अध्याय-12 परिमेय संख्याएँ

12.1 भूमिका

हमने प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्या, पूर्णांक और भिन्न संख्याओं के बारे में पढ़ा है।

भिन्न संख्याओं में हम लोगों ने सिर्फ धनात्मक रूप पर ही विचार किया। भिन्न के बारे में हम जानते हैं कि $\frac{\text{अंश}}{\text{हर}}$ रूप में लिखी संख्याओं को भिन्न संख्या कहते हैं जिसमें अंश शून्य या कोई भी धनात्मक पूर्णांक हो सकता है परन्तु हर सदैव एक धनात्मक पूर्णांक ही होता है। इस अध्याय में हम ऐसी संख्याओं के बारे में भी पढ़ेंगे जिनका अंश व हर ऋणात्मक पूर्णांक भी हो सकता है। इस अध्याय में हम संख्या पद्धति का और विस्तार करेंगे जिसमें हम धनात्मक व ऋणात्मक भिन्नों के समूह व उनकी आपस में संक्रियाएँ सीखेंगे।

12.2 परिमेय संख्या

हमने पूर्णांक संख्या में देखा है कि किसी वस्तु के मूल्य में 50 रु. वृद्धि को +50 से व्यक्त किया जाए तो 50 रु. कमी को –50 से व्यक्त किया जा सकता है, इसी प्रकार किसी स्थान से दायीं ओर की दूरी 10 किमी. को +10 से तो बायीं ओर की दूरी 10 किमी. –10 से व्यक्त किया जा सकता है।

इसी प्रकार की अनेक स्थितियाँ भिन्नात्मक संख्याओं में भी होती हैं। जैसे—हम समुद्र तल से ऊपर 800 मीटर की ऊँचाई को किमी. में व्यक्त करने पर $\frac{800}{1000}$ किमी. $= \frac{4}{5}$ किमी. होता है, जिसे $\frac{4}{5}$ किमी. से व्यक्त किया जाता है। क्या हम समुद्र तल से नीचे 800 मी. की दूरी को किमी. में व्यक्त कर सकते हैं? क्या हम समुद्र तल से नीचे $\frac{4}{5}$ किमी. की गहराई को $\frac{-4}{5}$ से व्यक्त कर सकते हैं? अतः हम देखते हैं कि $\frac{-4}{5}$ न तो एक पूर्णांक है और न ही एक

www.absol.in

भिन्न। ऐसी संख्याओं को सम्मिलित करने के लिए हमें संख्या पद्धति के विस्तार करने की आवश्यकता है। तो आइए हम एक नये प्रकार की संख्या पर विचार करते हैं, जिसे परिमेय संख्या कहते हैं।

अर्थात् ऐसी संख्या जो $\frac{p}{q}$ के रूप में हो जहाँ p और q पूर्णांक हैं, लेकिन $q \neq 0$ हो तो $\frac{p}{q}$ को परिमेय संख्या कहते हैं, जिसमें p अंश तथा q हर कहलाता है।

$\frac{-4}{15}$ एक परिमेय संख्या है, इसमें ऊपर की संख्या -4 को अंश तथा नीचे की संख्या 15 को हर कहते हैं।

क्या सभी प्राकृत संख्या परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी प्राकृत संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है। जैसे– $1 = \frac{1}{1}, 2 = \frac{2}{1}$ ...... आदि)

क्या सभी पूर्ण संख्या परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी पूर्ण संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है। जैसे– $0 = \frac{0}{1}, 1 = \frac{1}{1}, 2 = \frac{2}{1}$ ...... आदि)

क्या सभी पूर्णांक परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी पूर्णांक को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सकता है। जैसे– $\ldots -3 = \frac{-3}{1}, \frac{-2}{1}, \frac{-1}{1}, \frac{0}{1}, \frac{1}{1}, \frac{2}{1} \ldots$ आदि)

क्या सभी भिन्न परिमेय संख्या है?

हाँ, (क्योंकि सभी भिन्न $\frac{p}{q}$ के रूप में है)

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

क्या $\frac{5}{0}$ एक परिमेय संख्या है ?

नहीं, (क्योंकि हर शून्य है)

क्या 0 एक परिमेय संख्या है?

हाँ क्योंकि इसे $\frac{0}{1}$ के रूप में लिख सकते हैं।

12.3 समतुल्य परिमेय संख्याएँ

एक परिमेय संख्या को अलग–अलग अंशों और हरों का प्रयोग करते हुए लिखा जा सकता है।

परिमेय संख्या $\frac{-5}{8}$ पर विचार करें :–

$\frac{-5}{8}=\frac{-5\times2}{8\times2}=\frac{-10}{16}$, हम देखते हैं कि $\frac{-5}{8}$ वही है जो $\frac{-10}{16}$ है।

साथ ही, $\frac{-5}{8}=\frac{-5\times3}{8\times3}=\frac{-15}{24}$, अतः $\frac{-5}{8}$ वही है जो $\frac{-15}{24}$ है।

पुनः $\frac{-5}{8}=\frac{-5\times-4}{8\times-4}=\frac{20}{-32}$, अतः $\frac{-5}{8}$ वही है जो $\frac{20}{-32}$ है।

इस प्रकार $\frac{-5}{8}=\frac{-10}{16}=\frac{-15}{24}=\frac{20}{-32}$ है।

अर्थात् ऐसी परिमेय संख्याएँ जो परस्पर बराबर हों एक दूसरे के समतुल्य या तुल्य (Equivalent) परिमेय कही जाती हैं।

[Note : किसी परिमेय संख्या का समतुल्य भिन्न प्राप्त करने के लिए परिमेय संख्या के अंश और हर में समान (शून्य को छोड़कर) संख्या से गुणा या भाग करते हैं, जैसा कि ऊपर बताया गया है।]

क्या $\frac{5}{-7}=\frac{-5}{7}$ है ? चूँकि $\frac{5}{-7}=\frac{5\times(-1)}{-7\times(-1)}=\frac{-5}{7}$ अथवा $\frac{5}{-7}=\frac{5\div(-1)}{-7\div(-1)}=\frac{-5}{7}$

अतः $\frac{5}{-7}$ और $\frac{-5}{7}$ दोनों एक दूसरे के बराबर हैं। अर्थात् $\frac{5}{-7}=\frac{-5}{7}$ होगी।

हम $\frac{5}{-7}$ को $-\frac{5}{7}$, $\frac{-5}{7}$ को $-\frac{5}{7}$ इत्यादि लिखते हैं।

©BSTBPC WEBCOPY: NOT TO BE PUBLISHED

स्वयं करके देखिए

परिमेय संख्या	$\frac{5}{4}$	$\frac{-8}{9}$	$\frac{7}{-8}$	$\frac{7}{9}$
तुल्य परिमेय संख्याएँ	$\frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{20}{16}, \frac{25}{20}$			

निम्नलिखित पर विचार करें—

$$\frac{12}{9}, \frac{20}{15}, \frac{25}{18}, \frac{15}{-8}, \frac{-5}{12}, \frac{-6}{7}$$

$\frac{12}{9}, \frac{20}{15}, \frac{25}{18}$ धनात्मक परिमेय संख्याएँ हैं। $\frac{15}{-8}, \frac{-5}{12}, \frac{-6}{7}$ ऋणात्मक परिमेय संख्याएँ हैं।

अतः स्पष्ट है कि किसी परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों धनात्मक हो तो धनात्मक परिमेय संख्या कहते हैं। और यदि किसी परिमेय संख्या का अंश और हर में से कोई एक ऋणात्मक पूर्णांक हो तो ऐसी परिमेय संख्या ऋणात्मक परिमेय संख्या कहलाती है।

क्या $\frac{-3}{-5}$ एक ऋणात्मक परिमेय संख्या है?

हम जानते हैं कि $\frac{-3}{-5} = \frac{-3\times-1}{-5\times-1} = \frac{3}{5}$ होता है। अतः $\frac{-3}{-5}$ एक धनात्मक परिमेय संख्या है।

[**Note :** यदि परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों धनात्मक पूर्णांक हो या दोनों ऋणात्मक पूर्णांक हो तो वह धनात्मक परिमेय संख्या कहलाती है।]

सुविधा की दृष्टि से परिमेय संख्याओं को उनके सरलतम रूप में व्यक्त किया जाता है। परिमेय संख्या का वह सरलतम रूप जिसके अंश व हर में कोई सार्वगुणनखंड न हो तथा हर धनात्मक हो। यदि है तो उस सार्वगुणनखंड से दोनों अंश व हर में भाग देकर सरलतम रूप प्राप्त करते हैं। इस प्रकार परिमेय संख्याओं का मानक रूप प्राप्त होता है जैसे :

$\frac{\boxtimes}{\boxtimes} \boxtimes \frac{-3}{4}$ आदि।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

स्वयं करके देखिए

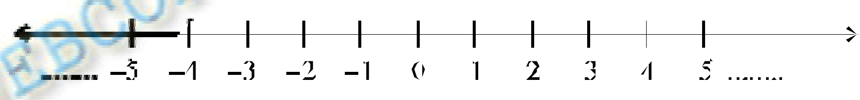
निम्नलिखित परिमेय संख्या में कौन ऋणात्मक है, कौन धनात्मक और कौन न धनात्मक न ऋणात्मक सही कॉलम में निशान (✓) लगाइए।

