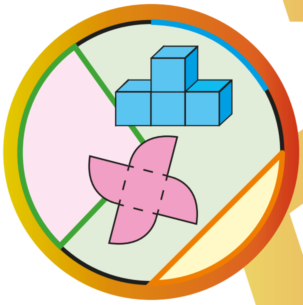
2 அளவைகள்



கற்றல் நோக்கங்கள்

- வட்டத்தின் பகுதிகளை அறிதல்.
- வட்டவில்லின் நீளம், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கணக்கிடுதல்.
- இரு பரிமாண வடிவங்களின் மூலம் முப்பரிமாண வடிவங்களைக் குறிப்பிடுதலைப் புரிந்து கொள்ளுதல் .
- கனச்சதுரங்களின் மூலம் முப்பரிமாண பொருள்களை குறிப்பிடுதல்.

8NBA8K

2.1 அறிமுகம்

அளவிடுதல் என்பது ஒவ்வொருவரும் தன் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் முக்கியப் பகுதியாகும். கயிற்றின் நீளத்தை அளத்தல், இரு இடங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவினை அளத்தல், வீட்டு மனை மற்றும் நிலங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு ஆகியவற்றைக் கண்டறிதல், குறிப்பிட்ட அளவுகளின்படி கட்டடங்களைக் கட்டுதல் போன்ற எண்ணற்ற சூழல்களில் அளவியலின் கருத்து பயன்படுகிறது.

மனிதனின் முக்கியமான கண்டுபிடிப்பாகச் சக்கரத்தைக் கூறுகின்றனர். சக்கரத்திற்குக் கண்டுபிடிப்புகளின் தொட்டில் என்றொரு பெயரும் உண்டு. சக்கரத்தின் வடிவம் என்ன? வட்டம் அல்லவா! வட்டம் மட்டுமின்றி முக்கோணம், சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் எனப் பல்வேறு வடிவங்களை நாம் பயன்படுத்தும் பொருட்களில் காண முடிகிறது.

அளவியல் ஒவ்வொருவரின் வாழ்விலும் முக்கியப் பங்கினை வகிக்கிறது. பள்ளிக்குச் சென்று முறையாகக் கணிதம் கற்போர் மட்டுமல்லாது, பாமரர்களும் தர்க்க ரீதியாகச் சிந்தித்து அளவியல் சார்ந்த சில கருத்துக்களைத் தேவைக்கேற்ப பயன்படுத்துகின்றனர். உதாரணமாக, தேர்ச் சக்கரங்கள் செய்யும் பணியாளர் ஒருவர், மரத்தாலான சக்கரங்கள் தேயாமல் இருக்க அவற்றைச் சுற்றி இரும்புப்பட்டையைப் பொருத்தும்பொழுது, 7 அடி உயரம் (விட்டம்) கொண்ட சக்கரத்திற்கு 22 அடி நீளமுள்ள இரும்புப்பட்டை தேவைப்படுகிறது என்று தனது அனுபவத்திலேயே கூறுகிறார்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் அளவைகள்

உணவு மேசை தயாரித்தலில் வட்டகோணப்பகுதியின் பயன்பாடு

கட்டடங்கள் கட்டுதலில் கூட்டு வடிவங்களின் பயன்பாடு

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 52 20-02-2020 01:32:57 PM

வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சரிவகம் மற்றும் இணைகரம் போன்ற சில வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காணும் முறையை நாம் ஏற்கனவே அறிந்திருக்கிறோம். இந்த இயலில், வட்டத்தின் பகுதிகள், வட்டவில்லின் நீளம், வட்டகோணப்பகுதி மற்றும் சில கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியும் முறையைக் காண்போம்.

மீள்பார்வை

ஆசிரியர் தனது மாணவர்களிடம் 7 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் பரப்பளவைக் கணக்கிடுமாறு கூறுகிறார். பெரும்பாலான மாணவர்கள் வழிமுறை 1இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர், ஆனால், சில மாணவர்கள் வழிமுறை 2 இல் உள்ளவாறு தீர்வு காண்கின்றனர்.

வழிமுறை 1	வழிமுறை 2
வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ ச.அலகுகள்	வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ ச.அலகுகள்
$= \frac{22}{7} \times 7 \times 7$	$= 3.14 \times 7 \times 7$
$= 154$ ச.செ.மீ	$= 153.86$ ச.செ.மீ

பிறகு, அவர்கள் பின்வருமாறு உரையாடினர்:

சுதா : இந்த இரண்டு விடைகளுள் எது சரியானது, ஐயா?

ஆசிரியர் : இரண்டு விடைகளும் சரி, ஆனால் தோராயமானவை ஆகும்.

சுதா : ஒரே வினாவிற்கு இரண்டு விடைகளைப் பெறுவது எவ்வாறு சாத்தியமாகும், ஐயா?

ஆசிரியர் : உண்மையில் இதற்கு, $\pi \times 7 \times 7 = 49\pi$ ச.செ.மீ. எனத் துல்லியமாகவும் தீர்வு காணலாம்.

மீனா : சதுரம் மற்றும் செவ்வகம் போன்ற வடிவங்களின் பரப்பளவைக் காணும் போது நாம் அனைவரும் ஒரே மாதிரியான விடையைப் பெறுகிறோம். ஆனால், வட்டத்தின் பரப்பளவு மட்டும் ஏன் வெவ்வேறாக உள்ளது?

ஆசிரியர் : π இன் மதிப்பு என்ன?

மீனா : π இன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஆகும்.

ஆசிரியர் : உண்மையில் அதன் மதிப்பு $\frac{22}{7}$ உம் அல்ல, 3.14 உம் அல்ல. அவை π இன் தோராய மதிப்புகள் ஆகும்.

மீனா : பிறகு, π இன் சரியான மதிப்பு என்ன ஐயா?

ஆசிரியர் : π ஆனது ஒரு மாறிலியானாலும், அது ஒரு முடிவுறா சுழல்தன்மையற்ற தசம எண் ஆகும். ஆகவே அதன் சரியான மதிப்பைப் பயன்படுத்தாமல், எளிமையாகத் தீர்வு காண்பதற்காக $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐ எனப் பயன்படுத்துகிறோம்.

மீனா : அப்படியெனில் வட்டத்தின் பரப்பளவானது எப்பொழுதும் தோராயமானதாகவே இருக்குமா, ஐயா?

ஆசிரியர் : இல்லை. π இக்கு எந்த மதிப்பும் பிரதியிடாதவரை துல்லியமான தீர்வாகும். π இக்கு $\frac{22}{7}$ அல்லது 3.14 ஐப் பிரதியிட்டால் கிடைக்கும் தீர்வுகளே தோராயமானது.

மீனா : ஆகவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணக்கிற்கு 49π ச.செ.மீ. என்பதே சரியான விடையாகும். 154 ச.செ.மீ. மற்றும் 153.86 ச.செ.மீ. ஆகியவை தோராயமான விடைகளே ஆகும். நான் கூறுவது சரிதானே ஐயா?

ஆசிரியர் : ஆம், நீ கூறுவது சரிதான் மீனா.

சிந்திக்க

1. $\frac{22}{7}$ மற்றும் 3.14 ஆகியவை விகிதமுறு எண்களாகும். π ஆனது ஒரு விகிதமுறு எண்ணாகுமா? ஏன்?
2. π தினம் எப்பொழுது கொண்டாடப்படுகிறது? ஏன்?

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 53 20-02-2020 01:32:57 PM

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

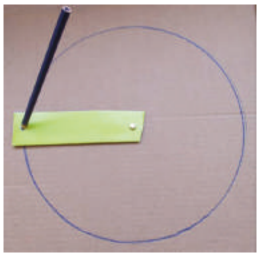
வட்டத்தின் சுற்றளவு $2\pi r$ அலகுகள், இதனை πd அலகுகள் என்றும் எழுதலாம். $\pi = 3.14$ (தோராயமாக) மற்றும் மூன்றை விடச் சற்று அதிகம் என்பதால், 'd' அலகு விட்டம் கொண்ட ஒரு வட்டத்தின் சுற்றளவானது விட்டத்தைப் போல் மூன்று மடங்குக்கும் சற்று அதிகமானதாக இருக்கும். இது சில சூழலில் வட்டத்தின் தோராயமான சுற்றளவை நாம் விரைவாகக் கணிக்க உதவும்.

எடுத்துக்காட்டாக,

3 மீ விட்டமுள்ள வட்டவடிவ மேசையினைப் பூச்சரத்தால் அலங்கரிக்க 9 மீட்டருக்கும் சற்று அதிக நீளமுள்ள பூச்சரம் தேவை.

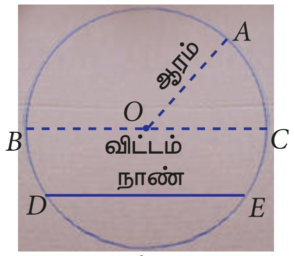
2.2 வட்டத்தின் பகுதிகள்

வட்டம் என்பது ஒரு தளத்திலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து சம தொலைவில் நகரும் புள்ளியின் நியமப்பாதை ஆகும். நிலையான புள்ளியானது **வட்ட மையம்** என்றும், சமதொலைவு ஆனது **ஆரம்** என்றும் அழைக்கப்படுகின்றன.



படம் 2.1

மேலும், வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு **நாண்** எனப்படும். ஒரு நாண், வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. வட்டத்தின் மையப்புள்ளி வழியே செல்லும் நாண் **விட்டம்** ஆகும். ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும், அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.



படம் 2.2

செயல்பாடு

1. ஒரு காகிதத்தில், வளையலைப் பயன்படுத்தி ஒரு வட்டம் வரைந்து அதைத் தனியாக வெட்டி எடுத்துக்கொள்க. வட்டத்தின் பரிதியில் ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை A மற்றும் B எனக் குறிக்க. A மற்றும் B வழியே வட்டத்தை மடிக்க. இப்பொழுது கிடைக்கும் மடிப்புக் கோடு நாணைக் குறிக்கிறது.
2. காகிதமடிப்பு முறையில், ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு விட்டங்கள் மற்றும் அதன் மையம் ஆகியவற்றைக் கண்டுபிடி.
3. ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது ஆரத்தைப் போல் இருமடங்கு ஆகும் என்பதைச் சரிபார்க்க.

