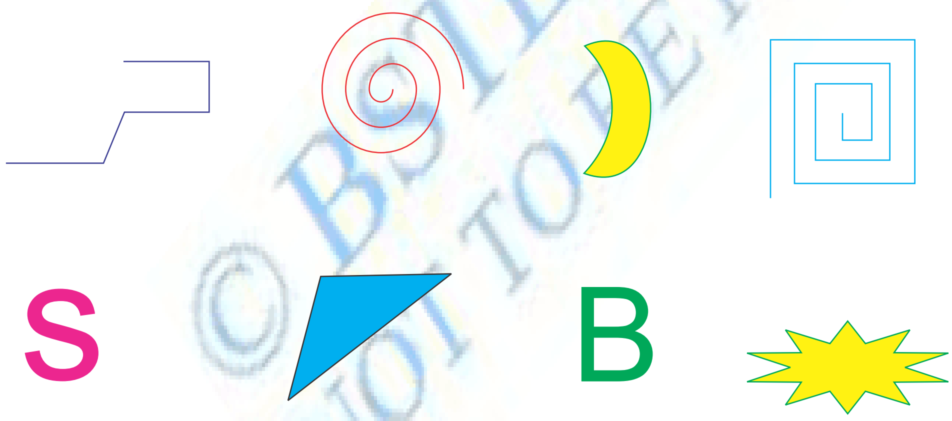
अध्याय 11 परिमाप एवं क्षेत्रफल

खुली तथा बन्द आकृतियाँ

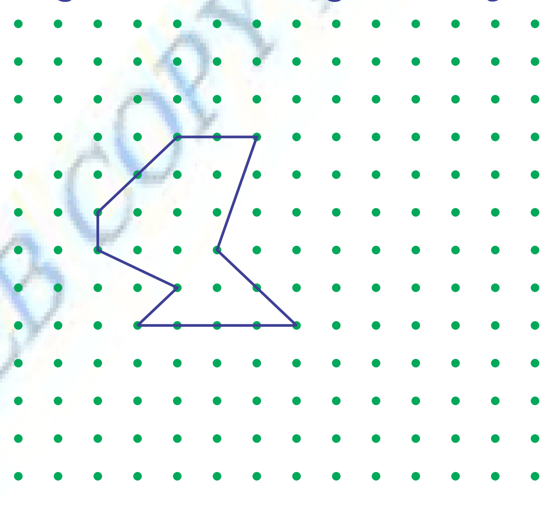
इन दोनों सेफ्टी पिनों में क्या अन्तर है?

इनमें से एक खुला है तथा दूसरा बन्द।

(i) अब इन आकृतियों में से खुली और बन्द आकृतियाँ छाँटिए–



(ii) बिन्दुओं को मिलाकर कुछ बंद आकृतियाँ बनाइए।



> वे आकृतियाँ जिनमें प्रारंभिक और अन्तिम बिन्दु एक ही होता है, बन्द आकृतियाँ कहलाती है।
>
> वे आकृतियाँ जिनमें प्रारंभिक और अन्तिम बिन्दु अलग-अलग होते हैं, खुली आकृतियाँ होती है।

WEB COPY NOT TO BE PUBLISHED

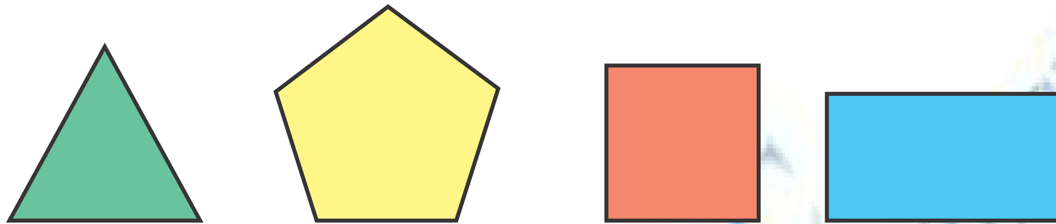
(iii) अपने आस- पास की वस्तुओं के चित्र बनाइए। बताइए कि इनमें से कौन–सी आकृति बंद हैं और कौन–सी खुली?

