प्रारंभिक आकारांचे आकलन

प्रकरण 5

5.1 प्रस्तावना

आपल्या आसपास (अवतीभवती) आपण जे सारे आकार (shapes) पाहतो ते 'वक्र' किंवा रेषांनी बनलेले असतात. आपण आपल्या भोवतालच्या परिसरात कोपरे, कडा, प्रतले, उघडे (खुले) वक्र, बंद वक्र पाहतो. आपण त्यांना रेषाखंड, कोन, त्रिकोण, बहुभुजाकृती आणि वर्तुळे यांच्यात त्यांची विभागणी करूया. आपल्या लक्षात येतं की त्यांचे आकार आणि मापे भिन्न आहेत. आता आपण त्यांच्या आकारांची तुलना करण्यासाठी काही साधने विकसित करू या.

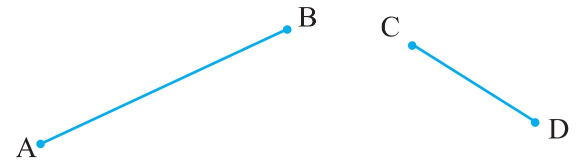
5.2 रेषाखंडांचे मापन

आपण अनेक वेळा रेषाखंड काढले आणि पाहिले आहेत. त्रिकोण तीन रेषाखंडांनी तयार होतो तर चौकोन चार रेषाखंडांनी तयार होतो.

रेषाखंड (line segment) हा रेषेचा (line) निश्चित असा भाग असतो. त्यामुळे रेषाखंडाचे मापन करणे शक्य आहे. प्रत्येक रेषाखंडाचे माप (measure) ही एकमेव संख्या असते, ज्याला रेषाखंडाची लांबी (lenght) म्हणतात. या संकल्पनेचा वापर आपण रेषाखंडांची तुलना करण्यासाठी करूया.

दोन रेषाखंडांची तुलना करण्यासाठी त्यांच्या लांबीमधला संबंध माहीत करून घ्यायला हवा, अनेक प्रकारे तो माहीत करून घेता येतो.

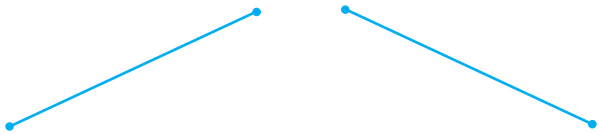
(i) निरीक्षणाने तुलना



केवळ पाहून तुम्ही सांगू शकता का की वरीलपैकी कोणता रेषाखंड मोठा आहे?

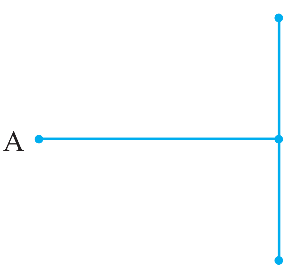
तुम्ही पाहू शकता की रेषाखंड $\overline{AB}$ मोठा आहे.

पण नेहमीच फक्त पाहून घेतलेल्या निर्णयाबद्दल आपण खात्री देऊ शकत नाही. उदा., हे पुढील रेषाखंड पहा :



या दोन रेषाखंडांच्या लांबीतील फरक तितकासा स्पष्टपणे कळत नाही. म्हणूनच तुलना करण्यासाठी विशिष्ट पद्धतीची/मार्गाची आवश्यकता आहे.

बाजूच्या आकृतीमध्ये प्रत्यक्षात $\overline{AB}$ आणि $\overline{PQ}$ ची लांबी समान आहे. पण नुसत्या निरीक्षणापासून हे चटकन लक्षात येत नाही. (स्पष्ट होत नाही.)



म्हणून रेषाखंडांच्या तुलनेसाठी अधिक चांगल्या पद्धतीची आवश्यकता आहे.

(ii) ट्रेसिंगपेपरच्या साहाय्याने तुलना

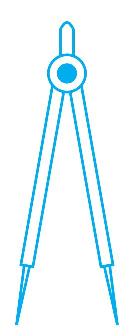
$\overline{AB}$ आणि $\overline{CD}$ यांची तुलना करण्यासाठी आपण एका ट्रेसिंग पेपरचा उपयोग करून $\overline{CD}$ ट्रेस करूया म्हणजेच गिरवूया आणि हा ट्रेस केलेला $\overline{AB}$ वर ठेवूया.

आता तुम्ही सांगू शकाल का $\overline{AB}$ आणि $\overline{CD}$ मध्ये कोण मोठा आहे?

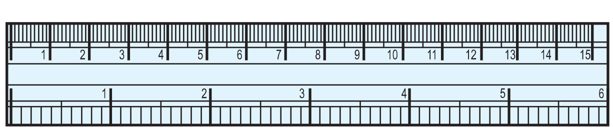
आपण रेषाखंड ट्रेस करण्याचे म्हणजेच गिरवण्याचे काम किती अचूक करतो त्यावर ही पद्धत अवलंबून आहे. याशिवाय दुसऱ्या एखाद्या रेषाखंडाची $\overline{AB}$ बरोबर तुलना करायची असेल तर तो रेषाखंडही ट्रेस करावा म्हणजेच गिरवावा लागेल. हे अवघड आहे. कारण प्रत्येक वेळी आपण तो रेषाखंड 'ट्रेस' नाही करू शकत. (गिरवू नाही शकत.)

(iii) पट्टी आणि कर्कटक वापरून तुलना

तुमच्या कंपासपेटीतील साहित्य तुम्ही ओळखू शकता? बाकी सर्व साहित्याबरोबरच त्यात एक पट्टी (ruler) आणि एक कर्कटक असते.



डिवाइडर



रूलर

पट्टीवर कोणत्या प्रकारच्या खुणा केल्या आहेत ते लक्षपूर्वक पहा. पट्टीची एक कड 15 समान भागांत विभागलेली आहे. यातील प्रत्येक भागाची लांबी 1 सेमी आहे.

यांतील प्रत्येक भागाला आणखी उपभागांत विभागले (sub divide) गेले आहे कसे? या प्रत्येक उपविभागाची लांबी किती आहे?

प्रत्येक सेंटिमीटरला दहा समान भागात विभागले गेले आहे. 1 सेमी चा प्रत्येक उपभाग 1 मिमी आहे.

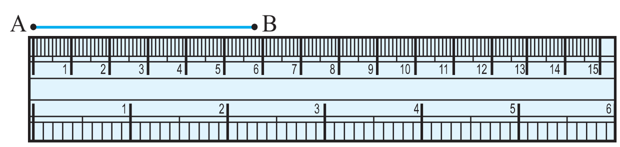
किती मिलिमीटर मिळून एक सेंटिमीटर तयार होतो? (बनतो)

जर 1 सेमी = 10 मिमी तर 2 सेमी आणि 3 मिमी कसे लिहाल?

7.7 सेमी चा अर्थ काय होईल?

> 1 मिमी म्हणजे 0.1 सेमी,
> 2 मिमी म्हणजे 0.2 सेमी,
> याप्रमाणे 2.3 सेमी म्हणजे 2 सेमी आणि 3 मिमी

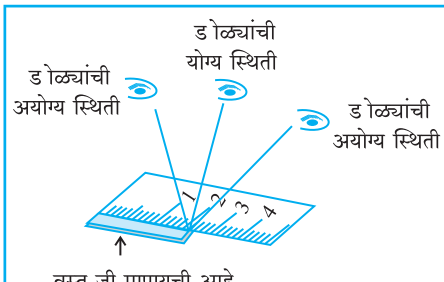
समजा रेषाखंड AB ची लांबी मोजायची आहे. पट्टीची शून्याची खूण बिंदू A वर ठेवा. बिंदू B समोरची खूण पाहून तिथली संख्या वाचा. यावरून AB ची लंबी समजेल. समजा ही लांबी 5.8 सेमी आहे. तर ती आपण पुढीलप्रमाणे लिहू शकतो. लांबी AB = 5.8 सेमी किंवा फक्त AB = 5.8 सेमी



याही पद्धतीमध्ये त्रुटींची शक्यता असतेच. पट्टीच्या जाडीमुळे तिच्यावर असलेल्या खुणा वाचण्यात अडचण येऊ शकते.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.

1. आणखी कोणत्या त्रुटी आणि अडचणी आपल्या समोर येऊ शकतात?
2. जर पट्टीवरील खुणा पाहून त्यासमोरील संख्या नीट वाचता आली नाही तर कोणत्या प्रकारच्या त्रुटी निर्माण होतील? त्या कशा टाळल्या जाऊ शकतात?

