தமிழ்நாடு அரசு

எட்டாம் வகுப்பு

கணக்கு

மூன்றாம் பருவம்

தொகுதி 2

தமிழ்நாடு அரசு விலையில்லாப் பாடநூல் வழங்கும் திட்டத்தின்கீழ் வெளியிடப்பட்டது

பள்ளிக்கல்வித் துறை

தீண்டாமை மனிதநேயமற்ற செயலும் பெருங்குற்றமும் ஆகும்

8th_Preliminary_FM _TM_T-3.indd 1 20-11-2019 13:14:45

தமிழ்நாடு அரசு

முதல் பதிப்பு – *2019*

(புதிய பாடத்திட்டத்தின் கீழ் வெளியிடப்பட்ட முப்பருவ நூல்)

விற்பனைக்கு அன்று

பாடநூல் உருவாக்கமும் தொகுப்பும்

மாநிலக் கல்வியியல் ஆராய்ச்சி மற்றும் பயிற்சி நிறுவனம்

© SCERT 2019

நூல் அச்சாக்கம்

தமிழ்நாடு பாடநூல் மற்றும் கல்வியியல் பணிகள் கழகம்

www.textbooksonline.tn.nic.in

உலகில் பல பேசும் மொழிகள் இருந்தாலும், உலகின் ஒரே பொது மொழி கணிதமாகும். இதனை எளிய முறையில் மாணவர்களுக்கு அளிப்பதே இப்பாடநூலின் அடிப்படை நோக்கமாகும்.

கணிதமானது எண்கள், சமன்பாடுகள், அடிப்படைச் செயலிகள் படிநிலைகள் என்பதைவிட புரிதலை அடிப்படையாகக் கொண்டது.

– வில்லியம் பவுல் தர்ஸ்டன்

அன்றாட வாழ்விலும், இயற்கையிலும் எல்லா இடங்களிலும் கணித அனுபவம் இயற்கையோடு இணைந்தே உள்ளது என்பதை உணர்ந்து கொள்ளுதல்

பொருளடக்கம்

அலகு	தலைப்பு	பக்க எண்	மாதம்
1	எண்கள்	1-31	ஜனவரி
2	வாழ்வியல் கணிதம்	32-49	பிப்ரவரி
3	வடிவியல்	50-77	பிப்ரவரி மற்றும் மார்ச்
4	புள்ளியியல்	78-103	மார்ச்
5	தகவல் செயலாக்கம்	104-125	ஏப்ரல்
	விடைகள்	126-129	
	கணிதக் கலைச் சொற்கள்	130-131	

D1J4M2

மின் நூல்

B1I4M6

மதிப்பீடு

B355_8_MATHS_TM

இணைய வளங்கள்

QR GUIDE

பாடநூலில் உள்ள விரைவுக் குறியீட்டைப் (QR Code) பயன்படுத்துவோம்! எப்படி?

- உங்கள் திறன் பேசியில் கூகுள் playstore கொண்டு DIKSHA செயலியை பதிவிறக்கம் செய்து நிறுவிக்கொள்க.
- செயலியை திறந்தவுடன், ஸ்கேன் செய்யும் பொத்தானை அழுத்தி பாடநூலில் உள்ள விரைவு குறியீடுகளை ஸ்கேன் செய்யவும்.
- திரையில் தோன்றும் கேமராவை பாடநூலின் QR Code அருகில் கொண்டு செல்லவும்.
- ஸ்கேன் செய்வதன் மூலம். அந்த QR Code உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் பாட பகுதிகளை பயன்படுத்தலாம்.

குறிப்பு: இணையச்செயல்பாடுகள் மற்றும் இணைய வளங்களுக்கான QR code களை Scan செய்ய DIKSHA அல்லாத ஏதேனும் ஓர் QR code Scanner ஐ பயன்படுத்தவும்.

1 எண்கள்

கற்றல் நோக்கங்கள்

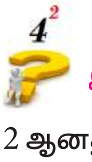
- எண்களின் வர்க்கங்களைக் கணக்கிடுதல்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை
  (i) காரணி முறை மற்றும் (ii) வகுத்தல் முறையில் காணுதல் .
- எண்களின் கனங்களைக் காணுதல்.
- ஓர் எண்ணின் கனமூலத்தைக் காரணி முறையில் காணுதல்.
- வர்க்கமூலம் மற்றும் கன மூலத்தின் தோராய மதிப்புகளைக் கணித்தல்.
- முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்டு, எண்களை அடுக்குக் குறியீட்டில் அமைத்தல்.
- முழுக்களைப் படிகளாகக் கொண்ட, அடுக்கு விதிகளை புரிந்து கொள்ளுதல்.
- அறிவியல் குறியீட்டை அறிதலும் அமைத்தலும்.

F4C7H5

1.1 வர்க்க எண்களின் அறிமுகம்

1	1 2 3 4	1 2 3 4 5 6 7 8 9
இது ஓரலகு பக்கத்தைக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 1 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 1^2 என எழுதுகிறோம்.	இது 2 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 2 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 2^2 என எழுதுகிறோம்.	இது 3 அலகுகளைப் பக்கமாகக் கொண்ட ஒரு சதுரம். இது 3 இன் வர்க்கம் ஆகும். இதனை நாம் 3^2 என எழுதுகிறோம்.
$1^2 = 1$	$2^2 = 2 \times 2 = 4$	$3^2 = 3 \times 3 = 9$

பல தருணங்களில் இதுபோல நாம் எழுதுகிறோம்.



$$4^2 = 16$$

இது 4 இன் வர்க்கம் 16 எனக் கூறுகிறது.

இதில், மேலுள்ள 2 ஆனது வர்க்கத்தைக் குறிக்கிறது. மேலும், எண் 4 ஆனது அந்தப் பெருக்கலில் எத்தனை முறை $(4 \times 4 = 4^2 = 16)$ வருகிறது என்பதைக் குறிக்கிறது.

1, 4, 9, 16, ... போன்ற அனைத்து எண்களும் வர்க்க எண்கள் ஆகும் (முழு வர்க்க எண்கள் என்றும் அழைக்கப்படும்). இவை ஒவ்வொன்றும் இரு சம (ஒரே) காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாக அமைந்துள்ளன.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 1 21-11-2019 12:05:48

நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.

49 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா? ஆம், ஏனெனில், அதனை 7^2 என எழுதலாம். 50 ஆனது ஒரு வர்க்க எண்ணாகுமா?

பின்வரும் அட்டவணையானது 1 இலிருந்து 20 வரையிலான எண்களுக்கான வர்க்கங்களை அளிக்கிறது.

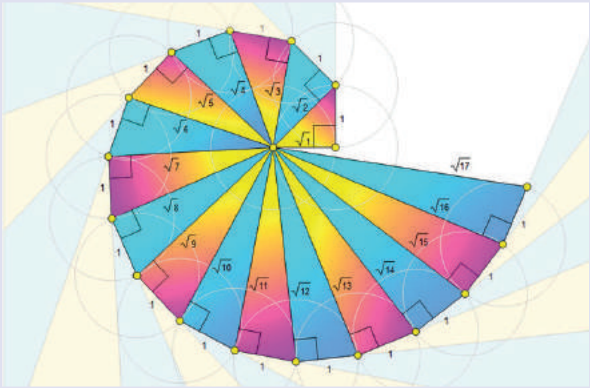
எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்	எண்	அதன் வர்க்கம்
1	1	6	36	11	121	16	256
2	4	7	49	12	144	17	289
3	9	8	64	13	169	18	324
4	16	9	81	14	196	19	361
5	25	10	100	15	225	20	400

இந்த அட்டவணையை 50 வரையிலான எண்களுக்கு விரிவு செய்ய முயல்க.

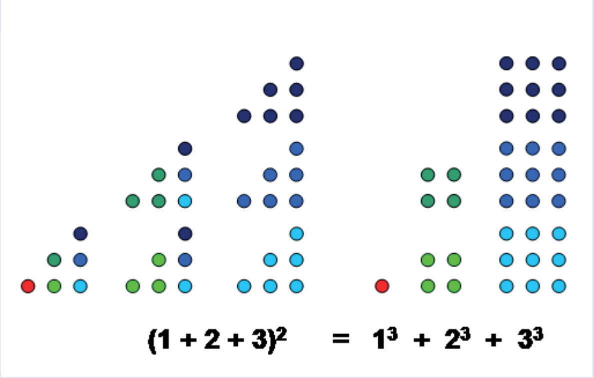
மேற்கண்ட அட்டவணையைக் கொண்டு பின்வரும், வர்க்க எண்களின் பண்புகளை இப்போது நாம் எளிதில் சரிபார்க்கலாம் .

- வர்க்க எண்கள் 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணில் மட்டுமே முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 1 அல்லது 9 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 1 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 4 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 9 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 4 அல்லது 6 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது 6 இல் முடியும்.
- ஓர் எண்ணானது 5 அல்லது 0 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கமானது முறையே 5 அல்லது 0 இல் முடியும்.
- ஓர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் ஒற்றை எண்ணாகவே இருக்கும். மேலும், ஓர் இரட்டைப்படை எண்ணின் வர்க்கமானது எப்போதும் இரட்டை எண்ணாகவே இருக்கும்.
- 2, 3, 7 மற்றும் 8 இல் முடியும் எண்கள் முழு வர்க்கங்களாக இருக்காது.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்கள்



வடிவியலில் இருந்து பிதாகரஸ் தோற்றத்தைப் பயன்படுத்தி எண்களின் வர்க்கமூலத்தைச் சுருள் வடிவில் காணுதல்.



$(1+2+3+\dots+n)^2 = 1^3+2^3+3^3+\dots+n^3$ என்பதையும், வர்க்கங்களையும் கனங்களையும் தொடர்புபடுத்தும் அமைப்புகள்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 2 21-11-2019 12:05:49

1.1.1 ஒன்றிலிருந்து ஒற்றை எண்களின் கூடுதலானது, வர்க்க எண்ணாகுதல்:

பின்வரும் ஒற்றை எண்களின் அமைப்பைக் கவனிக்க.

முதல் ஒற்றை எண்	$= 1$		இது 1^2 ஆகும்.
முதல் இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3$	$= 4$	$= 2^2$ ஆகும்.
முதல் மூன்று ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5$	$= 9$	$= 3^2$ ஆகும்.
முதல் நான்கு ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5 + 7$	$= 16$	$= 4^2$ ஆகும்.
முதல் ஐந்து ஒற்றை எண்களின் கூடுதல்	$= 1 + 3 + 5 + 7 + 9$	$= 25$	$= 5^2$ ஆகும்.

இதனைத் தொடர்ந்தால் 1 இல் தொடங்கி, அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றைப்படை எண்களின் கூடுதல் என்னவாக இருக்கும்?

> அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் n^2 ஆகும்.

1.1.2 ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதுதல்:

ஏதேனும் ஒரு ஒற்றை இயல் எண்ணை எடுப்போம். அதனை 7 எனக் கொள்வோம். அதன் வர்க்கம் $7^2 = 49$ ஆகும்.

இதனை, $7^2 = 24 + 25$ என எழுதலாம்.(இது $\frac{7^2-1}{2} + \frac{7^2+1}{2}$ ஆகும்)

இதைப்போன்று மேலும் சில ஒற்றை இயல் எண்களின் வர்க்கங்களை இவ்வாறாக அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும் என்பதை அறியலாம். ஆகவே, **ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம்.**

சிந்திக்க

1. ஒரு பகா எண்ணின் வர்க்கமானது பகா எண்ணாகுமா?
2. இரு முழு வர்க்க எண்களின் கூடுதலானது எப்போதும் முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்குமா? இது அவற்றின் கழித்தலுக்கும் பெருக்கலுக்கும் எவ்வாறு பொருந்தும்?

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வர்க்க எண்களை அடுத்தடுத்த இரு மிகை முழுக்களின் கூடுதலாக எழுதவும் .

(i) 441 (ii) 225 (iii) 289 (iv) 1089

எடுத்துக்காட்டு 1.1

ஒற்றை இயல் எண்களான $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots \ldots \ldots + 99$ இன் கூடுதல் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, 1 முதல் 99 வரையிலும் 50 ஒற்றை எண்கள் உள்ளன.

அடுத்தடுத்த முதல் n ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $= n^2$

ஆகவே, முதல் 50 ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் $= 50^2 = 50 \times 50 = 2500$

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

ஒரு செவ்விய எண் (நினைவு கூர்க) ஆனது, வர்க்க எண்ணாக அமையாது.செவ்விய எண்களான 6, 28, 496, 8128 போன்றவை வர்க்க எண்கள் அல்ல.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 3 21-11-2019 12:05:54

சிந்திக்க

1. 46 என்ற இரட்டை இயல் எண்ணை எடுத்துக்கொள்க (அல்லது உன் விருப்பம் போல் ஏதேனும் ஓர் இரட்டை இயல் எண்ணையும் எடுக்கலாம்). இதனை 1 இல் தொடங்கி, அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக அமைக்க முயல்க. இதில் நீ வென்றாயா?
2. ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை எப்போதும் அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும்– இதன் மறுதலை உண்மையாகுமா? அதாவது, அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலானது ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தை அளிக்குமா?

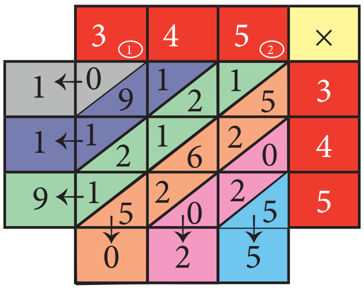
1.1.3 ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தை மூலைவிட்ட முறையில் காணுதல்:

மூலைவிட்ட முறையைப் பயன்படுத்தி, ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில் கொடுத்துள்ளவாறு நாம் எளிதாகக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.2

மூலைவிட்ட முறையில் 345 இன் வர்க்கத்தை காண்க.

தீர்வு:



345 (சிவப்பு) எண்களுக்குக் கீழேயும் அதன் இடதுபுறத்திலும், ஒரு 3×3 சதுரத்தை அமைக்கவும். அமைத்த 9 சதுரங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு மூலைவிட்டைத்தை வரையவும். முதலில் $5 \times 3 = 15$ என்ற பெருக்கல்பலனில் உள்ள 1 ஐ மேற்பகுதியிலும் 5 ஐ கீழ்ப்பகுதியிலும் இடவும். இவ்வாறாக எல்லாச் சதுரங்களையும் நிரப்பிய பிறகு, எண்களை வண்ண மூலைவிட்டங்கள் வழியாகக் கூட்டவும். அம்புகுறிக்யிட்ட எண்கள் மேல் இடதுபுறத்திலிருந்து 119025 என்ற எண்ணானது 345 இன் வர்க்கமாகும்.

$\therefore\ 345^2 = 119025.$

இவற்றை முயல்க

(i) 256, 576, 960, 1025, 4096 ஆகிய எண்களில் எவையெவை முழு வர்க்க எண்களாகும்.? (குறிப்பு: முன்பு பார்த்த வர்க்க அட்டவணையை நீட்டிப்பு செய்ய முயல்க)

(ii) பின்வரும் எண்கள் ஒவ்வொன்றும் பார்த்தவுடனேயே முழு வர்க்க எண் அல்ல எனக் கூறலாம். ஏனென கூறுக 82, 113, 2057, 24353, 8888, 1972.

(iii) பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களை மூலைவிட்ட முறையில் காண்க. மேலும், வர்க்கங்களுடைய ஒன்றுகள் இட இலக்கத்தையும் காண்க. 11, 27, 42, 79, 146, 324, 520.

குறிப்பு

ஒரு முழு வர்க்க எண்ணானது பூச்சியத்தில் முடியுமெனில், அது எப்போதும் இரட்டைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்களைக் கொண்டு மட்டுமே முடியும். இதனைப் பின்வரும் அட்டவணையின் மூலம் நாம் சரிபார்க்கலாம்.

எண்	10	20	30	40	...	90	100	110	...	200	...
அதன் வர்க்கம்	100	400	900	1600	...	8100	10000	12100	...	40000	...

Unit 1 - Numbers - TM.indd 4
21-11-2019 12:05:54

சிந்திக்க

இந்தக் கூற்றைக் கவனிக்க: "அடுத்தடுத்த எண்கள் n மற்றும் $(n+1)$ ஆகியவற்றின் வர்க்கங்களுக்கிடையே, $2n$ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன". இந்தக் கூற்று உண்மையாகுமா? 2500 மற்றும் 2601 ஆகிய எண்களுக்கிடையே எத்தனை வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன எனக் காண்க. இதன் மூலம் கூற்றைச் சரிபார்.

செயல்பாடு

பின்வரும் கூற்றுகளைச் சரிபார்:

(i) 1 ஐத் தவிர்த்த, ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 3 இன் மடங்காகவோ அல்லது 3 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(ii) 1 ஐத் தவிர்த்த, ஓர் இயல் எண்ணின் வர்க்கமானது 4 இன் மடங்காகவோ அல்லது 4 இன் மடங்கிற்கு 1 கூடுதலாகவோ இருக்கும்.

(iii) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 3 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மீதியாக இருக்காது.

(iv) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 4 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 ஆக இருக்கும். ஆனால் 2 மற்றும் 3 மீதியாக இருக்காது.

(v) ஒரு முழு வர்க்க எண்ணை 8 ஆல் வகுக்கக் கிடைக்கும் மீதியானது பூச்சியமாகவோ அல்லது 1 அல்லது 4 ஆகவோ இருக்கும். ஆனால் 2, 3, 5, 6 அல்லது 7 ஆக இருக்காது.

1.1.4 பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி:

வர்க்கங்களின் கருத்தைப் பயன்படுத்திப் பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை விவரிக்கலாம். மூன்றன் தொகுதி என்பது மூன்று எண்களைக் கொண்ட ஒரு தொகுதியாகும். ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் எண்ணளவை அமைக்கும் எந்த மூன்று எண்களும், ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.

கணிதரீதியாக, a, b மற்றும் c என்ற மூன்று எண்களில் ஏதேனும் இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது மூன்றாம் எண்ணின் வர்க்கத்திற்குச் சமமானால், அதாவது,

$a^2 + b^2 = c^2$ (அல்லது) $b^2 + c^2 = a^2$ (அல்லது) $c^2 + a^2 = b^2$ எனில், அவை ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.

எடுத்துக்காட்டாக, பின்வருபவை பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளாகும்.

மூன்றன் தொகுதி	காரணம்
(3, 4, 5)	$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ இது 5^2 ஆகும்
(5, 12, 13)	$5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ இது 13^2 ஆகும்
(20, 21, 29)	$20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$ இது 29^2 ஆகும்

எடுத்துக்காட்டு 1.3

(8, 15, 17) என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியாகுமா? என ஆராய்க.

தீர்வு:

இங்கு, $8^2 = 8 \times 8 = 64$, $15^2 = 15 \times 15 = 225$ மற்றும் $17^2 = 17 \times 17 = 289$ ஆகும்.

நாம் காண்பது, $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$

ஆகவே, $8^2 + 15^2 = 17^2$

$\therefore$ (8, 15, 17) ஆனது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 5 21-11-2019 12:05:54

செயல்பாடு

$m > 1$ என்ற ஓர் இயல் எண்ணைக் கருத்தில் கொள்க. $(2m, m^2 - 1, m^2 + 1)$ என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும் என்பதை நாம் காண்கிறோம் (சிறு இயற்கணித உறவின் மூலம் இதைச் சரிபார்க்கலாம்!)

இந்தச் சூத்திரத்தைக் கொண்டு, சில பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளை உருவாக்கலாம். இங்கு, நாம் $2m = 14$ என எடுத்துக்கொள்வோம். இங்கு $2m$ ஆனது ஓர் இரட்டை முழுவாக இருக்கவேண்டும் (ஏன்?)

$$2m = 14 \Rightarrow (2m)^2 = 14^2 = 196$$

இதன் மூலம், $m^2 - 1 = 7^2 - 1 = 48 \Rightarrow (m^2 - 1)^2 = 48^2 = 2304$

$$m^2 + 1 = 7^2 + 1 = 50 \Rightarrow (m^2 + 1)^2 = 50^2 = 2500$$

$$196 + 2304 = 2500$$

(அல்லது) $(2m)^2 + (m^2 - 1)^2 = (m^2 + 1)$

ஆகவே, (14, 48, 50) ஆனது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

1.2 வர்க்கமூலம்

கூட்டல், கழித்தல், பெருக்கல் போன்ற செயல்பாடுகளைப் போன்றே வர்க்கப்படுத்துதலும் ஒரு கணிதச் செயல்பாடு ஆகும். பெரும்பாலான கணிதச் செயல்பாடுகளுக்கு 'நேர்மாறு' ('மறுதலை' எனப் பொருள்படும்) செயல்பாடுகள் உண்டு. எடுத்துக்காட்டாக, கழித்தலானது, கூட்டலுக்கு நேர்மாறாகவும், வகுத்தலானது, பெருக்கலுக்கு நேர்மாறாகவும் உள்ளன. இவ்வாறாக 'வர்க்கத்திற்கு' நேர்மாறு செயல்பாடாக 'வர்க்கமூலத்தை' காண்பதாக உள்ளது.

ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டாக $\sqrt{81}$ என்பது 9 ஆகும். ஏனெனில் $9 \times 9 = 81$ ஆகும்.

அருகிலுள்ள அட்டவணையில், 1 முதல் 100 வரையிலான அனைத்து முழு வர்க்க எண்களின், வர்க்க மூலங்கள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

வர்க்க மூலம்	காரணம்
$\sqrt{1} = 1$	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	$10^2 = 100$

நமக்கு, $324 = 18^2$ எனத் தெரியுமானால், உடனடியாக நாம் $\sqrt{324} = 18$ எனக் கூறி விடலாம்.

$11^2 = 121$ எனில், $\sqrt{121}$ என்பது யாது?

$529 = 23^2$ எனில், 529 இன் வர்க்கமூலம் யாது?

இங்கு, $1^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 ஆகும். மேலும் $(-1)^2 = 1$ ஆகும். ஆகவே, 1 இன் வர்க்கமூலம் 1 மற்றும் -1 ஆகும்.

$2^2 = 4$ ஆகும், ஆகவே 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 ஆகும். மேலும் $(-2)^2 = 4$ ஆகும். ஆகவே, 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 மற்றும் -2 ஆகும்.

இது போன்று , $3^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 ஆகும். மேலும் $(-3)^2 = 9$ ஆகும். ஆகவே 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 மற்றும் -3 ஆகும்.

மேற்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணிற்கு, வர்க்கமூலங்களாக இரு முழுக்கள் இருப்பதைத் தெரிவிக்கின்றன. ஆனால், கணக்குகளில் நாம் ஓர் இயல் எண்ணின் மிகை வர்க்கமூலத்தையே எடுத்துக்கொள்வோம்.

ஓர் எண்ணின் மிகை வர்க்க மூலத்தை எப்போதும் $\sqrt{\ }$ என்ற குறியீட்டைக் கொண்டே குறிப்போம்.

ஆகவே, $\sqrt{4}$ என்பது 2 மட்டுமே (-2 அல்ல); $\sqrt{9}$ என்பது 3 மட்டுமே (-3 அல்ல). இது பொதுவாக ஒப்புக் கொள்ளப்பட்ட குறியீடாகும் என்பதனை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

1.2.1 தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களைத் தொடர் கழித்தல் செய்து வர்க்க மூலம் காணுதல்:

ஒரு வர்க்க எண்ணை, 1 இல் தொடங்கித் தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாக எழுத இயலும் என்பது நமக்குத் தெரியும். ஆகவே, ஓர் வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை, 1இல் தொடங்கி, தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களை அந்த எண்ணிலிருந்து தொடர் கழித்தல் செய்து, பூச்சியம் கிடைக்க எத்தனை படிகள் தேவைப்படுகிறதோ, அந்தப் படிகளின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம் .

எடுத்துக்காட்டு 1.4

தொடர் கழித்தல் முறையில் 64 இன் வர்க்கமூலத்தைத் காண்க.

தீர்வு:

நாம் பின்வருமாறு கழித்தலை மேற்கொள்கிறோம்.

படி 1: $64 - 1 = 63$

படி 2: $63 - 3 = 60$

படி 3: $60 - 5 = 55$

படி 4: $55 - 7 = 48$

படி 5: $48 - 9 = 39$

படி 6: $39 - 11 = 28$

படி 7: $28 - 13 = 15$

படி 8: $15 - 15 = 0$

நாம், 1 இல் தொடங்கித், தொடர்ச்சியான ஒற்றை எண்களைக் கொடுக்கப்பட்ட 64 இல் இருந்து தொடர் கழித்தல் செய்தோம். 8 ஆவது படியில் நாம் பூச்சியத்தைப் பெற்றோம். ஆகவே, $\sqrt{64} = 8$ ஆகும். நமக்குப் பூச்சியம் கிடைக்கவில்லை எனில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணானது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக இருக்காது.

685584 என்பது ஒரு முழு வர்க்க எண் ஆகும். இதன் வர்க்க மூலத்தை ஒற்றை எண்களின் தொடர் கழித்தல் முறையில் நம்மால் காண முடியுமா? ஆம், நம்மால் முடியும். ஆனால், நீளமாகவும் நேரம் கூடுதலாகவும் எடுத்துக்கொள்ளும். ஆகவே, இதற்கு மாற்றாக முழு எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண நாம் மற்ற முறைகளையும் பயன்படுத்திப் பார்க்க வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

ஒற்றை எண்களைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் பயன்படுத்தி (1இல் தொடங்கி) பின்வரும் எண்கள் முழு வர்க்கங்களாக என ஆராய்ந்து, அவற்றுள் வர்க்க எண்களை அறிந்து, அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க. (i) 144 (ii) 256 (iii) 360

Unit 1 - Numbers - TM.indd 7 21-11-2019 12:06:00

1.2.2 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் வர்க்கமூலம் காணுதல்:

எண்களின் பகாக் காரணிகளையும் அந்த எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக் காரணிகளையும் கொண்ட பின்வரும் அட்டவணையைக் கவனிக்க.

எண்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பகாக் காரணிகள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்கள்	கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் வர்க்கங்களின் பகாக் காரணிகள்
6	$6 = 2 \times 3$	$6^2 = 36$	$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 3)^2$
8	$8 = 2 \times 2 \times 2$	$8^2 = 64$	$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = (2 \times 2 \times 2)^2$
12	$12 = 2 \times 2 \times 3$	$12^2 = 144$	$144 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = (2 \times 2 \times 3)^2$
15	$15 = 3 \times 5$	$15^2 = 225$	$225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = (3 \times 5)^2$

6 மற்றும் அதன் பகாக் காரணிகளைக் கவனிப்போம். இதில் 2 ஆனது எத்தனை முறை வருகிறது? இப்போது, அதன் வர்க்கமான 36 மற்றும் அதன் பகாக் காரணிகளைக் கவனிப்போம். இதில் 2 ஆனது எத்தனை முறை வருகிறது? இவ்வாறே 8, 12 மற்றும் 15 ஆகிய எண்களுக்கும் கண்டுபிடிக்கவும். (உங்கள் விருப்பம் போல் எந்த ஓர் எண்ணையும் அதன் வர்க்கத்தையும் நீங்கள் தேர்ந்தெடுக்கலாம்) நீங்கள் காண்பது என்ன?

ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை } = { அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்.

