



கற்றல் நோக்கங்கள்:

- பகா மற்றும் பகு எண்களை அடையாளம் காணுதல்.
- வகுபடும் தன்மை விதிகளை அறிதல், அதனைப் பயன்படுத்தி ஓர் எண்ணின் காரணிகளைக் காணுதல்.
- ஒரு பகு எண்ணை, பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுதல்.
- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களுக்கு மீப்பெரு பொதுக் காரணி (மீ.பெ.கா) மற்றும் மீச்சிறு பொது மடங்கைக் (மீ.சி.ம) காணுதல் மற்றும் அவற்றை அன்றாட வாழ்க்கைச் சூழலில் பயன்படுத்துதல்.

நினைவு கூர்தல்:

1. ஒற்றை மற்றும் இரட்டை எண்கள்

- ஓர் எண்ணை இரண்டு சம குழுக்களாகப் (இரண்டு இரண்டாக) பகுக்க இயலாது எனில், அது **ஒற்றை எண்** எனப்படும்.
1, 3, 5, 7, ..., 73, 75, ..., 2009, ... ஆகியவை '**ஒற்றை எண்கள்**' ஆகும்.
- ஓர் எண்ணை இரண்டு சம குழுக்களாகப் (இரண்டு இரண்டாக) பகுக்க இயலும் எனில், அது **இரட்டை எண்** எனப்படும்.
2, 4, 6, 8, ..., 68, 70, ..., 4592, ... ஆகியவை '**இரட்டை எண்கள்**' ஆகும்.
- எல்லா ஒற்றை எண்களும் 1, 3, 5, 7 அல்லது 9 ஆகிய ஏதாவது ஓர் இலக்கத்தில் முடியும்.
- எல்லா இரட்டை எண்களும் 0, 2, 4, 6 அல்லது 8 ஆகிய ஏதாவது ஓர் இலக்கத்தில் முடியும்.
- முழு எண்களில், ஒற்றை எண்களும் இரட்டை எண்களும் அடுத்தடுத்து வரும்.

3	7
• •	• • • •
•	• • • •

4	8
• •	• • • •
• •	• • • •



இவற்றை முயல்க

(i) கவனித்து நிறைவு செய்க

$$1 + 3 = ? \quad 5 + 11 = ?$$

$$21 + 47 = ? \quad _ + _ = ?$$

இதிலிருந்து நாம் முடிவு செய்வது யாதெனில்
"இரு ஒற்றை எண்களின் கூடுதலானது
எப்போதும் ஓர் _____ ஆகும்".

(ii) கவனித்து நிறைவு செய்க

$$5 \times 3 = ? \quad 7 \times 9 = ?$$

$$11 \times 13 = ? \quad _ \times _ = ?$$

இதிலிருந்து நாம் முடிவு செய்வது யாதெனில்
"இரு ஒற்றை எண்களின் பெருக்கற்பலன்
எப்போதும் ஓர் _____ ஆகும்".

பின்வரும் கூற்றுகளைத் தகுந்த எடுத்துக்காட்டுகளுடன் மெய்ப்பிக்க.

- (iii) ஓர் ஒற்றை எண்ணையும் ஓர் இரட்டை எண்ணையும் கூட்டினால் எப்போதும் ஓர் ஒற்றை எண்ணே கிடைக்கும்.
- (iv) ஓர் ஒற்றை எண்ணையும் ஓர் இரட்டை எண்ணையும் பெருக்கினால் எப்போதும் ஓர் இரட்டை எண்ணே கிடைக்கும்.
- (v) மூன்று ஒற்றை எண்களைப் பெருக்கினால் எப்போதும் ஓர் ஒற்றை எண்ணே கிடைக்கும்.





குறிப்பு

- 1 என்ற எண் ஓர் ஒற்றை எண் ஆதலால் அதன் தொடரியான 2 ஓர் இரட்டை எண் ஆகும். ஆகவே, 1 இன் முன்னியான 0 என்ற எண்ணானது ஓர் இரட்டை எண் ஆகும்.
- இயல் எண்களில் முதல் எண் 1 ஆனது ஓர் ஒற்றை எண் மற்றும் முழு எண்களில் முதல் எண் 0 ஆனது ஓர் இரட்டை எண் ஆகும்.

2. காரணிகள்

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

ஆசிரியர் வேலவனிடம் 8 மற்றும் 20 என்ற இரு எண்களை வழங்கி அவற்றை இரு எண்களின் பெருக்கற்பலனாக எழுதச் சொல்கிறார். வேலவன் தனது கணித மனத்திறன் மற்றும் பெருக்கல் வாய்ப்பாடுகளைக் கொண்டு $8 = 2 \times 4$; $20 = 2 \times 10$ மற்றும் $20 = 4 \times 5$ என உடனடியாகக் காண்கிறான். இதிலிருந்து, நாம் 2 மற்றும் 4 ஆகிய எண்களை 8 இன் காரணிகள் எனக் கூறலாம். அவ்வாறே, 2, 4, 5 மற்றும் 10 ஆகிய எண்கள் 20 இன் காரணிகள் ஆகும்.

நாம் மேலும் 8 ஐ 1×8 என எழுதலாம். அதன் மூலம் 1 மற்றும் 8 ஆகிய எண்களும் 8 இன் காரணிகள் என முடிவு செய்கிறோம்.

இதிலிருந்து, நாம் கவனிப்பது,

- கொடுக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணை மீதியின்றி வகுக்கும் ஓர் எண்ணானது அதன் 'காரணி' ஆகும்.
- ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும், 1 மற்றும் அதே எண் காரணிகளாக அமையும்.
- ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு காரணியும், அந்த எண்ணின் மதிப்பிற்குக் குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.

3. மடங்குகள்

7 இன் பெருக்கல் அட்டவணையைப் பார்ப்போம்.

$$1 \times 7 = 7$$

$$2 \times 7 = 14$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$4 \times 7 = 28$$

$$5 \times 7 = 35 \dots$$

இங்கு 7, 14, 21, 28, 35... ஆகிய எண்கள் 7 இன் 'மடங்குகள்' ஆகும்.

இதிலிருந்து, நாம் உற்றுநோக்குவது,

- ஓர் எண்ணின் ஒவ்வொரு மடங்கும் அந்த எண்ணை விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கிறது.
- 7 இன் மடங்குகளான 7, 14, 21, 28, ... ஆகியவை 7-ஐ விட அதிகமாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கின்றன.
- ஓர் எண்ணின் மடங்குகள் முடிவற்றவை.
- 5 இன் மடங்குகளான 5, 10, 15, 20, ... ஆகியவை முடிவற்றவை.





இவற்றை முயல்க

- (i) சரியா, தவறா எனக் கூறுக
 அ) மிகச் சிறிய ஒற்றை இயல் எண் 1 ஆகும்.
 ஆ) 2 என்ற எண்ணானது மிகச் சிறிய இரட்டை முழு எண் ஆகும்.
 இ) $12345 + 5063$ என்பது ஓர் ஒற்றை எண் ஆகும்.
 ஈ) ஒவ்வோர் எண்ணிற்கும் அதே எண் ஒரு காரணியாக அமையும்.
 உ) 6 இன் மடங்கான ஓர் எண்ணானது, 2 மற்றும் 3 இன் மடங்காகவும் இருக்கும்.
- (ii) 7 என்பது 27 இன் ஒரு காரணியா?
- (iii) 12 என்ற எண், 12 என்ற எண்ணுக்குக் காரணியாகுமா? அல்லது மடங்காகுமா?
- (iv) 30 என்ற எண், 10 இன் மடங்கா? காரணியா?
- (v) பின்வரும் எண்களில் எது 3-ஐக் காரணியாகக் கொண்டுள்ளது?
 அ) 8 ஆ) 10 இ) 12 ஈ) 14
- (vi) 24 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, $\diamond$ 6, $\diamond$, 12 மற்றும் 24. இதில் விடுபட்ட காரணிகளைக் கண்டறிக.
- (vii) பின்வரும் எண்களை உற்று நோக்கி, விடுபட்டவற்றைக் கண்டறிக:

9	4		8	27			16	45			24
---	---	--	---	----	--	--	----	----	--	--	----

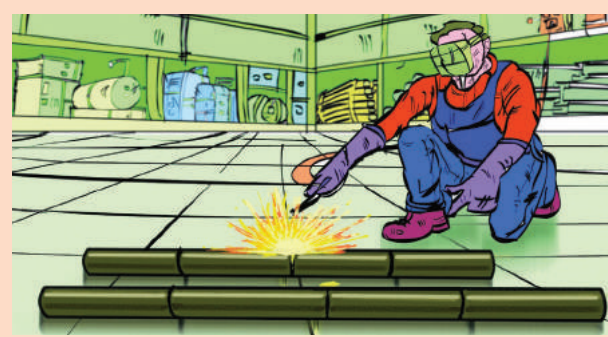
1.1 அறிமுகம்

முதல் பருவத்தில் நாம் இயல் மற்றும் முழு எண்களைப் பற்றிக் கற்றோம். தற்பொழுது, நாம் சிறப்பு எண்களான பகா மற்றும் பகு எண்கள், எண்களின் வகுபடும் தன்மை விதிகள், மீப்பெரு பொதுக் காரணி (மீ.பெ.கா) மற்றும் மீச்சிறு பொது மடங்கு (மீ.சி.ம) பற்றி அறிவோம்.

எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் எண்கள்



ஒரு நிறுவனத்தின் தகவல்களைப் பாதுகாக்கும் சாவிபாகப் பகா எண்களைப் பயன்படுத்துதல் (பெரிய பகு எண்களை இரு பெரிய பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக அமைத்தல்)



அன்றாட வாழ்வில் மீப்பெரு பொதுக் காரணி



1.2 பகா மற்றும் பகு எண்கள்

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

ஆசிரியர், அன்புச்செல்வனிடம் 5 பொத்தான்களையும் கயல்விழியிடம் 6 பொத்தான்களையும் வழங்கி, அவர்களால் முடிந்த வழிகளில், ஒவ்வொரு வரிசையிலும் சம எண்ணிக்கையிலான பொத்தான்கள் இருக்குமாறு அமைக்கக் கூறுகிறார். கீழே காட்டியுள்ளவாறு வெவ்வேறு வழிகளில் இருவரும் பொத்தான்களை அமைக்கின்றனர்.