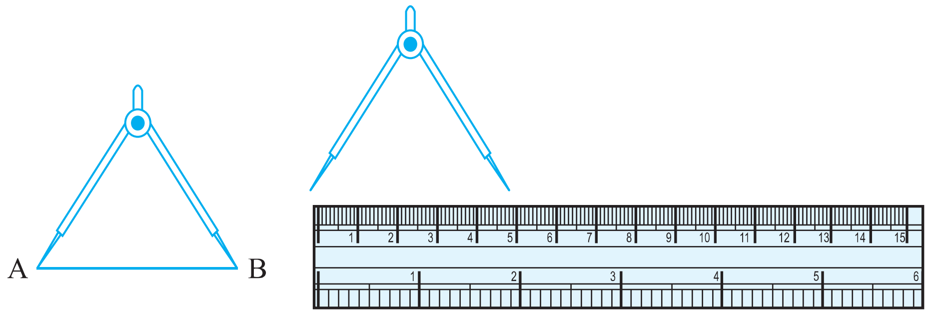


स्थितीमुळे त्रुटी

योग्य माप घेण्यासाठी डोळ्याची स्थिती योग्य असायला हवी. डोळा, खुणेच्या बरोबर वर असायला हवा. नाहीतर तिरपे पाहिल्याने त्रुटी निर्माण होऊ शकते.

ही समस्या आपण टाळू शकतो का? यापेक्षा अधिक चांगली पद्धत आहे का? चला तर मग. लांबी मोजण्यासाठी आपण कर्कटक (divider) चा वापर करूया.

कर्कटक उघडा. त्याच्या एक टोक बिंदू A वर ठेवा आणि दुसरे टोक बिंदू B वर ठेवा. आता कर्कटकाच्या दोन्ही टोकांमधील अंतरात कोणताही बदल होणार नाही याची काळजी घेत कर्कटक उचलून पट्टीवर राहील याची खात्री करा. आता दुसऱ्या टोकाजवळील संख्या (खुणेसमोरील) वाचा. हीच रेखाखंड AB ची लांबी आहे. (पुढील आकृती पहा.)



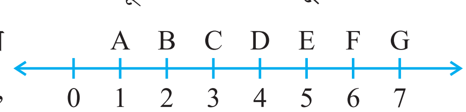
प्रयत्न करा

1. एक पोस्टकार्ड घ्या. वरील तंत्राचा उपयोग करून त्याच्या दोन लगतच्या बाजू मोजा.
2. वरचा पृष्ठभाग सपाट असलेल्या कोणत्याही तीन वस्तू निवडा. कर्कटक आणि पट्टीचा वापर करून वरच्या पृष्ठभागाच्या सर्व बाजू मोजा.

उदाहरणसंग्रह 5.1

1. रेषाखंडाची तुलना केवळ निरीक्षणाने करण्यात कोणता तोटा आहे?
2. एका रेषाखंडाची लांबी मोजण्यासाठी पट्टीऐवजी कर्कटक वापरणे अधिक चांगले का आहे?
3. कोणताही एक रेषाखंड $\overline{AB}$ काढा. बिंदू A आणि B च्या दरम्यान कोणताही एक बिंदू C घ्या. AB, BC आणि CA ची लांबी मोजा. AB = AC + CB आहे का?

   (**टीप –** जर A, B, C हे कोणतेही तीन बिंदू एका रेषेवर असे आहेत की AC + CB = AB तर बिंदू C हा, बिंदू A आणि बिंदू B यांच्या दरम्यान असतो.)
4. बिंदू A, B आणि C एका रेषेवर असे आहेत की, AB = 5 सेमी, BC = 3 सेमी आणि AC = 8 सेमी, तर यांपैकी कोणता बिंदू इतर दोन बिंदूंच्या दरम्यान आहे?
5. सोबतच्या आकृतीमध्ये बिंदू D हा रेषाखंड $\overline{AG}$ चा मध्यबिंदू आहे हे पडताळून पहा.
6. बिंदू B हा रेषाखंड $\overline{AC}$ चा मध्यबिंदू आहे आणि बिंदू C हा रेषाखंड $\overline{BD}$ चा मध्यबिंदू आहे. बिंदू A, B, C आणि D हे एकाच रेषेवर आहेत. तर सांगा की AB = CD का?



7. पाच त्रिकोण काढा आणि त्यांच्या बाजू मोजा. प्रत्येक त्रिकोणासाठी, कोणत्याही दोन बाजूंच्या लांबींची बेरीज, तिसऱ्या बाजूच्या लांबीपेक्षा नेहमीच जास्त असते हे पडताळून पहा.

5.3 ‘कोन’, ‘काटकोन’ आणि ‘सरळ कोन’

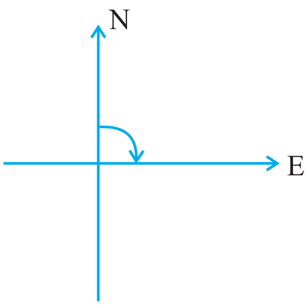
आपण भूगोलात (Geography) दिशांविषयी ऐकलं आहे. चीन भारताच्या उत्तरेला आणि श्रीलंका दक्षिणेला आहे. आपल्याला हेही माहीत आहे, की सूर्य पूर्वेला उगवतो आणि पश्चिमेला मावळतो. सगळ्या मिळून चार मुख्य दिशा आहेत.

या आहेत : उत्तर (North) (N), दक्षिण (South) (S), पूर्व (East) (E) आणि पश्चिम (West)(W)

तुम्हाला माहीत आहे का की उत्तर दिशेची विरुद्ध दिशा कोणती?

तुम्हाला आधीच माहीत असलेल्या गोष्टी आठवण्याचा प्रयत्न करा. आता आपण या ज्ञानाचा उपयोग, कोनांचे काही गुणधर्म शिकण्यासाठी करणार आहोत.

हे करा

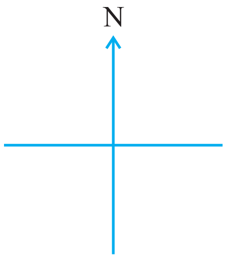


उत्तरेला तोंड करून उभे रहा.

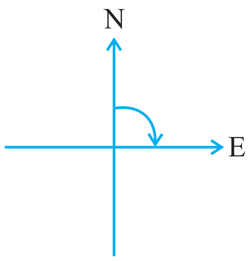
घड्याळाच्या दिशेने (clock-wise) पूर्वेला वळा.

तुम्ही काटकोनातून वळता आहात. घड्याळाच्या (right angle) काट्याच्या दिशेने एका काटकोनातून वळून बघा.

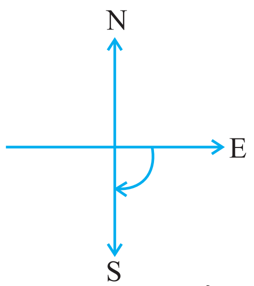
आता तुम्ही दक्षिणेला तोंड करून उभे आहात, जर तुम्ही घड्याळाच्या काट्याच्या विरुद्ध दिशेने (anti clock-wise) एका काटकोनात वळलात तर तुमचं तोंड कोणत्या दिशेला होईल? पुन्हा पूर्व दिशेला होईल. (का?)



तुम्ही उत्तरेला तोंड करून उभे आहात.

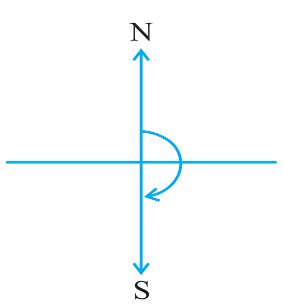


घड्याळाच्या दिशेने एका काटकोनातून वळल्यानंतर आता तुम्ही पूर्वेकडे तोंड करून उभे आहात.



अजून एका काटकोनातून वळल्यानंतर, आता तुम्ही दक्षिणेला तोंड करून उभे आहात.

आता पुढील स्थितीचं निरीक्षण करा :



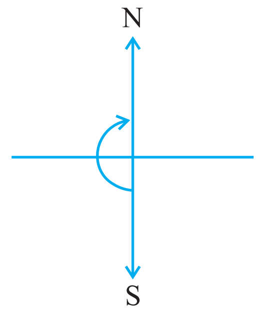
उत्तरेकडे तोंड असल्यापासून, दक्षिणेकडे तोंड होईपर्यंत वळण्यासाठी तुम्ही दोन काटकोनात वळतात. हे दोन फेऱ्यांपर्यंत वळणे म्हणजे दोन काटकोनांतून वळणे. यालाच एक सरळकोन (straight angle) म्हणतात. NS ही एक सरळ रेषा आहे.

दक्षिणेकडे तोंड करून उभे रहा.

एका सरळकोनातून वळा.

आता तुम्ही कोणत्या दिशेला तोंड करून उभे आहात?

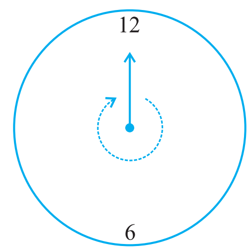
तुम्ही उत्तर दिशेला तोंड करून उभे आहात.



उत्तरेकडून दक्षिणेपर्यंत वळण्यासाठी तुम्ही एका सरळकोनातून वळलात. पुन्हा दक्षिणेकडून उत्तरेपर्यंत वळण्यासाठी तुम्ही त्याच दिशेने पुन्हा एका सरळकोनातून वळता. म्हणजेच दोन सरळकोनांतून वळल्यानंतर तुम्ही तुमच्या मूळ स्थितीला पोहोचतात.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा :

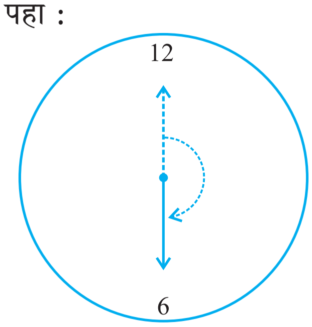
आपल्या मूळ स्थितीला परत येण्यासाठी तुम्ही एकाच दिशेने किती काटकोनातून वळाल?



