्रतिरोध 37.29 ओम हो जाता है। जल का क्वथनांक ज्ञात करो।

हल: दिया गया है–

$$R_{Tr} = 27.3\,\Omega$$
$$R_T = 37.29\,\Omega$$

अज्ञात ताप $$T = 273.16 \times \frac{R_T}{R_{Tr}}$$
$$= 273.16 \times \frac{37.29}{27.3}$$
$$= 373.11\,K$$

उदा.30. यदि आदर्श गैस का ताप वाष्प बिन्दु 373.15 K हो तो वाष्प बिन्दु पर आदर्श गैस के दाबों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

हल: दिया गया है–

$$T = 373.15\,K$$

अज्ञात ताप $$T = 273.16 \times \frac{P_T}{P_{Tr}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{P_T}{P_{Tr}} = \frac{T}{273.16} = \frac{373.15}{273.16}$$
$$= \frac{1.366}{1}$$

$$\therefore \quad P_T : P_{Tr} = 1.366 : 1$$

उदा.31. कांच का रेखीय प्रसार गुणांक $8 \times 10^{-6}\,K^{-1}$ तथा पारे का आयतन प्रसार गुणांक $18 \times 10^{-5}\,K^{-1}$ है। 300 सेमी.^{3} के एक फ्लास्क में कितने आयतन का पारा लिया जाना चाहिए कि प्रत्येक ताप पर फ्लास्क का पारा रहित आयतन समान रहे।

हल: यदि पारे तथा कांच के फ्लास्क का प्रसार समान हो तो फ्लास्क का पारा रहित आयतन सदैव नियत रहेगा।

∴ आयतन प्रसार गुणांक

$$\gamma = \frac{(\Delta V/V)}{\Delta T}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V = V\gamma\Delta T$$

$$\therefore \quad V_m = \frac{V_g\gamma_g}{\gamma_m} = \frac{V_g(3\alpha_g)}{\gamma_m}$$

$$V_m = \frac{300 \times 3 \times 8 \times 10^{-6}}{18 \times 10^{-5}}$$

$$= \frac{720}{18} = 40 \text{ सेमी.}^3$$

उदा.32. एक जल प्रताप 250 मीटर की ऊँचाई से धरातल पर गिरता है। जल के ताप में हुई वृद्धि का परिकलन कीजिए यदि सम्पूर्ण उत्पत्र ऊष्मा जल में ही निहित रहती है। ($g = 9.8$ मी./से.^{2}, $J = 4.18 \times 10^3$ जूल/किलोकैलोरी)

हल: दिया गया है– $h = 250$ मीटर

यदि जल का द्रव्यमान m हो तो जल की ऊँचाई पर स्थितिज ऊर्जा $= mgh$

उत्पत्र ऊष्मा $$Q = \frac{mgh}{J} \text{ किलोकैलोरी}$$

$$Q = \frac{m \times 9.8 \times 250}{4.18 \times 10^3}$$

$$= 0.59\,m \text{ किलोकैलोरी}$$

यदि यह ऊष्मा जल का ताप ΔT बढ़ा देती है तो

$$Q = ms\Delta T = 0.59\,m$$

$$\Rightarrow \quad \Delta T = \frac{0.59m}{ms} = \frac{0.59m}{m \times 1}$$

$$\Delta T = 0.59°C$$

उदा.33. धातु की दो समतल प्लेटों X तथा Y को सतह से सतह जोड़कर रखा गया है। इनकी बाहरी सतहों के ताप क्रमशः 100°C तथा 0°C नियत रहते हैं। यदि X तथा Y प्लेटों की मोटाईयाँ क्रमशः 2 सेमी. तथा 1 सेमी. हो तो उभयनिष्ठ सतह का ताप ज्ञात करो। (प्लेट X की ऊष्मा चालकता 10 कैलोरी/मी. से. K तथा प्लेट Y की ऊष्मा चालकता 20 कैलोरी/मी. से. K)

हल : यदि प्लेटों का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल A तथा उभयनिष्ठ सतह का ताप T_0 है तब स्थायी तापीय अवस्था में जिस दर से प्लेट X उभयनिष्ठ सतह को ऊष्मा देगी उसी दर से उभयनिष्ठ सतह प्लेट Y को ऊष्मा देगी।

$$\therefore \quad \frac{\Delta Q}{\Delta t} = -KA\frac{\Delta T}{\Delta x} \text{ से}$$

$$\frac{K_1A(T_1 - T_0)}{d_1} = \frac{K_2A(T_0 - T_2)}{d_2}$$

जहाँ $T_1 = 100°C = 373K$

$T_2 = 0°C = 273K$

$$\Rightarrow \quad \frac{10 \times (373 - T_0)}{2 \times 10^{-2}} = \frac{20 \times (T_0 - 273)}{1 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow \quad 373 - T_0 = 4T_0 - 1092$$

$$\Rightarrow \quad 5T_0 = 1465 \Rightarrow T_0 = \frac{1465}{5} = 293K = 20°C$$

उदा.34. 5×10^{-3} मी. मोटाई की ताँबे की चादर से बने एक पात्र का पृष्ठ क्षेत्रफल 1 मी.^{2} है। पात्र में बर्फ भरकर इसे 100°C ताप वाले पानी में डुबोकर रखा जाता है। बर्फ के पिघलने की दर ज्ञात कीजिए। ताँबे की चालकता 302.4 जूल/से. मी. K तथा बर्फ के पिघलने की गुप्त ऊष्मा 336×10^3 जूल/किग्रा. है।