இந்தக் கருத்தைப் பயன்படுத்தி நாம் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணலாம். முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாகி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.5

பகாக் காரணிபடுத்துதல் முறையில் 324 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

முதலில், கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை அதன் பகாக் காரணிகளைக் கொண்டு பிரிக்கவும். ஒரே பகாக் காரணிகளைச் சோடியாக்கி, அவற்றுள் ஒரு எண்ணை மட்டும் எடுத்து வர்க்கமூலம் காண வேண்டும்.

இங்கு, $324 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2^2 \times 3^2 \times 3^2$

$= (2 \times 3 \times 3)^2$

$\therefore \sqrt{324} = \sqrt{(2 \times 3 \times 3)^2}$

$= 2 \times 3 \times 3$

$= 18$

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

எடுத்துக்காட்டு 1.6

108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

இங்கு, $108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 2^2 \times 3^2 \times 3$

2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

Unit 1 - Numbers - TM.indd 8 21-11-2019 12:06:03

இங்கு, இரண்டாவது பகாக் காரணியான 3 இக்கு சோடி இல்லை. ஆகவே, 108 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண் அல்ல.

சிந்திக்க

இங்கு, 108 ஐப் பெருக்கியோ வகுத்தோ ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாக்க, மிகச்சிறிய காரணியைக் காண வேண்டும் எனில், நாம் என்ன செய்ய வேண்டும்?

எடுத்துக்காட்டு 1.7

250 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கவோ வகுக்கவோ அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

5	250
5	50
5	10
	2

இங்கு, $250 = 5 \times 5 \times 5 \times 2$

$= 5^2 \times 5 \times 2$

இங்கு, பகாக் காரணிகளான 5 மற்றும் 2 இக்கு சோடிகள் இல்லை.

எனவே, நாம் 250 ஐ 10 (5×2) ஆல் பெருக்கவோ, வகுக்கவோ செய்யலாம்.

(i) 250 ஐ 10 ஆல் பெருக்க, நாம் பெறுவது $2500 = 5^2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2$. ஆகவே, 2500 இன் வர்க்கமூலம் $5 \times 5 \times 2 = 50$ ஆகும்.

(ii) 250 ஐ 10 ஆல் வகுக்க, நாம் பெறுவது 25. இங்கு $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$ எனப் பெறுகிறோம்.

பயிற்சி 1.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) 77 இன் வர்க்கத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கமானது ______________ ஆகும்.

   (ii) 24^2 மற்றும் 25^2 ஆகியவற்றிற்கிடையே ________ வர்க்கமற்ற எண்கள் உள்ளன.

   (iii) ஓர் எண் 5 இல் முடிந்தால், அதன் வர்க்கம் ________ இல் முடியும்.

   (iv) ஒரு வர்க்க எண்ணானது ________ எண்களைக் கொண்டு முடியாது.

   (v) 300 இக்கும் 500 இக்கும் இடையே ________ முழு வர்க்க எண்கள் உள்ளன.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

   (i) ஒரு வர்க்க எண்ணானது 6 இல் முடியும் எனில், அதன் வர்க்கமூலமானது ஒன்றாம் இலக்கமாக எண் 6 ஐப் பெற்றிருக்கும்.

   (ii) ஒரு வர்க்க எண்ணானது கடைசியில் ஒற்றைப்படை எண்ணிக்கையிலான பூச்சியங்ககளைப் பெற்றிருக்காது.

   (iii) 961000 இன் வர்க்கத்தில் உள்ள பூச்சியங்களின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

   (iv) (7, 24, 25) என்பது ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதி ஆகும்.

   (v) 221 இன் வர்க்கமூலம் 21 ஆகும்.

3. பின்வரும் எண்களின் வர்க்கங்களிலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கம் என்ன?

   (i) 36 (ii) 252 (iii) 543

4. கொடுக்கப்பட்ட எண்களைக் கவனித்து, அவை ஏன் முழு வர்க்க எண்கள் அல்ல என்பதை நியாயப்படுத்துக.

   (i) 1000 (ii) 34567 (iii) 408

5. பின்வரும் ஒற்றை எண்களை வழக்கமாகக் கூட்டாமல், கூடுதலைக் காண்க:

   (i) 1 + 3 + 5 + 7 + ... + 35

   (ii) முதல் 99 ஒற்றை இயல் எண்கள்

6. (i) 15^2 மற்றும் (ii) 19^2 ஆகியவற்றை அடுத்தடுத்த இரு மிகை முழுக்களின் கூடுதலாக எழுதவும்.

7. (i) 10^2 மற்றும் (ii) 11^2 ஆகியவற்றை தொடர்ச்சியான ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதவும்.

8. (i) மிகப் பெரிய எண் 65 ஆகவும் மற்றும் (ii) மிகச் சிறிய எண் 10 ஆகவும் கொண்ட பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதிகளைக் காண்க.

9. தொடர் கழித்தல் முறையில் பின்வரும் எண்களுக்கு வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

   (i) 144 (ii) 256 (iii) 784

10. பகாக் காரணப்படுத்துதல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க.

    (i) 1156 (ii) 4761 (iii) 9025

11. பின்வரும் எண்களில் ஒவ்வொன்றும் முழு வர்க்கமா என ஆராய்க.

    (i) 725 (ii) 190 (iii) 841 (iv) 1089

12. 1800 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் பெருக்கினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. கிடைத்த முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

13. எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் 10985 ஐ வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க.

14. 2352 ஆனது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகுமா? இல்லையெனில், 2352 ஐ எந்த மிகச்சிறிய எண்ணால் பெருக்க, அந்தப் பெருக்கற்பலன் ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. அந்தப் புதிய எண்ணின் வர்க்கமூலத்தையும் காண்க.

15. 8, 12 மற்றும் 15 ஆல் சரியாக வகுபடும் மிகச் சிறிய வர்க்க எண்ணைக் காண்க.

1.2.3 நீள் வகுத்தல் முறையில் ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

அதிகப்படியான இலக்கங்களைக் கொண்ட எண்களை நாம் காணும்போது, அவற்றின் வர்க்க மூலங்களைப் பகா காரணிப்படுத்துதல் முறையில் காண்பது என்பது நீளமானதாகவும் கடினமானதாகவும் அமையக் கூடும். அவ்வாறான நேரங்களில், நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுபடுத்துவது நமக்கு உதவிடும். இந்த முறையைப் பற்றி நாம் சில விளக்கங்களைக் கொண்டு இங்கு பார்க்கலாம்.

விளக்கம் 1

நீள் வகுத்தல் முறையில் 576 இன் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

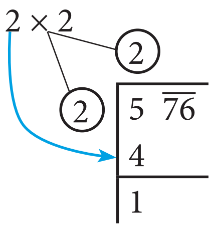
படி 1:

ஒன்றுகள் இடத்தில் உள்ள இலக்கம் தொடங்கி, இலக்கங்களைச் சோடியாக ஆக்கவும். ஒவ்வொரு சோடியும், மீதமுள்ள இலக்கமும் (ஏதேனும் இருப்பின்) ஒரு காலக் கட்டம் எனப்படும். ஒவ்வொரு சோடியின் மீதும் ஒரு சிறுக்கோட்டுத்துண்டினை இடவும் (கொடுக்கப்பட்ட எண்ணின் வலதுப் புறத்திலிருந்து). அந்த எண்ணில் ஒற்றை எண்ணிக்கையிலான இலக்கங்கள் இருப்பின், இடதுப்புற கடைசி இலக்கத்தின் மீது சிறுக்கோட்டுத்துண்டு இருக்காது.

இங்கு, நாம் $5\ \overline{76}$ என எழுதுகிறோம்.

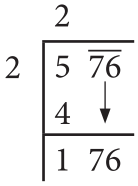
Unit 1 - Numbers - TM.indd 10 21-11-2019 12:06:04

படி 2:



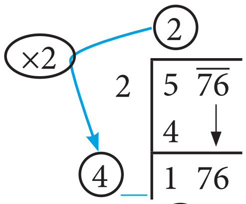
முதல் காலக் கட்டத்திலுள்ள எண்ணை விடச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கத்தைச் சிந்திக்கவும். அந்த எண்ணை வகுத்தியாகவும் ஈவு ஆகவும் எடுத்துக்கொள்ளவும். இங்கு, கடைசி இடதுப்புற எண் 5 ஆகும். ஆகவே, 5 இக்குச் சமமாகவோ அல்லது குறைவாகவோ உள்ள மிகப் பெரிய எண்ணின் வர்க்கமானது 2 ஆகும். இதுவே, நமது வகுத்தியும் ஈவும் ஆகும்.

படி 3:



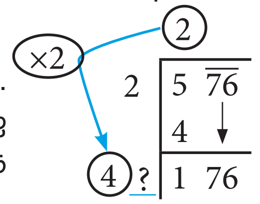
76 ஐ கீழே கொண்டு வந்து, மீதிக்கு வலதுபுறமாக எழுதவும். இப்போது, புதிய வகுபடும் எண்ணாக 176 கிடைக்கும்.

படி 4:



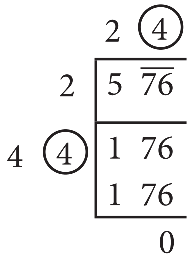
புதிய வகுத்தியைக் காண, முன்பு பெற்ற ஈவு (2)ஐ 2 ஆல் (எப்போதும்) பெருக்க வேண்டும். மேலும், அதனருகே ஒரு சிறு இடத்தை விட்டு விட வேண்டும்.

படி 5:



இங்கு புதிய வகுத்தியான 4 உடன் ஓர் இலக்கம் சேரும். புதிய ஈவுடன் புதிய வகுத்தியைப் பெருக்கினால் அது 176 ஐ விடக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்படி இந்த இலக்கத்தைத் தேர்வு செய்ய வேண்டும்.

படி 6:

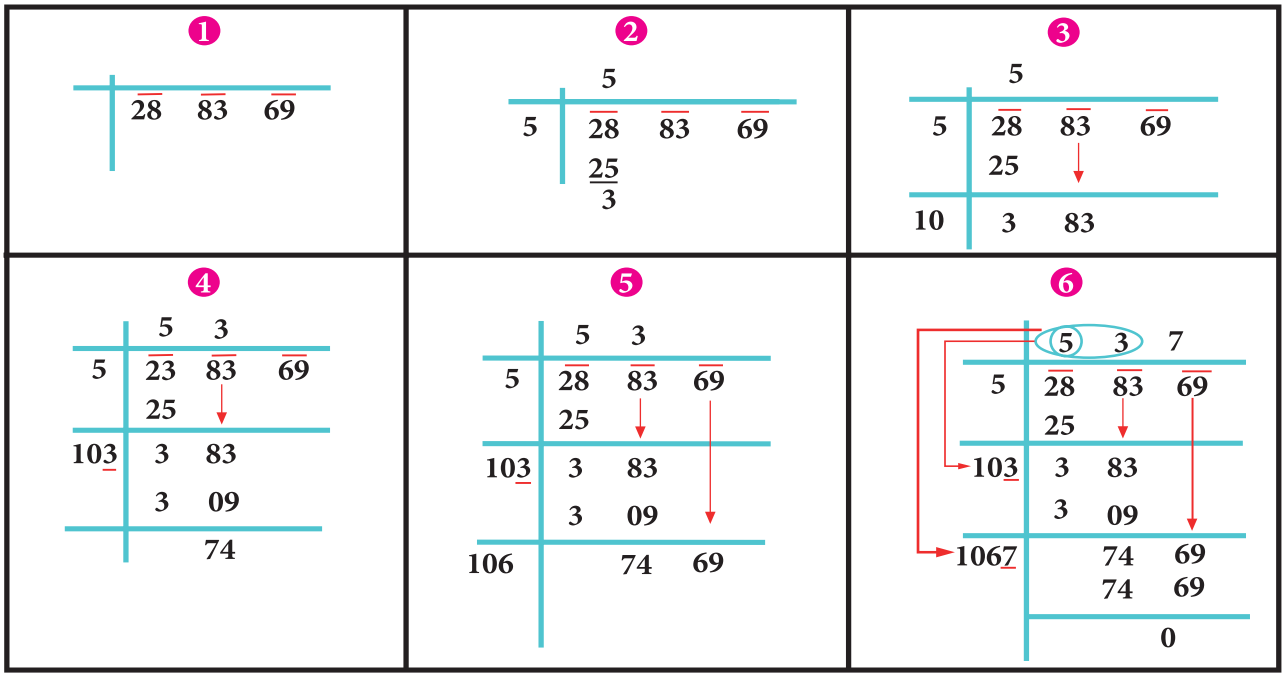


தேவையான இலக்கமாக இங்கு 4 அல்லது 6 ஆக இருக்கும் எனத் தெளிவாகிறது. (ஏன்?) ஆனால் நாம் கணக்கிடும்போது, $4\underline{6}\times\underline{6}=276$ ஆகவும் $4\underline{4}\times\underline{4}=176$ ஆகவும் கிடைக்கிறது. ஆகவே, அந்தச் சிறு இடத்தில் 4 என்ற எண்ணை இடுக்கிறோம். இங்கு 176 இலிருந்து 176 ஐ எழுதிக் கழித்து 0 ஐ மீதியாகப் பெறுகிறோம்.

$\therefore \sqrt{576}=24$ ஆகும்.

விளக்கம் 2

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டில், படிவாரியாக கணக்கிடுதலும் 288369 இன் வர்க்கமூலத்தை ஒவ்வொரு நிலையிலும் காணுதலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு படியையும் ஒன்றன் பின் ஒன்றாகக் கவனித்து, அந்த படிகள் விளக்குவதைப் புரிந்துகொள்ளவும்.



நீ காண்பது, $\sqrt{288369}=537$ என்பதாகும்.

இவற்றை முயல்க

நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

(i) 400 (ii) 1764 (iii) 4356

1.2.4 ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணுதல்:

நீள் வகுத்தல் முறையில், வர்க்க மூலத்தைக் காண நாம் சிறு கோட்டுத்துண்டினைப் பயன்படுத்தினோம். இந்தக் குறி சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகள், ஒரு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண உதவின. பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளைக் கவனிக்கவும். (நீள் வகுத்தல் முறையில் சிறு கோட்டுத்துண்டுகளுடன் வர்க்க மூலத்தைக் காணும் போது)

எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை	எண்களின் வர்க்கமூலம்	குறிகளின் எண்ணிக்கை	வர்க்கமூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை
$\sqrt{169} = 13$	2	2	$\sqrt{4356} = 66$	2	2
$\sqrt{441} = 21$	2	2	$\sqrt{6084} = 78$	2	2
$\sqrt{12544} = 112$	3	3	$\sqrt{27225} = 165$	3	3

ஆகவே, சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளின் எண்ணிக்கையானது வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கும் என நாம் முடிவு செய்யலாம்.

குறிப்பு

ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை n எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில்லுள்ள இலக்கங்களின்

எண்ணிக்கை $\begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \text{ ஆனது ஒற்றை எண் ஆகும்} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ ஆனது இரட்டை எண் ஆகும்} \end{cases}$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையை, வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிடாமல், ஊகித்துக் கூறவும்.

(i) 14400 (ii) 100000000 (iii) 390625

1.2.5 தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

தசம வடிவிலுள்ள எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் கணக்கிட நாம் பின்வரும் படிகளைப் பின்பற்றுவோம்.

படி 1:

தசம இடங்கள் இரட்டையாக வரும்படி (தேவைப்பட்டால் மட்டுமே) தசமப் பகுதியிலுள்ள கடைசி இலக்கத்திற்கு அடுத்து பூச்சியத்தைச் சேர்க்க வேண்டும்.

$\sqrt{42.25}$ ஐக் காணுதல்

படி 2:

கொடுக்கப்பட்ட எண்ணில் முழுக்களின் பகுதியும் தசமப் பகுதியும் உள்ளன. முழுக்கள் பகுதியை, முன்பு செய்ததுப் போன்று சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட்டு, நீள் வகுத்தல் முறையைப் பயன்படுத்திக் கண்டவாறு முழு வர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

$\sqrt{\overline{42}.\overline{25}}$ இல் சிறுக்கோட்டுத்துண்டுகளை நாம் இட வேண்டும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 12 21-11-2019 12:06:08

படி 3:

தசமப் பகுதியில், முதல் தசம இடத்தில் தொடங்கிச் சோடி எண்களுக்குச் சிறு கோட்டுத்துண்டினை இட வேண்டும்.

இவற்றை முயல்க

(i) 19.36 (ii) 1.2321 (iii) 116.64 ஆகிய எண்களின் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க

படி 4:

இப்போது, நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்கமூலத்தைக் காண வேண்டும்.

	6 5
6	42 25
	36
125	6 25
	6 25
	0

படி 5:

முழுக்கள் பகுதி முடிந்தவுடன், தசமப் புள்ளியை வர்க்கமூலத்தில் இட வேண்டும்.

$\therefore \sqrt{42.25} = 6.5$

1.2.6 எண்களின் பெருக்கல் மற்றும் வகுத்தல் ஆகியவற்றின் வர்க்கமூலத்தைக் காணுதல்:

ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் p மற்றும் q இக்கு,

(i) $\sqrt{pq} = \sqrt{p} \times \sqrt{q}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 1.8

$\sqrt{256}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

$\sqrt{256} = \sqrt{16\times16} = \sqrt{16}\times\sqrt{16} = 4\times4 = 16$ (அல்லது) $\sqrt{256} = \sqrt{64\times4} = \sqrt{64}\times\sqrt{4} = 8\times2 = 16.$

$\sqrt{a\times b} = \sqrt{a}\times\sqrt{b}$ என்பதைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் அட்டவணையை நிறைவு செய்ய முயற்சி செய்க.

சிந்திக்க

அட்டவணையை நிரப்பவும்:

$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{9}\times\sqrt{4} = 3\times2 = 6$	$\sqrt{36} = \sqrt{9}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{81} = ?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{9} =$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{81} = \sqrt{9}\times\sqrt{9}$ ஆகுமா?
$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{9}\times\sqrt{16} =$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{144} = \sqrt{9}\times\sqrt{16}$ ஆகுமா?	$\sqrt{144} = ?$	$\sqrt{36}\times\sqrt{4} =$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{144} = \sqrt{36}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?
$\sqrt{100} = ?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{4} =$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{100} = \sqrt{25}\times\sqrt{4}$ ஆகுமா?	$\sqrt{1225} = ?$	$\sqrt{25}\times\sqrt{49} =$ __ $\times$ __ $=$ __	$\sqrt{1225} = \sqrt{25}\times\sqrt{49}$ ஆகுமா?

செயல்பாடு

மேற்கண்ட அட்டவணையைப் போன்று, இரு முழு வர்க்க எண்கள் a மற்றும் b இக்கு $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (b \neq 0)$ என்பதை நிறைவு செய்யும்படி வர்க்கமூலக் கணக்குகளைக் கொண்ட ஓர் அட்டவணையைத் தயாரிக்க. இந்தச் சிந்தனையைப் பயன்படுத்திக் குறிப்பிட்ட சில வர்க்கமூலக் கணக்குகளை எளிதில் கணக்கிட முடியும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 13 21-11-2019 12:06:13

எடுத்துக்காட்டு 1.9

$\sqrt{42.25}$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு:

இங்கு, $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}}$ என எழுதலாம்.

இப்போது, 4225 இன் வர்க்க மூலத்தைத் தசம இடங்களைப் பற்றிக் கவலையில்லாமல், எளிதாகக் கணக்கிட முடியும்.

$\sqrt{4225} = 65$ ஆகவே, நாம் பெறுவது $\sqrt{42.25} = \sqrt{\frac{4225}{100}} = \frac{\sqrt{4225}}{\sqrt{100}} = \frac{65}{10} = 6.5$

இந்த முறையானது, நீள் வகுத்தல் முறையைத் தவிர்த்து தசம எண்களின் வர்க்கமூலத்தை காணப் பயன்படுகிறது.

இவற்றை முயல்க

மேற்கண்ட முறையைப் பயன்படுத்தி 1.2321 மற்றும் 11.9025 ஆகிய எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

எடுத்துக்காட்டு 1.10

சுருக்குக: $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$

தீர்வு:

$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$\sqrt{12} \times \sqrt{3} = \sqrt{12 \times 3} = \sqrt{36} = \sqrt{6^2} = 6$

எடுத்துக்காட்டு 1.11

சுருக்குக: $\sqrt{\frac{98}{162}}$

தீர்வு:

$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ என்பதை நினைவில் கொண்டு,

$\sqrt{\frac{98}{162}} = \sqrt{\frac{2 \times 49}{2 \times 81}} = \sqrt{\frac{49}{81}} = \sqrt{\frac{7^2}{9^2}} = \frac{7}{9}$ எனத் தீர்வு காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.12

சுருக்குக: (i) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

தீர்வு:

(i) $\sqrt{2\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{5^2}{3^2}} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ (ii) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \sqrt{\frac{5^2}{4^2}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

குறிப்புரை: இரண்டாவது கணக்கில், நாம் விடையை $1\frac{3}{4}$ என எளிதில் கூறிவிடக் கூடும். ஆனால், அது தவறாகும். ஏனெனில், கொடுக்கப்பட்ட கலப்பு பின்னத்தைத் தகா பின்னமாக மாற்றிய பிறகு, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $(b \neq 0)$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்தி மட்டுமே விடையைக் கூற வேண்டும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 14 21-11-2019 12:06:18

1.2.7 வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பறிதல்:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள $\sqrt{40}$, 6 மற்றும் 7ஆகிய எண்களை நம்மால் ஏறுவரிசையில் எழுத இயலுமா? இங்கு 40 என்பது ஒரு வர்க்க எண் அல்ல. அதனால், இதன் வர்க்க மூலத்தை நாம் எளிதாகக் காண இயலாது. ஆனால், $\sqrt{40}$ இன் தோராய மதிப்பை ஊகிக்க முடியும். அதைக் கணித்து இங்கு பயன்படுத்தலாம்.

40 இன் மிக அருகிலுள்ள இரு வர்க்க எண்களாக 36 மற்றும் 49 ஆகிய எண்கள் இருப்பதை நாம் அறிவோம்.

ஆகவே, $36 < 40 < 49$ என்பதை $6^2 < 40 < 7^2$ என எழுதலாம்.

வர்க்கமூலத்தை காண, நாம் பெறுவது $6 < \sqrt{40} < 7$.

இவற்றை முயல்க

(i) 4, $\sqrt{14}$, 5 மற்றும் (ii) 7, $\sqrt{65}$, 8 ஆகிய எண்களின் தொகுப்புகளை ஏறு வரிசையில் அமைக்கவும்.

பயிற்சி 1.2

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) ஓர் எண்ணில் 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருப்பின், அந்த எண்ணின் வர்க்கமூலத்தில் ____________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

   (ii) $\sqrt{180}$ இன் மதிப்பானது _______ மற்றும் _______ என்ற முழுக்களிடையே இருக்கும்.

   (iii) $\sqrt{10} \times \sqrt{6} \times \sqrt{15} =$ _______.

   (iv) $\dfrac{\sqrt{300}}{\sqrt{192}} =$ _______.

   (v) $\sqrt{65.61} =$ _______.

2. பின்வரும் எண்களின் வர்க்க மூலங்களின் தோராய மதிப்பை, அருகிலுள்ள முழு எண்ணிற்கு மதிப்பிடவும்:.

   (i) $\sqrt{440}$ (ii) $\sqrt{800}$ (iii) $\sqrt{1020}$

3. 1300 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கூட்டினால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க. மேலும், அந்த முழு வர்க்கத்தின் வர்க்க மூலத்தையும் காண்க.

4. 6412 இலிருந்து எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைக் கழித்தால் அது ஒரு முழு வர்க்க எண்ணாகும் எனக் காண்க.

5. நீள் வகுத்தல் முறையில் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 17956 (ii) 11025 (iii) 6889 (iv) 1764 (v) 418609

6. பின்வரும் தசம எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) 2.89 (ii) 1.96 (iii) 67.24 (iv) 31.36 (v) 2.0164 (vi) 13.987

7. பின்வரும் பின்னங்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

   (i) $\dfrac{144}{221}$ (ii) $7\dfrac{18}{49}$ (iii) $6\dfrac{1}{4}$ (iv) $4\dfrac{25}{36}$

8. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக.**

   (i) $\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{8}} = 2$ (ii) $\sqrt{\dfrac{625}{1024}} = \dfrac{25}{32}$ (iii) $\sqrt{28} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

   (iv) $\sqrt{225} + \sqrt{64} = \sqrt{289}$ (v) $\sqrt{1\dfrac{400}{441}} = 1\dfrac{20}{21}$

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

9. $\sqrt{48}$ இன் தோராய மதிப்பானது _______ இக்கு சமம்.

(அ) 5 (ஆ) 6 (இ) 7 (ஈ) 8

10. $\sqrt{128}-\sqrt{98}+\sqrt{18}$ =

(அ) $\sqrt{2}$ (ஆ) $\sqrt{8}$ (இ) $\sqrt{48}$ (ஈ) $\sqrt{32}$

11. $\sqrt{22+\sqrt{7+\sqrt{4}}}$ =

(அ) $\sqrt{25}$ (ஆ) $\sqrt{33}$ (இ) $\sqrt{31}$ (ஈ) $\sqrt{29}$

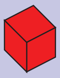
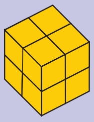
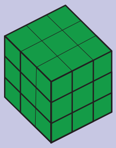
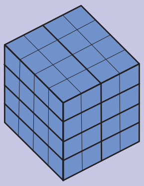
12. 123454321 இன் வர்க்கமூலத்திலுள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கையானது _______ ஆகும்.

(அ) 4 (ஆ) 5 (இ) 6 (ஈ) 7

1.3 கனமும், கன எண்களும்

ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும். ஓர் எண்ணானது n எனில், அதன் கனத்தை n^3 எனக் குறிப்பிடுவோம்.

கன எண்களை, ஓரலகு கனங்களைக் கொண்ட முப்பரிமாணக் கனங்கள் மூலம் காட்சிப்படுத்தி விளக்கலாம். கன எண்களானது முழுக் கனங்கள் என்றும் அழைக்கப்படும். இயல் எண்களின் முழு கனங்களாக 1, 8, 27, 64, 125, 216, ... ஆகிய எண்கள் அமைகின்றன.