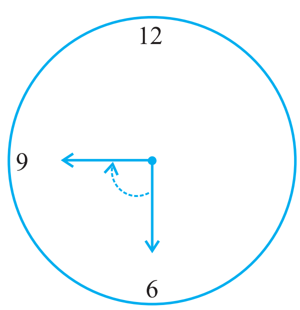
एकाच दिशेने दोन सरळकोनांतून किंवा चार काटकोनांतून वळल्यावर एक फेरी पूर्ण होते. या एका पूर्ण फेरीला एक परिभ्रमण किंवा एक प्रदक्षिणा म्हणतात. एका परिभ्रमणासाठीच्या कोनाला **'पूर्ण कोन' (complete angle)** म्हणतात.

आपण ही परिभ्रमणे (revolutions) एका घड्याळावर पाहू शकतो. जेव्हा घड्याळाचा एक काटा एका स्थानावरून दुसऱ्या स्थानावर जातो तेव्हा तो एका कोनातून (angle) फिरतो.

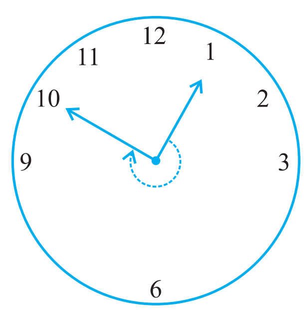
समजा घड्याळाचा एक काटा 12 पासून सुरुवात करून गोल वळून पुन्हा 12 वर येतो. त्याने एक परिभ्रमण पूर्ण केलं नाही का? आता तो किती काटकोनातून फिरला आहे? ही उदाहरणे (आकृत्या) पहा :



12 पासून 6 पर्यंत
$\frac{1}{2}$ परिभ्रमण
किंवा 2 काटकोन



6 पासून 9 पर्यंत
$\frac{1}{4}$ परिभ्रमण
किंवा 1 काटकोन



1 पासून 10 पर्यंत
$\frac{3}{4}$ परिभ्रमण
किंवा 3 काटकोन

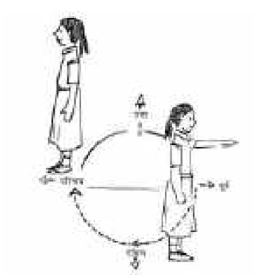
प्रयत्न करा

1. अर्ध्या परिभ्रमणासाठी कोनाचे नाव काय?
2. एक चतुर्थांश परिभ्रमणासाठी कोनाचे नाव काय?
3. एका घड्याळावर अर्धे परिभ्रमण एक चतुर्थांश परिभ्रमण आणि तीन चतुर्थांश परिभ्रमणासाठी पाच वेगवेगळ्या स्थिती दाखवा.

लक्षात ठेवा की तीन–चतुर्थांश परिभ्रमणाच्या कोनासाठी कोणतेही विशिष्ट नाव नाही.

उदाहरणसंग्रह 5.2

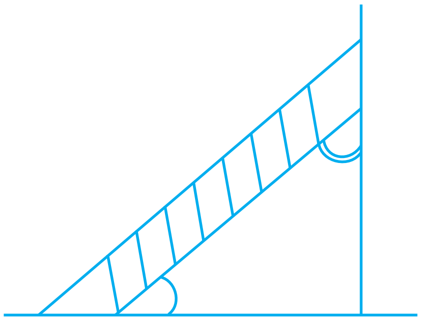
1. घड्याळाचा तासकाटा परिभ्रमणाच्या कितव्या भागातून वळेल, जेव्हा तो
   (a) 3 वरून 9 वर जाईल. (b) 4 वरून 7 वर जाईल.
   (c) 7 वरून 10 वर जाईल. (d) 12 पासून 9 वर पोहोचेल
   (e) 1 पासून 10 वर जाईल. (f) 6 वरून 3 वर जाईल.
2. घड्याळाचा काटा कुठे येऊन थांबेल, जर त्याने
   (a) 12 पासून सुरुवात करून, घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने $\frac{1}{2}$ परिभ्रमण केले.
   (b) 2 पासून सुरुवात करून, घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने $\frac{1}{2}$ परिभ्रमण केले.
   (c) 5 पासून सुरुवात करून, घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने $\frac{1}{4}$ परिभ्रमण केले.
   (d) 5 पासून सुरुवात करून, घड्याळाच्या काट्याच्या दिशेने $\frac{3}{4}$ परिभ्रमण केले.
3. तुमचे तोंड कोणत्या दिशेला असेल जर तुम्ही सुरुवातीला
   (a) पूर्वेला तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने $\frac{1}{2}$ परिभ्रमण पूर्ण केलेत?
   (b) पूर्वेला तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने $1\frac{1}{2}$ परिभ्रमण पूर्ण केलेत?
   (c) पश्चिमेला तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने $\frac{3}{4}$ परिभ्रमण पूर्ण केलेत?



   (d) दक्षिणेला तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने 1 परिभ्रमण पूर्ण केले आहे. (या शेवटच्या प्रश्नासाठी घड्याळाची दिशा किंवा घड्याळाची विरुद्ध दिशा घ्यायची ते सांगायला हवे का? का नको?)
4. तुम्ही एका परिभ्रमणाचा कितवा भाग फिराल, जर तुम्ही
   (a) पूर्वेकडे तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने फिरून तुमचे तोंड उत्तरेकडे झाले?
   (b) दक्षिणेकडे तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने फिरून तुमचे तोंड पूर्वेकडे झाले?
   (c) पश्चिमेकडे तोंड करून उभे आहात आणि घड्याळाच्या दिशेने फिरून तुमचे तोंड पूर्वेकडे झाले?

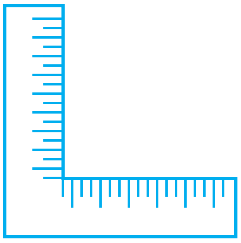
5. घड्याळाचा तासकाटा किती काटकोनातून फिरला ते शोधा, जर तो
   (a) 3 वरून 6 वर गेला. (b) 2 वरून 8 वर गेला.
   (c) 5 वरून 11 वर गेला. (d) 10 वरून 1 वर गेला.
   (e) 12 वरून 9 वर गेला. (f) 12 वरून 6 वर गेला.
6. तुम्ही किती काटकोनातून फिराल, जर सुरुवातीला तुमचे तोंड
   (a) दक्षिणेकडे आहे आणि घड्याळाच्या दिशेने पश्चिमेकडे वळलात?
   (b) उत्तरेकडे आहे आणि घड्याळाच्या उत्तर दिशेने पूर्वेकडे वळलात?
   (c) पश्चिमेकडे आहे आणि घड्याळाच्या पश्चिमेकडेच वळलात?
   (d) दक्षिणेकडे आहे आणि उत्तरेकडे वळलात?
7. घड्याळाचा तासकाटा कोठे येऊन थांबेल, जर सुरुवात करेल
   (a) 6 पासून आणि 1 काटकोन फिरेल?
   (b) 8 पासून आणि 2 काटकोन फिरेल?
   (c) 10 पासून आणि 3 काटकोन फिरेल?
   (d) 7 पासून आणि 2 सरळकोन फिरेल?

5.4 कोन–लघुकोन, विशालकोन, प्रविशाल कोन



आपण काटकोन आणि सरळकोनाचा अर्थ समजावून घेतला. पण आपल्याला जे कोन पहायला मिळतात ते नेहमीच याच दोन प्रकारचे नसतात. या शिडीने भिंतीशी किंवा फरशीशी केलेला कोन काटकोनही नाही आणि सरळकोनही नाही.

विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.

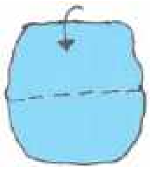


असे काही कोन आहेत का की जे काटकोनापेक्षा लहान आहेत?

असे काही कोन आहेत का की जे काटकोनापेक्षा मोठे आहेत?

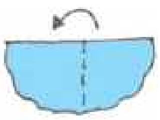
सुताराकडे असणारा गुण्या तुम्ही पाहिलात का? तो इंग्रजी ‘L’ अक्षरासारखा असतो. काटकोन तपासण्यासाठी याच प्रकारचा एक ‘टेस्टर’ **(tester)** बनवूया.

हे करा



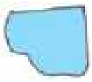
पायरी 1

कागदाचा एक तुकडा घ्या.



पायरी 2

त्याची मध्यभागी घडी घाला.



पायरी 3

सरळ कडेवर पुन्हा घडी घाला. तुमचा ‘टेस्टर’ तयार!

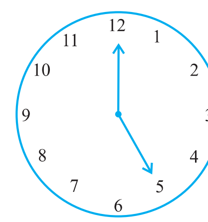
तुम्ही बनवलेला काटकोन **(right -angle-Tester)** टेस्टर पहा. (याला आपण RA टेस्टर म्हणूया का?) या टेस्टरची एक कड, दुसऱ्या कडेवर बरोबर सरळ उभी आहे का?