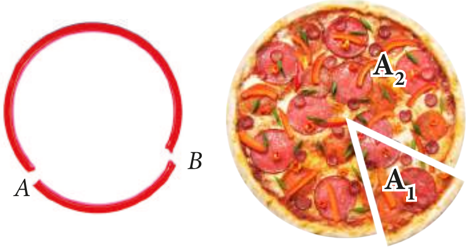
2.2.1 வட்டவில் மற்றும் வட்டக்கோணப் பகுதி

படம் 2.3 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கண்ணாடி வளையலையும், வேகப்பத்தையும் (Pizza) உற்று நோக்குக.

இரண்டும் வட்ட வடிவில் இருந்தாலும், வளையலானது வட்டத்தைச் சுற்றி அமைந்திருக்கும் எல்லையையும், வேகப்பமானது எல்லைக்குள் அடைபடும் சமதளப் பகுதியையும் குறிக்கிறது. அதாவது வளையல் வட்டத்தின் பரிதியையும், வேகப்பம் வட்டத்தின் பரப்பளவையும் குறிப்பதாக அமைகின்றது.

படம் 2.3

அவற்றிலிருந்து ஒரு பகுதியைப் படம் 2.4 இல் காட்டியுள்ளவாறு வெட்டியெடுப்பதாகக் கொள்வோம். வளையல் துண்டுகள் ஒவ்வொன்றும் வட்டவில்லைக் குறிக்கிறது. $\overset{\frown}{AB}$ என்பது சிறிய வட்டவில்லையும், $\overset{\frown}{BA}$ பெரிய வட்டவில்லையும் குறிக்கிறது. அதேபோன்று வேகப்பத்தின் பகுதிகள்

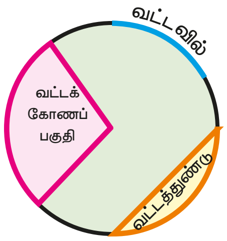


படம் 2.4

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 54 20-02-2020 01:32:58 PM

ஒவ்வொன்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியைக் குறிக்கிறது. A_1 என்பது சிறிய வட்டக்கோணப்பகுதியையும், A_2 என்பது பெரிய வட்டக்கோணப் பகுதியையும் குறிக்கிறது.

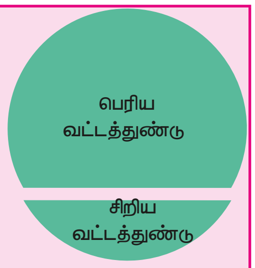
- ஒரு வட்டத்தின் வட்டப் பரிதியின் ஒரு பகுதியே வட்டவில் ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப் பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி ஆகும்
- ஒரு நாண் வட்டத்தை இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கிறது. ஒவ்வொரு பகுதியும் வட்டத்துண்டு என அழைக்கப்படுகிறது.



படம் 2.5

குறிப்பு

பெரிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'பெரிய வட்டத்துண்டு' என்றும் சிறிய வட்டவில்லினைத் தாங்கும் வட்டப்பகுதி 'சிறிய வட்டத்துண்டு' என்றும் அழைக்கப்படுகிறது.



சிந்திக்க

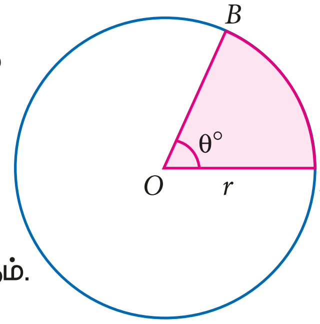
படம் 2.6

படத்தில் உள்ள வட்டம் ஆறு சம பாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அவற்றை வட்டக்கோணப் பகுதிகள் என்று கூறலாமா? ஏன்?

வட்டமையக்கோணம்

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்டமையக்கோணம் ஆகும். வட்டமையக்கோணத்தின் உச்சியானது வட்டத்தின் மையம் ஆகும். அதன் இரு கைகளாக ஆரங்கள் உள்ளன. படம் 2.7 இல், நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப் பகுதியின் வட்டமையக்கோணம் $\angle AOB = \theta°$ (Theta என்று படிக்க வேண்டும்) மற்றும் அதன் இரு கைகள் OA மற்றும் OB ஆகியவை ஆரங்கள் ஆகும்.

ஒரு வட்டத்தின் மையக்கோணம் $360°$ ஆகும். வட்டமானது 'n' சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்,



படம் 2.7

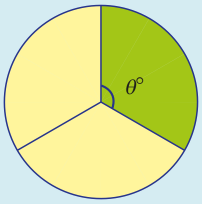
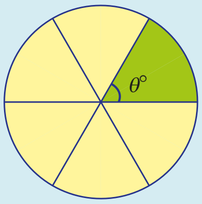
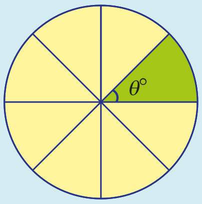
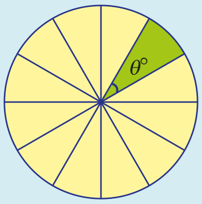
வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணம் $\theta° = \dfrac{360°}{n}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டாக, அரைவட்டத்தின் மையக்கோணம் $= \dfrac{360°}{2} = 180°$ ஆகும்.

மற்றும் கால்வட்டத்தின் மையக்கோணம் $= \dfrac{360°}{4} = 90°$ ஆகும்.

இவற்றை முயல்க

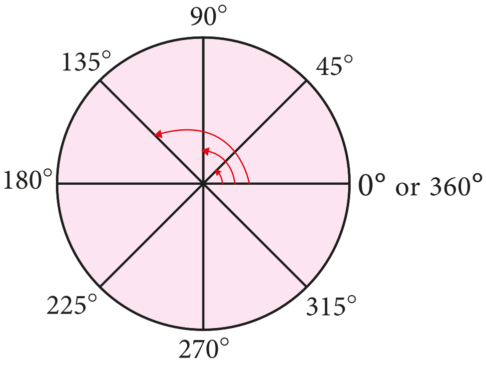
நிழலிடப்பட்ட வட்டக்கோணப்பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க. (ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது)

வட்டக்கோணப் பகுதி				
வட்டமையக் கோணம் $\theta° \left(= \dfrac{360°}{n}\right)$	$\theta° = 120°$			

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 55 20-02-2020 01:33:00 PM

2.2.2 வட்டவில்லின் நீளம் மற்றும் வட்டக்கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு

'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டத்தின் மையத்தைச் சுற்றியுள்ள கோணம் 360° ஆகும்.
மேலும், வட்டத்தின் சுற்றளவு $=2\pi r$ அலகுகள் என்றும், அதன் பரப்பளவு $=\pi r^2$ சதுர அலகுகள் என்றும் நாம் முன்னரே அறிந்திருக்கிறோம்.

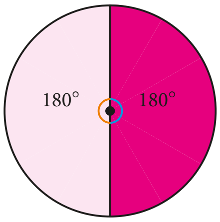


படம் 2.8

முதலில் ஒரு வட்டத்தை எடுத்துக்கொள்வோம். ஒரு வட்டத்தை இரண்டு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால், இரண்டு அரை வட்டங்களைப் பெறுகிறோம். அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளமானது, அவ்வட்டத்தின் சுற்றளவின் நீளத்தில் பாதியாகும் மற்றும் அரைவட்டத்தின் பரப்பளவானது, அந்த வட்டத்தின் பரப்பளவில் பாதியாகும்.

அரைவட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{2}\times 2\pi r=\frac{180^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{2}\times \pi r^2=\frac{180^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

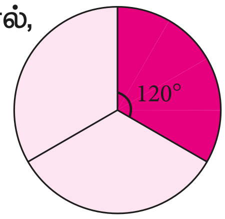


படம் 2.9

மேலும், ஒரு வட்டத்தை மூன்று சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப்பகுதிகளாகப் பிரித்தால்,

வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{3}\times 2\pi r=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு $=\frac{1}{3}\times \pi r^2=\frac{120^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.

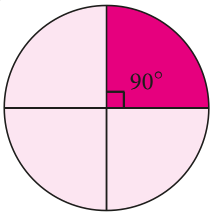


படம் 2.10

இதேபோன்று, ஒரு வட்டத்தை நான்கு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரித்தால்,

கால்வட்டத்தின் வில்லின் நீளம் $=\frac{1}{4}\times 2\pi r=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள் ஆகும்.

மற்றும் கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு $=\frac{1}{4}\times \pi r^2=\frac{90^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



படம் 2.11

இதிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் மையக்கோணத்திற்கும் அந்த வட்டத்தின் மையக்கோணத்திற்கும் இடையேயுள்ள விகிதத்தால் வட்டத்தின் சுற்றளவையும் பரப்பளவையும் பெருக்கினால், முறையே அந்த வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளத்தையும் பரப்பளவையும் நாம் கண்டறியலாம்.

அதாவது 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டக்கோணப்பகுதியின் மையக்கோணம் θ° எனக் கொள்வோம். மையக்கோணம் θ° இக்கும் 360° இக்கும் இடையேயுள்ள விகிதம் $\frac{\theta^\circ}{360^\circ}$ ஆகும்.

> வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times 2\pi r$ அலகுகள்
>
> வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A=\frac{\theta^\circ}{360^\circ}\times \pi r^2$ சதுர அலகுகள்

சிந்திக்க

மேலே, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ மற்றும் $\frac{1}{4}$ ஆகியவற்றுக்குப் பதிலாக முறையே நாம் $\frac{180^\circ}{360^\circ}$, $\frac{120^\circ}{360^\circ}$ மற்றும் $\frac{90^\circ}{360^\circ}$ ஆல் பெருக்குகிறோம். ஏன்?

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 56 20-02-2020 01:33:03 PM

குறிப்பு

1. 'r' அலகு ஆரமுள்ள ஒரு வட்டமானது n சமபாகங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டால் கிடைக்கும்,

வட்டக்கோணப் பகுதியின் வில்லின் நீளம், $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ அலகுகள் மற்றும்

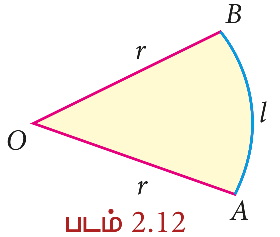
வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$ ச.அலகுகள்.

2. மேலும், வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r\right) \times r$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times l\right) \times r = \frac{lr}{2} \text{ ச.அலகுகள்.}$$

2.2.3 வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு



படம் 2.12

ஒரு மூடிய பகுதியின் எல்லையின் மொத்த நீளமே அதன் சுற்றளவாகும் என்பதை நாம் ஏற்கனவே அறிவோம் அல்லவா? வட்டக்கோணப்பகுதியின் எல்லையாக எவை அமைந்துள்ளன? **இரண்டு ஆரங்கள்** (OA மற்றும் OB) மற்றும் **ஒரு வட்டவில்** $(\overset{\frown}{AB})$.