हल : ताँबे की चादर द्वारा चालित ऊष्मा का उपयोग बर्फ के पिघलने में होगा।

ऊष्मा प्रवाह की दर

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = KA\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

यदि t समय में बर्फ का m द्रव्यमान पिघल रहा हो तो

$$Q = mL$$

जहाँ L बर्फ के पिघलने की गुप्त ऊष्मा है।

अतः बर्फ के पिघलने की दर

$$m = \frac{KA}{L}\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

$$= \frac{302.4 \times 1 \times (373 - 273)}{336 \times 10^3 \times 5 \times 10^{-3}}$$

$$= 18 \text{ किग्रा./से.}$$

उदा.35. एक कुचालक प्लेट का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल 100 सेमी.^{2} है तथा मोटाई 2 सेमी. है। इसका ऊष्मा चालकता गुणांक 2 कैलोरी/से. सेमी. °C है। यदि प्लेट के दोनों सिरों के बीच तापान्तर 50°C है तो गणना कीजिए कि 10 घण्टे में इस प्लेट से कितनी ऊष्मा प्रवाहित होगी ?

हल : ऊष्मा प्रवाह की कुल मात्रा

$$Q = KA\left(\frac{T_1 - T_2}{d}\right)t$$

दिया गया है—

$K = 2$ कैलोरी/से. सेमी. °C

$= 2 \times 10^{-3}$ कि. कैलोरी/से. (10^{-2} मी.) °C

$= 2 \times 10^{-5}$ कि. कैलोरी/मी. से. °C

$A = 100$ सेमी.^{2} $= 100 \times 10^{-4}$ मी.^{2}

t = 10 घंटे = 36000 से.

$T_1 - T_2 = 50°C$

$$Q = 2\times10^{-5}\times100\times10^{-4}\left[\frac{50}{2\times10^{-2}}\right]\times36000$$

= 18 किलोकैलोरी

उदा.36. एक वस्तु 10 मिनिट में 60°C से 50°C तक ठण्डी होती है। यदि कमरे का ताप 25°C हो तो अगले 10 मिनिट के बाद उसके ताप की गणना करो।

हल : न्यूटन के शीतलन के नियम से

$$\frac{T_1 - T_2}{t} = K\left[\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right]$$

पहले 10 मिनिट के लिए

$$\frac{60-50}{10} = K\left[\frac{60+50}{2} - 25\right] \quad .....(1)$$

दूसरे 10 मिनिट के लिए

$$\frac{50-T}{10} = K\left[\frac{50+T}{2} - 25\right] \quad ....(2)$$

समी. (1) में (2) का भाग देने पर

$$\frac{60-50}{50-T} = \frac{30\times2}{T}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{10}{50-T} = \frac{60}{T}$$

$$\Rightarrow \quad T = 300 - 6T$$

$$\Rightarrow \quad 7T = 300 \quad \Rightarrow \quad T = \frac{300}{7} = 42.85°C$$

उदा.37. एक कैलोरीमापी का जल तुल्यांक 10 ग्राम है। उसमें 50 ग्राम पानी है। जिसको 80°C तक शीतलन में 4 मिनिट लगते हैं। जब कैलोरीमापी में 40 ग्राम द्रव लिया जाता है तो उसी तापान्तर से शीतलन में 130 सेकण्ड लगते हैं द्रव की विशिष्ट ऊष्मा ज्ञात कीजिये।

हल : न्यूटन के शीतलन के नियम से

$$\frac{ms+W}{t_1} = \frac{MS+W}{t_2}$$

दिया गया है—

W = 10 ग्राम, m = 50 ग्राम,

s = 1 कैलोरी/ग्राम°C,

t_1 = 4 मिनिट = 4 × 60 सेकण्ड

M = 40 ग्राम, t_2 = 130 सेकण्ड

$$\frac{50\times1+10}{4\times60} = \frac{40S+10}{130}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{4} = \frac{40S+10}{130}$$

$$\Rightarrow \quad 40S + 10 = \frac{130}{4} = 32.5$$

$$\Rightarrow \quad 40S = 22.5$$

$$\Rightarrow \quad S = \frac{22.5}{40} = 0.56 \text{ कैलोरी/ग्राम °C}$$

उदा.38. एक वस्तु के 2000 K ताप पर 1.6 μm तरंगदैर्ध्य के विकिरण उत्सर्जित होते हैं। 1600K ताप पर संगत तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो।

हल : वीन के विस्थापन नियम से

$$\lambda_m \propto \frac{1}{T}$$

$$\therefore \quad \frac{(\lambda_m)_1}{(\lambda_m)_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Rightarrow \quad (\lambda_m)_2 = (\lambda_m)_1 \times \frac{T_1}{T_2}$$

$$(\lambda_m)_2 = 1.6\times\frac{2000}{1600} = 2\mu m$$

= 2 × 10^{-6} मीटर

उदा.39. यदि सूर्य 5987 K पर अधिकतम ऊर्जा उत्सर्जित करता है तो सूर्य को कृष्णिका मानते हुए अधिकतम ऊर्जा स्पैक्ट्रम का तरंगदैर्ध्य ज्ञात करो। (b = 2.898 × 10^{-3} मी. K)

हल : वीन के विस्थापन नियम से

$$\lambda_m T = b$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_m = \frac{b}{T} = \frac{2.898\times10^{-3}}{5987}$$

= 4840 × 10^{-10} मी.