समजा कोपरे नसलेला एखादा आकार तुम्हांला दिला आहे, तर तुम्ही त्या कोपऱ्यांपाशी तयार झालेल्या कोनांची तपासणी या RA टेस्टरने करू शकता!

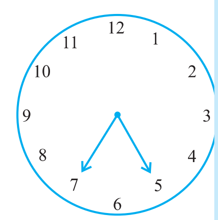
या टेस्टरच्या कडा, तुमच्या कागदाच्या कडांशी जुळतात का? जर जुळत असतील तर त्याचा अर्थ तो काटकोन आहे.

प्रयत्न करा

1. घड्याळाचा तासकाटा 12 पासून 5 पर्यंत चालतो. त्याचे परिभ्रमण एका काटकोनापेक्षा जास्त आहे का?



2. जर घड्याळाचा तासकाटा 5 वरून 7 वर जात असेल तर त्यावेळी तासकाट्यामुळे तयार झालेला कोन कसा दिसेल? तो कोन काटकोनापेक्षा मोठा आहे का?



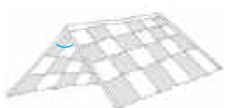
3. पुढील माहितीवरून घड्याळावरील काट्यांच्या स्थितीचे प्रकार बनवा आणि तयार झालेल्या कोनांची RA टेस्टरने तपासणी करा.
   (a) 12 वरून 2 वर
   (b) 6 वरून 7 वर
   (c) 4 वरून 8 वर
   (d) 2 वरून 5 वर

कोपरे	**पेक्षा लहान**	**पेक्षा मोठा**
A	....	....
B	....	....
C	....	....
⋮		

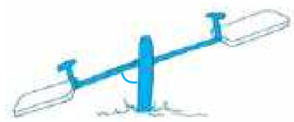
4. कोपरे असलेले 5 वेगवेगळे आकार घ्या. कोपऱ्यांना नावे द्या. आपल्या RA टेस्टरने या कोनांची तपासणी करा आणि प्रत्येक कोपऱ्यासाठी मिळालेले उत्तर (निकाल) सारणीच्या रुपात पुढील प्रकारे लिहा.

इतर प्रकार

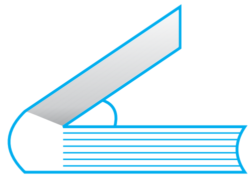
- काटकोनापेक्षा लहान कोनाला **लघुकोन (acute angle)** म्हणतात. हे लघुकोन आहेत.



छप्पर



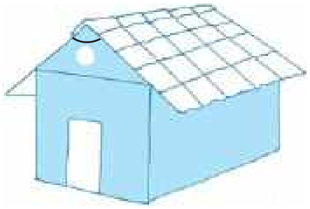
सी–सॉ (see-saw)



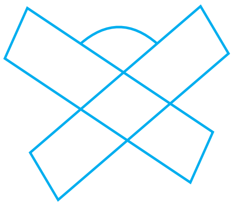
उघडे पुस्तक

तुम्ही पाहिलंत का यापैकी प्रत्येक कोन, परिभ्रमणाच्या एक चतुर्थांशापेक्षा लहान आहे? तुमच्या RA टेस्टरने त्याची तपासणी करा.

- जर एखादा कोन काटकोनापेक्षा मोठा आणि सरळकोनापेक्षा लहान असेल तर त्याला 'विशाल कोन' **(obtuse angle)** म्हणतात.
हे विशालकोन आहेत.



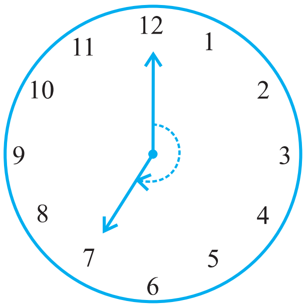
घर



पुस्तक वाचनाचा स्टँड

तुम्ही पाहिलंत का की यातील प्रत्येक कोन $\frac{1}{4}$ परिभ्रमणापेक्षा मोठा आहे? आणि $\frac{1}{2}$ परिभ्रमणापेक्षा लहान आहे? याची तपासणी करायला तुमचा RA टेस्टर तुम्हांला मदत करेल.
आधीच्या उदाहरणांमधूनही 'विशालकोन' ओळखा.

- एक **प्रविशाल कोन (reflex angle)** सरळकोनापेक्षा मोठा आणि संपूर्ण कोनापेक्षा लहान असतो. हा कोन या आकृतीत दाखविलेल्या प्रकारचा असतो. (घड्याळावरील कोन पहा.) यापूर्वी तुम्ही ज्या आकृत्या बनवल्या होत्या, त्यात काही प्रविशाल कोन आहेत का? तुम्ही या कोनांची तपासणी कशा प्रकारे कराल?



प्रयत्न करा

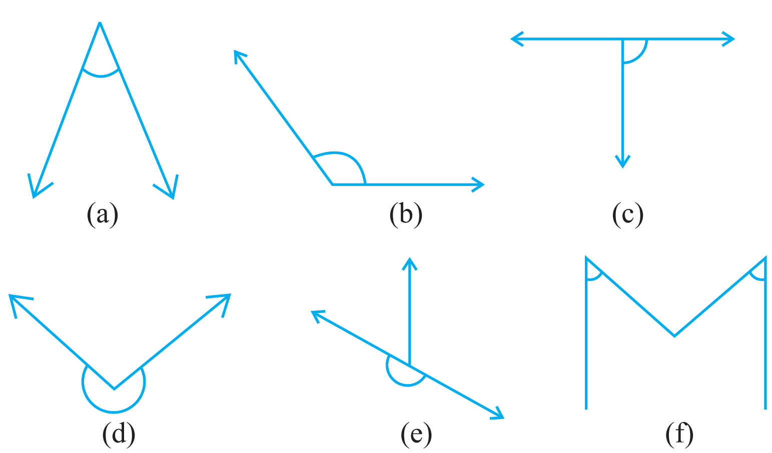
1. तुमच्या अवतीभवती पहा आणि कोपऱ्यांपाशी कोन तयार करणाऱ्या, एकमेकींशी जुळणाऱ्या कडा ओळखा. अशा दहा स्थिती लिहा.
2. जिथे लघुकोन तयार आहेत अशा दहा स्थिती लिहा.
3. जिथे काटकोन तयार झाले आहेत अशा दहा स्थिती लिहा.
4. जिथे विशालकोन तयार झाले आहेत अशा पाच स्थिती लिहा.
5. जिथे प्रत्यावर्ती कोन तयार झाले आहेत अशा पाच स्थिती लिहा.

प्रश्नावली 5.3

1. जोड्या (match) जुळवा :

(i) सरळकोन	(a) $\frac{1}{4}$ परिभ्रमणापेक्षा कमी
(ii) काटकोन	(b) $\frac{1}{2}$ परिभ्रमणापेक्षा जास्त
(iii) लघुकोन	(c) $\frac{1}{2}$ परिभ्रमण
(iv) विशालकोन	(d) $\frac{1}{4}$ परिभ्रमण
(v) प्रविशालकोन	(e) $\frac{1}{4}$ परिभ्रमण आणि $\frac{1}{2}$ परिभ्रमण यांच्या दरम्यान
	(f) एक पूर्ण परिभ्रमण

2. पुढील प्रत्येक कोनाचे काटकोन, सरळकोन, लघुकोन, विशालकोन आणि प्रविशाल कोन यांच्यात वर्गीकरण करा :



5.5 कोनांचे मापन (कोन मोजणे)

आपण तयार केलेल्या 'RA टेस्टर'च्या पद्धतीने आपण कोनांची काटकोनाशी तुलना केली. त्यामुळे आपण कोनांचे, लघुकोन, विशालकोन आणि प्रविशालकोन यात वर्गीकरण करू शकतो.

परंतु यावरून कोनांची नेमकेपणाने तुलना होऊ शकत नाही. यावरून दिलेल्या दोन विशालकोनांपैकी कोणता कोन मोठा आहे ते समजत नाही. म्हणून कोनांची तुलना अधिक नेमकेपणाने करण्यासाठी, कोनांची मापे ठरवायला हवीत. कोनमापकाच्या (protractor) मदतीने हे आपण करू शकतो.

कोनाचे माप

आपण आपल्या या मापाला 'अंशमाप' (degree measure) असे म्हणतो. एका संपूर्ण परिभ्रमणाला समान 360 भागांत विभागले जाते. प्रत्येक भागाला एक अंश **(degree)** म्हणतात. तीनशे साठ अंश म्हणण्यासाठी 360^0 लिहितात.

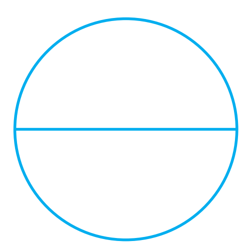
विचार करा. चर्चा करा आणि लिहा.

$\frac{1}{2}$ परिभ्रमणात किती अंश असतात? एका काटकोनात किती अंश असतात?