எனவே, வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, P = வட்டவில்லின் நீளம் + இரு ஆரங்களின் நீளம்

$P = l + 2r$ அலகுகள்.

$\therefore$ வட்டக்கோணப் பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள் ஆகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

கணித வரலாற்றில் தமிழருக்கு என்றென்றும் முதன்மையான இடம் உண்டு. வட்டத்திற்கான பரப்பளவைக் காணும் முறையைச் சில ஆயிரம் ஆண்டுகளுக்கு முன்பே, கணக்கதிகாரம் என்னும் நூலில் தமிழர்கள் பாடல் வடிவில் பதிவு செய்துள்ளனர்.

> "வட்டத்தரை கொண்டு விட்டத்தரை தாக்கச்
> சட்டெனத் தோன்றும் குழி "

பொருள்:

வட்டத்தரை என்பது சுற்றளவில் பாதியையும், விட்டத்தரை என்பது விட்டத்தில் பாதி ஆரத்தையும் மற்றும் குழி என்பது பரப்பளவையும் குறிக்கும். அதாவது சுற்றளவில் பாதியை, விட்டத்தில் பாதியான ஆரத்தால் பெருக்கினால் வட்டத்தின் பரப்பளவு கிடைக்கும்.

வட்டத்தின் பரப்பளவு = வட்டத்தரை × விட்டத்தரை

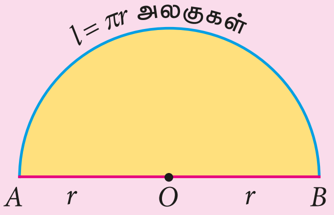
$= \frac{1}{2} \times$ வட்டத்தின் சுற்றளவு $\times \frac{1}{2} \times$ வட்டத்தின் விட்டம் $= \left(\frac{1}{2} \times 2\pi r\right) \times r$

$\therefore$ வட்டத்தின் பரப்பளவு, $A = \pi r^2$ சதுர அலகுகள்.

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 57 20-02-2020 01:33:05 PM

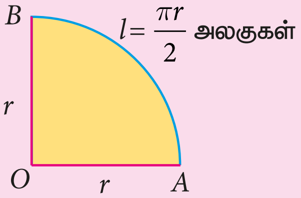
குறிப்பு

1. அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு,



$$P = l + 2r \text{ அலகுகள்}$$
$$= \pi r + 2r$$
$$= (\pi + 2)r \text{ அலகுகள்.}$$

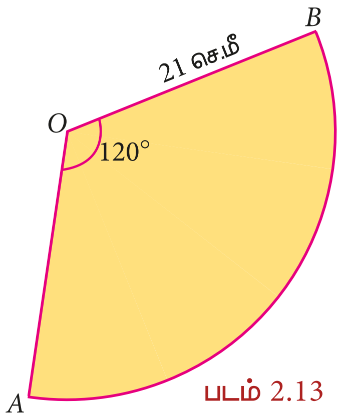
2. கால் வட்டத்தின் சுற்றளவு,



$$P = l + 2r = \frac{\pi r}{2} + 2r = \left(\frac{\pi}{2} + 2\right) r \text{ அலகுகள்}$$

எடுத்துக்காட்டு 2.1

ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் ஆரம் 21 செ.மீ மற்றும் அதன் மையக்கோணம் 120° எனில், அதன் (i) வில்லின் நீளம் (ii) பரப்பளவு (iii) சுற்றளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.13

தீர்வு:

ஆரம், r = 21 செ.மீ, மையக்கோணம், θ = 120°.

(i) வில்லின் நீளம், $l = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 21$$

l = 44 செ.மீ (தோராயமாக)

(ii) வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2$ ச.அ

$$= \frac{120^\circ}{360^\circ} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$$

A = 462 செ.மீ² (தோராயமாக).

(iii) வட்டக்கோணப்பகுதியின் சுற்றளவு, $P = l + 2r$ அலகுகள்

$$= 44 + 2 \times 21$$
$$= 44 + 42$$
= 86 செ.மீ. (தோராயமாக).

மாற்றுமுறை:

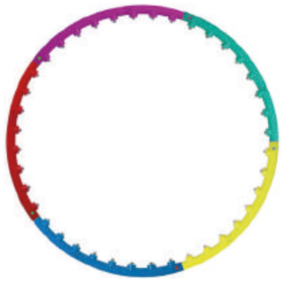
வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு,

$A = \frac{lr}{2}$ சதுர அலகுகள்

$= \frac{44 \times 21}{2}$ = 462 செ.மீ²

எடுத்துக்காட்டு 2.2

35 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவிலான ஜிம்னாஸ்டிக் வளையமானது 5 சம அளவுள்ள விற்களாகப் பிரிக்கப்பட்டு வெவ்வேறு நிறங்களில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு வட்ட வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.



படம் 2.14

தீர்வு:

ஆரம், r = 35 செ.மீ மற்றும் n = 5.

வட்ட வில்லின் நீளம், $l = \frac{1}{n} \times 2\pi r$ அலகுகள்

$$= \frac{1}{5} \times 2 \times \pi \times 35 = 14\pi \text{ செ.மீ}$$

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 58 20-02-2020 01:33:08 PM

எடுத்துக்காட்டு 2.3

7.5 செ.மீ. ஆரமுள்ள ஒரு ஸ்பின்னரானது ஆறு சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது எனில், ஒவ்வொரு வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவையும் காண்க.

தீர்வு:

ஆரம், $r = 7.5$ செ.மீ மற்றும் $n = 6$.

வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு, $A = \frac{1}{n} \times \pi r^2$

$= \frac{1}{6} \times \pi \times 7.5 \times 7.5$

$= 9.375\pi$ செ.மீ^{2}

படம் 2.15

எடுத்துக்காட்டு 2.4

கமலேஷ் என்பவர் 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்ட வடிவ உணவுமேசையும், தருண் என்பவர் 140 செ.மீ. ஆரமுள்ள கால்வட்ட வடிவ உணவுமேசையும் வைத்துள்ளனர் எனில், யாருடைய உணவுமேசை அதிகப் பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளது? $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

கமலேஷ் என்பவரின் வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு $= \pi r^2$ ச.அ

படம் 2.16

$= \frac{22}{7} \times 70 \times 70$

$A = 15400$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

தருண் என்பவரின் கால்வட்டவடிவ உணவுமேசையின் பரப்பளவு $= \frac{1}{4}\pi r^2$ ச.அ

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times 140 \times 140$

$A = 15400$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

படம் 2.17

ஆகவே, இருவரின் உணவுமேசைகளும் சம அளவு பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

சிந்திக்க

ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் இருமடங்கு அதிகரித்தால், கிடைக்கும் புதிய வட்டத்தின் பரப்பளவு என்னவாக இருக்கும்?

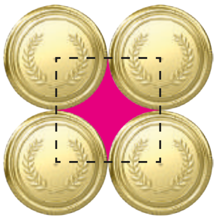
எடுத்துக்காட்டு 2.5

7 செ.மீ விட்டமுள்ள நான்கு பதக்கங்களைப் படம் 2.18 இல் உள்ளவாறு வைக்கும் பொழுது, இடையில் அடைபடும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

தீர்வு:

நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு –

4 × கால்வட்டங்களின் பரப்பளவு


படம் 2.18

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 59 20-02-2020 01:33:09 PM

$$= a^2 - 4 \times \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$= (7 \times 7) - \left(4 \times \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}\right)$$

$= 49 - 38.5 = 10.5$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக).

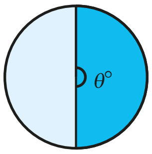
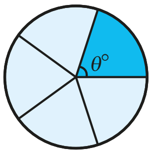
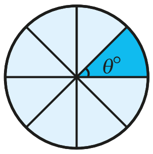
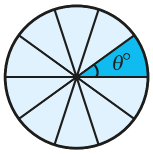
பயிற்சி 2.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) வட்டத்தின் பரிதிக்கும் அதன் விட்டத்திற்கும் இடையேயான விகிதம் ________
   (ii) ஒரு வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரண்டு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு ________
   (iii) ஒரு வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ________ ஆகும்.
   (iv) 24 செ.மீ. விட்ட அளவுள்ள ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் ________
   (v) வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதியே ________ ஆகும்.

2. **பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:**

(i)	வட்டத்தின் பரப்பளவு	–	(அ) $\frac{1}{4}\pi r^2$
(ii)	வட்டத்தின் சுற்றளவு	–	(ஆ) $(\pi + 2)r$
(iii)	வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவு	–	(இ) πr^2
(iv)	அரைவட்டத்தின் சுற்றளவு	–	(ஈ) 2π r
(v)	கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு	–	(உ) $\frac{\theta°}{360°} \times \pi r^2$

3. நிழலிடப்பட்டுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணங்களைக் காண்க. (ஒவ்வொரு வட்டமும் சம அளவு வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன)

வட்டக்கோணப் பகுதிகள்				
மையக்கோணம் $(\theta°)$				

4. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் வில்லின் நீளம், பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவு ஆகியவற்றைக் காண்க.(π=3.14)
   (i) மையக்கோணம் 45°, r = 16 செ.மீ.   (ii) மையக்கோணம் 120°, d = 12.6 செ.மீ.

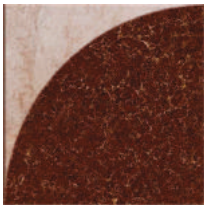
5. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் பரப்பளவு காண்க.
   (i) வட்ட வில்லின் நீளம் = 48 மீ, r = 10 மீ   (ii) வட்ட வில்லின் நீளம் = 50 செ.மீ, r = 13.5 செ.மீ.

6. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளைக் கொண்ட வட்டக்கோணப் பகுதிகளின் மையக்கோணம் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$
   (i) பரப்பளவு = 462 செ.மீ^{2}, r = 21 செ.மீ   (ii) வட்டவில்லின் நீளம் = 44 மீ, r = 35 மீ

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 60 20-02-2020 01:33:11 PM

7. 120 மீ ஆரமுள்ள வட்டமானது 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் வில்லின் நீளத்தையும் காண்க.

