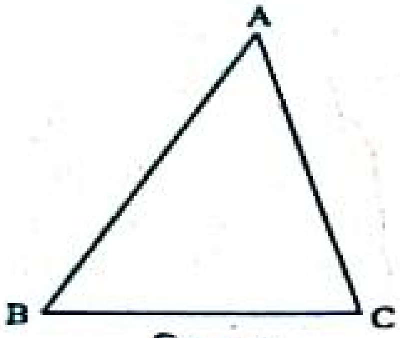
সপ্তম অধ্যায়

ত্ৰিভুজ (Triangles)

7.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

আগৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ নানাধৰণৰ ধৰ্মৰ বিষয়ে শিকি আহিছা। তোমালাকে জানা যে তিনিডাল কটাকটি কৰা ৰেখাই সৃষ্টি কৰা আবদ্ধ ক্ষেত্ৰক ত্ৰিভুজ বোলা হয়। ('ত্ৰি' মানে 'তিনি')। এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু, তিনিটা কোণ আৰু তিনিটা শীৰ্ষবিন্দু থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, চিত্ৰ 7.1 ত ΔABC ৰ দ্বাৰা চিহ্নিত ত্ৰিভুজ ABC ত AB, BC, CA হ'ল তিনিটা বাহু বা ভুজ, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ তিনিটা কোণ আৰু A, B, C তিনিটা শীৰ্ষবিন্দু। অধ্যায়-6 অত তোমালোকে ত্ৰিভুজৰ কিছুমান ধৰ্মৰ বিষয়েও পাই আহিছা। এই অধ্যায়ত তোমালোকে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা, সৰ্বসমতাৰ বিধি, ত্ৰিভুজৰ কেইটামান অতিৰিক্ত ধৰ্ম আৰু এটা ত্ৰিভুজত থকা অসমতাৰ বিষয়ে বিতংভাৱে জানিব পাৰিবা। এই ধৰ্মসমূহৰ সৰহভাগকে তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীসমূহত ইতিমধ্যে প্ৰত্যায়ন বা সত্যাপন (verify) কৰি আহিছা। এতিয়া সেইবোৰৰ কেইটামানৰ আমি প্ৰমাণ আগবঢ়াম।

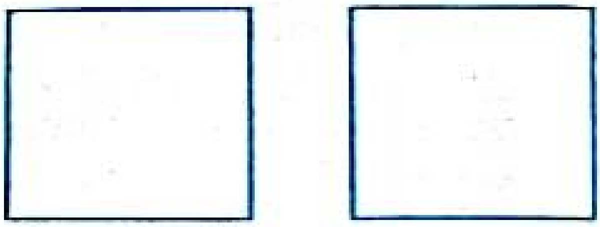


চিত্ৰ 7.1

7.2 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা (Congruence of Triangles) :

তোমালোকে নিশ্চয় লক্ষ্য কৰিছা যে একে আকাৰৰ তোমালোকৰ ফটোগ্ৰাফৰ নকল দুখন অভিন্ন। সেইদৰে, একে আকাৰৰ দুপাত খাৰু নাইবা একেটা বেংকে বিতৰণ কৰা দুখন এ. টি. এম. কাৰ্ড অভিন্ন হোৱা দেখা যায়। তোমালোকৰ মনত পৰিব পাৰে যে একেটা বছৰতে টাকশালৰ পৰা ওলোৱা দুটা এটকীয়া মুদ্ৰাৰ এটা আনটোৰ ওপৰত ৰাখিলে ইটোৱে সিটোৰ ওপৰত সম্পূৰ্ণৰূপে খাপ খাই পৰে।

এনেধৰণৰ আকাৰসমূহক কি কোৱা হয়, তোমালোকৰ মনত আছেনে? দৰাচলতে, এইবোৰক সৰ্বসম আকাৰ বোলা হয় (সৰ্বসম মানে হ'ল— সকলো ক্ষেত্ৰতে সমান নাইবা তেনেবোৰ আকাৰ যিবোৰৰ আকৃতি আৰু আকাৰ উভয়ে একে)।



চিত্ৰ 7.2

এতিয়া, একে ব্যাসাৰ্দ্ধৰ দুটা বৃত্ত আঁকি এটাক আনটোৰ ওপৰত ৰাখা। কি দেখিলা? সিহঁতৰ এটা আনটোৰ সৈতে সম্পূৰ্ণৰূপে খাপ খাই পৰে আৰু তেতিয়া আমি কওঁ যে বৃত্ত দুটা সৰ্বসম। একে জোখৰ বাহুৰ এটা বৰ্গ আন এটাৰ ওপৰত ৰাখি (চিত্ৰ 7.2) নাইবা সমান বাহুৰ দুটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ এটা আনটোৰ ওপৰত ৰাখি এই কাৰ্যৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটোৱা। তুমি দেখিবা যে বৰ্গ দুটাৰ এটা আনটোৰ সৰ্বসম আৰু সমবাহু ত্ৰিভুজৰ বেলিকাও কথা একেটাই।

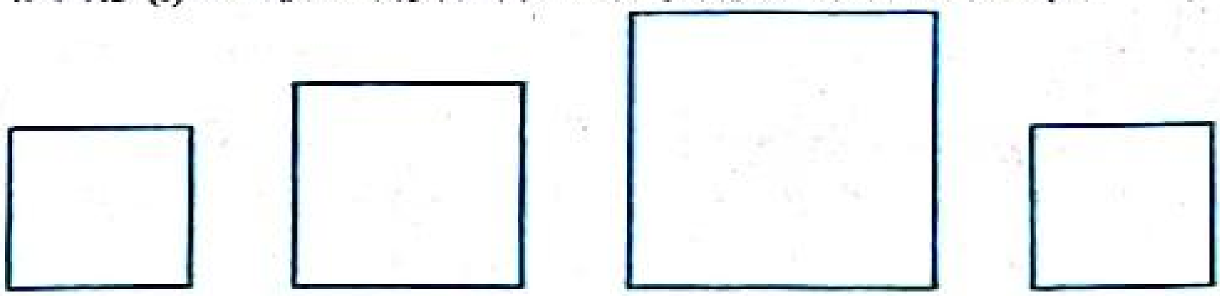
তোমালোকৰ হয়তো আচৰিত লাগিছে এই বুলি যে আমি কি কাৰণেনো সৰ্বসমতাৰ চৰ্চা কৰিব লাগে। তোমালোকে তোমালোকৰ ৰেফ্ৰিজাৰেটত থকা বৰফৰ থালবোৰ লক্ষ্য কৰিছা নিশ্চয়। মন কৰা যে বৰফ তৈয়াৰ কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা আটাইবোৰ সাঁচেই সৰ্বসম। থালখনত সাঁচ বনাবলৈ কাটি উলিওৱা খাজবোৰো (আয়তীয়, বৃত্তীয় বা ত্ৰিভুজীয়, যিয়েই নহওক) সৰ্বসম। গতিকে যেতিয়াই লাইলাখ একেধৰণৰ বা অভিন্ন বস্তু তৈয়াৰ কৰিবলগীয়া হয় তেতিয়াই সাঁচ তৈয়াৰ কৰিবলৈ সৰ্বসমতাৰ ধাৰণা ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

কোনো কোনো সময়ত কলমত ৰিফিল সলনি কৰিবলৈ তোমালোকে অসুবিধাৰ সন্মুখীন হোৱা নিশ্চয় যেতিয়া নতুন ৰিফিলৰ আকাৰ সলনি কৰিব খোজা ৰিফিলৰ আকাৰৰ সৈতে একে নহয়। স্পষ্টভাবে, যদি ৰিফিল দুডাল অভিন্ন বা সৰ্বসম হয় তেন্তে নতুন ৰিফিলডাল কলমটোত সঠিকভাবে খাপ খাই পৰিব।

গতিকে, দৈনন্দিন জীৱনধাৰণত তোমালোকে অনেক উদাহৰণ পাবা যিবোৰত সামগ্ৰীসমূহৰ সৰ্বসমতা প্ৰয়োগ কৰিবলগীয়া হয়।

সৰ্বসম আকাৰৰ আৰু কেইটামান উদাহৰণৰ কথা তোমালোকে ভাবিব পাৰানে?

চিত্ৰ 7.3 (i) ত অংকিত বৰ্গটোৰ লগত তলৰ কোনবোৰ আকাৰ সৰ্বসম নহয়?



(i) (ii) (iii) (iv)

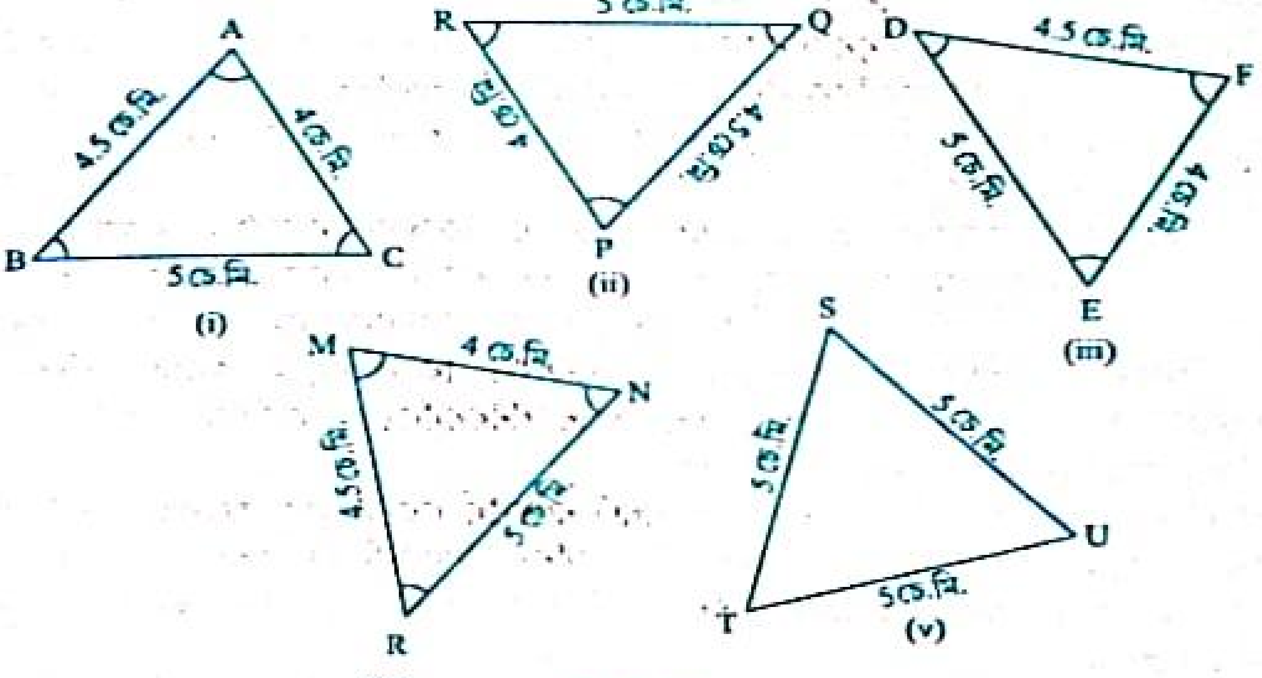
চিত্ৰ 7.3

স্পষ্টভাৱে 7.3 (ii) আৰু (iii) ৰ ভাঙৰ বৰ্গ দুটা 7.3 (i) ৰ বৰ্গটোৰ সৈতে সৰ্বসম নহয়, কিন্তু 7.3 (iv) ৰ বৰ্গটো 7.3 (i) ৰ বৰ্গৰ সৈতে সৰ্বসম।

এতিয়া, দুটা ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বিষয়টো আলোচনা কৰা যাওক।

তোমালোকে ইতিমধ্যে জানা যে দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হয় যদি এটাৰ বাহু আৰু কোণবোৰ আনটোৰ অনুৰূপ বাহু আৰু কোণৰ সমান হয়।

এতিয়া তলৰ ত্ৰিভুজবোৰৰ কোনবোৰ চিত্ৰ 7.4 (i) ৰ ABC ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসম?