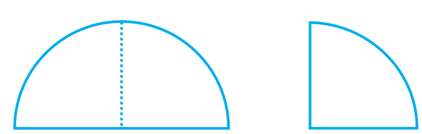
एका सरळकोनात किती अंश असतात? किती काटकोन मिळून 180^o बनतात? किती काटकोन मिळून 360^o बनतात?

हे करा

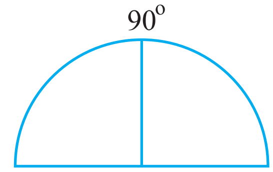
1. एका बांगडीच्या मदतीने एक वर्तुळाकार आकृती बनवा किंवा त्याच मापाचे एक वर्तुळाकार शीट (कागद) घ्या.

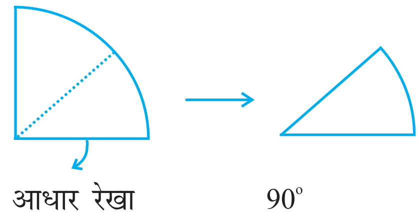


2. त्याला दोन वेळा दुमडा, ज्यामुळे आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे आकार येईल. याला एक चतुर्थांश (quadrant) म्हणतात.

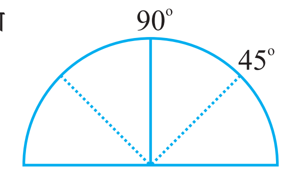


3. त्याला उघडा. तुम्हांला मध्यभागी घडी असलेलं एक अर्धवर्तुळ दिसेल. त्या घडीवर $90°$ लिहा.

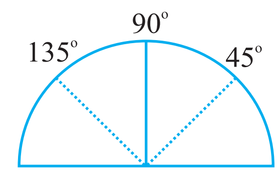




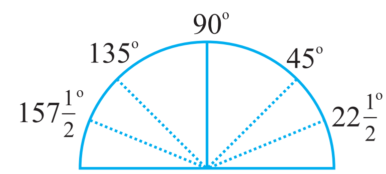
4. अर्धवर्तुळ दुमडून एक चतुर्थांश बनवा. त्याला पुन्हा एकदा घडी घालून सोबत दर्शविलेली आकृती मिळवा. आता कोनाचे माप 90° च्या निम्मे म्हणजेच 45° आहे.



5. आता हे उघडा. 90° च्या दोन्ही बाजूंना एक-एक घडीची खूण दिसते आहे. आधार रेषाच्या डावीकडे पहिल्या घडीवर 45° लिहा.



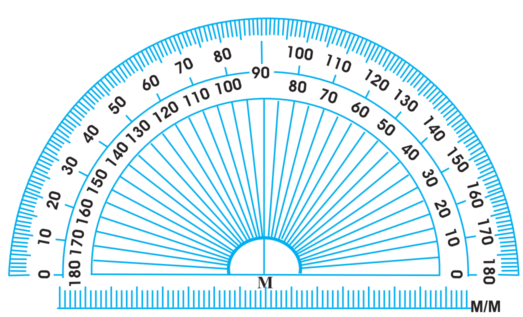
6. 90° च्या दुसऱ्या म्हणजेच उजव्या बाजूच्या घडीच्या खुणेवर $90° + 45° = 135°$ लिहा.



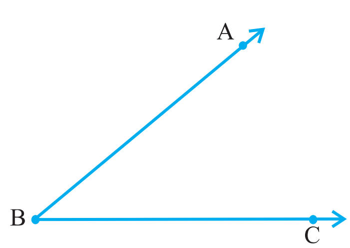
7. आता पुन्हा एकदा कागदाला 45° पर्यंत (म्हणजेच चतुर्थांशाच्या निम्मे) घडीवर दुमडा. आता त्याच्या निम्मे करा. आधार रेषेच्या डावीकडील पहिली घडीची खूण 45° चा अर्धा म्हणजेच 22½° दर्शवेल. 135° च्या डावीकडील कोन 157½° आहे.

कोनमापक

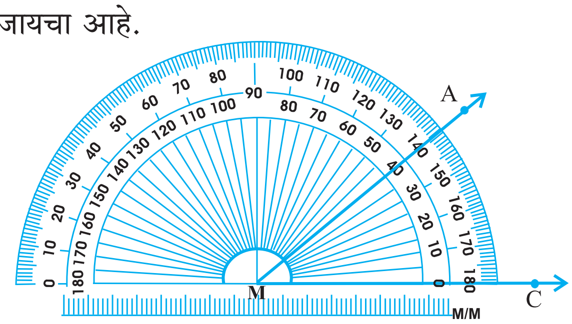
तुमच्या कंपास बॉक्समध्ये (कंपासपेटी) तुम्हांला तयार कोनमापक मिळेल. त्याची वक्र कड ही 180 समान भागांत विभागली गेली आहे. प्रत्येक भागाला एक अंश **(degree)** म्हणतात. यावरील खुणा उजवीकडून डावीकडे 0° पासून180° पर्यंत असतात.



समजा तुम्हांला एखादा कोन ABC मोजायचा आहे.



∠ABC दिला आहे.

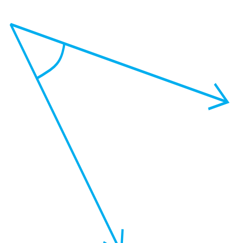


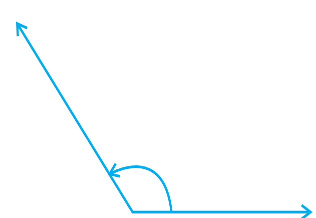
∠ABC मोजणे

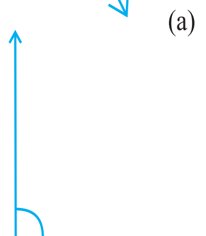
1. कोनमापक अशा प्रकारे ठेवा की त्याच्या सरळ कडेचा मध्यबिंदू (आकृतीतील M) कोनाच्या B या शिरोबिंदूशी तंतोतंत जुळेल.
2. कोनमापक अशा रीतीने जुळवा की किरण BC हा त्याच्या सरळ कडेलगत राहील.
3. कोनमापकावर दोन मापनश्रेणी (scale) आहेत. ज्या मापनश्रेणीतील 0° ची खूण किरण BC शी जुळते ती मापनश्रेणी वापरा.
4. वक्र कडेवर किरण ABने दर्शविलेली खूण, कोनाचे अंशीय माप (degree measure) दाखविते. आकृतीत ते माप 40° आहे.
   आता आपण हा कोन $m\angle ABC = 40^\circ$ किंवा फक्त $\angle ABC = 40^\circ$ असाही लिहू शकतो.

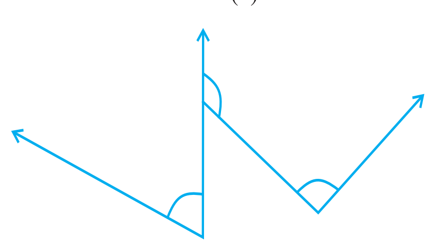
उदाहरणसंग्रह 5.4

1. पुढील कोनांची मापे लिहा.
   (i) 1 काटकोन (ii) 1 सरळकोन
2. सत्य (T) की असत्य (F) : ते ठरवा.
   (a) एका लघुकोनाचे माप $< 90^\circ$ आहे.
   (b) एका विशालकोनाचे माप $< 90^\circ$ आहे.
   (c) एका प्रविशालकोनाचे माप $< 180^\circ$ आहे.
   (d) एका संपूर्ण परिभ्रमणाचे माप $= 360^\circ$ आहे.
   (e) जर $m\angle A = 53^\circ$ आणि $m\angle B = 35^\circ$ आहे. तर $m\angle A > m\angle B$.
3. पुढील कोनांची मापे लिहा.
   (a) काही लघुकोन
   (b) काही विशालकोन
   (प्रत्येकाची दोन उदाहरणे द्या.)
4. पुढील कोन, कोनमापकाच्या साह्याने मोजा आणि त्यांची मापे लिहा.


(a)


(b)

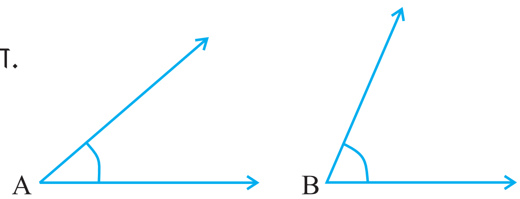

(c)


(d)

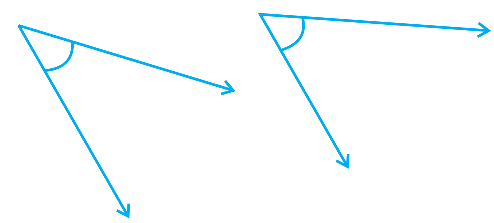
5. कोणत्या कोनाचे माप मोठे (जास्त) आहे?
आधी अंदाज (estimate) घ्या आणि मग मोजा.