அன்புச்செல்வன் அமைத்த முறை

ஒரு வரிசையில் 5 பொத்தான்களை அமைத்தால், அவன் 1 வரிசையைப் பெறுகிறான்.



$$1 \times 5 = 5$$

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 1 பொத்தான் அமைத்தால், அவன் 5 வரிசைகளைப் பெறுகிறான்.



$$5 \times 1 = 5$$

5 பொத்தான்களைக் கொண்டு 2 வழிகளில் (செவ்வகங்களாக) மட்டுமே அமைக்க முடியும் என அவன் உணர்கிறான். ஆகவே, 5 இன் காரணிகள் 1 மற்றும் 5 மட்டுமே (வரிசைகளின் எண்ணிக்கையைக் கவனிக்க).

கயல்விழி அமைத்த முறை

ஒரு வரிசையில் 6 பொத்தான்களை அமைத்தால், அவள் 1 வரிசையைப் பெறுகிறாள்.



$$1 \times 6 = 6$$

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 3 பொத்தான்களை அமைத்தால், அவள் 2 வரிசைகளைப் பெறுகிறாள்.



$$2 \times 3 = 6$$

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 2 பொத்தான்களை அமைத்தால், அவள் 3 வரிசைகளைப் பெறுகிறாள்.



$$3 \times 2 = 6$$

ஒவ்வொரு வரிசையிலும் 1 பொத்தான் அமைத்தால், அவள் 6 வரிசைகளைப் பெறுகிறாள்.



$$6 \times 1 = 6$$

6 பொத்தான்களைக் கொண்டு 4 வழிகளில் (செவ்வகங்களாக) அமைக்கலாம் என அவள் உணர்கிறாள். ஆகவே, 6 இன் காரணிகள் 1, 2, 3 மற்றும் 6 ஆகும் (வரிசைகளின் எண்ணிக்கையைக் கவனிக்க).

இப்போது, பின்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும் :

- 2 பொத்தான்கள், 3 பொத்தான்கள், 4 பொத்தான்கள்..... என 10 பொத்தான்கள் வரை எத்தனை வெவ்வேறு வழிகளில் செவ்வகங்களை (மேற்கண்டவாறு) அமைக்கலாம்?

அட்டவணையை நிறைவு செய்க:

எண்	அமையக்கூடிய செவ்வகங்களின் அமைப்புகள்	காரணிகள்	காரணிகளின் எண்ணிக்கை
1		1	
2	$1 \times 2; 2 \times 1$	1, 2	2
3			
.....			
10	$1 \times 10; 10 \times 1; 2 \times 5; 5 \times 2$		

அட்டவணையிலிருந்து, நாம் அறிவது,

- 1 ஐ விட அதிகமான ஓர் இயல் எண்ணானது, 1 மற்றும் அதே எண்ணை மட்டுமே காரணிகளாகப் பெற்றிருப்பின், அந்த எண் **பகா எண்** எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 2 (1×2) ஒரு பகா எண்ணாகும். அவ்வாறே 13 (1×13) ஒரு பகா எண்ணாகும்.
- ஓர் இயல் எண்ணானது இரண்டிற்கும் மேற்பட்ட காரணிகளைப் பெற்றிருப்பின், அந்த எண் **பகு எண்** எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 15 ($1 \times 3 \times 5$) ஒரு பகு எண்ணாகும். அவ்வாறே 70 ($1 \times 2 \times 5 \times 7$) ஒரு பகு எண்ணாகும்.

ஓர் எண்ணின், அந்த எண்ணைத் தவிர்த்த மற்ற காரணிகளின் கூடுதலானது, அதே எண்ணைத் தரும் எனில், அது '**செவ்விய எண்**' அல்லது '**நிறைவு எண்**' எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, எண் 6 ஆனது ஒரு '**செவ்விய எண்**' ஆகும். ஏனெனில், அதன் காரணிகள் 1, 2 மற்றும் 3 (6 ஐ தவிர்த்து) ஆகிய எண்களின் கூடுதலானது $1+2+3=6$ என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண் ஆகும். 28, 54 மற்றும் 496 ஆகிய எண்கள் செவ்விய எண்களா? என ஆராய்க.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?



செயல்பாடு

- அக்டோபர் மாத நாள்காட்டியில் உள்ள நாள்களுள் பகா மற்றும் பகு எண்களைப் பட்டியலிடுக.
- இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட இயல் எண்களின் பெருக்கலைப் பயன்படுத்தி சில பகு எண்களை உருவாக்குக.
- பின்வரும் எண்களைப் பகா அல்லது பகு எண்கள் என வகைப்படுத்துக.
34, 57, 71, 93, 101, 111, 291

அக்டோபர் 2018						
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

1.2.1 எரடோஸ்தனிஸ் சல்லடை முறையின் மூலம் பகா எண்களைக் கண்டறிதல்

எரடோஸ்தனிஸ் சல்லடை என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண் வரையில் உள்ள பகா எண்களைக் கண்டறிய உதவும் ஓர் எளிய நீக்கல் முறை ஆகும். இந்த முறையைக் கிரேக்க நாட்டின் அலெக்சாண்டிரியாவைச் சார்ந்த கணிதவியலாளர் எரடோஸ்தனிஸ் என்பவர் கண்டறிந்தார். இதில் கீழே பட்டியலிடப்பட்டுள்ள சில எளிய படிகளைக் கொண்டு, நாம் பகா எண்களைக் கண்டறியலாம்.

படி 1: 10 நிறைகள் மற்றும் 10 நிரல்களை உருவாக்குக. மேலும், ஒவ்வொரு நிரையிலும் 1 முதல் 10 வரை, 11 முதல் 20 வரை,..... 91 முதல் 100 வரை என 10 எண்களை எழுதுக.

எண்கள்

5



படி 2 : 1 என்ற எண்ணானது பகா எண்ணும் அல்ல பகு எண்ணும் அல்ல (ஏன்?). ஆகவே, 1-ஐத் தவிர்த்து, அடுத்த சிறிய பகா எண்ணான 2-ஐக் கொண்டு தொடங்குக. 2-ஐ வண்ண வட்டமிடுக. கட்டத்திலுள்ள அதன் மடங்குகளை அடித்து விடவும்.

படி 3 : இப்போது, அடுத்த பகா எண் 3-ஐ எடுத்துக்கொள்ளவும். 3-ஐ வண்ண வட்டமிட்டுக் கட்டத்திலுள்ள அதன் எல்லா மடங்குகளையும் அடித்து விடவும்.

படி 4 : முன்பே 4 அடிக்கப்பட்டுவிட்டதால், அடுத்த பகா எண்ணான 5-ஐ எடுக்கவும். 5-ஐத் தவிர்த்து அதன் எல்லா மடங்குகளையும் அடித்து விடவும்.

படி 5 : பகா எண்களான 7 மற்றும் 11 ஆகிய எண்களுக்கு இவ்வாறே செய்து நிறுத்தவும்! (ஏன்? சிந்திக்க!)

மேற்காணும் படிகளைக் கொண்டு முழுமையாக்கப்பட்ட பின்வரும் கட்டத்தில் 100 வரையிலான பகா எண்களைக் காணலாம்.

எரடோஸ்தனிஸ் சல்லடை

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

எரடோஸ்தனிஸின் சல்லடை முறையிலிருந்து, பின்வருவனவற்றைப் பெறலாம்.

- அடிக்கப்பட்ட எண்கள் அனைத்தும் பகு எண்கள். வண்ண வட்டமிடப்பட்ட எண்கள் அனைத்தும் பகா எண்கள். மேலும், 100 வரையிலான எண் தொகுதியில் மொத்தம் 25 பகா எண்கள் உள்ளன.
- 5 இல் முடியும் ஒரே பகா எண் 5 ஆகும்.

1.2.2 ஓர் எண்ணைப் பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதுதல்

மூன்றை விடப் பெரிய எந்தவோர் எண்ணையும் இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதலாம். இதற்கான விளக்கத்தைக் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் அறியலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 1:

42 மற்றும் 100 ஆகிய எண்களை அடுத்தடுத்த இரு பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

$$\text{தீர்வு: } 42 = 19 + 23$$

$$100 = 47 + 53$$



எடுத்துக்காட்டு 2:

31 மற்றும் 55 ஆகிய எண்களை எவையேனும் மூன்று ஒற்றைப் பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

தீர்வு : $31 = 5 + 7 + 19$ (வேறு வழி எவையேனும் இருப்பின் அவற்றையும் கண்டறியவும்!)

$$55 = 3 + 23 + 29$$



இவற்றை முயல்க

- (i) 68 மற்றும் 128 ஆகிய எண்களை அடுத்தடுத்த இரு பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதவும்.
- (ii) 79 மற்றும் 104 ஆகிய எண்களை எவையேனும் மூன்று பகா எண்களின் கூடுதலாக எழுதுக.

1.2.3 இரட்டைப் பகா எண்கள்

ஒரு சோடி பகா எண்களின் வேறுபாடு 2 எனில், அது 'இரட்டைப் பகா எண்கள்' எனப்படும்.

எடுத்துக்காட்டாக (5, 7) என்பது இரட்டைப் பகா எண்கள் ஆகும். அவ்வாறே (17, 19) என்பதும் இரட்டைப் பகா எண்கள் ஆகும்.

மேலும் ஒரு சில 'இரட்டைப் பகா' சோடிகளைக் காணவும் !



மூன்று தொடர்ச்சியான பகா எண்களுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு 2 எனில், அந்தப் பகா எண்கள் ஒரு பகா மூன்றன் தொகுதியை அமைக்கும். அவ்வாறு அமையும் ஒரே பகா மூன்றன் தொகுதியானது (3, 5, 7) ஆகும்.

1.3 எண்களின் வகுபடும் தன்மைக்கான விதிகள்

உன்னிடம் $126/216$ என்ற ஒரு பின்னத்தைச் சுருக்குமாறு கேட்கப்பட்டது என்று வைத்துக் கொள்வோம். கொடுக்கப்பட்ட எண்கள் சற்றே பெரியவை என்பதால், சுருக்குவது என்பது எளிதல்ல. இங்கு, இந்த எண்கள் 2 மற்றும் 9 ஆல் மட்டுமே மீதியின்றி வகுபடும் என்றல்லாமல் வேறு சில எண்களாலும் வகுபடும் என்பதைக் கவனிக்க! 126 மற்றும் 216 இன் காரணிகள் 2 மற்றும் 9 ஆகியவற்றை எவ்வாறு கண்டறிய இயலும்? அவ்வாறான காரணிகளைக் கண்டறிவதற்கான கணித மனத்திறனை மேம்படுத்த வகுபடும் தன்மை விதிகள் பயன்படுகின்றன. நமது கணித மனத்திறனை மேம்படுத்தவும், அவ்வாறான காரணிகளைக் காணவும் 'வகுபடும் தன்மை விதிகள்' பயன்படுகின்றன. இவற்றைப் பற்றி இந்தப் பகுதியில் காண்போம்.

