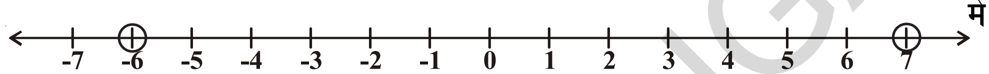
05

निर्देशांक ज्यामिति
(CO-ORDINATE GEOMETRY)

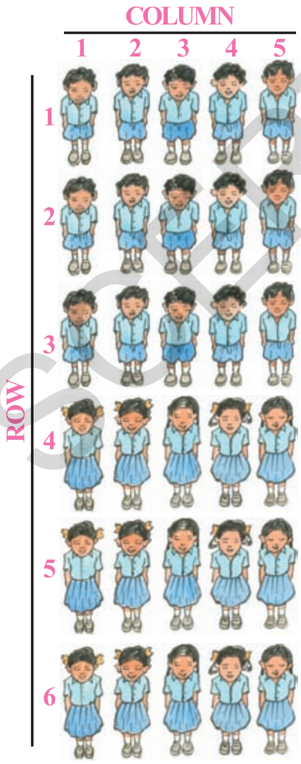
5.1 भूमिका

हिमाचल प्रदेश के कुर्फी का दिसंबर महिने के एक विशेष दिन का अधिकतम तथा न्यूनतम तापमान - 6^oC तथा 7^oC है। क्या आप इसे संख्या रेखा पर दर्शा सकते हैं?



यहाँ पर संख्या रेखा तापमान की स्थिति दर्शाने के संदर्भ में उपयोगी पड़ती है।

चलिए हम संलग्न चित्र में दिए गए परिस्थिति का निरिक्षण करेंगे। A,B,C,D,E,F, G तथा H आठ व्यक्ति एक कतार में खडें हैं। टिकट घर से कतार में A प्रथम तथा H अंतिम स्थान पर खडे हैं कॉफी शॉप (cafe) से देखेंगे तो 'H' प्रथम तथा 'A' अंतिम स्थान पर खडे दिखाई देंगे। आपने देखा की संदर्भानुसार वस्तुओं के स्थितिगत मूल्यों में परिवर्तन होता है।



अब हम दूसरे उदाहरण को देखेंगे। क्रिडाकाल (games period) में नौवीं कक्षा के छात्र (चित्र में दर्शाये अनुसार) जमा होते हैं। चित्र के अनुसार क्या आप बता सकते हैं कि सुधा कहाँ खडी है?

रमा ने कहा कि "सुधा दूसरे स्तंभ में खडी है"।

पावनी ने कहा कि "सुधा चौथी पंक्ति में खडी है"।

नसीमा ने कहा कि "सुधा दूसरे स्तंभ तथा चौथी पंक्ति में खडी है।"

उपकोक्त में किसने सही उत्तर दिया? नसीमा के बताये अनुसार क्या आप सुधा को पहचान सकते हैं? क्या आप माधवी को पहचान सकते हैं (जो कि पहला स्तंभ पाँचवीं पंक्ति में खडी है।)

इन विद्यार्थियों को पहचानिए जो

(i) (तीसरा स्तंभ, छठी पंक्ति सीता से)

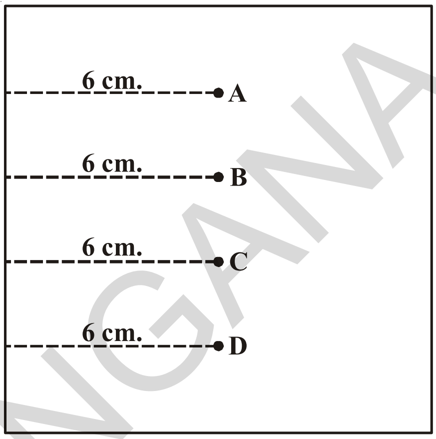
(ii) (पाँचवां स्तंभ, दूसरी पंक्ति राजू से)

SCERT TELANGANA

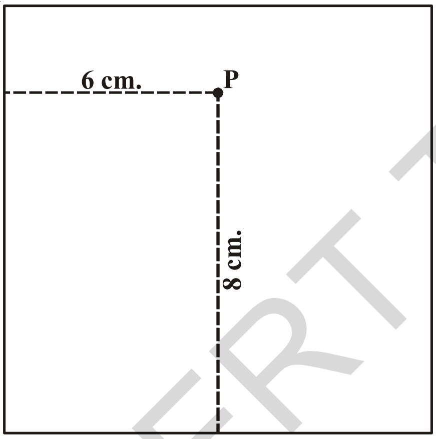
उपरोक्त उदाहरण में कितने संदर्भ दिए गए हैं? वे कौनसे हैं?

अब हम एक और परिस्थिति की चर्चा करेंगे।

अध्यापक ने विद्यार्थी को कागज की शीट पर बिन्दु लगाने के लिए कहा। अध्यापक ने उसे संकेत दिया की "बिन्दु के बायीं ओर से 6 सें.मी की दूरी पर होना चाहिए।" कुछ विद्यार्थीयों ने चित्र में दर्शाये अनुसार बिन्दु लगायें।



आपके आनुसार चित्र में कौन-सा बिन्दु सही होगा? जैसे कि सभी बिन्दु A,B,C तथा D बायीं ओर से 6 सें.मी की दूरी पर लगाये गये हैं। बिन्दु की सही स्थिती को जानने के लिए दूसरी कौन-सी जानकारी की आवश्यकता है? बिन्दु की सही स्थिति जानने के लिए हमें उसकी बायीं ओर से, निचे से तथा ऊपर से उसकी स्थिति की जानकारी आवश्यक हैं।



यदि अध्यापक ने कहा कि बायीं ओर से 6 सेंमी. तथा नीचे से 8 सेंमी. की दूरी पर बिन्दु लगाइए। अब इस जानकारी से आप कितने बिन्दु डाल सकते हैं?

केवल एक ही बिन्दु डाला जाएगा। अतः एक बिन्दु को डालने के लिए कितनी जानकारियों की आवश्यकता है?

एक बिन्दु की सही स्थिति को जानने के लिए हमें दो जानकारियों की आवश्यकता है। बिन्दु की स्थिति को (6,8) से दर्शाया जा सकता है। यदि आप कहते हैं कि "बिन्दु ऊपर से 7 सें.मी दूरी पर है" क्या आप बिन्दु की सही स्थिती को जान सकते हैं? इसकी चर्चा अपने मित्रों के साथ कीजिए।

इसे कीजिए

आपकी कक्षा में बैठे पाँच विद्यार्थीयों की स्थिति का निर्धारण करो।

क्रिया कलाप - वलय क्रिडा (Ring game)

क्या आपने नुमाइश में वलय क्रिडा (Ring game) को देखा है?हम किसी भी वस्तु पर रिंग फेंकते हैं वह पंक्ति और स्तंभों के रूप में होती है। इस चित्र का निरिक्षण कीजिए।

SCERT TELANGANA

इस सारिणी को पूर्ण कीजिए।

वस्तु	स्तंभ	पंक्ति	स्थिति
पर्स	3	4	(3,4)
माचिस डिब्बा	....	3	(,3)
क्लीप	....	....	....
टेडी (भालू)	....	....	....
साबुन	....	....	....

क्या तीसरे स्तंभ तथा चौथे पंक्ति की वस्तु और चौथा स्तंभ और तीसरे पंक्ति की वस्तु एक ही है?