कोन A चे माप =

कोन B चे माप =

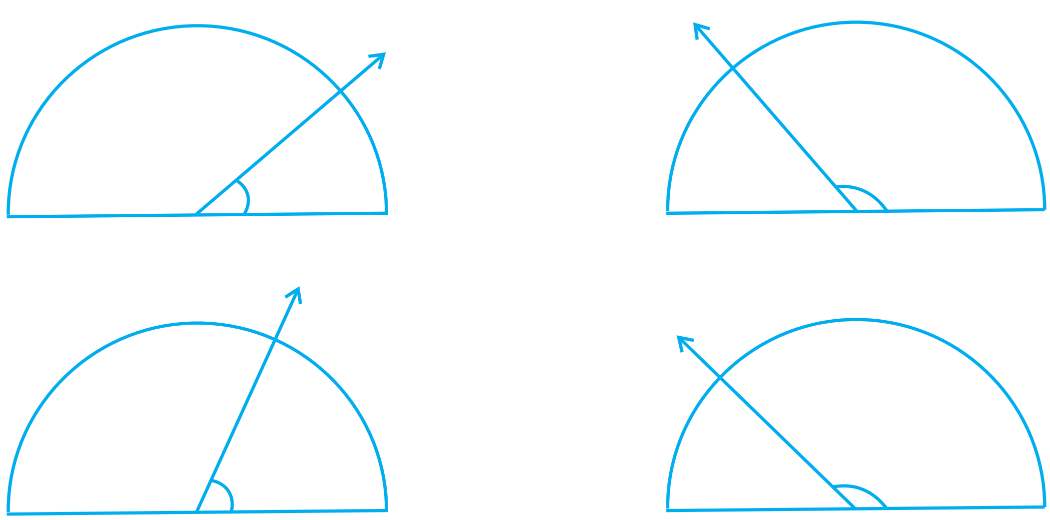


6. या दोन कोनांपैकी कोणाचे माप जास्त आहे?
आधी अंदाज घ्या आणि मग मोजून पडताळून पहा.

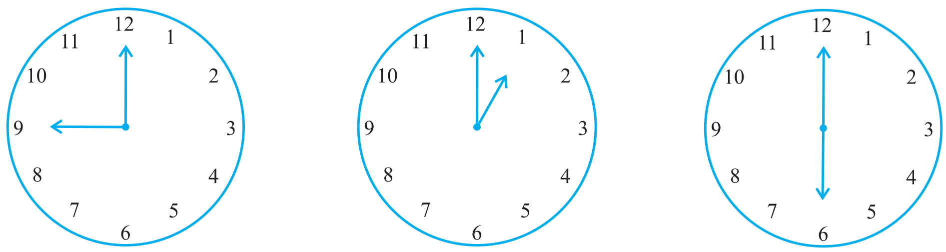


7. लघुकोन, काटकोन, विशालकोन, सरळकोन वापरून पुढील रिकाम्या जागा भरा.
   (a) असा कोन, ज्याचे माप काटकोनाच्या मापापेक्षा कमी आहे, त्याला .... म्हणतात.
   (b) असा कोन, ज्याचे माप काटकोनाच्या मापापेक्षा जास्त आहे, त्याला .... म्हणतात.
   (c) असा कोन, ज्याचे माप दोन काटकोनांच्या बेरजेइतके आहे, त्याला .... म्हणतात.
   (d) जर दोन कोनांच्या मापांची बेरीज, काटकोनाच्या मापाइतकी असेल तर त्यांतील प्रत्येक कोन .... असतो.
   (e) जर दोन कोनांच्या मापांची बेरीज एका सरळकोनाच्या मापाइतकी असेल आणि त्यांपैकी एक कोन लघुकोन असेल तर, दुसरा कोन .... असतो.

8. पुढील आकृत्यांमध्ये दिलेल्या प्रत्येक कोनाचे माप शोधा. (प्रथम डोळ्यांनी पाहून मापाविषयी अंदाज घ्या आणि मग कोपमापकाने मोजा.) :



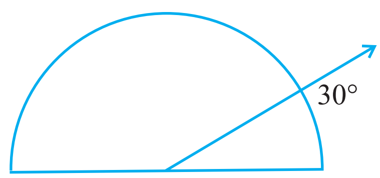
9. पुढील प्रत्येक आकृतीमधील घड्याळाच्या काट्यांमधील कोनाचे माप शोधा.



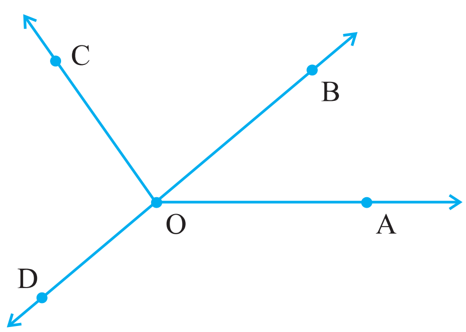
सकाळी 9:00 वाजता   दुपारी 1.00 वाजता   संध्याकाळी 6.00 वाजता

10. शोधा.

शेजारील आकृतीत कोनमापक 30° चा कोन दर्शवित आहे. ही आकृती एका विशालक भिंगातून (magnifying glass) पहा. कोन मोठा होतो का? का कोनाचे माप मोठे होते?



11. मोजा आणि प्रत्येक कोनाचे वर्गीकरण करा.



कोन	$\angle AOB$	$\angle AOC$	$\angle BOC$	$\angle DOC$	$\angle DOA$	$\angle DOB$
माप						
प्रकार						

5.6 लंब रेषा

जर दोन रेषा परस्परांना छेदत असतील आणि त्यांच्यामधील कोन काटकोन असेल तर त्या रेषा परस्परांना लंब आहेत असे म्हणतात. **(perpendicular)** जर रेषा AB रेषा CD ला लंब असेल तर ते $AB \perp CD$ असे लिहितात.

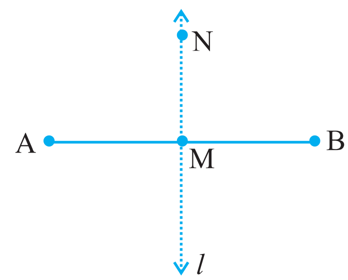
विचार करा, चर्चा करा आणि लिहा.

जर $AB \perp CD$ असेल तर $CD \perp AB$ सुद्धा असे आपण म्हणू शकतो का?

आपल्या अवतीभवती असणाऱ्या लंब रेषा!

लंब रेषा (किंवा लंब रेषाखंड)ची अनेक उदाहरणे तुम्ही तुमच्या अवतीभवती असलेल्या वस्तूंमधून देऊ शकता. यांपैकी एक आहे इंग्रजी वर्णमालेतील अक्षर T अजून असं एखादं इंग्रजी वर्णाक्षर आहे का की जे लंबता स्पष्ट करते? (लंब रेषांचं उदाहरण आहे?)

एक पोस्टकार्ड घ्या. त्याच्या कडा परस्परांना लंब आहेत का? समजा AB हा रेषाखंड आहे. त्याच्या मध्यबिंदूला M नाव द्या. रेषा MN रेषाखंड AB ला बिंदू M मध्ये लंब आहे. रेषा MN, AB ला दोन समान भागांत विभागते का?



रेषा MN, AB ला लंब आहे का?

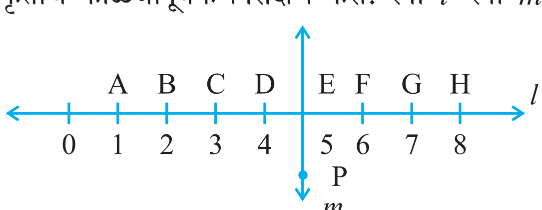
याप्रकारे रेषा MN, रेखाखंड AB ला दुभागते. (म्हणजेच दोन समान भागात विभागते.) आणि रेषाखंड AB ला लंब सुद्धा आहे.

म्हणून आपण असे म्हणू शकतो की रेषा MN ही, रेषाखंड AB चा लंब-दुभाजक **(perpendicular bisector)** आहे.

याची रचना करायला तुम्ही नंतर शिकणार आहात.

उदाहरणसंग्रह 5.5

1. पुढीलपैकी लंबरेषांची उदाहरणे कोणती?
   (a) टेबलाच्या वरच्या पृष्ठभागाच्या लगतच्या बाजू.
   (b) रेल्वे मार्गावरील रूळ
   (c) L वर्णाक्षर बनविणारे रेषाखंड
   (d) V वर्णाक्षर बनविणारे रेषाखंड
2. समजा रेषाखंड PQ रेखाखंड XY ला लंब आहे. समजा PQ आणि रेख XY, बिंदू A मध्ये छेदतात. तर $\angle PAY$ चे माप किती?
3. तुमच्या कंपासपेटीत दोन गुण्या आहेत. (set-squares) त्याच्या कोपऱ्यात तयार झालेल्या कोनांची मापे काय आहेत? त्यांच्या कोनांच्या मापांमध्ये असं एखादं माप आहे का की जे दोघांसाठी सामाईक (common) आहे?
4. पुढील आकृतीचे काळजीपूर्वक निरीक्षण करा. रेषा l रेषा m ला लंब आहे.