பொதுவாக, வகுபடும் தன்மை விதிகள் ஓர் எண்ணைப் பகாக் காரணிகளாகப் பிரித்தெழுத பயன்படுகின்றன. மேலும், கொடுக்கப்பட்ட ஒரு பெரிய எண்ணானது 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 அல்லது 11 (மேலும் பல எண்களால்) சரியாக வகுபடுமா என்பதை ஆராய்வதுடன் அந்த எண்ணில் உள்ள இலக்கங்களுக்குச் சில அடிப்படைச் செயல்களைச் செய்தும், வழக்கமான வகுத்தல் அல்லாமல் எளிமையாக காண்பதும் தேவையானவை ஆகும். பின்வரும் எளிமையான விதிகளை நினைவில் கொள்வோம்! 2, 3 மற்றும் 5 ஆல் வகுபடுதல் என்பது பகாக் காரணிப்படுத்தலில் மிக முக்கியமாகும். எனவே, அவற்றின் விதிகளை முதலில் இங்குக் காண்போம்.

2 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் 2, 4, 6, 8 மற்றும் 0 ஆகிய எண்களில் ஏதேனும் ஓர் எண்ணாக இருந்தால் அந்த எண் 2 ஆல் வகுபடும்.



எடுத்துக்காட்டுகள்:

- (i) 456368 என்ற எண் 2 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில், அதன் ஒன்றாம் இலக்கமான 8 ஆனது ஓர் இரட்டை எண்ணாகும்.
- (ii) 1234567 என்ற எண் 2 ஆல் வகுபடாது. ஏனெனில், அதன் ஒன்றாம் இலக்கமான 7 ஆனது ஓர் இரட்டை எண் அன்று.

3 ஆல் வகுபடும் தன்மை

3 ஆல் வகுபடும் தன்மை என்பது சுவாரச்யமானது! 96 ஆனது 3 ஆல் வகுபடுமா என்பதை நாம் ஆராயலாம். இங்கு, அதன் இலக்கங்களின் கூடுதல் $9 + 6 = 15$ என்பது 3 ஆல் வகுபடும், மேலும் $1 + 5 = 6$ என்பதும் 3 ஆல் வகுபடும். இது மீண்டும் மீண்டும் செய்கிற கூட்டல் எனப்படும். ஆகவே, ஓர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 3 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 3ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

- (i) 654321 என்ற எண்ணானது 3 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில், இங்கு இலக்கங்களின் கூடுதல் $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$. மேலும் $2 + 1 = 3$ என்பது 3ஆல் வகுபடும். ஆகவே, 654321 என்ற எண்ணானது 3 ஆல் வகுபடும்.
- (ii) எவையேனும் 3 அடுத்தடுத்த எண்களின் கூடுதலானது 3 ஆல் வகுபடும். எடுத்துக்காட்டாக, $(33 + 34 + 35 = 102)$ ஆனது 3 ஆல் வகுபடும்.
- (iii) 107 என்ற எண்ணானது 3 ஆல் வகுபடாது. ஏனெனில், $1 + 0 + 7 = 8$ என்பது 3 ஆல் வகுபடாது.

5 ஆல் வகுபடும் தன்மை

5 இன் மடங்குகளைக் கவனிக்க. அவை 5, 10, 15, 20, 25.....95, 100, 105..... எனச் சென்று கொண்டே இருக்கும். இதிலிருந்து 5 இன் மடங்குகளில் ஒன்றாம் இலக்கமானது 0 அல்லது 5 ஆக இருப்பது தெளிவாகிறது. ஆகவே,

ஓர் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கத்தில் 0 அல்லது 5 என்று இருந்தால் அந்த எண் 5 ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்: 5225 மற்றும் 280 ஆகியன 5 ஆல் வகுபடும்.



இவற்றை முயல்க

- (i) லீப் ஆண்டுகள் 2 ஆல் வகுபடுமா?
- (ii) முதல் 4 இலக்க எண்ணானது 3 ஆல் வகுபடுமா?
- (iii) உன்னுடைய பிறந்தநாள் (DDMMYYYY) 3 ஆல் வகுபடுமா?
- (iv) அடுத்தடுத்த 5 எண்களின் கூடுதலானது 5 ஆல் வகுபடுமா என ஆராய்க.
- (v) 2000, 2006, 2010, 2015, 2019, 2025 என்ற எண் தொடர்வரிசையில் 2 மற்றும் 5 ஆல் வகுபடும் எண்களை அடையாளம் காண்க.

4 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஓர் எண்ணின் கடைசி இரண்டு இலக்கங்கள் 4 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 4 ஆல் வகுபடும். குறிப்பாகக் கடைசி இரு இலக்கங்கள் பூச்சியங்களாக இருந்தாலும் அந்த எண் 4 ஆல் வகுபடும்.





எடுத்துக்காட்டுகள்: 71628, 492, 2900 ஆகிய எண்கள் 4 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில், 28 மற்றும் 92 ஆகியன 4 ஆல் வகுபடும். மேலும் 2900 என்ற எண்ணின் கடைசி இரு இலக்கங்கள் பூச்சியம் ஆதலால், அது 4 ஆல் வகுபடும்.

6 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஒர் எண்ணானது 2 மற்றும் 3 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 6 ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டுகள்: 138, 3246, 6552 மற்றும் 65784 ஆகியன 6 ஆல் வகுபடும்.



குறிப்பு

7 ஆல் வகுபடுதன்மைக்கு ஒரு விதி இருந்தாலும் கூட, அது சற்றுக் கூடுதல் காலம் எடுத்துக் கொள்ளும் என்பதால் வழக்கமாக 7 ஆல் வகுப்பது எளிதாக இருக்கும்.

8 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஒர் எண்ணின் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் 8 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 8 ஆல் வகுபடும். குறிப்பாகக் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் பூச்சியமாக இருந்தாலும் அந்த எண் 8 ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டுகள் : 2992 என்ற எண் 8 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில் 992 ஆனது 8 ஆல் வகுபடும். 3000 என்ற எண் 8 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில், 3000 இல் கடைசி மூன்று இலக்கங்கள் பூச்சியங்கள் ஆகும்.

9 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஒர் எண்ணின் இலக்கங்களின் கூடுதல் 9 ஆல் வகுபடும் எனில், அந்த எண் 9 ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டு: 9567 என்ற எண் 9 ஆல் வகுபடும். ஏனெனில், $9 + 5 + 6 + 7 = 27$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும். குறிப்பாக, 9 ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 3 ஆல் வகுபடும்.

10 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஒர் எண்ணின் ஒன்றாம் இலக்கம் பூச்சியம் எனில், அந்த எண் 10 ஆல் வகுபடும். 10 ஆல் வகுபடும் எண்கள் அனைத்தும் 5 ஆல் வகுபடும் என்பதைக் கவனிக்க.

எடுத்துக்காட்டுகள்:

1. 2020 என்ற எண் 10 ஆல் வகுபடும். $(2020 \div 10 = 202)$ ஆனால், 2021 என்ற எண் 10 ஆல் வகுபடாது.
2. 26011950 என்ற எண் 10 ஆல் வகுபடும். மேலும் அது 5 ஆல் வகுபடும்.

11 ஆல் வகுபடும் தன்மை

ஒர் எண் 11 ஆல் வகுபட, அவ்வெண்ணின், ஒன்றுவிட்ட இலக்கங்களின் கூடுதல்களின் வேறுபாடு 0 ஆகவோ அல்லது 11 ஆல் வகுபடுவதாகவோ இருந்தால் அந்த எண் 11 ஆல் வகுபடும்.

எடுத்துக்காட்டு : இங்கு 256795 என்ற எண்ணில், ஒன்றுவிட்ட இலக்கங்களின் கூடுதலுக்கு இடையே உள்ள வேறுபாடு $= (5 + 7 + 5) - (9 + 6 + 2) = 17 - 17 = 0$. ஆகவே, 256795 ஆனது 11 ஆல் வகுபடும்.





செயல்பாடு

ஆசிரியர் மாணவர்களிடம் சில எண்களைக் கொடுத்து அவை வகுபடும் தன்மை விதிகள் மூலம் 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 மற்றும் 11 ஆகிய எண்களால் வகுபடுமா எனக் கேட்கலாம். வகுபடும் எனில், அவர்கள் 'ஆம்' என எழுத வேண்டும். இல்லையெனில், 'இல்லை' என எழுத வேண்டும். (முதல் கணக்கு உங்களுக்காகச் செய்யப்பட்டுள்ளது!)

எண்கள்	÷ 2	÷ 3	÷ 4	÷ 5	÷ 6	÷ 8	÷ 9	÷ 10	÷ 11
68	ஆம்	இல்லை	ஆம்	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை	இல்லை
99									
300									
495									
1260									
7920									
11880									
13650									
600600									
15081947									

1.4 பகாக் காரணிப்படுத்துதல்

கொடுக்கப்பட்ட ஓர் எண்ணைப் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாக எழுதுவது "பகாக் காரணிப்படுத்துதல்" எனப்படும். எடுத்துக்காட்டாக, 36-யைக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலனாகப் பின்வருமாறு எழுதலாம் : $36 = 1 \times 36$, $36 = 2 \times 18$, $36 = 3 \times 12$, $36 = 4 \times 9$, $36 = 6 \times 6$.

இங்கு, 36 இன் காரணிகளான 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 மற்றும் 36 ஆகிய அனைத்தும் பகா எண்கள் அல்ல. பின்வரும் இரண்டு முறைகளில் 36 இன் பகாக் காரணிகளைக் கண்டறியலாம்.

1. வகுத்தல் முறை

2. காரணிச்செடி முறை

1. வகுத்தல் முறை: 36 இன் பகாக் காரணிப்படுத்துதலை நாம் பின்வருமாறு காணலாம்.

$\begin{array}{r l} 2 & 36 \\ \hline 2 & 18 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$ $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$	$\begin{array}{r l} 3 & 36 \\ \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$ $36 = 3 \times 2 \times 2 \times 3$
--	--

மேற்காணும் முறையில், நாம் ஏன் 2 அல்லது 3 ஆகிய எண்களைக் கொண்டு தொடங்குகிறோம்? ஏன் 5 என்ற எண்ணைக் கொண்டு தொடங்கவில்லை? ஏனெனில், 36 என்ற எண் 5 இன் மடங்காக அமையாததால், அது 5 ஆல் வகுபடாது. எனவே, ஓர் எண்ணின் பகாக் காரணிகளைக் காண ஏதேனும் ஓர் எண்ணால் வகுப்பதைக் காட்டிலும் 2, 3 அல்லது 5 எனச் சிறிய பகா எண்களால் வகுத்துப் பார்ப்பது பயனளிக்கும்.