வடிவியல் பிரதிநிதித்துவம்	பெருக்கல் பிரதிநிதித்துவம்	குறியீடு	முழு கன சதுரம்
	$1 \times 1 \times 1$	1^3	1
	$2 \times 2 \times 2$	2^3	8
	$3 \times 3 \times 3$	3^3	27
	$4 \times 4 \times 4$	4^3	64

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

இராமானுஜன் எண் – $1729 = 12^3+1^3 = 10^3+9^3$

ஒரு சமயம், நோயுற்றிருந்த கணிதமேதை இராமானுஜனைப் பார்க்க, 1729 என்ற வாடகை மகிழுந்தில் கணித விரிவுரையாளர் ஹார்டி என்பவர், புட்னி என்ற இடத்திற்குப் பயணம் செய்தார். ஹார்டி இராமானுஜனிடம் அந்த மகிழுந்தில் எண்ணானது மந்தமானதாகவும் சகுணம் சரி இல்லாத எண்ணாகவும் இருப்பதை தான் நம்புவதாகவும் கூறினார். அதற்கு இராமானுஜன், "அப்படி இல்லை, அது ஆர்வத்தைத் தூண்டும் ஓர் எண்ணாகும். இரு கன எண்களின் கூடுதலாக இரு வழிகளில், எழுத இயலும் மிகச் சிறிய எண்ணாகும்" என்று கூறினார். இது போலவே 4104, 13832, 20683 ஆகிய எண்களையும் இராமானுஜன்– ஹார்டி எண்களாகக் கூறலாம்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 16 21-11-2019 12:06:29

1.3.1 எண்களுடைய கனங்களின் பண்புகள்:

	பண்புகள்	எடுத்துக்காட்டுகள்
1	மிகை எண்ணின் கனமானது மிகை எண்ணாகும்.	$6^3 = 6\times6\times6 = 216.$
2	குறை எண்ணின் கனமானது குறை எண்ணாகும்.	$(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$
3	ஒவ்வொர் இரட்டைப்படை எண்ணின் கனமானது இரட்டைப்படை எண்ணாகும்.	2^3, 4^3, 6^3, 8^3... ஆகியவை இரட்டைப்படை எண்ணாகும்
4	ஒவ்வொர் ஒற்றைப்படை எண்ணின் கனமானது ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்.	1^3, 3^3, 5^3, 7^3, 9^3... ஆகியவை ஒற்றைப்படை எண்ணாகும்
5	ஓர் இயல் எண்ணானது 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 இல் முடிந்தால் அதன் கனமும் முறையே அதே 0, 1, 4, 5, 6 அல்லது 9 ஆகிய எண்களில் தான் முடியும்.	$10^3 = 1000$, $11^3 = 1331$, $14^3 = 2744$ $15^3 = 3375$, $16^3 = 4096$, $19^3 = 6859$
6	ஓர் இயல் எண்ணானது 2 அல்லது 8 இல் முடிந்தால். அதன் கனமானது முறையே 8 அல்லது 2 இல் முடியும்.	$12^3 = 1728$, $18^3 = 5832$
7	ஓர் இயல் எண்ணானது 3 அல்லது 7 இல் முடிந்தால் அதன் கனமானது முறையே 7 அல்லது 3 இல் முடியும்.	$13^3 = 2197$, $17^3 = 4913$
8	முதல் n இயல் எண்களுடைய கனங்களின் கூடுதலானது, முதல் n இயல் எண்களுடைய கூடுதலின் வர்க்கத்திற்கு சமமாகும்.	$1^3+2^3+3^3+.....+n^3 = (1+2+3+.....+n)^2$ $1^3+2^3+3^3+4^3 = (1+2+3+4)^2$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்,

குறிப்பு

- ஒரு முழு கனமானது இரண்டு பூச்சியங்களுடன் முடியாது.
- ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் 4 அல்லது 5 அல்லது 6 இலக்கங்கள் இருக்க வாய்ப்புண்டு.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எண்களின் கனத்திலுள்ள ஒன்றுகள் இலக்கத்தைக் காண்க.

(i) 17 (ii) 12 (iii) 38
(iv) 53 (v) 71 (vi) 84

1.3.2 கனமூலம்:

ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கனமூலம் எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக, 27 இன் கனமூலம் 3 ஆகும். ஏனெனில், 3 இன் கனமானது 27–ஐ தரும்.

குறிப்பு

ஓர் எண் x இன் கனமூலமானது $\sqrt[3]{x}$ அல்லது $x^{\frac{1}{3}}$ எனக் குறிக்கப்படுகிறது.

இங்கு, சில கனங்களும் கனமூலங்களும் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

$\sqrt[3]{1} = 1$ ஏனெனில் $1^3 = 1$, $\sqrt[3]{8} = 2$ ஏனெனில் $2^3 = 8$,
$\sqrt[3]{27} = 3$ ஏனெனில் $3^3 = 27$, $\sqrt[3]{64} = 4$ ஏனெனில் $4^3 = 64$,
$\sqrt[3]{125} = 5$ ஏனெனில் $5^3 = 125$... எனத் தொடரும்

கனம்	கனமூலம்	கனம்	கனமூலம்
1	1	729	9
8	2	1000	10
27	3	1331	11
64	4	1728	12
125	5	2197	13
216	6	2744	14
343	7	3375	15
512	8	4096	16

Unit 1 - Numbers - TM.indd 17 21-11-2019 12:06:36

எடுத்துக்காட்டு 1.13

400 என்பது ஒரு முழு கன எண்ணாகுமா?

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் $400 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 5 \times 5$ எனப் பெறலாம்.
இங்கு, ஒரே ஒரு மூன்றன் தொகுதி மட்டுமே உள்ளது. மேற்கொண்டு மூன்றன் தொகுதிகளைப் பெற நமக்கு இன்னும் இரண்டு 2 களும் ஒரு 5 உம் தேவை. ஆகவே, 400 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

எடுத்துக்காட்டு 1.14

675 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண்ணைப் பெறலாம்.?

தீர்வு:

3	675
3	225
3	75
5	25
5	1
	1

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ ……………..(1)

என நாம் பார்க்கிறோம். 675 இன் பகாக் காரணிகளை மூன்றன் தொகுதிகளாகப் பிரித்தால், 5×5 மட்டும் மீதமாக இருக்கும். ஆகவே, அதை முழு கன எண்ணாக ஆக்க நமக்கு மேலும் ஒரு 5 தேவை. ஆகவே, 675 ஐ ஒரு முழு கன எண்ணாக மாற்ற 1 இன் இருபுறமும் 5 ஆல் பெருக்க வேண்டும்.

$675 \times 5 = (3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5) \times 5$

$3375 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$

இப்போது, 3375 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும். எனவே, 675 ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாக, அதனுடன் பெருக்க வேண்டிய மிகச் சிறிய எண்ணானது 5 ஆகும்.

சிந்திக்க

மேற்கண்ட வினாவில், 'பெருக்கினால்' என்பதற்கு பதிலாக 'வகுத்தால்' என மாற்றினால், தீர்வு எவ்வாறு மாறுபடும்?

1.3.3 பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் ஓர் எண்ணின் கனமூலம் காணுதல்:

படி 1: கொடுக்கப்பட்ட எண்ணை பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனாகப் பிரிக்க வேண்டும்.

படி 2: ஒரே பகாக் காரணிகளைக் கொண்ட மூன்றன் தொகுதிகளை அமைக்க வேண்டும்.

படி 3: ஒவ்வொரு மூன்றன் தொகுதியிலிருந்தும் ஓர் எண்ணைத் தேர்வு செய்து, அந்தப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கல்பலனைக் கண்டு கனமூலத்தைக் காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.15

27000 இன் கனமூலத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம், நாம் பெறுவது. $27000 = 2\times2\times2\times3\times3\times3\times5\times5\times5$

$$\therefore \sqrt[3]{27000} = 2\times3\times5 = 30.$$

எடுத்துக்காட்டு 1.16

மதிப்பைக் காண்க: i) $\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}}$ ii) $\sqrt[3]{\frac{1728}{729}}$

தீர்வு:

i) $$\sqrt[3]{\frac{9261}{8000}} = \frac{\sqrt[3]{9261}}{\sqrt[3]{8000}} = \frac{(21\times21\times21)^{1/3}}{(20\times20\times20)^{1/3}} = \frac{(21^3)^{1/3}}{(20^3)^{1/3}} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

ii) $$\sqrt[3]{\frac{1728}{729}} = \frac{\sqrt[3]{1728}}{\sqrt[3]{729}} = \frac{(12\times12\times12)^{1/3}}{(9\times9\times9)^{1/3}} = \frac{(12^3)^{1/3}}{(9^3)^{1/3}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 18 21-11-2019 12:06:37

பயிற்சி 1.3

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

   (i) 73 இன் கணத்திலுள்ள ஒன்றுகளின் இலக்கம் ____________ ஆகும்.

   (ii) ஓர் ஈரிலக்க எண்ணின் கனத்தில் அதிகபட்சமாக ________ இலக்கங்கள் இருக்கும்.

   (iii) 540×50 இன் கன மூலம் ____________ ஆகும்.

   (iv) 0.000004913 இன் கனமூலம் ____________ ஆகும்.

   (v) 3333 உடன் மிகச்சிறிய எண்ணான ____________ ஐ கூட்டினால், அது ஒரு முழு கன எண்ணாகும்.

2. **சரியா? தவறா? எனக் கூறுக:**

   (i) 0.0012 இன் கனமானது 0.000001728 ஆகும்.

   (ii) 250047 இன் கன மூலமானது 63 ஆகும்.

   (iii) 79570 என்ற எண்ணானது ஒரு முழு கன எண்ணல்ல.

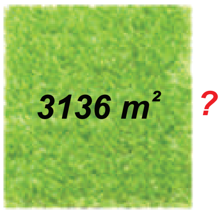
M9V8I8

3. 1944 ஒரு முழு கன எண்ணல்ல என நிருபிக்க.
4. $24 \times 36 \times 80 \times 25$ இன் கனமூலம் காண்க.
5. 10985 ஐ எந்த மிகச் சிறிய எண்ணால் வகுக்க, ஈவு ஆனது ஒரு முழு கன எண்ணாகும் எனக் காண்க.
6. எந்த இரு மிகச் சிறிய முழு வர்க்க எண்களைப் பெருக்கினால் ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.
7. ஓர் வர்க்க எண்ணின் கனமானது 729 எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.
8. 46656 இன் கனமூலத்தின் வர்க்க மூலம் என்ன?
9. பகாக் காரணிப்படுத்துதல் மூலம் 729 மற்றும் 6859 ஆகியவற்றின் கன மூலத்தைக் காண்க.
10. 200 உடன் எந்த மிகச் சிறிய எண்ணைப் பெருக்க, ஒரு முழு கன எண் கிடைக்கும் எனக் காண்க.

இதர எடுத்துக்காட்டுகள்:

எடுத்துக்காட்டு 1.17

ஒரு சதுர நிலத்தின் பரப்பளவு 3136 சதுர மீட்டர் எனில், அதன் சுற்றளவைக் காண்க.



தீர்வு:

சதுர நிலத்தின் பரப்பு = 3136 மீ^{2} (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது). ?

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் பக்க அளவு = $\sqrt{3136}$ = 56 மீ (கண்டுபிடிக்கவும்!)

$\therefore$ சதுர நிலத்தின் சுற்றளவு = $4 \times$ பக்க அளவு

= 4×56

= 224 மீ

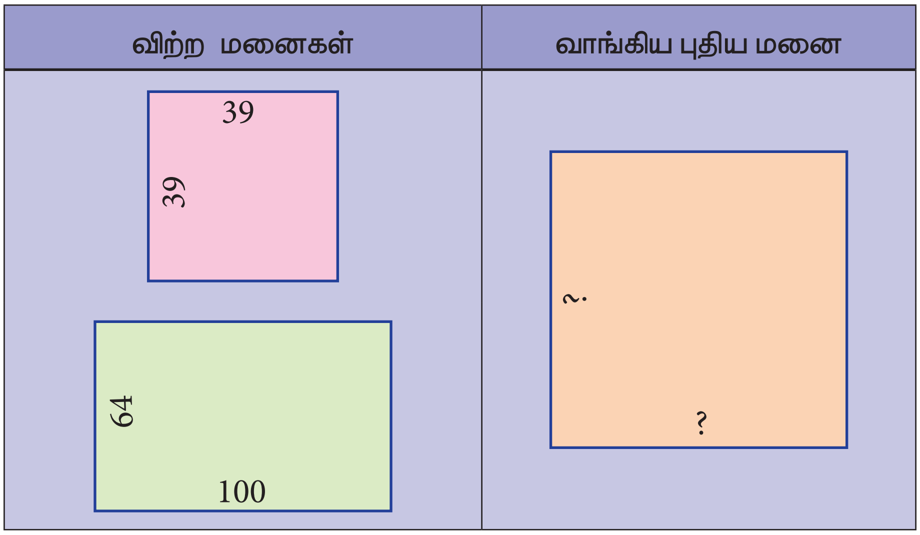
	5 6
5	31 36
	25
106	6 36
	6 36
	0

எடுத்துக்காட்டு 1.18

மனையின் சொந்தக்காரர் ஒருவர், 39 மீ பக்க அளவுக் கொண்ட ஒரு சதுர மனையும், 100 மீ நீளமும் 64 மீ அகலமும் கொண்ட ஒரு செவ்வக மனையும் என 2 மனைகள் வைத்திருந்தார். இவை இரண்டையும் விற்று, அவர் புதியதாக அதே பரப்பளவில் ஒரு சதுர மனையை வாங்குகிறார் எனில், அவருடைய புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு என்ன?

தீர்வு:

பரிமாற்றங்கள் படத்தில் உள்ளவாறு அமைகின்றன.



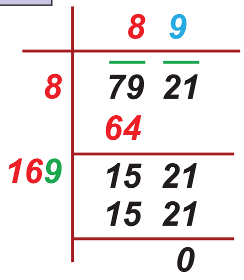
வாங்கிய புதிய மனையின் பரப்பளவு = விற்ற சதுர மனையின் பரப்பளவு + விற்ற செவ்வக மனையின் பரப்பளவு

$= 39 \times 39 + 100 \times 64$

$= 1521 + 6400$

$= 7921$ மீ²

புதிய சதுர மனையின் பக்க அளவு = $\sqrt{7921} = 89$ மீ



1.4 அடுக்குக்குறிகளும் படிகளும்

சில எண்களை எவ்வாறு வர்க்கங்களாகவும், கனங்களாகவும் எழுதலாம் என்பது நமக்குத் தெரியும். எடுத்துக்காட்டாக, 25 ஐ 5^2 எனவும் 125 ஐ 5^3 எனவும் எழுதுவோம். பொதுவாக, ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் 'படி' என்கிறோம்.

இங்கு, எண் 5 ஐ அடிமானம் எனலாம். எண் 2 ஐ அடுக்கு (அல்லது) படி எனக் கூறுவோம்.

அடுக்கு என்பது ஓர் அடிமான எண்ணானது எத்தனை முறை காரணியாகப் பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.

1.4.1 மிகை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகள்:

முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட படிகளின் மதிப்பானது எப்போதும் விரைவாகக் கூடிக் கொண்டே செல்லும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டினைக் கவனிக்க.

$2^1 = 2$

$2^2 = 2\times2=4$

$2^3 = 2\times2\times2=8$

$2^4 = 2\times2\times2\times2 =16$

$2^5 = 2\times2\times2\times2\times2=32$

$2^6 = 2\times2\times2\times2\times2\times2=64$

$2^7 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=128$

$2^8 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=256$

$2^9 = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=512$

$2^{10} = 2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2=1024$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 20 21-11-2019 12:06:38

இதே வேகத்தில், 2^{100} இன் மதிப்பு என்னவாக இருக்கும் என நீ நினைக்கிறாய்?

இங்கு 2^{100}=**1,267, 650, 600, 228, 229, 401, 496, 703, 205, 376** ஆகும்.

இதன் மூலம், பெரிய எண்களைப் பயன்படுத்தும் போது முழு எண்களை அடுக்குகளாகக் கொண்ட அடுக்குக் குறியீடானது பயனுள்ளதாக அமையும் என நாம் புரிந்து கொள்கிறோம்.

1.4.2 பூச்சியமும் குறை அடுக்குகளைக் கொண்ட படிகளும்:

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = ?$

இந்த அமைப்பைக் கவனிக்க. ஆரம்பம் முதல் கொண்டு, அடுத்தடுத்த படிகளில் என்ன நடக்கிறது? முடிவானது முந்திய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைப் பார்க்கிறோம் அல்லவா. ஆகவே, 2^0 பற்றி நாம் என்ன கூறலாம்?

இதே போன்று 3^5, 3^4, 3^3 என அவற்றிற்கு ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்தால், அதிலிருந்து 3^0 பற்றி நாம் அறிவது யாது?

அதற்கு 2 இன் அமைப்பைப் பயன்படுத்தி, எந்தவொரு பூச்சியமற்ற எண்ணின் பூச்சிய அடுக்கானது 1 என்பதை நாம் காணலாம்.

$$a^0 = 1, \text{ இங்கு } a \neq 0$$

$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$
$2^0 = 1$
$2^{-1} = \frac{1}{2}$
$2^{-2} = \frac{1}{4}$
$2^{-3} = \frac{1}{8}$

இந்த அமைப்பை மேலும் நீட்டிப்புச் செய்தால் என்ன நடக்கிறது என்பதைப் பார்ப்போம். முன்பு போலவே, ஆரம்பம் முதல் கொண்டு அடுத்தடுத்த படிகளின் முடிவானது முந்தைய படியின் மதிப்பில் பாதியாக இருப்பதைக் காண்கிறோம்.

$2^0 = 1$ என்பதால், அடுத்தப் படியான 2^{-1} இன் மதிப்பானது முந்தைய படியின் மதிப்பினை 2 ஆல் வகுக்கக் கிடைப்பதாகும். அதாவது, $\frac{1}{2}$ ஆகும். அடுத்ததாக 2^{-2} இன் மதிப்பானது $\frac{1}{2}$ ஐ 2 ஆல் வகுக்க கிடைப்பது ஆகும். அதாவது $\frac{1}{4}$ ஆகும். இவ்வாறாக இது தொடரும்.

பொதுவாக $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, இங்கு m ஆனது ஒரு முழு எண் ஆகும்.

1.4.3 அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி எண்களின் விரிவாக்க அமைப்பைக் காணுதல்

கீழ் வகுப்புகளில், ஒரு முழு எண்ணை எவ்வாறு விரிவாக்கம் செய்து எழுதலாம் என்பதை கற்று இருக்கிறோம். எடுத்துக்காட்டாக

$$5832 = (5\times1000) + (8\times100) + (3\times10) + (2\times1)$$
$$= 5\times10^3 + 8\times10^2 + 3\times10^1 + 2$$ (நாம் அடுக்குக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தும் போது)

5 8 3 2
$2\times1 = 2$
$3\times10 = 30$
$8\times100 = 800$
$5\times1000 = 5000$

தசமப் புள்ளியில் எண்கள் தரப்பட்டால் அவற்றின் விரிவாக்கத்தை நாம் எப்படிச் செய்வது? இங்கு 10 இன் குறை அடுக்குகள் நமக்கு உதவிடும்!

ஆகவே, $58.32 = 50 + 8 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100}$

$$= (5\times10) + (8\times1) + \left(3\times\frac{1}{10}\right) + \left(2\times\frac{1}{100}\right)$$
$$= (5\times10^1) + (8\times10^0) + (3\times10^{-1}) + (2\times10^{-2})$$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 21 21-11-2019 12:06:40

இவற்றை முயல்க

அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி பின்வரும் எண்களை விரிவாக்கம் செய்க.

(i) 8120 (ii) 20305 (iii) 3652.01 (iv) 9426.521

1.4.4 அடுக்குகளின் விதிகள்

குறிப்பிட்ட அடிப்படை கருத்துக்களைக் கொண்டு அமைவனவே அடுக்குகளின் விதிகள் ஆகும். அடுக்கு என்பது நாம் ஓர் எண்ணை, பெருக்கலில் எத்தனை முறை பயன்படுத்துகிறோம் என்பதைக் குறிப்பதாகும். ஒரு குறை அடுக்கானது நம்மை வகுக்கச் செய்யக் கூறும். ஏனெனில், பெருக்கலின் நேர்மாறு வகுத்தலாகும்.

பெருக்கல் விதி

இந்த விதியின் படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களைப் பெருக்கும்போது, அதன் அடுக்குகளைக் கூட்டிக் கொள்ளலாம் என்பதாகும். அதாவது.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

இங்கு, a $(a \neq 0)$, m, n என்பது முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ)	$2^3 \times 2^2 = 2^5$ (இங்கு $8 \times 4 = 32$ ஆகும். இது $2^{3\times2}$ அல்ல என்பதைக் கவனிக்கவும்)
(ஆ)	$(-2)^{-4} \times (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^4} \times \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2)^4 \times (-2)^3} = \frac{1}{(-2)^{4+3}} = \frac{1}{(-2)^7} = (-2)^{-7}$ அல்லது $(-2)^{-4} \times (-2)^{-3} = (-2)^{(-4)+(-3)} = (-2)^{-7}$
(இ)	$(-5)^3 \times (-5)^{-3} = (-5)^{3-3} = (-5)^0 = 1$

வகுத்தல் விதி

இந்த விதியின் படி, ஒரே அடிமான எண்களைக் கொண்ட இரண்டு படி எண்களை வகுக்கும் போது அதன் அடுக்குகளைக் கழித்துக் கொள்ளலாம் என்பதாகும். அதாவது.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

இங்கு, a, $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும். இங்கு, அடிமான எண்கள், இரண்டு படி எண்களிலும் சமமாக இருக்க வேண்டும் என்பதைக் கவனிக்கவும்.

இது எவ்வாறு உண்மையாகிறது என்பதைப் பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறியலாம்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 22 21-11-2019 12:06:41

எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ)	$\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = \frac{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}{(-3)\times(-3)} = (-3)\times(-3)\times(-3) = (-3)^3$ (அல்லது) $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^5 \times (-3)^{-2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ (அல்லது) விதியின் படி, $\frac{(-3)^5}{(-3)^2} = (-3)^{5-2} = (-3)^3$ [சுருக்கத் தீர்வு -27 ஆகும்]
(ஆ)	$\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = \frac{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots 100 \text{ முறை}}{(-7)\times(-7)\times(-7)\times\ldots\ 98 \text{ முறை}} = (-7)\times(-7) = 49$ (அல்லது) விதியின் படி, $\frac{(-7)^{100}}{(-7)^{98}} = (-7)^{100-98} = (-7)^2 = 49.$

படி விதி

ஒரு படி எண்ணை மற்றொரு அடுக்கிற்கு உயர்த்தினால், அந்த அடுக்குகளைப் பெருக்கிக் கொள்ளலாம் என்பதாகும்.

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

இங்கு a, $(a \neq 0)$, m, n என்பன முழுக்கள் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்

$$[(-2)^3]^2 = [(-2)\times(-2)\times(-2)]^2 = [-8]^2 = 64$$

(அல்லது)

$$[(-2)^3]^2 = [-8]^2 = (-8)\times(-8) = 64$$

(அல்லது)

$$[(-2)^3]^2 = (-2)^{3\times 2} = (-2)^6 = 64$$ (படி விதியைப் பயன்படுத்தி)

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் விதிகளைச் சரிபார்க்க (மேலே செய்தது போன்று) இங்கு, a, b என்பன பூச்சியமற்ற முழுக்கள் எனவும் m, n ஆகியன முழுக்கள் எனவும் கொள்க.

1. பூச்சிய அடுக்கு விதி : $a^0 = 1$.
2. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் பெருகற்பலன் அந்த எண்களின் பெருக்கற்பலனின் படிக்குச் சமம் என்ற விதியால் : $a^m \times b^m = (ab)^m$ ஆகும்.
3. ஒரே படிகளைக் கொண்ட இரு எண்களின் வகுத்தலானது அந்த எண்களின் வகுத்தலின் படிக்குச் சமம் என்ற விதியால் : $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 23 21-11-2019 12:06:42

எடுத்துக்காட்டு 1.19

மதிப்பு காண்க (i) 4^{-3} (ii) $\frac{1}{2^{-3}}$

தீர்வு:

(i) $4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4\times4\times4} = \frac{1}{64}$ (ii) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 2\times2\times2 = 8$

எடுத்துக்காட்டு 1.20

சுருக்குக: (i) $(-2)^5\times(-2)^{-3}$ (ii) $\frac{3^2}{3^{-2}}$

தீர்வு:

(i) $(-2)^5\times(-2)^{-3} = (-2)^{5-3} = (-2)^2 = -2\times-2 = 4.$

(ii) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2\times3^2 = 9\times9 = 81$

எடுத்துக்காட்டு 1.21

2 ஐ அடிமான எண்ணாக இருக்குமாறு 4^{-5} ஐ அமைக்கவும்.

தீர்வு:

$4 = 2^2$ என்பதால் நாம் $4^{-5} = (2^2)^{-5} = 2^{2\times(-5)} = 2^{-10}$ என எழுதலாம். [இங்கு, நாம் $(a^m)^n = a^{mn}$ என்ற விதியைப் பயன்படுத்துகிறோம்]

எடுத்துக்காட்டு 1.22

விடையை அடுக்குக்குறியீட்டில் சுருக்கி எழுதுக.

(i) $(3^5 \div 3^8)^5 \times 3^{-5}$ (ii) $(-3)^4\times\left(\frac{5}{3}\right)^4$

தீர்வு:

(i) $\left(\frac{3^5}{3^8}\right)^5\times 3^{-5} = (3^{5-8})^5\times3^{-5} = (3^{-3})^5\times3^{-5} = 3^{-3\times5}\times3^{-5} = 3^{-15}\times3^{-5} = 3^{-15-5} = 3^{-20} = \frac{1}{3^{20}}$

(ii) $(-3)^4\times\left(\frac{5}{3}\right)^4 = 3^4\times\frac{5^4}{3^4} = 5^4$

எடுத்துக்காட்டு 1.23

$(-7)^{x+2}\times(-7)^5 = (-7)^{10}$ எனில் x ஐக் காண்க.

தீர்வு:

$$(-7)^{x+2}\times(-7)^5 = (-7)^{10}$$

$$(-7)^{x+2+5} = (-7)^{10}$$

இங்கு, அடிமான எண்கள் சமம். ஆகவே, அடுக்குகளை நாம் சமன் செய்து பெறுவது,

$$x+7=10$$

$$x = 10-7 = 3$$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 24 21-11-2019 12:06:44

1.4.5 திட்டக் குறியீடும் அறிவியல் குறியீடும்

ஓர் எண்ணின் திட்டக் குறியீடு (வடிவம்) என்பது ஓர் எண்ணை நாம் வழக்கமாக எழுதுவதே ஆகும். நாம், ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் மதிப்பைக் காண்பிக்க விரிவாக்கக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துகிறோம். அதாவது, அந்த எண்ணை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் இட மதிப்பைக் கொண்டு பொருத்தி (ஒன்றுகள், பத்துகள், நூறுகள்… போன்று) அதனை ஒவ்வொரு இலக்கத்தின் கூடுதலாக எழுதுகிறோம்.

எடுத்துக்காட்டு

$$195 = 1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$$

திட்டக் குறியீடு (195) ; விரிவாக்கக் குறியீடு ($1 \times 100 + 9 \times 10 + 5$)

195 என்பது திட்டக் குறியீட்டில் உள்ளது.

வானியலாளர்கள், உயிரியலாளர்கள், பொறியாளர்கள், இயற்பியலாளர்கள் என பலர் மிகச் சிறிய மற்றும் மிகப் பெரிய எண்களை அளவுகளாகக் கொண்ட பொருள்களை அவ்வப்போது எதிர் நோக்குகிறார்கள். அவர்கள், அவற்றைத் திட்டக் குறியீட்டில் எழுதினால், மற்றவர்களுக்கு எளிதாகப் புரியவோ அல்லது கணக்கிடவோ அமையாது. இவ்வாறான எண்களை எளிமையாகப் புரிந்துக் கொள்ளவும் கணக்கிடவும் ஒரு வழியாக நமக்கு 'அறிவியல் குறியீடு' உதவுகிறது.

ஓர் எண்ணை அறிவியல் குறியீட்டில், ஓர் எண்ணுடன் (முழுக்கள் அல்லது தசம எண்கள்) 10 இன் படியாகப் பெருக்கிக் காட்டுவதாகும் .