8. 70 செ.மீ. ஆரமுள்ள வட்டமானது 5 சம அளவுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுகிறது. அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க.



9. தாமு தனது வீட்டின் தரைப்பகுதியில் 30 செ.மீ பக்க அளவுள்ள சதுரவடிவ ஓட்டினைப் பதித்துள்ளார். அந்த ஓடானது படத்தில் உள்ளவாறு வடிவமைப்பைப் பெற்றுள்ளது எனில், அதிலுள்ள வட்டக்கோணப் பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$.

10. மையக் கோணம் 45° மற்றும் ஆரம் 56 செ.மீ உடைய 8 சம அளவுள்ள வட்டக்கோண வடிவ கிரானைட் கற்களைக் கொண்டு படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வட்டத்தை உருவாக்குகின்றனர் எனில், அவை ஒவ்வொன்றின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

2.3 கூட்டு வடிவங்கள்

நாம் அன்றாட வாழ்வில் வட்டம், முக்கோணம், சதுரம், செவ்வகம், சாய்சதுரம் போன்ற வடிவங்களில் எண்ணற்ற பொருட்களைப் பயன்படுத்துகிறோம் அல்லவா! மேலும் அவற்றைத் தனித்தனியாகப் பயன்படுத்துவது மட்டுமல்லாமல் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட வடிவங்களை ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்களிலும் பயன்படுத்தி வருகிறோம்.

சன்னல் கண்ணாடி	மாதிரி வீடு	அழைப்பிதழ் அட்டை	பாதுகாப்புப் பெட்டகம்

மேற்காணும் படங்களிலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது என்ன?

சன்னல் கண்ணாடியின் வடிவம் செவ்வகத்தின் மீது அரைவட்டத்தை இணைத்தும், மாதிரி வீட்டின் முகப்புச்சுவரின் வடிவம் சதுரத்தின் மீது முக்கோணத்தை இணைத்தும் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

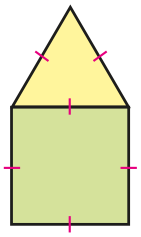
அழைப்பிதழ் அட்டை மற்றும் பாதுகாப்புப் பெட்டகத்தைச் செய்யப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள வடிவங்களைப் பட்டியலிடுக.

இவ்வாறு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட தள வடிவங்களை, ஒரு வடிவத்தின் ஏதேனும் ஒரு பக்கத்தை அதற்கு ஒத்த நீளமுள்ள மற்றொன்றின் பக்கத்துடன் ஒன்றாக இணைத்துப் புதிய வடிவங்கள் உருவாக்கப்படுகின்றன. இவை கூட்டு வடிவங்கள் எனப்படும்.

2.3.1 கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு

கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.

உதாரணமாக, 'a' அலகு பக்க அளவைக் கொண்ட ஒரு சதுரமும், அதே அலகு பக்க அளவுடைய ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும் படம் 2.19 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டுவடிவத்தினை உற்றுநோக்குக.



படம் 2.19

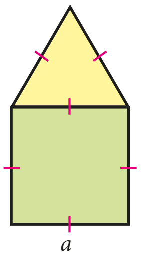
02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 61 20-02-2020 01:33:11 PM

சதுரத்திற்கு 4 பக்கங்கள் மற்றும் முக்கோணத்திற்கு 3 பக்கங்கள் என மொத்தம் 7 பக்கங்கள் இருப்பினும், அவையிரண்டும் ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கை 5 மட்டுமே, 7 பக்கங்கள் அல்ல. எனவே, கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு $5a$ அலகுகள் ஆகும்.

2.3.2 கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு

கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, அந்த வடிவத்தினை நாம் ஏற்கனவே அறிந்த எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து அவற்றின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்டிக்கொள்ள வேண்டும். அதாவது, கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.

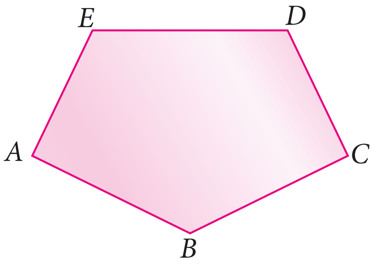
படம் 2.20 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண, சதுரத்தின் பரப்பளவையும், முக்கோணத்தின் பரப்பளவையும் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து, அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.



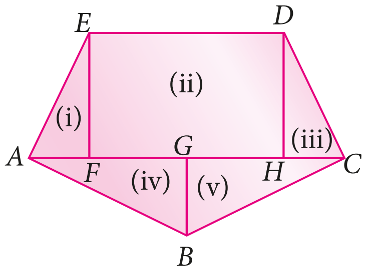
படம் 2.20

நம் அன்றாட வாழ்வில் பயன்படுத்தும் கூட்டு வடிவங்களில் பெரும்பாலானவை ஒழுங்கற்ற பலகோணம் ஆகும். அவற்றின் பரப்பளவுகளைக் காண, அவற்றிலுள்ள எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளைத் தனித்தனியாகக் கண்டறிந்து அவற்றைக் கூட்ட வேண்டும்.

உதாரணமாக, ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவிலுள்ள ஒரு நிலத்தைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு எளிய வடிவங்களாகப் பிரித்து, அதன் பரப்பளவைக் கண்டறியலாம்.



படம் 2.21



படம் 2.22

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பக்கங்களைக் கொண்டு உருவாக்கப்பட்ட மூடிய தள வடிவம் பலகோணம் ஆகும். பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைப் பொறுத்து அவற்றின் சில வகைகள் கீழே அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன.

பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	3	4	5	6	7	8	9	10
பலகோணத்தின் பெயர்	முக்கோணம்	நாற்கரம்	ஐங்கோணம்	அறுங்கோணம்	எழுகோணம்	எண்கோணம்	நவகோணம்	பதின்மக்கோணம்

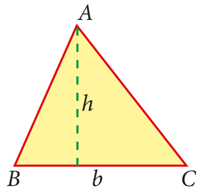
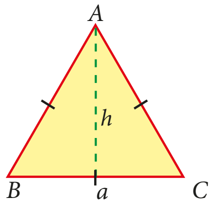
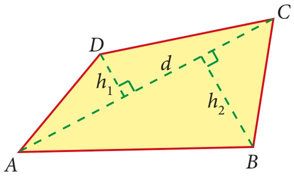
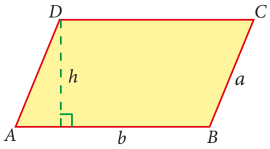
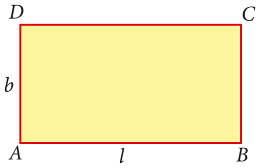
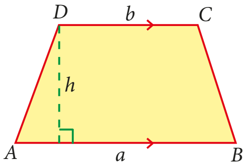
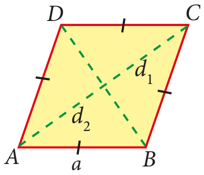
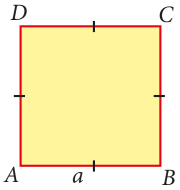
பலகோணத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும், அனைத்துக் கோணங்களும் சமமாக இருந்தால் அது **ஒழுங்கு பலகோணம்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு: சமபக்க முக்கோணம், சதுரம். மற்றவை **ஒழுங்கற்ற பலகோணங்கள்** ஆகும். எடுத்துக்காட்டு : அசமபக்க முக்கோணம், செவ்வகம்.

சிந்திக்க

சாய்சதுரத்தின் அனைத்துப் பக்கங்களும் சமம். அது ஓர் ஒழுங்குப் பலகோணமாகுமா?

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 62 20-02-2020 01:33:11 PM

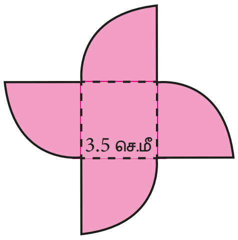
கூட்டுவடிவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் காண்பதற்கு உதவியாக, முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக்கொண்ட சில தள உருவங்களின் பரப்பளவு மற்றும் சுற்றளவைக் கண்டறியப் பயன்படும் சூத்திரங்கள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வ.எண்	வடிவம்	பெயர்	பரப்பளவு (சதுர அலகுகள்)	சுற்றளவு (அலகுகள்)
1		முக்கோணம்	$\frac{1}{2}\times b\times h$	மூன்று பக்கங்களின் கூடுதல்
2		சமபக்க முக்கோணம்	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \left(h=\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$	$3a$
3		நாற்கரம்	$\frac{1}{2}\times d\times(h_1+h_2)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
4		இணைகரம்	$b\times h$	$2(a+b)$
5		செவ்வகம்	$l\times b$	$2(l+b)$
6		சரிவகம்	$\frac{1}{2}\times h\times(a+b)$	4 பக்கங்களின் கூடுதல்
7		சாய்சதுரம்	$\frac{1}{2}\times d_1\times d_2$	$4a$
8		சதுரம்	a^2	$4a$

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 63 20-02-2020 01:33:14 PM

எடுத்துக்காட்டு 2.6

படம் 2.23 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளக் கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.23

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கூட்டு வடிவமானது, ஒரு சதுரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்துடனும் 4 கால்வட்டங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் எல்லையாக நான்கு ஆரங்களும், நான்கு கால் வட்டவிற்களும் உள்ளன.