চিত্ৰ 7.4

চিত্ৰ 7.4 (ii) ৰ পৰা (v) লৈ প্ৰতিটো ত্ৰিভুজ কাটি উলিওৱা আৰু প্ৰয়োজন অনুসাৰে ঘূৰাই ΔABC ক ঢাকিবলৈ চেষ্টা কৰা। লক্ষ্য কৰা যে চিত্ৰ 7.4 ৰ (ii), (iii) আৰু (iv) ত্ৰিভুজকেইটা ΔABC ৰ সৰ্বসম। আনহাতে, 7.4 (v) ৰ ΔTSU, ΔABC ৰ সৰ্বসম নহয়।

যদি ΔPQR, ΔABC ৰ সৰ্বসম হয়, তেতিয়া আমি এনেদৰে লিখোঁ $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$.

মন কৰা যে যেতিয়া $\Delta PQR \equiv \Delta ABC$ তেতিয়া ΔPQR ৰ বাহুবোৰ ΔABC ৰ অনুৰূপ সমান বাহুৰ লগত মিলি যায় আৰু উভয় ত্ৰিভুজৰ কোণৰ ক্ষেত্ৰতো কথা একেটাই হয়।

অৰ্থাৎ PQ, AB ৰ সৈতে, QR, BC ৰ সৈতে আৰু RP, CA ৰ সৈতে মিলি যায়; সেইদৰে $\angle P$, $\angle A$ ৰ সৈতে, $\angle Q$, $\angle B$ ৰ সৈতে আৰু $\angle R$, $\angle C$ ৰ সৈতে খাপ খায়। অৰ্থাৎ P বিন্দু A বিন্দুৰ সৈতে, Q, B ৰ সৈতে আৰু R, C ৰ সৈতে মিলি যায় যাক আমি বুজাওঁ এনেদৰে—

$$P \leftrightarrow A,\ Q \leftrightarrow B,\ R \leftrightarrow C$$

মন কৰা যে এই অনুৰূপতা সাপেক্ষে $\Delta PQR \cong \Delta ABC$; কিন্তু $\Delta QRP \cong \Delta ABC$ এইদৰে লিখাটো শুদ্ধ নহব।

সেইদৰে, চিত্ৰ 7.4 (iii) ৰ ক্ষেত্ৰত

$FD \leftrightarrow AB$, $DE \leftrightarrow BC$ আৰু $EF \leftrightarrow CA$ আৰু $F \leftrightarrow A$, $D \leftrightarrow B$ আৰু $E \leftrightarrow C$

গতিকে, $\Delta FDE \cong \Delta ABC$ হ'ব কিন্তু, $\Delta DEF \cong \Delta ABC$ শুদ্ধ নহয়।

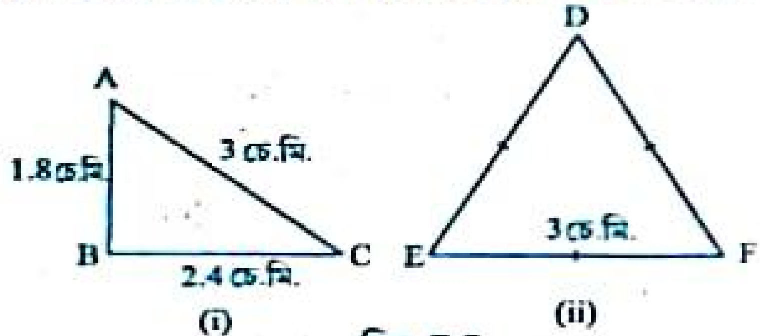
চিত্ৰ 7.4 (iv) ত দেখুওৱা ত্ৰিভুজটো আৰু ΔABC ৰ মাজৰ অনুৰূপ সম্বন্ধকেইটা উল্লেখ কৰা। গতিকে, প্ৰতীকী ৰূপত ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা বুজাবলৈ হ'লে শীৰ্ষবিন্দুবোৰৰ অনুৰূপ সম্পৰ্কটো শুদ্ধকৈ প্ৰকাশ কৰাটো আৱশ্যক।

মন কৰা যে— সৰ্বসম ত্ৰিভুজত অনুৰূপ অংশবোৰ পৰস্পৰ সমান আৰু 'সৰ্বসম ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ অংশবোৰ'ৰ (Corresponding parts of congruent triangles) পৰিবৰ্তে আমি সংক্ষেপে CPCT লিখো।

7.3 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা বিচাৰৰ চৰ্তসমূহ (Criteria for Congruence of Triangles) :

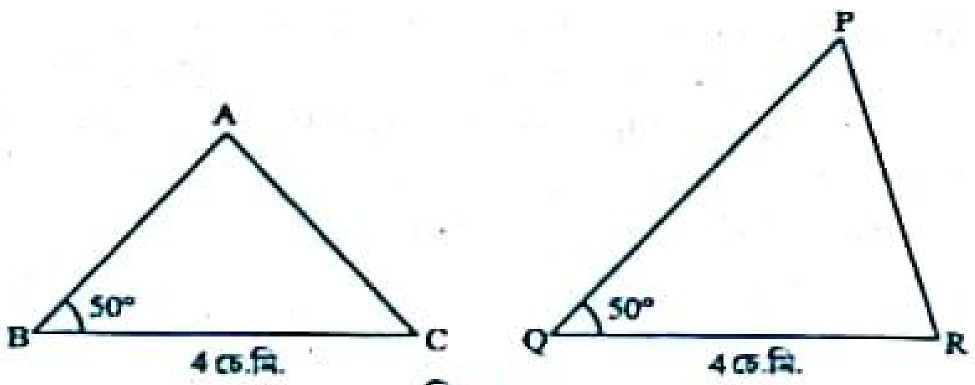
আগৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ চাৰিবিধ চৰ্তৰ বিষয়ে শিকিছা। আমি সেইবোৰ মনত পেলাই চাওঁহঁক।

দুটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ মাথোন একোটাকৈ বাহুৰ জোখ 3 চেণ্টিমিটাৰ। এই ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হয়নে? মন কৰা যে সিহঁত সৰ্বসম নহয় (চিত্ৰ 7.5 চোৱা)



চিত্ৰ 7.5

এতিয়া, দুটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ মাথোন একোটাকৈ বাহু আৰু কোণৰ জোখ ক্ৰমে 4 চেণ্টিমিটাৰ আৰু 50° (চিত্ৰ 7.6 চোৱা)। ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসমনে?



চিত্ৰ 7.6

মন কৰা যে এই ত্ৰিভুজ দুটাও সৰ্বসম নহয়।

কিছুমান অধিক ত্ৰিভুজৰ যোৰ লৈ এই কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা।

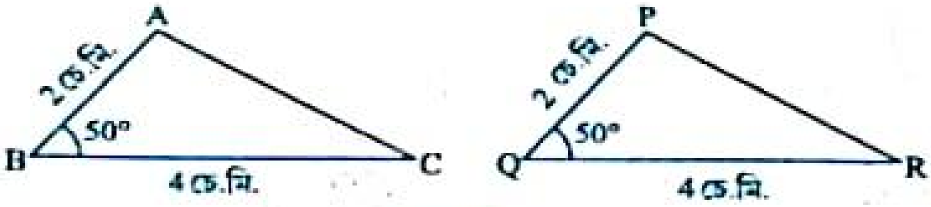
গতিকে, একোযোৰ বাহু বা একোযোৰ বাহু আৰু একোযোৰ কোণৰ সমতা ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে পৰ্যাপ্ত নহয়।

যদি সমান কোণবোৰৰ আন বাহুবোৰো সমান হয় তেন্তে কি হ'ব?

চিত্ৰ 7.7 ত $BC = QR$, $\angle B = \angle Q$ আৰু লগতে $AB = PQ$। এতিয়া, ΔABC আৰু ΔPQR সৰ্বসমতাৰ বিষয়ে তুমি কি কবা?

আগৰ পাঠসমূহৰ পৰা স্মৰণ কৰা যে এইক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম। চিত্ৰ 7.7 ত সন্নিবিষ্ট ΔABC আৰু ΔPQR ৰ ক্ষেত্ৰত এই কথাৰ প্ৰত্যায়ন কৰি চোৱা।

ত্ৰিভুজৰ আন কিছুমান যোৰ লৈ এই কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা। তুমি মন কৰিছানে যে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণৰ সমতাই যথেষ্ট। এৰা, এই সমতাই যথেষ্ট।



চিত্ৰ 7.7

এইটো হ'ল ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ প্ৰথম চৰ্ত।

স্বীকাৰ্য 7.1 (সৰ্বসমতাৰ বা-কো-বা বিধি) : *দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হ'ব যদি এটাৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণ আনটো ত্ৰিভুজৰ দুই বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণৰ সমান হয়।*

এই ফলাফলটো ইতিপূৰ্বে লাভ কৰা কোনোধৰণৰ ফলাফলৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰিব নোৱাৰি আৰু সেয়েহে ইয়াক এটা স্বীকাৰ্য হিচাপে মানি লোৱা হয় (পৰিশিষ্ট-1 চোৱা)

এতিয়া আমি কেইটামান উদাহৰণ লওঁহক।

উদাহৰণ 1 : চিত্ৰ 7.8 ত $OA = OB$ আৰু $OD = OC$।

দেখুওৱা যে (i) $\Delta AOD \cong \Delta BOC$ আৰু (ii) $AD \parallel BC$

চিত্ৰ 7.8

সমাধান : (i) লক্ষ্য কৰা যে

ΔAOD আৰু ΔBOC ত

$\left.\begin{matrix} OA = OB \\ OD = OC \end{matrix}\right\}$ (প্ৰদত্ত)

আকৌ, যিহেতু $\angle AOD$ আৰু $\angle BOC$ য়ে এযোৰ বিপ্ৰতীপ কোণৰ সৃষ্টি কৰে, আমি

পাওঁ—

$\angle AOD = \angle BOC$

গতিকে $\Delta AOD \cong \Delta BOC$ (বা-কো-বা বিধি অনুসৰি)

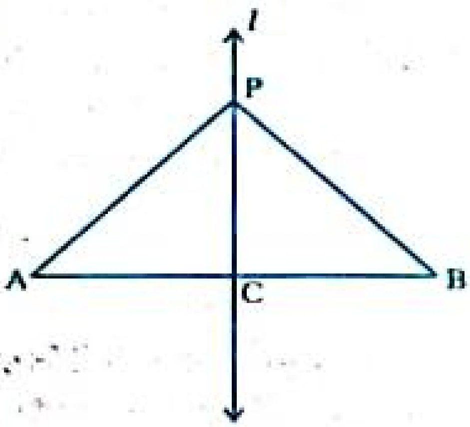
(ii) AOD আৰু BOC সৰ্বসম ত্ৰিভুজত আনবোৰ অনুৰূপ অংশও সমান।

গতিকে, $\angle OAD = \angle OBC$ আৰু কোণ দুটাই ৰেখাখণ্ড AD আৰু BC ৰ বাবে একান্তৰ বা বিপৰ্যস্ত কোণ সৃষ্টি কৰে।

সেয়েহে, AD ॥ BC

উদাহৰণ 2 : AB এডাল ৰেখাখণ্ড আৰু l ইয়াৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক। P, l ৰ ওপৰত এটা বিন্দু হ'লে দেখুওৱা যে P বিন্দুটো A আৰু B ৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী।

সমাধান : l ৰেখাডাল AB ৰ ওপৰত লম্ব আৰু ই AB ৰ মধ্যবিন্দু C ৰে যায় (চিত্ৰ 7.9 চোৱা)



চিত্ৰ 7.9

দেখুৱাব লাগে যে PA = PB

ΔPCA আৰু ΔPCB ত্ৰিভুজ দুটা বিবেচনা কৰা।

আমি পাওঁ

AC = BC (C, AB ৰ মধ্যবিন্দু)

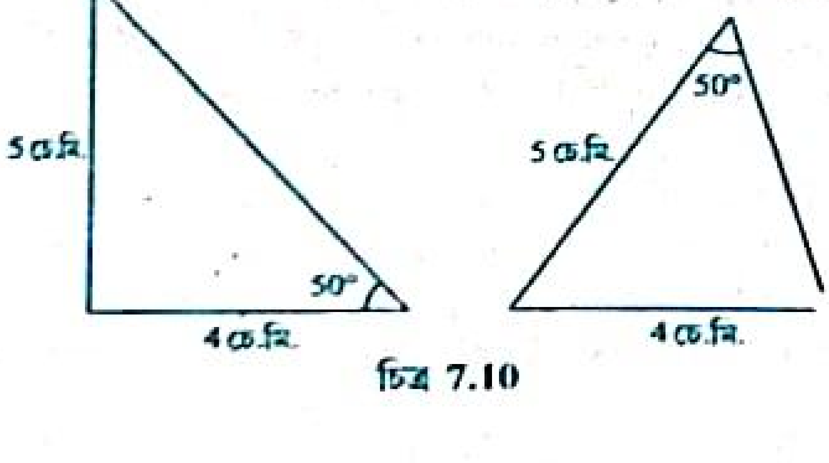
$\angle PCA = \angle PCB = 90^\circ$ (প্ৰদত্ত)

PC = PC (সাধাৰণ বাহু)

গতিকে, $\Delta PCA \cong \Delta PCB$ (বা-কো-বা বিধি)

আৰু সেয়েহে, PA = PB, কাৰণ সিহঁত সৰ্বসম ত্ৰিভুজ দুটাৰ অনুৰূপ বাহু।

এতিয়া দুটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰা হওঁক যাৰ দুটাকৈ বাহুৰ জোখ 4 চে.মি. আৰু 5 চে.মি. আৰু এটাকৈ কোণৰ জোখ 50° আৰু এই কোণটো সমান সমান বাহুৰ অন্তৰ্গত নহয়। (চিত্ৰ 7.10 চোৱা) ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হয়নে?