நாம் தசமத்தை (தசம புள்ளி) 1 இலிருந்து 10 க்குள் ஓர் எண் கிடைக்கும் வரை முன்பாகவோ அல்லது பின்னோக்கியோ நகர்த்தி செல்ல வேண்டும். தசமப் புள்ளியை முன்பாகவோ அல்லது பின்னாக்கியோ எத்தனை இடங்கள் நகர்த்தினோம் என்பதை வைத்து, 10 இன் படியை கூட்ட வேண்டும்.

குறிப்பு

- 1.3×10^{12} இல் உள்ள மிகை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது பெரியது எனக் குறிக்கிறது.
- 7.89×10^{-21} இல் உள்ள குறை அடுக்கானது, அந்த எண்ணானது சிறியது எனக் குறிக்கிறது.

எடுத்துக்காட்டு

திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு	திட்ட வடிவம்	அறிவியல் குறியீடு
0.00123	1.23×10^{-3}	123	1.23×10^{2}
0.0123	1.23×10^{-2}	1,230	1.23×10^{3}
0.123	1.23×10^{-1}	12,300	1.23×10^{4}
1.23	1.23×10^{0}	1,23,000	1.23×10^{5}
12.3	1.23×10^{1}	12,30,000	1.23×10^{6}

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $N \times 10^{a}$ என்ற வடிவத்தைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு N ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 25 21-11-2019 12:06:44

மேலும் சில எடுத்துக்காட்டுகள்

(அ) பூமியின் விட்டமானது 12756000 மைல்கள் ஆகும், இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.2756×10^{7} மைல்கள் என எழுதலாம்.

(ஆ) வியாழன் கிரகத்தின் கன அளவு என்பது சுமார் 143,300,000,000,000 கி.மீ^{3} ஆகும். இதனை அறிவியல் குறியீட்டில் 1.433×10^{14} கி.மீ^{3} என எளிதாக எழுதலாம்.

(இ) பாக்டீரியாவின் அளவு 0.00000085 மி.மீ. இதனை, அறிவியல் குறியீட்டில் 8.5×10^{-7} மி.மீ என எளிதாக எழுதலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1.24

அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக: (i) 1642.398 (ii) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7})$ (iii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3})$

தீர்வு:

(i) $1642.398 = 1.642398\times10^{3}$ (ii) $(7\times10^{2})(5.2\times10^{7}) = 36.4\times10^{9} = 3.64\times10^{10}$

(iii) $(3.7\times10^{-5})(2\times10^{-3}) = 7.4\times10^{-8}$

எடுத்துக்காட்டு 1.25

திட்ட வடிவில் எழுதுக:

(i) 2.27×10^{-4} (ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்.

தீர்வு:

(i) $2.27\times10^{-4} = 0.000227.$

(ii) ஒளியானது ஒரு வினாடிக்கு 1.86×10^{5} மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்
= 186000 மைல்கள் வேகத்தில் செல்லும்

இவற்றை முயல்க

1. திட்டக் குறியீட்டில் எழுதுக: யுரேனஸ் கிரகத்தின் எடை 8.68×10^{25} கி.கி ஆகும்.
2. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக: (i) 0.000012005 (ii) 4312.345 (iii) 0.10524
(iv) சூரியனுக்கும் சனி கிரகத்திற்கும் இடையேயுள்ள தூரம் 1.4335×10^{12} மைல்கள் ஆகும்.

பயிற்சி 1.4

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக

(i) $(-1)^{\text{இரட்டை முழு எண்}}$ என்பது ______________ ஆகும்.

(ii) $a\neq0$ எனில், a^{0} ______________ ஆகும்.

(iii) $4^{-3}\times5^{-3} =$ ___________ ஆகும்.

(iv) $(-2)^{-7} =$ _____________ ஆகும்.

(v) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-5} =$ _____________ ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 26 21-11-2019 12:06:46

2. சரியா? தவறா? எனக் கூறுக

(i) $8^x = \frac{1}{64}$, எனில், x இன் மதிப்பு -2 ஆகும்.

(ii) $(256)^{\frac{-1}{4}}$ இன் சுருங்கிய வடிவம் $\frac{1}{4}$ ஆகும்.

(iii) 2×10^{-4} இன் திட்ட வடிவம் 0.0002 ஆகும்.

(iv) 123.456 இன் அறிவியல் குறியீடு 1.23456×10^{-2} ஆகும்.

(v) 3^{-7} இன் பெருக்கல் தலைகீழி 3^7 ஆகும்.

3. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (iii) (-3) (iv) $(-3)^4$ (v) $\left(\frac{-5}{6}\right)^{-3}$

(vi) $(2^{-5} \div 2^7) \times 2^{-2}$ (vii) $(2^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-2}$ (viii) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$

4. மதிப்பு காண்க: (i) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2} \times \left(\frac{4}{5}\right)^{-3}$ (iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^7$

5. மதிப்பு காண்க: (i) $(5^0 + 6^{-1}) \times 3^3$ (ii) $(2^{-1} \times 3^{-1}) \div 6^{-1}$ (iii) $(3^{-1} + 4^{-2} + 5^{-3})^0$

6. சுருக்குக: (i) $(3^2)^3 \times (2 \times 3^5)^{-2} \times (18)^2$ (ii) $\frac{9^2 \times 7^3 \times 2^5}{84^3}$ (iii) $\frac{2^{-8} \times 4^2 \times 3^5}{3^7 \times 2^5}$

7. x இக்கு தீர்வு காண்க : (i) $\frac{10^x}{10^{-3}} = 10^9$ (ii) $\frac{2^{2x-1}}{2^{x+2}} = 4$ (iii) $\frac{5^5 \times 5^{-4} \times 5^x}{5^{12}} = 5^{-5}$

8. அடுக்குகளைப் பயன்படுத்தி விரிவாக்கம் செய்க : (i) 6054.321 (ii) 897.14

9. எண்ணைத் திட்ட வடிவில் காண்க:

(i) $8 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 1 + 4 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-4}$

(ii) $5 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 5 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-3}$

10. ஹைட்ரஜன் அணுவின் ஆரம் 2.5×10^{-11} மீ ஆகும். இந்த எண்ணை திட்ட வடிவில் எழுதுக.

11. பின்வரும் எண்களை அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதவும்.:

(i) 467800000000 (ii) 0.000001972

12. அறிவியல் குறியீட்டில் எழுதுக:

(i) பூமியின் கன அளவு சுமார் 1,083,000,000,000 கன கிலோ மீட்டர்கள் ஆகும்.

(ii) ஒரு வாளியில் நீ தூசுத் துகள்களைக் கொண்டு நிரப்பினால், முழு பூமியின் பகுதியில் வாளியிலுள்ள தூசுத் துகள்களின் எடையானது 0.0000000000000000000000016 கி.கி ஆகும்.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. $(-4)^{-1}$ உடன் எந்த எண்ணைப் பெருக்கினால், பெருக்கலானது 10^{-1} என ஆகும்?

(அ) $\frac{2}{3}$ (ஆ) $\frac{-2}{5}$ (இ) $\frac{5}{2}$ (ஈ) $\frac{-5}{2}$

14. 0.0000000002020 இன் அறிவியல் குறியீடு

(அ) 2.02×10^{9} (ஆ) 2.02×10^{-9} (இ) 2.02×10^{-8} (ஈ) 2.02×10^{-10}

15. $(-2)^{-3}\times(-2)^{-2}$ என்பது

(அ) $\frac{-1}{32}$ (ஆ) $\frac{1}{32}$ (இ) 32 (ஈ) -32

16. எது சரியல்ல?

(அ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=4^{-2}$ (ஆ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{4}$ (இ) $\left(\frac{-1}{4}\right)^{2}=16^{-1}$ (ஈ) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{2}=16^{-1}$

17. $\left(\frac{p}{q}\right)^{1-3x}=\left(\frac{q}{p}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனில் x ஆனது .

(அ) 4^{-1} (ஆ) 3^{-1} (இ) 2^{-1} (ஈ) 1^{-1}

பயிற்சி 1.5

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. ஒரு சதுரக் கம்பளமானது, ஒரு பெரிய மண்டபத்தின் மையத்தில் 1024 மீ^{2} பரப்பளவைக் நிரப்புமாறு வைக்கப்படுகிறது எனில், அந்த கம்பளத்தினுடைய பக்கத்தின் நீளம் என்ன?
2. 4489 செ.மீ^{2} பரப்பளவு கொண்ட ஒரு தலைவரின் உருவப்படமானது சதுர வடிவில் உள்ளது. மேலும், படத்தைச் சுற்றிலும் 2 செ.மீ அளவு கொண்ட மரச்சட்டம் உள்ளது எனில், மரச்சட்டத்தின் பரப்பளவு என்ன?
3. ஒரு தோட்டத்தில் 2401 செடிகள், சம வரிசைகளில் சம எண்ணிக்கையில் நடப்படுகின்றன எனில், வரிசைகளின் எண்ணிக்கையையும், ஒவ்வொரு வரிசையிலும் உள்ள செடிகளின் எண்ணிக்கையையும் காண்க.
4. $\sqrt[3]{1906624}\times\sqrt{x}=3100$ எனில், x ஐக் காண்க.
5. $(625)^{x}=15625$ எனில், x^2 மற்றும் x^3 ஐக் காண்க.
6. $2^{m-1}+2^{m+1}=640$ எனில், m ஐக் காண்க.
7. சுருக்குக: $\dfrac{16\times10^{2}\times64}{4^{2}\times2^{4}}$

Unit 1 - Numbers - TM.indd 28 21-11-2019 12:06:52

8. அறிவியல் குறியீட்டில் விடையை எழுதவும்.

ஒரு மனித இதயமானது சராசரியாக வினாடிக்கு 80 முறைத் துடிக்கிறது எனில், அது

i) ஒரு மணி நேரத்தில் ii) ஒரு நாளில் iii) ஓர் ஆண்டில் iv) 100 ஆண்டுகளில் எத்தனை முறைத் துடிக்கும்?

சவாலான கணக்குகள்

9. ஒரு வாழ்த்து அட்டையின் பரப்பளவு 90 செ.மீ^{2}. எந்த இரு முழு எண்களுக்கிடையே அதன் பக்க அளவின் நீளம் இருக்கும்?

10. ஒரு சதுர டெசிமீட்டர் பரப்பு கொண்ட 225 சதுர வடிவிலான நிறத்திட்டு ஓடுகள் முறையே ஒரு சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தை முழுவதுமாக நிரப்புகின்றன எனில், சதுர வடிவிலான தாழ்வாரத்தின் ஒவ்வொரு பக்கத்தின் நீளம் என்னவாக இருக்கும்?

11. 1536 படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் சதுர வடிவில் அணிவகுப்பு செய்ய விரும்பினர். இது சாத்தியமாகுமா? சாத்தியமில்லை எனில், மேலும் எத்தனை படைப் பயிற்சி மாணவர்கள் கூடுதலாகத் தேவை?

12. எந்த தசம பின்னத்தை அதனாலேயே பெருக்கினால் 176.252176 கிடைக்கும் எனக் காண்க.

13. $\sqrt{286225}$ இன் மதிப்பு காண்க. அதனைப் பயன்படுத்தி $\sqrt{2862.25} + \sqrt{28.6225}$ ஐ கணக்கிடுக.

14. கண்ணாடியில் ஒளியின் வேகம் வினாடிக்கு சுமார் 2×10^8 மீ ஆகும். நேரம் $= \dfrac{\text{தூரம்}}{\text{வேகம்}}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி ஒளியின் ஒரு நாடியானது, கண்ணாடியில் 7200 கி.மீ கடக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரத்தைக் (மணியில்) காண்க.

15. சுருக்குக: $(3.769 \times 10^5) + (4.21 \times 10^5)$

16. சிறியதிலிருந்து பெரியது என வரிசைப்படுத்துக: $16^{25}, 8^{100}, 3^{500}, 4^{400}, 2^{600}$

செயல்பாடு

$$2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$$
$$3^3 - 2^3 = 1 + 3 \times 2 \times 3$$
$$4^3 - 3^3 = 1 + 4 \times 3 \times 3$$

என்பதைக் கவனித்து இந்த அமைப்பைக் கொண்டு $15^3 - 14^3$ இன் மதிப்பைக் காண்க.

சிந்திக்க

$$1^3 = 1 = 1$$
$$2^3 = 8 = 3 + 5$$
$$3^3 = 27 = 7 + 9 + 11$$

என்பதைக் கவனித்து, இந்த அமைப்பைத் தொடர்ந்து, 7^3 இன் மதிப்பை அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலாகக் காண்க.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 29 21-11-2019 12:06:52

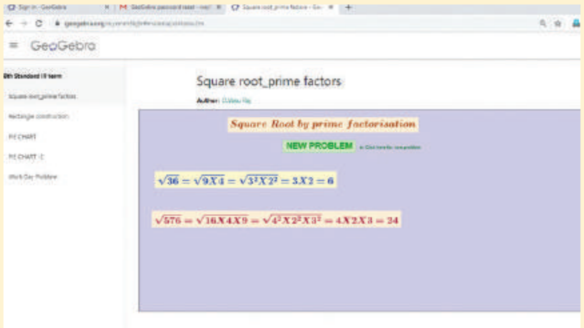
பாடச்சுருக்கம்

- நம்மால் ஓர் இயல் எண் n ஐ, மற்றொரு இயல் எண் m ஐக் கொண்டு $n = m^2$ என்றிருக்குமாறு காண இயலும் எனில், n ஆனது ஒரு வர்க்க எண் எனப்படும்.
- அடுத்தடுத்த n^2 ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதல் n ஆகும்.
- ஓர் ஒற்றை எண்ணின் வர்க்கத்தை அடுத்தடுத்த இரு இயல் எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம்.
- கணித ரீதியாக, a, b மற்றும் c ஆகிய மூன்று எண்களில் ஏதேனும் இரு எண்களின் வர்க்கங்களின் கூடுதலானது மூன்றாம் எண்ணின் வர்க்கத்திற்குச் சமமானால், அவை ஒரு பிதாகரஸின் மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும்.
- ஏதேனும் ஒரு n என்ற எண்ணை, இரு ஒரே எண்களின் பெருக்கல்பலன் வழங்கினால் அந்த எண்ணானது n இன் வர்க்கமூலம் எனப்படும். இதனை $\sqrt{n}$ அல்லது $n^{\frac{1}{2}}$ எனக் குறிக்கலாம்.
- ஓர் எண்ணின் வர்க்கத்தில் உள்ள பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை = அந்த எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கையைப் போன்று இரு மடங்காகும்
- ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை n எனில், அந்த எண்ணின் வர்க்க மூலத்தில் உள்ள இலக்கங்களின் எண்ணிக்கை $\begin{cases} \frac{n+1}{2}, & n \text{ ஆனது ஒற்றை எண் ஆகும்} \\ \frac{n}{2}, & n \text{ ஆனது இரட்டை எண் ஆகும்} \end{cases}$
- ஏதேனும் இரு மிகை எண்கள் p மற்றும் q இக்கு
  (i) $\sqrt{pq} = \sqrt{p} \times \sqrt{q}$ மற்றும் (ii) $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$ ஆகும்.
- ஓர் எண்ணை அதே எண்ணால் பெருக்கி, மீண்டுமொருமுறை அதே எண்ணால் பெருக்கினால் கிடைப்பது கன எண் ஆகும். அதாவது, மூன்று ஒரே சம எண்களின் பெருக்கல்பலனே அந்த எண்ணின் கன எண் ஆகும்.
- ஒரு மதிப்பின் கனமானது அசல் எண்ணைத் தரும் எனில், அந்த மதிப்பானது அசல் எண்ணின் கன மூலம் எனப்படும்.
- ஒரே காரணியின் தொடர் பெருக்கலைக் குறிக்கும் ஒரு கோவையை நாம் 'படி' என்கிறோம்.
- அடுக்கு என்பது ஒரு அடிமான எண்ணானது எத்தனைக் முறை காரணியாக பயன்படுத்தப்படுகிறது என்பதை குறிப்பதாகும்.
- அடுக்கு விதிகள்: (i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (ii) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (iii) $(a^m)^n = a^{mn}$
- மற்ற முடிவுகள்: (i) $a^0 = 1$ (ii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$ (iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
- அறிவியல் குறியீட்டில் எழுத $\mathrm{N} \times 10^a$ என்ற வடிவைப் பின்பற்ற வேண்டும். இங்கு N ஆனது 1 இக்கும் 10 இக்கும் இடையே உள்ள ஓர் எண்ணாகும். அது 10 ஆக இருக்கக்கூடாது. மேலும், a ஆனது ஒரு மிகை அல்லது குறை முழு ஆகும்.

Unit 1 - Numbers - TM.indd 30 21-11-2019 12:06:52

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவு

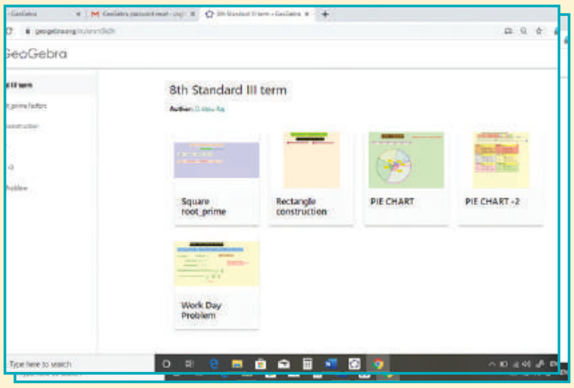


படி – 1

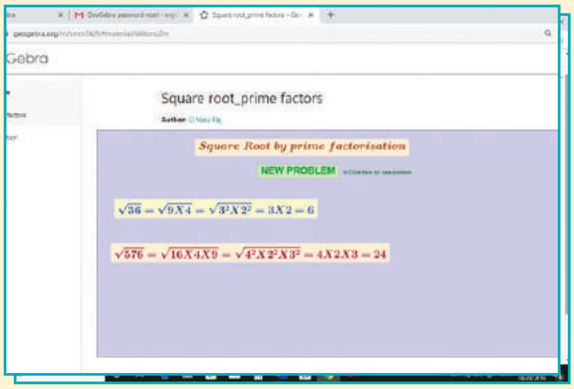
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Square root_prime factors' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

"NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.



படி 1



படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்

எண்கள்:

https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or

விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit 1 - Numbers - TM.indd 31 21-11-2019 12:06:52

2 வாழ்வியல் கணிதம்

கற்றல் நோக்கங்கள்

- ❖ நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்களை நினைவு கூர்தல்.
- ❖ கலப்பு மாறல் பற்றி அறிதல் மற்றும் அதனைச் சார்ந்த கணக்குகளைச் செய்தல்.
- ❖ நேரம் மற்றும் வேலை கணக்குகளுக்குத் தீர்வுக் காணுதல்.

X5S2R7

2.1 அறிமுகம்

எட்டாம் வகுப்பு கணிதப் பாட வகுப்பில் பின்வரும் உரையாடல் நிகழ்கிறது.

ஆசிரியர்: மாணவர்களே, நாம் கலப்பு மாறல் குறித்து அறியும் முன், நீங்கள் ஏழாம் வகுப்பிலேயே அறிந்த நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் குறித்து நான் உங்களிடம், சில வினாக்களைக் கேட்கப் போகிறேன். உங்களில் யாரேனும் ஒருவர் நேர் விகிதம் என்றால் என்ன எனக் கூறமுடியுமா?

பாரதி: ஆம் ஆசிரியரே, ஒரு அளவின் ஏற்றம் அல்லது இறக்கமானது முறையே மற்றொரு அளவின் ஏற்றம் அல்லது இறக்கத்தை ஏற்படுத்துமாறு இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் விகிதம் ஆகும்.

ஆசிரியர்: நன்று பாரதி, எனக்கு ஓர் எடுத்துக்காட்டினையும் கூறு.

பாரதி: கூறுகிறேன் ஆசிரியரே, என்னுடைய பிறந்த நாள் விழாவில் நான் எனது நண்பர்கள் ஒவ்வொருவருக்கும் தலா 2 எழுதுகோள்களை வழங்க நினைக்கிறேன் எனில், வாங்கவேண்டிய எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கையானது விழாவிற்கு வரும் நண்பர்களின் எண்ணிக்கைக்கு நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். பின்வரும் அட்டவணையானது இதனை தெளிவாகப் புரிந்துக் கொள்ள நமக்கு உதவும் ஆசிரியரே.

நண்பர்களின் எண்ணிக்கை	1	2	5	12	15
எழுதுகோல்களின் எண்ணிக்கை	2	4	10	24	30

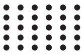
ஆசிரியர்: மிகச்சிறப்பான எடுத்துக்காட்டினைக் கொடுத்தாய் பாரதி. மாணவர்களே, பாரதிக்கு ஒரு பெரியக் கைத்தட்டலை வழங்குங்கள். (வகுப்பானது கைத்தட்டல்களை வழங்குகிறது) முகேஷ், உன்னால் எதிர் விகிதம் பற்றிக் கூற முடியுமா?

மகேஷ்: ஆம் ஆசிரியரே, நம் வகுப்பிலுள்ள 30 மாணவர்கள், நமது கிராமத்தில் சுகாதார விழிப்புணர்வு குறித்தப் பேரணிக்கு ஒழுங்கு முறையில் செல்லும் போது நாம் அதிலுள்ள நிரல் – நிறைகளில் எதிர் மாறலைக் காண முடியும். இதனை பின்வரும் அட்டவணையிலிருந்து எளிதாகப் புரிந்துக்கொள்ளலாம், ஆசிரியரே.

நிரல்களில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	5	6
நிறைகளில் உள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை	30	15	10	6	5

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 32 20-11-2019 11:45:01

ஆசிரியர்: அருமை முகேஷ். நீ ஒரு சிறப்பான எடுத்துக்காட்டுடன் நன்றாக விளக்கமளித்தாய்.

மகேஷ்: நிரல் – நிறைகளின் சில அமைப்புகளான  மற்றும் ஆகியவற்றை நாம் வரைந்து, அவற்றுள் எதிர்மாறல் இருப்பதைக் காணலாம், ஆசிரியரே.

ஆசிரியர்: சிறப்பாக விளக்கினாய் முகேஷ். மாணவர்களே, இப்போது இந்த இரு எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து நீங்கள் ஏழாம் வகுப்பிலேயே அறிந்த நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்கள் குறித்துத் தெளிவாகப் புரிந்திருக்கும் என நம்புகிறேன். இப்போது, நான் உங்களுக்கு கலப்பு மாறல் குறித்து விளக்குகிறேன். சில கணக்குகளில், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்கள் இருக்கும். இதனை நாம் **கலப்பு மாறல்** என்கிறோம்.

இராகினி: ஆசிரியரே, கலப்பு மாறலை ஒரு எடுத்துக்காட்டுடன் நீங்கள் விளக்கிக் கூறுகிறீர்களா?

ஆசிரியர்: ஆம், இராகினி, நான் விளக்குகிறேன். நான் அதை விளக்குவதற்கு முன், உங்கள் அனைவரிடமும் மேலும் ஒரு வினாவைக் கேட்கிறேன். கனி என்பவர், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு வேளையை 2 மணி நேரத்திலும், விஜி என்பவர் 3 மணி நேரத்திலும் முடிப்பார்கள் எனில், இருவரும் அந்த வேலையை ஒன்றாகச் சேர்ந்துச் செய்தால், எவ்வளவு நேரத்தில் முடிப்பார்கள்?

பாரதி: அவர்கள் $2\frac{1}{2}$ மணி நேரத்தில் முடிப்பார்கள் என நான் நினைக்கிறேன். நான் கூறுவது சரியா, ஆசிரியரே?

ஆசிரியர்: உண்மையில் சரியல்ல பாரதி. நான் உனக்கு சரியான விடையைக் கூறுகிறேன். இவ்வகையான வினாக்கள் **நேரம் மற்றும் வேலை** என்ற தலைப்பில் வருகின்றன. இவற்றிற்கு சில விளக்கங்கள் தேவை. இந்த தலைப்புகள் அனைத்தையும் நாம் இந்த பருவத்தில் கற்க இருக்கிறோம்.

இப்போது, நேர் மற்றும் எதிர் விகிதாங்களைப் பற்றிய கருத்துக்களை நினைவு கூர்வோம்.

2.2 நேர் விகிதம்

ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும். மாறாக, எப்போதும் $\frac{x}{y} = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும்.

நேர் விகிதத்திற்கான எடுத்துக்காட்டுகள்

1. **தூரமும் – காலமும் (சீரான வேகத்தில்):** தூரம் அதிகரித்தால், அந்த தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலமும் அதிகரிக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வாங்குதலும் – செலவிடுதலும்:** வீட்டிற்குத் தேவையான பொருள்களை, குறிப்பாக விழாக் காலங்களில் வாங்குவது அதிகரிக்கும் போது, செலவிடும் வரம்பும் அதிகரிக்கிறது. நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேலை நேரமும் சம்பாத்தியமும்:** குறைவான நேரம் வேலைச் செய்தால், சம்பாத்தியமும் குறைவாகவே இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.

2.3 எதிர் விகிதம்

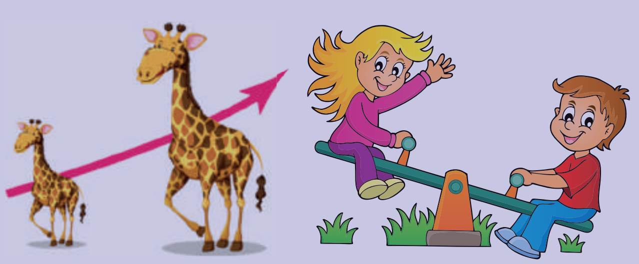
ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும். மாறாக, எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 33 20-11-2019 11:45:02

எதிர் விகிதத்திற்கான எடுத்துக்காட்டுகள்

1. **விலையும் – நுகர்வும்:** ஒரு பொருளின் விலை உயர்ந்தால், இயற்கையாகவே அதன் நுகர்வு குறையும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
2. **வேலையாள்களும் – காலமும்:** ஒரு வேலையை முடிக்க, கூடுதலாக வேலையாள்களை பணியமர்த்தினால், அதை முடிக்க ஆகும் காலம் குறைவாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
3. **வேகமும் – காலமும்:** நாம் குறைந்த வேகத்தில் பயணித்தால், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தூரத்தை அடைய எடுத்துக் கொள்ளும் காலம் அதிகமாகும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வாழ்வியல் கணிதம்



காலத்தைப் பொறுத்து, ஓர் ஒட்டகச் சிவிங்கியின் வளர்ச்சியானது, நேர்மாறலில் இருப்பதற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். ஏற்ற – இறக்க விளையாட்டானது எதிர்மாறலுக்கான எடுத்துக்காட்டாகும்.

மூன்று நபர்கள் A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாட்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குப் பிரிக்கப்படும் ஊதியமானது $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும்.

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகளை நேர் அல்லது எதிர் விகிதம் என வகைப்படுத்துக.

(i) பருப்பு வகைகளின் எடையும் விலையும்.

(ii) பேருந்தில் பயணம் செய்த தூரமும் அதற்கான கட்டணமும்.

(iii) ஒரு குறிப்பிட்டத் தூரத்தைக் கடக்கத் தடகளை வீரரின் வேகம்.