= 4840 Å

उदा.40. एक कृष्णिका का परम ताप आधा कर दिया जाये तो उससे उत्सर्जित ऊर्जा पर क्या प्रभाव पड़ेगा ?

हल : स्टीफन के नियम से उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा की दर

$$E = \sigma T^4$$

$$E' = \sigma\left(\frac{T}{2}\right)^4$$

$$\therefore \quad \frac{E'}{E} = \frac{\sigma\left(\frac{T}{2}\right)^4}{\sigma T^4} = \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow \quad E' = \frac{E}{16}$$

अर्थात् उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा की दर प्रारम्भिक दर की $\frac{1}{16}$ गुना रह जायेगी।

उदा.41. एक बल्ब के तन्तु को जब 16 वॉट की ऊर्जा दी जाती है तो उसका ताप 2000 K हो जाता है। अतः तन्तु को दी गई वह ऊर्जा ज्ञात करो जबकि तन्तु का ताप 3000 K हो जाये। यहाँ तन्तु काली वस्तु की तरह कार्य करता है।

हल : स्टीफन के नियम से

$$E = \sigma T^4$$

$$\Rightarrow \quad \frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4$$

$$\Rightarrow \quad E_2 = E_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4$$

$$= 16\left(\frac{3000}{2000}\right)^4 = 16\times\frac{81}{16}$$

= 81 वॉट

उदा.42. दो एक ही पदार्थ के ठोस गोलों के व्यासों का अनुपात 5 : 4 है तथा इनका ताप 227°C तथा 127°C है। यदि परिवेश का ताप 27°C हो तो

दोनों गोलों के ठण्डे होने की दरों की तुलना करो।

हल : किसी वस्तु के शीतलन की दर

$$R = \frac{\sigma \in_r A}{J}(T^4 - T_0^4)$$

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{A_1(T_1^4 - T_0^4)}{A_2(T_2^4 - T_0^4)} = \frac{4\pi r_1^2 (T_1^4 - T_0^4)}{4\pi r_2^2 (T_2^4 - T_0^4)}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \left[\frac{T_1^4 - T_0^4}{T_2^4 - T_0^4}\right]$$

दिया गया है—

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{5}{4}$$

$T_1 = 227°C = 227 + 273 = 500\,K$

$T_2 = 127°C = 127 + 273 = 400\,K$

$T_0 = 27°C = 27 + 273 = 300\,K$

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{5}{4}\right)^2 \left[\frac{500^4 - 300^4}{400^4 - 300^4}\right] = \frac{25}{16} \times \frac{544}{175} = \frac{34}{7}$$

$\therefore \quad R_1 : R_2 = 34 : 7$

उदा.43. एक पिण्ड जिसकी सतह का क्षेत्रफल 5×10^{-4} मी.^{2} तथा ताप 727°C है प्रति सेकण्ड 5 जूल ऊर्जा का विकिरण करता है। उसकी उत्सर्जकता का मान ज्ञात करो जबकि $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}$ वॉट/मी.^{2} K^4 है।

हल : किसी पिण्ड द्वारा कुल उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा

$$Q = EAt = \sigma T^4 \in_r At$$

$$\therefore \text{ उत्सर्जकता } \in_r = \frac{Q}{\sigma T^4 At}$$

दिया गया है— $A = 5 \times 10^{-4}$ मी.^{2}

$T = 727°C = 727 + 273 = 1000\,K$

$$\frac{Q}{t} = 5 \text{ जूल/से.}$$

$$\therefore \quad \in_r = \frac{5}{5.67 \times 10^{-8} \times (1000)^4 \times 5 \times 10^{-4}}$$

$$= \frac{1}{5.67} = 0.176$$

उदा.44. 10 सेमी. तथा 8 सेमी. व्यास तथा एक ही पदार्थ के दो ठोस गोलों का ताप क्रमशः 327°C तथा 227°C है। वातावरण का ताप 27°C है। स्टीफन के नियम की सहायता से दोनों गोलों की शीतलन की दरों की तुलना कीजिये।

हल : किसी वस्तु के शीतलन की दर

$$R = \frac{\sigma \in_r A}{J}(T^4 - T_0^4)$$

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{A_1}{A_2}\left[\frac{T_1^4 - T_0^4}{T_2^4 - T_0^4}\right] = \frac{4\pi r_1^2}{4\pi r_2^2}\left[\frac{T_1^4 - T_0^4}{T_2^4 - T_0^4}\right]$$

$$= \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \left[\frac{T_1^4 - T_0^4}{T_2^4 - T_0^4}\right]$$

दिया गया है— $r_1 = 5 \times 10^{-2}$ मी.

$r_2 = 4 \times 10^{-2}$ मी.