(iv) माचिस की तीलियाँ या कुछ तिनके लेकर पाँच बन्द तथा पाँच खुली आकृतियाँ बनाइए।

क्या आप बता सकते हैं कि वह कौन- सी बंद आकृति होगी जो सबसे कम तीलियों से बनेगी? इसके लिए कम से कम कितनी तीलियाँ चाहिए?

....

© BSTBPC WEB COPY ,NOT TO BE PUBLISHED



ऊपर बनी आकृतियों के चारों तरफ एक बार धागा लपेटकर फिर धागे की लम्बाई मापें। धागे की लम्बाई आकृतियों के घेरा की लम्बाई के बराबर होगी।

किसी बंद आकृति के घेरे की माप ही उस आकृति का परिमाप होता है।

शिक्षक ने छात्रों से कक्षा के टेबुल के ऊपरी सतह के सभी किनारों को स्केल से मापने और उनके योगफल लिखने को कहा।

रीना ने टेबुल के ऊपरी तल के किनारे को मापा और उनकी लम्बाई लिखी–

AB = 25 सेमी.

BC = 20 सेमी.

CD = 25 सेमी.

DA = 20 सेमी.

अब रीना ने सभी किनारों के मापों को जोड़ा।

अर्थात $AB + BC + CD + DA$

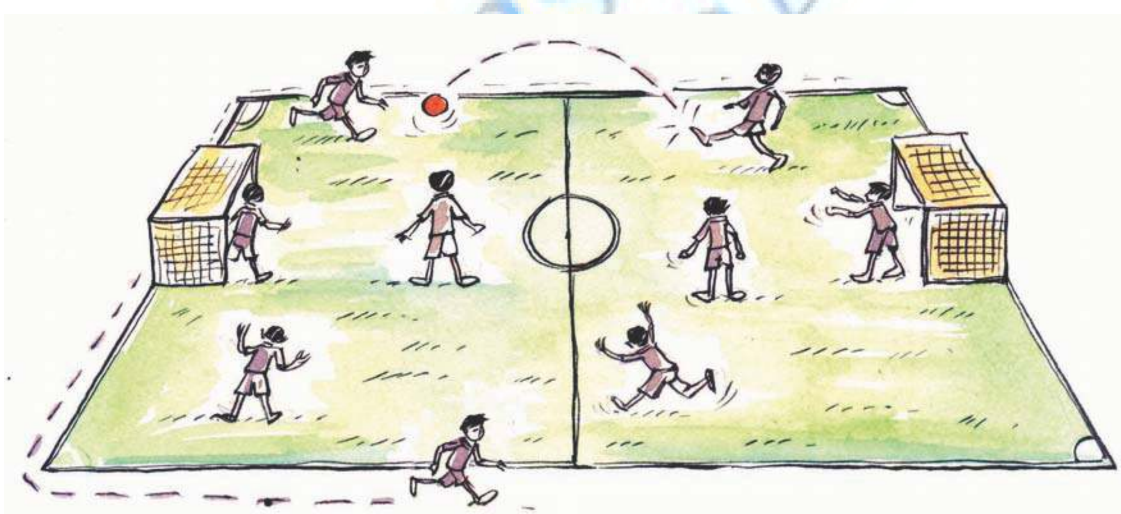
= 25 सेमी. + 20 सेमी. +25 सेमी. + 20 सेमी.

= 90 सेमी.

शिक्षक – रीना, बताइये 90 सेमी. टेबुल के ऊपरी सतह का क्या हुआ?

रीना – सर, 90 सेमी. टेबुल के ऊपरी सतह के सभी किनारों का योगफल हुआ। जिसे टेबुल के ऊपरी सतह का परिमाप भी कहते हैं।

अजय अपने भाई के साथ रोज सुबह खेलने जाता है। अजय अपने साथियों के साथ फुटबॉल खेलता है। और मोनू मैदान के चारों ओर चक्कर लगाता है।



खेल समाप्त होने के बाद मोनू, अजय और उसका साथी सोनू एक साथ बैठे।

अजय – आज आपने मैदान के कितने चक्कर लगाए?