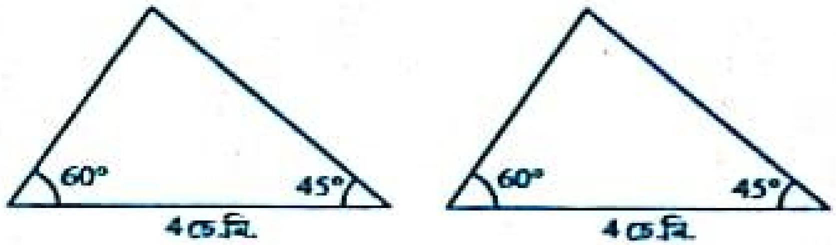


চিত্ৰ 7.10

লক্ষ্য কৰা যে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম নহয়।

ত্ৰিভুজৰ অধিক যোৰ কিছুমান লৈ এই কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা। তুমি দেখিবা যে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে সমান কোণবোৰ সমান সমান বাহুৰ যোৰৰ অন্তৰ্গত হোৱাটো বৰ আৱশ্যকীয়। সেয়েহে, সৰ্বসমতাৰ বা-কো-বা বিধি প্ৰযোজ্য কিন্তু কো-বা-বা নাইবা বা-বা-কো বিধি প্ৰযোজ্য নহয়।

ইয়াৰ পিছত দুটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰিবলৈ চেষ্টা কৰাহক যাৰ দুটাকৈ কোণৰ জোখ 60^o আৰু 45^o আৰু এই কোণ দুটাৰ অন্তৰ্গত বাহুৰ জোখ 4 চে.মি. (চিত্ৰ 7.11 চোৱা)



চিত্ৰ 7.11

এই ত্ৰিভুজ দুটা কাটি উলিওৱা আৰু এটাক আনটোৰ ওপৰত স্থাপন কৰা। কি দেখিলা? দেখিবা যে এটা ত্ৰিভুজে আনটো ত্ৰিভুজক সম্পূৰ্ণৰূপে আবৰি ধৰিছে অৰ্থাৎ ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম। ত্ৰিভুজৰ কেইটামান অধিক যোৰ লৈ কাৰ্যটো পুনৰাবৃত্তি কৰা। দেখিবা যে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে দুটাকৈ বাহু আৰু সিহঁতৰ অন্তৰ্গত কোণৰ সমতাৰ চৰ্তটো পৰ্যাপ্ত।

সৰ্বসমতাৰ এই চৰ্তটোৱেই হ'ল— কোণ-বাহু-কোণ চৰ্ত আৰু সংক্ষেপে ইয়াক কো-বা-কো এইদৰে লিখা হয়। আগৰ শ্ৰেণীসমূহতে তোমালোকে পৰীক্ষণৰ দ্বাৰা এই চৰ্তটো, প্ৰত্যায়ণ কৰি আহিছা। কিন্তু, এতিয়া আমি এই ফলটোৰ বৰ্ণনা আৰু প্ৰমাণ আগবঢ়াম।

যিহেতু এই ফলটোৰ প্ৰমাণ আগবঢ়োৱা যায় সেয়েহে ইয়াক উপপাদ্য আখ্যা দিয়া হয় আৰু ইয়াক প্ৰমাণ কৰাৰ বাবে আমি সৰ্বসমতাৰ বা-কো-বা স্বীকাৰ্যটোৰ প্ৰয়োগ কৰিম।

উপপাদ্য 7.1 (সৰ্বসমতাৰ কো-বা-কো বিধি) : *দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হ'ব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ আৰু সিহঁতৰ অন্তৰ্গত বাহুটো আনটো ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ আৰু অন্তৰ্গত বাহুৰ সমান হয়।*

প্ৰমাণ : (i) ABC আৰু DEF ত্ৰিভুজ দুটা এনেধৰণে দিয়া আছে যে

$\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

আৰু $BC = EF$.

আমি প্ৰমাণ কৰিব লাগিব যে $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

উক্ত প্ৰমাণৰ বাবে তিনিটা ক্ষেত্ৰ (Case) সৃষ্টি হয়—

ক্ষেত্ৰ (i) : ধৰা হওক, $AB = DE$ (চিত্ৰ 7.12 চোৱা) এতিয়া, কি লক্ষ্য কৰিছা? তুমি হয়তো

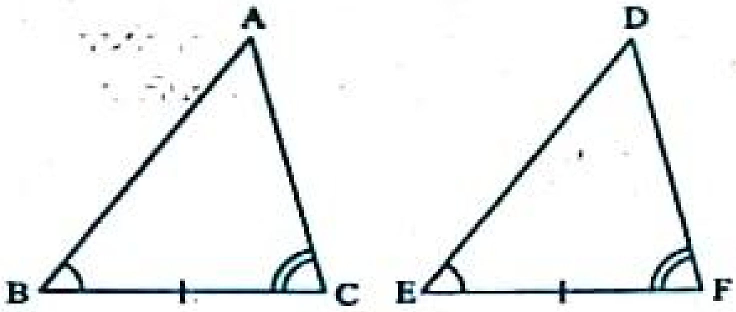
লক্ষ্য কৰিছা যে,

$AB = DE$ (ধৰি লোৱা হৈছে)

$\angle B = \angle E$ (প্ৰদত্ত)

$BC = EF$ (প্ৰদত্ত)

গতিকে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (বা-কো-বা বিধিৰ দ্বাৰা)

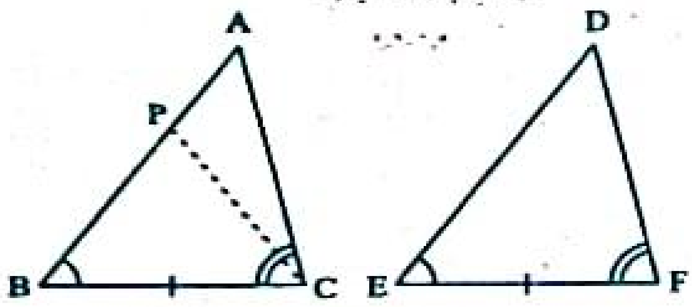


চিত্ৰ 7.12

ক্ষেত্ৰ (ii) : সম্ভৱ হ'লে, ধৰা হওক $AB > DE$

তেতিয়া, আমি AB ৰ ওপৰত এটা বিন্দু P এনেভাৱে লব পাৰোঁ যে $PB = DE$.

এতিয়া ΔPBC আৰু ΔDEF ত্ৰিভুজ দুটা বিবেচনা কৰা (চিত্ৰ 7.13 চোৱা)



চিত্ৰ 7.13

ΔPBC আৰু ΔDEF ত লক্ষ্য কৰা যে

$PB = DE$ (অংকন মতে)

$\angle B = \angle E$ (প্ৰদত্ত)

$BC = EF$ (প্ৰদত্ত)

গতিকে, সৰ্বসমতাৰ বা-কো-বা স্বীকাৰ্য অনুসৰি আমি সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰোঁ যে—

$\Delta PBC \cong \Delta DEF$

ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম কাৰণে সিহঁতৰ অনুৰূপ অংশবোৰ পৰস্পৰ সমান।

গতিকে, $\angle PCB = \angle DFE$

কিন্তু আমাক দিয়া আছে যে—

$\angle ACB = \angle DFE$

সেয়েহে, $\angle ACB = \angle PCB$

এয়া সম্ভৱনে?

এয়া সম্ভৱ হ'ব, কেৱল যদি P বিন্দু A ৰ সৈতে মিলি যায়। অৰ্থাৎ $BA = ED$

সেয়েহে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ (বা-কো-বা স্বীকাৰ্য মতে)

ক্ষেত্ৰ (iii) : যদি $AB < DE$, তেন্তে DE ৰ ওপৰত আমি এটা বিন্দু M লব পাৰো যাতে $ME = AB$ আৰু ক্ষেত্ৰ (ii) ত আগবঢ়োৱা ধৰণে যুক্তি প্ৰয়োগ কৰি আমি সিদ্ধান্তলৈ আহিব পাৰোঁ যে $AB = DE$ আৰু এইদৰে,

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$

এতিয়া ধৰি লোৱা, দুটা ত্ৰিভুজৰ দুযোৰ কোণ আৰু এযোৰ অনুৰূপ বাহু পৰস্পৰ সমান কিন্তু বাহু দুটা অনুৰূপ সমান কোণযোৰবিলাকৰ অন্তৰ্গত নহয়। তথাপি ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হবনে? তুমি দেখিবা যে সিহঁত সৰ্বসম হ'ব। কিয় ক'ব পাৰিবানে?

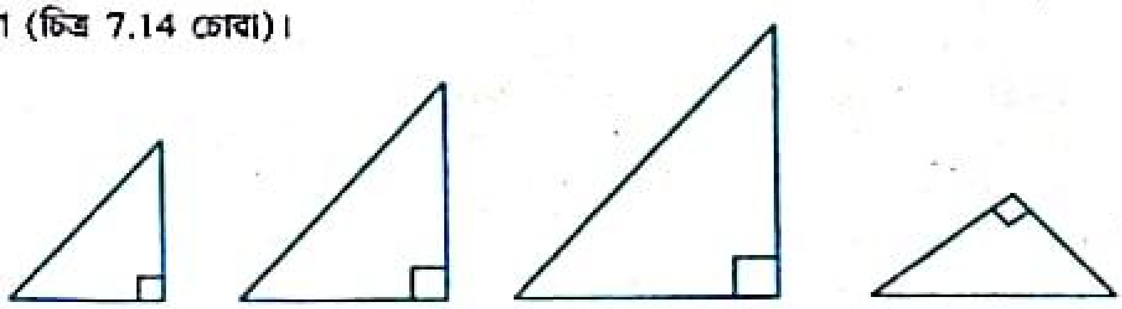
তুমি জনা যে ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি 180^0 গতিকে, যদি দুযোৰ কোণ পৰস্পৰ সমান তেন্তে তৃতীয় কোণযোৰো পৰস্পৰ সমান (180^0 সমান কোণবোৰৰ সমষ্টি)

সেয়েহে, দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হ'ব যদি ত্ৰিভুজ দুটাৰ যিকোনো দুযোৰ কোণ আৰু এযোৰ অনুৰূপ বাহু পৰস্পৰ সমান। ইয়াক আমি কো-কো-বা সৰ্বসমতাৰ বিধি হিচাপে চিহ্নিত কৰিব পাৰোঁ।

এতিয়া, আমি নিম্নোক্ত কাৰ্যটো সম্পন্ন কৰি চাওহঁক—

40^0, 50^0 আৰু 90^0 জোখৰ কোণ সহ বেলেগ বেলেগ ত্ৰিভুজ অংকন কৰা। এনেধৰণৰ কিমানটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰিব পৰা যাব?

