পাঠ - ৪

পূৰ্ণ সংখ্যা
(Whole Numbers)

বস্তু গণনা কৰিবলৈ আমি 1, 2, 3, 4, 5, ... আদি সংখ্যাবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি আহিছোঁ। হাজাৰ হাজাৰ বছৰ পূৰ্বৰে পৰা মানুহে তেওঁলোকৰ লগত থকা বস্তুবোৰৰ হিচাপ ৰাখিবলৈ এই সংখ্যাবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি আহিছে। এই সংখ্যাবোৰ ব্যৱহৃত হোৱাৰ আগত মানুহে তেওঁলোকৰ ঘৰত থকা জীৱ-জন্তু বা আন কোনো বস্তুৰ হিচাপ ৰাখিবলৈ বিভিন্ন উপায় অৱলম্বন কৰিছিল। কোনো এটা বস্তুৰ কাৰণে এটা শিলগুটি বা গছৰ ডালত এটা আঁচ, দুটা বস্তুৰ কাৰণে দুটা শিল গুটি বা দুটা আঁচ, ... ইত্যাদি উপায়েৰে হিচাপ কৰি বস্তুবোৰৰ লগত ৰাখিছিল। কালক্ৰমত এই এটা, দুটা, তিনিটা... শিলগুটি বা আঁচৰ সলনি 1, 2, 3, 4, ... সংখ্যাবোৰ ব্যৱহাৰ হ'বলৈ ধৰিলে। এই সংখ্যাবোৰক আমি প্ৰাকৃতিক বা **স্বাভাৱিক সংখ্যা** (Natural Numbers) বুলি কওঁ। গণনাৰ কাৰণে ব্যৱহাৰ হয় কাৰণে এই সংখ্যাবোৰক গণনা সংখ্যা (Counting Numbers) বুলিও কোৱা হয়। আমাৰ লগত থকা কোনো বস্তুক গণনা কৰিবলৈ ।তকৈ সৰু সংখ্যাৰ আমাৰ প্ৰয়োজন নহয়। সেয়ে **আটাইতকৈ সৰু স্বাভাৱিক সংখ্যাটো হ'ল 1**। আমি আটাইতকৈ ডাঙৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা বুলি কোনো এটা সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিমনে? আমি যিমানেই ডাঙৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা এটা নকওঁ কিয় তাৰ লগত 1 যোগ কৰিলে তাতকৈ ডাঙৰ স্বাভাৱিক সংখ্যাটো ওলাই পৰিব। গতিকে, আটাইতকৈ ডাঙৰ স্বাভাৱিক সংখ্যাটো গণি উলিয়াব টান।

স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পূৰ্বপদ আৰু উত্তৰ পদ (Predecessor and Successor)

এটা স্বাভাৱিক সংখ্যাই ইয়াৰ পূৰ্বপদ আৰু উত্তৰ পদৰ লগত কেনেদৰে সম্পৰ্ক স্থাপন কৰে চাওঁ আহা।

9 স্বাভাৱিক সংখ্যাটোৰ পূৰ্বপদ 8 আৰু উত্তৰ পদ 10

অৰ্থাৎ 9ৰ পূৰ্বপদটো হ'ব (9-1) আৰু উত্তৰ পদটো হ'ব (9+1)

আমি কি পালোঁ?

এটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে সংখ্যাটোৰ পূৰ্ব পদ আৰু সংখ্যাটোৰ লগত 1 যোগ কৰিলে তাৰ উত্তৰ পদটো পোৱা যায়। কিন্তু 1ৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা নাই। গতিকে 1ৰ পূৰ্ব পদ নাই।

পূৰ্বপদ আৰু উত্তৰ পদৰ তালিকাখন পূৰ্ণ কৰোঁ আহা।

পূৰ্বপদ	সংখ্যা	উত্তৰপদ
18-1	18	18+1
....	100	....
999-1	......	999+1
5319	....	....
....	......	1888

পূৰ্বপদ	সংখ্যা	উত্তৰপদ
....	491	....
....	376	....
....	5019	....
....	1162	....
....	3421	....

দেখা গ'ল যে, প্ৰতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ লগত 1 যোগ কৰিলে তাৰ উত্তৰ পদটো পোৱা যায়। অৰ্থাৎ প্ৰতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ উত্তৰ পদ স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহত আছে।

নিজে কৰা

1. 1, 10, 9999, 100000, 777779 সংখ্যাবোৰৰ উত্তৰ পদবোৰ লিখা।
2. এনে কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা আছেনে যাৰ উত্তৰ পদ নাই?
3. 5, 11, 7779, 1000, 10001 সংখ্যাবোৰৰ পূৰ্ব পদবোৰ লিখা।
4. এনে কোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা আছেনে যাৰ পূৰ্ব পদ নাই?
5. বৃহত্তম স্বাভাৱিক সংখ্যা বুলি কোনো সংখ্যা আছেনে? তোমাৰ বন্ধু এজনে এটা বৃহৎ সংখ্যা লিখি তাক বৃহত্তম স্বাভাৱিক সংখ্যা বুলি দাবী কৰিলে। তুমি বন্ধুজনক ভুল বুলি কেনেদৰে প্ৰমাণ কৰিবা।

পূৰ্ণ সংখ্যা (Whole Numbers)

আমি জানো যে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহত 1 ৰ পূৰ্বপদ নাই, কাৰণ 1ৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে 0 (শূন্য) পোৱা যায়। 0 আৰু গণনা সংখ্যাসমূহক একেলগে **পূৰ্ণ সংখ্যা** বোলে।

অৰ্থাৎ, 0, 1, 2, 3, 4, 5, ... ইত্যাদি সংখ্যাবোৰক আমি পূৰ্ণ সংখ্যা (**Whole Numbers**) বুলি কয়।

নিজে কৰা

1. প্ৰতিটো পূৰ্ণ সংখ্যা স্বাভাৱিক সংখ্যা হয়নে?
2. আটাইতকৈ সৰু পূৰ্ণ সংখ্যাটো কি?
3. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পৰা কোনটো সংখ্যা বাদ দিলে বাকী সংখ্যাবোৰৰ সংগ্ৰহটো স্বাভাৱিক সংখ্যা হৈ পৰিব?
4. আটাইতকৈ ডাঙৰ পূৰ্ণ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিবনে?
5. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সংগ্ৰহত 1ৰ পূৰ্ব পদ আছেনে? যদি আছে সংখ্যাটো কি?