(iv) ஒரு குறிப்பிட்டக் காலத்தில் ஒரு கட்டுமானப் பணியை முடிக்க பணியமர்த்தப்பட்ட வேலையாள்களின் எண்ணிக்கை.

(v) ஒரு குழாய் வழியாக வரும் நீரின் கன அளவும் அதன் அழுத்தமும்.

(vi) வட்டத்தின் பரப்பளவும் அதன் .ஆரமும்

நேர் மற்றும் எதிர் விகிதங்களின் கருத்துக்களை பயன்படுத்தி பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்க:

1. ஒரு மாணவனால் 15 நிமிடங்களில் 21 பக்கங்களைத் தட்டச்சுச் செய்யமுடியும். இதே வேகத்தில், அந்த மாணவனுக்கு 84 பக்கங்கள் தட்டச்சுச் செய்ய எவ்வளவு நேரம் ஆகும்?
2. ஓர் இரும்பு குழாயின் எடையானது அதன் நீளத்திற்கு நேர்விகிதத்தில் உள்ளது. 8 அடி நீளமுள்ள ஓர் இரும்புக் குழாயின் எடை 3.2 கி.கி எனில், விகிதசம மாறிலி k ஐ காண்க. மேலும், 36 அடி நீளமுள்ள ஓர் இரும்புக் குழாயின் எடையைக் காண்க.
3. ஒரு மகிழுந்தானது 51 லிட்டர் பெட்ரோலில் 765 கி.மீ செல்கிறது எனில், 30 லிட்டர் பெட்ரோலில் அது எவ்வளவு தூரம் செல்லும்?
4. x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் விகிதத்தில் மாறுகின்றன. மேலும், $y = 8$ எனில் $x = 24$ ஆகும். $y = 12$ எனில் x இன் மதிப்பைக் காண்க.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 34 20-11-2019 11:45:04

5. 35 பெண்கள் ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 28 பெண்கள் அதே வேலையை எத்தனை நாள்களில் செய்து முடிப்பர்?

6. ஒரு விவசாயியிடம் 14 மாடுகளுக்கு 39 நாள்களுக்கு போதுமான உணவு உள்ளது. அவருடைய கால்நடையில் மேலும் 7 மாடுகள் சேர்ந்தால், உணவானது எத்தனை நாள்களுக்குப் போதுமானதாக இருக்கும்?

7. எந்த விகிதம் என அறிந்து, வெற்றுப் பெட்டிகளை நிரப்புக

x	1	2		4	6	8		12	15		24
y	20		60		120		180		300	360	

8. எந்த விகிதம் என அறிந்து, வெற்றுப் பெட்டிகளை நிரப்புக

x	1	2		4	6	8		12		18	24
y	144		48		24		16		9	8	

2.4 கலப்பு மாறல்

சில கணக்குகள், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்களைப் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும். அந்த இரு மாறல்களின் வெவ்வேறு சாத்தியக்கூறுகள் பின்வருமாறு **நேர் – நேர், நேர்–எதிர், எதிர்–நேர் மற்றும் எதிர்–எதிர் மாறல்கள்** என அமையலாம்.

குறிப்பு

சில சூழல்களில், நேர் விகிதத்தையோ, எதிர் விகிதத்தையோப் பயன்படுத்த இயலாது. எடுத்துக்காட்டாக, ஒருவர் தனது ஒரு கண்ணால் தூரத்திலுள்ள ஒரு கிளியை பார்க்கிறார் எனில், அவரால் அதே தூரத்தில் தனது இரு கண்களால் இரு கிளிகளைப் பார்க்க இயலும் என்பது அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது. மேலும், ஒரு வடையைப் பொரிக்க 5 நிமிடங்கள் ஆகும் எனில், 20 வடைகளைப் பொரிக்க 100 நிமிடங்கள் ஆகும் என்பதும் அர்த்தமுள்ளதாக இருக்காது.

இப்போது நாம் கலப்பு மாறலில் சில கணக்குகளுக்குத் தீர்வு காண்போம். இங்கு, நாம், தெரிந்த அளவினைத் தெரியாத (x) அளவுடன் ஒப்பிடுகிறோம். நடைமுறையிலுள்ள சில முறைகளைக் கொண்டு, கலப்பு மாறல் கணக்குகளை தீர்க்கலாம். அவையாவன:

2.4.1 விகிதசம முறை:

இந்த முறையில், நாம் கொடுக்கப்பட்ட விவரங்களை ஒப்பிட்டு, அவை நேர் அல்லது எதிர் விகித சமத்தில் உள்ளனவா என காண வேண்டும். விகிதசமத்தைக் கண்ட பின்.

முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்

என்ற மெய்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.

2.4.2 பெருக்கல் காரணி முறை:

விளக்கம்:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
நேர் a எதிர் ↑ (D) x (I)	நேர் c (D) d	e எதிர் ↑ f (I)

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 35 20-11-2019 11:45:04

இங்கு, ஆண்கள் கலத்தில் உள்ள தெரியாததைத் (x), தெரிந்தவையான மணிகள் மற்றும் நாள்கள் கலத்துடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, ஆண்கள் மற்றும் மணிகள் நேர் விகிதத்தில் (D) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{d}{c}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்). மேலும், ஆண்கள் மற்றும் நாள்கள் எதிர் விகிதத்தில் (I) இருந்தால், பெருக்கல் காரணியாக $\frac{e}{f}$ ஐ எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும் (மாற்றமில்லை). இவ்வாறாக, நாம் தெரியாத (x) ஆண்களை $x = a \times \frac{d}{c} \times \frac{e}{f}$. எனக் கொண்டுக் கண்டறியலாம்.

குறிப்பு

- நாள்கள் மாறாமல் இருக்கும்போது, வேலையும் நபர்களும் ஒன்றுக்கொன்று நேர் விகிதத்தில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே நாள்களைக் கொண்டு வேலை (↑) அதிகரித்தால், நபர்கள் (↑) அதிகரிக்கும்.
- நபர்கள் மாறாமல் இருக்கும்போது, வேலையும் நாள்களும் ஒன்றுக்கொன்று நேர் மாறலில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே நபர்களைக் கொண்டு, வேலை (↑) அதிகரித்தால், நாள்கள் (↑) அதிகரிக்கும்.
- வேலை மாறாமல் இருக்கும்போது, நபர்களும் நாள்களும் எதிர் மாறலில் இருக்கும். நேர்மாறாகவும் இது உண்மையாகும்.
  அதாவது, அதே வேலையைக் கொண்டு நபர்கள் (↑) அதிகரித்தால், நாள்கள் (↓) குறையும்.

2.4.3 சூத்திர முறை:

கொடுக்கப்பட்டக் கணக்கிலிருந்து தரவுகளை, நபர்கள் (P), நாள்கள் (D), மணிகள் (H) மற்றும் வேலை (W) என கண்டறிந்து,

$$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$$

என்றச் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தித் தெரியாததைக் (x) காணலாம். இங்கு, 1 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை கணக்கில் முதல் வாக்கியத்தில் உள்ள முழுத் தரவுகளைக் கொண்டதாகும். 2 ஐ பின்னொட்டாகக் கொண்டவை, கணக்கில் இரண்டாவது வாக்கியத்தில் தெரியாத (x) தரவினை உள்ளடக்கியதாகும். அதாவது, இந்த சூத்திரமானது, P_1 நபர்கள் W_1 வேலையை நாளொன்றுக்கு H_1 மணிகள் வேலை செய்து D_1 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பது P_2 நபர்கள் வேலையை நாளொன்றுக்கு H_2 மணிகள் வேலை செய்து D_2 நாள்களில் முடிப்பார்கள் என்பதற்கு சமம் என கூறுகிறது. இவ்வகையானக் கணக்குகளில், வேலையான W_1 மற்றும் W_2 ஆகியவற்றைக் கண்டறிவது மிகவும் முக்கியமானதாகும். தெரியாததை (x) விரைவில் காண இந்த முறையானது எளிதாக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.1 (நேர்–நேர் மாறல்)

ஒரு நிறுவனமானது 20 நாள்களுக்கு 15 வேலையாள்களுக்கு ₹6லட்சம் தொகையை வழங்குகிறது எனில், அந்நிறுவனம் 5 வேலையாள்களுக்கு 12 நாள்களுக்கு எவ்வளவுத் தொகையை வழங்கும்?

தீர்வு:

விகிதசம முறை:

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15 (D) 5	நேர் 6 நேர் (D) x (D)	20 நேர் 12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும். இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 36 20-11-2019 11:45:10

படி 1:

$\therefore$ விகித சமம் $20 : 12 :: 6 : x$ ஆகும். ⟶ ①

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறல் ஆகும்

$\therefore$ விகித சமம் $15 : 5 :: 6 : x$ ஆகும். ⟶ ②

படி 3:

① மற்றும் ② ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது

$$\left.\begin{array}{l}20 : 12 \\ 15 : 5\end{array}\right\} :: 6 : x$$

இங்கு, நமக்கு **முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல் பலன் = சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன்** என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
20 15	: :	12 : 6 5	:	x

ஆகவே, $20\times15\times x = 12\times6\times5 \Rightarrow x = \dfrac{12\times6\times5}{20\times15}$ = ₹ 1.2 லட்சம்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

வேலையாள்கள்	தொகை (வேலை)	நாள்கள்
நேர் 15 (D) 5	நேர் 6 நேர் (D) x (D)	20 நேர் 12 (D)

இங்கு, தொகையானது (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை, வேலையாள்கள் மற்றும் நாள்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\dfrac{12}{20}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், வேலையாள்கள் குறைவு என்பதால் தொகை குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\dfrac{5}{15}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 3:

$$\therefore x = 6\times\frac{12}{20}\times\frac{5}{15}$$

x = ₹ 1.2 லட்சம்

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 15, D_1 = 20$ மற்றும் $W_1 = 6$

$P_2 = 5, D_2 = 12$ மற்றும் $W_2 = x$

$\dfrac{P_1\times D_1}{W_1} = \dfrac{P_2\times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்ததைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{15\times20}{6}=\frac{5\times12}{x}$

$\Rightarrow x=\frac{5\times12\times6}{15\times20}=$ ₹ 1.2 லட்சம்.

எடுத்துக்காட்டு 2.2 (நேர்–எதிர் மாறல்)

180 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 15 பெண்கள் 12 நாள்களில் செய்தனர். 512 மீ நீளமுள்ள ஒரு பாயினை 32 பெண்கள் செய்ய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

தீர்வு:

விகிதசம முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் 180 (D) 512	15 எதிர் 32 (I)	நேர் 12 எதிர் (D) x (I)

இங்கு, நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறல் ஆகும்.

∴ விகித சமம் $180:512::12:x$ ஆகும். ⟶ (1)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறல் ஆகும்.

∴ விகித சமம் $32:15::12:x$ ஆகும். ⟶ (2)

படி 3:

(1) மற்றும் (2) ஐ சேர்க்கக் கிடைப்பது

$$\left.\begin{matrix}180:512\\32:15\end{matrix}\right\}::12:x$$

இங்கு, நமக்கு முனைக் கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலன் = சராசரிகளின் பெருக்கல்பலன் என்பது தெரியுமாதலால்,

முனைக்கோடி மதிப்புகள்		சராசரிகள்		முனைக்கோடி மதிப்புகள்
180	:	512 : 12	:	x
32	:	15		

ஆகவே, $180\times32\times x=512\times12\times15$ $\Rightarrow x=\frac{512\times12\times15}{180\times32}=16$ நாள்கள்.

பெருக்கல் காரணி முறை:

நீளம் (வேலை)	பெண்கள்	நாள்கள்
நேர் 180 (D) 512	15 எதிர் 32 (I)	நேர் 12 எதிர் (D) x (I)

இங்கு நாள்கள் (x) தெரியாதது ஆகும். இதனை நீளம் மற்றும் பெண்களுடன் ஒப்பிட வேண்டும்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 38 20-11-2019 11:45:15

படி 1:

இங்கு, நீளம் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது நேர்மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{512}{180}$ ஆகும். (தலைகீழியை எடுக்க வேண்டும்)

படி 2:

மேலும், பெண்கள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது எதிர்மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{15}{32}$ ஆகும். (மாற்றமில்லை)

படி 3:

$\therefore x = 12 \times \frac{512}{180} \times \frac{15}{32} = 16$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 15,\ D_1 = 12$ மற்றும் $W_1 = 180$

$P_2 = 32,\ D_2 = x$ மற்றும் $W_2 = 512$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{15 \times 12}{180} = \frac{32 \times x}{512}$

$\Rightarrow\ 1 = \frac{32 \times x}{512}\ \ \Rightarrow\ x = \frac{512}{32} = 16$ நாள்கள்.

குறிப்புரை: இங்கு விவரிக்கப்பட்ட மூன்று முறைகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் மாணவர்கள் விடையளிக்கலாம்.

இவற்றை முயல்க

1. x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் உள்ளன. மேலும், $x = 5$ மற்றும் $y = 5$ எனில் k இன் மதிப்பு காண்க.
2. x மற்றும் y ஆகியவை எதிர் மாறலில் அமைந்தால், $x = 64$ மற்றும் $y = 0.75$ எனும்போது மாறலின் மாறிலியை காண்க.
3. கொடுக்கப்பட்ட ஓர் ஆரத்திற்கு நீ ஒரு வட்டத்தை வரை. எந்த ஒரு சோடி ஆரங்களுக்கிடையேயுள்ள கோணங்கள் சமமாக இருக்குமாறு, அதன் ஆரங்களை வரைக. நீ 3 ஆரங்கள் வரைவதில் தொடங்கி 12 ஆரங்கள் வரை வரையவும். ஆரங்களின் எண்ணிக்கைக்கும் சோடி ஆரங்களுக்கிடையே உள்ள கோணத்திற்குமான தொடர்பினை அட்டவணையில் குறித்து, அவை எதிர் மாறலில் உள்ளனவா என ஆராய்க. விகிதசம மாறிலி என்ன?

சிந்திக்க

(i) x மற்றும் y ஆகியவை நேர் மாறலில் அமைந்து, y ஆனது இரட்டிப்பானால் x என்னவாகும்?

(ii) $\frac{x}{y-x} = \frac{6}{7}$ எனில், $\frac{x}{y}$ என்பது என்ன?

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 39 20-11-2019 11:45:24

எடுத்துக்காட்டு 2.3 (எதிர்–நேர் மாறல்)

81 மாணவர்கள் 448 மீ நீளமுள்ள ஒரு சுவரில் ஓர் ஓவியத்தை 56 நாள்களில் வண்ணமிடுவர். 160 மீ நீளமுள்ள அது போன்ற சுவரில் 27 நாள்களில் அந்த ஓவியத்தை எத்தனை மாணவர்கள் வண்ணமிடுவர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

மாணவர்கள்	நாள்கள்	சுவரின் நீளம் (வேலை)
எதிர் 81 நேர்	எதிர் 56	448 நேர்
(I) x (D)	(I) 27	160 (D)

படி 1:

இங்கு, நாள்கள் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{56}{27}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், நீளம் குறைவு என்பதால் மாணவர்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இது நேர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{160}{448}$ ஆகும்.

படி 3:

$$\therefore x = 81 \times \frac{56}{27} \times \frac{160}{448}$$

$x = 60$ மாணவர்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 81$, $D_1 = 56$ மற்றும் $W_1 = 448$

$P_2 = x$, $D_2 = 27$ மற்றும் $W_2 = 160$

$\frac{P_1 \times D_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{81 \times 56}{448} = \frac{x \times 27}{160}$

$$\Rightarrow x = \frac{81 \times 56}{448} \times \frac{160}{27}$$

$x = 60$ மாணவர்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.4 (எதிர் – எதிர் மாறல்)

48 ஆண்கள் ஒரு வேலையை நாளொன்றுக்கு 7 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், 28 ஆண்கள் அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 8 மணி நேரம் வேலை செய்து எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

தீர்வு:

பெருக்கல் காரணி முறை:

ஆண்கள்	மணிகள்	நாள்கள்
எதிர் 48	7 எதிர்	எதிர் 24 எதிர்
(I) 28	8 (I)	(I) x (I)

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 40 20-11-2019 11:45:28

படி 1:

இங்கு, ஆண்கள் குறைவு என்பதால் நாள்கள் கூடுதல் ஆகும். ஆகவே, இது எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{48}{28}$ ஆகும்.

படி 2:

மேலும், மணிகள் கூடுதல் என்பதால் நாள்கள் குறைவு ஆகும். ஆகவே, இதுவும் எதிர் மாறல் ஆகும்.

$\therefore$ பெருக்கல் காரணி $\frac{7}{8}$ ஆகும்.

படி 3:

$\therefore x = 24 \times \frac{48}{28} \times \frac{7}{8} = 36$ நாள்கள்.

சூத்திர முறை

இங்கு, $P_1 = 48, D_1 = 24, H_1 = 7$ மற்றும் $W_1 = 1$ (ஏன்?)

$P_2 = 28, D_2 = x, H_2 = 8$ மற்றும் $W_2 = 1$ (ஏன்?)

$\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தினால்,

நாம் பெறுவது, $\frac{48 \times 24 \times 7}{1} = \frac{28 \times x \times 8}{1}$

$$\Rightarrow x = \frac{48 \times 24 \times 7}{28 \times 8} = 36 \text{ நாள்கள்.}$$

இவற்றை முயல்க

பின்வரும் வினாக்களில் இடம் பெற்றுள்ள வெவ்வேறு மாறல்களைக் கண்டறிக.

1. 24 ஆண்கள் 12 நாள்களில் 48 பொருள்களை செய்வர் எனில், 6 ஆண்கள் ______ பொருள்களை 6 நாள்களில் செய்வர்.
2. 15 வேலையாள்கள் 4 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 4 மணி நேரத்தில் அமைப்பர் எனில், ______ வேலையாள்கள் 8 கி.மீ நீளமுள்ள சாலையை 8 மணி நேரத்தில் அமைப்பர்.
3. நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 25 பெண்கள் 36 நாட்களில் முடிப்பர் எனில், 20 பெண்கள் நாளொன்றுக்கு ______ மணி நேரம் வேலை செய்து அதே வேலையை 30 நாள்களில் முடிப்பர்.
4. ஒரு முகாமில், 98 நபர்களுக்கு 45 நாள்களுக்கு போதுமான 420 கி.கி அரிசி உள்ளது எனில், 42 நபர்களுக்கு 60 கி.கி அரிசியானது ______ நாள்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.5

15 ஆண்கள் ஒரு வேலையை முடிக்க 40 நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனில், அவர்களுடன் மேலும் 15 ஆண்கள் சேர்ந்தால், அதே வேலையானது முடிய எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

தீர்வு:

15 ஆண்கள் அந்த வேலையை 40 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், வேலையை, நபர்கள்–நாள்களில் கணக்கிட்டால் கிடைப்பது = $15 \times 40 = 600$ நபர்கள்–நாள்கள் ஆகும்.

இதே வேலையை 30 (15 + 15) ஆண்கள் செய்ய வேண்டுமெனில், அவர்கள் எடுத்துக் கொள்ளும் நாள்கள் = $\frac{600}{30} = 20$ நாள்கள்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 41 20-11-2019 11:45:32

குறிப்பு

- இங்கு நபர்கள்–நாள்கள் கருத்து முக்கியமானதாகும். நபர்களின் எண்ணிக்கையை வேலையை முடிக்கத் தேவையான நாள்களின் எண்ணிக்கையைக் கொண்டு பெருக்க, நபர்கள்–நாள்கள் கிடைக்கும். இங்கு வேலையானது நபர்கள்–நாள்கள் அடிப்படையில் கணக்கிடப்படுகிறது.
- x பெண்கள் அல்லது y ஆண்கள் ஒரு வேலையை p நாள்களில் முடிப்பர் எனில், a பெண்கள் மற்றும் b ஆண்கள் அதே வேலையை $\frac{xyp}{xb+ya}$ (அ) $\frac{p}{\frac{a}{x}+\frac{b}{y}}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 2.6

6 பெண்கள் அல்லது 8 ஆண்கள் ஓர் அறையை 86 நாள்களில் கட்டி முடிப்பர். அது போன்ற அறையை 7 பெண்கள் மற்றும் 5 ஆண்கள் கட்டி முடிக்க எத்தனை நாள்கள் ஆகும்.

தீர்வு:

ஆள்கள் –நாள்கள் முறை

இங்கு, M மற்றும் W ஆகியவை முறையே ஓர் ஆண் மற்றும் ஒரு பெண்ணைக் குறிக்கும்.

$6\text{W} = 8\text{M}$ (கொடுக்கப்பட்டுள்ளது) $\Rightarrow 1\text{W} = \frac{8}{6}\text{M} = \frac{4}{3}\text{M}$.

ஆகவே, $7\text{W} + 5\text{M} = 7\times\frac{4}{3}\text{M} + 5\text{M} = \frac{43\text{M}}{3}$

8M ஓர் அறையை 86 நாள்களில் கட்டி முடிப்பர் எனில், $\frac{43\text{M}}{3}$ அது போன்ற அறையை

$8\text{M}\times 86 \div \frac{43\text{M}}{3} = 8\text{M}\times 86\times\frac{3}{43\text{M}} = 48$ நாள்களில் கட்டி முடிப்பர்.

சூத்திர முறை

அறையைக் கட்டி முடிக்கத் தேவைப்படும் நேரம் $= \frac{xyp}{xb+ya}$

$$= \frac{6\times 8\times 86}{6\times 5+8\times 7} = \frac{6\times 8\times 86}{30+56} = \frac{6\times 8\times 86}{86} = 48 \text{ நாள்கள்.}$$

(அல்லது)

அறையைக் கட்டி முடிக்கத் தேவைப்படும் நேரம் $= \frac{p}{\frac{a}{x}+\frac{b}{y}}$

$$= \frac{86}{\frac{7}{6}+\frac{5}{8}} = \frac{86\times 48}{86} = 48 \text{ நாள்கள்.}$$

2.5 நேரம் மற்றும் வேலை

பொதுவாக, செய்ய வேண்டிய வேலையை ஓர் அலகாக எடுத்துக் கொள்ள வேண்டும். வேலையானது, ஒரு சுவரைக் கட்டுதல், ஒரு சாலையை அமைத்தல், ஒரு தொட்டியை நிரப்புதல் அல்லது காலி செய்தல் அல்லது ஒரு குறிப்பிட்ட அளவு உணவை சாப்பிடுதல் போன்ற எந்த வகையிலும் இருக்கும்.

நேரமானது, மணிகள், நாள்கள் என்பனக் கொண்டு அளக்கப்படுகிறது. செய்யப்பட்ட வேலையானது சீராக செய்யப்பட்டுள்ளது எனவும்,குழு வேலையில் வேலையை முடிக்க ஒவ்வொரு நபரும் சமமான வேலை நேரத்தைப் பகிர்ந்து கொள்கிறார்கள் எனவும் உறுதியாக எடுத்துக்கொள்ளப்படுகிறது .

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 42 20-11-2019 11:45:38

ஓரலகு முறை:

இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும். மேலும், அவர்கள் ஒன்றாக இணைந்து வேலை செய்தால், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை $= \frac{1}{a}+\frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab}$ ஆகும்.

எனவே, X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

எடுத்துக்காட்டு 2.7

A மற்றும் B ஆகிய இருவரும் இணைந்து ஒரு வேலையை 16 நாள்களில் முடிப்பர். A தனியே அந்த வேலையை 48 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்?

தீர்வு:

$(A+B)$ இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}$

A இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{48}$

$\therefore$ B இன் 1 நாள் வேலை $= \frac{1}{16}-\frac{1}{48}$

$= \frac{3-1}{48} = \frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

$\therefore$ B தனியே அந்த வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார்.

குறிப்பு

ஒரு வேலையை அல்லது பணியை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரமானது, நபர்களின் எண்ணிக்கை, அவர்களின் வேலை செய்யும் திறன், வேலைச்சுமை மற்றும் ஒரு நாளில் வேலையை முடிக்க செலவிட்ட நேரம் போன்ற பல்வேறு காரணிகளைப் பொருத்ததாகும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

A ஆனவர் B ஐ போன்று $\frac{a}{b}$ மடங்கு திறமைக் கொண்ட வேலையாள் எனில், A ஆனவர் B வேலையை முடிக்க எடுத்துக்கொண்ட நேரத்தைப் போன்று $\frac{b}{a}$ மடங்கை எடுத்துக்கொள்வார்.

எடுத்துக்காட்டு 2.8

A ஆனவர் B ஐ காட்டிலும் 3 மடங்கு வேகமாக ஒரு வேலையை செய்து முடிப்பார். அவரால் அந்தப் பணியை B எடுத்துக் கொண்ட நேரத்தை விட 24 நாள்கள் குறைவாக எடுத்து முடிக்க முடிகிறது. இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை முடிக்க ஆகும் நேரத்தை காண்க.

தீர்வு:

B அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், A அதை 1 நாளில் முடிப்பார். அதாவது, வித்தியாமானது 2 நாள்கள் ஆகும். இங்கு, வேலையை முடிப்பதில் A மற்றும் B இக்கு இடையேயுள்ள வித்தியாசம் 24 நாள்கள். ஆகவே, அந்த வேலையை முடிக்க A ஆனவர் $\frac{24}{2}=12$ நாள்களையும், B ஆனவர் $3\times12=36$ நாள்களையும் தனித்தனியே எடுத்துக்கொள்வர். ஆகவே,

A மற்றும் B ஒன்றாக இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எடுத்துக் கொள்ளும் நேரம் $= \frac{ab}{a+b}$ நாள்கள்

$= \frac{12\times36}{12+36} = \frac{12\times36}{48} = 9$ நாள்கள்.

எடுத்துக்காட்டு 2.9

P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 20 மற்றும் 30 நாள்களில் முடிப்பர் அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து வேலையைத் தொடங்கினர். சில நாள்கள் வேலை செய்த பிறகு Q ஆனவர் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை P ஆனவர் 5 நாள்களில் முடிக்கிறார் எனில், தொடங்கியதிலிருந்து எத்தனை நாள்களுக்கு பிறகு Q வேலையை விட்டுச் சென்றார்?

தீர்வு:

P இன் 1 நாள் வேலை = $\frac{1}{20}$ மற்றும் Q இன் 1 நாள் வேலை = $\frac{1}{30}$

P இன் 5 நாள்கள் வேலை $= \frac{1}{20} \times 5 = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

ஆகவே, மீதமுள்ள வேலை $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ (முழு வேலை என்பது எப்போதும் 1 ஆகும்)

இந்த மீதமுள்ள வேலையை P மற்றும் Q ஆகிய இருவரும் செய்தனர்.

P மற்றும் Q இன் ஒரு நாள் வேலை $= \frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

ஆகவே, அவர்கள் இருவரும் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நாள்கள் $= \frac{3/4}{1/12} = \frac{3}{4} \times \frac{12}{1} = 9$ நாள்கள்

ஆகவே, Q ஆனவர் வேலைத் தொடங்கி 9 நாள்களுக்கு பிறகு வேலையை விட்டுச் சென்றார்.

எடுத்துக்காட்டு 2.10

A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 12 நாள்கள் மற்றும் 9 நாள்களில் செய்வர் முதல் நாள் A ஐக் கொண்டு வேலையைத் தொடங்கி அடுத்தடுத்த நாள்களில் இருவரும் வேலையை செய்கின்றனர் எனில், வேலையானது எத்தனை நாள்களில் முடியும்?