দৰাচলতে, বেলেগ বেলেগ বাহু দৈৰ্ঘৰ তুমি যিমান বিচাৰা সিমানটা এনে ত্ৰিভুজ আঁকিবা পাৰিবা (চিত্ৰ 7.14 চোৱা)।



চিত্ৰ 7.14

মন কৰা যে ত্ৰিভুজবোৰ পৰস্পৰ সৰ্বসম হ'বও পাৰে আৰু নহ'বও পাৰে।

গতিকে, তিনিটা কোণৰ সমতা ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে পৰ্যাপ্ত চৰ্ত নহয়। সেইবাবে, ত্ৰিভুজৰ

সৰ্বসমতাৰ বাবে তিনিটা সমান অংশৰ ভিতৰত এটা অংশ বাহু হ'বই লাগিব।

আমি এতিয়া কেইটামান অধিক উদাহৰণ বিবেচনা কৰোহক।

উদাহৰণ-3 : এডাল ৰেখাখণ্ড AB আন এডাল ৰেখাখণ্ড CD ৰ সমান্তৰাল। O, AD ৰ মধ্যবিন্দু (চিত্ৰ 7.15 চোৱা)। দেখুওৱা যে (i) $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (ii) O, BC ৰও মধ্যবিন্দু।

সমাধান : (i) ΔAOB আৰু ΔDOC ত্ৰিভুজ দুটা বিবেচনা কৰা।

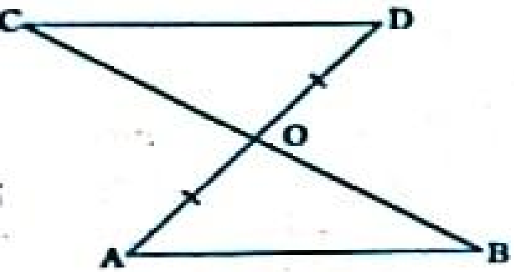
$\angle ABO = \angle DCO$ (বিপৰ্যস্ত কোণ, যিহেতু $AB \parallel CD$ আৰু BC ছিন্দকৰ হেতু)

$\angle AOB = \angle DOC$ (বিপ্ৰতীপ কোণ)

$OA = OD$ (প্ৰদত্ত)

সেয়েহে $\Delta AOB \cong \Delta DOC$ (সৰ্বসমতাৰ কো-কো-বা

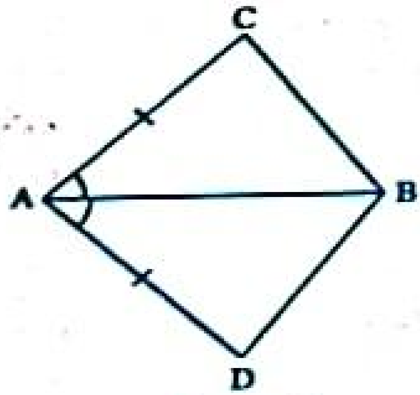
(ii) $OB = OC$ (CPCT) (সৰ্বসম ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ গতিকে O, BC ৰ মধ্যবিন্দু।



চিত্ৰ 7.15

অনুশীলনী 7.1

1. চতুৰ্ভুজ ACBD ত $AC = AD$ আৰু AB যে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰিছে (চিত্ৰ 7.16 চোৱা)। দেখুওৱা যে $\Delta ABC \cong \Delta ABD$. BC আৰু BD সম্পৰ্কে তুমি কি ক'বা?



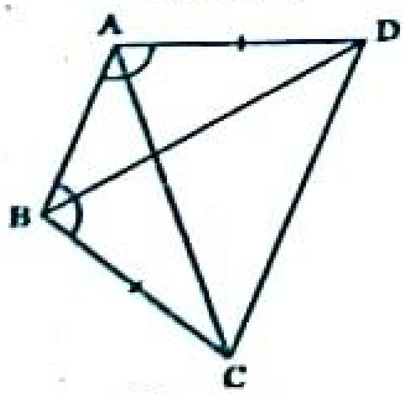
চিত্ৰ 7.16

2. ABCD এটা চতুৰ্ভুজ য'ত $AD = BC$ আৰু $\angle DAB = \angle CBA$ (চিত্ৰ 7.17 চোৱা) প্ৰমাণ কৰা যে

   (i) $\Delta ABD \cong \Delta BAC$

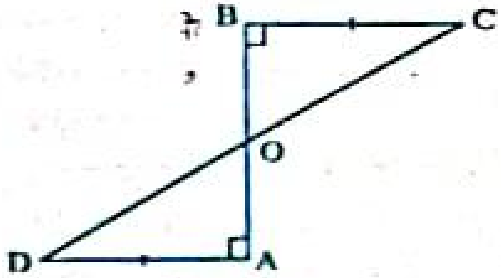
   (ii) $BD = AC$

   (iii) $\angle ABD = \angle BAC$



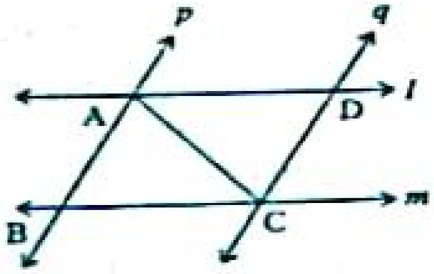
চিত্ৰ 7.17

3. এডাল ৰেখাখণ্ড AB লৈ টনা AD আৰু BC দুডাল সমান লম্ব (চিত্ৰ 7.18 চোৱা)। দেখুওৱা যে CD য়ে AB ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।



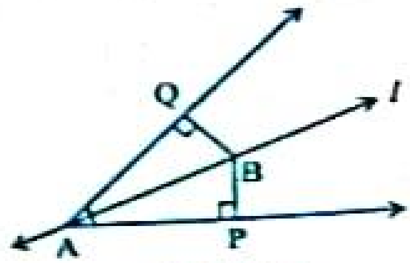
চিত্ৰ 7.18

4. l আৰু m দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাক আন এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা p আৰু q য়ে ছেদ কৰিছে (চিত্ৰ 7.19 চোৱা)। দেখুওৱা যে
$\Delta ABC \cong \Delta CDA$



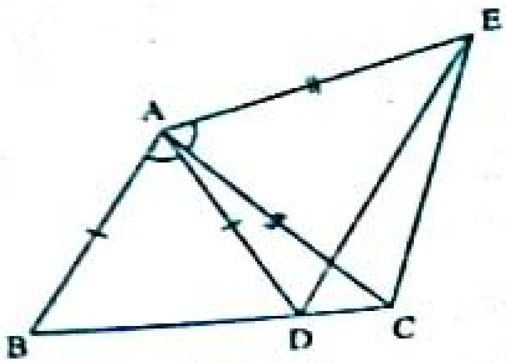
চিত্ৰ 7.19

5. l ৰেখাডাল $\angle A$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু B, l ৰ ওপৰত যিকোনো বিন্দু। B ৰ পৰা $\angle A$ ৰ বাহু দুটালৈ BP আৰু BQ দুডাল লম্ব (চিত্ৰ 7.20 চোৱা)। দেখুওৱা যে
(i) $\Delta APB \cong \Delta AQB$
(ii) $BP = BQ$ বা B, $\angle A$ ৰ দুই বাহুৰ পৰা সমদূৰত্বত অৱস্থিত।



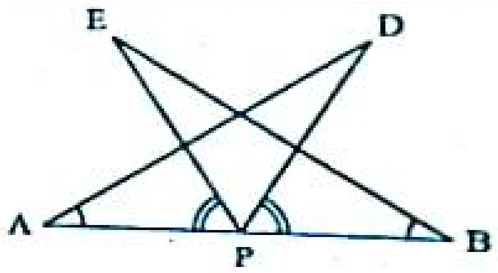
চিত্ৰ 7.20

6. চিত্ৰ 7.21 ত $AC = AE$, $AB = AD$ আৰু $\angle BAD = \angle EAC$ দেখুওৱা যে $BC = DE$



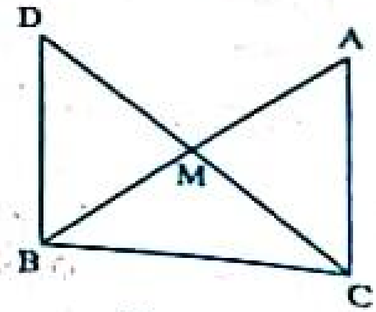
চিত্ৰ 7.21

7. AB এডাল ৰেখাখণ্ড আৰু P ইয়াৰ মধ্যবিন্দু। AB ৰ একেফালে থকা D আৰু E দুটা এনে বিন্দু যাতে $\angle BAD = \angle ABE$ আৰু $\angle EPA = \angle DPB$ (চিত্ৰ 7.22 চোৱা)।
দেখুওৱা যে
(i) $\Delta DAP \cong \Delta EBP$
(ii) $AD = BE$



চিত্ৰ 7.22

8. C বিন্দুত সমকোণ সহ ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু M, কৰ্ণ AB ৰ মধ্যবিন্দু। C ক M ৰ সৈতে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰা হ'ল আৰু D বিন্দুলৈ এনেভাৱে বঢ়াই দিয়া হ'ল যাতে $DM = CM$। D বিন্দুক B ৰ সৈতে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰা হ'ল (চিত্ৰ 7.23 চোৱা)। দেখুওৱা যে
(i) $\Delta AMC \cong \Delta BMD$
(ii) $\angle DBC$ এটা সমকোণ
(iii) $\Delta DBC \cong \Delta ACB$
(iv) $CM = \frac{1}{2}AB$



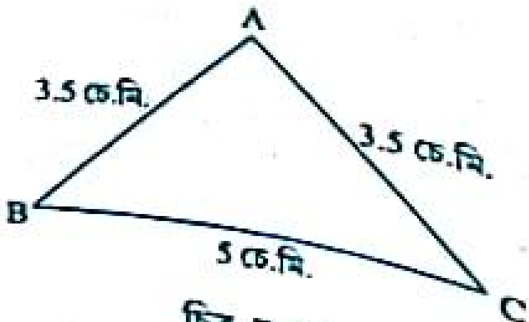
চিত্ৰ 7.23

7.4 ত্ৰিভুজৰ কেইটামান ধৰ্ম (Some Properties of a Triangle) :

ওপৰৰ ছেদত ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ দুই ধৰণৰ চৰ্তৰ বিষয়ে তোমালোকে আলোচনা কৰি আহিছা। এতিয়া এই ফলবোৰ দুটা সমান বাহুবিশিষ্ট এটা ত্ৰিভুজৰ কিছুমান ধৰ্ম অধ্যয়ন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰয়োগ কৰা হ'ব।

তলত উল্লেখ কৰা কাৰ্যটো সম্পন্ন কৰা।

এটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ 3.5 চে.মি. জোখৰ দুটা সমান বাহু আছে আৰু তৃতীয় বাহুটোৰ জোখ 5 চে.মি. (চিত্ৰ 7.24 চোৱা)। এনেধৰণৰ অংকন তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীসমূহতে কৰি আহিছা।



চিত্ৰ 7.24

এনেবোৰ ত্ৰিভুজক কি বোলা হয় তোমালোকৰ মনত আছেনে? দুটা সমান বাহুবিশিষ্ট ত্ৰিভুজক কোৱা হয় সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। গতিকে চিত্ৰ 7.24 ৰ ΔABC এটা

সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ য'ত AB = AC

এতিয়া ∠B আৰু ∠C কোণৰ জোখ লোৱা। কি দেখিলা?