সংখ্যা ৰেখা (Number Line)

এডাল সৰল ৰেখা আঁকা। ইয়াৰ এটা বিন্দু চিহ্নিত কৰি তাক 0 বুলি ধৰি ইয়াৰ সোঁফালে দ্বিতীয় এটা বিন্দুত চিন দিয়া আৰু এই বিন্দুটোক 1 বুলি ধৰি লোৱা। 0 আৰু 1ৰ মাজৰ দূৰত্ব একক দূৰত্ব হ'ব। 1ৰ সোঁফালে একক দূৰত্বৰ অন্তৰে অন্তৰে বিন্দুবোৰ লৈ এই বিন্দুবোৰক ক্ৰমে 2, 3, 4, 5, ... ৰে চিহ্নিত কৰা।

এই ডালেই হ'ল পূৰ্ণ সংখ্যাৰ কাৰণে সংখ্যা ৰেখা। ৰেখা ডালৰ সহায়ত যিকোনো দুটা বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব, ঘৰ গণনা কৰি সহজে নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। 2 আৰু 5ৰ মাজৰ দূৰত্ব গণনা কৰিলে আমি 3 একক পাম। 0 আৰু 5, 1 আৰু 6, 1 আৰু 7ৰ মাজৰ দূৰত্ববোৰ গণনা কৰি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা।

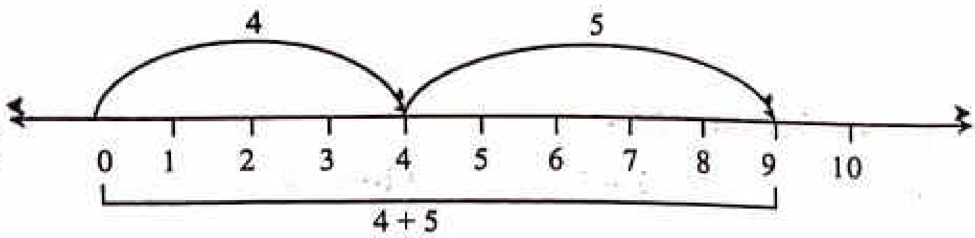
সংখ্যাৰেখাত দেখা যায় যে এটা সংখ্যা তাৰ বাওঁফালৰ সংখ্যাতকৈ ডাঙৰ আৰু সোঁফালৰ সংখ্যাটোতকৈ সৰু। সংখ্যা ৰেখাডাল পৰ্যবেক্ষণ কৰিলে আমি পাম, 5>4, 7>3, 9>6 আৰু 0<1, 3<5, 6<8, 10<12।

নিজে কৰা

1. 13 সংখ্যাটো সংখ্যাৰেখাত 20, 16, 10, 9, 14ৰ কোনফালে আছে ক'ব পাৰিবানে?
2. সংখ্যা ৰেখা চাই 5 আৰু 6 ৰ পূৰ্বপদ আৰু উত্তৰ পদবোৰ ক'ব পাৰিবানে?

সংখ্যাৰেখাত পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগ

সংখ্যাৰেখাত 4 আৰু 5ৰ যোগফল উলিয়াওঁ আহা।



0, 4 ৰ মাজৰ দূৰত্ব 4 আৰু 4, 9ৰ মাজৰ দূৰত্ব 5 সেয়ে, 4 আৰু 5ৰ যোগফল হ'ব 0 আৰু 9ৰ মাজৰ দূৰত্ব অৰ্থাৎ, 4 +5 = 9

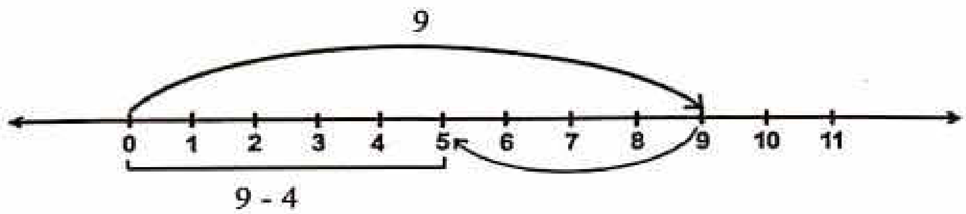
নিজে কৰা

সংখ্যা ৰেখা অংকন কৰি তাৰ পৰা 3 আৰু 7ৰ যোগফল উলিওৱা

সংখ্যাৰেখাত পূৰ্ণ সংখ্যাৰ বিয়োগ

(a) দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ডাঙৰটোৰ পৰা সৰুটোৰ বিয়োগফল।

সংখ্যা ৰেখাত 9 – 4 ৰ মান উলিয়াও আহা।

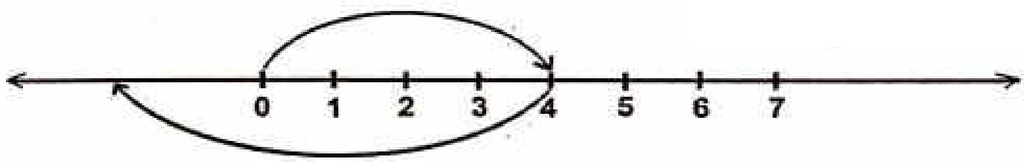


9–4ৰ অৰ্থ হ'ল 9ৰ পৰা 4 বাদ দিয়া আৰু সংখ্যা ৰেখাত 9ৰ পৰা 4 বাদ দিলে 0, 5ৰ মাজৰ দূৰত্ব হ'ব 5।

অৰ্থাৎ, 9– 4= 5

(b) দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সৰুটোৰ পৰা ডাঙৰটোৰ বিয়োগফল

সংখ্যা ৰেখাত 4 – 9 ৰ বিয়োগফল বিচাৰি উলিয়াও আহা



পূৰ্ণ সংখ্যাৰ কাৰণে অংকন কৰা সংখ্যা ৰেখাত 4 ঘৰৰ পৰা 9 ঘৰ বাদ দিয়াটো বা 4–9 বিচাৰি উলিওৱাটো সম্ভৱ নহয়।

নিজে কৰা

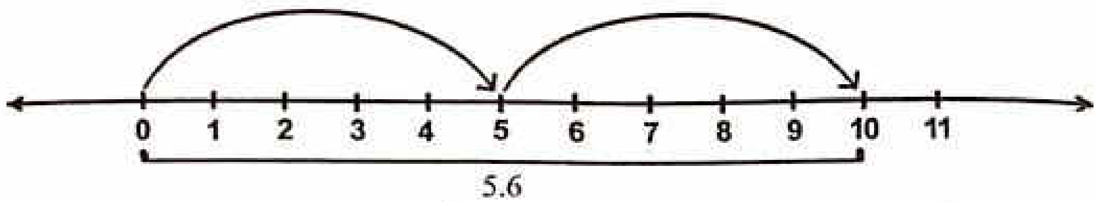
সংখ্যা ৰেখাত বিয়োগফল উলিওৱা

(i) 5 – 2 (ii) 8 – 7 (iii) 6 – 6

সংখ্যা ৰেখাত পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণ

সংখ্যা ৰেখাত 5×2ৰ মান উলিয়াও আহা

আমি জানো যে 5 + 5 = 5×2। অৰ্থাৎ 5×2ৰ অৰ্থ হ'ল 5টো দুবাৰ যোগ।



সংখ্যা ৰেখাত 5 একক দুবাৰ যোগ কৰিলে আমি 0 আৰু 10ৰ মাজৰ দূৰত্ব পাম। কিন্তু 0 আৰু 10ৰ মাজৰ দূৰত্ব 10