एक समतल पर दो जानकारियों के आधार पर बिन्दु निर्देशन से गणित की "निर्देशांक ज्यामिति" (Co-ordinate Geometry) की व्युत्पत्ति हुई।

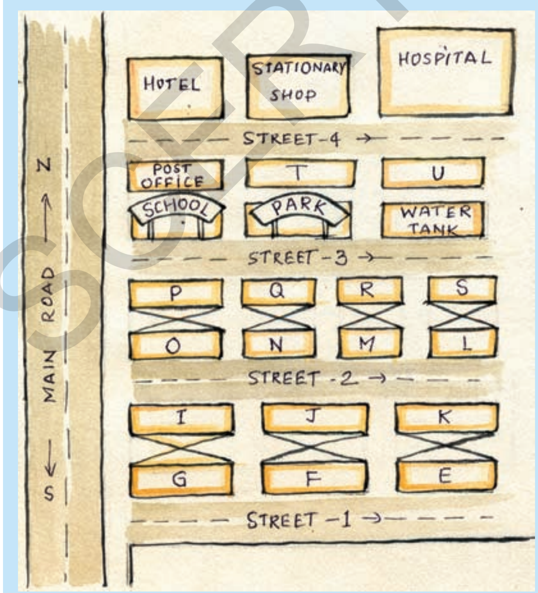
रेने दकार्ते

रेने दकार्ते (Rene Descartes) (1596-1650), फ्रांस के गणितज्ञ तथा दार्शनिक ने निर्देशांक ज्यामिति को विकसीत किया था। उन्होंने बिजगणितीय समीकरण तथा ज्यामितीय वक्रों और चित्रों के बीच एक अटूट संबंध को पाया। इस अध्याय में हम बिन्दु को निर्देशांक समतल पर कैसे डाला जाता है उसकी चर्चा करेंगे

अभ्यास 5.1

N, W, E, S

1. एक परिसर में एक सड़क उत्तर तथा दक्षिण दिशा में जाती है। उसका मानचित्र दिया गया है। चित्र की सहायता से प्रश्नों को हल कीजिए।



(i) गली नं. 3 (Street No.3) में बायीं ओर से तीसरे स्थान पर क्या है?

(ii) गली नं. 2 (Street No. 2) के दूसरे घर का नाम क्या है?

(iii) श्रीमान् K के घर की स्थिति को दर्शाओ।

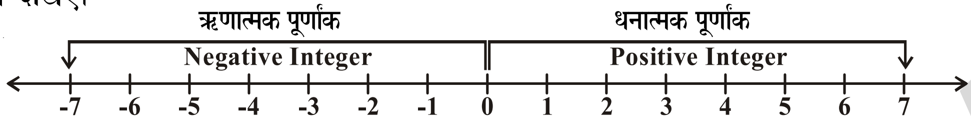
(iv) डाक घर की स्थिति को आप कैसे दर्शाएंगे?

(v) अस्पताल की स्थिति को आप कैसे दर्शाएंगे?

SCERT TELANGANA

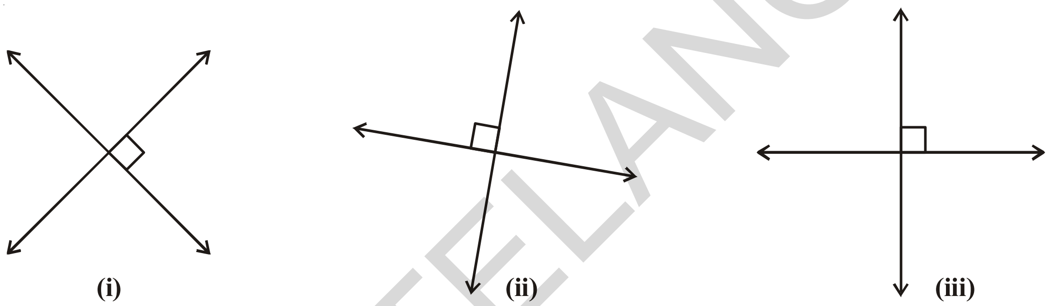
5.2 कार्तीय पद्धति (Cartesian System)

हम संख्या रेखा पर समान अन्तराल पर बिन्दुओं को लगाकर संख्या लिखते हैं। निचे दि गयी पूर्णांक रेखा को देखिए।



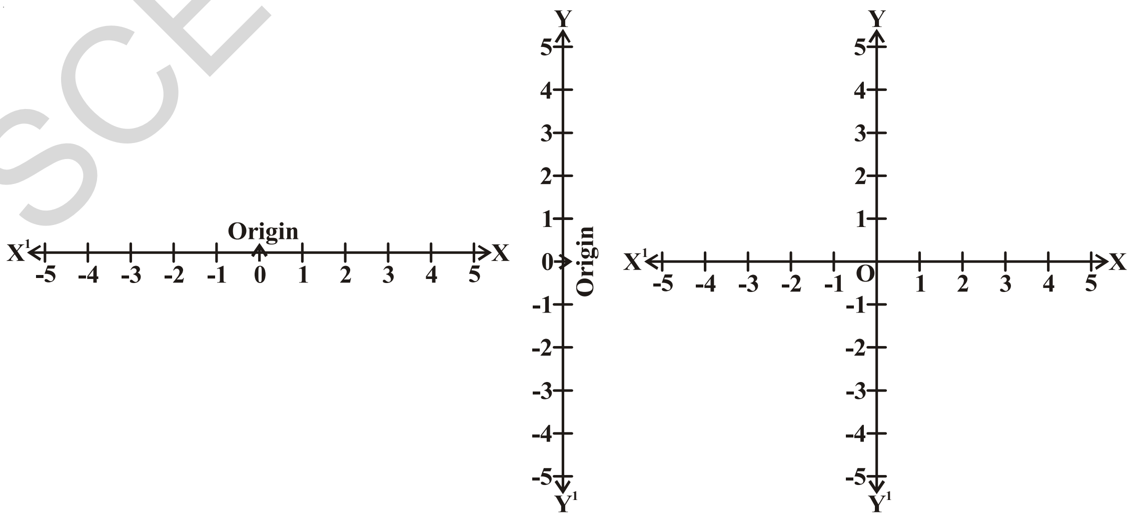
इसमें यह देखा गया की संख्या रेखा पर एक नियत बिन्दु से समान दूरियाँ अंकित की जाती है, उसे मूल बिन्दु (origin) कहते हैं तथा उसे 'O' से निरूपित करते हैं। सभी धनात्मक पुर्णांक को O से दायीं ओर तथा ऋणात्मक पुर्णांक को बायीं ओर अंकित किया जाता है।

हम एक तल पर दो संख्या रेखाओं को एक दूसरे पर लंब डालेंगे। बिन्दुओं के स्थान निर्धारण के लिए दोनों रेखाओं का उपयोग किया गया। जैसे कि चित्र में दिखाया गया है।



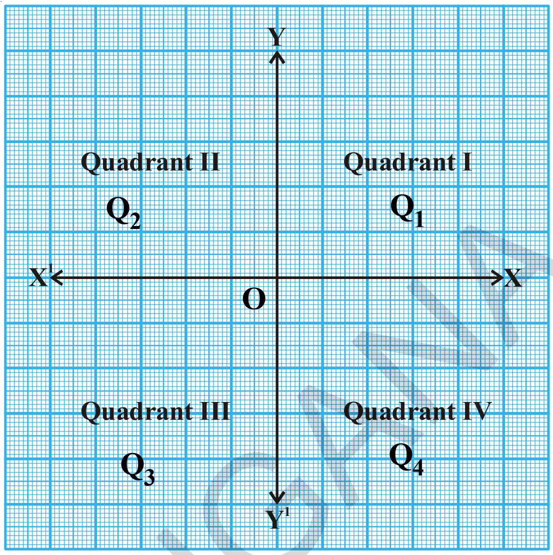
(i) (ii) (iii)