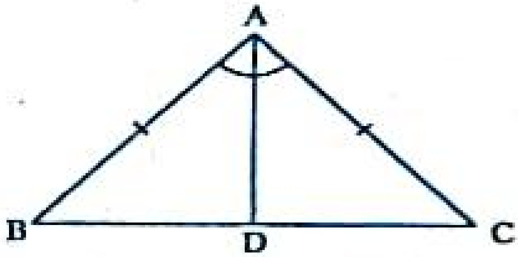
বেলেগ বেলেগ বাহুৰ আন সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত এই কাৰ্যৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা।

তোমালোকে মন কৰিবা যে এনেধৰণৰ প্ৰতিটো ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত সমান বাহুবোৰৰ বিপৰীত কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান।

ই এটা অতি আৱশ্যকীয় ফল আৰু বাস্তৱিকতে ই যিকোনো সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰতে সত্য। তলত দেখুওৱা ধৰণে ইয়াৰ প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

উপপাদ্য 7.2 : *এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমান বাহু দুটাৰ বিপৰীত কোণ দুটা সমান।*

এই উপপাদ্যটো বিভিন্নধৰণে প্ৰমাণ কৰিব পাৰি ইয়াৰে এটা প্ৰমাণ ইয়াত আগবঢ়োৱা হ'ল।



চিত্ৰ 7.25

প্ৰমাণ : ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ য'ত AB = AC. প্ৰমাণ কৰিব লাগে যে ∠B = ∠C

∠A ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰা হ'ল আৰু ধৰাহ'ল ∠A ৰ সমদ্বিখণ্ডক আৰু BC ৰ ছেদবিন্দু হ'ল D (চিত্ৰ 7.25 চোৱা)।

ΔBAD আৰু ΔCAD ত

AB = AC	(প্ৰদত্ত)
∠BAD = ∠CAD	(অংকন কৰা মতে)
AD = AD	(সাধাৰণ বাহু)
গতিকে, ΔBAD ≅ ΔCAD	(বা-কো-বা বিধি অনুসৰি)

সেয়েহে, ∠ABD = ∠ACD যিহেতু সিহঁত সৰ্বসম ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ অংশ।

গতিকে ∠B = ∠C

উপপাদ্যটোৰ বিপৰীতটোও সঁচা হ'বনে? অৰ্থাৎ, যদি কোনো ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ সমান হয় তেন্তে আমি ক'ব পাৰিমনে যে কোণ দুটাৰ বিপৰীত বাহু দুটাও সমান?

পৰবৰ্তী কাৰ্যটো সম্পন্ন কৰা যাওক।

যিকোনো দীঘৰ BC বাহু লৈ ABC এটা ত্ৰিভুজ আঁকা যাতে ∠B = ∠C = 50°

∠A ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰা যাতে এই সমদ্বিখণ্ডকে BC ক D বিন্দুত ছেদ কৰে। (চিত্ৰ 7.26 চোৱা)

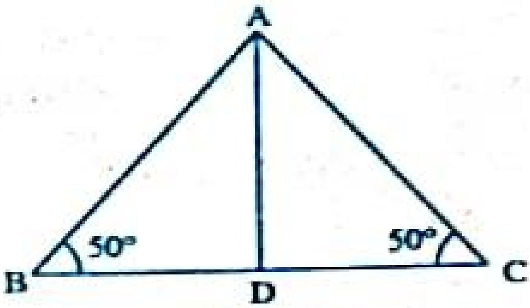
কাগজখিলাৰ পৰা ত্ৰিভুজটো কাটি উলিওৱা আৰু ইয়াক AD ৰ দিশত এনেভাৱে ভাঁজ কৰা যাতে শীৰ্ষবিন্দু C, ৰ সৈতে মিলি যায়।

AC আৰু AB বাহু সম্পৰ্কে কি ক'ব পাৰি?

মন কৰা যে AC, AB ৰ ওপৰত সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি যায়।

গতিকে, $AC = AB$

আৰু কেইটামান ত্ৰিভুজ লৈ এই কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা। প্ৰতিবাৰেই দেখা যাব যে সমান কোণৰ বিপৰীত বাহুবোৰ পৰস্পৰ সমান। গতিকে এই কথাখিনি উপপাদ্যৰ আকাৰত নিম্নোক্ত ধৰণে বৰ্ণনা কৰিব পাৰোঁ।



চিত্ৰ 7.26

উপপাদ্য 7.3 : *ত্ৰিভুজৰ সমান কোণৰ বিপৰীত বাহুবোৰ পৰস্পৰ সমান।*

এই উপপাদ্যটো উপপাদ্য 7.2 ৰ বিপৰীত।

ইয়াক সৰ্বসমতাৰ কো-বা-কো বিধিৰ দ্বাৰাও প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

এই ফলসমূহ প্ৰয়োগ কৰাৰ উদ্দেশ্যে কেইটামান অধিক উদাহৰণ লোৱা যাওক।

উদাহৰণ 4 : ΔABC ত $\angle A$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক AD, BC ৰ ওপৰত লম্ব (চিত্ৰ 7.27 চোৱা)। দেখুওৱা যে $AB = AC$ আৰু ΔABC টো সমদ্বিবাহু।

সমাধান : ΔABD আৰু ΔACD ত

$\angle BAD = \angle CAD$ (প্ৰদত্ত)

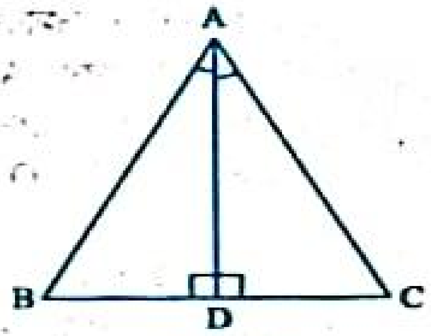
$AD = AD$ (সাধাৰণ বাহু)

$\angle ABD = \angle ADC = 90^\circ$ (প্ৰদত্ত)

গতিকে, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ (কো-বা-কো বিধি)

সেয়েহে, $AB = AC$ (CPCT)

অৰ্থাৎ, ΔABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।



চিত্ৰ 7.27

উদাহৰণ 5 : E আৰু F যথাক্ৰমে ΔABC ৰ সমান বাহু AB আৰু AC ৰ মধ্যবিন্দু (চিত্ৰ 7.28 চোৱা)। দেখুওৱা যে $BF = CE$.

সমাধান : ΔABF আৰু ΔACE ত

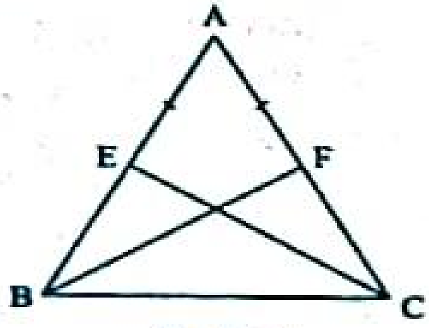
$AB = AC$ (প্ৰদত্ত)

$\angle A = \angle A$ (সাধাৰণ কোণ)

$AF = AE$ (সমান বাহুৰ অৰ্দ্ধাংশ)

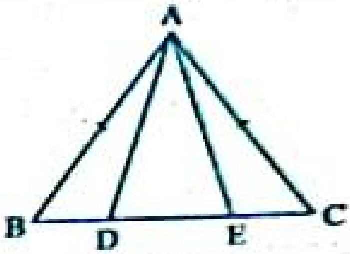
গতিকে, $\Delta ABF \cong \Delta ACE$ (বা-কো-বা বিধি)

সেয়েহে, $BF = CE$ (CPCT)



চিত্ৰ 7.28

উদাহৰণ 6 : সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ABC ত AB = AC। BC ৰ ওপৰত D আৰু E দুটা বিন্দু যাতে BE = CD (চিত্ৰ 7.29 চোৱা)। দেখুওৱা যে AD = AE.



চিত্ৰ 7.29

সমাধান : ΔABD আৰু ΔACE ত

$AB = AC$ (প্ৰদত্ত) ...... (1)

$\angle B = \angle C$ (সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণ) ...... (2)

তদুপৰি $BE = CD$

গতিকে, $BE - DE = CD - DE$

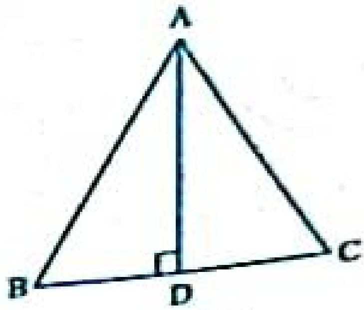
অৰ্থাৎ $BD = CE$ ...... (3)

গতিকে, $\Delta ABD \cong \Delta ACE$ [(1), (2), (3) আৰু বা-কো-বা বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

ইয়াৰ পৰা, $AD = AE$ (CPCT)

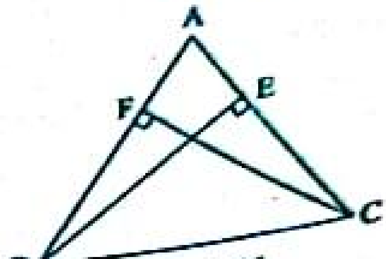
অনুশীলনী 7.2

1. এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ABC ত AB = AC আৰু $\angle B$ আৰু $\angle C$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক দুডালে O বিন্দুত পৰস্পৰ কটাকটি কৰে। A ক O ৰ সৈতে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰা। দেখুওৱা যে—
   (i) OB = OC (ii) AO যে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।



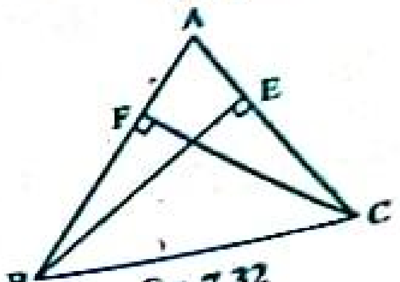
চিত্ৰ 7.30

2. ত্ৰিভুজ ABC ত AD, BC ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক (চিত্ৰ 7.30 চোৱা)। দেখুওৱা যে ΔABC টো সমদ্বিবাহু য'ত AB = AC।



চিত্ৰ 7.31

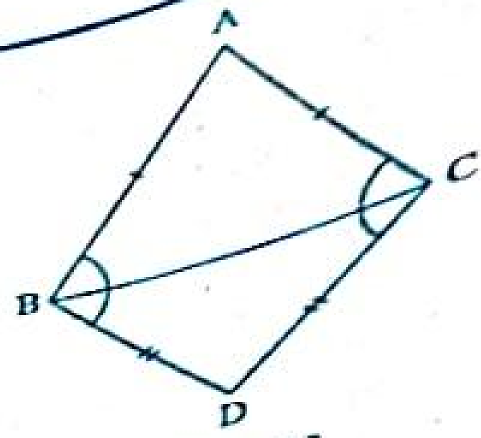
3. ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ সমান বাহু AC আৰু AB লৈ ক্ৰমে BE আৰু CF উন্নতি অঁকা হৈছে (চিত্ৰ 7.31)। দেখুওৱা যে এই উন্নতি দুডাল পৰস্পৰ সমান।



চিত্ৰ 7.32

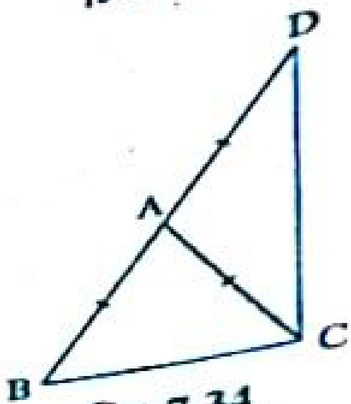
4. ABC ত্ৰিভুজৰ AC আৰু AB বাহলৈ টনা উন্নতি ক্ৰমে BE আৰু CF পৰস্পৰ সমান (চিত্ৰ 7.32) দেখুওৱা যে,
   (i) $\Delta ABE \cong \Delta ACF$
   (ii) AB = AC অৰ্থাৎ ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।

5. একেডাল ভূমি BC ৰ ওপৰত ABC আৰু DBC দুটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অঁকা হৈছে (চিত্ৰ 7.33 চোৱা)। দেখুওৱা যে
$\angle ABD = \angle ACD$



চিত্ৰ 7.33

6. ΔABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ, য'ত $AB = AC$। বাহু BA ক D বিন্দুলৈ এনেভাবে বৰ্দ্ধিত কৰা হৈছে যাতে $AD = AB$ (চিত্ৰ 7.34 চোৱা)। দেখুওৱা যে, $\angle BCD$ সমকোণ।
7. ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ, য'ত $\angle A = 90°$ আৰু $AB = AC$। $\angle B$ আৰু $\angle C$ নিৰ্ণয় কৰা।
8. দেখুওৱা যে সমবাহু ত্ৰিভুজ এটাৰ প্ৰতিটো কোণেই $60°$ ৰ সমান।