(i) கூட்டு வடிவத்தின் சுற்றளவு

$= 4\times$ கால்வட்ட விற்களின் நீளம் $+ 4\times$ ஆரங்கள்

$$= \left(4\times\frac{1}{4}\times 2\pi r\right) + 4r$$

$$= \left(4\times\frac{1}{4}\times 2\times\frac{22}{7}\times 3.5\right) + (4\times 3.5)$$

$= 22 + 14 = 36$ செ.மீ. (தோராயமாக)

(ii) கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவு

= சதுரத்தின் பரப்பளவு + $4 \times$ கால்வட்டத்தின் பரப்பளவு

$$= a^2 + \left(4\times\frac{1}{4}\pi r^2\right)$$

$$= (3.5\times 3.5) + \left(\frac{22}{7}\times 3.5\times 3.5\right)$$

$A = 12.25+38.5 = 50.75$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

எடுத்துக்காட்டு 2.7

நிஷாந்தின் சாவிக்கொத்தானது 5 செ.மீ. பக்க அளவுள்ள சதுரத்துடன் ஒரு சமபக்க முக்கோணத்தையும், ஓர் அரை வட்டத்தையும் படம் 2.24 இல் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டுள்ளது எனில் அதன் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = 3.14, \sqrt{3} = 1.732\right)$

படம் 2.24

தீர்வு:

சதுரத்தின் பக்கம் = 5 செ.மீ

அரைவட்டத்தின் விட்டம் = 5 செ.மீ $\Rightarrow$ ஆரம் = 2.5 செ.மீ

சமபக்க முக்கோணத்தின் பக்கம் = 5 செ.மீ

$\therefore$ சாவிக்கொத்தின் பரப்பளவு = அரைவட்டத்தின் பரப்பளவு + சதுரத்தின் பரப்பளவு + சமபக்க முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2}\pi r^2 + a^2 + \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$= \left(\frac{1}{2}\times 3.14\times 2.5\times 2.5\right) + (5\times 5) + \left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 5\times 5\right)$$

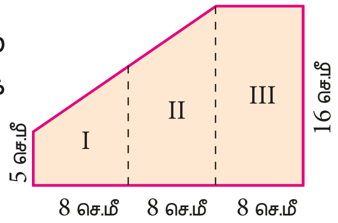
$$= 9.81 + 25 + 10.83$$

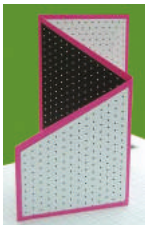
$= 45.64$ செ.மீ^{2} (தோராயமாக)

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 64 20-02-2020 01:33:15 PM

எடுத்துக்காட்டு 2.8

ஒரு 3 மடிப்பு அழைப்பிதழ் அட்டையானது படம் 2.25 இல் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.





படம் 2.25

தீர்வு:

பகுதி I மற்றும் II ஆகியவை சரிவகங்கள் ஆகும். அதேபோன்று அவற்றின் ஒருங்கிணைந்த வடிவமும் சரிவகமே ஆகும்.

ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் இணைப் பக்கங்கள் (I மற்றும் II) = 5 செ.மீ மற்றும் 16 செ.மீ.

அதன் உயரம், $h = 8 + 8 = 16$ செ.மீ

செவ்வகத்தின் நீளம் (III) = 16 செ.மீ மற்றும் அகலம் = 8 செ.மீ

∴ அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு

= ஒருங்கிணைந்த சரிவகத்தின் பரப்பளவு + செவ்வகத்தின் பரப்பளவு

$$= \frac{1}{2} \times h \times (a+b) + l \times b$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times (5+16) + 16 \times 8$$

$$= 168 + 128 = 296 \text{ செ.மீ}^2$$

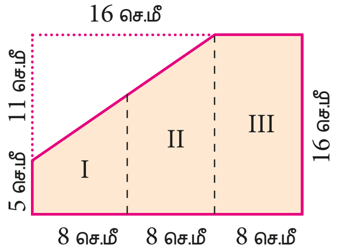
மாற்று முறை:

அழைப்பிதழ் அட்டையின் பரப்பளவு = வெளிச்செவ்வகத்தின் பரப்பளவு – செங்கோண முக்கோணத்தின் பரப்பளவு

$$= l \times b - \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= 24 \times 16 - \frac{1}{2} \times 11 \times 16$$

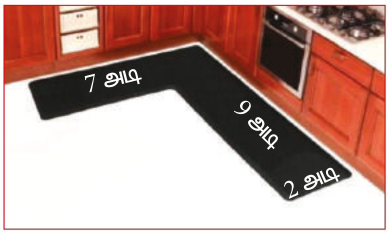
$$= 384 - 88 = 296 \text{ செ.மீ}^2$$



படம் 2.26

எடுத்துக்காட்டு 2.9

சீனு என்பவர் தனது சமையலறையில் பயன்படுத்த படம் 2.27 இல் உள்ளவாறு ஒரு தரைவிரிப்பை வாங்கத் திட்டமிட்டுள்ளார். ஒரு சதுர அடிக்கு ரூ.20 வீதம் தரைவிரிப்பினை வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவினைக் கணக்கிடுக.



படம் 2.27

தீர்வு:

தரைவிரிப்பினைப் பின்வருமாறு இரு செவ்வகங்களாகப் பிரிக்கலாம்.

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 65 20-02-2020 01:33:16 PM

∴ தரைவிரிப்பின் பரப்பளவு

= செவ்வகம் I இன் பரப்பளவு + செவ்வகம் II இன் பரப்பளவு

$= l_1 \times b_1 + l_2 \times b_2$

$= 5 \times 2 + 9 \times 2 = 10 + 18 = 28$ சதுர அடி

ஒரு சதுர அடி தரைவிரிப்பின் விலை = ₹ 20

∴ தரைவிரிப்பு வாங்குவதற்கு ஆகும் மொத்தச் செலவு = 28 × ₹ 20 = ₹ 560.

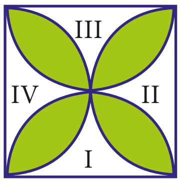
படம் 2.28

இவற்றை முயல்க

மேலேயுள்ள எடுத்துக்காட்டில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தரைவிரிப்பை இரண்டு சரிவகங்களாகப் பிரித்து விடையைச் சரிபார்க்கவும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

10 செ.மீ பக்க அளவுடைய சதுரத்தில் படம் 2.29 இல் உள்ளவாறு நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$



படம் 2.29

தீர்வு:

நிழலிடப்படாத பகுதியினைப் படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு I, II, III மற்றும் IV என எடுத்துக்கொள்வோம்.

பகுதிகள் I மற்றும் III இன் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – 2 அரைவட்டங்களின் பரப்பளவு

$= a^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\pi r^2\right)$

$= 10 \times 10 - \frac{22}{7} \times 5 \times 5$

= 100 – 78.57 = 21.43 செ.மீ²

இதேபோன்று, பகுதி II மற்றும் IV இன் பரப்பளவு = 21.43 செ.மீ²

நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு (I, II, III மற்றும் IV)

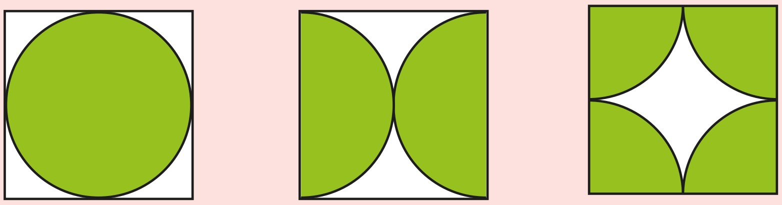
= 21.43 ×2 = 42.86 செ.மீ² (தோராயமாக)

∴ நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு = சதுரத்தின் பரப்பளவு – நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு

= 100 – 42.86 = 57.14 செ.மீ² (தோராயமாக)

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள 'a' அலகு பக்க அளவுள்ள ஒவ்வொரு சதுரத்திலும் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவானது சமம் ஆகும்.

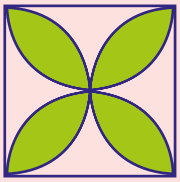


02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 66 20-02-2020 01:33:17 PM

2. $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து மிகப்பெரிய வட்டத்தை வெட்டியெடுத்தால், மீதமுள்ள பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{3}{14}a^2$ ச.அலகுகள் ஆகும். $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

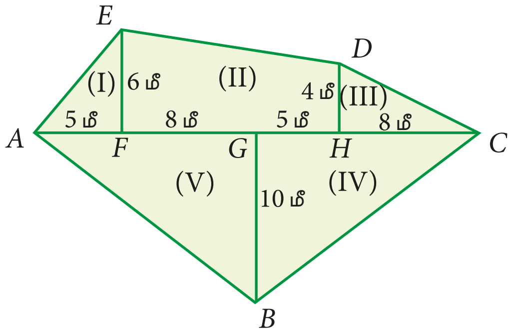
3. $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்திலிருந்து வெட்டியெடுக்கப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவு = $\frac{11}{14}a^2$ ச.அலகுகள். (தோராயமாக)

4. $\pi = \frac{22}{7}$ எனில், படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள $'a'$ அலகு பக்க அளவுள்ள ஒரு சதுரத்தில் நிழலிடப்படாத பகுதியின் பரப்பளவு தோராயமாக $\frac{3}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் மற்றும் நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவு $\frac{4}{7}a^2$ சதுர அலகுகள் ஆகும்.



எடுத்துக்காட்டு 2.11

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



படம் 2.30

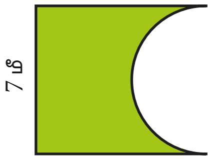
தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிலத்தில், நான்கு முக்கோணங்கள் (I, III, IV மற்றும் V) மற்றும் ஒரு சரிவகம் (II) ஆகியவை உள்ளன.

முக்கோணத்தின் (I) பரப்பளவு	$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15$ மீ²
சரிவகத்தின் (II) பரப்பளவு	$= \frac{1}{2} h(a+b) = \frac{1}{2} \times 13 \times (6+4) = 65$ மீ²
முக்கோணத்தின் (III) பரப்பளவு	$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = \frac{32}{2} = 16$ மீ²
முக்கோணத்தின் (IV) பரப்பளவு	$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²
முக்கோணத்தின் (V) பரப்பளவு	$= \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 13 \times 10 = 65$ மீ²
∴ நிலத்தின் மொத்தப்பரப்பளவு	$= 15 + 65 + 16 + 65 + 65 = 226$ மீ²

பயிற்சி 2.2

1. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வடிவங்களின் சுற்றளவு மற்றும் பரப்பளவு காண்க. $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

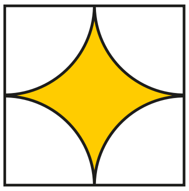
(i) 

(ii)

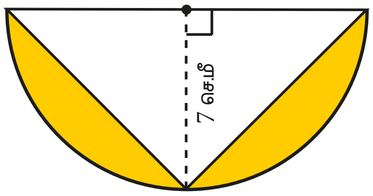
02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 67 20-02-2020 01:33:20 PM

2. பின்வரும் படங்களில் நிழலிடப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. ($\pi = 3.14$)

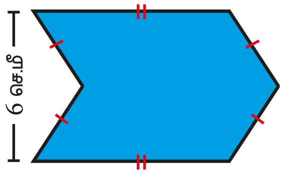
(i)



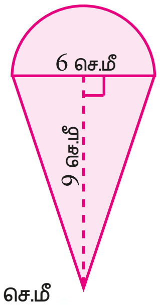
(ii)



3. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு, இரண்டு இணைகரங்களை ஒன்றாக இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

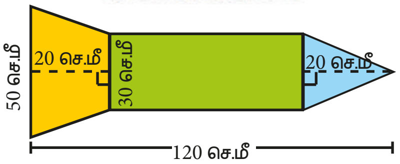


4. 6 செ.மீ விட்டமுள்ள அரைவட்டத்தையும், அடிப்பக்கம் 6 செ.மீ மற்றும் உயரம் 9 செ.மீ அளவுள்ள முக்கோணத்தையும் படத்தில் உள்ளவாறு இணைத்து உருவாக்கப்பட்டக் கூட்டு வடிவத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.($\pi = 3.14$)

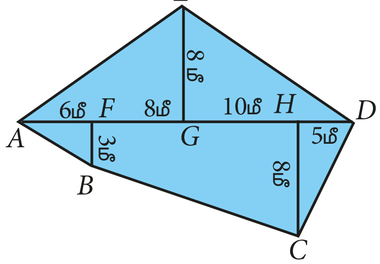


5. அறுங்கோண வடிவில் உள்ள ஒரு கால் மிதியடியானது படத்தில் உள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.