সেয়ে 5×2 =10

নিজে কৰা

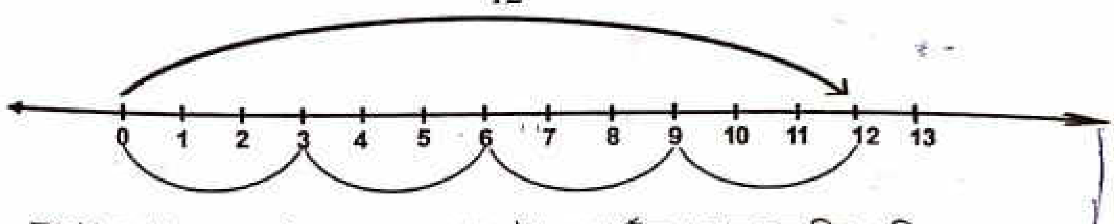
সংখ্যা ৰেখাৰ সহায়ত পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা

(i) 3×2 (ii) 2×4 (iii) 5×1

সংখ্যা ৰেখাত পূৰ্ণ সংখ্যাৰ হৰণ

(a) সংখ্যা ৰেখাত 12 ÷3 ৰ মান উলিয়াও আহা

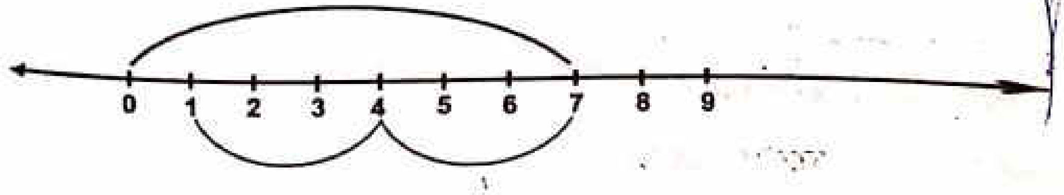
12 3 ৰ অৰ্থ হ'ল 12ৰ পৰা 3টো কেইবাৰ বিয়োগ কৰিব পাৰি।



সংখ্যা ৰেখাত দেখা গ'ল যে 12ৰ পৰা 3টো সম্পূৰ্ণকৈ 4 বাৰ বাদ দিব পাৰি

সেয়ে, 12 ÷3 = 4

(b) সংখ্যা ৰেখাত 7 ÷ 3 ৰ হৰণফল উলিয়াও আহা



7ৰ পৰা 3টো সম্পূৰ্ণকৈ 2 বাৰ বাদ দিয়াৰ পিছত এক একক দূৰত্ব ৰৈ যায়।

সেয়ে, 7 ÷ 3 ৰ মানটো পূৰ্ণ সংখ্যাত পাব নোৱাৰি। অৰ্থাৎ ই পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়।

নিজে কৰা

1. শুদ্ধটোত (✓) আৰু অশুদ্ধটোত (×) চিন দিয়া

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ কাৰণে অংকন কৰা সংখ্যা ৰেখাত যিকোনো দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ

(i) যোগফল পাব পাৰি/নোৱাৰি

(ii) বিয়োগফল পাব পাৰি/নোৱাৰি

(iii) পূৰণফল পাব পাৰি/নোৱাৰি

(iv) হৰণফল পাব পাৰি/নোৱাৰি

2. আটাইতকৈ সৰু স্বাভাৱিক সংখ্যাটো হ'ল

(a) 0, (b) 1, (c) 2, (d) 3

3. আটাইতকৈ সৰু পূৰ্ণ সংখ্যাটো হ'ল

(a) 0, (b) 2, (c) 4, (d) 6

4. এটা অংকবিশিষ্ট আটাইতকৈ ডাঙৰ পূৰ্ণ সংখ্যাটো হ'ল

(a) 0, (b) 9, (c) 99, (d) 900

5. তলৰ কোনটো হৰণফল পূৰ্ণ সংখ্যা হ'ব?

(a) 7 ÷ 2, (b) 9 ÷ 5, (c) 21 ÷ 7, (d) 25 ÷ 4

6. তলৰ কোনটো বিয়োগফল পূৰ্ণ সংখ্যা হ'ব?

(a) 0–1, (b) 1–1, (c) 1–2, (d) 3–5

7. 20তকৈ সৰু আটাইবোৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা লিখা।

8. কোনটো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পূৰ্ব পদ নাই?

9. 100 তকৈ সৰু কিমানটা পূৰ্ণ সংখ্যা আছে?

10. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পৰা কোনটো সংখ্যা বাদ দিলে বাকী সংখ্যাৰ সংগ্ৰহটো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ সংগ্ৰহ হ'ব?

11. তলৰ সংখ্যাবোৰৰ পূৰ্ব পদবোৰ লিখা।

987, 998, 10000, 99900, 111111

12. কোনটো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰ্ব পদ নাই?

13. তলৰ সংখ্যাবোৰৰ উত্তৰ পদবোৰ লিখা

1, 9, 101, 889, 9999, 100001

14. তিনিটা অংকৰে গঠিত কোনটো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰ্ব পদ দুটা অংকবিশিষ্ট হয়?

15. তলৰ প্ৰতিযোৰ পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সংখ্যা ৰেখাত কোনটো কাৰ সোঁফালে বহিব লিখা আৰু সংখ্যা দুটাৰ মাজত উপযুক্ত চিন (>, <) বহুৱাই তুলনা কৰা।

(a) 100, 99 (b) 911, 899 (c) 0, 1 (d) 9999, 10000 (e) 2111, 1222

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ধৰ্ম (Properties of whole numbers)

(a) তলত দিয়া যোগফলবোৰ চাওঁ আহা

0 + 1 = 1, 0+0=0, 2+3=5, 7+3=10, 10+11=21, 15+14=29, 100+99=199, 999+1=1000, 1000 + 1000 = 2000, 10000 +1 = 10001 প্ৰতিটো যোগফল এটা পূৰ্ণ সংখ্যা হ'লনে? অৰ্থাৎ, **দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগফল এটা পূৰ্ণ সংখ্যা হয়।**

সেয়ে, পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সংগ্ৰহটো যোগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ বুলি কোৱা হয়।

(b) পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ হ'বনে? পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

0 1=0, 1×1=1, 9×11=99, 20×35=700, 1000×100=100000

আকৌ মন কৰা : 0×2=0, 0×101= 0, 10010×0=0

আমি দেখিলোঁ যে, **দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা পূৰ্ণ সংখ্যা হয়।**

অৰ্থাৎ, পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সংগ্ৰহটো **পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ হয়।**

(c) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ বিয়োগ সাপেক্ষে আবদ্ধ হয়নে?

পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা

1–1=0; এটা পূৰ্ণ সংখ্যা

7–3=4, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা

5–9=?, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা হয়নে (সংখ্যা ৰেখাত উলিওৱা বিয়োগফল মনত পেলোৱা)

আমি পালোঁ 5 < 9 হ'লে, 5 – 9 এটা পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়। অৰ্থাৎ, সকলোবোৰ বিয়োগফল এটা পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়।

সেয়ে, বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সংগ্ৰহটো আবদ্ধ নহয়।

আকৌ, পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ হয়নে ? পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা

$12 \div 6 = 2$, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা

$3 \div 3 = 1$, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা

$3 \div 4 = \frac{3}{4}$, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়।

আমি দুটা পূৰ্ণ সংখ্যা পালোঁ যাৰ হৰণফল পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়। গতিকে **পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ নহয়।**

শূন্যৰে হৰণ

এটা সংখ্যাৰে হৰণৰ অৰ্থ হ'ল সংখ্যাটো বাৰে বাৰে বিয়োগ

(a) $6 \div 6 = ?$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -6 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 ৰ পৰা 6 টো এবাৰ বিয়োগ সেয়ে $6 \div 6 = 1$

(b) $6 \div 3 = ?$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 ৰ পৰা 3 টো দুবাৰ বিয়োগ সেয়ে $6 \div 3 = 2$

(c) $6 \div 2 = ?$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -2 \\ \hline 4 \\ -2 \\ \hline 2 \\ -2 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 ৰ পৰা 2 টো তিনিবাৰ বিয়োগ সেয়ে $6 \div 2 = 3$

(d) $6 \div 1 = ?$

$$\begin{array}{r} 6 \\ -1 \\ \hline 5 \\ -1 \\ \hline 4 \\ -1 \\ \hline 3 \\ -1 \\ \hline 2 \\ -1 \\ \hline 1 \\ -1 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 ৰ পৰা 1 টো ছয়বাৰ বিয়োগ সেয়ে $6 \div 1 = 6$

6 0 ৰ মান কিমান ?

বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়ত মান বিচাৰোঁ আহা।

আমি জানো $6 \div 0$ ৰ অৰ্থ হ'ল 0টো 6ৰ পৰা বাৰে বাৰে বিয়োগ

$$\begin{array}{r} 6 \\ -0 \\ \hline 6 \\ -0 \\ \hline 6 \\ -0 \\ \hline 6 \end{array}$$

....

প্ৰতিবাৰ বিয়োগ কৰাৰ পিছত দেখা গৈছে যে প্ৰতিবাৰতে 6 টো অৱশিষ্ট ৰৈ গৈছে। অৰ্থাৎ এই বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়াৰ কেতিয়াও অন্ত নপৰিব।

সেয়ে আমি ক'ব পাৰো 6 ÷ 0 অনিৰ্ণেয়, অৰ্থাৎ,

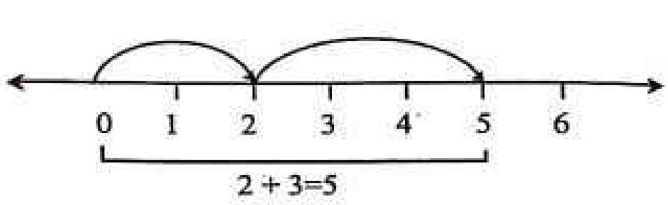
কোনো পূৰ্ণ সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে হৰণ কৰা কথাটো অৰ্থহীন।

যোগ আৰু পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি
(Commutative laws of Addition and Multiplication)

কৰি চাওঁ আহা - 1

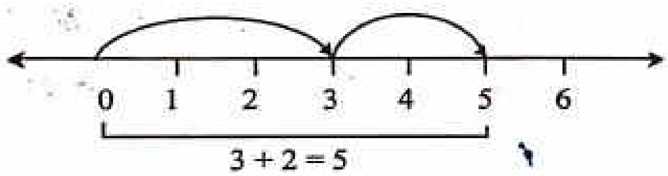
প্ৰথমে 2টা কলম লৈ তাৰ লগত 3টা কলম লগ লগালে মুঠ কিমানটা হ'ব আৰু দ্বিতীয়তে 3টা কলম লৈ তাৰ লগত 2টা কলম লগ লগালে মুঠ কিমানটা হ'ব?

2টা কলম + 3টা কলম =5টা কলম



আকৌ,

3 টা কলম + 2টা কলম =5টা কলম



আমি কি পালোঁ

2টাৰ লগত 3টা লগ লগালে যিমান হয় 3টাৰ লগত 2টা লগ লগালেও সিমানেই হয়।

অৰ্থাৎ, 2+ 3 = 3+2

কৰি চাওঁ আহা - 2

সংখ্যাৰেখা অংকন কৰি 4 + 5 আৰু 5 + 4 নিৰ্ণয় কৰা।

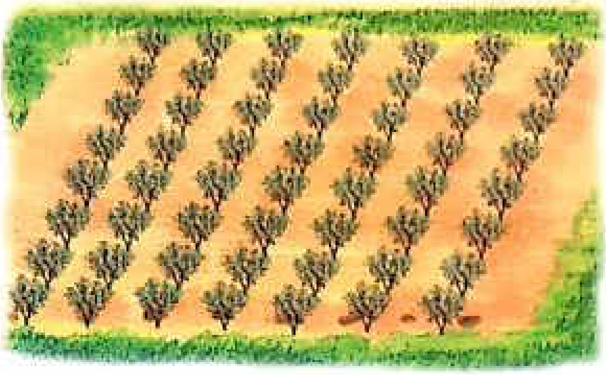
4 + 5 আৰু 5 + 4 ৰ মান সমান হ'লনে?

দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগফল সিহঁতৰ ক্ৰমৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে। অৰ্থাৎ যিকোনো ক্ৰমত যোগ কৰিলে যোগফল একে হ'ব।

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ এই ধৰ্মটোক যোগৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি বুলি কোৱা হয়।

খেতিয়কৰ বাগিচা

এজন খেতিয়কে তেখেতৰ দুডৰা মাটিত সমান সংখ্যক বেঙেনা আৰু জলকীয়াৰ পুলি কেনেদৰে শাৰী শাৰীকৈ ৰুইছে পৰ্যবেক্ষণ কৰি পুলিৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা।



বেঙেনাৰ বাগান

জলকীয়াৰ বাগান

বেঙেনাৰ বাগানত প্ৰতিটো শাৰীত 7টাকৈ 8টা শাৰীত মুঠ পুলিৰ সংখ্যা $7 \times 8 = 56$

জলকীয়াৰ বাগানত প্ৰতিটো শাৰীত 8টাকৈ 7টা শাৰীত মুঠ পুলিৰ সংখ্যা $8 \times 7 = 56$

গতিকে আমি পালোঁ যে, $7 \times 8 = 8 \times 7 = 56$

একেদৰে, $3 \times 5 = 5 \times 3$, $8 \times 11 = 11 \times 8$, $99 \times 100 = 100 \times 99$....ইত্যাদি

দুটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণফল সিহঁতৰ ক্ৰমৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে। যি কোনো ক্ৰমত পূৰণ কৰিলে পূৰণফল একে হয়। পূৰ্ণ সংখ্যাৰ এই ধৰ্মটোক **পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় ধৰ্ম** বুলি কোৱা হয়।

পূৰ্ণ সংখ্যাই বিয়োগ আৰু হৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে?

পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা

$7 - 5 = 5 - 7$ শুদ্ধ হয়নে?

ইয়াত $7 - 5 = 2$ এটা পূৰ্ণ সংখ্যা। কিন্তু $5 - 7$ এটা পূৰ্ণ সংখ্যা নহয় (যিহেতু, $5 < 7$)।

সেয়ে $7 - 5 = 5 - 7$ শুদ্ধ নহয়।

একেদৰে যিকোনো দুটা পূৰ্ণ সংখ্যা লৈ দেখুৱাব পাৰি যে পূৰ্ণ সংখ্যাই বিয়োগৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।

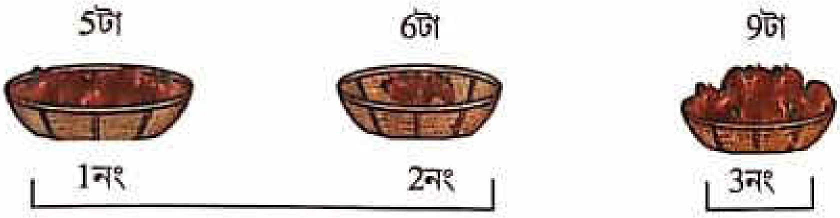
একেদৰে, **$8 \div 2 = 2 \div 8$ শুদ্ধ হয়নে?**

ইয়াত $8 \quad 2 = 4$ এটা পূৰ্ণ সংখ্যা। কিন্তু $2 \div 8$ এটা পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়।

গতিকে পূৰ্ণ সংখ্যাই হৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।

যোগ আৰু পূৰণৰ সাহচৰ্য বা সহযোগ বিধি (Associative Law of addition and multiplication)

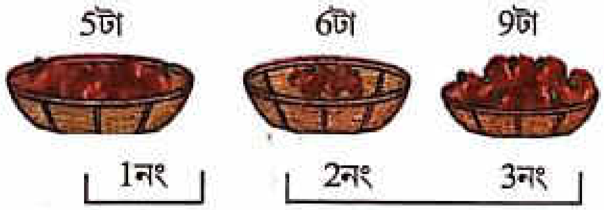
3টা খৰাহিৰ 1নংটোত 5 টা, 2নংটোত 6 টা আৰু 3 নংটোত 9টা আপেল আছে। আপেলবোৰ দুই ধৰণে লগ লগাই হিচাপ কৰি মুঠ আপেলৰ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা।



1নং আৰু 2নং খৰাহিৰ আপেল দুয়োটা খৰাহীৰ মুঠ আপেলৰ সংখ্যা উলিয়াই লম। ইয়াৰ পিছত 3নং খৰাহিৰ আপেলবোৰ লগ লগাই তিনিওটা খৰাহিৰ মুঠ আপেলৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিম।

$(5 + 6) + 9$

$= 11 + 9 = 20$



2নং আৰু 3নং খৰাহিৰ আপেলবোৰ লগ লগাই হিচাপ কৰি তাৰ লগত 1নংৰ আপেলবোৰ লগ লগাই মুঠ আপেলৰ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰিম।

$5 + (6 + 9)$

$= 5 + 15$

$= 20$

দুয়োটা পদ্ধতিৰে নিৰ্ণয় কৰা আপেলৰ মুঠ সংখ্যাটো শুদ্ধ হোৱা নাইনে?

গতিকে, আমি পালো, $(5 + 6) + 9 = 5 + (6 + 9)$

একেদৰে $(7 + 5) + 3 = 7 + (5 + 3)$ নহ'বনে?

পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা $(7 + 5) + 3 = 12 + 3 = 15$ আৰু $7 + (5 + 3) = 7 + 8 = 15$

এতেকে $(7 + 5) + 3 = 7 + (5 + 3)$

নিজে কৰা

(a) 2, 3, 4ৰ কাৰণে এই ধৰ্মটো পৰীক্ষা কৰা ঃ

(b) যিকোনো তিনিটা পূৰ্ণ সংখ্যা লৈ এই ধৰ্মটো পুনৰ পৰীক্ষা কৰা।

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ এই ধৰ্মটোক **যোগৰ সাহচৰ্য বা সহযোগ বিধি (Associative law of addition)** বুলি কোৱা হয়।

কৰি চাওঁ আহা

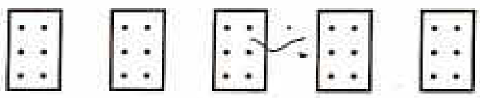
708, 899, 101 সংখ্যা তিনিটা যোগফল নিৰ্ণয়

সমাধান ঃ $708 + 899 + 101$

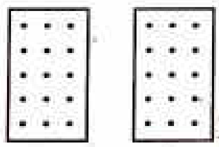
$= 708 + (899 + 101) \quad = 708 + 1000 \quad = 1708$

হিচাপ কৰি চাওঁ আহা

কিছু সংখ্যক ফোঁট তলত দেখুওৱা ধৰণে দুটা ভিন্ন সাজোনত দুটা ভিন্ন আকাৰৰ বাকচত সজ্জিত হৈ আছে। ফোঁটবোৰৰ সংখ্যাটো হিচাপ কৰি চাওঁ আহা



প্ৰতিটো বাকচত ফোঁটৰ সংখ্যা (2×3) টা
মুঠ বাকচ আছে 5 টা
মুঠ ফোঁটৰ সংখ্যা হ'ব $(2\times 3)\times5= 30$ টা



প্ৰতিটো বাকচত ফোঁটৰ সংখ্যা (3×5) টা
মুঠ বাকচ আছে 2 টা
মুঠ ফোঁটৰ সংখ্যা হ'ব $2\times(3\times 5)= 30$ টা

অৰ্থাৎ

$(2 \times 3) \quad 5= 2\times(3\times5)$

এইদৰে, প্ৰতিটো বাকচত 2 টা ফোঁটৰ 3 টাকৈ শাৰী থাকিলে 4 টা বাকচৰ মুঠ ফোঁটৰ সংখ্যা হ'ব $(2\times3)\times4 = 24$ ।

আনহাতে প্ৰতিটো বাকচত 3 টা ফোঁটৰ 4 টাকৈ শাৰী থাকিলে 2 টা বাকচৰ মুঠ ফোঁটৰ সংখ্যা হ'ব $2\times(3\times4) = 24$

গতিকে, $(2\times3)\times4 = 2\times(3\times4)$

নিজে কৰা

$(2\times3)\times6= 2\times(3\times6)$, $(3\times4)\times5= 3\times(4\times5)$ আৰু

$(35\times25)\times4= 35\times(25\times4)$ হ'বনে?

যিকোনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত এই ধৰ্মটোৰ সত্যতা নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। **পূৰ্ণ সংখ্যাৰ এই ধৰ্মটোক পূৰণৰ সহযোগ বা সাহচৰ্য বিধি বুলি কোৱা হয়।**

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ বিধিৰ সহায়ত সহজে পূৰণফল উলিয়াও আহা

(a) $25 \times 4 \times 98$

ইয়াত 25×4ৰ মান 100 আৰু 98ক 100ৰে পূৰণ কৰিলে 98ৰ সোঁহাতে দুটা শূন্য বহিব। গতিকে $25\times4\times98 = 9800$।

(b) $50\times78\times2$

প্ৰথমে পূৰণৰ ক্ৰমবিনিময় বিধিৰ সহায়ত 78×2 ৰ সলনি 2×78 ল'ম আৰু পূৰণ অংকটো হ'ব $50\times2\times78$। এতিয়া নিশ্চয় আগৰ অংকটোৰ নিচিনাকৈ পূৰণ ফলটো মুখে মুখে কৈ দিব পাৰিবা।

মুখে মুখে পূৰণফল উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা। পূৰণফলটো শুদ্ধ পালানে? পূৰণ কৰি পৰীক্ষা কৰা।

(a) $99 \times 25 \times 4$ (b) $25 \times 8 \times 5$ (c) $4 \times 45 \times 50$

কৰি চাওঁ আহা

উদাহৰণ 1 ঃ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা ঃ $75 + 57 + 25$

সমাধান ঃ $75 + 57 + 25 = 75 + (57 + 25)$

$= 75+(25+57)$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= (75+25)+57$ (সহযোগ বিধি)

$= 100 + 57$

$= 157$

উদাহৰণ 2 ঃ পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা ঃ $25 \times 58 \times 40$

সমাধান ঃ $25 \times 58 \times 40 = 25 \times (58 \times 40)$

$= 25\times(40\times58)$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= (25\times40)\times58$ (সহযোগ বিধি)

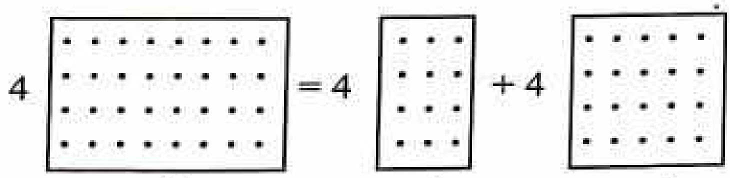
$= 1000 \times 58$

$= 58000$

যোগ সাপেক্ষে পূৰণৰ বিতৰণ বিধি (Distributive law of multiplication over addition)

তলৰ 1নং বাকচৰ ফোঁটবোৰ চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে দুভাগ কৰি 2নং আৰু 3নং নামকৰণ কৰি দুটা বাকচত ৰখা হৈছে।

ফোঁটবোৰ গণনা কৰি চাওঁ আহা।



8 3 5

1 নং 2 নং 3 নং

1 নং বাকচৰ ফোঁটৰ সংখ্যা = 2 নং বাকচৰ ফোঁটৰ সংখ্যা +3 নং বাকচৰ ফোঁটৰ সংখ্যা

সেয়ে, $4\times8 = 4\times3 + 4\times5$

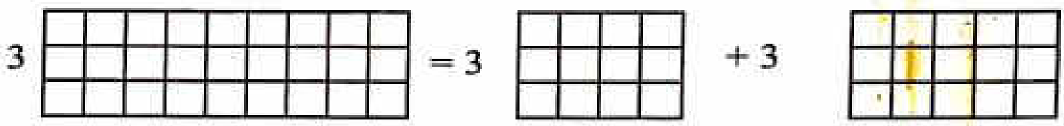
বা $4\times(3+5) = 4\times3 + 4\ \ 5$

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ এই ধৰ্মটোক যোগ সাপেক্ষে পূৰণৰ বিতৰণ বিধি বুলি কোৱা হয়।

নিজে কৰা

1. তলৰ 1 নং চিত্ৰৰ লেখ কাগজৰ টুকুৰাটো 2 নং আৰু 3 নংত দেখুওৱা ধৰণে দুটা ভাগত ভাগ কৰি দেখুওৱা হৈছে।

   আগতে দেখুওৱা ফোঁটবোৰৰ হিচাপটোৰ নিচিনাকৈ দুয়োফালৰ সৰু বৰ্গবোৰৰ হিচাপটো কৰি দেখুওৱা।



9 4 5

1 নং 2 নং 3 নং

2. খালী ঠাইত উপযুক্ত সংখ্যা বহুওৱা

   (a) $2\times(5+7) = 2\times.... + 2\times......$

   (b) $3\times(6+8) = ...\times.... + ...\times......$

   (c) $....\times(3+10) = 2\times .... +....\times......$

সমস্যাৰ সমাধান কৰোঁ আহা

বংমিলি আৰু বংমনৰ দৈনিক উপাৰ্জন ক্ৰমে 400 টকা আৰু 300 টকা। কোনো এটা মাহত দুয়োজনে 25 দিন শ্ৰমদান কৰিলে মাহটোত দুয়োজনৰ উপাৰ্জন কিমান হ'ব?