परिमेय संख्या	ऋणात्मक परिमेय	धनात्मक परिमेय	न धनात्मक न ऋणात्मक
$\frac{45}{18}$			
$\frac{-40}{27}$			
$\frac{-28}{-17}$			
$\frac{56}{-19}$			
$\frac{0}{5}$			
0			

© BSTBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED

12.4 परिमेय संख्याओं का संख्या रेखा पर निरूपण

आइए संख्या रेखा को देखें–

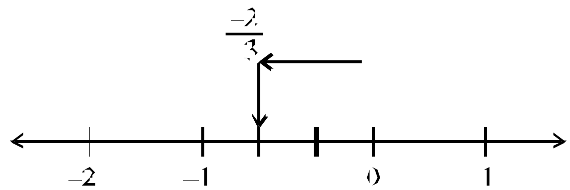


संख्या रेखा में शून्य के दायीं ओर धनात्मक पूर्णांक हैं जिन्हें + चिह्न के साथ लिखते हैं और शून्य के बायीं ओर ऋणात्मक पूर्णांक है जिन्हें – चिह्न के साथ लिखते हैं। संख्या रेखा पर हम लोगों ने पूर्व की कक्षा में भिन्नों का निरूपण को देखा है।

आइए अब हमलोग संख्या रेखा पर परिमेय संख्याओं को निरूपित करें।

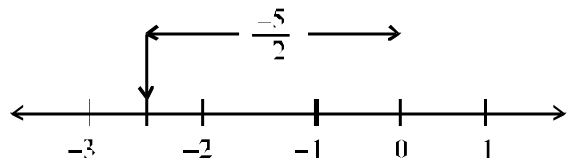
एक परिमेय संख्या $\frac{-2}{3}$ को संख्या रेखा पर निरूपित करें। चूँकि $\frac{-2}{3}$ ऋणात्मक परिमेय संख्या है, इस लिए इसका स्थान '0' (शून्य) के बायीं ओर होगा। $\frac{-2}{3}$ संख्या रेखा के

'0' और –1 के बीच होगी। अतः 0 और –1 के बीच तीन बराबर खंड करते हैं। फिर '0' शून्य की तरफ से दूसरे खंड पर $\frac{-2}{3}$ का स्थान होगा।



उदाहरण–1. $\frac{-5}{2}$ को संख्या रेखा पर दर्शाइए।

हल : हम जानते हैं $\frac{-5}{2} = -2\frac{1}{2}$



अतः $\frac{-5}{2}$ का स्थान '0' से बायीं ओर (ऋणात्मक पूर्णांक तरफ) –2 और –3 के बीच होगी, इसे संख्या रेखा पर इस प्रकार दर्शाया जाता है।

–2 और –3 के बीच के स्थान को दो बराबर भागों में बाँटते हैं क्योंकि $-2\frac{1}{2}$ में हर दो है और –2 के तरफ के पहला भाग पर $-2\frac{1}{2}$ का स्थान होगा क्योंकि अंश 1 है, जैसा कि ऊपर के चित्र से स्पष्ट है। इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर दिखाया जा सकता है।

रीना ने $\frac{-5}{2}$ को संख्या–रेखा पर दिखाने के लिए निम्न कार्य किए : –

(i) ऋण चिह्न अर्थात् बाईं ओर। (ii) हर 2 अर्थात् इकाई के दो हिस्से।

(iii) अंश 5 अर्थात् ऐसे–ऐसे 5 टुकड़े।

क्या आप $\frac{2}{3}$ को संख्या रेखा पर दर्शा सकते हैं?

स्वयं करके देखिए

निम्न को संख्या–रेखा पर दिखाएँ

(i) $\frac{-5}{4}$ (ii) $\frac{7}{-2}$ (iii) $\frac{5}{3}$ (iv) $\frac{-4}{-3}$ (v) $\frac{2}{5}$

© BSTBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED

12.5 परिमेय संख्याओं की तुलना

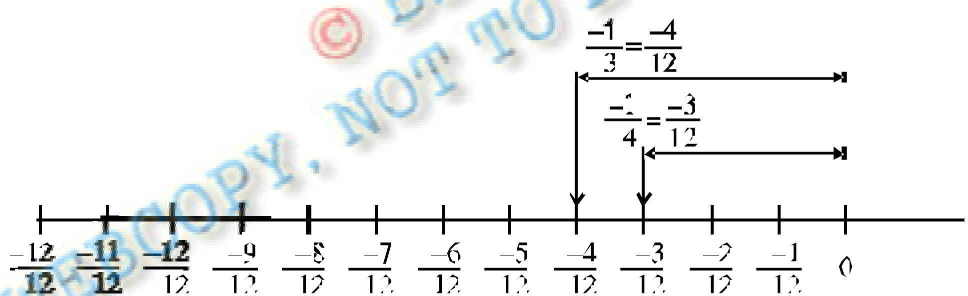
हमने देखा है कि दो पूर्णांकों या दो भिन्नों की तुलना किस प्रकार की जाती है तथा यह भी कि इनमें कौन बड़ा और कौन छोटा है। आइए अब हम लोग दो परिमेय संख्याओं की तुलना पर विचार करें–

$\frac{5}{4}$ और $\frac{6}{11}$ जैसी दो धनात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना ठीक उसी प्रकार की जा सकती है, जैसा कि हम भिन्नों की स्थिति के लिए पहले ही कर चुके हैं।

आइए दो ऋणात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना संख्या रेखा पर देखें–

हम लोगो ने पूर्णांक संख्याओं की तुलना के संदर्भ में देखा है कि संख्या–रेखा पर दायीं तरफ की पूर्णांक बायीं तरफ की पूर्णांक से बड़ी होती है। उसी प्रकार $\frac{-1}{4}$ और $\frac{-1}{3}$ को संख्या रेखा पर निरूपित करके पहचान की जा सकती है। दोनों की ऐसी तुल्य परिमेय संख्या लीजिए जिनके हर समान हों। जैसे–

फिर, $-\frac{1}{4} = -\frac{1\times3}{4\times3} = -\frac{3}{12}$ और $\frac{-1}{3} = -\frac{1\times4}{3\times4} = -\frac{4}{12}$



चूँकि $-\frac{1}{4}$, $-\frac{1}{3}$ से संख्या रेखा पर दायीं तरफ है। अतः $\frac{-1}{4}$, $\frac{-1}{3}$ से बड़ा होगा।

इस प्रकार 8, 5 से बड़ा है परन्तु −8, −5 से छोटा है।

यदि $\frac{1}{3} > \frac{1}{6}$ है, परंतु $\frac{-1}{3} < \frac{-1}{6}$

हम भिन्नों के अपने अध्ययन से यह जानते हैं कि $\frac{1}{4} < \frac{1}{3}$ है। साथ ही संख्या रेखा

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

से हमने $\frac{-1}{4}$ व $\frac{-1}{3}$ के लिए क्या प्राप्त किया? क्या यह इसका ठीक विपरीत नहीं था।

आप देखते हैं कि $\frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ है, परंतु $-\frac{1}{3} < -\frac{1}{4}$ है।

क्या आप $-\frac{3}{4}$ और $-\frac{2}{3}$ तथा $-\frac{1}{2}$ और $-\frac{1}{5}$ के लिए भी इसी प्रकार का परिणाम देखते हैं?

मैरी को याद आता है कि हमने पूर्णांकों में पढ़ा था कि $4 > 3$ है, परंतु $-4 < -3$ है; $5 > 2$ है, परंतु $-5 < -2$ इत्यादि।

— ऋणात्मक परिमेय संख्याओं के युग्मों की स्थिति भी ठीक इसी प्रकार है। दो ऋणात्मक परिमेय संख्याओं की तुलना करने के लिए, हम उनकी तुलना उनके चिह्नों को छोड़ते हुए करते हैं और बाद में असमिका (inequality) के चिह्न को उलटा कर (बदल) देते हैं।

उदाहरणार्थ, $-\frac{7}{5}$ और $-\frac{5}{3}$, की तुलना करने के लिए पहले हम $\frac{7}{5}$ और $\frac{5}{3}$ की तुलना करते हैं।

हमें $\frac{7}{5} < \frac{5}{3}$ प्राप्त होता है और इससे हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $-\frac{7}{5} > -\frac{5}{3}$ है।

ऐसे पाँच युग्म और लीजिए और फिर उनकी तुलना कीजिए।

कौन बड़ा है— $-\frac{3}{8}$ या $-\frac{2}{7}$, $-\frac{4}{3}$ या $-\frac{3}{2}$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

एक ऋणात्मक और धनात्मक परिमेय संख्या की तुलना सुस्पष्ट है। संख्या रेखा पर, एक ऋणात्मक परिमेय संख्या शून्य के बाईं ओर स्थित होती है तथा एक धनात्मक परिमेय संख्या शून्य के दाईं ओर स्थित होती है। अतः, एक ऋणात्मक परिमेय संख्या सदैव एक धनात्मक परिमेय संख्या से छोटी होती है।

इसी प्रकार $\frac{-2}{7} < \frac{1}{2}$ है।

उदाहरण–2. $\frac{-5}{6}$ और $-\frac{4}{5}$ की तुलना कीजिए।

हल : सर्वप्रथम चिह्न के बिना तुलना करते हैं।

$\frac{5}{6}$ और $\frac{4}{5}$ में

6 और 5 का ल० स० = $6 \times 5 = 30$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \times 5}{6 \times 5} = \frac{25}{30}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6} = \frac{24}{30}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{25}{30} > \frac{24}{30} \qquad \text{क्योंकि } 25 > 24$$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{6} > \frac{4}{5}$$