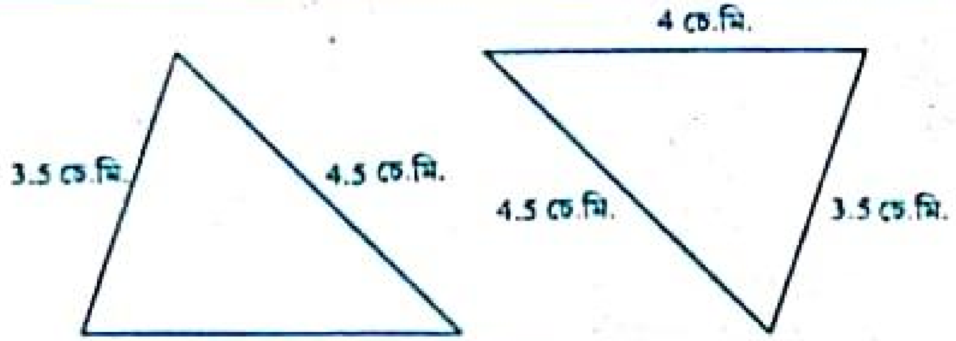


চিত্ৰ 7.34

7.5 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা বিচাৰৰ আৰু কিছুমান চৰ্ত (Some more Criteria for Congruence of Triangles) :

এই অধ্যায়ৰ আগভাগত তোমালোকে দেখিছা যে দুটা ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণ যথাক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সৈতে সমান হোৱাটোৱেই পৰ্যাপ্ত নহয়। হয়তো তোমালোকৰ মনত কৌতূহলৰ সৃষ্টি হ'ব যে এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হ'লে ত্ৰিভুজ দুটা পৰস্পৰ সৰ্বসম হ'বনে নহয়। তোমালোকে ইতিমধ্যে প্ৰত্যায়িত কৰি আহিছা যে বাস্তবিকতে এইক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হয়।

নিশ্চিত হ'বৰ বাবে 4 চে.মি., 3.5 চে.মি. আৰু 4.5 চে.মি. বাহুবিশিষ্ট দুটা ত্ৰিভুজ আঁকা (চিত্ৰ 7.35 চোৱা)। ত্ৰিভুজ দুটা কাটি উলিওৱা আৰু এটাৰ ওপৰত আনটো সংস্থাপন কৰা। কি লক্ষ্য কৰিছা? সমান বাহুবোৰ ওপৰাওপৰিকৈ সজালে ত্ৰিভুজ দুটা পৰস্পৰ মিলি যায়। গতিকে সিহঁত সৰ্বসম।



চিত্ৰ 7.35

কিছুমান অধিক ত্ৰিভুজেৰে এই কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা। ইয়াৰ পৰা আমি ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ অন্য এক বিধিত উপনীত হলোঁ।

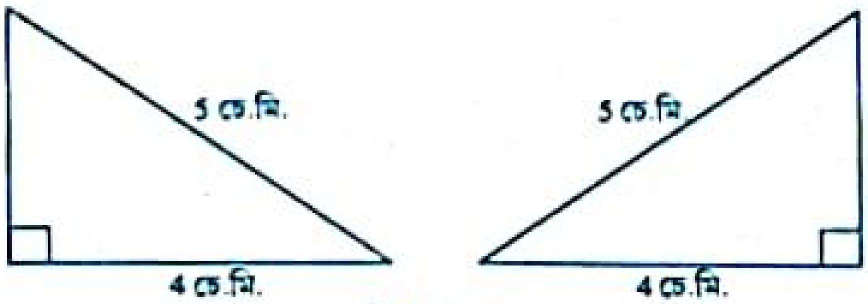
উপপাদ্য 7.4 (বা-বা-বা সৰ্বসমতাৰ বিধি) (SSS Congruence Rule) : *যদি এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হয়, তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম।*

এটা উপযুক্ত অংকনৰ সহায়ত এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

তোমালোকে ইতিমধ্যে দেখিছা যে **বা-কো-বা সৰ্বসমতা বিধিৰ ক্ষেত্ৰত** সমান কোণ যোৰ অনুৰূপ সমান বাহুবোৰৰ মধ্যৱৰ্তী হ'ব লাগিব আৰু যদি ইয়াৰ অন্যথা হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম নহ'বও পাৰে।

এই কাৰ্যটো সম্পন্ন কৰা—

দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ কৰ্ণৰ জোখ 5 চে.মি. আৰু একোটিকৈ বাহুৰ জোখ 4 চে.মি. (চিত্ৰ 7.36 চোৱা)।



চিত্ৰ 7.36

ত্ৰিভুজ দুটা কাটি উলিওৱা আৰু সমান বাহুবোৰ পৰস্পৰৰ ওপৰা ওপৰিকৈ পৰাকৈ এটাৰ ওপৰত আনটো ত্ৰিভুজ সংস্থাপন কৰা। আৱশ্যক অনুযায়ী ত্ৰিভুজ দুটা ঘূৰাই পকাই লোৱা। কি লক্ষ্য কৰিছা?

ত্ৰিভুজ দুটাৰ ইটো সিটোৰ সৈতে সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি গৈছে আৰু সেয়েহে সিহঁত সৰ্বসম। অন্য সমকোণী ত্ৰিভুজৰ যোৰ ব্যৱহাৰ কৰি এই কাৰ্যৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা। আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে

ইয়াৰ প্ৰত্যায়ন কৰিছা।

মন কৰা যে এই ক্ষেত্ৰত সমকোণটো প্ৰদত্ত বাহুযোৰৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ নহয়।

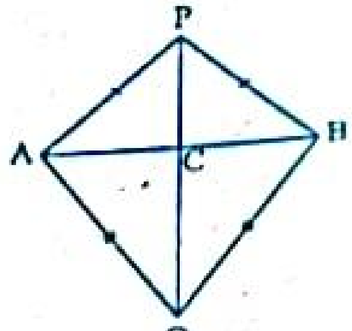
গতিকে, তোমালোকে নিম্নোক্ত সৰ্বসমতাৰ বিধিত উপনীত হ'লা।

উপপাদ্য 7.5(স-ক-বা সৰ্বসমতাৰ বিধি) (RHS Congruence Rule) : *যদি দুটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত এটাৰ কৰ্ণ আৰু এটা বাহু আনটোৰ কৰ্ণ আৰু এটা বাহুৰ সৈতে সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব।*

মন কৰা, স-ক-বা মানে হ'ল সমকোণ-কৰ্ণ-বাহু।

এতিয়া কেইটামান উদাহৰণ বিবেচনা কৰা যাওক—

উদাহৰণ-7 : AB এডাল ৰেখাখণ্ড। P আৰু Q, AB সাপেক্ষে পৰস্পৰ বিপৰীত ফালে অৱস্থিত দুটা বিন্দু যাতে সিহঁতৰ প্ৰতিটোৰে A আৰু B ৰ পৰা দূৰত্ব সমান (চিত্ৰ 7.37 চোৱা)। দেখুওৱা যে PQ ৰেখা AB ৰ লম্বসমদ্বিখণ্ডক।



চিত্ৰ 7.37

সমাধান : তোমালোকক দিয়া আছে যে PA = PB আৰু QA = QB। তোমালোকে দেখুৱাব লাগিব যে $PQ \perp AB$ আৰু PQ য়ে AB ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। ধৰাহওক, PQ য়ে AB ক C বিন্দুত ছেদ কৰে।

এই চিত্ৰটোত তোমালোকে দুটা সৰ্বসম ত্ৰিভুজৰ কথা কল্পনা কৰিব পাৰানে?

ΔPAQ আৰু ΔPBQ ত্ৰিভুজ দুটা লোৱা যাওক।

এই ত্ৰিভুজ দুটাত

$AP = BP$ (দিয়া আছে)

$AQ = BQ$ (দিয়া আছে)

$PQ = PQ$ (সাধাৰণ বা উমৈহতীয়া বাহু)

গতিকে, $\Delta PAQ \cong \Delta PBQ$ (বা-বা-বা বিধি)

সেইবাবে, $\angle APQ = \angle BPQ$ (CPCT)

এতিয়া, ΔPAC আৰু ΔPBC ত্ৰিভুজ দুটা লোৱা যাওক।

তোমালোকে পাবা—

$AP = BP$ (দিয়া আছে)

$\angle APC = \angle BPC$ ($\angle APQ = \angle BPQ$ বুলি ওপৰত প্ৰমাণিত হৈছে)

$PC = PC$ (সাধাৰণ বাহু)

গতিকে, $\Delta PAC \cong \Delta PBC$ (বা-কো-বা বিধি)

সেয়েহে, $AC = BC$ (CPCT) ..... (1)

আৰু $\angle ACP = \angle BCP$ (CPCT)

আকৌ, $\angle ACP + \angle BCP = 180^\circ$ (ৰৈখিক যোৰ)

গতিকে, $2\angle ACP = 180^\circ$

অথবা, $\angle ACP = 90^\circ$ ...... (2)

(1) আৰু (II) ৰ পৰা সহজেই তোমালোকে ক'ব পাৰিবা যে— PQ, AB ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

[মন কৰা যে, ΔPAQ আৰু ΔPBQ সৰ্বসমতা সাব্যস্ত নকৰাকৈ তোমালোকে $\Delta PAC \cong \Delta PBC$ বুলি দেখুৱাব নোৱাৰিবা, যদিওবা

$AP = BP$ (দিয়া আছে)

$PC = PC$ (সাধাৰণ বাহু)

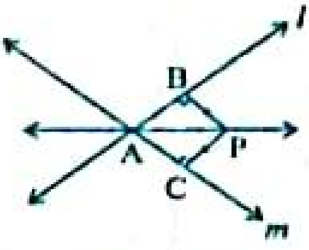
আৰু $\angle PAC = \angle PBC$ (ΔABP ৰ ক্ষেত্ৰত সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণ)

ইয়াৰ কাৰণ হ'ল— এই তথ্যবোৰে আমাক বা-বা-কো বিধি আগবঢ়ায় যিটো ত্রিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাবে সদায় প্রযোজ্য বা সত্য নহয়। তাৰোপৰি, কোণটো সমান বাহুযোৰৰ মধ্যবৰ্তী নহয়।]

কেইটামান অধিক উদাহৰণ বিবেচনা কৰা যাওক।

উদাহৰণ 8 : A বিন্দুত কটাকটি কৰা দুডাল ৰেখা l আৰু m ৰ পৰা সমান দূৰত্বত অৱস্থিত এটা বিন্দু হ'ল P (চিত্র 7.38 চোৱা)। দেখুওৱা যে AP ৰেখাই ৰেখাদুডালৰ মাজৰ কোণটোক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

সমাধান : তোমালোকক দিয়া হৈছে যে l আৰু m ৰেখাদুডালে A বিন্দুত কটাকটি কৰে। ধৰাহওক $PB \perp l$, $PC \perp m$। আকৌ দিয়া আছে যে $PB = PC$ তোমালোকে দেখুৱাব লাগিব যে $\angle PAB = \angle PAC$



চিত্র 7.38

ΔPAB আৰু ΔPAC ত্রিভুজ দুটা বিবেচনা কৰোঁহক। এই ত্রিভুজ দুটাৰ ক্ষেত্ৰত

$PB = PC$ (প্ৰদত্ত)

$\angle PBA = \angle PCA = 90^\circ$ (প্ৰদত্ত)

$PA = PA$ (সাধাৰণ বাহু)

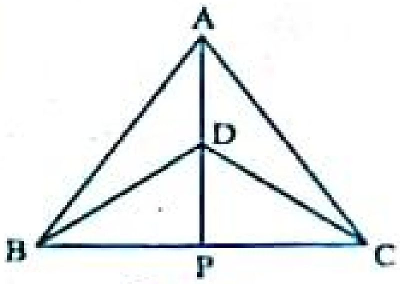
গতিকে $\Delta PAB \cong \Delta PAC$ (স-ক-বা বিধি)

গতিকে, $\angle PAB = \angle PAC$ (CPCT)