चित्र के अनुसार लम्ब रेखाएँ किसी भी दिशा में हो सकती है। लेकिन जब हमें बिन्दु का निरूपण करने के लिए इन दो रेखाओं को चुनेंगे तो हमारी सहुलियत के अनुसार चित्र (iii) के अनुरूप एक क्षैतिज तथा ऊर्ध्वाधर रेखा को ही लेंगे। (हम एक क्षैतिज संख्या रेखा तथा एक ऊर्ध्वाधर संख्या रेखा एक दूसरे पर लम्ब होगा) उनका उपयोग बिन्दु निरूपण के लिए किया जाएगा। दोनों का प्रतिच्छेदक मूल बिन्दु कहलायेगा। क्षैतिज रेखा XX^1 को X-अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर रेखा YY^1 को Y-अक्ष कहते हैं।



SCERT TELANGANA

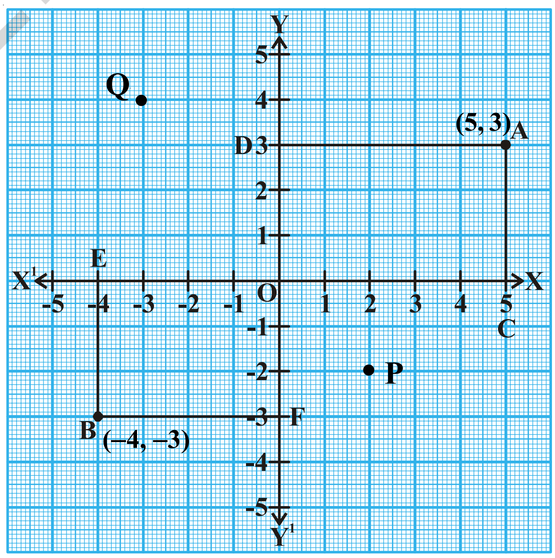
XX^1 तथा YY^1 एक दूसरे को मूल बिन्दु पर प्रतिच्छेदित करते हैं। उसे 'O' से निरूपित किया जाता है। $\overrightarrow{OX}$ की दिशा धनात्मक X-अक्ष उसी प्रकार $\overrightarrow{OY}$ धनात्मक Y-अक्ष होगा। तथा $\overrightarrow{OX}^1$ और $\overrightarrow{OY}^1$ को क्रमशः ऋणात्मक X-अक्ष तथा ऋणात्मक Y-अक्ष होगा। यहाँ आप देखते हैं कि ये दोनों अक्ष तल को चार भागों में विभाजित करती हैं इन चार भागों को चतुर्थांश (quadrants) कहते हैं तथा उन्हें Q_1, Q_2, Q_3 तथा Q_4 द्वारा घडी की विपरित दिशा से निरूपित किया जाता है। हम इस तल को कार्तीय तल (cartesian plane) (रेने दकार्ते के बाद नामांकित किया गया।) या निर्देशांक तल या XY-तल कहते हैं। अक्षों को निर्देशांक अक्ष (coordinate axes) कहा जाता है।



5.2.1 बिन्दु निरूपण (Locating Point)

अब हम देखेंगे कि निर्देशांक पद्धति में बिन्दु निरूपण कैसे किया जाता है? आलेख कागज (graph paper) पर दो अक्ष उतारेंगे। A तथा B उस पर डाले गये दो बिन्दु है। क्या आप बतायेंगे कि बिन्दु A और B किस क्रदान्त से संबंधित हैं?

बिन्दु A पहली क्रदान्त (Q_1) तथा बिन्दु B तीसरे क्रदान्त (Q_3) में अंकित है। अब हम जानेंगे कि A और B के अक्षों से दूरी कितनी होगी? इसके लिए X-अक्ष पर AC तथा Y-अक्ष पर AD लम्ब डाले गये। उसी प्रकार BE तथा BF चित्र में दर्शाये अनुसार लम्ब डाले गये।



हम देखेंगे

(i) Y-अक्ष से बिन्दु A की दूरी X-अक्ष की धनात्मक दिशा में AD=OC= 5 इ. इसे हम A के लिए X का निर्देशांक कहेंगे।

(ii) X-अक्ष से बिन्दु A की दूरी Y-अक्ष की धनात्मक दिशा में AC=OD=3 इ. होगी इसे हम A का Y निर्देशांक कहते हैं। इसलिए 'A' के निर्देशांक (5, 3) होंगे।

SCERT TELANGANA

(iii) Y-अक्ष से बिन्दु B की लम्ब दूरी X-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में OE=BF= 4 इकाई अर्थात् X-अक्ष पर –4 होगा, इसे हम 'B' के लिए X निर्देशांक कहेंगे।

(iv) X-अक्ष से बिन्दु B की लम्ब दूरी Y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में OF = EB = 3 इकाई अर्थात् Y-अक्ष पर –3 होगा, इसे 'B' के लिए Y निर्देशांक कहेंगे। इसलिए 'B' के निर्देशांक (–4, –3) होंगे।

अब हम इन दूरियों की सहायता से बिन्दु को कैसे अंकित करेंगे? हम बिन्दुओं के निर्देशांकों को कुछ इस तरह लिखते हैं।

(i) एक बिन्दु का x-निर्देशांक (x-coordinate) मूल बिन्दु से X-अक्ष पर लम्ब दूरी होगी।

x-निर्देशांक को भुज (abscissa) भी कहा जाता है।

P का x-निर्देशांक (भुज) = 2.

Q का x-निर्देशांक (भुज) = –3.

(ii) एक बिन्दु का y-निर्देशांक मूल बिन्दु से Y-अक्ष पर लम्ब दूरी होगी।

y-निर्देशांक को कोटि (ordinate) भी कहा जाता है।

P का y-निर्देशांक (कोटि) = –2.

Q का y-निर्देशांक (कोटि) = 4.

अतः P के निर्देशांक (2, –2) तथा Q के निर्देशांक (–3, 4) होंगे।

अतः बिन्दु का निरूपण इस प्रकार किया जाता है।

5.2.2 मूल बिन्दू (Origin)

1. X तथा Y-अक्ष के प्रतिच्छेदक बिन्दु को मूलबिन्दु कहते हैं। तल पर किसी भी बिन्दु के निरूपण के लिए हम मूलबिन्दु का आधार लेते हैं।

उदाहरण-1. दिए गए बिन्दुओं के भुज तथा कोटि को बताकर प्रत्येक बिन्दु की स्थिति को समझाइए (i) P(8,8) (ii) Q (6,–8).

हल : (i) P (8,8)

भुज = 8 (x - निर्देशांक); कोटि = 8 (y - निर्देशांक)

बिन्दु P का भुज 8 इकाई होने के कारण वह मूल बिन्दू से धनात्मक दिशा में 8 इकाई की दूरी पर होगा। उसी प्रकार कोटि 8 इकाई होने के कारण Y-अक्ष की धनात्मक दिशा में मूल बिन्दु से 8 इकाई की दूरी पर होगा।

(ii) Q (6, –8)

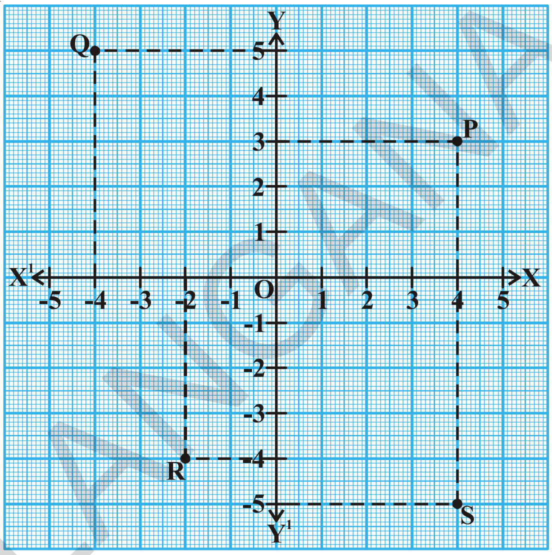
भुज = 6 ; कोटि = –8

बिन्दु Q मूलबिन्दु से X-अक्ष की धनात्मक दिशा में 6 इकाई की दूरी पर होगा तथा मूलबिन्दु से Y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में -8 इकाई की दूरी पर होगा।