সমাধান ঃ এই সমাধানটো আমি দুটা পদ্ধতিৰে নিৰ্ণয় কৰিব পাৰোঁ।

পদ্ধতি 1 ঃ

1 দিনত দুয়োৰে মুঠ উপাৰ্জন (400+300) টকা। ইয়াক 25 ৰে পূৰণ কৰিলে দুয়োজনৰ 25 দিনৰ মুঠ উপাৰ্জনটো পোৱা যাব।

গতিকে দুয়োজনৰ 25 দিনৰ মুঠ উপাৰ্জন = $25 \times (400+300)$ টকা = 17500 টকা

পদ্ধতি 2 ঃ

বং মিলিয়ে 1 দিনত উপাৰ্জন কৰে 400 টকা। সেয়ে 25 দিনত উপাৰ্জন কৰে 25×400 টকা

আকৌ, বংমনে 1 দিনত উপাৰ্জন কৰে 300 টকা। সেয়ে 25 দিনত উপাৰ্জন কৰে 25×300 টকা।

25 দিনত দুয়োৰে মুঠ উপাৰ্জন = $(25 \times 400 + 25 \quad 300)$ টকা = 17500 টকা

দুয়োটা পদ্ধতিৰ পৰা আমি কি পালোঁ লক্ষ্য কৰা।

$25 \times (400+300) = 25 \times 400 + 25 \times 300 = 17500$। অৰ্থাৎ,

দুয়োটা পদ্ধতিৰে লাভ কৰা ফল দুটাই যোগ সাপেক্ষে পূৰণৰ বিতৰণ বিধিটো প্ৰতিপন্ন কৰিলে।

বিতৰণ বিধিৰ সহায়ত পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা

1. 4×125

সমাধান ঃ 4×125

$= 4 \times (100 + 25)$

$= 4 \times 100 + 4 \times 25$

$= 400 + 100$

$= 500$

2. $95 \times 65 + 95 \times 35$

সমাধান ঃ $95 \times 65 + 95 \times 35$

$= 95 \times (65 + 35)$

$= 95 \times 100$

$= 9500$

যোগাত্মক আৰু গুণাত্মক অভেদ (Additive and Multiplicative Identity)

আমি পালো যে পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ যোগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ। কাষৰ পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগৰ চানেকিটো পৰ্যবেক্ষণ কৰা। বাকচৰ ভিতৰত দেখুওৱাৰ দৰে আন কেইটামান পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত শূন্যটো যোগ কৰি যোগফলবোৰ কি পালা চোৱা। কেনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত শূন্যৰ বাহিৰে আন কোনো সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল পুনৰ সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটো হ'বনে? অৰ্থাৎ,

$0 + 0 = 0$
$1 + 0 = 1$
$2 + 0 = 2$
$3 + 0 = 3$
....
....

কোনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত শূন্যটো যোগ কৰিলে সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিবৰ্তন নহয়। **সেয়ে, শূন্যক পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগাত্মক অভেদ বোলা হয়।**

এইবাৰ সোঁফালৰ পূৰণৰ তালিকাখন মন কৰা। প্ৰতিটো পূৰ্ণ সংখ্যাক 1ৰে পূৰণ কৰা। পূৰণফলবোৰ কি পালা চোৱা। একেদৰে আন কেইটামান পূৰ্ণ সংখ্যাক 1ৰে পূৰণ কৰা। পুনৰ সেই সংখ্যাটোকে পালানে? অৰ্থাৎ,

কোনো পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰ্ণ সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিবৰ্তন নহয়। **সেয়ে, 1ক পূৰ্ণ সংখ্যাৰ গুণাত্মক অভেদ বোলে।**

$0 \times 1 = 0$
$1 \times 1 = 1$
$2 \times 1 = 2$
$3 \times 1 = 3$
....
....

নিজে কৰা

1. খালী ঠাই পূৰ্ণ কৰা

(a) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত 0 যোগ কৰিলে যোগফল .... হয়।

(b) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 0 ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল .... হয়।

(c) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল .... হয়।

(d) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল .... হয়।

(e) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল .... হয়।

2. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ধৰ্মবোৰ মনত পেলাই তলৰ তালিকাখন পূৰ্ণ কৰা

পূৰ্ণ সংখ্যা	যোগ প্ৰক্ৰিয়াত	পূৰণ প্ৰক্ৰিয়াত	বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়াত	হৰণ প্ৰক্ৰিয়াত
আবদ্ধ	হয়	হয়	নহয়	নহয়
ক্ৰম বিনিময়	....	....	....	....
সহযোগ	....	....	....	....
অভেদ	....	....	....	....

3. তলৰ কোনটো শুদ্ধ

(a) $1 \div 2 = 2 \div 4$

(b) $99 \times 77 = 77 \times 99$

(c) $9 - 8 = 8 - 9$

(d) $0 \div 3 = 3 \div 0$

4. তলৰ কোনটো মান অনিৰ্ণেয় ?

(a) $0 \div 9999$

(b) 0×0

(c) $1 \div 100000$

(d) $1 \div 0$

5. তলৰ কোনটো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ সাহচৰ্য বিধি ?

(a) $3 + 5 = 5+3$

(b) $3\times(7+9) = 3\times7 + 3\times9$

(c) $1\times2 = 2\times1$

(d) $(10 \times 100)\times 1000 = 10\times(100 \times1000)$

6. তলৰ কোনটো শুদ্ধ আৰু ব্যৱহাৰ হোৱা বিধিটোৰ নাম কি?

(a) $2 \ (3+5) = 2\times3 + 5$

(b) $4\times(7\times0) = 4\times7$

(c) $3 + (1+2) = (3+1)+(3+2)$

(d) $123\times(500+123) = 123\times 500 +123\times 123$

7. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগাত্মক অভেদটো হ'ল 0 কাৰণ

(a) যিকোনো পূৰ্ণ সংখ্যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণ ফল 0 হয়।

(b) যিকোনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত 0 যোগ কৰিলে যোগফল পুনৰ সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটো হয়।

(c) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 0 ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল অনিৰ্ণেয় হয়।

8. পূৰ্ণ সংখ্যাৰ গুণাত্মক অভেদটো হ'ল 1 কাৰণ (শুদ্ধ উত্তৰটোত ✓চিন দিয়া)—
এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিবৰ্তন নহয়।

(b) 0 ৰ লগত 1 যোগ কৰিলে 1 হয়।

(c) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে হৰণ কৰিলে সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়।

(d) এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়।

9. উপযুক্ত বিধি প্ৰয়োগ আৰু উল্লেখ কৰি সহজ উপায়েৰে সমাধান কৰা

(a) 737+263+234	(b) 968×5×200	(c) 45×85 + 45×15
(d) 999+876+1	(e) 125×576×8	(f) 397×75 + 25×397
(g) 125×108	(h) 937+135+63	(i) 500×110

(j) 25×54690×4

10. (a) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ যোগ প্ৰক্ৰিয়াত আৱদ্ধ হয়নে? এটা উদাহৰণ দিয়া।

(b) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়াত আৱদ্ধ হয়নে? এটা উদাহৰণ দিয়া

11. (a) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আৱদ্ধ হয়নে? এটা উদাহৰণ দিয়া।

(b) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আৱদ্ধ হয়নে? এটা উদাহৰণ দিয়া।

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ চানেকি (Patterns in Whole Numbers)