6. ஓர் ஏவுகணையின் படமானது, படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அளவுகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் பரப்பளவைக் காண்க.



7. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒழுங்கற்ற பலகோண வடிவ நிலங்களின் பரப்பளவைக் காண்க.



2.4 முப்பரிமாண (3-D) வடிவங்கள்

ஒரு காகிதத்தில் 2 ரூபாய் நாணயம், 10 ரூபாய் நோட்டு மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டு ஆகியவற்றை வைத்து, அவற்றைச் சுற்றி வரைக.

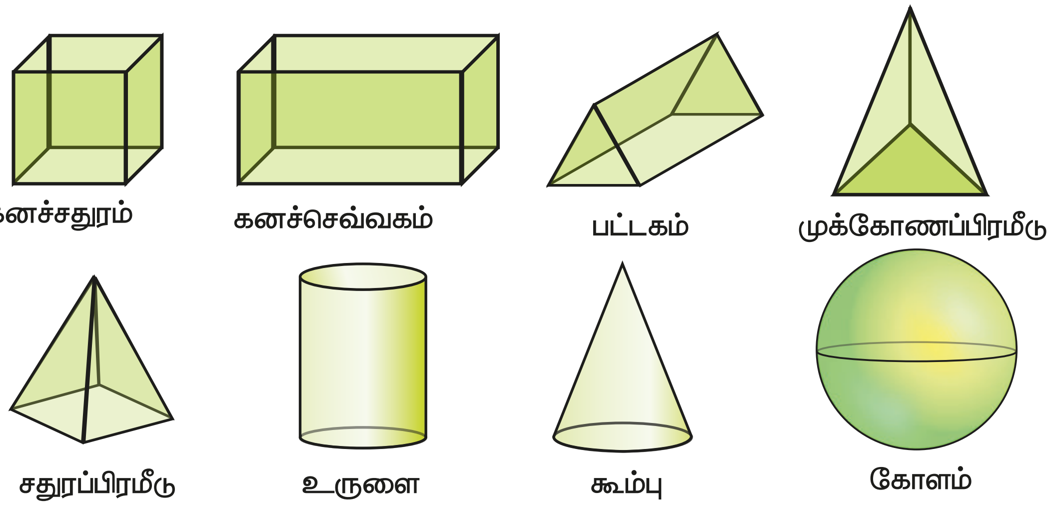
படம் 2.31

நீங்கள் வரைந்த வடிவங்கள் யாவை? வட்டம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம். இந்த வடிவங்கள் தள உருவங்களைக் குறிக்கின்றன. மேலும், இத்தள உருவங்களுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகிய இரண்டு பரிமாணங்கள் உள்ளன. இப்பொழுது, நீங்கள் வரைந்த உருவங்களின் மீது முறையே சில இரண்டு ரூபாய் நாணயங்கள், பத்து ரூபாய் நோட்டுகள் மற்றும் சதுர வடிவ பிஸ்கட்டுகள் ஆகியவற்றைப் படம் 2.32 இல் காட்டியுள்ளவாறு ஒன்றன் மீது ஒன்றாக வைக்கவும்.

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 68 20-02-2020 01:33:21 PM

படம் 2.32

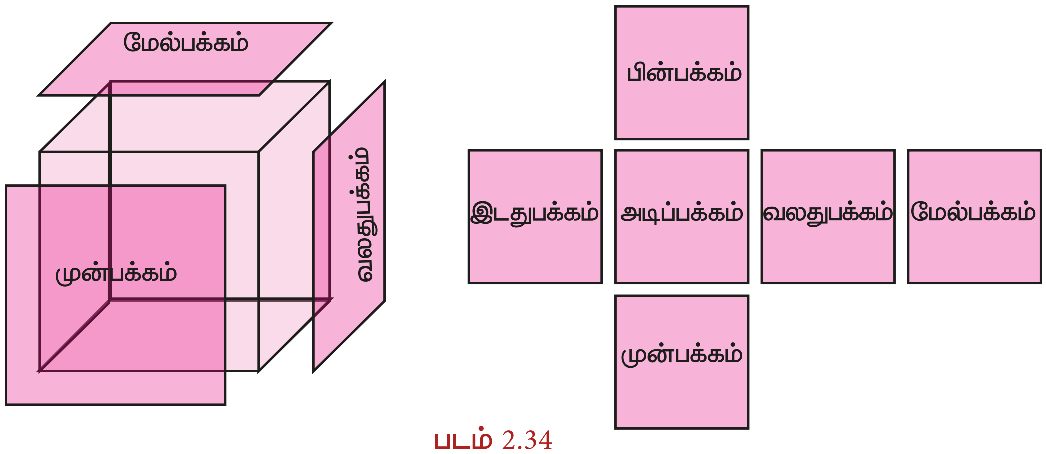
இப்பொழுது, நீங்கள் என்ன வடிவங்களைப் பெறுகிறீர்கள்? உருளை, கனச்செவ்வகம் மற்றும் கனச்சதுரம். இந்த வடிவங்கள் முழுவதுமாகத் தளத்தில் அமையாமல், வெற்றிடத்திலும் சிறிது இடத்தை அடைத்துக்கொள்கின்றன. அதாவது, அவைகளுக்கு நீளம் மற்றும் அகலம் ஆகியவற்றுடன் மூன்றாவது பரிமாணமாக உயரமும் காணப்படுகின்றன. இவ்வாறு நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களைக் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. இதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம். 3-D வடிவங்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள்:



படம் 2.33

2.4.1 முகங்கள், விளிம்புகள் மற்றும் உச்சிகள்

பின்வரும் வடிவத்தை உற்றுநோக்குக. அதன் பெயர் என்ன? கனச்சதுரம். கனச்சதுரமானது 6 சதுரவடிவ தளப்பகுதிகளால் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இந்த 6 சதுரவடிவிலான தளப்பகுதிகளும் கனச்சதுரத்தின் **முகங்களாகும்**.



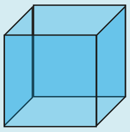
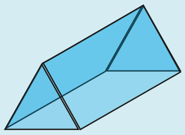
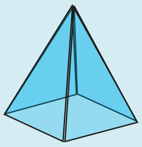
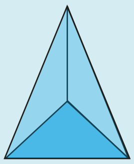
படம் 2.34

கனச்சதுரத்தின் ஏதேனும் இரண்டு முகங்களை இணைக்கும் கோடு **விளிம்பு** என்றும், அதன் மூன்று விளிம்புகளை இணைக்கும் ஒவ்வொரு மூலையும் **உச்சி (முனை)** என்றும் அழைக்கப்படுகிறது. எனவே, ஒரு கனச்சதுரத்தில் **6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள்** உள்ளன.

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 69 20-02-2020 01:33:21 PM

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் பன்முக வடிவங்களின் முகங்கள், உச்சிகள் மற்றும் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையை அட்டவணைப்படுத்துக. மேலும் F+V–E ஐக் கண்டுபிடி.

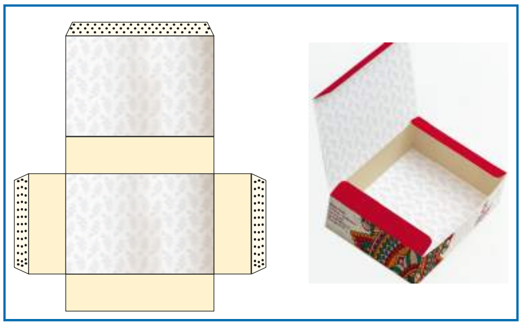
திண்மம்	பெயர்	F	V	E	F+V–E
	கனச்சதுரம்	6	8	12	
	கனச்செவ்வகம்				
	முக்கோணப் பட்டகம்				
	சதுரப்பிரமீடு				
	முக்கோணப்பிரமீடு				

மேலேயுள்ள அட்டவணையிலிருந்து என்ன காண்கிறீர்கள்? ஒவ்வொன்றிற்கும் F+V–E = 2 ஆக இருப்பதைக் காண்கிறோம். இது அனைத்துப் பன்முக வடிவங்களுக்கும் உண்மையாகும். மேலும் F+V–E = 2 என்ற உறவானது '**ஆய்லர் சூத்திரம்**' ஆகும்.

2.4.2 முப்பரிமாண வடிவங்களை (3-D) உருவாக்குவதற்கான வலைகள்

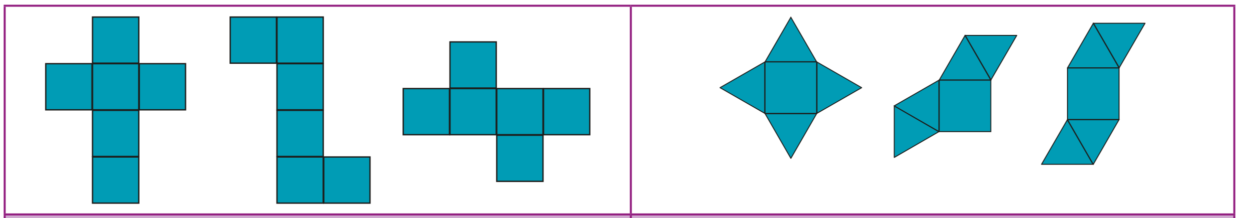
நாம் இனிப்பு வாங்கும் பொழுது, கடைக்காரர் சில மடிப்புகளுடன் தட்டையாக உள்ள அட்டையை எடுத்துப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு மடித்து ஒரு செவ்வக வடிவப் பெட்டியை (கனச்செவ்வகம்) உருவாக்குகிறார். பிறகு, இனிப்புகளை அப்பெட்டிக்குள் அடுக்கி நம்மிடம் வழங்குகிறார்.