মন কৰা যে এই ফলটো অনুশীলনী 7.1 ৰ অনুশীলনী নং 5 ত প্রমাণিত ফলটোৰ বিপৰীত।

অনুশীলনী 7.3

1. একে ভূমি BC ৰ ওপৰত ΔABC আৰু ΔDBC দুটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভূজ এনেকৈ অঁকা হৈছে যাতে শীৰ্ষবিন্দু A আৰু D, BC ৰ একেফালে থাকে (চিত্ৰ 7.39 চোৱা)। যদি AD ক বৰ্দ্ধিত কৰিলে BC ক P বিন্দুত কাটে তেন্তে দেখুওৱা যে,

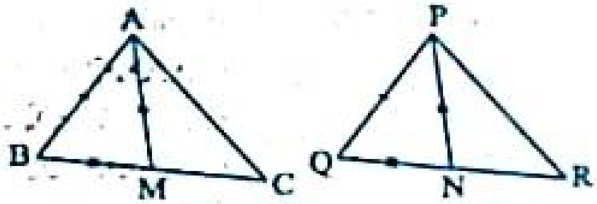


চিত্ৰ 7.39

   (i) $\Delta ABD \cong \Delta ACD$
   (ii) $\Delta ABP \cong \Delta ACP$
   (iii) AP যে $\angle A$ আৰু $\angle D$ উভয়কে সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।
   (iv) AP, BC ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

2. ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভূজটোৰ AD এডাল উন্নতি য'ত AB = AC। দেখুওৱা যে—
   (i) AD যে BC ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।
   (ii) AD যে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে।

3. এটা ত্ৰিভূজ ABC ৰ দুই বাহু AB আৰু BC আৰু মধ্যমা AM যথাক্ৰমে আন এটা ত্ৰিভূজ PQR ৰ দুই বাহু PQ আৰু QR আৰু মধ্যমা PN ৰ সমান (চিত্ৰ 7.40 চোৱা)। দেখুওৱা যে—



চিত্ৰ 7.40

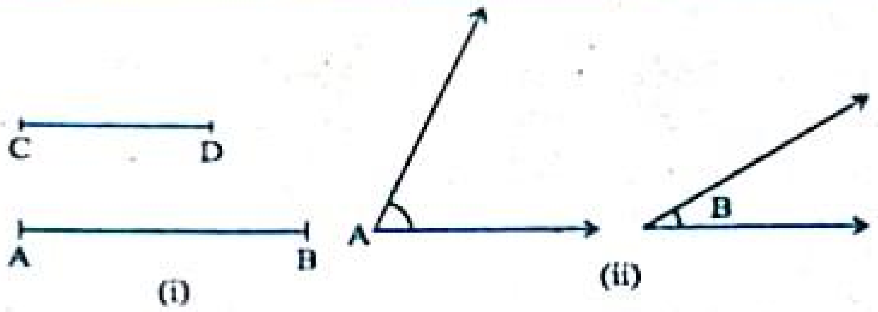
   (i) $\Delta ABM \cong \Delta PQN$
   (ii) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

4. BE আৰু CF এটা ত্ৰিভূজ ABC ৰ দুডাল সমান উন্নতি। সৰ্বসমতাৰ স-ক-বা বিধি ব্যৱহাৰ কৰি প্ৰমাণ কৰা যে ABC ত্ৰিভূজটো সমদ্বিবাহু।

5. ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভূজ য'ত AB = AC। $AP \perp BC$ আঁকি দেখুওৱা যে $\angle B = \angle C$

7.6 এটা ত্ৰিভূজৰ প্ৰসংগত অসমতাসমূহ (Inequalities in a Trianble) :

এই পৰ্যন্ত তোমালোকে প্ৰধানতঃ এটা বা একাধিক ত্ৰিভূজৰ বাহু আৰু কোণসমূহৰ সমতা বিষয়ক কথাবোৰ অধ্যয়ন কৰি আছা। কোনো কোনো সময়ত আমি অসমান বস্তু বা সামগ্ৰীৰ সৈতেও মুখামুখি হওঁহক। সেইবোৰৰ পাৰস্পৰিক তুলনা আমাৰ বাবে আৱশ্যকীয় হৈ পৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, চিত্ৰ 7.41 (i) ত AB ৰেখাখণ্ডটোৰ দীঘ তুলনামূলকভাৱে CD ৰেখাখণ্ডতকৈ বেছি আৰু চিত্ৰ 7.41 (ii) ত $\angle A$ কোণটো $\angle B$ কোণতকৈ ডাঙৰ।



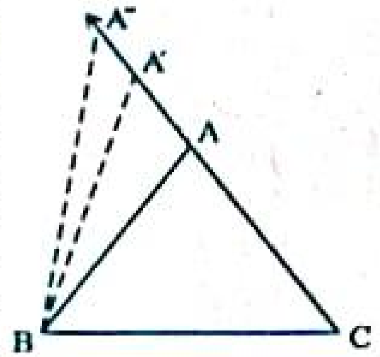
চিত্ৰ 7.41

এতিয়া আমি এটা ত্ৰিভুজৰ অসমান বাহু আৰু অসমান কোণবোৰৰ মাজত কোনোধৰণৰ সম্পৰ্ক আছে নে নাই পৰীক্ষা কৰি চাওঁহক। ইয়াৰ বাবে, আমি নিম্নোক্ত কাৰ্যটো সম্পন্ন কৰোঁহক।

কাৰ্য : ছবি অঁকা বোৰ্ড এখনৰ দুটা বিন্দু B আৰু C দুটা পিন নিৰ্দিষ্ট কৰি লোৱা আৰু এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহু BC ক বুজাবলৈ পিন দুটাক এডাল সূতাৰে গাঠি লোৱা।

আন এডাল সূতাৰ এটা মূৰ C ত সংযোগ কৰি লোৱা আৰু আনটো মূৰত পেন্সিল এডাল বান্ধি লোৱা। পেন্সিলডালেৰে এটা বিন্দু A চিন দি লোৱা আৰু ΔABC আঁকা (চিত্ৰ 7.42 চোৱা)। এতিয়া পেন্সিলডাল আঁতৰোৱা আৰু বৰ্দ্ধিত CA ত A ৰ পৰা আঁতৰাবলৈ (ইয়াৰ নতুন অৱস্থান) আন এটা বিন্দু A′ চিহ্নিত কৰা।

গতিকে $A'C > AC$ (দীঘ তুলনা কৰি)। B ৰ সৈতে A′ ক সংলগ্ন কৰি $A'BC$ ত্ৰিভুজটো সম্পূৰ্ণ কৰা। $\angle A'BC$ আৰু $\angle ABC$ সম্পৰ্কে তোমালোকৰ কি ধাৰণা হয়? সিহঁতৰ মান তুলনা কৰা। কি লক্ষ্য কৰিলা?



চিত্ৰ 7.42

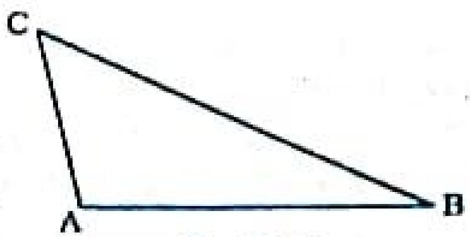
স্পষ্টভাৱে, $\angle A'BC > \angle ABC$

CA (বৰ্দ্ধিত)ৰ ওপৰত কিছুমান অধিক বিন্দু চিহ্নিত কৰা আৰু BC বাহু আৰু চিহ্নিত বিন্দুবোৰেৰে ত্ৰিভুজ একোটা আঁকা।

তোমালোকে দেখিবা যে AC বাহুৰ দীঘ বঢ়াই যোৱাৰ লগে লগে (A ৰ বিভিন্ন অৱস্থান বিবেচনা কৰি) ইয়াৰ বিপৰীত কোণ $\angle B$ ৰ জোখো বাঢ়ি যায়।

এতিয়া, আন এটা কাৰ্য সম্পন্ন কৰা যাওক।

কাৰ্য : এটা বিষমবাহু ত্ৰিভুজ (অৰ্থাৎ যাৰ আটাইবোৰ বাহুৰ জোখ বেলেগ বেলেগ) অংকন কৰা। বাহুবোৰৰ দীঘবোৰ জুখি লোৱা।



চিত্ৰ 7.43

এতিয়া, কোণবোৰৰ জোখ লোৱা। কি লক্ষ্য কৰিছা?

চিত্ৰ 7.43 ৰ ΔABC ত BC আটাইতকৈ দীঘল আৰু AC আটাইতকৈ চুটি বাহু।

আকৌ, $\angle A$ আটাইতকৈ বৃহৎ আৰু $\angle B$ আটাইতকৈ ক্ষুদ্ৰ কোণ।

আন কিছুমান ত্ৰিভুজৰ সহায়ত কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা।

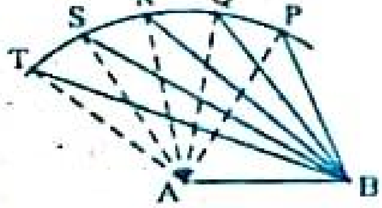
ত্ৰিভুজত অসমতাৰ এক গুৰুত্বপূৰ্ণ ফল আমি লাভ কৰিলোঁ। ইয়াক এটা উপপাদ্য হিচাপে তলত উল্লেখ কৰা হ'ল।

উপপাদ্য 7.6 : *যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু অসমান হয়, তেন্তে দীৰ্ঘতম বাহুটোৰ বিপৰীত কোণটো সদায় ডাঙৰ।*

চিত্ৰ 7.43 ত BC বাহুৰ ওপৰত CA = CP হোৱাকৈ P এটা বিন্দু লৈ তোমালোকে এই উপপাদ্যটো প্ৰমাণ কৰিব পাৰিবা।

এতিয়া আমি আন এটা কাৰ্য সম্পন্ন কৰোঁহক।

কাৰ্য : AB এডাল ৰেখাখণ্ড আঁকা। A ক কেন্দ্ৰ ধৰি আৰু যিকোনো ব্যাসাৰ্দ্ধ লৈ এটা বৃত্তচাপ আঁকা আৰু ইয়াৰ ওপৰত বিভিন্ন বিন্দু যেনে, P, Q, R, S, T চিহ্নিত কৰা।

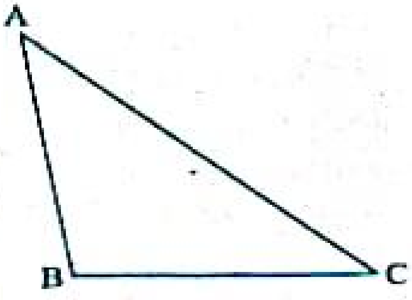


চিত্ৰ 7.44

এই বিন্দুবোৰৰ প্ৰতিটোকে A আৰু B ৰ সৈতে সংযোগ কৰা (চিত্ৰ 7.44 চোৱা)। মন কৰা যে A ৰ পৰা T লৈ অগ্ৰসৰ হোৱাৰ লগে লগে $\angle A$ কোণৰ জোখ ক্ৰমে বৃহত্তৰ হৈ গৈ থাকে। ইয়াৰ (কোণটোৰ) বিপৰীত বাহুৰ দীঘৰ পৰিণতি কি হয়? মন কৰা যে বাহুটোৰ দীঘো ক্ৰমে বাঢ়ি গৈ থাকে অৰ্থাৎ

$\angle TAB > \angle SAB > \angle RAB > \angle QAB > \angle PAB$

আৰু $TB > SB > RB > QB > PB.$



চিত্ৰ 7.45

এতিয়া, আটাইবোৰ কোণেই পৰস্পৰৰ অসমান হোৱাকৈ যিকোনো ত্ৰিভুজ অংকন কৰা। বাহুবোৰৰ দীঘবোৰ জুখি চোৱা (চিত্ৰ 7.45)।

মন কৰা যে বৃহত্তম কোণটোৰ বিপৰীত বাহুটো বৃহত্তম। চিত্ৰ 7.45 ত $\angle B$ কোণটো বৃহত্তম আৰু AC বাহুটো বৃহত্তম।

কিছুমান অধিক ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা আৰু আমি দেখিবলৈ পাম যে উপপাদ্য 7.6 ৰ বিপৰীতটোও সত্য। এনেদৰে, আমি নিম্নোক্ত উপপাদ্যটো পাওঁহক।

উপপাদ্য 7.7 : *যিকোনো ত্ৰিভুজত, ডাঙৰ কোণৰ বিপৰীত বাহুকেইটাও ডাঙৰ (অৰ্থাৎ অধিকতৰ দীঘবিশিষ্ট) বিৰোধৰ বা বিৰুদ্ধ পদ্ধতি অনুসৰণ কৰি এই উপপাদ্যটোৰ প্ৰমাণ আগবঢ়াব পাৰি।*

এতিয়া ABC এটা ত্ৰিভুজ লোৱা আৰু ইয়াত AB + BC, BC + AC আৰু AC + AB

নিৰ্ণয় কৰা। কি লক্ষ্য কৰিছা?