मोनू – मैंने मैदान के चारों तरफ 2 चक्कर लगाया।

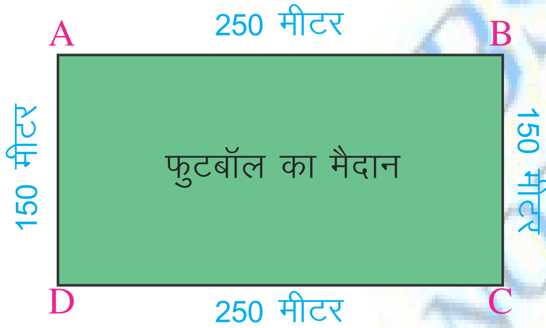
अजय – क्या आप बता सकते हैं कि 2 चक्कर लगाने में आपने कितनी दूरी तय की?

मोनू – हाँ, क्यों नहीं ! किन्तु इसके लिए आपको मुझे मैदान की लम्बाई-चौड़ाई बताना होगा।

तब अजय ने बताया कि मैदान की लम्बाई 250 मीटर है और चौड़ाई 150 मीटर है और मैदान आयताकार है।

क्रियाकलाप–

उन दोनों ने घर आकर इस प्रकार मैदान की आकृति बनाई और फुटबॉल मैदान के किनारों का माप दर्शाया। सभी किनारों के मापों का योगफल निम्न तरीके से निकाला–



AB = 250 मीटर

BC = 150 मीटर

CD = 250 मीटर

DA = 150 मीटर

मैदान के किनारे का योगफल = AB + BC + CD + DA

= 250 मी. + 150 मी. + 250 मी. + 150 मी.

= 800 मी.

अर्थात फुटबॉल के मैदान का परिमाप = 800 मी.

हम जानते हैं कि मैदान के एक चक्कर लगाने में तय की गई दूरी = मैदान का परिमाप

= 800 मीटर

मैदान के 2 चक्कर लगाने में तय की गई दूरी

= 800 मीटर x 2

= 1600 मीटर

अर्थात मोनू ने मैदान के 2 चक्कर लगाकर 1600 मीटर की दूरी तय की।

WEB COPY NOT TO BE PUBLISHED

तब अजय के साथी सोनू ने कहा कि फुटबॉल का मैदान आयताकार है। अतः इसका परिमाप निम्न तरीके से भी निकाला जा सकता है–

फुटबॉल के मैदान की लम्बाई = 250 मीटर

चौड़ाई = 150 मीटर

मैदान के किनारों का योगफल = लम्बाई + चौड़ाई + लम्बाई + चौड़ाई

मैदान का परिमाप = लम्बाई + लम्बाई + चौड़ाई + चौड़ाई

= 2 लम्बाई + 2 चौड़ाई

= 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

= 2 (250 मीटर + 150 मीटर)

= 2 x 400 मीटर

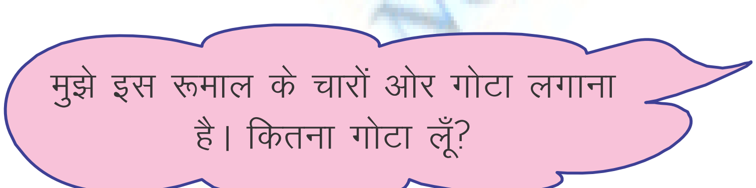
= 800 मीटर

1 चक्कर लगाने में तय की गयी दूरी = 800 मीटर

2 चक्कर लगाने में तय की गयी दूरी = 2 x 800 मीटर

= 1600 मीटर

तभी अजय की माँ वहाँ आयी और उन्होंने बच्चों से पूछा कि–



अजय, मोनू और सोनू ने रूमाल की आकृति को इस तरह दशाया–

आकृति ABCD का परिमाप

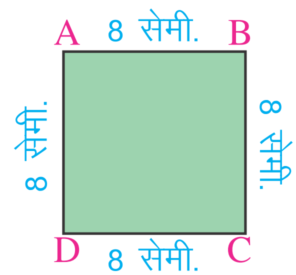
= ABCD के किनारे का योग

= AB + BC + CD + DA

= 8 सेमी. + 8 सेमी. + 8 सेमी. + 8 सेमी.

= 4 x 8 सेमी.

= 32 सेमी.