अब $\frac{-5}{6}$ और $\frac{-4}{5}$ के लिए असमिका के चिह्न को उल्टा कर देते हैं।

$$\therefore \quad \frac{-5}{6} < \frac{-4}{5}$$

कार्यविधि :

⇒ प्रत्येक पद के हर का ल० स० निकालते हैं।

⇒ प्रत्येक पद के हर को ल० स० के बराबर करते हैं।

⇒ इस प्रकार समान हर भिन्न प्राप्त हो जाती है।

⇒ फिर दोनों परिमेय संख्याओं की तुलना कर छोटा या बड़ा भिन्न ज्ञात करते हैं।

एक धनात्मक परिमेय संख्या ऋणात्मक परिमेय संख्या से बड़ी होती है।

जैसे: $\frac{5}{4} > -\frac{8}{5}$

$\frac{-4}{-5}$ और $\frac{-7}{-8}$ की तुलना के लिए पहले उन्हें मानक रूप में बदलें और फिर उनकी तुलना करें।

दो परिमेय संख्याओं की तुलना के लिए एक अन्य विधि पर विचार करें–

उदाहरण–3. $-\frac{5}{4}$ और $-\frac{2}{3}$ की तुलना करें।

हल : $\frac{-5}{4}$ और $\frac{-2}{3}$ का वज्र गुणन करते हैं।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

$\therefore\ -5\times3$ और -2×4 $\qquad -15$ और -8

$\Rightarrow -15 < -8$ $\qquad$ अतः $\dfrac{-5}{4} < -\dfrac{2}{3}$

Lo;a djds nf[k,

तीनों विधि से निम्नलिखित की तुलना करें।

(i) $\dfrac{-3}{5}$ और $\dfrac{-3}{10}$ $\qquad$ (ii) $-\dfrac{5}{8}$ और $-\dfrac{3}{4}$

उदाहरण–4. $\dfrac{-1}{2},\dfrac{-2}{3},\dfrac{3}{-4}$ और $\dfrac{-2}{-3}$ को आरोही क्रम (बढ़ते क्रम) में लिखें।

हल : सबसे पहले दी गयी परिमेय संख्याओं को मानक रूप में लिखें।

मानक रूप :– $\dfrac{-1}{2},\dfrac{-2}{3},\dfrac{-3}{4},\dfrac{2}{3}$ $\qquad$ **यहाँ 2, 3, 4, 3 का ल० स०** – 12

सरल करने पर, $\dfrac{-6}{12},\dfrac{-8}{12},\dfrac{-9}{12},\dfrac{8}{12}$

$\because \dfrac{-9}{12} < \dfrac{-8}{12} < \dfrac{-6}{12} < \dfrac{8}{12}$ $\qquad$ **अतः** $-\dfrac{3}{4} < -\dfrac{2}{3} < \dfrac{-1}{2} < \dfrac{-2}{-3}$

Lo;a djds देखिए $-\dfrac{2}{3},\dfrac{5}{-8},\dfrac{-7}{-6}$ को अवरोही क्रम (घटते क्रम) में लिखें।

12.8 दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्याएँ

निम्नलिखित पर गौर करें–

5 और 12 के बीच पूर्णांक संख्याएं हैं 6, 7, 8, 9, 10, 11

– 3 और 3 के बीच पूर्णांक संख्याएँ हैं : – 2, – 1, 0, 1, 2

अब हम किन्हीं दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करते हैं।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

उदाहरण–5. मान लो कि $\frac{-3}{10}$ और $\frac{7}{10}$ के बीच की परिमेय संख्या मालूम करनी है, हमें पता है कि $\frac{-3}{10}$ तथा $\frac{7}{10}$ के बीच में कम–से–कम 9 परिमेय संख्याएँ तो है ही $\frac{-2}{10}, \frac{-1}{10}, \frac{0}{10}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{5}{10}, \frac{6}{10}$ क्योंकि –3 तथा 7 के बीच 9 पूर्णांक हैं। पर क्या $\frac{-3}{10}$ तथा $\frac{7}{10}$ के बीच और भी परिमेय संख्याएँ हैं?

देखते हैं जैसे $\frac{-3}{10} = \frac{-3\times5}{10\times5} = \frac{-15}{50}$; इसी प्रकार $\frac{7}{10} = \frac{7\times5}{10\times5} = \frac{35}{50}$

अब $\frac{-15}{50}$ और $\frac{35}{50}$ के बीच की परिमेय संख्याएँ है :– $\frac{-14}{50} < \frac{-13}{50} < \frac{-12}{50} < \ldots\ldots < \frac{34}{50}$

अब और अधिक संख्याएँ ज्ञात करने के लिए हम $\frac{-3}{10}$ और $\frac{7}{10}$ को $\frac{100}{100}$ से गुणा कर और अधिक परिमेय संख्याएँ ज्ञात कर सकते हैं।

Lo;a djd nf[k,

$-\frac{4}{5}$ व $\frac{3}{5}$ परिमेय संख्याओं के बीच में 7 परिमेय संख्याएँ ज्ञात कीजिए।

उदाहरण–6. $\frac{2}{5}$ और $\frac{5}{6}$ के बीच की परिमेय संख्याएँ लिखिए।

हल : पहले इनके हर समान करते हैं $\frac{2}{5} = \frac{2\times6}{5\times6} = \frac{12}{30}$, $\frac{5}{6} = \frac{5\times5}{6\times5} = \frac{25}{30}$

अतः इनके बीच की परिमेय संख्याएँ लिखी जा सकती हैं–

$$\frac{13}{30} < \frac{14}{30} < \frac{15}{30} < \frac{16}{30} < \ldots\ldots < \frac{24}{30}$$

अंशों के अन्तर को और अधिक बढ़ा कर उनके बीच में और अधिक परिमेय संख्याएँ लिखी जा सकती हैं।

WEBCOPY, © BSTBPC NOT TO BE PUBLISHED

जैसे– $\frac{12}{30} = \frac{12\times2}{30\times2} = \frac{24}{60}$; $\frac{25}{30} = \frac{25\times2}{30\times2} = \frac{50}{60}$

अब $\frac{24}{60}$ और $\frac{50}{60}$ के बीच और अधिक संख्याएँ लिखी जा सकती हैं। जैसे–

$\frac{25}{60} < \frac{26}{60} < \frac{27}{60} < .... < \frac{49}{60}$

इसी प्रकार इसके समहर को बढ़ाकर, उनके बीच अनंत परिमेय संख्याएँ ज्ञात की जा सकती हैं।

उदाहरण–7. –2 और –1 के बीच तीन परिमेय संख्याएँ लिखें।

हल : आइए –1 और –2 को हर 5 वाली परिमेय संख्याओं के रूप में लिखें।

इस प्रकार $-1 = \frac{-1}{1} = \frac{-1\times5}{1\times5} = \frac{-5}{5}$; $-2 = \frac{-2}{1} = \frac{-2\times5}{1\times5} = \frac{-10}{5}$

अतः $\frac{-10}{5} < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < \frac{-5}{5}$ या, $-2 < \frac{-9}{5} < \frac{-8}{5} < \frac{-7}{5} < \frac{-6}{5} < -1$

–2 और –1 के बीच तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{-9}{5}, \frac{-8}{5}, \frac{-7}{5}$ होंगे।

[**Note**– 2 और –1 के बीच इसी प्रकार अनंत परिमेय संख्याएं ज्ञात कर सकते हैं।]

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित के बीच की परिमेय संख्या ज्ञात करें।

(i) $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}$ और $\frac{7}{16}$

12.7 दो संख्याओं के बीच की परिमेय संख्याओं को माध्य ज्ञात करके भी पता कर सकते हैं। अध्याय–4 में हमने पढ़ा है कि दो संख्याओं का माध्य उन दो संख्याओं के बीच में होता है। निम्न उदाहरण पर ध्यान दीजिए:

संख्या $\frac{1}{4}$ और $\frac{3}{4}$ के बीच परिमेय संख्या ज्ञात कीजिए–

BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

हल : मध्य $= \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{3}{4}}{2} = \dfrac{1+3}{4\times 2} = \dfrac{4}{8}$ चूँकि मध्य $\dfrac{4}{8}$ दोनों संख्याओं $\dfrac{1}{4}$ व $\dfrac{3}{4}$ के बीच होगा,

दूसरी परिमेय संख्या $\dfrac{1}{4}, \dfrac{4}{8}$ का मध्य $= \dfrac{\frac{1}{4}+\frac{4}{8}}{2} = \dfrac{2+4}{8\times 2} = \dfrac{6}{16}$

तीसरी परिमेय संख्या $\dfrac{4}{8}$ व $\dfrac{6}{16}$ का मध्य $= \dfrac{\frac{4}{8}+\frac{6}{16}}{2} = \dfrac{8+6}{16\times 2} = \dfrac{14}{32}$

इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्याएँ निकाला जा सकता है। अब निकाली गई पहली परिमेय संख्या को दी गयी दूसरी परिमेय संख्या के साथ इसी प्रकार की क्रिया कर अनंत परिमेय संख्याएँ निकाला जा सकती है।