$T_1 = 327°C = 327 + 273 = 600\,K$

$T_2 = 227°C = 227 + 273 = 500\,K$

$T_0 = 27°C = 27 + 273 = 300\,K$

$$\therefore \quad \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{5 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-2}}\right)^2 \left[\frac{600^4 - 300^4}{500^4 - 300^4}\right]$$

$$= \frac{25}{16} \times \left[\frac{1296 - 81}{625 - 81}\right]$$

$$= \frac{25}{16} \times \frac{1215}{544} = \frac{3.49}{1}$$

$\therefore \quad R_1 : R_2 = 3.49 : 1$

उदा.45. समान धरातल की प्रकृति, धातु व त्रिज्या की चकती व गोले का प्रारम्भिक ताप समान है तो दोनों के शीतलन की दर का अनुपात ज्ञात करो।

हल : शीतलन की दर

$$R = \frac{\sigma \in_r A}{J}(T^4 - T_0^4)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{A_1}{A_2}\left[\frac{T^4 - T_0^4}{T^4 - T_0^4}\right] = \frac{A_1}{A_2} = \frac{\pi r^2}{4\pi r^2} = \frac{1}{4}$$

$\therefore$ चकती व गोले की शीतलन की दर का अनुपात = 1 : 4

पाठ्य पुस्तक के प्रश्न

अतिलघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1 किस ताप पर डिग्री सेन्टीग्रेड व फॉरेनहाइट पैमाना बराबर होते है।

उत्तर— −40°

हल— $\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9} \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{x - 32}{9}$

$$9x = 5x - 160$$

$$x = -40°$$

प्र.2 विशिष्ट ऊष्मा की इकाई क्या होती है?

उत्तर—विशिष्ट ऊष्मा की इकाई :

कैलोरी प्रति ग्राम प्रति केल्विन cal g^{-1} K^{-1}

या

कैलोरी प्रति मोल प्रति केल्विन cal mol^{-1} K^{-1}

प्र.3 किसी पदार्थ की तीन अवस्थाएँ (ठोस, द्रव व गैस) एक बिन्दु पर साम्यावस्था में है तो वह बिन्दु क्या कहलाता है?

उत्तर—'**त्रिक बिन्दु**' पर पदार्थ की तीनों अवस्थाएँ (ठोस, द्रव, गैस) साम्यावस्था में होती हैं।

प्र.4 ऊष्मा संचरण की किस विधि के लिये माध्यम की आवश्यकता नहीं होती है?

उत्तर—ऊष्मा संचरण की '**विकिरण विधि**' के लिये माध्यम आवश्यक नहीं होता।

प्र.5 आदर्श कृष्णिका के लिये अवशोषण गुणांक शून्य होता है यह कथन सत्य है अथवा असत्य?

उत्तर–कथन **असत्य** है।

प्र.6 किरचॉफ के नियम अनुसार अच्छे अवशोषक . . . होते है।

उत्तर–अच्छे उत्सर्जक

प्र.7 वीन के विस्थापन नियम के अनुसार अधिकतम उत्सर्जन के लिये तरंगदैर्ध्य (λ_m) व परम ताप के गुणन का मान क्या होता है?

उत्तर–$\lambda_m T = b =$ वीन का स्थिरांक $= 2.89 \times 10^{-3}$ mK

प्र.8 पूर्ण सूर्यग्रहण के समय फ्रॉनहॉफर रेखायें अपेक्षाकृत काली होती है या चमकीली?

उत्तर–पूर्ण सूर्यग्रहण के समय फ्रॉनहॉफर रेखायें अपेक्षाकृत '**चमकीली**' होती हैं।

लघूत्तरात्मक प्रश्न

प्र.1 तापमापी में पारे का उपयोग क्यों किया जाता है?

उत्तर–तापमापी में पारे का उपयोग निम्न कारणों से किया जाता है।

(i) पारे के लिये ताप में परिवर्तन के साथ आयतन में परिवर्तन की दर नियत बनी रहती है।

(ii) पारे के तापमापी की परास –30°C से 350°C तक होती है, जो अन्य द्रव तापमापी की तुलना में काफी अधिक है।

(iii) पारे के अणुओं के मध्य ससंजक बल अत्यधिक होने के कारण यह तापमापी नली की दीवारों से चिपकता नहीं है।

(iv) पारे की ऊष्माधारिता अन्य द्रवतापमापी में प्रयुक्त द्रवों की ऊष्माधारिता से काफी कम होती है, अत: ताप मापन के समय पारा तापमापी उस वस्तु से जिसका ताप ज्ञात करना होता है, अत्यल्प मात्रा में ऊष्मा लेता है।

प्र.2 ऊष्मा द्वारा बर्फ की अवस्था परिवर्तन को समझाइये।

उत्तर–ऊष्मा द्वारा बर्फ की अवस्था परिवर्तन–0°C ताप से नीचे ताप की बर्फ को जब गर्म किया जाता है तो उसका ताप इसके गलनांक ताप (0°C) तक बढ़ता है। इस ताप पर और ऊष्मा देने पर ताप में वृद्धि नहीं होती है, परन्तु बर्फ पिघलने लगती है अर्थात् अवस्था परिवर्तन की क्रिया ठोस से द्रव अवस्था की ओर होने लगती है। जब सारी बर्फ पिघल जाती है तो और ऊष्मा देने पर जल के ताप में 0°C से ऊपर की ओर वृद्धि होने लगती है।

इकाई द्रव्यमान की बर्फ को अवस्था परिवर्तन के समय दी गई ऊष्मा बर्फ के गलन की गुप्त ऊष्मा L_f कहलाती है। यदि m द्रव्यमान की बर्फ को गलनांक 0°C पर पूर्णत: पिघलाने के लिये Q ऊष्मा दी जाती हो तो

$$Q = m.L_f$$

बर्फ के लिये L_f का मान 80 किलो कैलोरी/ किग्रा या 3.36×10^5 जूल/किग्रा होता है।

प्र.3 ऊष्मा संचरण की चालन विधि के महत्वपूर्ण बिन्दुओं पर प्रकाश डालिये ।

उत्तर–ऊष्मा संचरण की चालन विधि के महत्त्वपूर्ण बिन्दु

(i) ऊष्मा संचरण की चालन विधि में वस्तु में उच्च ताप क्षेत्र से निम्न ताप क्षेत्र की ओर ऊष्मा का संचरण इस प्रकार होता है कि एक कण अपनी साम्यावस्था के इर्द-गिर्द कम्पन करते हुये अपने समीपवर्ती कण को ऊर्जा स्थानान्तरित करता है।