2. காரணிச்செடி முறை:

ஓர் எண்ணின் பகாக் காரணிப்படுத்துதலை, மற்றுமொரு முறையில் ஒரு காரணிச் செடியாகக் கொண்டு காட்சிப்படுத்தலாம். இதில், நாம் பல கிளைகளைச் சேர்த்தால், நம்மால் ஒரு தலைகீழான மரம் போன்ற ஒரு காட்சியைப் பெறமுடியும். நாம் 36 இன் பகாக் காரணிப்படுத்துதலைப் பின்வருமாறு காணலாம். (முதல் கணக்கிற்கான தீர்வு உங்களுக்குக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ளவற்றை நிறைவு செய்க).

1 $36 = 2 \times 18 = 2 \times 2 \times 9 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$	2 $36 = \dots\dots\dots$
3 $36 = \dots\dots\dots$	4 $36 = \dots\dots\dots$

ஆகவே, 36 இன் பகாக் காரணிகளின் வரிசைகள் மாறி இருந்தாலும், அனைத்து முறைகளிலும் காரணிகள் ஒன்றே என நாம் அறிகிறோம். பொதுவாகப் பகாக் காரணிகளை $2 \times 2 \times 3 \times 3$ எனச் சிறிய எண்ணிலிருந்து பெரிய எண் வரை வரிசைப்படுத்துவது வழக்கமாகும்.



குறிப்பு

- பெருக்கலானது பரிமாற்றுப் பண்பை நிறைவு செய்யும் என்பதால், பெருக்கலில் காரணிகளின் வரிசையானது எண்ணின் மதிப்பைப் பாதிக்காது.

2 மற்றும் 3 என்ற எண்களைத் தவிர எல்லாப் பகா எண்களும் 6 இன் மடங்குகளை விட 1 அதிகமாகவோ அல்லது 1 குறைவாகவோ இருக்கும். எடுத்துக்காட்டாக, $37 = (6 \times 6) + 1$. இந்தக் கூற்றை வேறு பகா எண்களுக்கும் சரிபார்க்க.

பயிற்சி 1.1

1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- 11 மற்றும் 60 ஆகிய எண்களுக்கு இடையே உள்ள பகா எண்களின் எண்ணிக்கை _____ ஆகும்.
- 29 மற்றும் _____ ஆகிய எண்கள் இரட்டைப் பகா எண்கள் ஆகும்.
- 3753 என்ற எண்ணானது 9 ஆல் வகுபடும். ஆகையால் அவ்வெண் _____ ஆல் வகுபடும்.



(iv) மிகச்சிறிய 4 இலக்க எண்ணின் மாறுபட்ட பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை _____.

(v) 30 என்ற எண்ணின் மாறுபட்ட பகாக் காரணிகளின் கூடுதல் _____.

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக.

- (i) எந்த எண்ணிக்கையிலான ஒற்றை எண்களைக் கூட்டினாலும் ஓர் இரட்டை எண் கிடைக்கும்.
 - (ii) ஒவ்வோர் இயல் எண்ணும் பகா எண்ணாகவோ அல்லது பகு எண்ணாகவோ இருக்கும்.
 - (iii) ஓர் எண்ணானது 6 ஆல் வகுபடும் எனில் அது 3 ஆலும் வகுபடும்.
 - (iv) 16254 என்ற எண்ணானது 2, 3, 6 மற்றும் 9 ஆகிய எண்களால் வகுபடும்.
 - (v) 105 என்ற எண்ணின் வெவ்வேறு பகாக் காரணிகளின் எண்ணிக்கை 3 ஆகும்.
3. மிகச்சிறிய மற்றும் மிகப்பெரிய ஈரிலக்கப் பகா எண்களை எழுதுக.
 4. மிகச்சிறிய மற்றும் மிகப்பெரிய மூன்றிலக்கப் பகு எண்களை எழுதுக.
 5. எவையேனும் மூன்று ஒற்றை இயல் எண்களின் கூடுதலானது ஓர் ஒற்றை எண்ணாகும். இந்தக் கூற்றை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் உறுதிப்படுத்துக.
 6. 13 என்ற பகா எண்ணின் இலக்கங்களை இடம் மாற்றினால் கிடைக்கும் மற்றுமொரு பகா எண் 31 ஆகும். 100 வரையிலான எண்களில், இவ்வாறான சோடிகள் அமையும் எனில், அவற்றைக் காண்க.
 7. ஒவ்வோர் ஒற்றை எண்ணும் பகா எண் என்று உனது நண்பன் கூறுகிறான். அவனது கூற்று தவறு என்பதை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் மெய்ப்பிக்க.
 8. பகு எண்கள் ஒவ்வொன்றும் குறைந்தது மூன்று காரணிகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் மெய்ப்பிக்க.
 9. ஒரு நாள்காட்டியிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மாதத்தில், 2 மற்றும் 3 என்ற எண்களால் வகுபடும் தேதிகளைக் காண்க.
 10. நான் ஓர் ஈரிலக்கப் பகா எண். எனது இலக்கங்களின் கூடுதல் 10. மேலும் நான் 57 என்ற எண்ணின் ஒரு காரணி ஆவேன் எனில், நான் யார்?
 11. ஒவ்வோர் எண்ணையும் காரணிச்செடி முறை மற்றும் வகுத்தல் முறை மூலம் பகாக் காரணிப்படுத்துக.
(i) 60 (ii) 128 (iii) 144 (iv) 198 (v) 420 (vi) 999
 12. 143 கணித நூல்களை எல்லா அடுக்குகளிலும் சம எண்ணிக்கையில் அடுக்கி வைத்தால், ஒவ்வோர் அடுக்கிலும் உள்ள நூல்களின் எண்ணிக்கை மற்றும் அடுக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.





கொள்குறி வகை வினாக்கள்

13. இரு அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் வேறுபாடு
அ) 1 ஆ) 2 இ) 3 ஈ) 0
14. இரட்டை எண்களில் ஒரே பகா எண்
அ) 4 ஆ) 6 இ) 2 ஈ) 0
15. பின்வரும் எண்களில் எது பகா எண் அல்ல?
அ) 53 ஆ) 92 இ) 97 ஈ) 71
16. 27 என்ற எண்ணின் காரணிகளின் கூடுதல்
அ) 28 ஆ) 37 இ) 40 ஈ) 31
17. ஓர் எண்ணின் காரணிகள் 1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 40 மற்றும் 80 ஆகும் எனில் அந்த எண் என்ன?
அ) 80 ஆ) 100 இ) 128 ஈ) 160
18. 60 என்ற எண்ணை $2 \times 2 \times 3 \times 5$ எனப் பகாக் காரணிப்படுத்தலாம். இதைப் போன்ற பகாக் காரணிப்படுத்துதலைப் பெற்ற மற்றொரு எண்
அ) 30 ஆ) 120 இ) 90 ஈ) சாத்தியமில்லை
19. $6354 \div 97$ ஆனது 9 ஆல் வகுபடும் எனில், * இன் மதிப்பு
அ) 2 ஆ) 4 இ) 6 ஈ) 7
20. 87846 என்ற எண்ணானது _____ வகுபடும்.
அ) 2 ஆல் மட்டும் ஆ) 3 ஆல் மட்டும்
இ) 11 ஆல் மட்டும் ஈ) இவை அனைத்தாலும்

1.5 பொதுக்காரணிகள்

45 மற்றும் 60 ஆகிய எண்களைக் கருதுக. இந்த எண்களின் காரணிகளைக் காண வகுபடும் தன்மை விதிகள் நமக்குப் பயன்படும். 45 இன் காரணிகள் 1, 3, 5, 9, 15 மற்றும் 45 ஆகும். 60 இன் காரணிகள் 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 மற்றும் 60 ஆகும். இங்கு, 45 மற்றும் 60 இன் பொதுக்காரணிகள் 1, 3, 5 மற்றும் 15 ஆகும்.

ஓர் எண்ணின் காரணிகளின் எண்ணிக்கை முடிவற்ற எண்பதால் நாம் எண்களின் **மீப்பெரு பொதுக் காரணி** (மீ.பெ.கா) குறித்துச் சிந்திக்கலாம்.

1.5.1 மீப்பெரு பொதுக் காரணி (மீ.பெ.கா)

இந்தச் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

சூழல் 1:

பவித்ரா தீபாவளியைக் கொண்டாடும் விதமாக, இனிப்புகள் மற்றும் காரங்களை, ஏழைக் குடும்பங்களுக்கு பகிர்ந்தளிக்க திட்டமிடுகிறாள். அவளின் அம்மா அவளிடம் 63 அதிரசங்களையும் மற்றும் 42 முறுக்குகளையும் வழங்குகிறார். ஒவ்வொரு குடும்பத்திற்கும் சம எண்ணிக்கையிலான அதிரசங்களையும் மற்றும் சம எண்ணிக்கையிலான முறுக்குகளையும் வழங்க வேண்டுமெனில், அதிகபட்சமாக, அவளால் எத்தனை குடும்பங்களுக்குப் பகிர்ந்தளிக்க இயலும்?

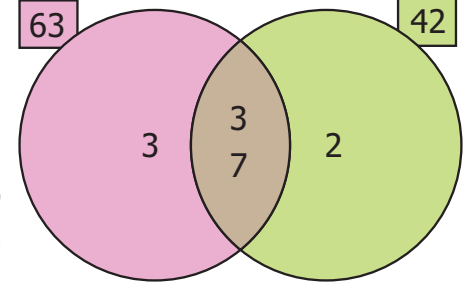


இச்சூழலைப் பவித்ரா, மீப்பெரு பொதுக் காரணியைக் (மீ.பெ.கா) கொண்டு தீர்ப்பதைப் பின்வரும் விளக்கத்தின் மூலம் காணலாம்.

விளக்கம்: 63 மற்றும் 42 ஆகியவற்றின் மீ.பெ.கா காண்க.

தீர்வு:

63 இன் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் $3 \times 3 \times 7$ மற்றும் 42 இன் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் $2 \times 3 \times 7$. 63 மற்றும் 42 இன் பொதுப் பகாக் காரணிகள் 3 மற்றும் 7 (படத்தில் காண்க) என்பதை நாம் காண்கிறோம். ஆகையால், இவற்றின் மீப்பெரு பொதுக் காரணி $3 \times 7 = 21$ ஆகும். எனவே, பவித்ரா ஒவ்வொரு குடும்பத்திற்கும் தலா 3 அதிரசங்கள் மற்றும் 2 முறுக்குகள் வீதம் அதிகபட்சமாக 21 குடும்பங்களுக்கு வழங்க இயலும்.