$\dfrac{\frac{3}{4}+\frac{4}{8}}{2} = \dfrac{6+4}{8\times 2} = \dfrac{10}{16}$; $\quad \dfrac{\frac{4}{8}+\frac{10}{16}}{2} = \dfrac{8+10}{16\times 2} = \dfrac{18}{32}$; $\quad \dfrac{\frac{10}{16}+\frac{18}{32}}{2} = \dfrac{20+18}{32\times 2} = \dfrac{38}{64}$

इसी प्रकार अन्य परिमेय संख्याएँ निकाली जा सकती हैं। माना कि a और b दो परिमेय संख्या है तो उनके बीच की परिमेय संख्या $= \dfrac{ak+b}{k+1}$; जहाँ $k =$ प्राकृत संख्याएँ

स्वयं करके देखिए

निम्नलिखित के बीच की छह परिमेय संख्या माध्य विधि से ज्ञात कीजिए।

(i) $\dfrac{1}{2}$ और $\dfrac{3}{4}$ (ii) $\dfrac{-1}{4}$ और $\dfrac{3}{8}$

WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED BSTBPC

प्रश्नावली—12.1

1. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं के बीच चार परिमेय संख्याएँ लिखिए :

(i) -3 और -1 (ii) -2 और 0 (iii) -1 और 0

(iv) $\dfrac{-4}{5}$ और $\dfrac{2}{5}$ (v) $\dfrac{-4}{5}$ और $\dfrac{-5}{7}$ (vi) $\dfrac{-1}{2}$ और $\dfrac{2}{3}$

2. निम्नलिखित प्रत्येक प्रतिरूप में पाँच और परिमेय संख्याएँ लिखिए :

(i) $\frac{-1}{2}, \frac{-2}{4}, \frac{-3}{6}, \ldots\ldots\ldots$ (ii) $\frac{-2}{5}, \frac{-4}{10}, \frac{-6}{15}, \ldots\ldots\ldots$

(iii) $\frac{-8}{9}, \frac{-16}{18}, \frac{-24}{27}, \ldots\ldots\ldots$ (iv) $\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \ldots\ldots\ldots$

3. नीचे दी गयी परिमेय संख्याओं में प्रत्येक के लिए पाँच समतुल्य परिमेय संख्या लिखिए।

(i) $\frac{1}{8}$ (ii) $\frac{-2}{3}$ (iii) $\frac{-5}{9}$

4. $\frac{-5}{12}$ की चार ऐसी समतुल्य परिमेय संख्या लिखिए, जिसका हर क्रमशः 60, 84, 108 और –24 हो।

5. परिमेय संख्या $\frac{-8}{11}$ के तुल्य परिमेय संख्याएँ लिखें, जिसका अंश निम्नलिखित हो–

(i) – 24 (ii) 40 (iii) 72 (iv) – 96 (v) – 120

6. निम्नलिखित परिमेय संख्या को संख्या रेखा पर निरुपित करें–

(i) $\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{-4}{5}$ (iii) $\frac{5}{8}$ (iv) $\frac{-8}{3}$ (v) $-2\frac{1}{2}$

7. निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को सरलतम रूप में लिखिए–

(i) $\frac{-24}{32}$ (ii) $\frac{-55}{22}$ (iii) $\frac{-15}{72}$ (iv) $\frac{-4}{-5}$ (v) $\frac{5}{-4}$

8. निम्नलिखित वर्गाकार खानों में उपयुक्त चिह्नों (>, <, =) को भरिए–

(i) $\frac{-5}{4} \square \frac{2}{5}$ (ii) $\frac{2}{7} \square \frac{-4}{5}$ (iii) $\frac{-4}{-7} \square \frac{1}{2}$

(iv) $\frac{-8}{11} \square \frac{-24}{33}$ (v) $\frac{-3}{8} \square \frac{-5}{8}$ (vi) $\frac{1}{-2} \square \frac{-1}{2}$

9. निम्नलिखित को आरोही क्रम मे लिखें–

(i) $\frac{1}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{-5}{4}$ (ii) $\frac{-5}{8}, \frac{-3}{8}, \frac{-7}{8}, \frac{1}{8}$

WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED © BSTBPC

(iii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{9}, \frac{-5}{4}$ (iv) $-2, 0, \frac{-2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{-7}{11}$

10. निम्नलिखित को अवरोही क्रम में लिखें–

(i) $\frac{15}{28}, \frac{-17}{28}, \frac{-1}{28}, \frac{5}{28}$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-5}{6}, \frac{4}{-3}$ (iii) $\frac{1}{2}, \frac{-2}{3}, \frac{-3}{4}, \frac{-5}{-6}$

(iv) $\frac{-5}{6}, \frac{-8}{9}, \frac{-11}{12}, \frac{1}{6}$

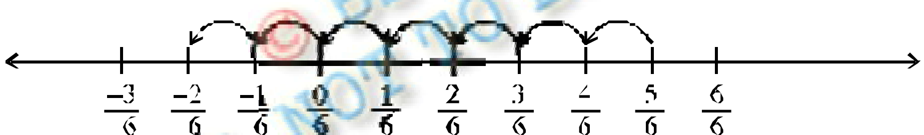
12.8 परिमेय संख्याओं पर संक्रियाएँ

आप जानते हैं कि पूर्णांकों तथा भिन्नों को किस प्रकार जोड़ा, घटाया, गुणा और भाग किया जाता है, आइए इन आधारभूत संक्रियाओं को परिमेय संख्याओं के लिए समझें।

12.8.1 परिमेय संख्याओं का योग

आइए हम परिमेय संख्याओं $\frac{5}{6}$ और $\frac{-7}{6}$ का योगफल संख्या–रेखा से प्राप्त करते हैं

हम $\frac{5}{6}-\frac{-7}{6}$ ज्ञात करें।



दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{6}$ है। अतः $\frac{5}{6}$ में $\frac{-7}{6}$ जोड़ने का अर्थ है कि $\frac{5}{6}$ के बायीं ओर 7 कदम चलें। हम कहाँ पहुँचते हैं? हम $\frac{-2}{6}$ पर पहुँचते हैं।

अतः $\frac{5}{6}-\left(\frac{-7}{6}\right)=\frac{-2}{6}$ है।

आइए, इसे दूसरी विधि से करने का प्रयास करते हैं।

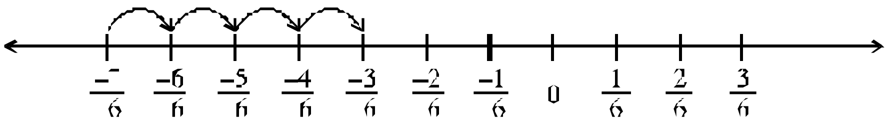
$$\frac{5}{6}+\left(\frac{-7}{6}\right)=\frac{5+(-7)}{6}=\frac{-2}{6}$$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

हमें वही उत्तर प्राप्त होता है।

(परिमेय का योग करने के लिए उनके हर समान होने चाहिए।)

इसी प्रकार, $\frac{-7}{6}$ $\frac{4}{6}$ को निम्नलिखित रूप में दिखाया जा सकता है।



हमें क्या प्राप्त होता है? स्पष्ट है $\frac{-7}{6}+\frac{4}{6}=\frac{-3}{6}$

दूसरी विधि से देखें : $\frac{-7}{6}+\frac{4}{6}=\frac{-7+4}{6}=\frac{-3}{6}$ हमें वही उत्तर प्राप्त होता है।

इस प्रकार हम देखते हैं कि समान हर वाली परिमेय संख्याओं का जोड़ते समय हम हर को वही रखते हुए अंशों को जोड़ देते हैं।

उदाहरण–8. $\frac{-4}{5}-\left(\frac{-7}{5}\right)=\frac{-4-(-7)}{5}=\frac{-11}{5}=-2\frac{1}{5}$

उदाहरण–9. $\frac{2}{9}+\frac{7}{9}+\left(\frac{-5}{9}\right)=\frac{2+7+(-5)}{9}=\frac{9+(-5)}{9}=\frac{4}{9}$

उदाहरण–10. निम्नलिखित का मान ज्ञात करें : $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}+\frac{-7}{16}$

हल : $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}+\frac{-7}{16}$

$=\frac{5\times2+3\times4+(-7)\times1}{16}$

$=\frac{10+12+(-7)}{16}$

$=\frac{22+(-7)}{16}=\frac{15}{16}$

कार्यविधि :

यदि हर असमान हो, तो उन्हें समहर करने के लिए हरों का ल० स० ज्ञात करते हैं। प्रत्येक पद को ल.स. के अनुसार समहर बनाते हैं। इसके लिए प्रत्येक पद के हर से ल.स. में भाग देते हैं तथा प्राप्त भागफल को प्रत्येक संगत पद के अंश से गुणा करते हैं। इस प्रकार प्राप्त समहर पदों का योगफल ज्ञात करते हैं।

BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

सर्वप्रथम ल० स० निकालते हैं। सभी पदों में हर को ल० स० के बराबर करते हैं।

$\frac{5}{8}\times\frac{2}{2}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{4}+\frac{-7}{16}$; $\frac{10}{16}+\frac{12}{16}+\frac{-7}{16}$; $\frac{10+12-7}{16}=\frac{22-7}{16}$

इन्हें देखिए

$$\frac{-3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{-3+3}{4}=\frac{0}{4}=0$$