(ii) चालन पदार्थ की सभी अवस्थाओं (ठोस, द्रव, गैस) में संभव होता है।

(iii) चालन एक धीमी प्रक्रिया है। इसमें द्रव्य का प्रवाह नहीं होता, जबकि ऊष्मा की प्रवाह क्रमबद्ध कणों में होता हुआ संचरण को आगे बढ़ाता है।

(iv) धात्विक ठोसों में मुक्त इलेक्ट्रोन ऊष्मीय ऊर्जा के वाहक होते हैं, अत: धात्विक ठोस ऊष्मा के अच्छे चालक होते हैं। सामान्यत: धातुएँ अधातुओं की तुलना में ऊष्मा का अच्छा चालन करती हैं।

(v) जब चालन प्रक्रिया स्थायी अवस्था में पहुँच जाती है, तब जितनी ऊष्मा छड़ के पिछले परिच्छेद से मिलती है, उतनी ही ऊष्मा उससे अगले परिच्छेद को स्थानान्तरित हो जाती है।

(vi) किसी ऊष्मा चालक छड़ से स्थायी अवस्था में संचरित ऊष्मा की मात्रा ΔQ

(a) समय Δt के अनुक्रमानुपाती होती है। अर्थात् $\Delta Q \propto \Delta t$

(b) फलक के क्षेत्रफल A के अनुक्रमानुपाती होती है। अर्थात् $\Delta Q \propto A$

(c) फलकों के मध्य तापान्तर ΔT के अनुक्रमानुपाती होती है। अर्थात् $\Delta Q \propto \Delta T$

(d) फलकों के मध्य दूरी Δx के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

अर्थात् $\Delta Q \propto \dfrac{1}{\Delta x}$

उपरोक्त निर्भरता के अनुसार

$$\Delta Q \propto A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x} \cdot \Delta t$$

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} \propto A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

अत्यल्प मानों के लिये,

$$\frac{dQ}{dt} \propto A \frac{dT}{dx}$$

या
$$\frac{dQ}{dt} = K \cdot A \cdot \frac{dT}{dx}$$

जहाँ K छड़ के पदार्थ का ऊष्मा चालकता गुणांक कहलाता है।

प्र.4 वीन के विस्थापन नियम में विस्थापन शब्द क्यों आता है?

उत्तर–वीन के विस्थापन नियम के अनुसार "अधिकतम उत्सर्जन क्षमता के लिये तरंग दैर्ध्य (λ_m) का मान कृष्णिका के परम ताप T के व्युत्क्रमानुपाती होता है।"

अर्थात् $\lambda_m \propto \dfrac{1}{T}$ या $\lambda_m \cdot T = b$

जहाँ $b = 2.89 \times 10^{-3}$ mK वीन का नियतांक जाना जाता है। पिण्ड का ताप बढ़ने पर किसी तरंग दैर्ध्य λ के संगत उत्सर्जित अधिकतम ऊर्जा बहुत तेजी से अपने पूर्व मान से विस्थापित होती हुई बढ़ती है। $(E_\lambda)_m \propto T^5$ अत: नियम में विस्थापन शब्द प्रयुक्त किया गया।

प्र.5 कृष्णिका पर टिप्पणी लिखिये।

उत्तर–कृष्णिका-आदर्श कृष्णिका ऐसी वस्तु है जो अपने पृष्ठ पर आपतित सभी तरंगदैर्ध्यों के सभी विकिरणों को पूर्णतया अवशोषित कर लेती है।

आपतित विकिरण का कोई भी भाग आदर्श कृष्णिका द्वारा न तो परावर्तित होता है और न ही पारगमित होता है। अर्थात् $r = 0$, $t = 0$ किन्तु अवशोषण गुणांक $a = 1$ होता है।

कृष्णिका द्वारा उत्सर्जित विकिरण ऊर्जा की दर वस्तु के रूप तथा पदार्थ पर निर्भर नहीं करती है। उच्च ताप पर कृष्णिका विकिरणों का उत्सर्जन करती है तथा इन उत्सर्जित विकिरणों में सभी संभावित तरंगदैर्ध्य विद्यमान होते हैं, जिनसे प्राप्त स्पेक्ट्रम सतत होता है।

आदर्श कृष्णिका पर किसी भी रंग (तरंगदैर्ध्य) का प्रकाश आपतित होने पर भी यह सदैव काली ही दिखाई देती है। वास्तव में कोई भी पदार्थ पूर्णत: आदर्श कृष्णिका नहीं होता है।

प्र.6 उत्सर्जित व अवशोषित क्षमता में अन्तर स्पष्ट कीजिये?