© WBTBPC
NOT TO BE PUBLISHED

माँ, आपको 32 सेमी. गोटा लेना होगा, वे एक साथ बोले।

गणना के तरीके को देखकर सोनू ने कहा इसे इस तरह भी किया जा सकता है–

चूँकि आकृति के सभी किनारे समान है तथा आकृति वर्गाकार है।

अतः आकृति ABCD का परिमाप

= AB + BC + CD + DA

चूँकि AB = BC = CD = DA

अतः = AB + BC + CD + DA

= AB + AB + AB + AB

= 4 x AB

= 4 x 8 सेमी.

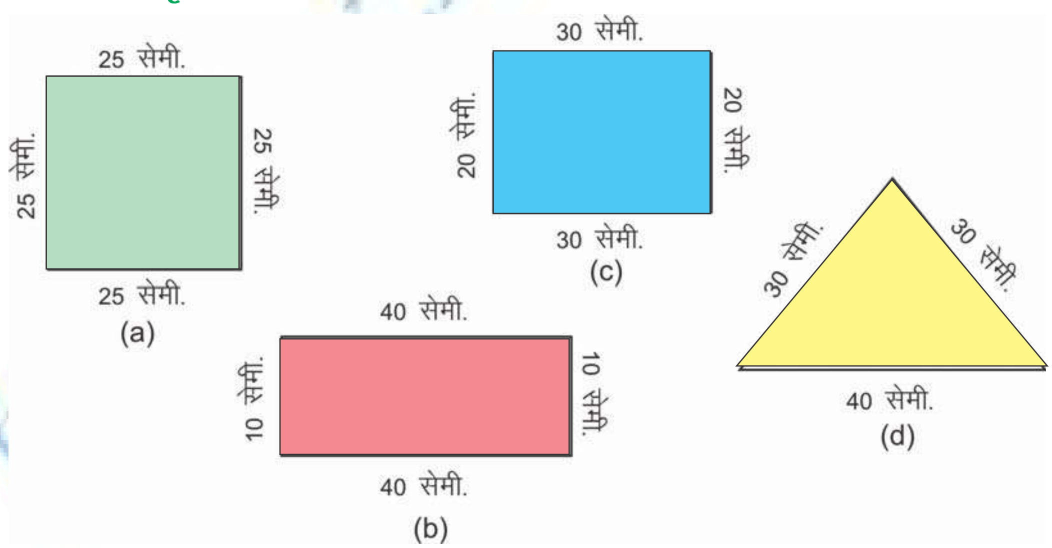
= 32 सेमी.

अर्थात् वर्गाकार क्षेत्र का परिमाप

= 4 x भुजा

अभ्यास –1

1. प्रत्येक आकृति का परिमाप ज्ञात कीजिए।



2. एक आयताकार खेत की लम्बाई 20 मीटर और चौड़ाई 10 मीटर है। उसके चारों ओर तार का घेरा लगाने के लिए कुल कितना तार उपयोग में आएगा?

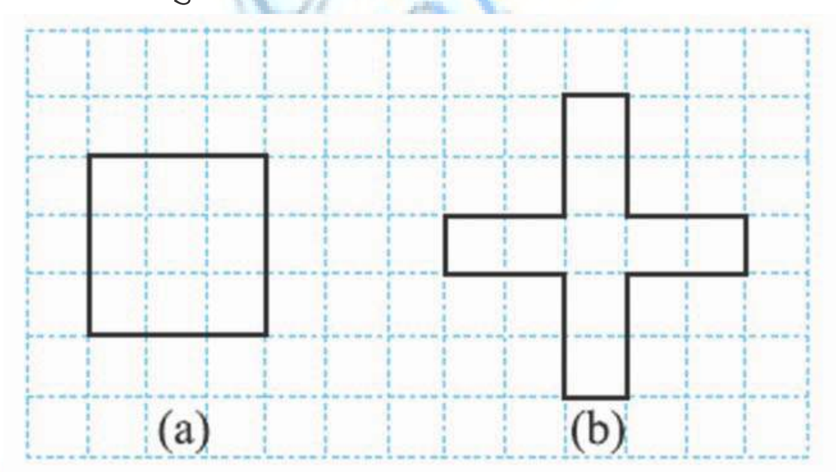
3. एक आयताकार खेत की लम्बाई और चौड़ाई क्रमशः 0.7 किमी. और 0.5 किमी. है। इसके चारों ओर 4 बार बाड़ लगाई जानी है। आवश्यक तार की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

4. एक त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः 15 सेमी., 13 सेमी. तथा 12 सेमी. है। उस वर्ग की एक भुजा ज्ञात कीजिए जिसका परिमाप दिए गए त्रिभुज के परिमाप से दुगुना है।

5. एक आयताकार मैदान की लम्बाई 35 सेमी. तथा चौड़ाई 20 सेमी. है तथा एक वर्गाकार मैदान की भुजा की लम्बाई 26 सेमी. है। बताइए किसका परिमाप अधिक होगा और कितना?