தீர்வு:

அவர்கள் அடுத்தடுத்த (ஒன்றுவிட்டு ஒன்று) நாள்களில் வேலை செய்வதால், நாம் இரண்டு நாள்களை ஒரு கால அளவாகக் எடுத்துக்கொள்ளலாம்,

இந்த 2 நாள்கள் கால அளவில், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலை $= \frac{1}{12} + \frac{1}{9} = \frac{7}{36}$

இவ்வாறாக, $\frac{7}{36}$ என்ற பின்னத்திற்கு, அது போன்று 5 கால அளவுகளை நாம் கணக்கில் எடுத்துக்கொண்டால், (நாம் 5 கால அளவுகள் எடுப்பதற்கான காரணம் என்னவென்றால் 7 ஆனது 36 இல் 5 முறை முழுமையாக உள்ளது)

A மற்றும் B, $5 \times 2\ (=10)$ நாள்களில் செய்த வேலை $= 5 \times \frac{7}{36} = \frac{35}{36}$

மீதமுள்ள வேலை $= 1 - \frac{35}{36} = \frac{1}{36}$.

இதனை, A ஆனவர் $\frac{1}{36} \times 12 = \frac{1}{3}$ நாளில் முடிப்பார். ஆகவே,

வேலையை முடிக்கத் தேவையான மொத்தம் நேரம் = 10 நாள்கள் + $\frac{1}{3}$ நாள் $= 10\frac{1}{3}$ நாள்கள்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 44 20-11-2019 11:45:56

2.6 வேலைக்கானப் பணத்தைப் பகிர்தல்

ஒரு வேலையை நபர்கள் குழுவாகச் சேர்ந்து செய்யும் போது, அவர்கள் தனித்தனியே செய்யும் வேலையைப் பொறுத்து, அவர்களுக்குள்ளேயே பணத்தின் பங்கைப் பெறுவர் பொதுவாக, சம்பாதித்த பணத்தை, குழுவில் ஒன்றாக வேலைச் செய்த நபர்கள், அவர்கள் ஒவ்வொருவரும் செய்த மொத்த வேலையின் விகிதத்தில் பிரித்துக் கொள்வர்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

- ஒரு வேலையை செய்ய A மற்றும் B ஆகியோர் எழுத்துக்கொள்ளும் நேரமானது $x : y$ என்ற விகிதத்தில் இருந்தால், A மற்றும் B ஆகியோர் செய்த வேலையின் விகிதம் $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} = y : x$ என்ற விகிதத்தில் இருக்கும். தனித்தனியே அவர்கள் பெறும் ஊதியங்களின் விகிதமும் இதுவே ஆகும்.
- மூன்று நபர்கள்A, B மற்றும் C ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே x, y மற்றும் z நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், அவர்களுக்குத் தனித்தனியேப் பிரிக்கப்படும் ஊதியங்களின் விகிதமானது $\frac{1}{x} : \frac{1}{y} : \frac{1}{z}$ ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 2.11

X, Y மற்றும் Z ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையே 4, 6 மற்றும் 10 நாள்களில் முடிப்பர். X, Y மற்றும் Z ஆகிய மூவரும் ஒன்று சேர்ந்து அந்த வேலையை முடித்தால், அதற்காக அவர்களுக்கு ₹ 3100 வழங்கப்படும் எனில், அவர்கள் தனித்தனியேப் பெறும் பங்குகளைக் காண்க.

தீர்வு:

அவர்கள் அனைவரும் சமமான நாள்கள் வேலை செய்வதால், அவர்கள் பணத்தை பகிர்ந்துக் கொள்ளும் விகிதமானது அவர்களின் ஒரு நாள் வேலையின் விகிதத்திற்கு சமமானதாகும்.

அதாவது $\frac{1}{4} : \frac{1}{6} : \frac{1}{10} = \frac{15}{60} : \frac{10}{60} : \frac{6}{60} = 15:10:6$ இக்குச் சமமாகும்.

இங்கு, மொத்த பங்குகள் = 15 + 10 + 6 = 31

ஆகவே, A இன் பங்கு $= \frac{15}{31} \times 3100 = ₹1500$, B இன் பங்கு $= \frac{10}{31} \times 3100 = ₹1000$ மற்றும்

C இன் பங்கு ₹ 3100 – (₹ 1500 + ₹ 1000)= ₹ 600.

இவற்றை முயல்க

1. விக்ரம் ஒரு வேலையின் மூன்றில் ஒரு பகுதியை p நாள்களில் முடிப்பார் எனில், அவர் அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை ________ நாள்களில் முடிப்பார்.
2. m நபர்கள் ஒரு வேலையை n நாள்களில் முடிப்பர் எனில், $4m$ நபர்கள் அந்த வேலையை ________ நாள்களிலும், $\frac{m}{4}$ நபர்கள் அதே வேலையை ________ நாள்களிலும் முடிப்பர்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 45 20-11-2019 11:45:59

பயிற்சி 2.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**

G3K2C5

(i) A என்பவர் ஒரு வேலையை 3 நாள்களிலும் B என்பவர் 6 நாள்களிலும் முடிப்பர் எனில், இருவரும் ஒன்றாகச் சேர்ந்து அந்த வேலையை ________ நாள்களில் முடிப்பர்.

(ii) 5 நபர்கள் 5 வேலைகளை 5 நாள்களில் செய்து முடிப்பர் எனில், 50 நபர்கள் 50 வேலைகளை ________ நாள்களில் செய்து முடிப்பர்.

(iii) A என்பவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார். A மற்றும் B ஆகியோர் ஒன்றாக இணைந்து ஒரு வேலையை 6 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், B என்பவர் தனியே அந்த வேலையை ________ நாள்களில் முடிப்பார்.

(iv) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 35 நாள்களில் முடிப்பார். B ஆனவர், A ஐ விட 40% கூடுதல் திறன் வாய்ந்தவர் எனில், B ஆனவர் அந்த வேலையை ________ நாள்களில் முடிப்பார்.

(v) A என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 10 நாள்களிலும் B ஆனவர் தனியே 15 நாள்களிலும் முடிப்பர். அவர்கள் இந்த வேலையை ₹200000 தொகைக்கு ஒப்புக் கொண்டனர் எனில், A பெறும் தொகை ________ ஆகும்.

2. 210 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 18 நாள்களில் முடிப்பர். அதே வேலையை நாளொன்றுக்கு 14 மணி நேரம் வேலை செய்து, 20 நாள்களில் முடிக்க எத்தனை ஆண்கள் தேவை?

3. ஒரு சிமிட்டி தொழிற்சாலையானது, 36 இயந்திரங்களின் உதவியுடன் 12 நாள்களில் 7000 சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கிறது. 24 இயந்திரங்களைப் பயன்படுத்தி, 18 நாள்களில் எத்தனை சிமிட்டி பைகளைத் தயாரிக்கலாம்?

4. ஒரு சோப்புத் தொழிற்சாலையானது, நாளொன்றுக்கு 15 மணி நேரம் வேலை செய்து 6 நாள்களில் 9600 சோப்புகளைத் தயாரிக்கிறது. நாளொன்றுக்கு கூடுதலாக 3 மணி நேரம் வேலை செய்து 14400 சோப்புகள் தயாரிக்க அதற்கு எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

5. 6 சரக்கு வண்டிகள் 5 நாள்களில் 135 டன்கள் சரக்குகளை இடம் பெயர்க்கின்றன எனில், 1800 டன்கள் சரக்குகளை 4 நாள்களில் இடம் பெயர்க்க எத்தனை சரக்கு வண்டிகள் கூடுதலாகத் தேவை?

6 A என்பவர் ஒரு வேலையை 12 மணி நேரத்தில் முடிப்பார். B மற்றும் C அந்த வேலையை 3 மணி நேரத்திலும், A மற்றும் C அந்த வேலையை 6 மணி நேரத்திலும் செய்து முடிப்பர். அதே வேலையை B தனியே எவ்வளவு மணி நேரத்தில் முடிப்பார்?

7. A மற்றும் B ஆகியோர் ஒரு வேலையை 12 நாள்களிலும், B மற்றும் C ஆகியோர் அதை 15 நாள்களில் A மற்றும் C ஆகியோர் அதை 20 நாள்களிலும் முடிப்பர். ஒவ்வொருவரும் தனித்தனியே அந்த வேலையை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

8. தச்சர் A ஆனவர் ஒரு நாற்காலியின் பாகங்களைப் பொருத்த 15 நிமிடங்கள் எடுத்துக் கொள்கிறார். அதே வேலையைச் செய்ய தச்சர் B ஆனவர் தச்சர் A ஐ விட 3 நிமிடங்கள் கூடுதலாக எடுத்துக் கொள்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலைச் செய்து 22 நாற்காலிகளின் பாகங்களைப் பொருத்த எவ்வளவு நேரமாகும்?

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 46 20-11-2019 11:45:59

9. ஒரு வேலையை முடிக்க ஓர் ஆண் 10 நாள்களும் ஒரு பெண் 6 நாள்களும் எடுத்துக் கொள்கின்றனர். இருவரும் சேர்ந்து அந்த வேலையை 3 நாள்கள் செய்த பிறகு, அந்த பெண் வேலையை விட்டுச் சென்றுவிடுகிறார். மீதமுள்ள வேலையை அந்த ஆண் எத்தனை நாள்களில் முடிப்பார்?

10. A என்பவர் B என்பவரைக் காட்டிலும் வேலை செய்வதில் மூன்று மடங்கு வேகமானவர். B ஆனவர் ஒரு வேலையை 24 நாள்களில் முடிப்பார் எனில், இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் எடுத்துக் கொள்வர் எனக் காண்க.

பயிற்சி 2.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 5 மாணவர்கள் அல்லது 3 மாணவிகள் ஒரு அறிவியல் திட்டச் செயலை 40 நாள்களில் முடிப்பர். 15 மாணவர்கள் மற்றும் 6 மாணவிகள் அதே திட்டச் செயலை முடிக்க எத்தனை நாள்களாகும்?

2. 32 ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 12 மணி நேரம் வேலை செய்து ஒரு வேலையை 15 நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அந்த வேலையின் இரு மடங்கை எத்தனை ஆண்கள் நாளொன்றுக்கு 10 மணி நேரம் வேலை செய்து 24 நாள்களில் முடிப்பர்?

3. அமுதா, ஒரு சேலையை 18 நாள்களில் நெய்வார். அஞ்சலி, அனிதாவை விட நெய்வதில் இரு மடங்கு திறமைசாலி. இருவரும் இணைந்து நெய்தால், அந்தச் சேலையை எத்தனை நாள்களில் நெய்து முடிப்பர்?

4. A, B மற்றும் C ஆகிய மூவர் ஒரு வேலையை 5 நாள்களில் முடிப்பர். A மற்றும் C ஆகியோர் அதே வேலையை $7\frac{1}{2}$ நாள்களிலும் A ஆனவர் தனியே அதை 15 நாள்களிலும் முடிப்பர் எனில், B மற்றும் C ஆகியோர் அந்த வேலையை முடிக்க எத்தனை நாள்கள் ஆகும்?

5. P மற்றும் Q ஆகியோர் ஒரு வேலையை முறையை 12 மற்றும் 15 நாள்களில் முடிப்பர். P ஆனவர் அந்த வேலையைத் தனியேத் தொடங்கிய பிறகு, 3 நாள்கள் கழித்து Q ஆனவர் அவருடன் சேர்ந்து வேலையானது முடியும் வரை அவருடன் இருந்தார் எனில், வேலையானது எத்தனை நாள்கள் நீடித்தது?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

1. ஒரு முகாமில் 65 நாள்களுக்கு 490 வீரர்களுக்குப் போதுமான மளிகைப் பொருள்கள் இருந்தன. 15 நாள்களுக்குப் பிறகு, மேலும் பல வீரர்கள் முகாமிற்கு வந்ததால், மீதமிருந்த மளிகைப் பொருள்களானது 35 நாள்களுக்கு மட்டுமே போதுமானதாக இருந்தது எனில், எத்தனை வீரர்கள் முகாமில் சேர்ந்தனர்?

2. ஒரு சிறு தொழில் நிறுவனம், 40 ஆண்களைப் பணியமர்த்தி 150 நாள்களில் 540 விசைப்பொறி இறைப்பிகளைத் (Motor Pumps) தயாரித்து வழங்க ஓர் ஒப்பந்ததத்தை எடுத்துக்கொள்கிறது. 75 நாள்களுக்குப் பிறகு, அந்நிறுவனத்தால் 180 விசைப்பொறி இறைப்பிகளை மட்டுமே தயாரிக்க முடிந்தது. வேலையானது ஒப்பந்தத்தின்படி நேரத்திற்கு முடிய, கூடுதலாக எத்தனை ஆண்களை அந்நிறுவனம் பணியமர்த்த வேண்டும்?

3. A ஆனவர் ஒரு வேலையை 45 நாள்களில் முடிப்பார். அவர் 15 நாள்களுக்கு மட்டுமே வேலை செய்தார். பிறகு, B ஆனவர் மீதமிருந்த வேலையினை 24 நாள்களில் முடிக்கிறார். இருவரும் இணைந்து வேலை செய்தால், அந்த வேலையின் 80% ஐ முடிக்க ஆகும் நேரத்தைக் காண்க.

4. P என்பவர் தனியே ஒரு வேலையின் $\frac{1}{2}$ பகுதியை 6 நாள்களிலும், Q என்பவர் தனியே அதே வேலையின் $\frac{2}{3}$ பகுதியை 4 நாள்களிலும் முடிப்பர். இருவரும் இணைந்து அந்த வேலையின் $\frac{3}{4}$ பகுதியை எத்தனை நாள்களில் முடிப்பர்?

5. X என்பவர் தனியே ஒரு வேலையை 6 நாள்களிலும், Y என்பவர் தனியே அதே வேலையை 8 நாள்களிலும் முடிப்பர். X மற்றும் Y ஆகியோர் இந்த வேலையை ₹4800 இக்கு ஒப்புக் கொண்டனர். Z என்பவரின் உதவியுடன், அவர்கள் அந்த வேலையை 3 நாள்களில் முடித்தனர் எனில், தொகையில் Z இன் பங்கு எவ்வளவு?

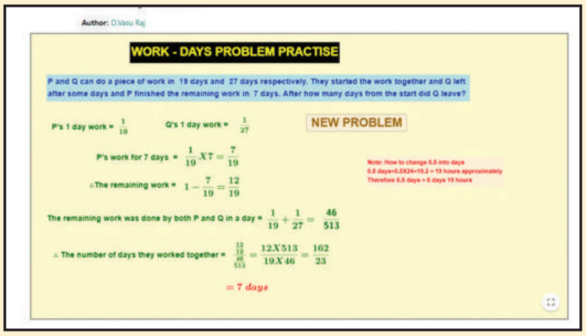
பாடச்சுருக்கம்

- ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையுமாறு (அதே விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை நேர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது நேர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும்.
- மாறாக, எப்போதும் $\frac{x}{y} = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது நேர்மாறலில் இருக்கும்.
- ஒரு அளவானது அதிகரிக்க அல்லது குறையும் போது, முறையே, மற்றொரு அளவானது குறைய அல்லது அதிகரிக்குமாறு (எதிர் விளைவு) இரு அளவுகள் இருக்குமாயின், அவை எதிர் மாறலில் உள்ளன எனக் கூறப்படும் அல்லது எதிர் மாறலில் வேறுபடுகிறது எனக் கூறப்படும்.
- மாறாக, எப்போதும் $xy = k$, k ஆனது ஒரு மிகை மாறிலியாக இருக்குமானால், x மற்றும் y ஆனது எதிர் மாறலில் இருக்கும்.
- சில கணக்குகள், சங்கிலித் தொடர்களாக இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட மாறல்களைப் பெற்றிருக்கும். இது கலப்பு மாறல் எனப்படும்.
- விகிதசமத்தைக் கண்ட பின், முனைக்கோடி மதிப்புகளின் பெருக்கபலனானது சராசரி மதிப்புகளின் பெருக்கல்பலனுக்குச் சமம் என்ற மெய்ம்மையைப் பயன்படுத்தி, தெரியாத (x) மதிப்பினைப் பெறலாம்.
- $\frac{P_1 \times D_1 \times H_1}{W_1} = \frac{P_2 \times D_2 \times H_2}{W_2}$ என்ற சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- பெருக்கல் காரணி முறை மூலமாகவும் நாம் தெரியாததைக் (x) காணலாம்.
- இரண்டு நபர்கள் X மற்றும் Y ஆகியோர் ஒரு வேலையைத் தனித்தனியே a மற்றும் b நாள்களில் முடிப்பர் எனில், அவர்களின் ஒரு நாள் வேலை முறையே $\frac{1}{a}$ மற்றும் $\frac{1}{b}$ ஆகும்.
- X மற்றும் Y அந்த வேலையை $\frac{ab}{a+b}$ நாள்களில் முடிப்பர்.

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 48 20-11-2019 11:46:00

இணையச் செயல்பாடு

எதிர்பார்க்கப்படும் விளைவுகள்

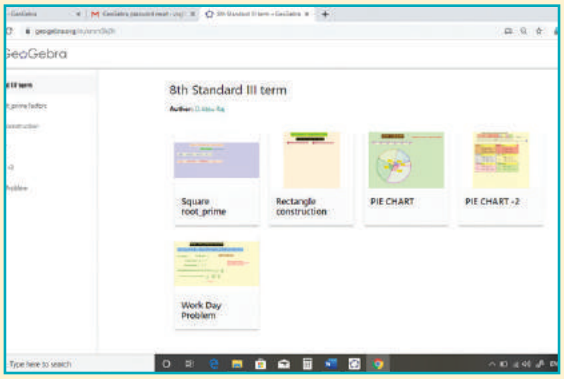


படி – 1

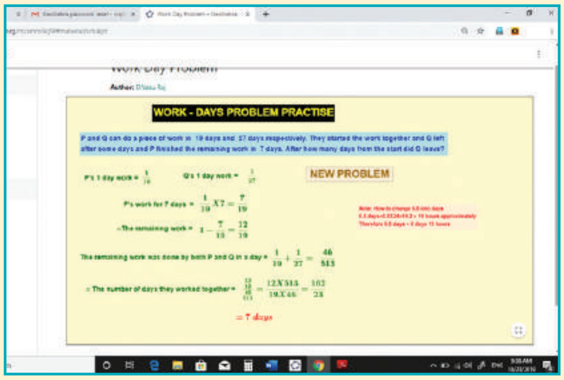
உலாவியைத் திறந்து பின்வரும் உரலித் தொடர்பை தட்டச்சு செய்யவும் (அல்லது) விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்யவும். 8 ஆம் வகுப்பு பருவம் III என்ற பணிப்புத்தகம் ஜியோஜீப்ராவில் திறக்கும். அதில் 'Work Day Problem' என்ற பணித்தாள் மீது சொடுக்கவும்.

படி – 2

"NEW PROBLEM" ஐக் கிளிக் செய்க. கணக்கீட்டைச் சரிபார்த்து நீங்களே வேலை செய்யுங்கள்.



படி 1



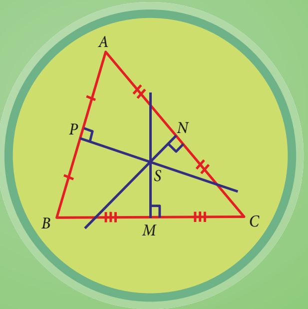
படி 2

இந்த தொடர்பில் உலாவவும்
வாழ்வியல் கணிதம்:
https://www.geogebra.org/m/xmm5kj9r or
விரைவுத் தகவல் குறியீட்டை நுட்பமாய் சோதிக்கவும்.

B355_8_MATHS_TM

Unit -2 Life Mathematics-TM.indd 49
20-11-2019 11:46:00

3 வடிவியல்



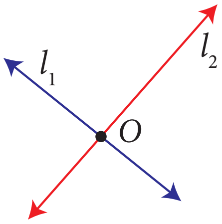
கற்றல் நோக்கங்கள்

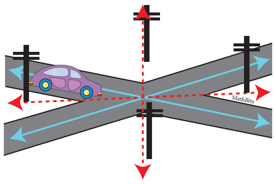
- முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள், குத்துக்கோடுகள், கோண இருசம வெட்டிகள் மற்றும் மையக்குத்துக்கோடுகள் ஆகியவை ஒரு புள்ளிவழிச் செல்வதைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- சாய்சதுரம், செவ்வகம் மற்றும் சதுரம் ஆகியவற்றை வரைதல்.

I4A2T2

3.1 அறிமுகம்

ஒரு தளத்தில் இரு நேர்க்கோடுகள் ஒன்றையொன்று சந்தித்துக் கொள்ளும்பொழுது, அவை வெட்டும் கோடுகள் என அழைக்கப்படுகிறது. இங்கு, கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை O என்ற புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்கின்றன. இங்கு புள்ளி O ஆனது l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளி எனப்படும்.

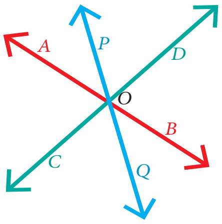


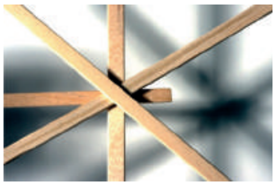


குறுக்குச் சாலைகள்

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்டக் கோடுகள் ஒருபுள்ளி வழியாகச் செல்கின்றன எனில், அவை ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் எனப்படும்.

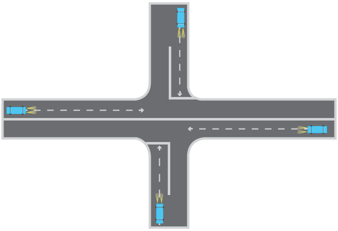
படத்தில் $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$ மற்றும் $\overleftrightarrow{PQ}$ ஆகியவை ஒருபுள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகள் மற்றும் O ஆனது ஒருங்கமைவுப் புள்ளியாகும்.

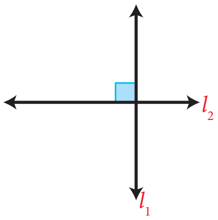




ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் மரத்துண்டுகள்

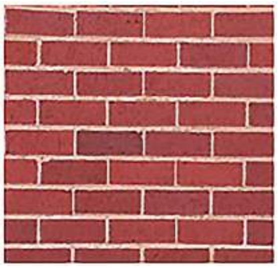
இங்கு, இரு சாலைகளும் சிறப்பான முறையில் சந்தித்துக் கொள்வதைப் பார்க்கிறாய் அல்லவா! ஆம், அவை 90°இல் ஒன்றுக்கொன்று குறுக்காகச் செல்கின்றன. இதுபோன்ற கோடுகள் **செங்குத்துக்கோடுகள்** எனப்படுகின்றன.





படத்தில் செங்குத்துக்கோடுகள் l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை காட்டப்பட்டுள்ளன. அவற்றை $l_1 \perp l_2$ என எழுதலாம்.

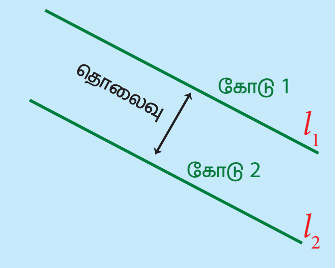
உங்கள் சூழலில் எண்ணற்ற செங்குத்துக் கோடுகளை நீங்கள் காண இயலும்.



Unit 3 - Geometry - TM.indd 50 20-11-2019 11:24:52

அனைத்து வெட்டும் கோடுகளும் செங்குத்துக் கோடுகளாகுமா? ஒரு தளத்தில் இருகோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளவில்லை எனில் அவற்றின் பெயர் என்ன? அது சாத்தியமாகுமா? ஆம், உங்களைச் சுற்றியே பல்வேறு உதாரணங்கள் உள்ளன.

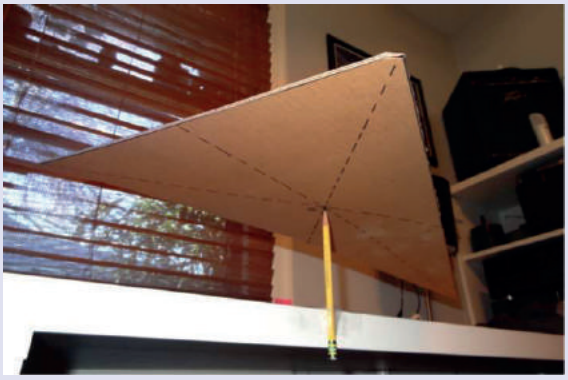
ஒரு தளத்தில் எங்கேயும் வெட்டிக்கொள்ளாதக் கோடுகள் இணைகோடுகள் எனப்படுகின்றன. அவை மாறாத செங்குத்துத் தொலைவில் உள்ளன. படத்தில், l_1 மற்றும் l_2 ஆகியவை இணைகோடுகள் ஆகும். அவற்றை $l_1 \parallel l_2$ என எழுதலாம்.



செயல்பாடு

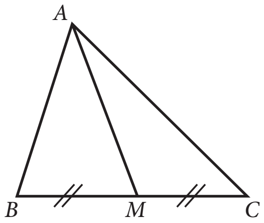
ஏதேனும் ஒரு வடிவில் காகிதத்தினை எடுத்துக் கொண்டு பின்வருமாறு மடிக்க.

(i) ஒரு சோடிச் செங்குத்துக்கோடுகள். (ii) ஒரு சோடி இணைகோடுகள்

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் வடிவியல்	
	
முக்கோணமானது நடுக்கோட்டு மையத்தில் நிலைநிறுத்தப்பட்டுள்ளது.	தூக்கு ஏணியில் சாய்சதுர வடிவம் காணப்படுகிறது.

3.2 முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு

ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிப் புள்ளியையும் அதன் எதிர்ப்பக்கத்தின் மையப் புள்ளியையும் இணைக்கும் கோடு அம்முக்கோணத்தின் நடுக்கோடு ஆகும்.



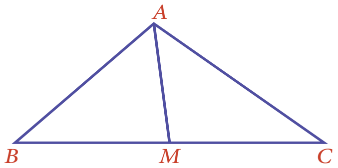
படத்தில், $\overline{AM}$ என்பது $\Delta\ ABC$ இன் நடுக்கோடாகும்.

$\Delta\ ABC$ இக்கு வேறு ஏதேனும் நடுக்கோடுகள் உள்ளனவா?

ஒரு முக்கோணத்திற்கு மூன்று உச்சிப் புள்ளிகள் உள்ளதால் மூன்று நடுக்கோடுகளையும் ஒருவர் காண இயலும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.1

படத்தில் ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. AM என்பது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். BM = 3.5 செ.மீ எனில் பக்கம் BC இன் நீளம் என்ன?



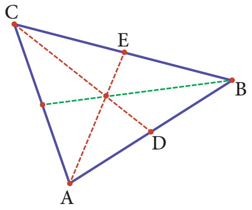
Unit 3 - Geometry - TM.indd 51
20-11-2019 11:24:53

தீர்வு:

AM என்பது நடுக்கோடு $\Rightarrow M$ ஆனது BC இன் நடுப்புள்ளி ஆகும்.

$BM = 3.5$ செ.மீ எனில், $BC = BM$ இன் நீளத்தைப்போல் இருமடங்கு $= 2 \times 3.5$ செ.மீ $= 7$ செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3.2



படத்தில், ABC என்பது ஒரு முக்கோணம் என்க. CD ஆனது அதன் நடுக்கோடுகளில் ஒன்றாகும். AD = $9x - 13$ மற்றும் BD = $4x + 2$ எனில், பக்கம் AB இன் நீளம் காண்க.