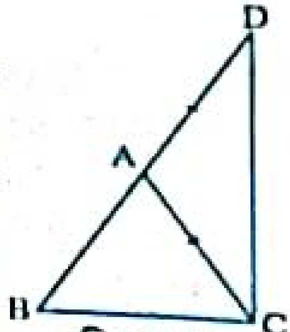
তোমালোকে দেখিবা যে,

$$AB + BC > AC$$

$$BC + AC > AB \text{ আৰু } AC + AB > BC$$

আন কিছুমান ত্ৰিভুজ লৈ কাৰ্যটোৰ পুনৰাবৃত্তি কৰা আৰু ইয়াৰ সহায়ত তোমালোকে নিম্নোক্ত উপপাদ্যটো পাবা।

উপপাদ্য 7.8 : *এটা ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহুৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ ডাঙৰ (দীঘৰ অৰ্থত)*



চিত্ৰ 7.46

চিত্ৰ 7.46 ত মন কৰা যে ΔABC ৰ BA বাহুক D বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হৈছে যাতে $AD = AC$। তোমালোকে দেখুৱাব পাৰিবানে যে $\angle BCD > \angle BDC$ আৰু $BA + AC > BC$? ওপৰোক্ত উপপাদ্যটোৰ প্ৰমাণত উপনীত হ'বানে?

এই ফলসমূহৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল এটা উদাহৰণ বিবেচনা কৰা যাওক।

উদাহৰণ 9 : ΔABC ৰ BC বাহুৰ ওপৰত D এটা বিন্দু লোৱা হ'ল যাতে $AD = AC$ (চিত্ৰ 7.47 চোৱা)। দেখুওৱা যে $AB > AD$

সমাধান : ΔDAC ত $AD = AC$ (দিয়া আছে)

গতিকে $\angle ADC = \angle ACD$ (সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণবোৰ :

এতিয়া,

ΔABD ৰ ক্ষেত্ৰত $\angle ADC$ এটা বহিঃকোণ।

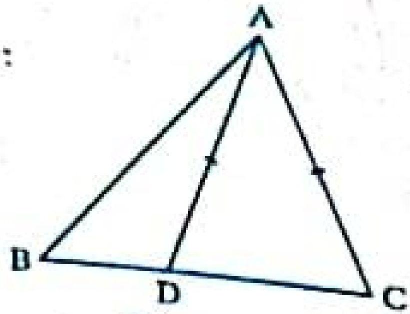
গতিকে, $\angle ADC > \angle ABD$

বা, $\angle ACD > \angle ABD$

বা, $\angle ACD > \angle ABC$

গতিকে, $AB > AC$ (ΔABC ৰ বৃহত্তৰ কোণৰ বিপৰীত বাহু)

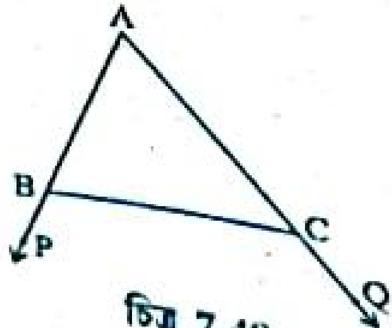
বা, $AB > AD$ $(AD = AC)$



চিত্ৰ 7.47

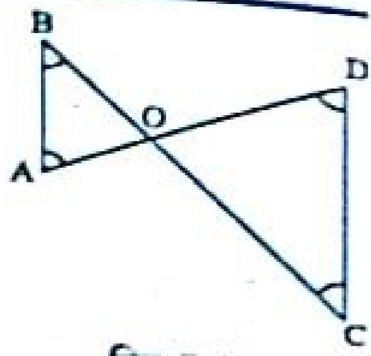
অনুশীলনী 7.4

1. দেখুওৱা যে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত কৰ্ণই হ'ল দীৰ্ঘতম বাহু।
2. চিত্ৰ 7.48 ত ΔABC ৰ AB আৰু AC বাহুক ক্ৰমে P আৰু Q বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হৈছে। তদুপৰি, $\angle PBC < \angle QCB$। দেখুওৱা যে $AC > AB$.



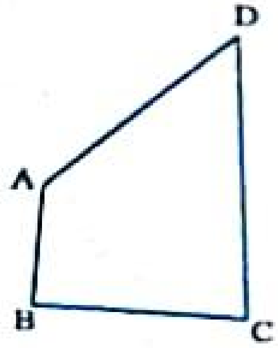
চিত্ৰ 7.48

3. চিত্ৰ 7.49 ত $\angle B < \angle A$ আৰু $\angle C < \angle D$ দেখুওৱা যে $AD < BC$



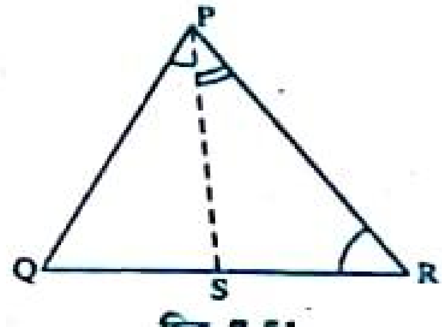
চিত্ৰ 7.49

4. ABCD চতুৰ্ভুজৰ AB আৰু CD যথাক্ৰমে হ্ৰস্বতম আৰু দীৰ্ঘতম বাহু (চিত্ৰ 7.50)। দেখুওৱা যে $\angle A > \angle C$ আৰু $\angle B > \angle D$



চিত্ৰ 7.50

5. চিত্ৰ 7.51 ত $PR > PQ$ আৰু PS য়ে $\angle QPR$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। প্ৰমাণ কৰা যে $\angle PSR > \angle PSQ$



চিত্ৰ 7.51

6. দেখুওৱা যে এডাল ৰেখাত নথকা কোনো বিন্দুৰ পৰা ৰেখাখণ্ডলৈ টনা আটাইবোৰ ৰেখাখণ্ডৰ ভিতৰত লম্ব ৰেখাখণ্ডডালেই হ'ল হ্ৰস্বতম।

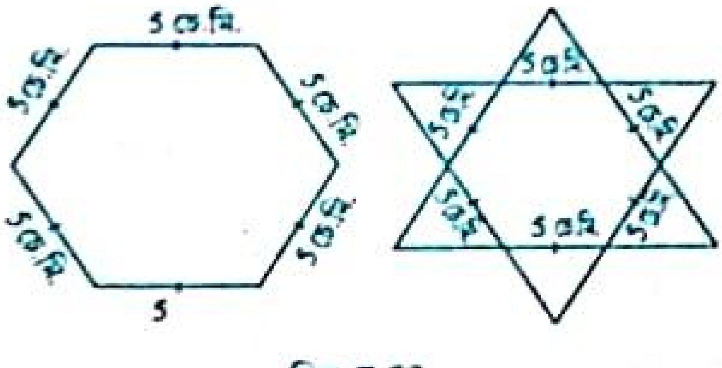
অনুশীলনী 7.5 (বৈকল্পিক)*

1. ABC এটা ত্ৰিভুজ। ΔABC ৰ অন্তৰ্ভাগত এটা বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা যাতে ই ত্ৰিভুজটোৰ সকলো শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী অৱস্থান কৰে।
2. এটা ত্ৰিভুজৰ অন্তৰ্ভাগত এটা বিন্দু নিৰ্ণয় কৰা যাতে ই ত্ৰিভুজটোৰ আটাইবোৰ বাহুৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী থাকে।
3. এখন বিশাল প্ৰমোদ কাননত প্ৰৱেশ কৰা লোকসকল তিনিটা স্থানত ধুপ খাই থাকে (চিত্ৰ 7.52)।
   A. য'ত শিশুসকলৰ বাবে ভিন্ন তৰহৰ চোঁচৰা খেলনা (Slide) আৰু দোলনা (Swing) আছে।
   B. যি স্থানৰ কাষত এটা কৃত্ৰিম হ্ৰদ অৱস্থিত
   C. যি স্থান এটা বৃহৎ গাড়ীৰ ৰোৱা স্থান (Parking) আৰু প্ৰস্থান পথৰ (Exit) ওচৰত অৱস্থিত।

   ধুপ খাই থকা লোকৰ বৃহত্তম সংখ্যাৰ ওচৰতে হোৱাকৈ এখন আইচক্ৰীমৰ বিপণী কেনে স্থানত বহুৱাব লাগিব?
   (ইংগিত : দোকানখন A, B, C ৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী থাকিব লাগিব।)

চিত্ৰ 7.52

4. ষড়ভুজ আৰু তৰা আকৃতিৰ ৰংগোলি দুটা (চিত্ৰ 7.53 (i) আৰু (ii)) যিমান সম্ভৱ সিমানটা 1 চে.মি. জোখৰ বাহু বিশিষ্ট সমবাহু ত্ৰিভুজেৰে সম্পূৰ্ণ কৰা। উভয় ক্ষেত্ৰতে ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা। ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা ক'ত অধিক?



চিত্ৰ 7.53

* এই অনুশীলনীবোৰ পৰীক্ষাৰ দৃষ্টিকোণৰ পৰা নল'বা।

7.7. সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে নিম্নোক্ত বিষয়সমূহৰ ওপৰত অধ্যয়ন কৰিলা।

1. দুটা চিত্ৰ সৰ্বসম হ'ব যদি সিহঁতৰ আকাৰ (shape) আৰু জোখ (size) একে হয়।
2. একে ব্যাসাৰ্দ্ধৰ দুটা বৃত্ত পৰস্পৰ সৰ্বসম।
3. একে বাহুবিশিষ্ট দুটা বৰ্গ সৰ্বসম।
4. যদি দুটা ত্ৰিভুজ ABC আৰু PQR অনুৰূপ সম্পৰ্ক $A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$ আৰু $C \leftrightarrow R$ সাপেক্ষে সৰ্বসম হয় তেন্তে প্ৰতীকেৰে ইয়াক $\Delta ABC \equiv \Delta PQR$ ধৰণেৰে প্ৰকাশ কৰা হয়।
5. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণটো আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী কোণৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব (বা-কো-বা সৰ্বসমতা বিধি)।
6. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী বাহুটো আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ আৰু সিহঁতৰ মধ্যবৰ্তী বাহুটোৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব (কো-বা-কো সৰ্বসমতা বিধি)।
7. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু এটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুই কোণ আৰু অনুৰূপ বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব (কো-কো-বা সৰ্বসমতা বিধি)।
8. এটা ত্ৰিভুজৰ সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণবোৰ সমান।
9. এটা ত্ৰিভুজৰ সমান কোণৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান।
10. সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণেই 60° ৰ সমান।
11. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব (বা-বা-বা সমৰ্বসমতা বিধি)।
12. যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এটাৰ কৰ্ণ আৰু এটা বাহু আন এটাৰ কৰ্ণ আৰু এটা বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হ'ব (স-ক-বা সৰ্বসমতা বিধি)
13. এটা ত্ৰিভুজত দীৰ্ঘতৰ বাহুৰ বিপৰীত কোণটো বৃহত্তৰ।
14. এটা ত্ৰিভুজত বৃহত্তৰ কোণৰ বিপৰীত বাহুটো দীৰ্ঘতৰ।
15. এটা ত্ৰিভুজত যিকোনো দুই বাহুৰ দীঘৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুৰ দীঘতকৈ অধিক।