6. एक बगीचा जिसकी लम्बाई 20 मीटर तथा चौड़ाई 15 मीटर है। इसके चारो तरफ बाँस का घेरा लगाने के बाद 500 रुपये में से कितने रुपये बचेगें, यदि 1 मीटर घेरा लगाने का खर्च 5 रुपये है।

7. लीला 9 वर्गाकार टाइल खरीदती है, जिसकी प्रत्येक भुजा 50 सेमी. है और वह इन टाइलों को चित्रानुसार एक वर्ग के रूप में रखती है।



लीला　　　　गौरी

(a) लीला द्वारा बनाए गए वर्ग का परिमाप क्या है?

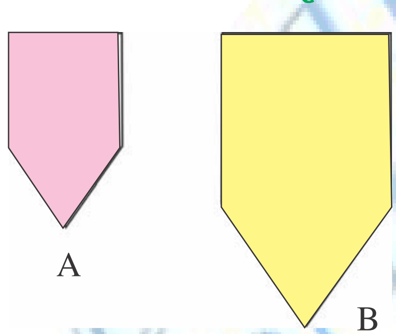
(b) गौरी को उसके द्वारा टाइलों को रखने की व्यवस्था पसन्द नहीं आती है। वह टाइलों को एक क्रॉस के रूप में रखती है। इस आकृति का परिमाप कितना होगा?

(c) दोनों में से किसका परिमाप अधिक है?

(d) लीला सोचती है, क्या टाइलों को रखने का कोई ऐसा भी तरीका है जिससे इनसे भी बड़ा परिमाप ज्ञात किया जा सकता है? क्या आप ऐसा करने का कोई सुझाव दे सकते हैं? लेकिन टाइल किनारों से आपस में मिली हुई हो और वे टूटी न हों।

क्षेत्रफल–

नीचे दिए गए चित्र में A तथा B आकृतियों को देखिए और तुलना कीजिए–



स्पष्टतः आकृति B, आकृति A की तुलना में बड़ी है क्योंकि आकृति B द्वारा घेरा गया भाग (क्षेत्र) A द्वारा घेरे गए भाग से अधिक है।

नीचे दी गई आकृतियों को देखकर उनकी तुलना कीजिए।

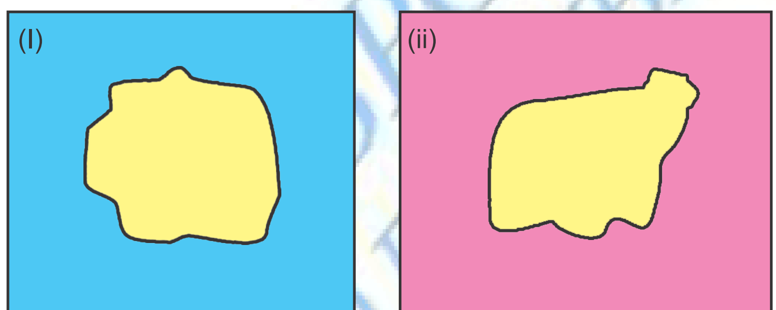
कौन–सी आकृति बड़ी है और क्यों? ....

....

ऊपर दिए गए दो उदाहरणों से हम देखते हैं कि दो अलग–अलग बंद आकृतियों द्वारा घेरे गए क्षेत्रों का आकार भिन्न–भिन्न हो सकता है। **एक बंद आकृति द्वारा घेरे गए क्षेत्र की माप को उसका क्षेत्रफल कहते हैं।**

अतः पहले दिए गए उदाहरणों के लिए हम यह भी कह सकते हैं कि आकृति B द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल आकृति A द्वारा घेरे गए क्षेत्र के क्षेत्रफल से अधिक है तथा आकृति D द्वारा घेरे गए क्षेत्र का क्षेत्रफल आकृति C द्वारा घेरे गए क्षेत्र के क्षेत्रफल से कम है।