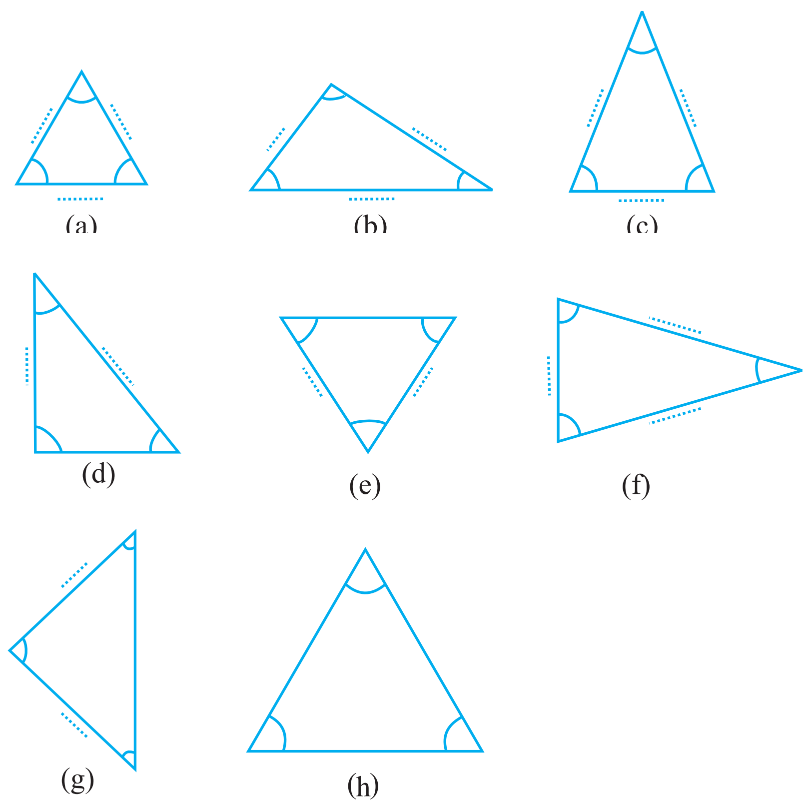
   (a) $CE = EG$ आहे का?
   (b) रेषा PE, रेखाखंड CG ला दुभागते का?
   (c) रेषा PE ज्यांची लंबदुभाजक आहे अशा कोणत्याही दोन रेषाखंडांची नावे लिहा.
   (d) पुढील विधाने सत्य आहेत का?
      (i) $AC > FG$
      (ii) $CD = GH$
      (iii) $BC < EH$

5.7 त्रिकोणाचे वर्गीकरण

तुम्हांला सर्वांत कमी बाजू असलेला 'बहुभुज' आठवतो आहे का? तो त्रिकोण (triangle) आहे. चला तर मग आता आपण किती विविध प्रकारचे त्रिकोण तयार होऊ शकतात ते पाहूया.

हे करा

कोनमापक आणि पट्टी वापरून पुढे दिलेल्या त्रिकोणाच्या कोनांची आणि बाजूंची मापे ठरवा आणि दिलेल्या कोष्टकात ती भरून कोष्टक पूर्ण करा.



त्रिकोणाच्या कोनांची मापे	कोनांवरून तुम्ही काय म्हणू शकता?	त्रिकोणाच्या बाजूंची मापे
(a) ...60^0..., ...60^0.., ...60^0.....,	सगळे कोन समान आहेत.	
(b) ...., ..., ...,	.... कोन.......,	
(c) ...., ..., ...,	.... कोन ....,	
(d) ...., ..., ...,	.... कोन ....,	
(e) ...., ..., ...,	.... कोन ....,	
(f) ...., ..., ...,	.... कोन.......,	
(g) ...., ..., ...,	.... कोन.......,	
(h) ...., ..., ...,	.... कोन.......,	

वरील कोन, त्रिकोण आणि त्यांच्या बाजूंच्या मापांचे लक्षपूर्वक निरीक्षण करा. त्यांच्याबद्दल विशेष काही सांगता येईल का?

तुम्हांला काय मिळते?

- सर्व कोन समान असणारे त्रिकोण

  जर एखाद्या त्रिकोणाने सर्व कोन समान आहेत तर त्याच्या बाजूसुद्धा .... आहेत.
- सर्व बाजू समान असणारे त्रिकोण

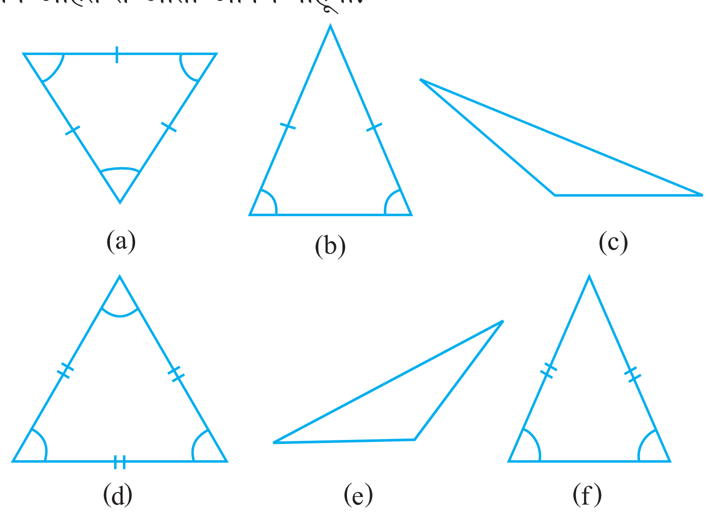
  जर त्रिकोणाच्या सर्व बाजू समान आहेत, तर त्यांचे कोनसुद्धा .... आहेत.
- ज्याच्या दोन बाजू आणि दोन कोन समान आहेत असे त्रिकोण.

  जर त्रिकोणाच्या दोन बाजू समान असतील तर त्याचे .... कोन समान असतात.
- कोणत्याही दोन बाजू समान नसणारे त्रिकोण. जर एखाद्धा त्रिकोणात कोणतेही दोन कोन समान नसतील, तर त्यांच्या कोणत्याही दोन भुजा (बाजू) समान नसतात.

  जर त्रिकोणाच्या तीनही बाजू समान नसतील तर त्याचे तीनही कोन सुद्धा .... नसतात.

आणखी काही त्रिकोण घ्या आणि वरील गोष्टी पडताळून पहा. त्यासाठी आपल्याला पुन्हा त्या त्रिकोणांचे कोन आणि त्यांच्या बाजूंची मापे घ्यावी लागतील.

वेगवेगळ्या प्रकारे त्रिकोणांचे वर्गीकरण केले गेले आहे आणि त्यांना विशिष्ट नावे दिली गेली आहेत. ही नावे काय आहेत ते आता आपण पाहूया.



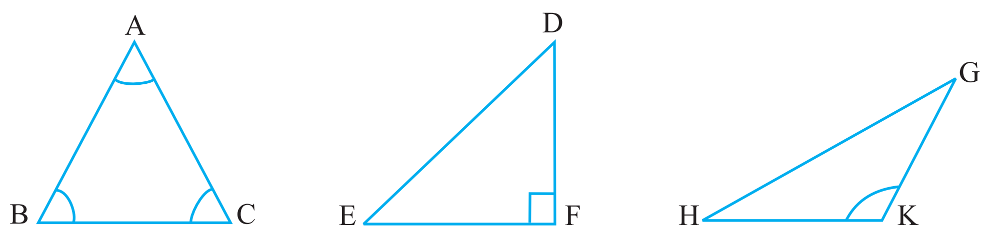
बाजूंवरून पडणारे त्रिकोणांचे प्रकार

ज्या त्रिकोणाच्या तीनही बाजू असमान असतात, त्याला विषमभुज त्रिकोण **(Scalene triangle)** म्हणतात. [(c), (e)] ज्या त्रिकोणाच्या दोन बाजू समान (लांबीच्या) असतात, त्याला समद्विभुज त्रिकोण **(Isosceles triangle)** म्हणतात. [(b), (f)]

ज्या त्रिकोणाच्या तीनही बाजू समान असतात, त्याला समभुज त्रिकोण **(Equilateral triangle)** म्हणतात. [(a), (d)] या व्याख्यांचा वापर करून, ज्यांच्या बाजू आपण आधीच मोजल्या आहेत, त्या सर्व त्रिकोणांचे वर्गीकरण करा.

कोनांवरून पडणारे त्रिकोणांचे प्रकार

जर त्रिकोणाचा प्रत्येक कोन 90° पेक्षा लहान असेल तर त्रिकोणाला 'लघुकोन त्रिकोण' म्हणतात. **(acute angled triangle)** जर त्रिकोणाचा कोणताही एक कोन काटकोन असेल तर त्याला 'काटकोन त्रिकोण' **(right angled triangle)** म्हणतात. जर त्रिकोणांचा कोणताही एक कोन 90° पेक्षा मोठा असेल तर त्याला 'विशालकोन त्रिकोण' **(obtuse angled triangle)** म्हणतात.



लघुकोन त्रिकोण   काटकोन त्रिकोण   विशालकोन त्रिकोण

ज्या त्रिकोणांचे कोन आपण आधी मोजलेले आहेत त्यांचे वर्गीकरण वरील व्याख्यांनुसार करा. त्यांपैकी किती त्रिकोण काटकोन त्रिकोण होते ?