साथ ही $\frac{3}{4}+\left(\frac{-3}{4}\right)=\frac{3+(-3)}{4}=\frac{0}{4}=0$

∴ $\frac{-3}{4}$ $\frac{3}{4}-\frac{3}{4}$ $\left(\frac{-3}{4}\right)$

> **स्वयं करके देखिए**
>
> संख्या रेखा पर दिखाएँ:
>
> (i) $\frac{-1}{2}$, $\frac{5}{2}$ (ii) $\frac{5}{4}$, $\frac{-3}{4}$

अतः परिमेय संख्याओं में भी योज्य प्रतिलोम का गुण होता है। **इनमें $\frac{-3}{4}$ का** योज्य प्रतिलोम $\frac{3}{4}$ है तथा $\frac{3}{4}$ का योज्य प्रतिलोम **$\frac{-3}{4}$ है।**

स्वयं करके देखिए

परिमेय संख्या	$\frac{-5}{20}$	$\frac{-8}{16}$	$\frac{4}{6}$
योज्य प्रतिलोम			

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

12.8.2 परिमेय संख्याओं का व्यवकलन (घटाना)

हम भिन्नों और पूर्ण संख्याओं के व्यवकलन के बारे में चर्चा कर चुके हैं। यहाँ परिमेय संख्याओं के व्यवकलन की चर्चा करें।

आइए हम निम्न पूर्णांक संख्या के घटाव पर विचार करते हैं—

$$5-3=5+(-3)=2$$
$$5-(-3)=5+(3)$$

अतः स्पष्ट है कि किसी पूर्णांक संख्या को घटाने का तात्पर्य उसके योज्य प्रतिलोम को जोड़ना है।

आइए परिमेय संख्याओं के संबंध में विचार करते हैं –

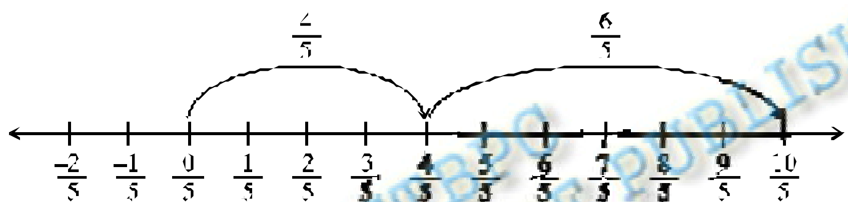
$\frac{4}{5}$ में से $\frac{-6}{5}$ को घटाएँ

हल : $\frac{4}{5}-\left(\frac{-6}{5}\right)$

$=\frac{4}{5}+\frac{6}{5}$ $\left(\because \frac{-6}{5} \text{ का योज्य प्रतिलोम } \frac{6}{5}\right)$

$=\frac{10}{5}$

अब इसे संख्या रेखा पर देखें–



दो क्रमागत बिन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{1}{5}$ है। अतः $\frac{4}{5}$ में $\frac{-6}{5}$ को घटाने का अर्थ है कि $\frac{4}{5}$ में $\frac{-6}{5}$ के योज्य प्रतिलोम $\left(\frac{6}{5}\right)$ को जोड़ना है। जैसा कि संख्या रेखा से स्पष्ट है–

$$\frac{4}{5}-\left(\frac{-6}{5}\right)=\frac{4}{5}+\left(\frac{6}{5}\right)=\frac{10}{5}$$

WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED BSTBPC

उदाहरण–11. $\frac{5}{8}$ में से $\frac{-7}{8}$ को घटाइए।

हल : $\frac{5}{8}-\left(\frac{-7}{8}\right)=\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$ (क्योंकि $\frac{-7}{8}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{7}{8}$ है)

$=\frac{5+7}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

उदाहरण—12. $\frac{-5}{4}$ में से $\frac{-3}{8}$ को घटाइए।

हल : 4, 8 का ल० स० = 8

अब प्रत्येक पद के हर को ल० स० (8) के बराबर करते हैं।

(∵ परिमेय के हर को बराबर करने के बाद ही जोड़/घटाया जाता है।)

$$\therefore \frac{-5}{4} = \frac{-5\times2}{4\times2} = \frac{-10}{8}, \qquad \frac{-3}{8} = \frac{-3\times1}{8\times1} = \frac{-3}{8}$$

$$\frac{-5}{4} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-10}{8} - \left(\frac{-3}{8}\right) = \frac{-10}{8} + \frac{3}{8}$$ (∵ $\frac{-3}{8}$ का योज्य प्रतिलोम $\frac{3}{8}$ है।)

$$= \frac{-10+3}{8} = \frac{-7}{8} \text{ Ans.}$$

उदाहरण—13. $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

हल : $\frac{-2}{9} - \left(\frac{-5}{18}\right) + \frac{7}{6}$

$$= \frac{-2}{9} + \frac{5}{18} + \frac{7}{6}$$ (∵ घटाव चिह्न के बाद वाले पद का योज्य प्रतिलोम लिखकर तब क्रिया करते हैं।)

9, 18, 6 का ल० स० = 18 भिन्नों को समहर में करते हैं।

$$= \frac{-2\times2}{9\times2} + \frac{5\times1}{18\times1} + \frac{7\times3}{6\times3} = \frac{-4}{18} + \frac{5}{18} + \frac{21}{18}$$

$$= \frac{-4+5+21}{18} = \frac{-4+26}{18} = \frac{22}{18} = \frac{11}{9} = 1\frac{2}{9}$$

स्वयं करके देखिए

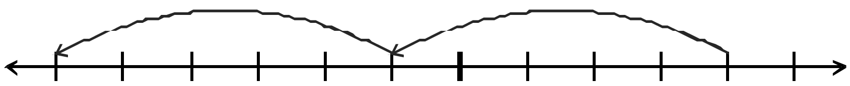
(i) $\frac{9}{7} - \left(\frac{-5}{14}\right)$ (ii) $\frac{5}{18} - \left(\frac{-7}{24}\right)$

12.8.3 परिमेय संख्याओं का गुणन (Multiplication of Rational Numbers):

हमने अध्याय 2 में भिन्न संख्याओं का गुणन सीखा था।

आइए, परिमेय संख्या $\frac{-5}{7}$ और 2 के गुणनफल यानी $\left(\frac{-5}{7}\times2\right)$ पर विचार करते हैं।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED



$\frac{-5}{7}\times 2$ का अर्थ है $\frac{-5}{7}$ दो बार अर्थात् $\left(\frac{-5}{7}\right)+\left(\frac{-5}{7}\right)=\frac{-5}{7}-\frac{5}{7}$

अतः $\frac{-5}{7}$ पर खड़े होकर बाईं ओर $\frac{5}{7}$ चलना अर्थात् $\frac{-10}{7}$

आइए हम इसे दूसरी प्रकार से हल ज्ञात करें :– $\frac{-5}{7}\times 2=\frac{-5\times 2}{7}=\frac{-10}{7}$

इस प्रकार हम उसी परिमेय संख्या पर पहुँचते हैं। अतः हम देखते हैं कि **एक परिमेय संख्या को एक धनात्मक पूर्णांक से गुणा करने पर अंश को पूर्णांक से गुणा कर देते हैं** तथा हर को वहीं रखते हैं।

निम्न को देखें – $\frac{-5}{8}\times -3=\frac{-5\times -3}{8}=\frac{15}{8}$

इसे इस प्रकार भी हल **किया जा सकता है।**

$\frac{-5}{8}\times\frac{-3}{1}$ (क्योंकि $-3=\frac{-3}{1}$ लिखा जा सकता है।)

$=\frac{-5\times -3}{8\times 1}=\frac{15}{8}$ है।

इसी प्रकार $\frac{-8}{7}\times -4=\frac{-8}{7}\times\frac{-4}{1}=\frac{-8\times -4}{7\times 1}=\frac{32}{7}$ है।

अतः उपर्युक्त प्रेक्षणों के आधार पर हम ज्ञात करते हैं कि $\frac{-11}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{-11\times 3}{5\times 4}=\frac{-33}{20}$ है।

निम्न को देखें– $\frac{-2}{5}\times\frac{3}{10}\times\frac{-3}{4}=\frac{-2\times 3\times -3}{5\times 10\times 4}=\frac{18}{200}=\frac{9}{100}$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

कार्य विधि–

1. परिमेय संख्याओं के अंशों का गुणा करते हैं।
2. परिमेय संख्याओं के हरों का गुणा करते हैं।
3. अभीष्ट गुणनफल $= \dfrac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$

> **स्वयं कीजिए**
>
> निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात करें।
>
> (i) $\frac{-11}{7}\times 4$ (ii) $\frac{-4}{5}\times\frac{-8}{11}$

12.8.4 परिमेय संख्याओं का भाग

हमने भिन्न संख्याओं के व्युत्क्रमों के बारे में देखा है। $\frac{5}{4}$ का व्युत्क्रम क्या है? यह $\frac{4}{5}$ है। यह अवधारणा परिमेय संख्याओं के व्युत्क्रमों के लिए भी लागू है। इस प्रकार $\frac{-5}{4}$ का व्युत्क्रम $\frac{4}{-5}$ या $\frac{-4}{5}$ होगा तथा $\frac{-8}{9}$ का व्युत्क्रम $\frac{-9}{8}$ या $\frac{9}{-8}$ होगा।

आइए निम्नलिखित को देखें– हम जानते हैं कि $4\times 5 = 20$

इसे दो तरीके से भाग के रूप में लिखा जा सकता है :– $20 \div 4 = 5$ या $20 \div 5 = 4$

$\rightarrow \frac{20}{4} = 5$ | $\frac{20}{5} = 4$

$\Rightarrow 20\times\frac{1}{4} = 5$ | $20\times\frac{1}{5} = 4$

उपर्युक्त प्रेक्षणों से निष्कर्ष निकलता है कि भाज्य को भाजक से भाग करते हैं तो भागफल प्राप्त होता है तथा भाज्य में भाजक के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं तो भी गुणनफल के ही बराबर संख्या प्राप्त होती है। अतः स्पष्ट होता है कि भाग की क्रिया गुणा के रूप में बदला जा सकता है।

आइए इसे देखें – $\frac{-25}{14}\div\frac{7}{5} = \frac{-25}{14}\times\frac{5}{7}$ ($\because$ $\frac{7}{5}$ का व्युत्क्रम $\frac{5}{7}$ है।)

$= \frac{-125}{98}$ Ans.

WBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED © BSTBPC

निम्न पर विचार करें–

(i) $\frac{-5}{4} \div \frac{-5}{4} = \frac{-5}{4} \times \frac{4}{-5} = \frac{-20}{-20} = 1$

पुनः एक अन्य उदाहरण लेते हैं–

(ii) $\frac{-20}{8} \div \frac{-20}{8} = \frac{\cancel{-20}}{\cancel{8}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{-20}} = 1$

अतः उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि किसी परिमेय संख्या में उसी परिमेय संख्या से भाग करते हैं तो भागफल सदैव 1 प्राप्त होता है अथवा किसी संख्या का उसके व्युत्क्रम से गुणनफल भी सदैव 1 होता है।

निम्न को देखें और समझें–

$\frac{-15}{8} \div \frac{4}{7} \div \frac{-2}{5}$ या $\frac{-15}{8} \times \frac{7}{4} \times \frac{-5}{2} = \frac{-15 \times 7 \times -5}{8 \times 4 \times 2} = \frac{525}{64}$

स्वयं करके देखिए

ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{-11}{7} \times 4$ (ii) $\frac{-4}{5} \times \frac{-8}{11}$

प्रश्नावली–12.2

1. नीचे दी गई परिमेय संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए–

(i) $\frac{15}{4} + \frac{5}{4}$ (ii) $\frac{13}{5} + \left(\frac{-2}{5}\right)$ (iii) $\frac{-8}{15} - \frac{-16}{30}$

(iv) $\frac{-3}{2} + \left(\frac{-3}{4}\right)$ (v) $\frac{-8}{19} + \frac{3}{76}$ (vi) $\frac{5}{4} - \left(\frac{-3}{8}\right) - \frac{5}{6}$

(vii) $\frac{-8}{5} + 0$ (viii) $-2\frac{1}{2} + \left(-3\frac{1}{2}\right)$

2. ज्ञात करें–

(i) $\frac{5}{2} - \frac{7}{4}$ (ii) $\frac{5}{8} - \left(\frac{-4}{5}\right)$ (iii) $\frac{-12}{13} - \frac{5}{26}$

(iv) $\frac{-8}{3} - \frac{7}{6}$ (v) $-2\frac{1}{2} - 4$ (vi) $5 - \frac{1}{2} - \left(\frac{-3}{4}\right)$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

3. गुणनफल ज्ञात कीजिए—

(i) $\frac{12}{17}\times 5$ (ii) $\frac{8}{7}\times -2$ (iii) $\frac{-5}{4}\times\frac{7}{3}$

(iv) $\frac{-25}{16}\times\frac{2}{3}$ (v) $\frac{-4}{5}\times\frac{-3}{5}$ (vi) $\frac{-15}{18}\times\frac{5}{6}\times\frac{21}{5}$

4. निम्नलिखित का मान ज्ञात करें—

(i) $\frac{-5}{4}\div 2$ (ii) $\frac{-12}{9}\div\left(\frac{-2}{6}\right)$ (iii) $\frac{19}{21}\div\left(\frac{-3}{38}\right)$

(iv) $-5\div\left(\frac{-25}{7}\right)$ (v) $\frac{-27}{5}\div\left(\frac{-54}{10}\right)$ (vi) $\frac{-1}{2}\div\frac{4}{3}$

(vii) $\frac{-5}{4}\div\frac{15}{8}\div\frac{7}{16}$ (viii) $\frac{5}{16}\div\frac{-20}{32}\div\frac{4}{15}\div\frac{1}{2}$

12.9 परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण

12.9.1 सांत दशमलव

हमने देखा कि $\frac{p}{q}$ के रूप की संख्याएँ जहाँ $q \neq 0$ एवं p, q पूर्णांक हैं, परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं। $\frac{p}{q}$ का अर्थ है p का q वाँ भाग अर्थात् $\frac{p}{q}$ वह संख्या है जो p को q से विभाजित करने पर प्राप्त होती है।

अतः $\frac{5}{8}$ परिमेय संख्या का अर्थ है 5 का 8वाँ भाग, यह 5 को 8 से विभाजित करने पर प्राप्त होती है—

अतएव $\frac{5}{8} = 0.625$

$$\begin{array}{r} 0.625 \\ 8\overline{)50} \\ \underline{48} \\ 20 \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ \times\times \end{array}$$

आइए, एक और उदाहरण लेते हैं–

$$\begin{array}{r|l} & 2.25 \\ \hline 4 & 09 \\ & 08 \\ \hline & 10 \\ & 08 \\ \hline & 20 \\ & 20 \\ \hline & \times\times \end{array}$$

अतएव $\frac{9}{4} = 2.25$

अतः उक्त उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि परिमेय संख्याओं $\frac{5}{8}$ और $\frac{9}{4}$ को क्रमशः 0.625 और 2.25 के रूप में निरूपित किया जा सकता है, जिसे दशमलव निरूपण कहते हैं।

Lo;a djd nf[k,

निम्नलिखित परिमेय संख्याओं को दशमलव में निरूपित करें–

(i) $\frac{5}{6}$ (ii) $\frac{19}{4}$ (iii) $\frac{20}{3}$ (iv) $\frac{15}{8}$ (v) $\frac{16}{9}$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

12.9.2 असांत दशमलव

इन उदाहरणों पर गौर करें

$\frac{16}{3}$ और $\frac{17}{4}$ को दशमलव में निरूपित करते हैं।

$$\begin{array}{r|l} & 5.333... \\ \hline 3 & 16 \\ & -15 \\ \hline & 10 \\ & -09 \\ \hline & 10 \\ & -09 \\ \hline & 10 \\ & -09 \\ \hline & \times 1 \end{array}$$

अतः $\frac{16}{3} = 5.333...$

$$\begin{array}{r|l} & 4.25 \\ \hline 4 & 17 \\ & -16 \\ \hline & 10 \\ & -08 \\ \hline & 20 \\ & -20 \\ \hline & \times\times \end{array}$$

इसी प्रकार $\frac{17}{4} = 4.25$

उपर्युक्त उदाहरण को देखने से पता चलता है कि परिमेय संख्या $\frac{16}{3}$ के दशमलव

निरूपण 5.333... होता है, फिर भी 16 पूरी तरह 3 से विभाजित नहीं हो पाता है। इसे अनंत तक भाग देते रहें तो भी भाग की क्रिया पूरी नहीं होती है। अतः इस प्रकार के दशमलव निरूपण को असांत दशमलव कहते हैं।

परिमेय संख्या $\frac{17}{4}$ का दशमलव निरूपण 4.25 है। जो कुछ ही पदों में भाग की क्रिया पूरी हो जाती है। इसे सांत दशमलव कहते हैं।

Lo; djd nf[k,

निम्नलिखित में से असांत निरूपण वाली परिमेय संख्या छाँटिएँ :

(i) $\frac{1}{6}$ (ii) $\frac{24}{9}$ (iii) $\frac{31}{11}$ (iv) $\frac{31}{4}$ (v) $\frac{5}{8}$

12.9.3 असांत आवर्ती दशमलव का निरूपण–

(i) $\frac{1}{7}$

```
     0.14285714...
  7)10
   –7
    30
    28
    20
    14
    60
    56
    40
    35
    50
    49
    10
     7
    30
   –28
     2
```

(ii) $\frac{2}{9}$

```
     0.222...
  9)20
    18
    20
    18
    20
    18
     2
```

अतः $\frac{2}{9} = 0.222...$ असांत दशमलव है।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

अतः $\frac{1}{7} = 0.14285714...$ असांत दशमलव है।

उपर्युक्त उदाहरणों को देखने से पता चलता है कि दशमलव के बाद का अंक या अंक

समूह दोहराया जा रहा है वह क्रिया अनंत तक चलती है। इनमें भाग की क्रिया कभी पूर्ण नहीं होती है। चूँकि एक या एक से अधिक अंकों के समूह की पुनरावृत्ति बार–बार होती है इसलिए इन्हें असांत आवर्ती दशमलव संख्याएँ भी कहते हैं।