आकृति A एवं B और आकृति C एवं D के चित्रों में हमने दो आकृतियों के क्षेत्रों की तुलना आकृतियों को देखकर ही कर ली थी। किंतु इस प्रकार से दो आकृतियों के क्षेत्रों की तुलना करके बड़े–छोटे का पता लगाना हमेशा संभव नहीं है। उदाहरणार्थ बगल में दी गई आकृतियों को देखिए–

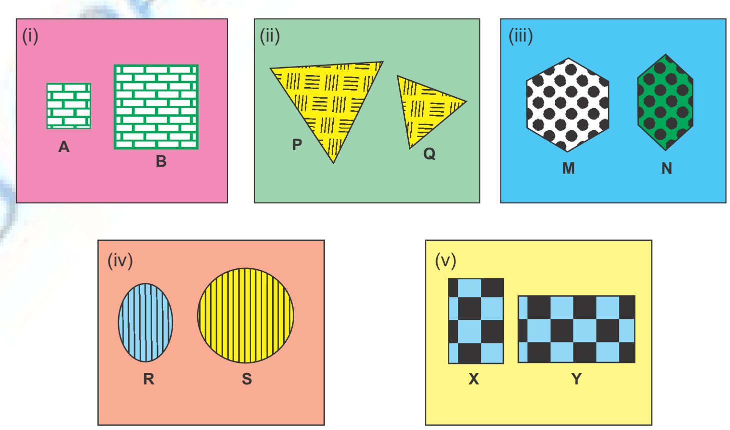


यहाँ देखने मात्र से यह बताना कठिन है कि किस आकृति का क्षेत्र बड़ा है और किसका छोटा। इस कठिनाई को दूर करने के लिए हमें किसी न किसी रूप में उनके क्षेत्रों की माप ज्ञात करनी होगी।

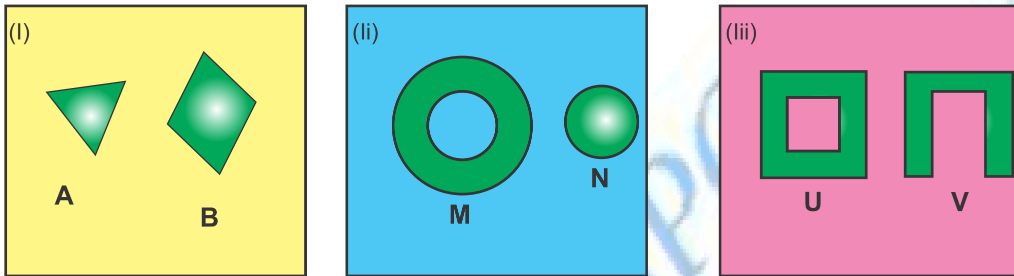
अभ्यास-2

आप करके देखिए–

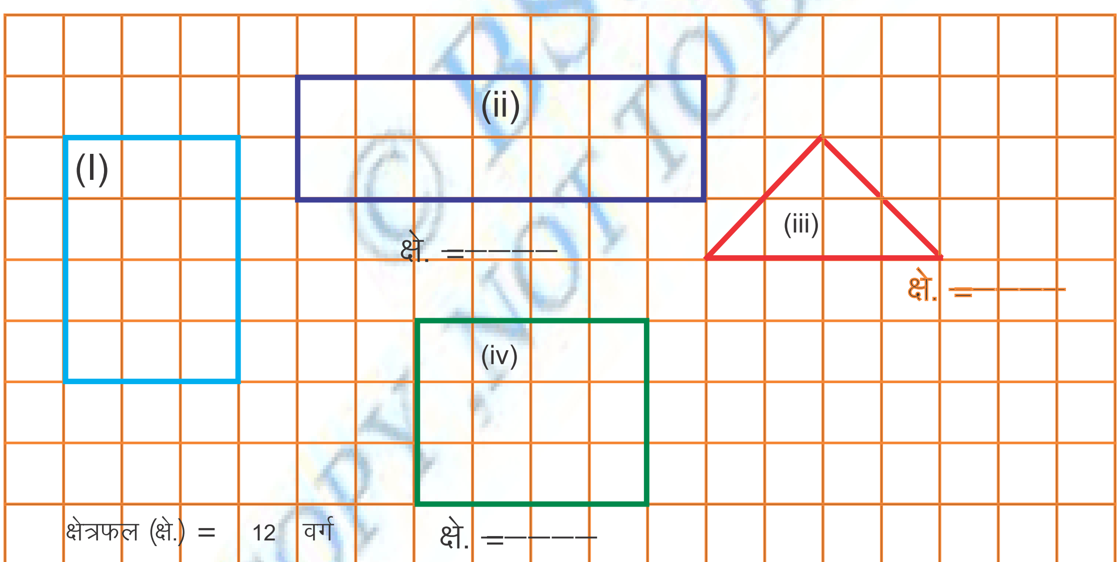
(i) **नीचे दी हुई आकृतियों में से किसके द्वारा घेरा गया क्षेत्र अधिक है उस पर सही (✓) का निशान लगाइए–**