ஓரத்திலுள்ள மடிப்புகள் தவிர்த்து (புள்ளிக் கோடிட்ட பகுதி), அப்பெட்டியை உருவாக்குவதற்காக வடிவமைக்கப்பட்ட இந்தத் தட்டைவடிவ அட்டையே வலையாகும்.



படம் 2.35

உதாரணமாக, பின்வரும் வலைகள் கனச்சதுரம் மற்றும் சதுரப் பிரமீடுகளை உருவாக்குகிறது.

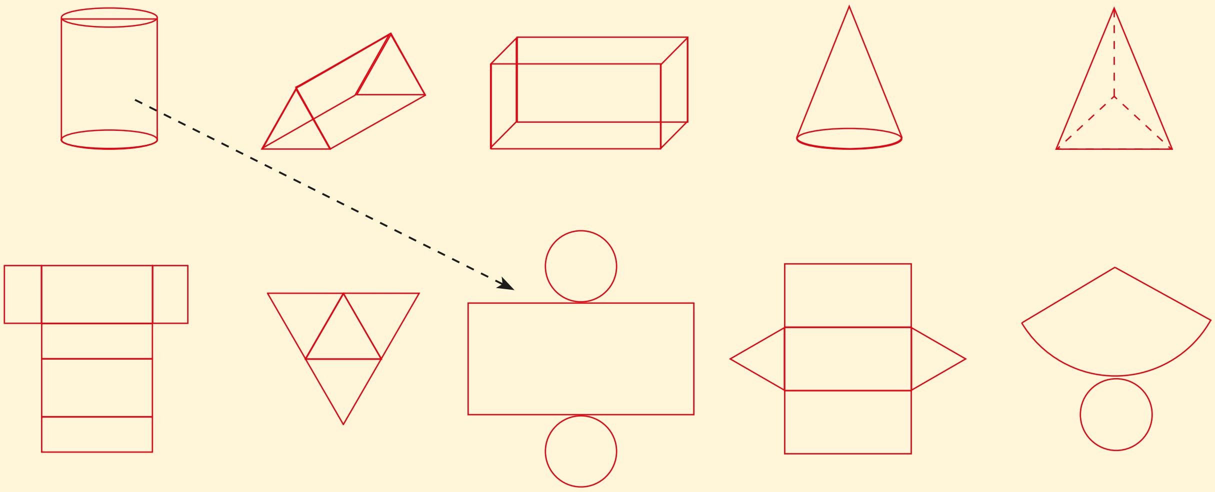


கனச்சதுரத்திற்கான வலைகள்	சதுரப் பிரமீடுகளுக்கான வலைகள்

02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 70 20-02-2020 01:33:22 PM

செயல்பாடு

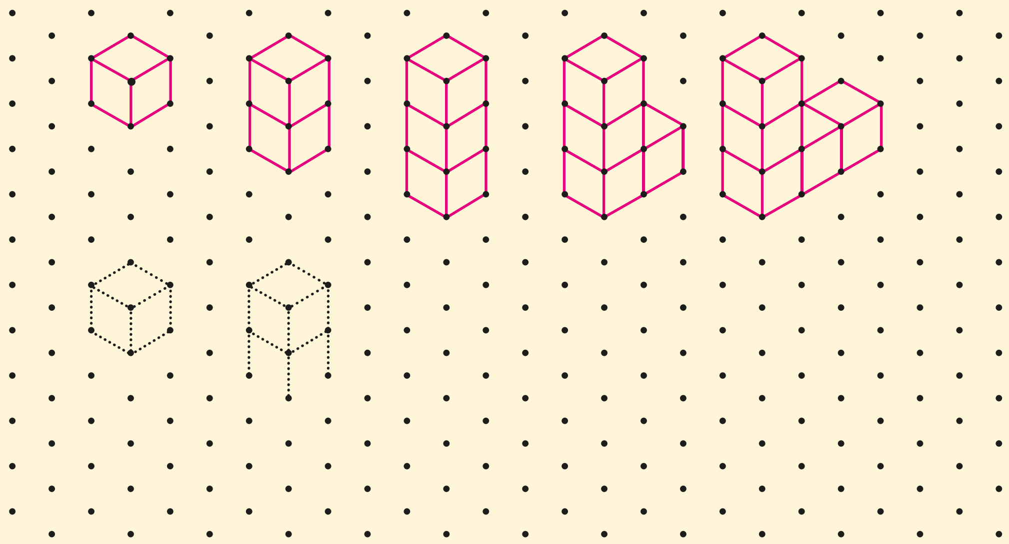
பின்வரும் வடிவங்களுக்குப் பொருத்தமான வலைகளைக் கோட்டின் மூலம் இணைக்க.



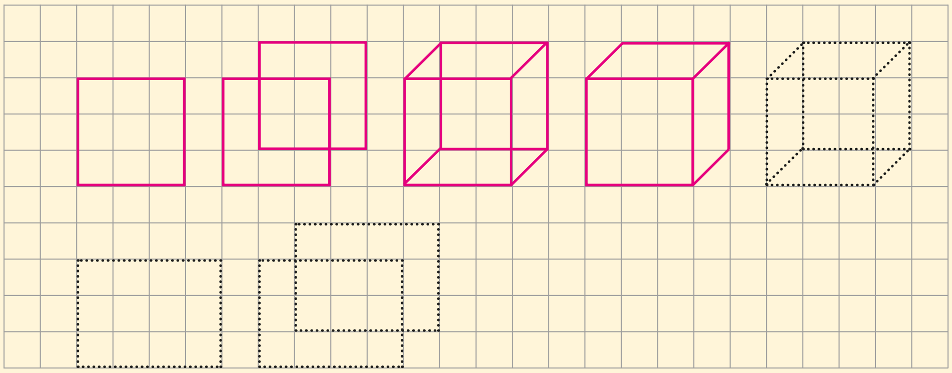
2.4.3 ஐசோமெட்ரிக் (Isometric) புள்ளித்தாள் மற்றும் கட்டகத்தாள் பயன்படுத்தி 3-D வடிவங்களை வரைதல்

செயல்பாடு

1. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்ம உருவங்களையும் ஐசோமெட்ரிக் புள்ளித்தாளில் வரைக.



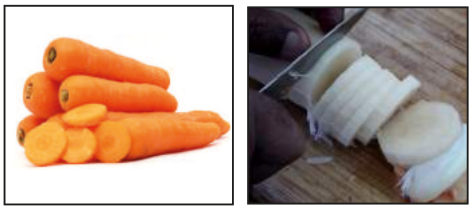
2. கொடுக்கப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு திண்ம உருவங்களையும் கட்டகத்தாளில் வரைக.



02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 71 20-02-2020 01:33:22 PM

2.4.4 திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றம்

சமையலுக்காகக் காய்கறிகளை வெட்டும்போது, அவற்றுள் சில தள உருவங்களை நாம் காண்கிறோம். உதாரணமாக, கேரட் மற்றும் வாழைத்தண்டின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றமானது வட்டம் ஆகும்.



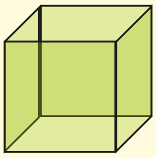
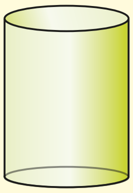
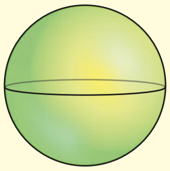
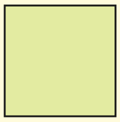
படம் 2.36

அதேபோன்று, பிரட் (Bread) மற்றும் செங்கல்லின் குறுக்குவெட்டுத் தோற்றத்தில் சதுரம் மற்றும் செவ்வகத்தை நாம் காண இயலும்.

படம் 2.37

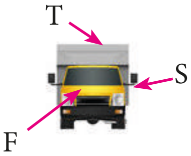
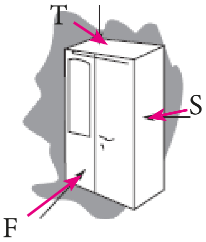
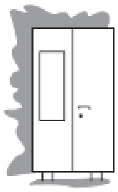
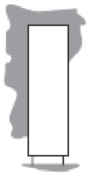
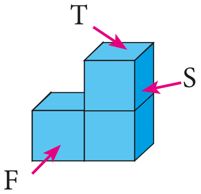
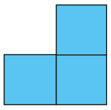
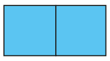
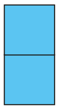
செயல்பாடு

பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் குறுக்கு வெட்டுத்தோற்றத்திலிருந்து பெறப்படும் இருபரிமாண வடிவங்களை (2-D) வரைந்து, அவற்றின் பெயர்களை எழுதுக.

திண்மங்கள்			
2-D வடிவம்			
பெயர்	சதுரம்		

2.4.5 3 –D வடிவங்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள்

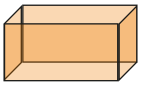
ஒரு 3-D வடிவமானது வெவ்வேறு நிலைகளிலிருந்து காணும் போது, மாறுபட்டத் தோற்றமளிக்கிறது. அவ்வாறு 3-D வடிவத்தை உற்றுநோக்கும் பொழுது, நமது பார்வைக்குத் தெரிவதே 3-D வடிவத்தின் தோற்றம் ஆகும். **முகப்புத்தோற்றம்**, **மேல்பக்கத்தோற்றம்** மற்றும் **பக்கவாட்டுத்தோற்றம்** ஆகியவை சில வகையான தோற்றங்கள் ஆகும். சில பொருட்களின் வெவ்வேறான தோற்றங்கள் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளன.

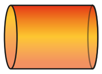
பொருள்கள்	முகப்புத் தோற்றம்	மேல்பக்கத் தோற்றம்	பக்கவாட்டுத் தோற்றம்
			
			
			

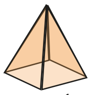
02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 72 20-02-2020 01:33:22 PM

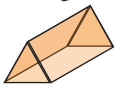
1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) ஒரு கனச்செவ்வகத்தின் மூன்று பரிமாணங்கள் ________, ________ மற்றும் ________.
   (ii) இரண்டுக்கு மேற்பட்ட விளிம்புகள் சந்திக்கும் புள்ளி________ ஆகும்.
   (iii) ஒரு கனச்சதுரத்திற்கு ________ முகங்கள் உள்ளன.
   (iv) ஒரு திண்ம உருளையின் குறுக்கு வெட்டுத் தோற்றம் ________ ஆகும்.
   (v) ஒரு 3-D வடிவத்தின் வலையானது ஆறு சதுர வடிவத் தளங்களைப் பெற்றிருந்தால், அது ________ என்று அழைக்கப்படுகிறது.