उत्तर–उत्सर्जित क्षमता-किसी ताप पर किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल से प्रति सेकण्ड सभी संभव तरंगदैर्ध्य के कुल उत्सर्जित विकिरण की मात्रा उस पृष्ठ की उत्सर्जित क्षमता कहलाती है। इसे e से प्रदर्शित करते हैं।

$$e = \int_0^\infty e_\lambda \cdot d\lambda \text{ (वाट/मी}^2\text{ मात्रक)}$$

जहाँ e_λ किसी विशिष्ट तरंगदैर्ध्य के संगत स्पेक्ट्रमी उत्सर्जित क्षमता है।

अवशोषित क्षमता-किसी ताप पर किसी पृष्ठ के एकांक क्षेत्रफल द्वारा प्रति सेकण्ड सभी संभव तरंगदैर्ध्य के कुल अवशोषित विकिरण की मात्रा उस पृष्ठ की अवशोषित क्षमता कहलाती है। इसे a से प्रदर्शित करते है।

$$a = \int_0^\infty a_\lambda \cdot d\lambda \text{ (वाट/मी}^2\text{ मात्रक)}$$

जहाँ a_λ किसी विशिष्ट तरंगदैर्ध्य के संगत स्पेक्ट्रमी अवशोषित क्षमता है।

प्र.7 त्रिक बिन्दु से आप क्या समझते है?

उत्तर–त्रिक बिन्दु-वह ताप जिस पर पदार्थ की तीनों अवस्थायें ठोस, द्रव व गैस साम्य में होती हैं, त्रिक बिन्दु कहलाता है। यह एक मानक ताप बिन्दु होता है, क्योंकि इसका ताप सभी परिस्थितियों में नियत रहता है। P–T सूचक आरेख पर जल के लिये बर्फ रेखा, भाप रेखा तथा वाष्प-हिम रेखा तीनों ही जल के त्रिक बिन्दु पर मिलती हैं। यह बिन्दु अद्वितीय होता है।

प्र.8 ऊष्मा व ताप के मध्य अन्तर को स्पष्ट कीजिये।

उत्तर–ऊष्मा-(i) ऊष्मा ऊर्जा का एक रूप है, जिसका स्थानान्तरण ताप में अन्तर के कारण दो या अधिक निकायों के बीच अथवा किसी निकाय व उसके परिवेश के बीच होता है।

(ii) ऊष्मा ऊर्जा का मापन कैलोरीमापी की सहायता से विशेष प्रायोगिक व्यवस्था द्वारा किया जाता है।

ताप-(i) किसी पदार्थ का ताप ऐसी भौतिक राशि है, जो दो या अधिक सम्पर्कित निकायों के बीच ऊष्मा संचरण की दिशा का बोध कराता है।

(ii) ताप पदार्थ के ठंडा या गर्म होने का एवं निकायों के मध्य उपस्थित ऊष्णता का तुलनात्मक आभास कराता है।

(iii) ताप निकायों का वह गुण है जो यह बोध कराता है कि कोई निकाय किसी अन्य निकाय के साथ ऊष्मीय साम्य में है या नहीं।

(iv) ताप का मापन विभिन्न प्रकार के तापमापियों द्वारा किया जाता है।

निबंधात्मक प्रश्न

प्र.1 ऊष्मा संचरण की तीनों विधियों की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 12.9.1, 12.9.2 तथा 12.9.3 पर देखें।

प्र.2 किरचॉफ के नियम का कथन लिखकर सत्यापन कीजिये तथा यह बताइये कि क्यों लाल काँच हरा प्रतीत होता है?

उत्तर– अनुच्छेद 12.12 पर देखें।

प्र.3 न्यूटन के शीतलन के नियम का कथन लिखिये तथा उसके प्रायोगिक सत्यापन की व्याख्या कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 12.10 पर देखें।

प्र.4 स्टीफन के नियम की व्याख्या कीजिये व इससे न्यूटन के शीतलन के नियम को व्युत्पन्न कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 12.14 तथा 12.14.1 पर देखें।

प्र.5 पदार्थो में अवस्था परिवर्तन की विस्तार से व्याख्या कीजिये।

उत्तर– अनुच्छेद 12.6 पर देखें।

आंकिक प्रश्न

प्र.1 ओरायन तारा मण्डल में राइजेल तारे की ज्योति सूर्य की 17,000 गुना है यदि सूर्य की सतह का ताप 6000 K हो तो इस तारे का ताप ज्ञात करो?

हल– प्रश्नानुसार,

राइजेल तारे की ज्योति $(E_R) = 17{,}000 \times$ सूर्य की ज्योति (E_S)

$$E_R = 17000\, E_S$$

सूर्य की सतह का ताप $T_S = 6000$ K

राइजेल तारे की सतह का ताप $T_R = ?$

स्टीफन के नियम से,

$$\frac{E_R}{E_S} = \frac{T_R^4}{T_S^4}$$

$$\therefore \quad T_R = \left(\frac{E_R}{E_S}\right)^{\frac{1}{4}} T_S = (17000)^{\frac{1}{4}} \times 6000$$

$$\log T_R = \frac{1}{4}\log 17000 + \log 6000$$

$$= \frac{1}{4} \times 4.2304 + 3.7782$$
$$= 1.0576 + 3.7782$$
$$= 4.8358$$
$$\log T_R = 4.8358$$
$$T_R = \text{antilog}(4.8358)$$
$$\therefore \quad T_R = 68520 \text{ K}$$

प्र.2 कोई व्यक्ति किसी बैलगाड़ी के लकड़ी के पहिये की नेमी पर लोहे के रिंग चढ़ाता है यदि 37 °C पर नेमी व लोहे की रिंग का व्यास क्रमशः 5.443 व 5.434 m है तो लोहे को किस ताप पर गर्म किया जाये कि नेमी पहिये में ठीक से बैठ जाये यहाँ लोहे का रेखीय प्रसार गुणांक 1.20×10^{-5} K^{-1} है।