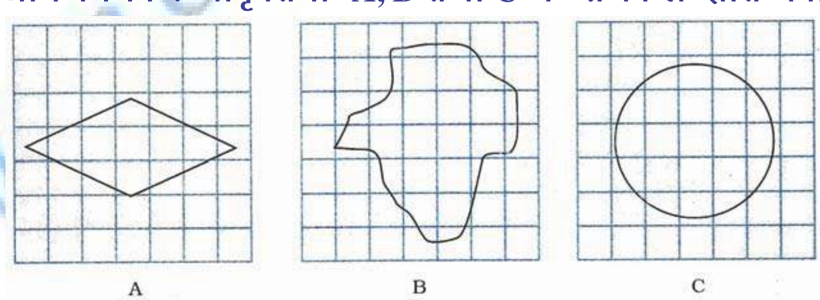
(ii) प्रत्येक आकृति में दो छायांकित क्षेत्रों में से किसका क्षेत्रफल अधिक है?



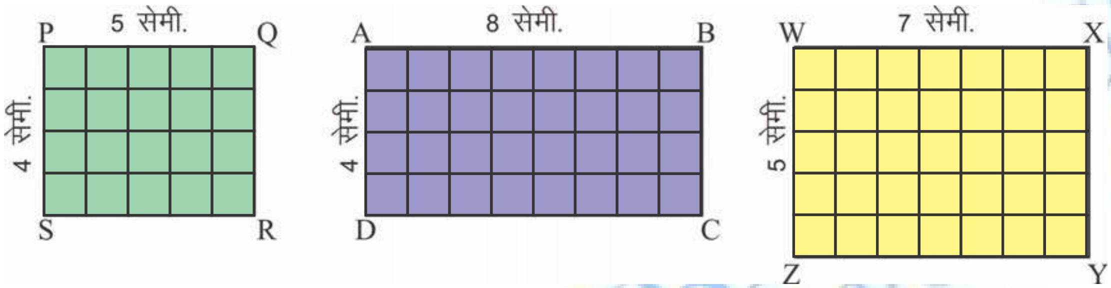
(iii) नीचे ग्रिड पेपर पर कुछ आकृतियाँ बनी हैं। वर्गों को गिनकर इनका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (आसानी के लिए दो आधे वर्गों को मिलाकर एक वर्ग के बराबर गिन सकते हैं।)



(iv) खाने गिनकर आकृतियों A, B तथा C के क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए–



आयत तथा वर्ग का क्षेत्रफल



ऊपर दिए गए आयतों में से प्रत्येक को 1 सेमी. भुजा वाले वर्गों में बाँटा गया है। प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी. है। हम आयत का क्षेत्रफल उसमें आए वर्गाकार खाने गिनकर ज्ञात करते हैं तथा परिणामों को नीचे दिए गए रूप में लिखते हैं–

आयत PQRS का क्षेत्रफल = 20 वर्ग सेमी.

आयत ABCD का क्षेत्रफल = 32 वर्ग सेमी.

आयत WXYZ का क्षेत्रफल = 35 वर्ग सेमी.