SCERT TELANGANA

उदाहरण-2. आलेख में दिये गये बिन्दुओं के निर्देशांक को लिखिए।

हल : 1. बिन्दु P से X-अक्ष पर एक लम्ब खींचिए, वह रेखा X-अक्ष को 4 इ. पर स्पर्श करती है। इसलिए P का भुज 4 है। उसी प्रकार P से Y-अक्ष पर लम्ब खींचिए जो Y-अक्ष पर 3 इकाई पर स्पर्श करती है। इसलिए P के निर्देशांक (4, 3) होंगे।

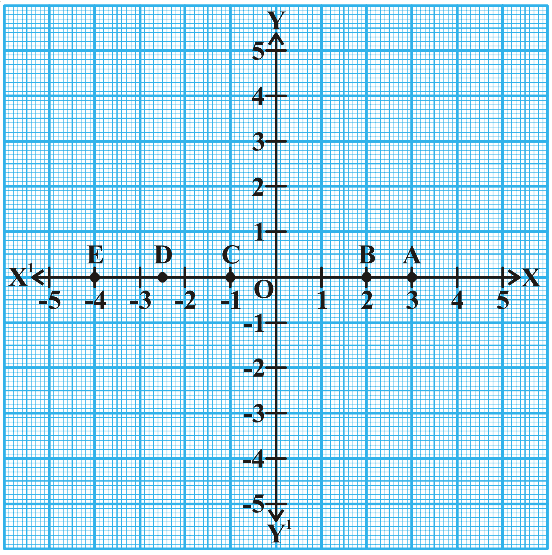


2. उसी प्रकार Q के भुज और कोटि क्रमशः –4 और 5 है। अतः Q के निर्देशांक (–4, 5) होंगे।

3. उपरोक्त स्थितियों के अनुसार भुज और कोटि R बिन्दु के लिए –2 और –4 हैं। अतः R के निर्देशांक (–2, –4) होंगे।

4. S बिन्दु के भुज और कोटि क्रमशः 4 और –5 है अतः S के निर्देशांक (4, –5) होंगे।

उदाहरण-3. आलेख में अंकित बिन्दुओं के निर्देशांक लिखिए।



हल : A बिन्दु Y-अक्ष से 3 इकाई दूरी पर है तथा X-अक्ष से शून्य दूरी पर है। अतः A का x निर्देशांक 3 तथा y-निर्देशांक 0 है। अतः A के निर्देशांक (3,0) होंगे। अब विचार सहित चर्चा कीजिए।

(i) B के निर्देशांक (2,0) होंगे, क्यों?

(ii) C के निर्देशांक (–1,0) होंगे, क्यों?

(iii) D के निर्देशांक (–2.5, 0) होंगे, क्यों?

(iv) E के निर्देशांक (–4,0) होंगे, क्यों? आपने क्या देखा?

जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है (X-अक्ष स्थित प्रत्येक बिन्दु को X-अक्ष से कोई दूरी नहीं होगी) इसलिए X-अक्ष पर अंकित बिन्दु का y निर्देशांक हमेशा शून्य ही होगा।

X-अक्ष निरूपण समीकरण $y = 0$ द्वारा किया जाता है।

SCERT TELANGANA

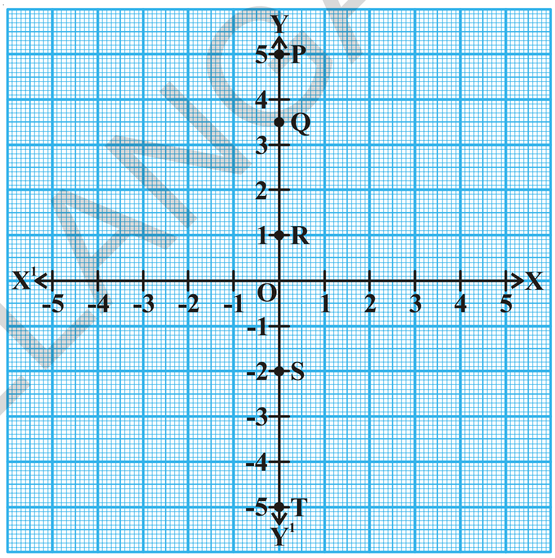
इसे कीजिए

दिये गये बिन्दुओं में से उन बिन्दुओं को पहचानिए जो X-अक्ष पर अंकित होते हैं।

(i)	(0,5)	(ii)	(0,0)	(iii)	(3,0)
(iv)	(-5,0)	(v)	(-2,-3)	(vi)	(-6,0)
(vii)	(0,6)	(viii)	(0,a)	(ix)	(b,0)

उदाहरण-4. नीचे दिये ग्राफ के निर्देशांक लिखिए।

हल :



(i) बिन्दु P, X-अक्ष से +5 इकाई की दूरी पर तथा Y-अक्ष से शून्य (0) इकाई की दूरी पर स्थित है अतः P का x-निर्देशांक 0 तथा y-निर्देशांक 5 है अतः P के निर्देशांक (0,5).

सोच विचार कर चर्चा कीजिए -

(ii) Q के निर्देशांक (0, 3.5), है। क्यों?

(iii) R के निर्देशांक (0,1), है। क्यों?

(iv) S के निर्देशांक (0, –2), है। क्यों?

(v) T के निर्देशांक (0, –5), है। क्यों?

जैसे कि सभी बिन्दुओं की Y-अक्ष से दूरी शून्य है इसलिए उनका x-निर्देशांक शून्य है। Y-अक्ष को समीकरण $x = 0$ द्वारा दर्शाया जाता है।

5.2.3 मूलबिन्दु के निर्देशांक

बिन्दु O, Y-अक्ष पर अंकित है इसलिए Y-अक्ष से उसकी दूरी शून्य है। इसलिए x-निर्देशांक शून्य होगा। और वह X-अक्ष पर भी अंकित होने से उसकी X-अक्ष से दूरी शून्य होती है। अतः उसका y-निर्देशांक भी शून्य ही होगा।