சூழல் 2:

8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுள்ள இரு கம்பிகளை எடுத்துக்கொள்வோம். இவற்றை நாம் சம நீளமுள்ள துண்டுகளாக வெட்டினால், எத்தனை துண்டுகளை நாம் பெற முடியும்? அவ்வாறு இரண்டு கம்பிகளை வெட்டினால் கிடைக்கும் துண்டின் அதிகபட்ச நீளம் யாது?

8 அடி நீளமுடைய கம்பியினை 1 அடி அல்லது 2 அடி அல்லது 4 அடி நீளம் கொண்ட கம்பிகளாக வெட்டலாம் (இவை 8 இன் காரணிகள் ஆகும்). 12 அடி நீளமுடைய கம்பியினை 1 அடி அல்லது 3 அடி அல்லது 4 அடி அல்லது 6 அடி நீளம் கொண்ட கம்பிகளாக வெட்டலாம் (இவை 12 இன் காரணிகள் ஆகும்). இதற்கான விளக்கத்தினைப் பின்வருமாறு பெறலாம்.

முதலில், 8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுடைய கம்பிகளை 1 அடி நீளமுள்ள சமமான கம்பிகளாக வெட்ட இயலும்.	துண்டுகளின் எண்ணிக்கை 8
	
	12
இரண்டாவதாக, 8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுடைய கம்பிகளை 2 அடி நீளமுள்ள சமமான கம்பிகளாக வெட்ட இயலும்.	4
	
	6
மூன்றாவதாக, 8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுடைய கம்பிகளை 4 அடி நீளமுள்ள சமமான கம்பிகளாகவும் வெட்ட இயலும்.	2
	
	3



இரண்டு கம்பிகளையும் சம அளவில் வெட்டினால் கிடைக்கும் துண்டுகளின் நீளமானது 1 அடி, 2 அடி மற்றும் 4 அடி (இவை 8 மற்றும் 12 இன் பொதுக் காரணிகள்) ஆகும்.

ஆகவே, 4 அடி நீளம் கொண்ட துண்டானது 8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுள்ள கம்பிகளைச் சமமான அளவுகளாக வெட்டும் மீப்பெரு துண்டாகும். அதாவது, 8 அடி மற்றும் 12 அடி நீளமுள்ள கம்பிகளின் மீ.பெ.கா என்பது 4 அடி துண்டாகும்.

ஆகவே, மீப்பெரு பொதுக்காரணி (மீ.பெ.கா) என்பது இரண்டு எண்களின் மிகப் பெரிய பொதுக் காரணி ஆகும். x மற்றும் y இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியை மீ.பெ.கா (x, y) என எழுதலாம்.



குறிப்பு

- மீப்பெரு பொதுக் காரணியை மீப்பெரு பொது வகுத்தி (மீ.பெ.வ) எனவும் கூறலாம்.
- மீ.பெ. கா ($1, x$) = 1
- y என்பது x இன் மடங்கு எனில், மீ.பெ.கா (x, y) = x . எடுத்துக்காட்டாக, மீ.பெ.கா ($3, 6$) = 3
- இரண்டு எண்களுக்கான மீப்பெரு பொதுக்காரணி (மீ.பெ.கா) 1 எனில், அவ்வெண்கள் சார்பகா எண்கள் அல்லது இணைப்பகா எண்கள் எனப்படும். சார்பகா எண்களில் இரண்டு எண்களும் பகா எண்களாகவோ (5 மற்றும் 7) இரண்டு எண்களும் பகு எண்களாகவோ (14 மற்றும் 27) அல்லது ஒர் எண் பகா எண் மற்றொரு எண் பகு எண்ணாகவோ (11 மற்றும் 12) இருக்கலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 3: வகுத்தல் முறையில் 40 மற்றும் 56 ஆகிய எண்களுக்கு மீ.பெ.கா. காண்க.

தீர்வு:	2	40	2	56
	2	20	2	28
	2	10	2	14
	5	5	7	7
		1		1

40 என்ற எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் = $2 \times 2 \times 2 \times 5$

56 என்ற எண்ணின் பகாக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் = $2 \times 2 \times 2 \times 7$

40 மற்றும் 56 ஆகிய எண்களின் பொதுக் காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் = $2 \times 2 \times 2 = 8$.

ஆகவே, மீ.பெ.கா ($40, 56$) = 8.

(அல்லது)

2	40, 56
2	20, 28
2	10, 14
	5, 7

பொதுக்காரணி 2-ஐக் கொண்டு வகுத்தால் (3 படிகளில்)

மீ.பெ.கா = பொதுக்காரணிகளின் பெருக்கற்பலன்
= $2 \times 2 \times 2 = 8$.



எடுத்துக்காட்டு 4: 18, 24 மற்றும் 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பெ.கா காண்க.

தீர்வு:

18, 24 மற்றும் 30 ஆகியவற்றின் காரணிகளை நாம் காண்போம்.

(வகுபடும் தன்மை விதிகள் இங்குப் பயன்படும்.)

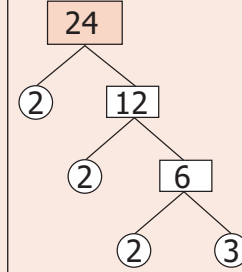
18 இன் காரணிகள் ①, ②, ③, ⑥, 9 மற்றும் 18 ஆகும்.

24 இன் காரணிகள் ①, ②, ③, 4, ⑥, 8, 12 மற்றும் 24 ஆகும்.

30 இன் காரணிகள் ①, ②, ③, 5, ⑥, 10, 15 மற்றும் 30 ஆகும்.

1, 2, 3 மற்றும் 6 ஆகியவை இந்த மூன்று எண்களுக்குப் பொதுவான காரணிகள் ஆகும். இவற்றுள் மிகப் பெரிய காரணி 6 ஆகும். எனவே, மீ.பெ.கா (18, 24, 30) = 6 ஆகும். அனைத்து எண்களுக்கும் 1 ஆனது ஒரு பொதுக் காரணி என்பது குறிப்பிடத்தக்கதாகும்.

நாம், 24 என்ற எண்ணின் காரணிகளைக் காரணிச் செடி முறையில் காணலாம்.



இங்கு, $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ஆகும். இவ்வாறே, $18 = 2 \times 3 \times 3$ $30 = 2 \times 3 \times 5$ எனக் காரணிச் செடி முறையில் காரணிகளைக் காணலாம். இவற்றிலிருந்து மீ.பெ.கா (18, 24, 30) = 6 எனக் கண்டறியலாம்.

1.6 பொது மடங்குகள்

நாம் இப்போது 5 மற்றும் 7 ஆகிய எண்களின் பொது மடங்குகளை எழுதுவோம்.

5 இன் மடங்குகள் 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, ... ஆகும்.

7 இன் மடங்குகள் 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, ... ஆகும்.

இங்கு, 5 மற்றும் 7 ஆகிய எண்களின் பொது மடங்குகள் 35, 70, ... என மேலும் முடிவில்லாமல் செல்லும்.

ஓர் எண்ணின் மடங்குகளின் எண்ணிக்கை முடிவில்லாமல் தொடர்வதால், நாம் எண்களின் மிகச்சிறிய பொது மடங்கைக் குறித்துச் சிந்திக்கலாம்.

1.6.1 மீச்சிறு பொது மடங்கு (மீ.சி.ம)

பின்வரும் சூழல் குறித்துச் சிந்திக்க:

சூழல் 1: 4 மற்றும் 5 இன் பெருக்கல் வாய்ப்பாடுகளைப் (10 வரை) பின்வருமாறு எழுதுக :

பெருக்கல் வாய்ப்பாடுகளை உற்றுநோக்கி, 4 மற்றும் 5 இன் எந்தெந்த மடங்குகள் (எண்களின் பெருக்கற்பலன்) சமமாக உள்ளன? என உன்னால் காண முடிகிறதா ? முடியும் எனில், அவை யாவை? ஆம். அவை 20, 40, போன்றவையாகும். 4 மற்றும் 5 இன் மடங்குகளிலிருந்து நாம் 20-ஐ 4 மற்றும் 5 இன் மீச்சிறு பொது மடங்கு என எளிதாகக் கண்டறியலாம்.

4 ஆவது வாய்ப்பாடு	5 ஆவது வாய்ப்பாடு
$1 \times 4 = 4$	$1 \times 5 = 5$
$2 \times 4 = 8$	$2 \times 5 = 10$
$3 \times 4 = 12$	$3 \times 5 = 15$
$4 \times 4 = 16$	$4 \times 5 = 20$
$5 \times 4 = 20$	$5 \times 5 = 25$
$6 \times 4 = 24$	$6 \times 5 = 30$
$7 \times 4 = 28$	$7 \times 5 = 35$
$8 \times 4 = 32$	$8 \times 5 = 40$
$9 \times 4 = 36$	$9 \times 5 = 45$
$10 \times 4 = 40$	$10 \times 5 = 50$

கூழல் 2:

அனு தனது தங்கையின் பிறந்தநாள் விழாவில் வழங்குவதற்காகக் கேழ்வரகு இலட்டுகளையும் தட்டை முறுக்குகளையும் வாங்க விரும்புகிறாள். கேழ்வரகு இலட்டுகள் ஒரு பொட்டலத்திற்கு 4 வீதமும், தட்டை முறுக்குகள் ஒரு பொட்டலத்திற்கு 6 வீதமும் கிடைக்கும். விழாவில் சம எண்ணிக்கையில் கேழ்வரகு இலட்டுகளும், தட்டை முறுக்குகளும் இருக்குமாறு அனு இவற்றை வாங்க வேண்டும் எனில், இந்தச் சூழலை அனு எவ்வாறு அணுகுவாள்?

இந்தச் சூழலை அனு மீச்சிறு பொது மடங்குக் கருத்தின் மூலம் அணுகினாள். இங்கு 4 இன் மடங்குகள் 4, 8, 12, 16, 20, 24, எனச் செல்லும் மற்றும் 6 இன் மடங்குகள் 6, 12, 18, 24, 30, 36, ... எனச் செல்லும். இங்கு நாம், 12, 24, போன்ற எண்களைப் பொது மடங்குகளாகக் காண்கிறோம். அவற்றுள் மீச்சிறு பொது மடங்கு 12 ஆகும். ஆகவே, அனு குறைந்தபட்சம் 3 கேழ்வரகு இலட்டு பொட்டலங்களையும் 2 தட்டை முறுக்குப் பொட்டலங்களையும் வாங்கினால், சம எண்ணிக்கையிலான 12 கேழ்வரகு இலட்டுகளையும், 12 தட்டை முறுக்குகளையும் விழாவில் வழங்கலாம்.