अब नीचे दी गई तालिका देखिए–

आयत	लम्बाई सेमी. में	चौड़ाई सेमी. में	क्षेत्रफल वर्ग सेमी. में
PQRS	5	4	20 या (5× 4)
ABCD	8	4	32 या (8× 4)
XYZ	7	5	35 या (7× 5)

हम देखते हैं कि आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

चूँकि वर्ग की लम्बाई व चौड़ाई बराबर होती हैं।

अत:, वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा × भुजा

उदाहरण–1: एक आयत की लंबाई 12 सेमी. और चौड़ाई 5 सेमी. है। आयत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

आयत की लंबाई	=	12 सेमी.
आयत की चौड़ाई	=	5 सेमी.
आयत का क्षेत्रफल	=	12 सेमी. × 5 सेमी.
	=	60 वर्ग सेमी.

उदाहरण–2: एक वर्गाकार चटाई की भुजा की लंबाई 1 मीटर 25 सेमी. है। चटाई का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

वर्गाकार चटाई की भुजा की लंबाई	=	1 मीटर 25 सेमी. = 125 सेमी.
अतः चटाई का क्षेत्रफल	=	125 सेमी. × 125 सेमी.
	=	15625 वर्ग सेमी.

अभ्यास-3

अब आप कीजिए–

(i) एक कमरे का फर्श 5.2 मीटर लम्बा तथा 5 मीटर चौड़ा है। फर्श को ढकने के लिए कितनी दरी की आवश्यकता होगी?

(ii) एक कंबल की लंबाई 2.5 मीटर तथा चौड़ाई 1.6 मीटर है। कंबल का क्षेत्रफल कितना है?

(iii) एक मैदान की लंबाई 40 मीटर तथा चौड़ाई 25 मीटर है। मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(iv) खेल का कौन-सा मैदान बड़ा होगा?

(क) 120 मीटर लंबाई तथा 52 मीटर चौड़ाई वाला। या

(ख) 112 मीटर लंबाई तथा 63 मीटर चौड़ाई वाला।

(v) 5 सेमी. लंबाई तथा 1 सेमी. चौड़ाई वाले आयत तथा 4 सेमी. लंबाई तथा 2 सेमी. चौड़ाई वाले आयत का परिमाप और क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(क) क्या दोनों के परिमाप बराबर हैं?

(ख) क्या दोनों के क्षेत्रफल बराबर हैं?

(vi) किसी आयताकार बाग की लम्बाई 35 मीटर तथा चौड़ाई 25 मीटर है। बाग के क्षेत्रफल की गणना कीजिए।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

(vii) एक आयताकार भूमि की लम्बाई 30 मीटर और चौड़ाई 20 मीटर है। इसमें फर्श को 1 मीटर लम्बी तथा 1 मीटर चौड़ी टाईल से ढकने के लिए कितनी टाईलों की आवश्यकता होगी?

(viii) एक वर्गाकार बाग की एक भुजा 36 मीटर है। भुजाओं के साथ बाहर–बाहर 4 मीटर चौड़ी सड़क बनाई गई है। 10 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से सड़क पर मिट्टी डालने के खर्च की गणना कीजिए।

(ix) एक मैदान की लम्बाई 75 मीटर तथा चौड़ाई 60 मीटर है। इसके अन्दर घास लगाने का खर्च बताएँ। जबकि 1 वर्ग मीटर घास लगाने का खर्च 5 रुपये हैं।

(x) एक आयताकार बाग जिसकी लम्बाई 45 मीटर तथा चौड़ाई 35 मीटर है। 40 मीटर लम्बी भुजा वाले वर्ग से आयताकार बाग का क्षेत्रफल कम होगा या अधिक और कितना?

(xi) एक वर्ग की एक भुजा 10 मीटर है तो इस वर्ग के क्षेत्रफल पर क्या प्रभाव पड़ेगा? यदि

(क) वर्ग की भुजा दुगुनी कर दी जाए।
(ख) वर्ग की भुजा आधी कर दी जाए।
(ग) वर्ग की भुजा तिगुनी कर दी जाए।

यह भी करके देखिए–

(i) आप 10 रुपए का नोट, किताब और रबर को स्केल की सहायता से मापिए और उनका परिमाप निकालिए।

वस्तु	लम्बाई	चौड़ाई	परिमाप

(ii) एक ग्राफ पेपर पिछले पृष्ठ पर दी गई वस्तुओं की आकृति बनाकर उनके क्षेत्रफल की गणना कीजिए। (खाने गिनकर)

----xxxx----