2. பின்வருவனவற்றைப் பொருத்துக:

(i)  - (அ) உருளை

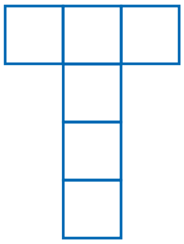
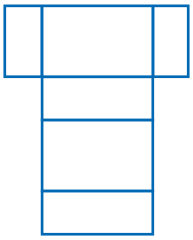
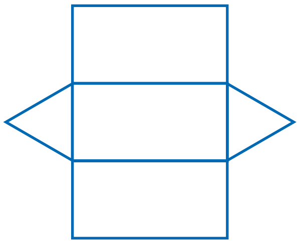
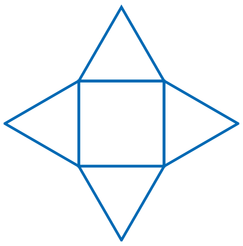
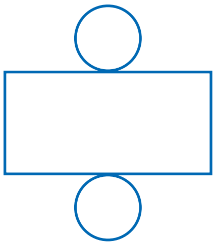
(ii)  - (ஆ) கனச்செவ்வகம்

(iii)  - (இ) முக்கோணப் பட்டகம்

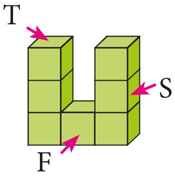
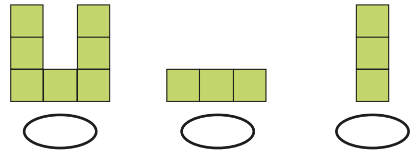
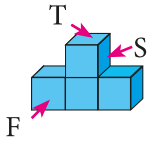
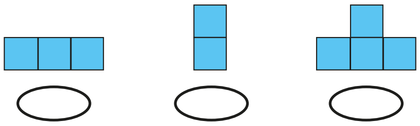
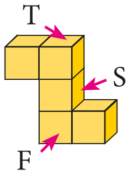
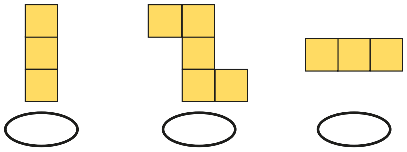
(iv)  - (ஈ) சதுரப் பிரமீடு

ELLPKI

3. பின்வரும் வலைகள் எந்த 3–D வடிவங்களைக் குறிக்கின்றன? அவற்றினை வரைக.

(i) 
(ii) 
(iii) 
(iv) 
(v) 

4. ஒவ்வொரு திண்மத்திற்கும் மூன்று தோற்றங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை ஒவ்வொன்றிற்கும் தொடர்புடைய மேற்பக்க (T), முகப்பு (F) மற்றும் பக்கவாட்டுத் (S) தோற்றங்களை (T, F மற்றும் S) அடையாளம் காண்க.

திண்மம்	மூன்று வகையான தோற்றங்கள்
	
	
	

5. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் உள்ள விவரங்களுக்கு ஆய்லர் சூத்திரத்தைச் சரிபார்க்க.

வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	4	4	6
(ii)	10	6	12
(iii)	12	20	30
(iv)	20	13	30
(v)	32	60	90

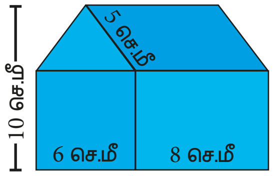
பயிற்சி 2.4

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு நூலகத்தின் நுழைவாயிலில் இரண்டு கதவுகள் பொருத்தப்பட்டுள்ளன. கதவினை எளிதில் திறப்பதற்காக, அது பொருத்தப்பட்டுள்ள சுவற்றிலிருந்து 6 அடி தூரத்தில் கதவின் அடிப்பகுதியில் ஒரு சக்கரம் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. ஒரு கதவினை 90° அளவிற்குத் திறக்கும்பொழுது சக்கரம் எவ்வளவு தூரத்தைக் கடக்கும். $(\pi = 3.14)$

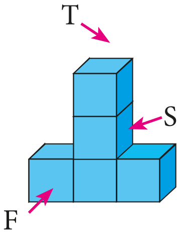
2. சீரான வேகத்தில் நடக்கும் ஒருவர் 150 மீட்டர் ஆரமுள்ள வட்டப்பாதையை 9 நிமிடத்தில் சுற்றி வருகிறார் எனில், அவர் 3 நிமிடத்தில் கடக்கும் தொலைவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

3. படத்தில் உள்ளவாறு வரையப்பட்டுள்ள வீட்டின் பரப்பளவைக் காண்க.

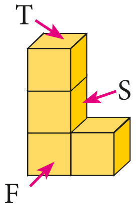


4. பின்வரும் திண்ம வடிவங்களின் மேற்பக்க, முகப்பு மற்றும் பக்கவாட்டுத் தோற்றங்களை வரைக.

(i)



(ii)

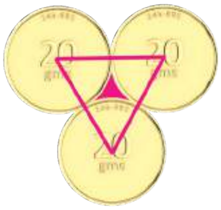


மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

5. குணா, தனது அறையில் 3 அடி அகலமுள்ள ஒற்றைக் கதவையும், நாதன், தனது அறையில் ஒவ்வொன்றும் $1\frac{1}{2}$ அடி அகலமுள்ள இரட்டைக் கதவுகளையும் பொருத்தியுள்ளார்கள். கதவுகள் அனைத்தும் மூடிய நிலையிலிருந்து 120° அளவு வரை திறக்க இயலும் எனில், யாருடைய கதவினைத் திறந்து மூடுவதற்குத் தரைப்பகுதியில் குறைவான பரப்பளவு தேவைப்படுகிறது?

6. 15 மீ x 8 மீ என்ற அளவுள்ள செவ்வக வடிவ நிலத்தின் 4 மூலைகளிலும் அதன் நடுவிலும் 3 மீ நீளமுள்ள கயிற்றால் பசுக்கள் கட்டப்பட்டுள்ளன எனில் எந்தப் பசுவாலும் புற்கள் மேயப்படாத பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$

7. ஒவ்வொன்றும் 6 செ.மீ. விட்டமுள்ள மூன்று ஒத்த நாணயங்கள் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. நாணயங்களுக்கு இடையில் அடைபட்டுள்ள நிழலிடப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க. $(\pi = 3.14)$ $(\sqrt{3} = 1.732)$



02_8th_Maths_Measurements_TM.indd 74 20-02-2020 01:33:24 PM

8. ஆய்லர் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் பன்முக வடிவங்களில் தெரியாதவற்றைக் காண்க.

வ.எண்	முகங்கள்	உச்சிகள்	விளிம்புகள்
(i)	?	6	14
(ii)	8	?	10
(iii)	20	10	?

பாடச்சுருக்கம்

- வட்டத்தின் மீதுள்ள ஏதேனும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டுத்துண்டு 'நாண்' எனப்படும்.
- ஒரு வட்டத்தின் விட்டமானது, அந்த வட்டத்தை இரு சம அளவுள்ள வட்டத்துண்டுகளாகப் பிரிக்கிறது. மேலும் அது வட்டத்தின் மிகப்பெரிய நாண் ஆகும்.
- வட்டப்பரிதியின் ஒரு பகுதி வட்டவில் ஆகும்.
- ஒரு வட்டத்தின் இரண்டு ஆரங்களாலும், அந்த ஆரங்களால் வட்டப்பரிதியில் வெட்டப்படும் வில்லாலும் அடைபடும் சமதளப்பகுதி வட்டக்கோணப்பகுதி ஆகும்.
- ஒரு வட்டக்கோணப் பகுதியானது, அவ்வட்டத்தின் மையத்தில் ஏற்படுத்தும் கோணம் வட்ட மையக்கோணம் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் சுற்றளவு என்பது, அந்த மூடிய வடிவத்தினைச் சுற்றி எல்லையாக அமைந்துள்ள மொத்தப் பக்க அளவுகளின் கூடுதல் ஆகும்.
- கூட்டு வடிவங்களின் பரப்பளவு என்பது, அக்கூட்டு வடிவத்தினை உருவாக்கும் அனைத்து எளிய வடிவங்களின் பரப்பளவுகளின் கூடுதலாகும்.
- நீளம், அகலம் மற்றும் உயரம் (ஆழம்) ஆகிய மூன்று பரிமாணங்களையும் கொண்டுள்ள வடிவங்கள் முப்பரிமாண வடிவங்கள் என்று அழைக்கப்படுகின்றன. அதைச் சுருக்கமாக 3-D வடிவங்கள் என்றும் கூறலாம்.
- ஒரு கனச்சதுரத்தில் 6 முகங்கள், 12 விளிம்புகள் மற்றும் 8 உச்சிகள் உள்ளன.

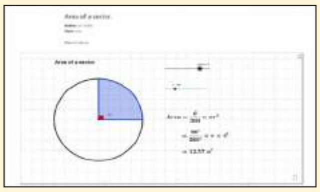
இணையச் செயல்பாடு

படி – 1 கூகுள் தேடுபொறியில் www.Geogebra.com தட்டச்சு செய்யவும் (அ) விரைவுக் குறியீட்டினை (QR CODE)பயன்படுத்தவும்.

படி – 2 தேடு பகுதியில் Area of sector எனத் தட்டச்சு செய்யவும்.

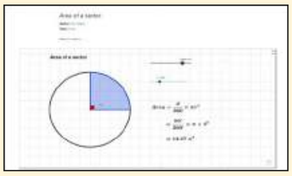
படி– 3 வட்ட ஆரஅளவை மாற்ற Radius Slide எனும் பகுதியையும் கோண அளவினை மாற்ற Degree slide எனும் பகுதியையும் நகர்த்தவும்.

இந்த செயல்பாடு மூலம் வட்டக் கோணப்பகுதியின் பரப்பளவு காணும் முறையினை அறிந்து கொள்ளலாம்.



படி 1

படி 2



படி 3

B355_8_MATHS_TM

இணையஉரலி: அளவைகள்

https://www.geogebra.org/m/FSqNDNxN

படங்கள் அடையாளங்களை மட்டுமே குறிக்கும்

இந்த பக்கத்தை பார்க்க தேடுபொறி தேவையென்றால் Flash Player அல்லது Java Script அனுமதிக்கவும்