हल– ताप $t_1 = 37°C$, लोहे का रेखीय प्रसार गुणांक $\alpha = 1.20 \times 10^{-5} K^{-1}$

नेमी की रिंग का व्यास = 5.443 m

लोहे की रिंग का व्यास = 5.434 m

नेमी की रिंग की परिधि $L_N = \pi \times$ व्यास $= \pi \times 5.443$ m

लोहे की रिंग की परिधि $L_I = \pi \times$ व्यास $= \pi \times 5.434$ m

$\therefore$ लम्बाई में वृद्धि $\Delta L = L_N - L_I = \pi \times (5.443 - 5.434)$

$$\Delta L = \pi \times 0.009 \text{ m}$$

माना कि लोहे को t_2 ताप तक गर्म करने पर नेमी पहिये में ठीक बैठ जाती है।

$$\Delta L = \alpha \cdot L_I (t_2 - t_1)$$
$$\therefore \quad t_2 - t_1 = \frac{\Delta L}{\alpha \cdot L_I}$$
$$t_2 - 37 = \frac{\pi \times 0.009}{1.20 \times 10^{-5} \times \pi \times 5.434}$$
$$t_2 = \frac{9 \times 10^5}{1.20 \times 5434} + 37$$
$$= 138.02 + 37 = 175.02°C$$

प्र.3 यदि पारे का काँच के सापेक्ष आभासी प्रसार गुणांक 0.00040 / °C व इसका वास्तविक प्रसार 0.00049 / °C है काँच का रेखीय प्रसार गुणांक ज्ञात कीजिये?

हल– पारे का काँच के सापेक्ष आभासी प्रसार गुणांक

$$\gamma_{am} = 0.00040/°C$$

वास्तविक प्रसार गुणांक $\gamma_{rm} = 0.00049/°C$

काँच का रेखीय प्रसार गुणांक $\alpha_g = ?$

काँच के पात्र के समान आयतन V पर समान ताप वृद्धि Δt के लिये

काँच का आयतन प्रसार + काँच के सापेक्ष पारे का आयतन प्रसार = पारे का वास्तविक आयतन प्रसार

$$\gamma_g \cdot V \cdot \Delta t + \gamma_{am} \cdot V \cdot \Delta t = \gamma_{rm} \cdot V \cdot \Delta t$$
$$\therefore \quad \gamma_g + \gamma_{am} = \gamma_{rm}$$
$$\therefore \quad \gamma_g = \gamma_{rm} - \gamma_{am} = 0.00049 - 0.00040$$
$$\therefore \quad \gamma_g = 0.00009/°C$$

$\therefore$ काँच का रेखीय प्रसार गुणांक

$$\alpha_g = \frac{\gamma_g}{3} = \frac{0.00009}{3}$$

या $\alpha_g = 0.00003/°C$

प्र.4 35 सेमी. लम्बी धातु की छड़ का एक सिरा भाप में दूसरा बर्फ में रहता है यदि 10 gm m^{-1} की दर से बर्फ पिघल रही है तो उस धातु की ऊष्मा चालकता ज्ञात करो? यदि छड़ का अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 7 cm^2 व बर्फ की गलन गुप्त ऊष्मा 3.4×10^5 Jkg^{-1} है

हल– धातु की छड़ की लम्बाई $dx = 35 \text{ cm} = 35 \times 10^{-2}$ m

एक सिरे का ताप $T_1 = 100°C$ (भाप में)

दूसरे सिरे का ताप $T_2 = 0°C$ (बर्फ में)

$\therefore$ छड़ के दोनों सिरों का तापान्तर $dT = (T_1 - T_2)$

$$dT = (100 - 0) = 100°C$$

बर्फ पिघलने की दर $\frac{dm}{dt} = 10 gm^{-1} = 10^{-2} kgs^{-1}$

छड़ का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $A = 7cm^2 = 7 \times 10^{-4} m^2$

बर्फ की गलन की गुप्त ऊष्मा $L = 3.4 \times 10^5 \text{ J kg}^{-1}$

$$\therefore \quad K \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} \cdot dt = dm \cdot L$$
$$\therefore \quad K = \frac{dm}{dt} \cdot \frac{L \cdot dx}{A \cdot dT}$$
$$= \frac{10^{-2} \times 3.4 \times 10^5 \times 35 \times 10^{-2}}{7 \times 10^{-4} \times 100}$$
$$K = 17.0 \times 10^3 \text{ Jm}^{-1} \text{°C}^{-1} \text{s}^{-1}$$

प्र.5 किसी बर्तन में भरे जल का ताप 5 min में 90 °C से 80 °C हो जाता है जबकि कमरे का ताप 20 °C है तब 63 °C से 55 °C ताप गिरने में कितना समय लगेगा?