दशमलव के बाद यदि संख्याओं के अंक दोहराए जाते हैं तब जो अंक दोहराये जाते हैं उनके ऊपर "–" या (·) का चिह्न लगा देते हैं। जैसे–

$$\frac{1}{7} = 0.14285714... = 0.\overline{142857} \quad \text{या} \quad 0.\dot{1}4285\dot{7}$$

$$\frac{2}{9} = 0.222... = 0.\overline{2}$$

Lo;a djds nsf[k,

निम्न के असांत आवर्ती दशमलव को सांकेतिक रूप में लिखें–

(i) $\frac{2}{11} = 0.1818...$ (ii) $\frac{1}{6} = 0.1666...$ (iii) $\frac{7}{13} = 0.5384615...$

12.9.4 निम्नलिखित उदाहरणों को ध्यान से देखें

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

$\frac{5}{8}, \frac{24}{25}, \frac{3}{10}, \frac{9}{4}, \frac{17}{4}$ इनका दशमलव निरूपण सांत है।

$\frac{16}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{2}{11}, \frac{7}{13}, \frac{1}{15}$ इनका दशमलव निरूपण असांत है।

(इन परिमेय संख्याओं का हल ऊपर के उदाहरणों में किया है।)

निम्न सांत भिन्न के हरों के अभाज्य गुणनखण्ड देखें–

उपरोक्त सांत दशमलव निरूपण के भिन्नों के हरों के अभाज्य गुणन खण्ड हैं–

$8 = 2 \times 2 \times 2$

$25 = 5 \times 5$

$10 = 2 \times 5$

$4 = 2 \times 2$

इन हरों के सभी अभाज्य गुणनखण्ड या तो 5 या 2 या दोनों हैं।

क्या कोई ऐसी सांत दशमलव संख्या आप सोच सकते हैं जिसकी परिमेय संख्या (सरलतम रूप) के हर में 2 या 5 के अलावा और कोई गुणनखंड है?

उपर्युक्त उदाहरणों में सांत दशमलव के परिमेय संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखंडों को देखने से पता चलता है कि इनके अभाज्य गुणनखंड में 2 या 5 या दोनों हैं।

पुनः उपर्युक्त उदाहरणों में असांत दशमलव के परिमेय संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखंड है–

3 = 3 × 1

7 = 7 × 1

6 = 2 × 3

11 = 1 × 11

13 = 1 × 13

15 = 3 × 5

इनके अभाज्य गुणनखंडों में 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य गुणनखंड भी हैं।

अतः स्पष्ट है कि जिन परिमेय संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखंडों में सिर्फ 2 या 5 या दोनों हो तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण सांत दशमलव निरूपण होता है। तथा जिन परिमेय संख्याओं के हरों के अभाज्य गुणनखंडों में 2 व 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य संख्याएं भी हैं तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण असांत दशमलव निरूपण होता है।

© BSTBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED

स्वयं करके देखिए

निम्न में किन परिमेय संख्याओं का दशमलव निरूपण सांत है और किन परिमेय संख्याओं का असांत।

(हरों के अभाज्य गुणनखण्ड के आधार पर बताएँ)

(i) $\frac{16}{125}$ (ii) $\frac{4}{15}$ (iii) $\frac{5}{18}$ (iv) $\frac{11}{8}$ (v) $\frac{4}{9}$

$\frac{-5}{4}$ को दशमलव में निरूपित करें।

$\frac{-5}{4}$ का दशमलव निरूपण के लिए पहले $\frac{5}{4}$ का दशमलव निरूपण करते हैं।

$$\begin{array}{r|l} & 1.25 \\ 4 & 5 \\ & -4 \\ & 10 \\ & -8 \\ & 20 \\ & -20 \\ & \times\times \end{array}$$

या, $\frac{5}{4} - 1.25$

अत $\frac{-5}{4} = -1.25$

इसी प्रकार अन्य ऋणात्मक संख्याओं का दशमलव निरूपण करते हैं।

आइए निम्न उदाहरणों को देखें—

$$0.24 - \frac{0.24\times100}{100} - \frac{24}{100} - \frac{6}{25}$$

$$2.235 = \frac{2.235\times1000}{1000} = \frac{2235}{1000} = \frac{447}{200}$$

$$2.4 = \frac{2.4\times10}{10} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

$$4.625 = \frac{4.625\times1000}{1000} = \frac{4625}{1000} = \frac{37}{8}$$

उपर्युक्त उदाहरणों से यह स्पष्ट है कि यदि दशमलव संख्याओं को परिमेय संख्या में परिवर्तित करने के लिए संख्या के हर में 1 के बाद इतने शून्य लिखे हैं जितने दशमलव के बाद संख्याएं हैं तथा अंश में से दशमलव हटा दें तब परिमेय संख्याएँ प्राप्त हो जाएँगी। जैसे—

$$5.426 - \frac{5426}{1000}$$

$$5.24 - \frac{524}{100}$$ आदि।

स्वयं कीजिए

नीचे दी गई दशमलव संख्याओं को परिमेय संख्याओं में बदलिए—

(i) 2.48 (ii) 7.326 (iii) 8.35 (iv) 0.2548

आइए निम्न उदाहरण को देखें—

©BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

उदाहरण—14. $0.\bar{4}$ को परिमेय संख्या के रूप में लिखें।

हल : माना $x = 0.\bar{4}$

या $x = 0.444$.......... (i)

दोनों पक्षों में 10 से गुणा करने पर

$10x = 4.444$.......... (ii)

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$$10x = 4.444$$
$$x = 0.444$$
$$\overline{9x = 4}$$

$$\therefore x = \frac{4}{9}$$

अतः $0.\bar{4} = \frac{4}{9}$

उदाहरण—15. $0.\overline{345}$ को **परिमेय संख्या के रूप में लिखें।**

हल : माना कि $x = 0.\overline{345}$

या, $x = 0.345345345$.......... (i)

दोनों पक्षों में 1000 से गुणा करने पर

$1000x = 345.345345345$..........(ii)

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाने पर

$$1000x = 345.345345345...$$
$$x = 0.345345345...$$
$$\overline{999x = 345}$$

कार्य विधि— उपर्युक्त उदाहरणों को हल करने के लिए निम्न विधि अपनाई गई—

(a) दी गई दशमलव संख्या को x के बराबर माना

(b) दशमलव के बाद जिस अंक की पुनरावृत्ति हो रही है, उसे दो या तीन बार लिखते हैं। इसे समीकरण (i) कहते हैं।

(c) पुनरावृत्ति वाले अंकों (आवर्तांकों) को गिनकर 1 के बाद उतने

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

$$\therefore x = \frac{345}{999}$$

अतः $0.\overline{345} = \frac{345}{999} = \frac{115}{333}$

है शून्य लगाकर दोनों पक्षों में गुणा करते हैं तथा इसे समीकरण (ii) लिखते हैं।

(d) समीकरण (ii) में से समीकरण (i) को घटाकर x का मान प्राप्त करते हैं।

इस असांत आवर्ति दशमलव का सन्निकट परिमेय प्राप्त होता है।

निम्न उदाहरणों को देखें–

उदाहरण–16. $4.32\bar{5}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित करें–

हल : माना कि $x = 4.32\bar{5}$

या $x = 4.32555...$ (i)

दोनों पक्षों में 100 से गुणा करने पर (1 के बाद उतना शून्य देते हैं, जितना दशमलव के बाद अनावर्ती है और उसके बाद दोनों पक्ष में गुणा करते हैं।)

$100x = 432.555...$ (ii)

पुनः समीकरण (i) में 1000 से गुणा करने पर

$1000x = 4325.555...$ (iii)

समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटाने पर

$$\begin{aligned} 1000x &= 4325.555 \\ 100x &= 432.555 \\ \hline 900x &= 4325 - 432 \end{aligned}$$

$$x = \frac{4325 - 432}{900}$$

अतः $4.32\bar{5} = \frac{4325 - 432}{900} = \frac{3893}{900}$

उदाहरण–17. $0.1\overline{523}$ को परिमेय संख्या में परिवर्तित करें।

हल : माना कि $x = 0.1\overline{523}$

WEBCOPY © BSTBPC NOT TO BE PUBLISHED

या $x = 0.15232323...$ (i)

दोनों पक्षों में 100 से गुणा करने पर

$100x = 15.232323...$ (ii)

पुनः समीकरण (i) में 10000 से गुणा करने पर

$10000x = 1523.232323...$ (iii)

समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटाने पर

$$10000x = 1523.232323$$
$$100x = 15.232323$$
$$9900x = 1523 - 15$$

$$x = \frac{1523-15}{9900} = \frac{1508}{9900} = \frac{377}{2475}$$

अतः $0.15\overline{23} = \frac{1523-15}{9900} = \frac{377}{2475}$

कार्यविधि–

1. सबसे पहले दी गई दशमलव आवर्तांक संख्या को x माना।
2. दशमलव के बाद आवर्तांकों को दो या तीन बार लिखते हैं। इसे समीकरण (i) मानते हैं।
3. दशमलव के बाद आए अनावर्तांक को गिनकर उतना शून्य 1 (एक) पर डालकर समीकरण (i) के दोनों पक्षों में गुणा कर लिखते हैं, इसे समीकरण (ii) मानते हैं।
4. पुनः दशमलव के बाद आए कुल अंकों (आवर्तांक और अनावर्तांक) को गिनकर उतना शून्य 1 (एक) पर डालकर समीकरण (i) के दोनों पक्षों में गुणा कर लिखते हैं। इसे समीकरण (iii) मानते हैं।
5. तत्पश्चात् समीकरण (iii) में से समीकरण (ii) को घटाकर x का मान ज्ञात करते हैं।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट होता है कि आवर्तांक वाले दशमलव संख्या को संक्षेप में अथवा शीघ्र परिमेय संख्या में परिणत करने के लिए दी गयी आवर्तांक दशमलव संख्या को बिना आवर्तांक चिह्न के एवं बिना दशमलव के उस संख्या को लिखते हैं, फिर उसमें से पूर्णांक और अनावर्तांकों से बनी संख्या को घटाकर उसके हर में जितना आवर्तांक है उतना 9 और दशमलव के दाहिने तरफ जितना अनावर्तांक है उतना 0 (शून्य) लिखते हैं।

© BSTBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED

जैसे– $4.32\overline{56} = \frac{43256-432}{9900} = \frac{42824}{9900}$

$5.4\overline{2} = \frac{542-54}{90} = \frac{488}{90}$

स्वयं कीजिए

निम्नलिखित को परिमेय संख्याओं में निरूपित करें।

(i) $4.38\overline{6}$ (ii) $0.32\overline{56}$ (iii) $5.84\overline{65}$

इन्हें पहले विस्तार से परिमेय संख्या में बदलें फिर संक्षेप विधि से भी परिमेय संख्या में बदलें।

प्रश्नावली–12.3

1. **निम्नलिखित को दशमलव में बदलिए।**

(i) $\frac{5}{4}$ (ii) $\frac{8}{7}$ (iii) $\frac{15}{16}$ (iv) $\frac{25}{24}$

2. **निम्नलिखित दशमलव संख्या को परिमेय संख्या में बदलें।**

(i) 4.32 (ii) 12.32 (iii) 5.486 (iv) 2.842

3. **निम्न को दशमलव में बदलें।**

(i) $\frac{-5}{8}$ (ii) $\frac{-25}{16}$

4. **निम्न भिन्न संख्याओं को दशमलव में बदले बिना बताइए कि कौन–कौन सांत दशमलव है और कौन–कौन असांत दशमलव है।**

(i) $\frac{5}{3}$ (ii) $\frac{7}{6}$ (iii) $\frac{8}{5}$ (iv) $\frac{17}{24}$ (v) $\frac{15}{8}$

5. **निम्नलिखित को परिमेय संख्या के रूप मे विस्तार से लिखिये–**

(i) $4.\overline{32}$ (ii) $5.34\overline{56}$ (iii) $8.2\overline{4}$ (iv) $0.\overline{2}$

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

6. निम्न को परिमेय संख्या के रूप में संक्षेप में लिखें–

(i) $5.13\overline{6}$ (ii) $12.3\overline{25}$ (iii) $9.38\overline{65}$ (iv) $0.32\overline{5}$

7. निम्न असांत दशमलव संख्या को संकेत में लिखें।

(i) 4.3454545... (ii) 82.325555...

(iii) 0.2543543543... (iv) 2.32145145145...

हमने सीखा

1. वैसी संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में व्यक्त की जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक **है तथा** $q \neq 0$ है, परिमेय संख्या कहलाती है। जैसे : $\frac{-2}{9}, \frac{3}{4}, \frac{5}{2}, \sqrt{4}$ **इत्यादि परिमेय** संख्याएँ हैं।

2. सभी प्राकृत संख्याएँ, सभी **पूर्ण संख्या, सभी पूर्णांक संख्याएँ** और सभी भिन्न संख्याएँ परिमेय संख्याएँ हैं।

3. सभी परिमेय संख्याएँ **भिन्न संख्याएँ नहीं** है।

4. किसी भी परिमेय **संख्या में ऊपर** की संख्या को अंश तथा नीचे की संख्या को हर कहते हैं। **जैसे–** $\frac{-5}{8}$ **में** अंश = -5, हर = 8 है।

5. **यदि प**रिमेय संख्या के अंश और हर दोनों धनात्मक पूर्णांक हो अथवा दोनों ऋणात्मक पूर्णांक हो, तो वह परिमेय संख्या, धनात्मक परिमेय संख्या कहलाती है। जैसे– $\frac{5}{4}, \frac{-4}{-9}$ आदि।

6. यदि परिमेय संख्या का अंश और हर दोनों में से कोई एक ऋणात्मक पूर्णांक हो तो वह परिमेय संख्या, ऋणात्मक परिमेय संख्या कहलाती है। जैसे– $\frac{-12}{5}, \frac{7}{-4}$ आदि।

© BSTBPC WEBCOPY, NOT TO BE PUBLISHED

7. यदि किसी परिमेय संख्या के अंश और हर को एक शून्येतर पूर्णांक से गुणा किया जाय या भाग दिया जाए तो हमें एक परिमेय संख्या प्राप्त होती है, जो दी हुई परिमेय संख्या के तुल्य (समतुल्य परिमेय संख्या कही जाती है। जैसे : $\frac{-9}{5}=\frac{-9\times2}{5\times2}=\frac{-18}{10}$ है। अतः हम कहते हैं कि $\frac{-18}{10}$ संख्या $\frac{-9}{5}$ का एक समतुल्य परिमेय संख्या है। साथ ही, $\frac{-18}{10}=\frac{-18\div2}{10\div2}=\frac{-9}{5}$ है, तो $\frac{-9}{5}$ संख्या $\frac{-18}{10}$ का समतुल्य परिमेय संख्या है।

8. संख्या 0 न तो धनात्मक परिमेय है और न ही एक ऋणात्मक परिमेय संख्या है।

9. एक परिमेय संख्या को अपने मानक रूप (स्टैंडर्ड रूप) (Standard form में तब माना जाता है, जब उसका हर धनात्मक पूर्णांक हो तथा अंश और हर में कोई सार्वगुणनखंड न हो। जैसे : $\frac{-5}{4},\frac{2}{7}$ इत्यादि मानक रूप में हैं।

10. दो परिमेय संख्याओं के बीच असीमित परिमेय संख्याएँ होती हैं।

11. दो परिमेय संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या निकालने के तरीके को सीखें।

12. समान हर वाली दो परिमेय संख्याओं का योग ज्ञात करने के लिए उनके अंशों को जोड़ा जाता है तथा हर वही रखकर योगफल ज्ञात किया जाता है। भिन्न–भिन्न हरों वाली दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने के लिए, पहले दोनों हरों का ल० स० ज्ञात किया जाता है और फिर दोनों परिमेय संख्याओं को ल० स० के बराबर समान हर वाली दो समतुल्य परिमेय संख्याओं में बदलकर जोड़ लिया जाता है। जैसे : $\frac{-5}{2}+\frac{6}{4}=\frac{-10}{4}+\frac{6}{4}=\frac{-10+6}{4}=\frac{-4}{4}=-1$ है। यहाँ 2 और 4 का ल० स० = 4 है।

13. दो परिमेय संख्याओं का व्यवकलन करने के लिए हम घटाई जानेवाली परिमेय संख्या के योज्य प्रतिलोम को अन्य परिमेय संख्या में जोड़ते हैं। जैसे– $\frac{6}{7}-\frac{5}{14}=\frac{6}{7}+\left(\frac{-5}{14}\right)=\frac{12+(-5)}{14}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ है।

14. दो परिमेय संख्याओं का गुणा के लिए अंशों को अंशों के साथ तथा हरों को हरों के

© BSTBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED

साथ गुणा कर अभीष्ट गुणनफल $=\frac{\text{अंशों का गुणनफल}}{\text{हरों का गुणनफल}}$ प्राप्त कर लेते हैं। जैसे–

$\frac{-5}{4}\times\frac{-2}{3}=\frac{-5\times-2}{4\times3}=\frac{-10}{12}=\frac{-5}{6}$ ।

15. एक परिमेय संख्या को एक अन्य शून्येतर परिमेय संख्या से भाग देने के लिए, हम पहली परिमेय संख्या को अन्य परिमेय संख्या के व्युत्क्रम से गुणा करते हैं। इस प्रकार से परिमेय संख्याओं का अभीष्ट भागफल प्राप्त कर लेते हैं। जैसे: $\frac{-15}{8}\div\frac{30}{24}=\frac{\overset{-1}{\cancel{-15}}}{\cancel{8}}\times\frac{\overset{3}{\cancel{24}}}{\underset{2}{\cancel{30}}}$

$=\frac{-3}{2}$.

16. परिमेय संख्याओं का दशमलव में निरूपण।

17. दशमलव संख्या का परिमेय संख्या में निरूपण।

18. सांत दशमलव एवं असांत दशमलव की जानकारी।

19. असांत आवर्ती दशमलव संख्या को सांकेतिक आवर्ती निरूपण जैसे— 4.23545454... को सांकेतिक रूप में $2.23\overline{54}$ लिखा जाता है।

20. जिस परिमेय संख्या के हरों का अभाज्य गुणनखंड सिर्फ 2 या 5 हो तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण सांत दशमलव निरूपण होता है।

21. जिस परिमेय संख्या के हरों का अभाज्य गुणनखंड 2 या 5 के अतिरिक्त अन्य अभाज्य संख्याएँ भी है तो उस परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण असांत दशमलव निरूपण होता है।

22. ऋणात्मक परिमेय संख्या का दशमलव निरूपण।

23. असांत आवर्ती दशमलव (Recurring Decimal number) को परिमेय संख्या में निरूपण (विस्तृत रूप से तथा संक्षिप्त रूप से)।

©BSEBPC WEBCOPY NOT TO BE PUBLISHED