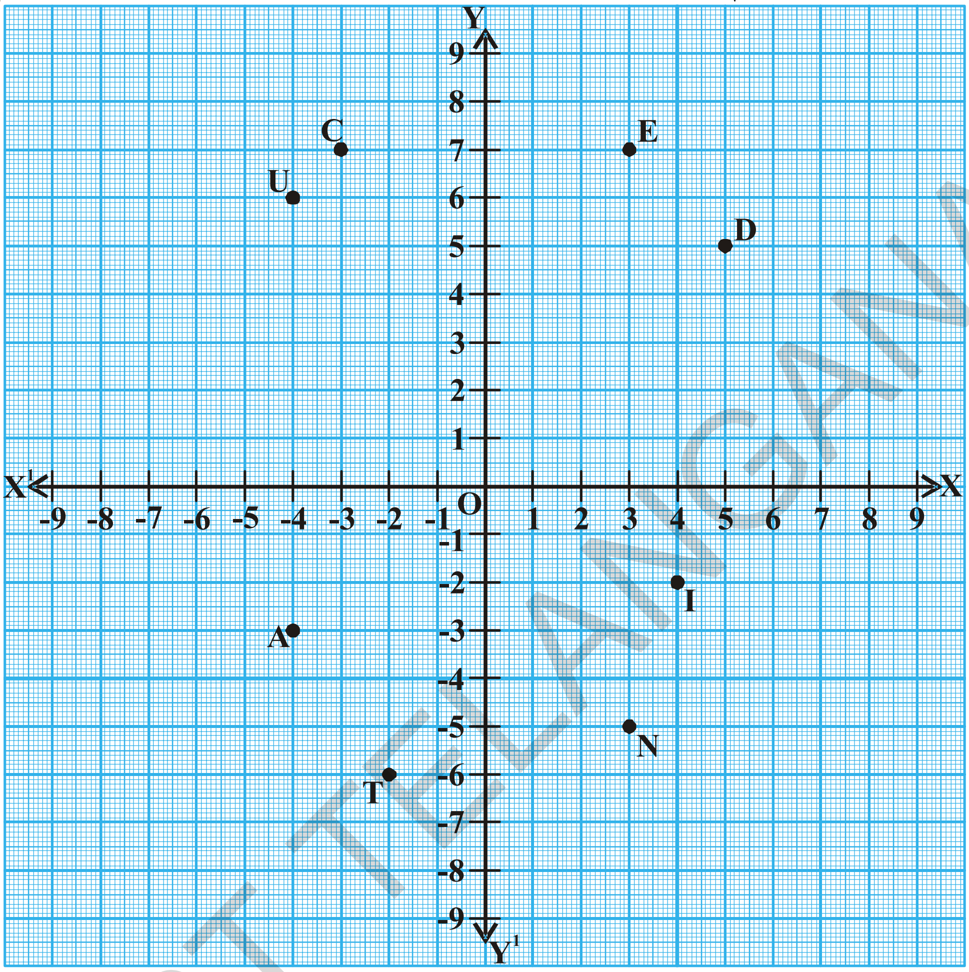
इसलिए मूलबिन्दु 'O' के निर्देशांक (0,0) है।

प्रयत्न करो

1. $(0, x)$ $(0, y)$ (0,2) और (0,–5) बिन्दु किस अक्ष पर अंकित होंगे और क्यों?
2. X-अक्ष पर अंकित बिन्दु का निरूपण कैसा होता है?

SCERT TELANGANA

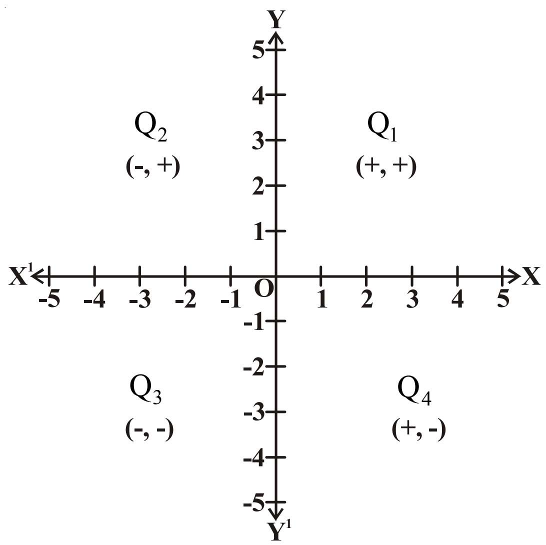
उदाहरण-5. दिये गये आलेख के आधार पर नीचे दी गई तालिका को पूरा करो।

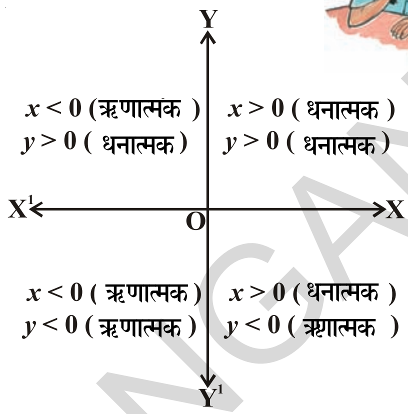


बिन्दु	भुज	कोटि	निर्देशांक	क्रदांत	निर्देशांक के चिह्न
E	3	7	E (3,7)	Q_1	(+, +)
D	.....	.....	.....	.....	.....
U	–4	6	U (–4,6)	.....	(–,+)
C	.....	.....	.....	.....	.....
A	–4	–3	A (–4, –3)	.....	(–,–)
T	.....	.....	.....	.....	.....
I	4	–2	I (4, –2)	.....	(+,–)
O	.....	.....	.....	.....	.....
N	.....	.....	.....	.....	.....

SCERT TELANGANA

उपरोक्त सारिणी से हमने यह देखा कि बिन्दुओं के निर्देशांक तथा चिह्नों और क्रदान्त के बीच संबंध होता है।





अभ्यास 5.2

1. नीचे दिए गए बिन्दुओं के क्रदान्त लिखिए?

   i) (−2, 3)   ii) (5, −3)   iii) (4, 2)   iv) (−7, −6)

   v) (0, 8)   vi) (3, 0)   vii)(−4, 0)   viii) (0, −6)

2. निम्नलिखित बिन्दुओं के भुज और कोटि को बताइए?

   i) (4, −8)   ii) (−5, 3)   iii) (0, 0)   iv) (5, 0)

   v) (0, −8)

   नोट : Plural of abscissa is abscissae.

3. कौनसे बिन्दु अक्षों पर स्थित होंगे लिखकर उनके अक्षों के नाम भी लिखिए।

   i) (−5, −8)   ii) (0, 13)   iii) (4, −2)   iv) (−2, 0)

   v) (0, −8)   vi) (7, 0)   vii) (0, 0)

4. आलेख के आधार पर प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

   i) L बिन्दु की कोटि

   ii) Q बिन्दु की कोटि

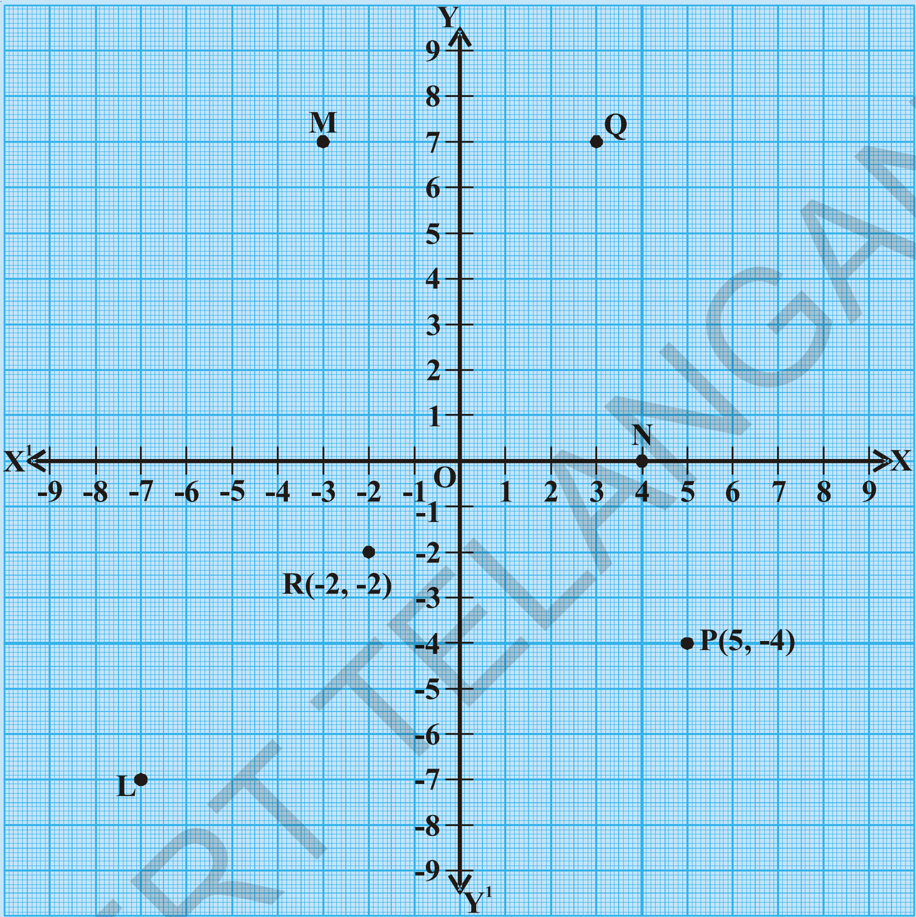
   iii) निर्देशांक (−2, −2) द्वारा दर्शाया गया बिन्दु