हल– $T_1 = 90°C, T_2 = 80°C, T_0 = 20°C, t_1 = 5$ min

$T_3 = 63°C, T_4 = 55°C, t_2 = ?$

न्यूटन के शीतलन नियम से,

$$\frac{T_1 - T_2}{t_1} = K\left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_0\right)$$
$$\frac{90 - 80}{5} = K\left(\frac{90 + 80}{2} - 20\right)$$
$$2 = K \times 65$$
$$\therefore \quad K = \frac{2}{65}$$

तथा
$$\frac{T_3 - T_4}{t_2} = K\left(\frac{T_3 + T_4}{2} - T_0\right)$$
$$\frac{63 - 55}{t_2} = \frac{2}{65} \times \left(\frac{63 + 55}{2} - 20\right)$$
$$\frac{8}{t_2} = \frac{2}{65} \times 39$$

$$\therefore \quad t_2 = \frac{8 \times 65}{2 \times 39} = \frac{20}{3} \text{ min}$$
$$= 6.67 \text{ min}$$

प्र.6 यदि सूर्य के प्रत्येक cm^2 पृष्ठ से ऊर्जा 1.5×10^3 $cals^{-1}$ cm^{-2} की दर से विकिरत हो रही है। यदि स्टीफन नियतांक 5.7×10^{-8} Js^{-1} m^{-2} K^{-4} हो तो सूर्य के पृष्ठ का ताप केल्विन में ज्ञात करो।

हल– सूर्य के प्रत्येक cm^2 पृष्ठ से प्रति सेकण्ड विकिरित ऊर्जा,

$$E = 1.5 \times 10^3 \text{ Cal } s^{-1} \text{ cm}^{-2}$$

या $$E = \frac{1.5 \times 10^3 \times 4.2}{10^{-4} m^2} J s^{-1}$$

या $$E = 6.30 \times 10^7 \text{ Js}^{-1} m^{-2}$$

स्टीफन नियतांक $\sigma = 5.7 \times 10^{-8} \text{ Js}^{-1} m^{-2} K^{-4}$

सूर्य के पृष्ठ का ताप $T = ?$

स्टीफन के नियम से,

$$E = \sigma T^4$$

$$\therefore \quad T = \left[\frac{E}{\sigma}\right]^{\frac{1}{4}}$$

$$= \left[\frac{6.30 \times 10^7}{5.7 \times 10^{-8}}\right]^{\frac{1}{4}} = [1.105 \times 10^{15}]^{\frac{1}{4}}$$

या $$T = [1105 \times 10^{12}]^{1/4} = 5.765 \times 10^3$$
$$= 5765 \text{ K}$$

$$\therefore \quad T = 5765 \text{ K}$$

प्र.7 127 °C का ताप वाले किसी कृष्णिका के तल से 1.6×10^6 Jcm^{-2} की दर से उत्सर्जन हो रहा है कृष्णिका का ताप का मान ज्ञात करो जिस पर उत्सर्जन दर 81×10^6 Jcm^{-2} हो।

हल– जब ताप $T_1 = [127° + 273]K = 400 \text{ K}$

तब $E_1 = 1.0 \times 10^6 \text{ Jcm}^{-2}$

जब ताप, $T_2 = ?$, तब $E_2 = 81 \times 10^6 \text{ J cm}^{-2}$

स्टीफन के नियम से,

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\sigma T_1^4}{\sigma T_2^4}$$

$$\therefore \quad T_2 = \left[\frac{E_2}{E_1}\right]^{\frac{1}{4}} \times T_1$$

या $$T_2 = \left[\frac{81 \times 10^6}{1.0 \times 16^6}\right]^{\frac{1}{4}} \times 400 = (3^4)^{\frac{1}{4}} \times 400$$

या $$T_2 = 3 \times 400 = 1200 \text{ K}$$

$$\therefore \quad T_2 = 1200 \text{ K}$$

प्र.8 प्रारम्भिक ताप 300 °C पर कृष्णिका कोष्ठ के अंदर गलनशील बर्फ द्वारा 0.35 $°Cs^{-1}$ की दर से ठंडी की जाती है यदि द्रव्यमान, विशिष्ट ऊष्मा ओर वस्तु का पृष्ठीय क्षेत्रफल क्रमशः 32 gm, 0.10 cal g^{-1} $°C^{-1}$ तथा 8 cm^2 हो तो स्टीफन के नियतांक की गणना करो

हल– प्रारंभिक ताप $T = (300 + 273) = 573K$

ठंडी होने की दर $\frac{dT}{dt} = 0.35 \text{ °C s}^{-1}$

द्रव्यमान $m = 32$ gm

विशिष्ठ ऊष्मा $s = 0.10 \text{ Cal gm}^{-1} °C^{-1}$

पृष्ठीय क्षेत्रफल $A = 8 \text{ cm}^2$

प्रति इकाई क्षेत्रफल विकिरित ऊर्जा की दर

$$E = \frac{1}{A} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{A} \frac{m \cdot s \cdot dT}{dt}$$

$$\therefore \quad E = \frac{1}{8} \times 32 \times 0.10 \times 0.35$$

या $$E = 0.14 \text{ CAl s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$$
$$= 0.14 \times 4.2 \text{ J s}^{-1} 10^4 m^{-2}$$

या $$E = 5.88 \times 10^3 \text{ Js}^{-1} m^{-2}$$

$\therefore$ स्टीफन का नियतांक $\sigma = \frac{E}{T^4} = \frac{5880}{(573)^4}$

$$\log \sigma = \log 5880 - 4 \log 573$$
$$= 3.7694 - 4 \times 2.7582$$
$$= 3.7694 - 11.0328 = \bar{8}.7366$$

$$\therefore \quad \sigma = \text{antilog } \bar{8}.7366 = 5.453 \times 10^{-8}$$
$$\sigma = 5.5 \times 10^{-8} \text{ Jm}^{-2} s^{-1} °C^{-4}$$