கூழல் 3:

4 அலகுகள் மற்றும் 5 அலகுகள் நீளமுடைய சிவப்பு மற்றும் நீல வண்ணப் பாய்களைப் பின்வருமாறு கருதுவோம்.

4 அலகுகள்

5 அலகுகள்

4 அலகுகள் நீளம் கொண்ட ஐந்து சிவப்பு வண்ணப் பாய்களைப் பின்வருமாறு அமைக்கலாம். அதன் மொத்த நீளம் $5 \times 4 = 20$ அலகுகள் ஆகும்.

4 அலகுகள்

4 அலகுகள்

4 அலகுகள்

4 அலகுகள்

4 அலகுகள்

5 அலகுகள் நீளம் கொண்ட நான்கு நீல வண்ணப் பாய்களைப் பின்வருமாறு அமைக்கலாம். அதன் மொத்த நீளமும் $4 \times 5 = 20$ அலகுகள் ஆகும்.

5 அலகுகள்

5 அலகுகள்

5 அலகுகள்

5 அலகுகள்

மேற்படி, 5 அலகுகள் நீளமுள்ள நான்கு பாய்களானது, 4 அலகுகள் நீளமுள்ள ஐந்து பாய்களைச் சமப்படுத்த இயலும். ஆகவே, இரு அளவு பாய்களுக்கிடையே உருவாகும் பொதுவான மீச்சிறு பொது மடங்கு $4 \times 5 = 20$ ஆகும்.

பூச்சியமற்ற இரு முழு எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கு என்பது அவ்விரு எண்களின் மிகச் சிறிய பொது மடங்காகும். x மற்றும் y ஆகிய எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கினை மீ.சி.ம (x, y) என எழுதலாம்.

கீழ்க்காணும் முறைகளைக் கொண்டு இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களின் மீச்சிறு பொது மடங்கைக் கண்டறியலாம்.

1. வகுத்தல் முறை 2. பகாக் காரணிப்படுத்துதல் முறை



எடுத்துக்காட்டு 5: 156 மற்றும் 124 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம காண்க.

தீர்வு : வகுத்தல் முறை

படி 1 : சிறிய பகாக் காரணியில் தொடங்கி, பிற எண்களால் வகுத்துக் கொண்டே

செல்வதைப் பின்வருமாறு காணலாம்:

மீ.சி.ம = பகாக் காரணிகள் பெருக்கற்பலன் = $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 31 = 4836$.

156 மற்றும் 124 இன் மீ.சி.ம 4836.

பகாக் காரணிப்படுத்துதல் முறை

2	156, 124
2	78, 62
3	39, 31
13	13, 31
31	1, 31
	1, 1

படி 1 : 156 மற்றும் 124 இன் பகாக் காரணிகளை எழுதுவோம் (வகுபடும் தன்மை விதிகளைப் பயன்படுத்தலாம்!)

$$156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$$

$$124 = 2 \times 62 = 2 \times 2 \times 31$$

படி 2 : இரு எண்களிலும் இடம்பெறும் பொதுக்காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் 2×2 மற்றும் பொதுவாக அமையாத காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் $3 \times 13 \times 31$

படி 3 : ஆகவே, மீ.சி.ம = பொதுக்காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் $\times$ பொதுவாக அமையாத காரணிகளின் பெருக்கற்பலன் = $(2 \times 2) \times (3 \times 13 \times 31) = 4 \times 1209 = 4836$.

எனவே, 156 மற்றும் 124 இன் மீ.சி.ம 4836 ஆகும் (அல்லது)

$$156 = 2 \times 78 = 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$$

$$124 = 2 \times 62 = 2 \times 2 \times 31$$

இதில், 156 மற்றும் 124 இன் பகாக் காரணிப்படுத்துதலில் 2 ஆனது இரு எண்களிலும் அதிகபட்சம் இரு முறையும், 156 இல் பகாக் காரணிகளான 3 மற்றும் 13 ஆனது தலா ஒரு முறையும், 124 இல் பகா காரணியான 31 ஒரு முறையும் இடம் பெற்றுள்ளன. ஆகவே, தேவையான மீ.சி.ம = $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 31 = 4836$ ஆகும்.

1.7 மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம – வின் பயன்பாட்டுக் கணக்குகள்

அன்றாட வாழ்க்கைச் சூழல்களில் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம கருத்துகள் இடம்பெறும் வாக்கியக் கணக்குகளைக் கீழே காணலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 6:

62, 78 மற்றும் 109-ஐ வகுத்து முறையே 2, 3 மற்றும் 4-ஐ மீதிகளாகக் கொடுக்கும் மீப்பெரு பொதுக் காரணி என்ன?

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் மீதியைக் கழிக்க. $62 - 2$, $78 - 3$ மற்றும் $109 - 4$, அதாவது 60, 75 மற்றும் 105-ஐ வகுக்கும் பொதுக் காரணிகளைக் காணவும். 60, 75 மற்றும் 105-ஐ வகுக்கும் மிகப்பெரிய எண்ணானது அவற்றின் மீ.பெ.கா. ஆகும்.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$75 = 3 \times 5 \times 5$$

$$105 = 3 \times 5 \times 7$$





ஆகவே, மீ.பெ.கா = $3 \times 5 = 15$ ஆனது 62, 78, 109-ஐ வகுத்து முறையே 2, 3, 4-ஐ மீதியாகக் கொடுக்கும் மிகப் பெரிய எண் ஆகும்.

எடுத்துக்காட்டு 7: நூல் விற்பனையாளர் 175 ஆங்கில நூல்களையும் 245 அறிவியல் நூல்களையும் 385 கணித நூல்களையும் வைத்துள்ளார். ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் பாட வாரியாகச் சம எண்ணிக்கையில் மூன்று பாட நூல்களையும் வைத்து விற்க விரும்புகிறார். அதிகபட்சமாக எத்தனைப் பெட்டிகள் தேவைப்படும்? ஒரு பெட்டியில் உள்ள ஒவ்வொரு பாட நூல்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

தீர்வு :

மீ.பெ.கா-வை பயன்படுத்தி இந்தக் கணக்கைத் தீர்க்கலாம்.

5	175	5	245	5	385
5	35	7	49	7	77
7	7	7	7	11	11
	1		1		1

எனவே, 175, 245 மற்றும் 385 இன் மீ.பெ.கா. காண வேண்டும்.

$$175 = 5 \times 5 \times 7; \quad 245 = 5 \times 7 \times 7; \quad 385 = 5 \times 7 \times 11$$

175, 245 மற்றும் 385இன் மீ.பெ.கா = $5 \times 7 = 35$

ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் சம எண்ணிக்கையில் நூல்கள் உள்ளதால் தேவைப்படும் அதிகபட்சப் பெட்டிகளின் எண்ணிக்கை = 35

ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள ஆங்கில நூல்களின் எண்ணிக்கை = $175 \div 35 = 5$

ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள அறிவியல் நூல்களின் எண்ணிக்கை = $245 \div 35 = 7$

ஒவ்வொரு பெட்டியிலும் உள்ள கணித நூல்களின் எண்ணிக்கை = $385 \div 35 = 11$

ஆகவே, பெட்டியிலுள்ள நூல்களின் மொத்த எண்ணிக்கை = $5 + 7 + 11 = 23$.



குறிப்பு

- மீ.சி.ம ஆனது எப்பொழுதும் கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் பெரிய எண்ணை விடப் பெரியதாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கும்.
- மீ.சி.ம ஆனது எப்போதும் மீ.பெ.கா-வின் மடங்காக இருக்கும்.

எடுத்துக்காட்டு 8:

18 மற்றும் 30 ஆகிய எண்களின் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம-வின் விகிதத்தைக் காண்க.

தீர்வு :

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \text{ மற்றும் } 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{இதன் மீ.பெ.கா} = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{மீ.சி.ம} = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 90$$

$$\text{ஆகவே, மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம-வின் விகிதம்} = 6 : 90 = 1 : 15$$





எடுத்துக்காட்டு 9:

254 மற்றும் 508 ஆகிய எண்களால் வகுக்கும் போது மீதியாக 4-ஐத் தரும் மிகச்சிறிய எண்ணைக் காண்க

தீர்வு :

254 மற்றும் 508 இன் எல்லாப் பொது மடங்குகளும் இவ்விரு எண்களால் வகுபடும்.

நாம், வகுத்தல் முறையில் 254 மற்றும் 508 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம-வைக் காணலாம்.

254 மற்றும் 508 இன் மீ.சி.ம = $2 \times 2 \times 127 = 508$

ஆகவே, 508 ஆனது, 254 மற்றும் 508 ஆகிய எண்களால் வகுபடும் மிகச்சிறிய பொது மடங்கு ஆகும். இப்பொழுது, 254 மற்றும் 508 ஆல் வகுக்கும் போது நமக்கு மீதி 4 தேவை என்பதால், தேவையான எண் மீ.சி.ம-வைக் காட்டிலும் 4 அதிகம். ஆகவே, தேவையான எண் $508 + 4 = 512$ ஆகும்.

2	254, 508
2	127, 254
127	127, 127
	1, 1

எடுத்துக்காட்டு 10:

72 மற்றும் 108 ஆகிய எண்களால் சரியாக வகுபடக்கூடிய மிகச்சிறிய 5 இலக்க எண் என்ன?

தீர்வு:

முதலில், நாம் வகுத்தல் முறையில் 72 மற்றும் 108 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம-வைக் காண்போம்.

72 மற்றும் 108 இன் மீ.சி.ம = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 216$

இப்போது, 216 இன் எல்லா மடங்குகளும் 72 மற்றும் 108 ஆகிய எண்களால் சரியாக வகுபடும்.

மிகச்சிறிய ஐந்திலக்க எண் = 10000 ஆகும்.

10000-ஐ 216 ஆல் வகுத்தால் ஈவு 46 மற்றும் மீதி 64. எனவே, 216 இன் அடுத்த மடங்கான, $216 \times 47 = 10152$ என்பது 72 மற்றும் 108 ஆல் சரியாக வகுபடக் கூடிய மிகச்சிறிய 5 இலக்க எண் ஆகும்.