এতিয়া আমি ফোঁটৰ সহায়ত সংখ্যাৰ চানেকি বিচাৰোঁ আহা।

সংখ্যা অনুসাৰে পোৱা ফোঁটবোৰে কেনেদৰে ৰেখা, ত্ৰিভুজ আয়ত আৰু বৰ্গৰ আকৃতি লয় মন কৰা সংখ্যা এটাক ৰেখাৰ চানেকিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি; যেনে-

সংখ্যা	চানেকি
2	• •
3	• • •
4	• • • •

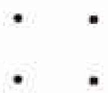
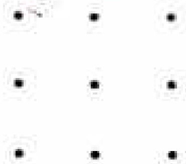
কিছুমান সংখ্যাক ত্ৰিভুজ আকৃতিত পাব পাৰোঁ। যেনে-

সংখ্যা	ত্ৰিভুজাকৃতি
3	
6	

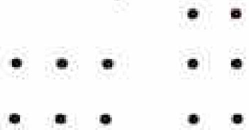
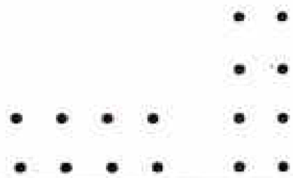
মন কৰা

প্ৰতিটো ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু সমান আৰু ফোঁটৰ সংখ্যা ভূমিৰ পৰা ওপৰলৈ এটা এটাকৈ কমি গৈ থাকে।

কিছুমান সংখ্যাক বৰ্গ আকৃতিত সজাব পাৰি। যেনে-

সংখ্যা	বৰ্গাকৃতি
4	
9	

কিছুমান সংখ্যাক আয়তাকৃতিত পাব পাৰি। যেনে -

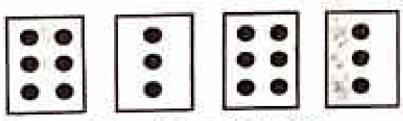
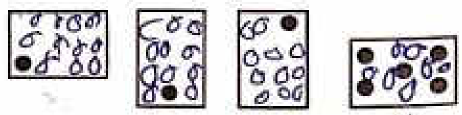
সংখ্যা	আয়তাকৃতি
6	
8	

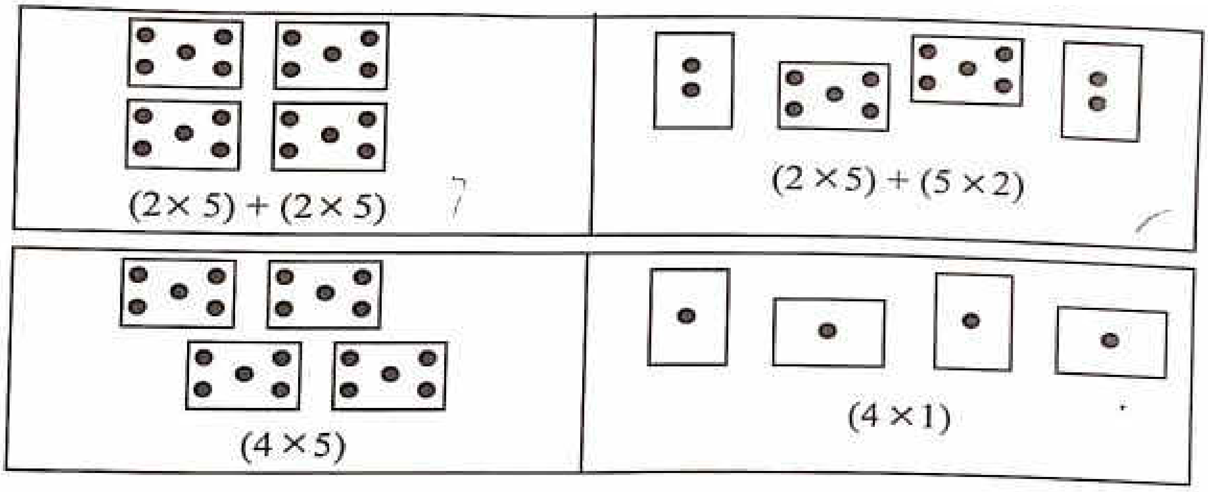
6 আৰু 8ৰ কাৰণে আমি দুই ধৰণৰ আয়তাকৃতিৰ সাজোন পালোঁ।

নিজে কৰা

1. একেদৰে 10, 15, 21, ...ৰ কাৰণে ত্ৰিভুজ আকৃতিবোৰ গঠন কৰা
2. একেদৰে 16, 25, 36, ...ৰ কাৰণে বৰ্গাকৃতিবোৰ সাজা।
3. ফুটৰ সহায়ত 10, 12, 14 সংখ্যাকেইটাৰ চানেকি সাজা। তোমাৰ চানেকিবোৰ কি কি আকৃতিৰ?

পূৰণ কৰোঁ আহা

 (2 × 6) + (2 × 3) 12+6=18	 (3 × 1) + (1 × 5)



অনুশীলনী

1. মান নিৰ্ণয় কৰা

(i) $88 + 99$ (ii) $101 + 99$ (iii) 54321×9999

(iv) 56×125 (v) 35×999 (vi) 32×35

2. এখন বহীত যদি 200 পৃষ্ঠা থাকে তেনেহ'লে 150 খন বহীত কিমান পৃষ্ঠা থাকিব?

3. ত্ৰিশজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী লৈ বাইদেউৱে তৰাঘৰ চাবলৈ গ'ল। এটা টিকটৰ দাম 15 টকা হ'লে মুঠতে বাইদেউৱে কিমান টকা টিকটৰ বাবদ দিলে।

4. 742538 সংখ্যাটোৰ 7 আৰু 5 অংক দুটাৰ স্থানমান সলনি কৰিলে যিটো সংখ্যা হ'ব সেই সংখ্যাটো আগৰ সংখ্যাটোৰ লগত কিমান পাৰ্থক্য হ'ব?

5. এখন গাঁৱত প্ৰতি পৰিয়ালে 50 জনী কুকুৰা পুহিলে গাঁওখনত থকা 100 পৰিয়ালে মুঠতে কিমান কুকুৰা পুহিব?

6. এঘৰ মানুহে কুকুৰাৰ কণী পায় দিনে 25 টাকৈ। মুঠতে 100 দিনত কিমান কুকুৰা কণী পাব?

7. কমলে দৈনিক 30 লিটাৰ গাখীৰ বেচিলে এমাহত সি কিমান গাখীৰ বেচিব? (এমাহ = 30 দিন)

*****

উত্তৰমালা ঃ

1. (i) 187 (ii) 200 (iii) 543255679 (iv) 7000 (v) 34965 (vi) 1120

2. 30,000 পৃষ্ঠা 3. 450 টকা 4. 199800

5. 5000 জনী কুকুৰা 6. 2500টা কণী 7. 900 লিটাৰ