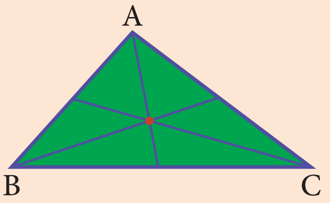
தீர்வு:

D ஆனது AB இன் மையப்புள்ளி என்பதால் AD = DB (ஏன்?).

எனவே, $9x - 13 = 4x + 2$. இந்த எளியச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன்மூலம் நாம் $x = 3$ எனப் பெறுகிறோம் (முயல்க!).

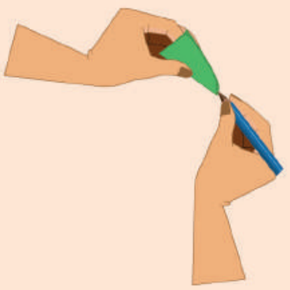
ஆகவே, AB $= 2(9x - 13) = 2(9(3) - 13) = 28$ அலகுகள்.

செயல்பாடு

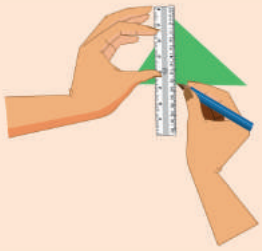


1. முக்கோண வடிவ காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க. (குறுங்கோண முக்கோணத்தைக் கொண்டு தொடங்குவோம்) அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.

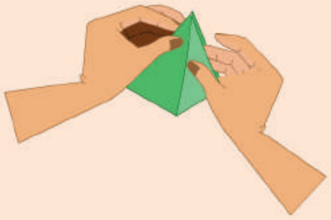
2. மடிப்புக் கோடானது உச்சிப்புள்ளி A வழியாகவும், B ஆனது C இன் மேல் பொருந்தும் நிலையில் BC ஐ சந்திக்குமாறும் காகிதத்தினை மடிக்க



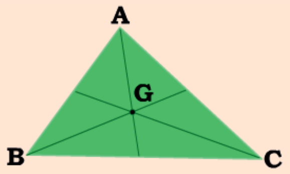
3. BC இன் மையப்புள்ளி M ஐக் குறிக்க.



4. தெளிவாகக் காண விரும்பினால், இப்போது நீங்கள் நடுக்கோடு AMஐ வரைந்து கொள்ளலாம். (அல்லது மடிப்பாகவே இருக்கலாம்)



5. இதேபோன்று மடித்து, மற்ற இரண்டு நடுக்கோடுகளையும் வரைக.



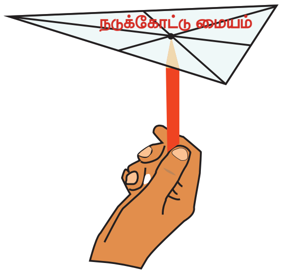
6. அனைத்து நடுக்கோடுகளும் ஒரேபுள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

இப்போது இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்க. உங்களின் முடிவு என்ன?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 52 20-11-2019 11:24:54

3.2.1 நடுக்கோட்டு மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று நடுக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். இது **G** என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. இது புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வது ஒரு வியப்பாகும். இந்த உண்மையை ஒருவர் எளிதில் சரிபார்க்கலாம். முக்கோண வடிவில் உள்ள ஓர் அட்டையை எடுத்துக்கொள்க. அதன் நடுக்கோட்டு மையத்தினை விரல் நுனியிலோ அல்லது பென்சிலின் நுனியிலோ வைப்பதன் மூலம் அம்முக்கோணத்தைக் கிடைமட்டமாக நிலைநிறுத்த இயலும்.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தைக் காண மூன்று நடுக்கோடுகளையும் காண வேண்டுமா? இப்போது, பின்வரும் வினாக்களுக்கான விடைகளை நீங்களாகவே ஆராயலாம்.

(i) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தை எவ்வாறு காண்பீர்கள்?

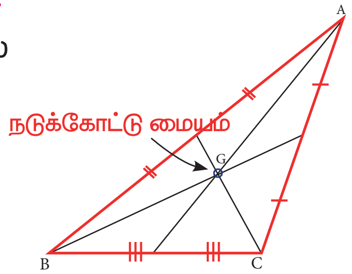
(ii) நடுக்கோட்டு மையமானது உச்சிப் புள்ளிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் உள்ளனவா?

(iii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையம் எப்போதும் அதன் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறதா?

(iv) (அ) இருசமபக்க முக்கோணம் (ஆ) சமபக்க முக்கோணம் ஆகியவற்றின் நடுக்கோடுகளில் ஏதேனும் சிறப்புத்தன்மை உள்ளனவா?

3.2.2 முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் பண்புகள்:

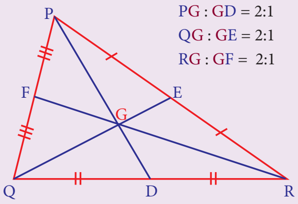
முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையத்தின் அமைவிடமானது சில சிறப்புப் பண்புகளைக் கொண்டுள்ளது.



- எப்போதும் அது முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமைகிறது.
- எந்தவொரு முக்கோணப்படலத்திற்கும் புவிஈர்ப்பு மையமாகத் திகழ்வதை நாம் ஏற்கனவேப் பார்த்திருக்கிறோம்.
- கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தை உற்றுநோக்குக. ஒவ்வோர் உச்சிப் புள்ளியிலிருந்தும் Gஇக்கு வரையப்பட்டுள்ள கோடுகள் $\triangle ABG$, $\triangle BCG$ மற்றும் $\triangle CAG$ ஆகிய மூன்று முக்கோணங்களை உருவாக்குகிறது. வியக்கத்தக்க வகையில், இந்த மூன்று முக்கோணங்களும் சம பரப்பளவைக் கொண்டுள்ளன.

முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் அதனை சம பரப்பளவுள்ள மூன்று சிறிய முக்கோணங்களாகப் பிரிக்கும்!

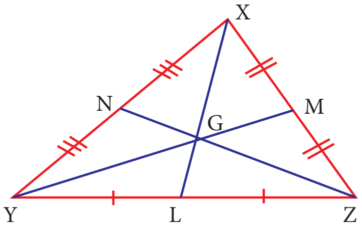
உங்களுக்குத் தெரியுமா?



முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும், உச்சிப் புள்ளிக்கு அருகாமையில் இருக்கும் கோட்டுத்துண்டை மற்றொன்றைப் போல் இருமடங்காக உள்ளவாறு இரண்டாகப் பிரிக்கிறது.

அதாவது, நடுக்கோட்டு மையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கிறது (எடுத்துக்காட்டாக, GD ஆனது PD இல் $\frac{1}{3}$ பங்காகும்). (காகிதமடிப்பு முறையில் இதனைச் சரிபார்க்க முயற்சி செய்).

எடுத்துக்காட்டு 3.3



படத்தில், *G* ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

(i) GL = 2.5 செ.மீ எனில், XL இன் நீளம் காண்க..

(ii) YM = 9.3 செ.மீ எனில், GM இன் நீளம் காண்க..

Unit 3 - Geometry - TM.indd 53 20-11-2019 11:24:54

தீர்வு:

(i) G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் என்பதால், XG : GL = 2 : 1

$\Rightarrow$ XG : 2.5 = 2 : 1.

எனவே, $1 \times (XG) = 2 \times (2.5) \Rightarrow XG = 5$ செ.மீ ஆகும்.

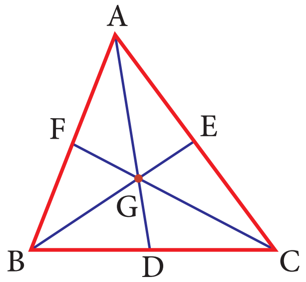
$\therefore$ XL இன் நீளம் = XG + GL = 5 + 2.5 = 7.5 செ.மீ.

(ii) YG இன் நீளம் இரண்டு பங்கு எனில், GM இன் நீளம் 1 பங்கு ஆகும் (ஏன்?).
அதாவது YM இன் நீளம் 3 பங்குகள் ஆகும்.
3 பங்குகள் என்பது 9.3 செ.மீ நீளம் ஆகும். ஆகவே, GM இன் நீளம் (1பங்கு) = 9.3 ÷ 3 = 3.1 செ.மீ.

எடுத்துக்காட்டு 3.4

ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். AD=12 செ.மீ, BC=8 செ.மீ மற்றும் BE=9 செ.மீ எனில், $\triangle BDG$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.

தீர்வு:



ABC ஆனது ஒரு முக்கோணம் மற்றும் G ஆனது அதன் நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும்.

$AD = 12$ செ.மீ $\Rightarrow GD =$ AD இல் $\frac{1}{3}$ பங்கு $= \frac{1}{3}(12) = 4$ செ.மீ மற்றும்

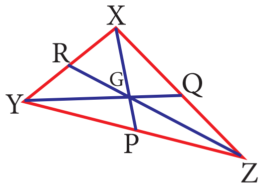
$BE = 9$ செ.மீ $\Rightarrow BG =$ BE இல் $\frac{2}{3}$ பங்கு $= \frac{2}{3}(9) = 6$ செ.மீ

மேலும், D என்பது BC இன் மையப்புள்ளி $\Rightarrow BD =$ BC இல் $\frac{1}{2}$ பங்கு $= \frac{1}{2}(8) = 4$ செ.மீ.

$\therefore \triangle BDG$ இன் சுற்றளவு = BD+GD+BG = 4+4+6 = 14 செ.மீ

எடுத்துக்காட்டு 3.5

முக்கோணம் XYZ இல் G ஆனது நடுக்கோட்டு மையம் ஆகும். GP=2.5 செ.மீ, GY=6 செ.மீ மற்றும் ZR=12 செ.மீ எனில் XP, QY மற்றும் GRஐக் காண்க.



தீர்வு:

நடுக்கோட்டு மையம் G ஆனது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் 2:1 என்ற விகிதத்தில் பிரிக்கும்.

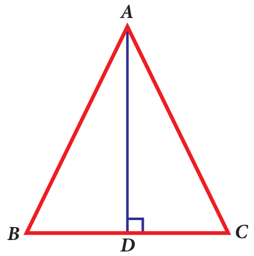
$\therefore XG = 2GP \Rightarrow XG = 2(2.5) = 5$ செ.மீ மற்றும் XP = XG + GP = 5 + 2.5 = 7.5 செ.மீ.

இதேபோன்று, $GY = 2GQ \Rightarrow 6 = 2GQ \Rightarrow GQ = 3$ செ.மீ மற்றும் QY = 3 + 6 = 9 செ.மீ.

இப்போது, ZR = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR + GZ = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR+2GR = 12 செ.மீ $\Rightarrow$ GR = 4 செ.மீ.

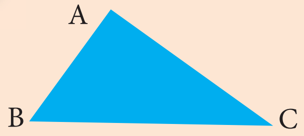
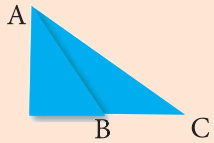
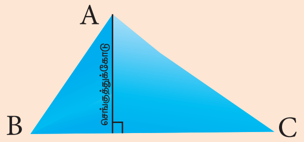
3.3 முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு

முக்கோணத்தின் உயரம் என்று அறியப்படும் முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடு என்பது முக்கோணத்தின் உச்சியிலிருந்து அதன் எதிர்ப்பக்கத்திற்குச் செங்குத்தாக வரையப்படும் கோடாகும். செங்குத்துக் கோடானது முக்கோணத்தின் அடிப்பக்கத்தின் மீது செங்கோணத்தை உருவாக்குகிறது. இங்கு $\triangle ABC$ இல் $AD \perp BC$ ஆனது செங்குத்துக்கோடுகளில் ஒன்றாகும்.



Unit 3 - Geometry - TM.indd 54 20-11-2019 11:24:55

செயல்பாடு

		
1. ஒரு குறுங்கோண முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ள காகிதத்தை எடுத்துக் கொள்க, அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. முக்கோணத்தின் ஒரு பக்கமானது அதன் மீது பொருந்துமாறும் அப்பக்கத்திற்கு எதிரேயுள்ள உச்சியைப் பெற்றிருக்குமாறும் அம்முக்கோணத்தை மடிக்க.	3. நீங்கள் செங்குத்துக்கோட்டை தெளிவாகக் காண விரும்பினால் இப்போது நீங்கள் செங்குத்துக்கோடு AM ஐ வரைந்து கொள்ளலாம்.

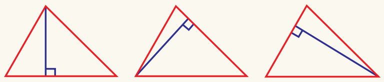
இதேபோன்று மற்ற இரு பக்கங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. மேலும், உங்கள் ஆசிரியரின் உதவியுடன் செங்கோண மற்றும் விரிகோண முக்கோணங்களின் செங்குத்துக்கோடுகளையும் காண்க. ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்துச் செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழியாகச் செல்கின்றனவா?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று செங்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

அவ்வாறு சந்திக்கும் புள்ளியானது அதன் செங்கோட்டுமையம் ஆகும். இது H என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

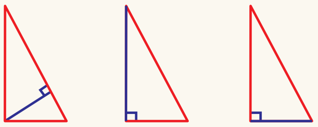
சிந்திக்க

1. **குறுங்கோண முக்கோணத்தில்**, மூன்று செங்குத்துக் கோடுகளும் முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும். அதன் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும்? முக்கோணத்தின் உள் பகுதியில் அமையுமா? அல்லது வெளிப் பகுதியில் அமையுமா?



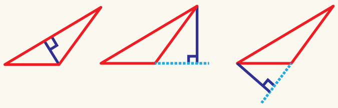
குறுங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

2. **செங்கோண முக்கோணத்தில்**, கர்ணத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ள செங்குத்துக்கோடானது உள்பகுதியிலும், மற்ற இரண்டு செங்குத்துக்கோடுகளின் செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்களாகவும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டுமையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



செங்கோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

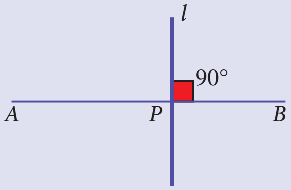
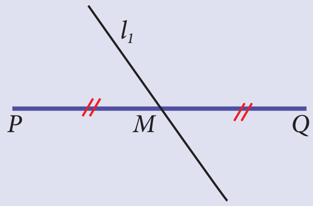
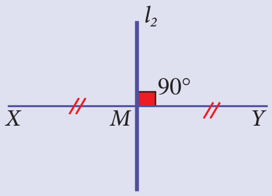
3. **விரிகோண முக்கோணத்தில்**, விரிகோணத்தைத் தாங்கும் உச்சியிலிருந்து வரையப்படும் செங்குத்துக்கோடு முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும் குறுங்கோணங்களைத் தாங்கும் உச்சிகளிலிருந்து வரையப்படும் மற்ற இரு செங்குத்துக்கோடுகள் முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும் அமையும். இவ்வகை முக்கோணங்களுக்குச் செங்கோட்டு மையம் எங்கு அமையும் எனக் கூற இயலுமா?



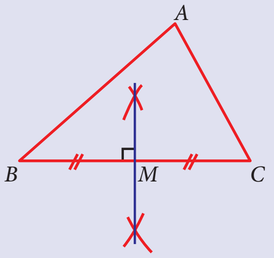
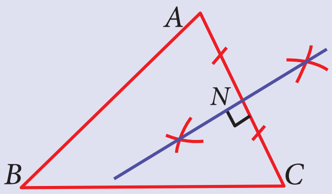
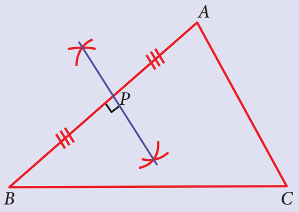
விரிகோண முக்கோணத்தில் செங்குத்துக் கோடுகள்

3.4 மையக்குத்துக்கோடு

பின்வரும் கருத்துக்களை நாம் முதலில் நினைவு கூர்வோம்.

குத்துக்கோடு	மையக்கோடு (இருசமவெட்டி)	மையக்குத்துக்கோடு
		
$\overline{AB}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l ஆனது $\overline{AB}$ இக்குச் செங்குத்து. P என்பது குத்துக்கோட்டின் அடியாகும். இங்கு, $\overline{AP} \neq \overline{PB}$ என்பது குறிப்பிடத்தக்கது.	$\overline{PQ}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இன் மையக்கோடு. M என்பது $\overline{PQ}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். l_1 ஆனது $\overline{PQ}$ இக்குச் செங்குத்தாக இருக்க வேண்டிய அவசியமில்லை.	$\overline{XY}$ என்பது ஒரு கோட்டுத்துண்டு. l_2 ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையக்கோடு. மேலும், l_2 என்பது $\overline{XY}$ இக்குச் செங்குத்து. M ஆனது $\overline{XY}$ இன் மையப்புள்ளி.

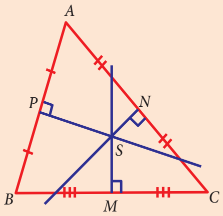
முக்கோணம் ABC ஐக் கருத்தில் கொள்க. அதற்கு மூன்று பக்கங்கள் உள்ளன. ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் ஒரு மையக்குத்துக்கோட்டினைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

		
பக்கம் BC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AC இன் மையக் குத்துக்கோடு	பக்கம் AB இன் மையக்குத்துக்கோடு
M என்பது $\overline{BC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். M இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	N என்பது $\overline{AC}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். N இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.	P என்பது $\overline{AB}$ இன் மையப்புள்ளி ஆகும். P இல் நாம் செங்கோணத்தைப் பெறுகிறோம்.

ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று மையக்குத்துக் கோடுகளும் ஒரு புள்ளி வழிச்செல்லும் கோடுகளாக அமைவது வியப்பிற்குரியது!

செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்வதை நாம் காண இயலும். முயற்சி செய்க!

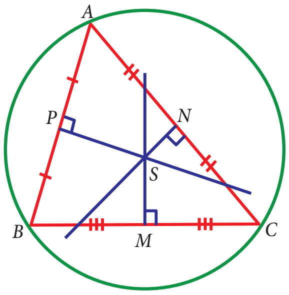


எந்தவொரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகளும் ஒருபுள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகளாகும்.

நடுக்கோட்டு மையம் காண்பதற்குச் செய்ததைப் போன்றே, குறுங்கோண, விரிகோண, செங்கோண, இருசமபக்க மற்றும் சமபக்க முக்கோணம் போன்ற வெவ்வேறு வகை முக்கோணங்களுக்கும் இச்செயல்பாட்டினை மீண்டும் செய்க. இவ்வகையில் சமபக்க முக்கோணங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகள் ஏதேனும் சிறப்புத் தன்மையைப் பெற்றுள்ளனவா?

Unit 3 - Geometry - TM.indd 56 20-11-2019 11:25:04

3.4.1 சுற்றுவட்ட மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களின் மையக்குத்துக் கோடுகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அதன் சுற்றுவட்ட மையம் ஆகும். இது S என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது. அது ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது?

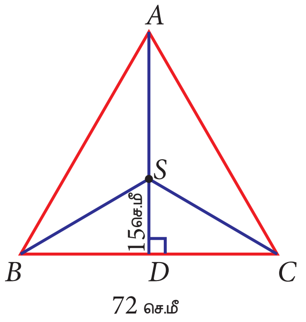
ஏனெனில், முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளியை சுற்றுவட்ட மையமாகக் கொண்டு, அம்முக்கோணத்தின் மூன்று உச்சிப்புள்ளிகள் வழியாகச் செல்லுமாறு முக்கோணத்தினைச் சுற்றிலும் ஒருவரால் வட்டத்தினை வரைய இயலும். இவ்வாறு, சுற்றுவட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து சமதூரத்தில் அமைந்துள்ளது.

செயல்பாடு

காகித மடிப்பு முறையில் பின்வருவனவற்றைச் சரியானவையா என ஆராய்க:

1. குறுங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையமானது அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.
2. விரிகோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலேயே அமையும்.
3. செங்கோண முக்கோணத்தின் சுற்றுவட்டமையானது அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மையப்புள்ளியில் அமையும்.

எடுத்துக்காட்டு 3.6



ΔABCஇல், S என்பது சுற்றுவட்ட மையம், BC = 72 செ.மீ மற்றும் DS = 15 செ.மீ எனில் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரத்தைக் காண்க.

தீர்வு:

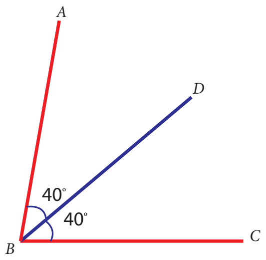
ΔABCஇல் S என்பது சுற்றுவட்டமையமாகும் என்பதால், அது A, B மற்றும் C இலிருந்து சமதூரத்தில் இருக்கும். ஆகவே AS = BS = CS = சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம். AD ஆனது BC இன் மையக்குத்துக்கோடு என்பதால், $BD = \frac{1}{2} \times BC = \frac{1}{2} \times 72 = 36$ செ.மீ

பித்தாகரஸ் தேற்றத்தின்படி செங்கோண முக்கோணம் BDS இல்,

$$BS^2 = BD^2 + SD^2 = 36^2 + 15^2 = 1521 = 39^2 \Rightarrow BS = 39 \text{ செ.மீ}$$

$\therefore$ ΔABC இன் சுற்றுவட்டத்தின் ஆரம் = 39 செ.மீ ஆகும்.

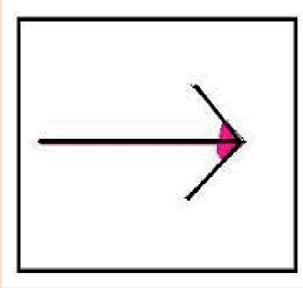
3.5 கோண இருசமவெட்டி



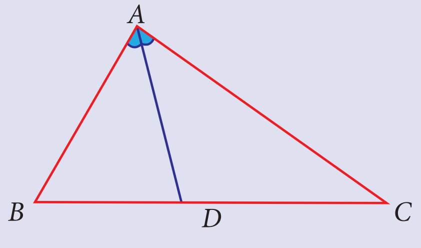
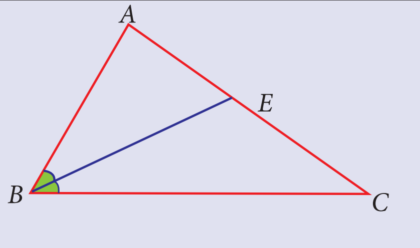
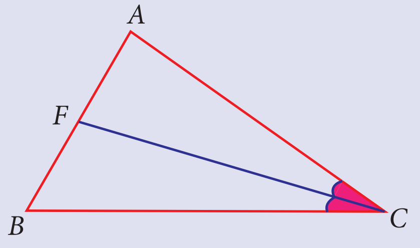
முந்தைய வகுப்பில், கோண இருசமவெட்டிகளைப் பற்றி நாம் கற்றிருக்கிறோம். கோண இருசமவெட்டி என்பது ஒரு கோணத்தை இரண்டு சமஅளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கும் கோடு அல்லது கதிர் ஆகும். படத்தில், $\angle ABC$ ஆனது BD என்ற கோட்டின் மூலம் $\angle ABD = \angle CBD$ என இருக்குமாறு இருசம கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படுகிறது.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 57 20-11-2019 11:25:05

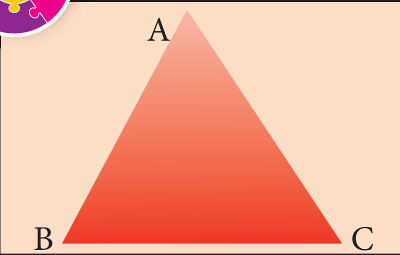
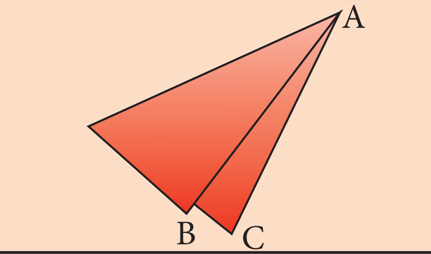
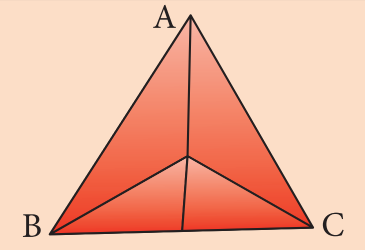
ஒருவரின் அன்றாட வாழ்வில் கோண இருசமவெட்டிகள் காணப்படும் பொருள்களுக்குச் சில எடுத்துக்காட்டுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.



ABCஐக் கருத்தில் கொள்க. ஒரு முக்கோணம் எத்தனை கோணங்களைப் பெற்றிருக்கிறது? 3 கோணங்கள். ஒவ்வொரு கோணத்திற்கும் ஒரு கோண இருசமவெட்டியைப் பின்வருமாறு நீங்கள் பெற இயலும்.

		
AD ஆனது ∠A ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே, அது ∠A இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	BE ஆனது ∠B ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது ∠B இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.	CF ஆனது ∠C ஐ இருசம அளவுள்ள கோணங்களாகப் பிரிக்கிறது. எனவே அது ∠C இன் கோண இருசமவெட்டி ஆகும்.

செயல்பாடு

		
1. முக்கோண வடிவில் வெட்டப்பட்டுள்ளக் காகிதத்தினை எடுத்துக்கொள்க. அதற்கு ABC எனப் பெயரிடுக.	2. எதிர்ப்பக்கங்கள் ஒன்றன்மீது ஒன்று பொருந்துமாறும், உச்சிப்புள்ளியைப் பெற்றிருக்குமாறும் முக்கோணத்தினை மடிக்க. இதேபோன்று மீண்டும் செய்து மற்ற இரண்டு கோணங்களின் கோண இருசமவெட்டிகளைக் காண்க.	3. அனைத்து மடிப்புக் கோடுகளையும் வரைக. அனைத்துக் கோண இருசம வெட்டிகளும் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

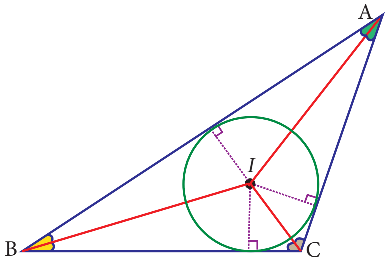
இதே செயல்பாட்டினை மீண்டும் விரிகோண மற்றும் செங்கோண முக்கோணங்களுக்கும் செய்து பார்க்கவும். உங்களின் முடிவு என்ன?

அனைத்து வகை முக்கோணங்களிலும், கோண இருசமவெட்டிகள் ஒரே புள்ளி வழிச் செல்கின்றனவா?

எந்தவொரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோண இருசமவெட்டிகளும் ஒரு புள்ளி வழிச் செல்லும் கோடுகள் ஆகும்.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 58 20-11-2019 11:25:06

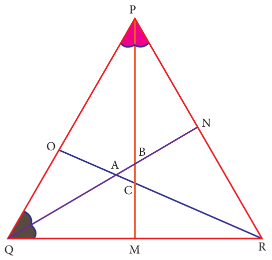
3.5.1 உள்வட்ட மையம்:



ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று கோணங்களின் இருசமவெட்டிகளும் சந்திக்கும் புள்ளி அம்முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையம் எனப்படும். இதனை I என்ற எழுத்தால் குறிக்கப்படுகிறது.