SCERT TELANGANA

iv) निर्देशांक (5, –4) द्वारा दर्शाया गया बिन्दु

v) N का भुज (abscissa)

vi) M का भुज



5. सत्य या असत्य लिखिए। यदी असत्य हो तो सत्य कथन लिखीए।

i. कार्तीय तल में क्षैतिज रेखा को Y - अक्ष कहते हैं।

ii. कार्तीय तल के ऊर्ध्वाधर रेखा को Y - अक्ष कहते हैं।

iii. बिन्दु जो दोनों अक्षों पर अंकित होता है उसे मूल बिन्दु कहते हैं।

iv. निर्देशांक (2, –3) तीसरे क्रदान्त में अंकित होता है।

v. (–5, –8) चौथे क्रदान्त में होता है।

vi. बिन्दु (–x , –y) पहले क्रदान्त में होगा जहाँ पर $x < 0$, $y < 0$ है।

6. निम्नलिखित बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर डालो। आपने क्या देखा?

i.. (1, 0), (3 , 0), (–2 , 0), (–5, 0), (0, 0), (5, 0), (–6, 0)

ii. (0, 1), (0 , 3), (0 , –2), (0, –5), (0, 0), (0, 5), (0, –6)

SCERT TELANGANA

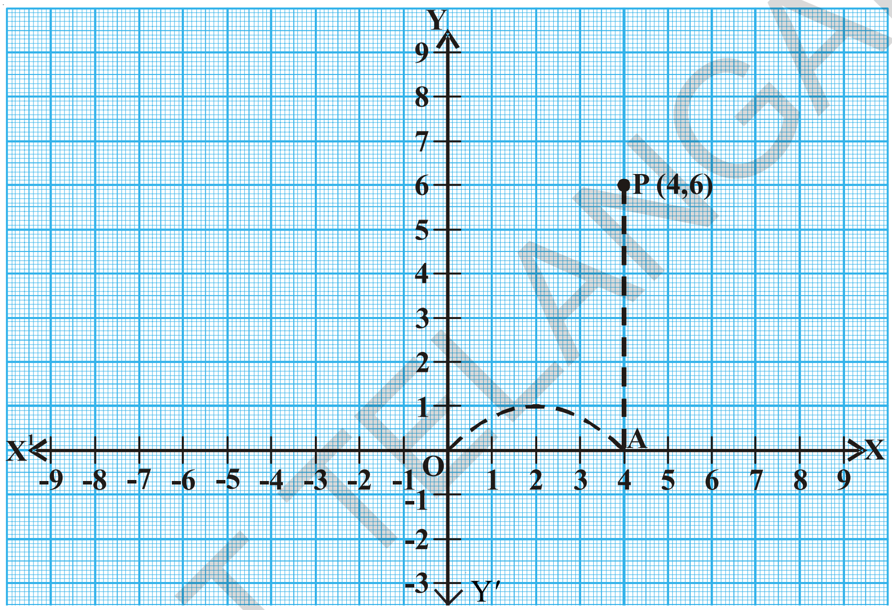
5.3 कार्तीय तल में एक बिन्दु आलेखित करना जबकि इसके निर्देशांक दिये हुए हों।

अभी तक हमने देखा तल पर डाले गये बिन्दु की स्थिति को कैसे पहचानते हैं हम सिखेंगे कि तल में इन बिन्दुओं को किस प्रकार अंकित करते हैं।

मान लीजिए निर्देशांक (4, 6) है उसको हम तल पर कैसे अंकित करेंगे।

क्या आप बता सकते हैं बिन्दु P किस क्रदान्त में अंकित होगा?

हम जानते हैं भुज (x-निर्देशांक) 4 है तथा कोटि (y-निर्देशांक) 6 है।



∴ बिन्दु P प्रथम क्रदान्त (Q_1) में उपस्थित है।

बिन्दु P (4, 6) को आलेखित करने की विधि इस प्रकार होगी।

- ग्राफ पेपर पर दो संख्या रेखाओं को एक दूसरे पर लम्ब खीचो उनका प्रतिच्छेदक बिन्दु शून्य होता है। क्षैतिज रेखा को X-अक्ष तथा ऊर्ध्वाधर रेखा को Y-अक्ष नाम दीजिए। उनके मूल बिन्दु को 'O' नाम दीजिए।
- x-निर्देशांक को ध्यान में रखते हुए मूल बिन्दु से शुरूवात कीजिए।
- X-अक्ष पर मूलबिन्दु से दायीं ओर 4 इकाई दूरी पर बिन्दु A अंकित कीजिए।
- A बिन्दु से 6 इकाई ऊपर की ओर Y-अक्ष की धनात्मक दिशा में आगे बढ़िये।
- 'P' को (4, 6) में निरूपित कीजिए।

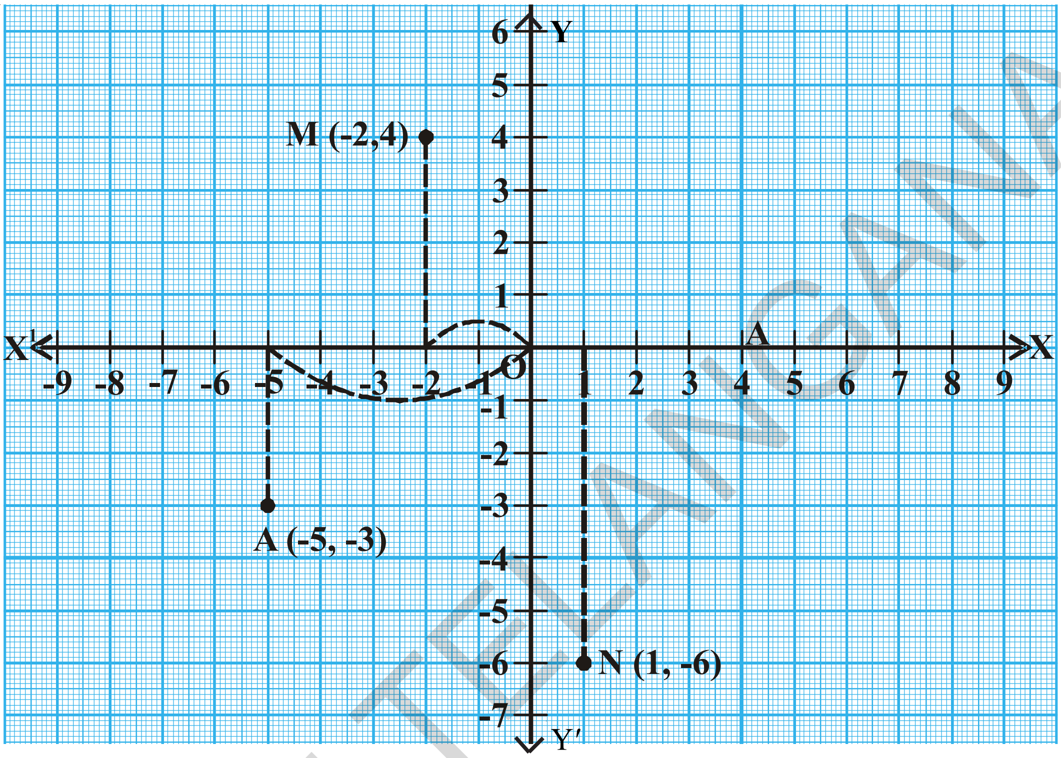
उपरोक्तत विधि से कार्तीय तल में बिन्दु को अंकित करने की प्रक्रिया को हम "बिन्दु का आलेखन" (plotting the point) कहते हैं।

SCERT TELANGANA

उदाहरण-7. कार्तीय तल में बिन्दुओं का आलेखन कीजिए।

(i) M (–2, 4), (ii) A (–5, -3), (iii) N (1, –6)

हल : X-अक्ष तथा Y-अक्ष को ग्राफ पर उतारिए।



(i) क्या आप बता सकते हैं कि बिन्दु M किस क्रदान्त में उपस्थित है?