2	72,108
2	36,54
2	18,27
3	9,27
3	3,9
3	1,3
	1,1

எடுத்துக்காட்டு 11:

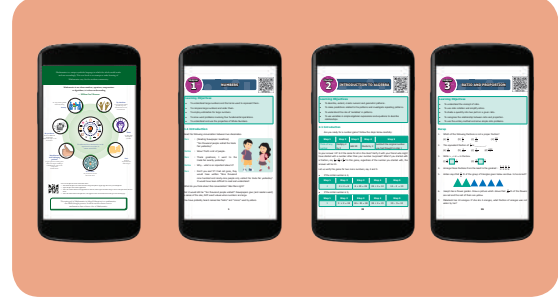
ஒரு வீட்டில் நான்கு அலைபேசிகள் உள்ளன. காலை 5 மணிக்கு, எல்லா அலைபேசிகளும் ஒன்றாக ஒலிக்கும். அதன் பின், முதல் அலைபேசியானது ஒவ்வொரு 15 நிமிடங்களிலும் இரண்டாவது அலைபேசியானது ஒவ்வொரு 20 நிமிடங்களிலும் மூன்றாவது அலைபேசியானது ஒவ்வொரு 25 நிமிடங்களிலும் மற்றும் நான்காவது அலைபேசியானது ஒவ்வொரு 30 நிமிடங்களிலும் ஒலிக்கின்றன எனில், அவை மீண்டும் எப்போது ஒன்றாக ஒலிக்கும்?



தீர்வு:

இது மீ.சி.ம தொடர்பான கணக்கு ஆகும். ஆகவே, நாம் 15, 20, 25 மற்றும் 30 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம-வைக் காண வேண்டும்.

2	15, 20, 25, 30
2	15, 10, 25, 15
5	15, 5, 25, 15
3	3, 1, 5, 3
5	1, 1, 5, 1
	1, 1, 1, 1



$$\begin{aligned}
 15, 20, 25 \text{ மற்றும் } 30 \text{ இன் மீ.சி.ம} &= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \\
 &= 300 \text{ நிமிடங்கள்} \\
 &= 5 \times 60 \text{ நிமிடங்கள்} \\
 &= 5 \times 1 \text{ மணி நேரம்} \\
 &= 5 \text{ மணி நேரம்}
 \end{aligned}$$

எனவே, நான்கு அலைபேசிகளும் மீண்டும் காலை 10 மணிக்கு ஒன்றாக ஒலிக்கும்.



இவற்றை முயல்க

ஒரு சிறுவன் கூடையிலுள்ள விளாம்பழங்களை விற்பதற்காக ஒரு பட்டணத்துக்கு எடுத்துச் சென்றான். கொண்டு செல்லும் வழியில் வழிப்பறிக் கொள்ளையர்கள் சிறுவனிடம் இருந்த பழங்களைக் கொள்ளையடித்துத் தின்று விட்டார்கள். அச்சிறுவன் அரசனிடம் முறையிட, அரசன் "நீ கொண்டு வந்த பழங்கள் எத்தனை?" என்று கேட்டார். "எனக்குத் தெரியாது. ஆனால் நான் கொண்டு வந்த பழங்களை இரண்டிரண்டாகப் பிரித்தால், ஒரு பழம் மிஞ்சும். மூன்று மூன்றாகப் பிரித்தால், இரண்டு பழங்கள் மிஞ்சும். நான்கு நான்காகப் பிரித்தால், மூன்று பழங்கள் மிஞ்சும். ஐந்து ஐந்தாகப் பிரித்தால், நான்கு பழங்கள் மிஞ்சும். ஆறு ஆறாகப் பிரித்தால், ஐந்து பழங்கள் மிஞ்சும். ஏழு ஏழாகப் பிரித்தால், மீதி ஏதும் இருக்காது" எனக் கூறினான் எனில், அச்சிறுவன் கொண்டு வந்த விளாம்பழங்கள் எத்தனை? (இந்தக் கணக்கு, "விளாம்பழக் கணக்கு" என்ற தலைப்பில், கணக்குகளின் தமிழ்த் தொகுப்பு நூலான "கணக்கதிகாரம்" என்ற நூலிலிருந்து எடுக்கப்பட்டது).

1.8 எண்கள் மற்றும் அதன் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள தொடர்பு

நாம் 36 மற்றும் 48 இன் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம காண்போம். முதலில், வகுத்தல் முறையில் 36 மற்றும் 48 இன் காரணிகளைக் காண வேண்டும்.

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3; 48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{மீ.பெ.கா} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$\text{மீ.சி.ம} = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 144, \text{ இதைக் கவனித்தால்,}$$

$$36 \times 48 = 144 \times 12 = 1728 \text{ ஆகக் கிடைக்கிறது.}$$

2	36	2	48
2	18	2	24
3	9	2	12
3	3	2	6
	1	3	3
			1

இதிலிருந்து, நாம் பெறுவது

கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீ.பெ.கா $\times$ மீ.சி.ம.

பொதுவாக, எவையேனும் 2 எண்கள் x மற்றும் y ஆகியவற்றிற்கு,

$$x \times y = \text{மீ.பெ.கா}(x, y) \times \text{மீ.சி.ம}(x, y)$$

எண்கள்

இணையச் செயல்பாடு



செயல்பாட்டின் இறுதியில்
கிடைக்கப்பெறுவது



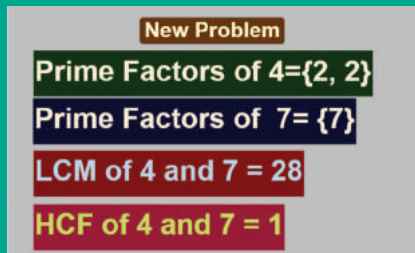
படி 1 கீழ்க்காணும் உரலி / விரைவுக் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி Geo Gebra பணித்தாளின் "Numbers" என்னும் பக்கத்திற்குச் செல்லவும். இப்பணித்தாளில் இரண்டு செயல்பாடுகள் இடம்பெற்றிருக்கும். அவை,

1. LCM and HCF மற்றும் 2. Prime number game.

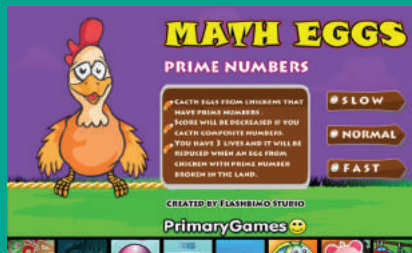
அவற்றில் முதல் செயல்பாட்டில் New Problem என்பதைச் சொடுக்கி அதற்கான விடைகளைக் கண்டுபிடித்துச் சரிபார்க்க..

படி 2 முதல் செயல்பாட்டின் கீழ்ப்பக்கத்தில் உள்ள Open Link in New Tab என்பதைச் சொடுக்கி, பகா எண்களாக (Prime Numbers) வரும் முட்டைகளை வேகமாகச் சேகரிக்கவும். செயல்பாட்டின் துவக்கத்திலேயே விளையாட்டின் வேகத்தைத் தேர்ந்தெடுத்துக் கொள்ளலாம்.

படி 1



படி 2



செயல்பாட்டிற்கான உரலி:

எண்கள்: <https://ggbm.at/Exu3mtz5> அல்லது விரைவுக் குறியீட்டை ஸ்கேன் செய்க.



எடுத்துக்காட்டு 12: இரு எண்களின் மீ.சி.ம 432 மற்றும் அவற்றின் மீ.பெ.கா 36. ஒர் எண் 108 எனில், மற்றோர் எண் என்ன?

தீர்வு:

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீ.பெ.கா $\times$ மீ.சி.ம

$$108 \times \text{மற்றோர் எண்} = 432 \times 36$$

$$\text{ஆகவே, மற்றோர் எண்} = (432 \times 36) \div 108 = 144$$

எடுத்துக்காட்டு 13:

இரு சார்பகா எண்களின் மீ.சி.ம 5005. ஒர் எண் 65 எனில், மற்றோர் எண் என்ன?

தீர்வு :

இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் = அவற்றின் மீ.பெ.கா $\times$ மீ.சி.ம.

மேலும், எண்கள் சார்பகா என்பதால் அவற்றின் மீ.பெ.கா 1 ஆகும்.

$$65 \times \text{மற்றோர் எண்} = 5005 \times 1$$

$$\text{ஆகவே, மற்றோர் எண்} = 5005 \div 65 = 77$$

பயிற்சி 1.2



1. கோடிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- 45 மற்றும் 75 இன் மீ.பெ.கா _____ ஆகும்.
- இரு அடுத்தடுத்த இரட்டை எண்களின் மீ.பெ.கா _____ ஆகும்.
- 3 மற்றும் 9 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம 9 எனில், அவற்றில் மீ.பெ.கா _____ ஆகும்.
- 26, 39 மற்றும் 52 ஆகிய எண்களின் மீ.சி.ம _____ ஆகும்.
- 57 உடன் _____ என்ற சிறிய எண்ணைக் கூட்டினால், அது 2, 3, 4 மற்றும் 5 ஆல் சரியாக வகுபடும்.

2. சரியா, தவறா எனக் கூறுக.

- 57 மற்றும் 69 ஆகியவை சார்பகா எண்கள்.
- 17 மற்றும் 18 ஆகிய எண்களின் மீ.பெ.கா 1 ஆகும்.
- இரு அடுத்தடுத்த எண்களின் மீ.சி.ம, அவ்விரு எண்களின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமமாகும்.
- இரு சார்பகா எண்களின் மீ.சி.ம, அவ்வெண்களின் கூடுதலுக்குச் சமம்.
- இரு எண்களின் மீ.பெ.கா எப்போதும் அவற்றின் மீ.சி.ம-வின் காரணியாக இருக்கும்.

3. கீழ்க்காணும் எண்களுக்குப் பகாக் காரணிப்படுத்துதல் முறையில் மீ.பெ.கா காண்க.

- (i) 18, 24 (ii) 51, 85 (iii) 61, 76 (iv) 84, 120 (v) 27, 45, 81 (vi) 45, 55, 95

4. கீழ்க்காணும் எண்களுக்குப் பகாக் காரணிப்படுத்துதல் முறையில் மீ.சி.ம-வைக் காண்க.