ஏன் அவ்வாறு அழைக்கப்படுகிறது? ஏனெனில், கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளியை மையமாகக் கொண்டு, ஒரு முக்கோணத்தின் மூன்று பக்கங்களையும் உட்புறமாகத் தொட்டுச் செல்லுமாறு அம்முக்கோணத்தினுள் வட்டம் வரைய இயலும். முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையத்திலிருந்து அதன் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் வரையப்படும் செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் சமமாக இருக்கும். இவ்வாறு உள்வட்ட மையமானது முக்கோணத்தின் அனைத்து பக்கங்களுக்கும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 3.7



முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையத்தினைக் கண்டறிக.

தீர்வு:

முக்கோணத்தின் உள்வட்ட மையமானது அதன் கோணங்களின் இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி ஆகும்.

இங்கு PM மற்றும் QN ஆகியவை முறையே $\angle P$ மற்றும் $\angle Q$ இன் கோண இருசமவெட்டிகள் ஆகும். அவை B இல் வெட்டிக்கொள்கின்றன.

எனவே, முக்கோணம் PQR இன் உள்வட்ட மையம் B ஆகும்.

A மற்றும் C ஆகியவை ΔPQR இன் உள்வட்ட மையங்களாகுமா? ஏன்?

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

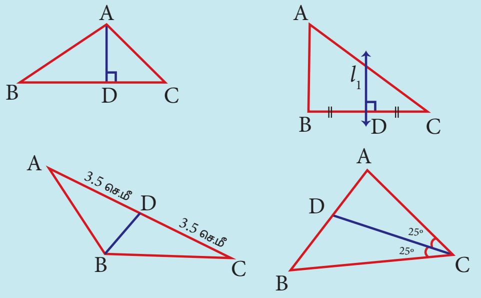
கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணத்தின் வகையைப் பொறுத்து நடுக்கோட்டு மையம், செங்கோட்டுமையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றின் அமைவிடங்கள் வேறுபடுகின்றன. அவற்றின் அமைவிடங்களை எளிதில் நினைவில் கொள்ள பின்வரும் குறிப்புகள் நமக்கு உதவியாக இருக்கும்.

(i) அனைத்து வகை முக்கோணங்களுக்கும், நடுக்கோட்டுமையமும் (G) உள்வட்ட மையமும் (I) முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலேயே அமையும்.

(ii) செங்கோட்டுமையமானது (H) குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் செங்கோணம் (90°) அமையும் உச்சியின் மீதும் அமையும்.

(iii) சுற்றுவட்டமையமானது (S), குறுங்கோண முக்கோணத்தின் உள்பகுதியிலும், விரிகோண முக்கோணத்தின் வெளிப்பகுதியிலும், செங்கோண முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதும் அமையும்.

இவற்றை முயல்க



ஒவ்வொரு முக்கோணத்திலும் கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோடுகளின் வகைகளை அடையாளம் காண்க.

(நடுக்கோடு, செங்குத்துக்கோடு, மையக்குத்துக்கோடு, கோண இருசமவெட்டி)

(i) AD = __________ (ii) l_1 = __________

(iii) BD = __________ (iv) CD = __________

சிந்திக்க

1. காகித மடிப்பு முறையில் சமபக்க முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம், செங்கோட்டு மையம், சுற்றுவட்டமையம் மற்றும் உள்வட்டமையம் ஆகியவற்றைக் காண்க. அவை ஒரே புள்ளியில் அமைகிறதா?
2. காகித மடிப்பு முறையில் ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையம் (G), செங்கோட்டு மையம் (H), சுற்றுவட்டமையம் (S) மற்றும் உள்வட்டமையம் (I) ஆகியவற்றைக் காண்க. G, H, S மற்றும் I ஐ இணைக்க. அவை ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகளா?

பயிற்சி 3.1

1. **கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:**
   (i) ஒரு முக்கோணத்தின் செங்குத்துக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி ___________ஆகும்.
   (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோடுகள் வெட்டிக்கொள்ளும் புள்ளி ____________ஆகும்.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் கோண இருசமவெட்டிகள் சந்திக்கும் புள்ளி____________ஆகும்.
   (iv) ஒரு முக்கோணத்தின் பக்கங்களின் மையக்குத்துக்கோடுகள் சந்திக்கும் புள்ளி ___________ ஆகும்.
   (v) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமானது ஒவ்வொரு நடுக்கோட்டையும் __________ விகிதத்தில் பிரிக்கின்றது.

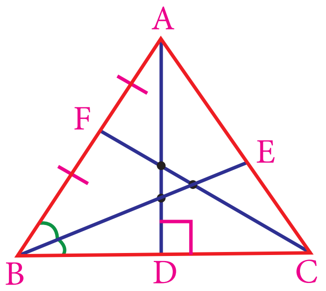
2. **சரியா அல்லது தவறா எனக் கூறுக:**
   (i) எந்தவொரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும் உள்வட்டமையமும் அம்முக்கோணத்தின் உள்பகுதியில் அமையும்.
   (ii) ஒரு முக்கோணத்தின் நடுக்கோட்டுமையமும், செங்கோட்டுமையமும், உள்வட்ட மையமும் ஒரு கோடமைவுப் புள்ளிகள் ஆகும்.
   (iii) ஒரு முக்கோணத்தின் உள்வட்டமையமானது அதன் அனைத்து உச்சிப்புள்ளிகளிலிருந்தும் சமதூரத்தில் உள்ளது.

H2P9I8

3. **(அ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் சுற்றுவட்டமையம் எங்கே அமையும்?**
   (i) குறுங்கோண முக்கோணம்.
   (ii) விரிகோண முக்கோணம்.
   (iii) செங்கோண முக்கோணம்.

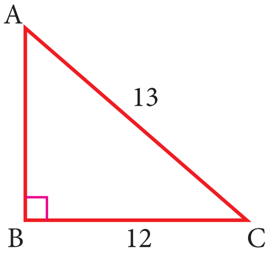
   (ஆ) கொடுக்கப்பட்டுள்ள முக்கோணங்களின் செங்கோட்டுமையம் எங்கே அமையும்?
   (i) குறுங்கோண முக்கோணம்.
   (ii) விரிகோண முக்கோணம்.
   (iii) செங்கோண முக்கோணம்.

4. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக:
   முக்கோணம் ABC இல்,
   (i) கோண இருசமவெட்டி _________ ஆகும்.
   (ii) செங்குத்துக் கோடு _________ ஆகும்.
   (iii) நடுக்கோடு _________ ஆகும்.

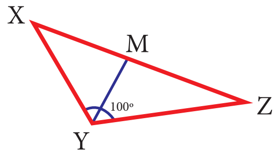


Unit 3 - Geometry - TM.indd 60 20-11-2019 11:25:06

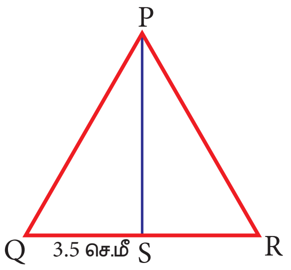
5. செங்கோண முக்கோணம் ABCஇல், உச்சி A இலிருந்து BC இக்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்துக் கோட்டின் நீளம் என்ன?



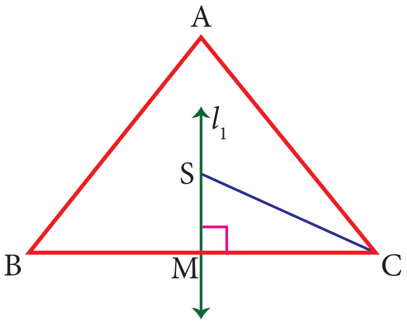
6. முக்கோணம் XYZ இல், $\angle Y$ இன் கோண இருசமவெட்டி YM மற்றும் $\angle Y$ ஆனது $100°$ ஆகும். $\angle XYM$ மற்றும் $\angle ZYM$ ஆகியவற்றைக் காண்க.



7. முக்கோணம் PQR இல், PS என்பது நடுக்கோடு மற்றும் QS=3.5 செ.மீ எனில் QR ஐக் காண்க.



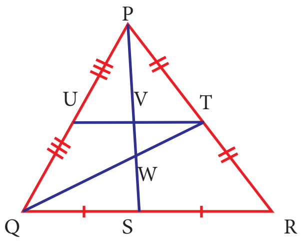
8. முக்கோணம் ABC இல், BC இன் மையக்குத்துக்கோடு l_1 ஆகும். BC=12 செ.மீ, SM=8 செ.மீ எனில் CS ஐக் காண்க.



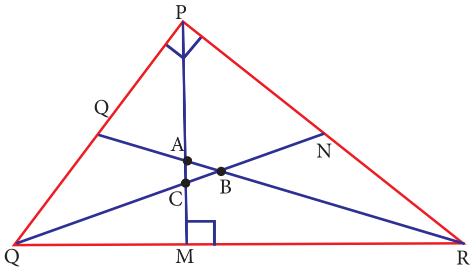
பயிற்சி 3.2

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

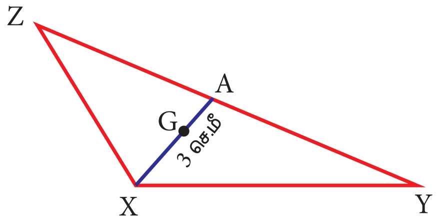
1. ΔPQR இன் நடுக்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.



2. ΔPQRஇன் செங்கோட்டுமையத்தைக் கண்டறிக.

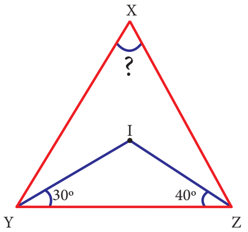


3. கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்தில், YZ இன் மையப்புள்ளி A மற்றும் G ஆனது முக்கோணம் XYZ இன் நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். GA இன் நீளம் 3 செ.மீ எனில் XA ஐக் காண்க.

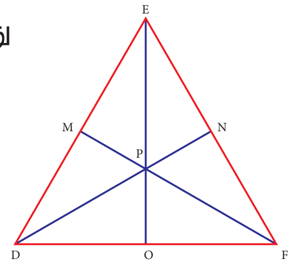


மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

4. ஒரு செங்கோண முக்கோணத்தில், செங்கோணத்தைத் தாங்கும் பக்கங்கள் 15 அடி மற்றும் 20 அடி எனில், அம்முக்கோணத்தின் கர்ணத்தின் மீதமைந்த செங்குத்துக் கோட்டின் நீளத்தைக் காண்க.
5. ΔXYZஇன் உள்வட்ட மையம் I, $\angle IYZ = 30^\circ$ மற்றும் $\angle IZY = 40^\circ$ எனில் $\angle YXZ$ ஐக் காண்க.



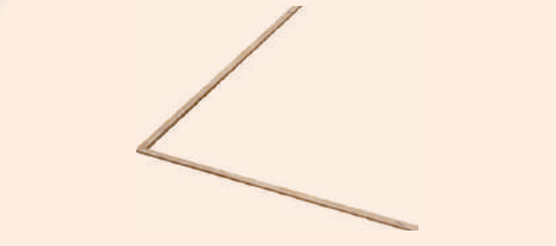
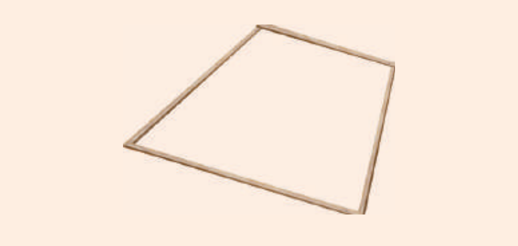
6. ΔDEFஇல், DN, EO, FM ஆகியவை நடுக்கோடுகள் மற்றும் புள்ளி P ஆனது நடுக்கோட்டுமையம் ஆகும். எனில் பின்வருவனற்றைக் காண்க.
   (i) DE=44 எனில் DM = ?
   (ii) PD=12 எனில் PN = ?
   (iii) DO =8 எனில் FD = ?
   (iv) OE=36 எனில் EP = ?



3.6 சிறப்பு நாற்கரங்களை வரைதல்

சிறப்பு நாற்கரங்களை வரையத் தொடங்கும் முன், அவற்றை வரைவதற்கு உதவியாக இருக்கும் சில அடிப்படைப் பண்புகளை நாம் நினைவு கூர்வது அவசியமாகும். சில செயல்பாடுகளைச் செய்து பார்ப்பதன் மூலம் அப்பண்புகளைத் தொகுத்து அவற்றை நினைவு கூர்வோம்.

செயல்பாடு

	
1. ஒரு சோடி சமமற்ற நீளமுள்ள குச்சிகளை (துடைப்பக்குச்சியின் துண்டுகள் என்க) அவற்றின் ஒரு முனையில் இணைத்தவாறு வைக்கவும்.	**2.** இப்போது, அதபோன்று மற்றொரு சோடியைச் செய்து முதலில் வைத்துள்ள குச்சிகளின் இணைக்கப்படாத முனைகளுடன் சந்திக்குமாறு வைக்கவும்.

கிடைக்கப்பெறும் மூடிய வடிவத்தின் பெயர் என்ன? அது ஒரு நாற்கரமாகும். அதற்கு ABCD எனப் பெயரிடுக. அதில் எத்தனை பக்கங்கள் உள்ளன? அதன் மூலைவிட்டங்கள் என்னென்ன? மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா? அதன் கோணங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

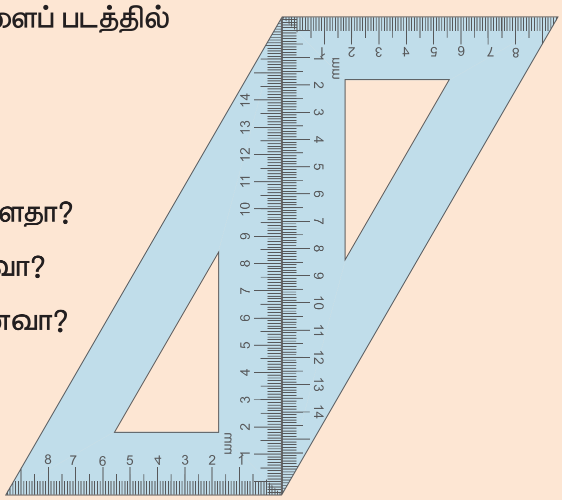
மேற்கூறிய செயல்பாட்டில், பின்வருமாறு உள்ள நாற்கரங்களைப் பெற இயலுமா?

(i) அனைத்துக் கோணங்களும் குறுங்கோணங்கள்.
(ii) அனைத்துக் கோணங்களும் விரிகோணங்கள்.
(iii) இரண்டு கோணங்கள் விரிகோணங்கள்.
(iv) ஏதேனும் ஒரு கோணம் செங்கோணம்.
(v) ஏதேனும் இரு கோணங்கள் செங்கோணங்கள்.
(vi) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்து.

Unit 3 - Geometry - TM.indd 62 20-11-2019 11:25:08

செயல்பாடு

1. ஒரு சோடி $30^{\circ}–60^{\circ}–90^{\circ}$ மூலைமட்டங்களைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்கவும்.



(i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?
அது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

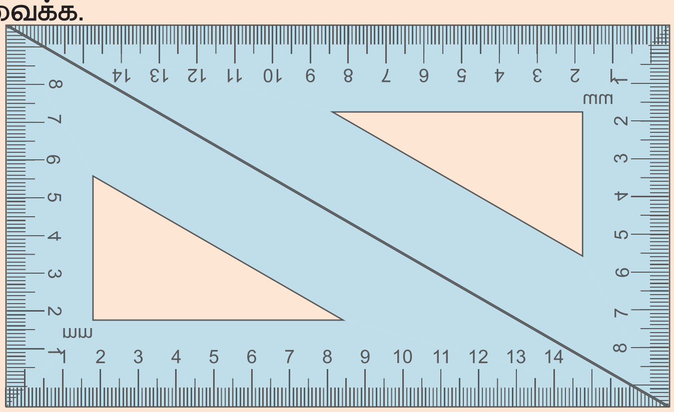
(ii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக உள்ளதா?

(iii) அதன் எதிர்ப்பக்கங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

(iv) அதன் மூலைவிட்டங்கள் சமமாக உள்ளனவா?

(v) மற்றொரு சோடி மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தியும் இதே வடிவத்தைப் பெற இயலுமா?

2. இச்செயல்பாட்டிற்கும், ஒரு சோடி $30^{\circ}–60^{\circ}–90^{\circ}$ மூலைமட்டங்கள் நமக்குத் தேவை. அவற்றைப் படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு வைக்க.



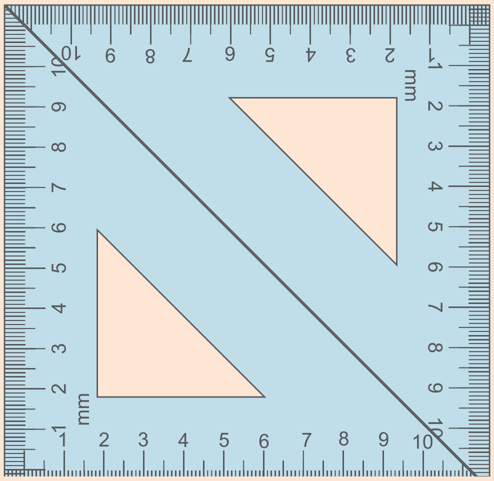
(i) என்ன வடிவத்தை நாம் பெறுகிறோம்?

(ii) அது ஓர் இணைகரமா?
அது ஒரு நாற்கரம் ஆகும்.
உண்மையில் அது ஒரு செவ்வகம் ஆகும். (எப்படி?)

(iii) அவற்றின் பக்கங்களின் நீளம், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்.

அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

3. மேற்கண்ட செயல்பாட்டினை, ஒரு சோடி $45^{\circ}–45^{\circ}–90^{\circ}$ மூலைமட்டங்களைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் செய்க.



(i) இப்போது என்ன வடிவமாக மாறுகிறது?
அது ஓர் இணைகரமா? அது ஒரு சதுரமாக மாறியுள்ளது. (எப்படி நிகழ்ந்தது?)

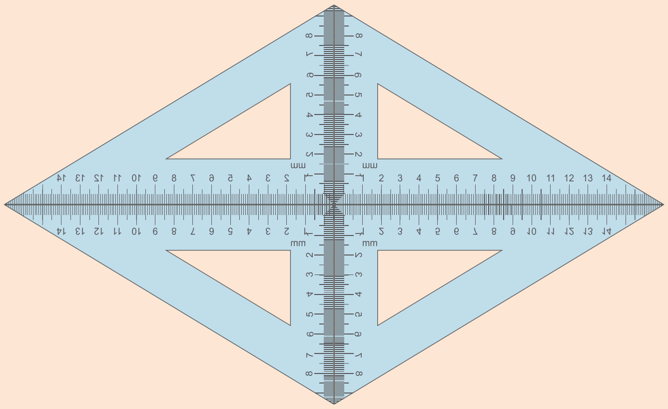
(ii) அதன் பக்கங்களின் நீளங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்களைப் பற்றி என்ன கூற இயலும்?
அவற்றை விவாதித்துப் பட்டியலிடுக.

(iii) செவ்வகத்தைப் பற்றி நாம் தொகுத்த பட்டியலிலிருந்து இது எவ்வாறு வேறுபடுகிறது?

Unit 3 - Geometry - TM.indd 63
20-11-2019 11:25:09

செயல்பாடு

4. $30^{\circ}-60^{\circ}-90^{\circ}$ கோண அளவுள்ள நான்கு ஒத்த கோணமானிகளையே மீண்டும் இச்செயல்பாட்டிற்குப் பயன்படுத்துவோம். அவை எவ்வாறு ஒன்றையொன்று தொட்டுக்கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன எனக் கவனமாகக் குறித்துக் கொள்க.



(i) இப்போது, நமக்கு இணைகரம் கிடைக்கிறதா?

(ii) அவற்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள் மற்றும் மூலைவிட்டங்கள் ஆகியவற்றைப் பற்றி நாம் என்ன கூற இயலும்?

(iii) அவற்றின் மூலைவிட்டங்களின் சிறப்பு என்ன?

மேற்கண்ட செயல்பாடுகளிலிருந்து கிடைக்கப்பெற்ற விளைவுகளின் அடிப்படையில், இணைகரங்களாக அமையும் சில சிறப்பு நாற்கரங்களின் பல்வேறு பண்புகளையும் நாம் அட்டவணைப்படுத்துவோம்.

சிறப்பு நாற்கரங்கள்	அனைத்துப் பக்கங்கள்	அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்ப் பக்கங்கள்		அனைத்துக் கோணங்கள்	எதிர்க் கோணங்கள்	மூலைவிட்டங்கள்	
	சமம்	சமம்	சமம்	இணை	90° செங்கோணம்	மிகை நிரப்பிகள்	இரு சமக்கூறிடும்	செங் கோணத்தில் வெட்டிக் கொள்ளும்
(i) இணைகரம்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்கள்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(ii) சாய்சதுரம்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்
(iii) செவ்வகம்	சில சமயங்களில்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	சில சமயங்களில்
(iv) சதுரம்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்	எப்போதும்

Unit 3 - Geometry - TM.indd 64
20-11-2019 11:25:09

இவற்றை முயல்க

1. சரியா தவறா எனக் கூறுக:

(அ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் செவ்வகம் ஆகும்.

(ஆ) சதுரமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

(இ) சதுரமானது ஒரு சிறப்புச் சாய்சதுரம் ஆகும்.

(ஈ) செவ்வகமானது ஓர் இணைகரம் ஆகும்.

2. பின்வரும் நாற்கரங்களின் பெயர்களை எழுதுக.

(அ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று இருசமக் கூறிடும்.

(ஆ) மூலைவிட்டங்கள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தாக இருசமக்கூறிடும்.

(இ) வெவ்வேறு நீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

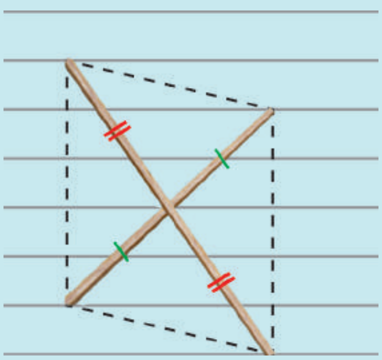
(ஈ) சமநீளமுள்ள மூலைவிட்டங்களைப் பெற்றிருக்கும்.

(உ) எதிர்ப்பக்கங்கள் இணையாக இருக்கும்.

(ஊ) எதிர்க்கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்.

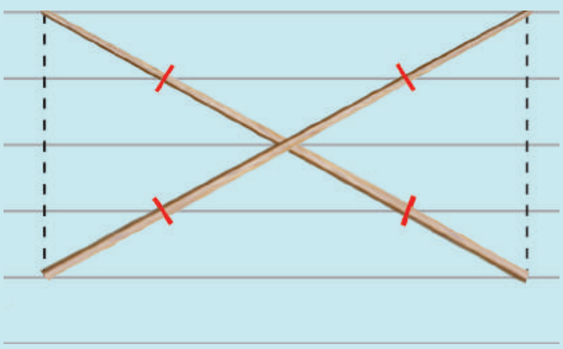
3. படத்தில் காட்டியுள்ளவாறு, ஒரு கோடிட்ட தாளில் இரண்டு குச்சிகள் வைக்கப்பட்டுள்ளன. நான்கு முனைகளையும் இணைப்பதால் கிடைக்கும் வடிவத்தின் பெயர் என்ன?

(அ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

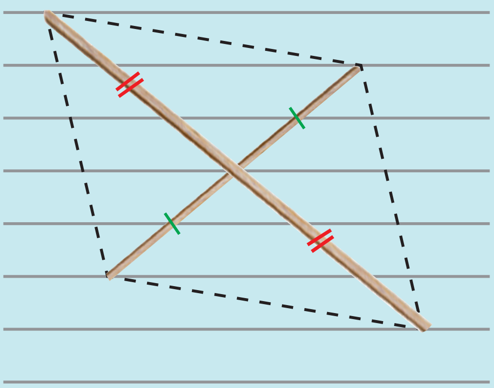
(ஆ)



இரு சமநீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் சந்திக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

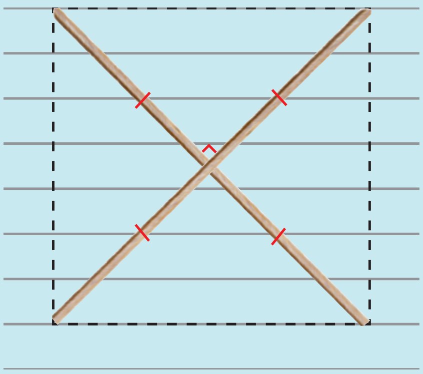
இவற்றை முயல்க

(இ)



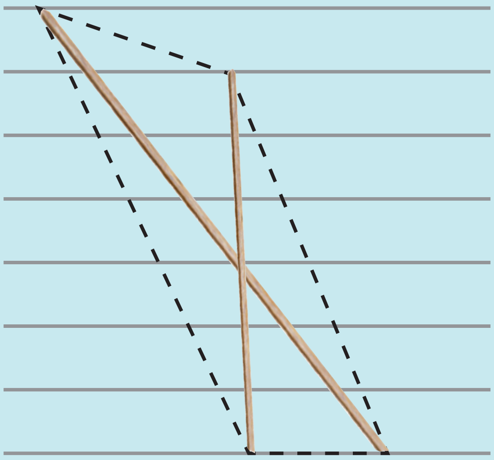
இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள் செங்குத்தாக இரு சமக்கூறிடுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஈ)



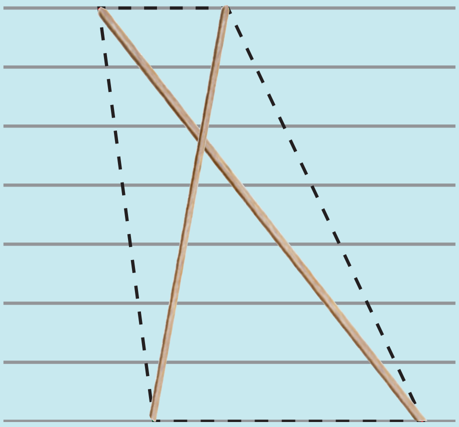
இரு சம அளவு நீளமுள்ள குச்சிகள் மையப்புள்ளியில் செங்குத்தாக வெட்டிக் கொள்ளுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(உ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகள் ஒரே கோட்டிலும் மேல் முனைகள் ஒரே கோட்டில் அமையாதவாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

(ஊ)



இரு வெவ்வேறு நீளமுள்ள குச்சிகள், கீழ் முனைகளும் மேல் முனைகளும் ஒரே கோட்டில் அமையுமாறும் மையப்புள்ளியில் வெட்டிக் கொள்ளாதவாறும் வைக்கப்பட்டுள்ளன.

3.7 சாய்சதுரம் வரைதல்

கீழே கொடுக்கப்பட்ட அளவுகளைப் பயன்படுத்திச் சாய்சதுரம் வரையும் முறைகளைக் காண்போம்.

(i) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு மூலைவிட்டம்

(ii) ஒரு பக்கம் மற்றும் ஒரு கோணம்

(iii) இரண்டு மூலைவிட்டங்கள்

(iv) ஒரு மூலைவிட்டம் மற்றும் ஒரு கோணம்

Unit 3 - Geometry - TM.indd 66 20-11-2019 11:25:09