चुकि x<0, y>0 वह दूसरे क्रदान्त में उपस्थित है। अब हम उसका आलेखन देखेंगे।

M (–2,4) शून्य से X-अक्ष के ऋणात्मक दिशा में 2 इकाई की दूरी तय कीजिए।

वहाँ से Y-अक्ष के समानान्तर ऊपर की ओर 4 इकाई दूरी लीजिए। तथा उसे M (–2,4) से दर्शाइए।

(ii) A (–5, –3) :

बिन्दु A तीसरे क्रदान्त में स्थित है।

शून्य से X-अक्ष पर बायी ओर ऋणात्मक दिशा में 5 इकाई की दूरी लीजिए।

वहाँ से नीचे की ओर Y-अक्ष के समानान्तर ऋणात्मक दिशा में 3 इकाई की दूरी लीजिए। तथा उसे A (–5, –3) से दर्शाइए।

(iii) N (1, –6): बिन्दु किस क्रदान्त में होगा?

बिन्दु N चौथे क्रदान्त में स्थित है

X-अक्ष पर शून्य से दायीं ओर 1 इकाई की दूरी लीजिए।

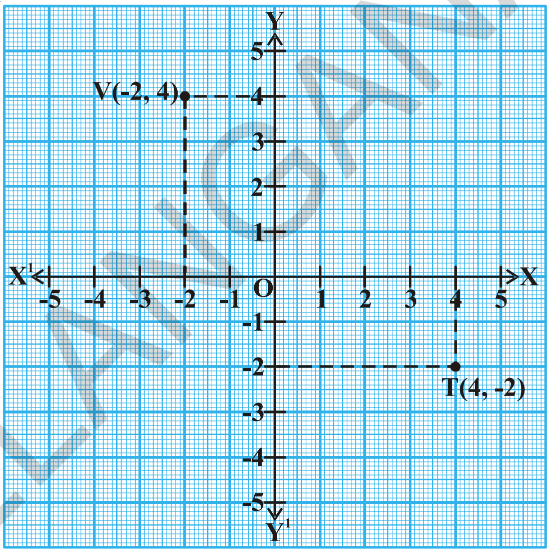
वहाँ से Y-अक्ष के ऋणात्मक दिशा में नीचे की ओर 6 इकाई की दूरी लीजिए। तथा उसे N (1, –6) से दर्शाइए।

इसे हल कीजिए

कार्तीय तल पर बिन्दुओं को आलेखित कीजिए।

1. B (–2, 3)   2. L (5, –8)   3. U (6, 4)   4. E (–3, –3)

उदाहरण-8 : T(4, –2) और V(–2, 4) को कार्तीय तल पर आलेखित करो, क्या ये दोनों निर्देशांक एक ही बिन्दु पर स्थित होंगे?



हल : इस उदाहरण में हम दो बिन्दुओं को आलेखित कर रहे हैं। T (4, –2) तथा V(–2, 4)

क्या दोनों बिन्दु (4, –2) तथा (–2, 4) भिन्न है या एक? इस पर विचार कीजिए।

हम देखेंगे कि (4, –2) तथा (–2, 4) दोनों भिन्न स्थानों पर स्थित है। उपरोक्त क्रिया को इन बिन्दुओं से दोहराइए P (8, 3), Q(3, 8) तथा A (4, –5), B(–5 , 4) और बताइए क्या बिन्दु (x, y) बिन्दु (y, x) से भिन्न है या नही?

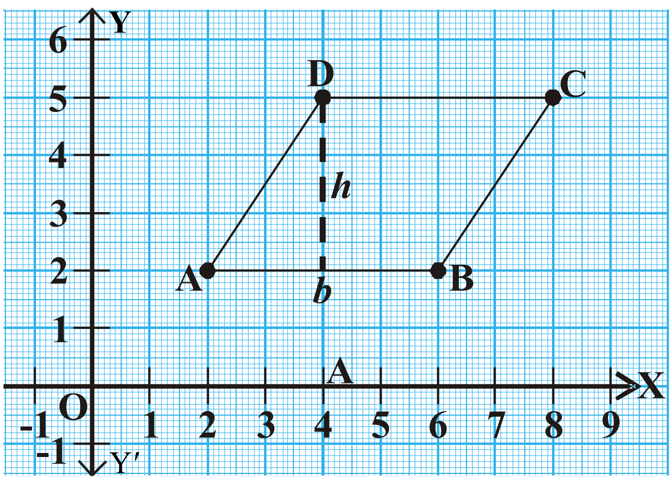
उपरी आलेखन इस तथ्य को प्रमाणित करता है कि (x, y) बिन्दु (y, x). से भिन्न होता है। अर्थात् (x, y) में उनका क्रम अत्यधिक महत्वपूर्ण है।

इसीलिए (x, y) को क्रमित युग्म कहते हैं।

यदि $x \neq y$, तो क्रमित युग्म $(x, y) \neq$ क्रमित युग्म (y, x).

यदि $x = y$, हो तो $(x, y) = (y, x)$ होगा।

उदाहरण-9. बिन्दु A(2, 2), B(6, 2), C (8, 5) तथा D (4, 5) को ग्रॉफ पेपर पर आलेखित कर उन्हें एक दूसरे से मिलाकर समानान्तर चतुर्भुज बनाइए तथा उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो?