- (i) 6, 9 (ii) 8, 12 (iii) 10, 15 (iv) 14, 42 (v) 30, 40, 60 (vi) 15, 25, 75





5. 154, 198 மற்றும் 286 ஆகிய எண்களுக்கு மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம காண்க.
6. முழுவதுமாக நிரப்பப்பட்டுள்ள 80 லிட்டர், 100 லிட்டர் மற்றும் 120 லிட்டர் கொள்ளளவு உள்ள கலன்களில் பாலினைச் சரியாக அளக்கக் கூடிய பாத்திரத்தின் அதிகபட்சக் கொள்ளளவு என்ன?
7. மூன்று போக்குவரத்து சந்திப்புகளில் உள்ள நெரிசல் விளக்குகள் ஒவ்வொன்றும் முறையே 40 விநாடிகளில், 60 விநாடிகளில் மற்றும் 72 விநாடிகளில் ஒளிர்கின்றன. அவ்விளக்குகள் அனைத்தும் காலை 8 மணிக்குச் சந்திப்புகளில் ஒன்றாக ஒளிர்ந்தன எனில், மீண்டும் அவை எப்போது ஒன்றாக ஒளிரும்?
8. இரு எண்களின் மீ.சி.ம 210 மற்றும் மீ.பெ.கா 14 என்றுள்ளவாறு எத்தனை எண்ணோடிகள் சாத்தியமாகும் ?
9. இரு எண்களின் மீ.சி.ம ஆனது மீ.பெ.கா-வின் 6 மடங்காகும். மீ.பெ.கா 12 மற்றும் ஓர் எண் 36 எனில், மற்றோர் எண்ணைக் காண்க.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

10. பின்வரும் இணைகளில், எவை சார்பகா எண்கள் ஆகும்?
அ) 51, 63 ஆ) 52, 91 இ) 71, 81 ஈ) 81, 99
11. 8, 9 மற்றும் 12 ஆகிய எண்களால் வகுபடும் மிகப்பெரிய 4 இலக்க எண் என்ன?
அ) 9999 ஆ) 9996 இ) 9696 ஈ) 9936
12. இரு எண்களின் மீ.பெ.கா 2 மற்றும் அவற்றின் மீ.சி.ம 154. அவ்விரு எண்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு 8 எனில், அவற்றின் கூடுதல் -----
அ) 26 ஆ) 36 இ) 46 ஈ) 56
13. 120-ஐ மீ.சி.ம-ஆகக் கொண்ட எண்களுக்குப் பின்வரும் எந்த எண்ணானது அவற்றின் மீ.பெ.கா-ஆக இருக்க இயலாது?
அ) 60 ஆ) 40 இ) 80 ஈ) 30

பயிற்சி 1.3

பல்வகைத் திறனறிப் பயிற்சிக் கணக்குகள்

1. 2-ஐ விடப் பெரிய இரட்டை எண் ஒவ்வொன்றையும் இரண்டு பகா எண்களின் கூடுதலாக வெளிப்படுத்தலாம். இதனை, 16 வரையுள்ள ஒவ்வோர் இரட்டை எண்ணுக்கும் சரிபார்க்க.
2. 173, ஒரு பகா எண்ணா? ஏன்?
3. $n = 2$ முதல் 8 வரை உள்ள எந்த எண்களுக்கு, $2n-1$ ஆனது, ஒரு பகா எண் ஆகும்?
4. பின்வரும் கூற்றுகளைக் காரணத்தோடு விளக்குக.
அ) ஓர் எண் 3 ஆல் வகுபடும் எனில், அவ்வெண் 9 ஆல் வகுபடும்.
ஆ) ஓர் எண் 12 ஆல் வகுபடும் எனில், அவ்வெண் 6 ஆல் வகுபடும்.





5. கீழ்க்காணும் கூற்றுகளுக்கு ஏற்ப A இன் மதிப்பைக் காண்க
 - (i) 2 ஆல் வகுபடும் மிகப்பெரிய ஈரிலக்க எண் 9A ஆகும்.
 - (ii) 3 ஆல் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண் 567A ஆகும்.
 - (iii) 6 ஆல் வகுபடும் மிகப்பெரிய மூன்றிலக்க எண் 9A6 ஆகும்.
 - (iv) 4 மற்றும் 9 ஆல் வகுபடும் எண் A08 ஆகும்.
 - (v) 11 ஆல் வகுபடும் எண் 225A85 ஆகும்.
6. 4 மற்றும் 6 ஆல் வகுபடும் எண்கள் 24 ஆல் வகுபடும். இந்தக் கூற்றை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் சரிபார்க்க.
7. எவையேனும் இரு அடுத்தடுத்த ஒற்றை எண்களின் கூடுதலானது 4 ஆல் வகுபடும். இந்தக் கூற்றை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் மெய்ப்பிக்க.
8. 1 மீ 20 செ.மீ, 3 மீ 60 செ.மீ மற்றும் 4 மீ அளவுகளைக் கொண்ட கயிறுகளின் நீளங்களைச் சரியாக அளக்கப் பயன்படும் கயிற்றின் அதிகபட்ச நீளம் என்ன?

மேற்சிந்தனைக் கணக்குகள்

9. மூன்று பகா எண்களின் கூடுதல் 80. அவற்றுள் இரு எண்களின் வேறுபாடு 4 எனில், அந்த எண்களைக் காண்க.
10. 10 முதல் 20 வரையுள்ள அனைத்துப் பகா எண்களின் கூடுதலானது அனைத்து ஓரிலக்க எண்களால் வகுபடுமா என ஆராய்க.
11. 1 இலிருந்து 9 வரையிலான அனைத்து எண்களாலும் வகுபடும் மிகச்சிறிய எண்ணைக் காண்க.
12. மூன்று தொடர்ச்சியான எண்களின் பெருக்கற்பலன் எப்போதும் 6 ஆல் வகுபடும் என்பதை ஓர் எடுத்துக்காட்டுடன் மெய்ப்பிக்க.
13. மலர்விழி, கார்த்திகா மற்றும் கண்ணகி ஆகிய மூவரும் ஒரே கிராமத்தைச் சேர்ந்த தோழிகள். இவர்கள் வெவ்வேறு இடங்களில் வேலை செய்கின்றனர். மலர்விழி 5 நாட்களுக்கு ஒரு முறையும், கார்த்திகா மற்றும் கண்ணகி முறையே 6 மற்றும் 10 நாட்களுக்கு ஒரு முறையும், அவர்தம் வீடுகளுக்கு வந்து செல்வர். அவர்கள் மூவரும், அக்டோபர் மாதம் முதல் நாள் ஒன்றாகச் சந்தித்தார்கள் எனில், மீண்டும் அவர்கள் எப்போது ஒன்றாகச் சந்திப்பார்கள்?
14. 108 தளங்களைக் கொண்ட ஓர் அடுக்கு மாடிக் குடியிருப்பில் A மற்றும் B என இரண்டு மின்தூக்கிகள் உள்ளன. இரண்டு மின் தூக்கிகளும் தரை தளத்திலிருந்து தொடங்கி, முறையே ஒவ்வொரு 3வது மற்றும் 5வது தளத்தில் நின்று செல்கின்றன. எந்தெந்தத் தளங்களில், இந்த இரண்டு மின்தூக்கிகளும் ஒன்றாக நின்று செல்லும்?
15. இரண்டு ஈரிலக்க எண்களின் பெருக்கற்பலன் 300 மற்றும் அவற்றின் மீ.பெ.கா. 5 எனில், அவ்வெண்கள் யாவை?





16. 564872 என்ற எண்ணானது 88ஆல் வகுபடுமா என ஆராய்க. (8 மற்றும் 11 இன் வகுபடுத்தன்மை விதிகளைப் பயன்படுத்தலாம்!)
17. வில்சன், மதன் மற்றும் குணசேகரன் ஆகியோர் ஒரு வட்ட வடிவிலான ஓடுபாதையின் ஒரு சுற்றை முறையே 10, 15 மற்றும் 20 நிமிடங்களில் சுற்றி முடிக்கின்றனர். அவர்கள் தொடக்கப் புள்ளியில் காலை 7 மணிக்கு ஒன்றாகச் சுற்றத் தொடங்கினால், அவர்கள் மீண்டும் எப்போது தொடக்கப் புள்ளியில் ஒன்றாகச் சந்திப்பார்கள்?

இரு எண்களில், ஒர் எண்ணின் காரணிகளின் (அந்த எண்ணைத் தவிர்த்து) கூடுதலானது மற்றோர் எண்ணைத் தரும் எனில், அவை 'இணக்கமான எண்கள்' எனப்படும்.

உங்களுக்குத் தெரியுமா?

220 மற்றும் 284 ஆகிய எண்கள் 'இணக்கமான எண்கள்' ஆகும். ஏனெனில், 220 இன் காரணிகளின் (220-ஐத் தவிர) கூடுதலானது $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$ ஆகும். மேலும், 284 இன் காரணிகளின் (284-ஐத் தவிர) கூடுதலானது $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$ ஆகும்.

1184 மற்றும் 1210 ஆகிய எண்கள் இணக்கமான எண்களா என ஆராய்க.

நினைவில் கொள்க:

- ❖ 1-ஐ விட அதிகமான ஒர் இயல் எண்ணானது, 1 மற்றும் அதே எண்ணை மட்டுமே காரணிகளாகப் பெற்றிருப்பின், அது **பகா எண்** எனப்படும்.
- ❖ ஒர் இயல் எண்ணானது இரண்டிற்கு மேற்பட்ட காரணிகளைப் பெற்றிருப்பின், அது **பகு எண்** எனப்படும்.
- ❖ ஒரு சோடி பகா எண்களுக்கிடையே உள்ள வேறுபாடு 2 எனில், அவை **இரட்டைப் பகா எண்கள்** எனப்படும்.
- ❖ ஒவ்வொரு பகு எண்ணும் பகா எண்களின் பெருக்கற்பலனாக ஒரே **ஒரு வழியில்** மட்டுமே எழுத முடியும்.
- ❖ எவையேனும் இரு பூச்சியமற்ற முழு எண்களின் **மீப்பெரு பொதுக்காரணி** என்பது அந்த இரு எண்களின் மிகப்பெரிய பொதுவான காரணி ஆகும்.
- ❖ எவையேனும் இரு பூச்சியமற்ற முழு எண்களின் **மீச்சிறு பொது மடங்கு** என்பது அந்த இரு எண்களின் மிகச்சிறிய பொதுவான மடங்கு ஆகும்.
- ❖ இரு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக் காரணி 1 எனில், அவை "**சார்பகா**" அல்லது "**இணைப்பகா**" எண்கள் எனப்படும்.
- ❖ கொடுக்கப்பட்ட இரு எண்களின் பெருக்கற்பலன் அவற்றின் மீ.பெ.கா மற்றும் மீ.சி.ம.-வின் பெருக்கற்பலனுக்குச் சமமாகும்.