हल: सभी दिए गए बिन्दु Q_1 में स्थित होंगे।

ग्रॉफ से आधार b = AB = 4 इकाई

ऊँचाई h = 3 इकाई

समानान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल

= आधार × ऊँचाई

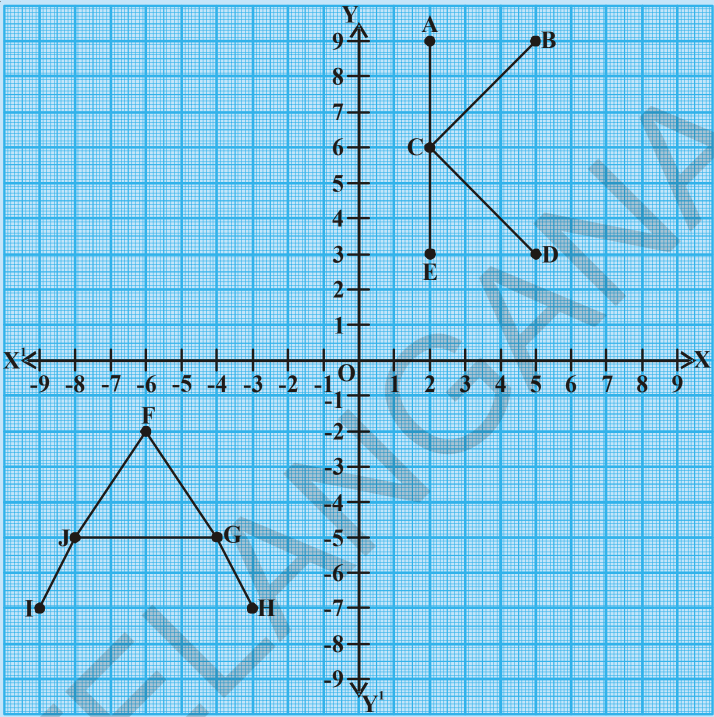
= 4 × 3 = 12 वर्ग इकाई।

SCERT TELANGANA

इसे कीजिए

(i) A, B, C, D, E बिन्दुओं के निर्देशांक लिखिए।

(ii) F, G, H, I, J बिन्दुओं के निर्देशांक लिखिए।



अभ्यास 5.3

1. नीचे दिए गए x , y निर्देशांक वाले बिन्दुओं को कार्तीय तल पर आलेखित कीजिए।

x	2	3	–1	0	–9	–4
y	–3	–3	4	11	0	–6
(x, y)						

2. (5, –8) तथा (–8, 5) क्या दोनों बिन्दु एक ही स्थान पर उपस्थित होंगे। आपके उत्तर को प्रमाणित कीजिए।

3. (1, 2), (1, 3), (1, –4), (1, 0) तथा (1, 8). को आलेख पर निरूपित करो आप उनकी स्थिति के बारे में क्या कहेंगे?

4. (5, 4), (8, 4), (3, 4), (0, 4), (–4, 4), (–2, 4)? बिन्दुओं की स्थिति के बारे में आप कहेंगे? कार्तीय तल पर इनका स्थान निर्धारण करके अपने उत्तर को निरूपित कीजिए।

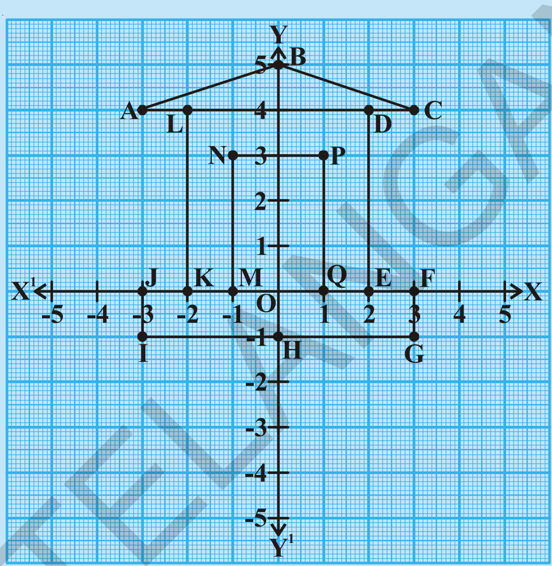
5. बिन्दु (0, 0) (0, 3) (4, 3) (4, 0) को ग्रॉफ पेपर पर डालकर उनको क्रमबध्द सरल रेखाओं द्वारा जोड़कर आयत बनाइए तथा उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

SCERT TELANGANA

6. बिन्दु (2, 3), (6, 3) तथा (4, 7) को ग्रॉफ पेपर पर निरूपण कीजिए उनको मिलाकर त्रिभुज बनाइए तथा उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए?

7. निर्देशांकों का योगफल 5 लेते हुए किन्हीं 6 बिन्दुओं को ग्रॉफ पेपर पर निरूपित कीजिए?
उदा : (–2, 7) (1, 4) ....

8. ग्रॉफ को देखकर A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, L, M. N, P, O तथा Q के निर्देशांकों को लिखिए।



9. बिन्दुओं को आलेखित कर, उन्हें रेखाखण्ड द्वारा मिलाइए।

i.	(2, 5), (4, 7)	ii.	(–3, 5), (–1, 7)
iii.	(–3, –4), (2, –4)	iv.	(–3, –5), (2, –5)
v.	(4, –2), (4, –3)	vi.	(–2, 4), (–2, 3)
vii.	(–2, 1), (–2, 0)		

उसी ग्रॉफ पर इन बिन्दुओं को आलेखित कर उन्हें रेखाखण्ड द्वारा मिलाइए।

viii.	(–3, 5), (–3, 4)	ix.	(2, 5), (2, –4)
x.	(2, –4), (4, –2)	xi.	(2, –4), (4, –3)
xii.	(4, -2), (4, 7)	xiii.	(4, 7), (–1, 7)
xiv.	(–3, 2), (2, 2)		

आप एक आश्चर्यजनक चित्र पायेंगे, वह क्या है?

SCERT TELANGANA

क्रिया कलाप

विभिन्न शहर जैसे हैदराबाद, नई दिल्ली, चेन्नाई तथा विशाखापट्टणन की स्थिति का गोलार्ध (globe) पर अक्षांश तथा रेखांश की सहायता से अध्ययन कीजिए।

निर्माणात्मक क्रिया कलाप

एक ग्रॉफ पेपर में उनके अक्षों पर दिये गये बिन्दु आलेखित कर उन्हें सरल रेखा से मिलाइए।

(1, 0) (0.9) ; (2, 0) (0, 8); (3, 0) (0, 7); (4, 0) (0, 6);

(5, 0) (0.5); (6, 0) (0, 4); (7, 0) (0, 3); (8, 0) (0, 2) ; (9, 0) (0, 1).

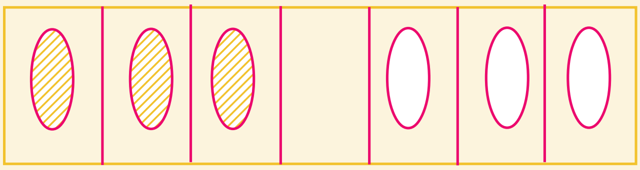
इन बिन्दुओं से चित्र को पूर्ण कीजिए, आपने क्या देखा?

हमने क्या सीखा?

- एक तल में बिन्दु का स्थान निर्धारण करने के लिए दो जानकारियों की आवश्यकता होती है।
- एक तल में एक वस्तु या एक बिन्दु का स्थान निर्धारण करने के लिए दो लंब रेखाओं की आवश्यकता होती है जिसमें एक क्षैतिज (X-अक्ष) होती है और दूसरी ऊर्ध्वाधर (Y-अक्ष) होती है।
- कार्तीय तल को रेने डिस्कारटस के बाद यह नाम दिया गया।
- अक्षों के प्रतिच्छेद बिन्दुओं को मूल बिन्दु कहा जाता है। मूल बिन्दु के निर्देशांक (0,0) होते है।
- ऋमित युग्म (x, y) ऋमित युग्म (y, x) से भिन्न होता है।
- X-अक्ष को समीकरण $y = 0$ द्वारा दर्शाया जाता है।
- Y-अक्ष को समीकरण $x = 0$ द्वारा दर्शाया जाता है।

दिमागी खेल

नीचे दिए गए पत्तों की स्थिति से पहेली को सुलझाओ।



सफेद पत्तों को छायांकित पत्तों की जगह पर स्थानांतरित कीजिए। निम्न बातों का ध्यान रखिए : (1) एक रंग वाले पत्तों की अदला बदली नहीं हो सकती। (2) एक समय में सिर्फ एक ही पत्ता, एक स्थान ही लेना चाहिए।

न्यूनतम परिवर्तन 15 से 20 बार हो सकता है। क्या आप इसे और अच्छी तरह से कर सकते हैं? खेल को और रोचक बनाने के लिए पत्तों की संख्या को बढाइए।

SCERT TELANGANA