हे करा

पुढील त्रिकोणांच्या कच्च्या आकृत्या **(rough sketches)** काढायचा प्रयत्न करा :

(a) विषमभुज लघुकोन त्रिकोण

(b) समद्विभुज विशालकोन त्रिकोण

(c) समद्विभुज काटकोन त्रिकोण

(d) विषमभुज काटकोन त्रिकोण

पुढील आकृत्या काढणे शक्य आहे असे तुम्हांला वाटते का ?

(e) विशालकोन समभुज त्रिकोण

(f) समभुज काटकोन त्रिकोण

(g) एक त्रिकोण ज्यात दोन काटकोन आहेत

विचार करा, चर्चा करा आणि तुमचे निष्कर्ष लिहा.

उदाहरणसंग्रह 5.6

1. पुढील त्रिकोणाच्या प्रकारांची नावे लिहा :

   (a) 7 सेमी, 8 सेमी, 9 सेमी बाजू असलेला त्रिकोण

   (b) ΔABC ज्यामध्ये $AB = 8.7$ सेमी $AC = 7$ सेमी आणि $BC = 6$ सेमी आहे.

   (c) ΔPQR ज्यामध्ये $PQ = QR = RP = 5$ सेमी आहे.

   (d) ΔDEF ज्यामध्ये $m\angle D = 90^\circ$ आहे.

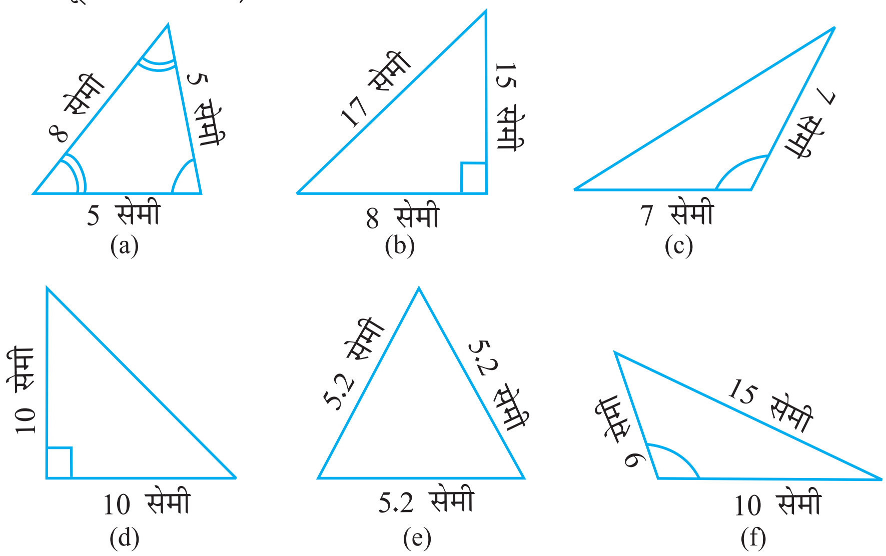
   (e) ΔXYZ ज्यामध्ये $m\angle Y = 90^\circ$ आणि $XY = YZ$ आहे.

   (f) ΔLMN ज्यामध्ये $m\angle L = 30^\circ$, $m\angle M = 70^\circ$ आणि $m\angle N = 80^\circ$ आहे.

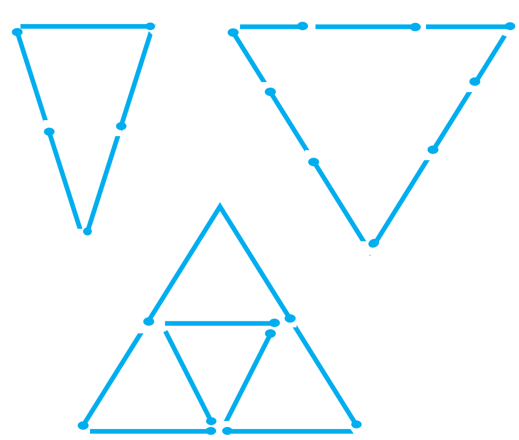
2. जोड्या जुळवा.

त्रिकोणांची मापे		त्रिकोणांचे प्रकार	
(i)	समान लांबीच्या तीन बाजू	(a)	विषमभुज काटकोन त्रिकोण
(ii)	समान लांबीच्या दोन बाजू	(b)	समद्विभुज काटकोन त्रिकोण
(iii)	वेगवेगळ्या लांबीच्या सर्व बाजू	(c)	विशालकोन त्रिकोण
(iv)	3 लघुकोन	(d)	काटकोन त्रिकोण
(v)	1 काटकोन	(e)	समभुज त्रिकोण
(vi)	1 विशालकोन	(f)	लघुकोन त्रिकोण
(vii)	दोन समान लांबीच्या बाजूंबरोबर 1 काटकोन	(g)	समद्विभुज त्रिकोण

3. पुढील त्रिकोणांमधील प्रत्येकाला दोन प्रकारे नाव द्या. (कोनाचा प्रकार तुम्ही केवळ निरीक्षणातूनच समजावून घेऊ शकता.)



4. आगपेटीतील काड्यांच्या मदतीने त्रिकोण बनविण्याचा प्रयत्न करा. यांपैकी काही त्रिकोण शेजारील आकृतीत दाखविले आहेत. पुढील साहित्य वापरून तुम्ही त्रिकोण बनवू शकाल?
   (a) आगपेटीतील 3 काड्या
   (b) आगपेटीतील 4 काड्या
   (c) आगपेटीतील 5 काड्या
   (d) आगपेटीतील 6 काड्या



(प्रत्येक वेळी तुम्हांला आगपेटीतील दिलेल्या सर्व काड्या वापरायच्या आहेत हे लक्षात असू द्या.)
प्रत्येक परिस्थितीत तयार झालेल्या त्रिकोणाच्या प्रकाराचे नाव लिहा. जर तुम्ही त्रिकोण नाही बनवू शकलात तर त्यामागील कारणाचा विचार करा.

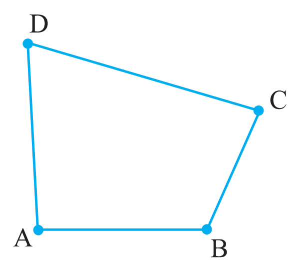
5.8 चौकोन

आपल्याला आठवत असेल की चार भुजा (बाजू) असलेल्या बहुभुजाकृतीस चौकोन **(quadrilateral)** म्हणतात.

हे करा

1. दोन दांडू (काठ्या) घेऊन त्यांची टोके एकमेकांशी जुळतील अशी ठेवा. यानंतर आणखी दोन दांडू (काठ्या) अशाच घेऊन त्यांची दोन टोके पहिल्या दोन काठ्यांच्या टोकांबरोबर असतील अशा ठेवा. याप्रकारे आपणांस कोणती आकृती मिळते?

शेजारी असलेला हा एक चौकोन आहे. याच्या चार बाजू $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, ____, ____ आहेत.
या चौकोनाचे $\angle BAD$, $\angle ADC$, $\angle DCB$, आणि ______ असे चार कोन अहेत.
$\overline{AC}$ हा त्याचा कर्ण आहे. आणखी कोणता कर्ण आहे? सर्व बाजूंची लांबी व कोनांची मापे मोजा.



2. ज्याप्रमाणे चार दांडूंच्या साहाय्याने पहिली कृती केली आहे त्याप्रमाणे आपण खालीलप्रमाणे चौकोन करू शकतो काय?
   (a) चारही कोन लघुकोन आहेत.
   (b) एक कोन विशालकोन आहे.
   (c) एक कोन काटकोन आहे.
   (d) दोन कोन विशालकोन आहेत.
   (e) दोन कोन काटकोन आहेत.
   (f) कर्ण हे परस्पर विरुद्‌ध काटकोनात आहेत.

आयत

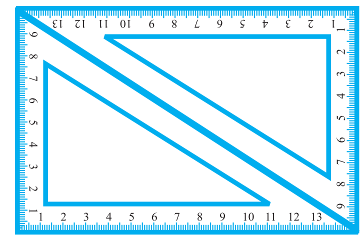
हे करा

आपल्या कंपासपेटीत दोन गुण्ये आहेत. एक 30°–60°–90° व दुसरा 45°–45°–90° मापाचा आहे.

(a) आपल्या दोघांकडे प्रत्येकी 30°–60°–90° यामध्ये गुण्ये आहेत. ते आपण आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे ठेवा. तयार झालेल्या चौकोनाचे नाव काय आहे? यामध्ये प्रत्येक कोन काय मापाचा आहे?

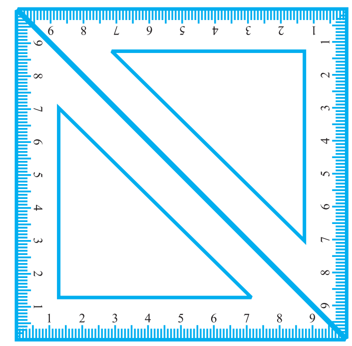
या चौकोनाला आयत **(rectangle)** असे म्हणतात.

आयताचा आणखी एक गुणधर्म आपण पाहू शकतो. याच्या संमुख बाजू (समोरासमोरील) समान आहेत. याचे आणखी कोणते गुणधर्म आहेत?



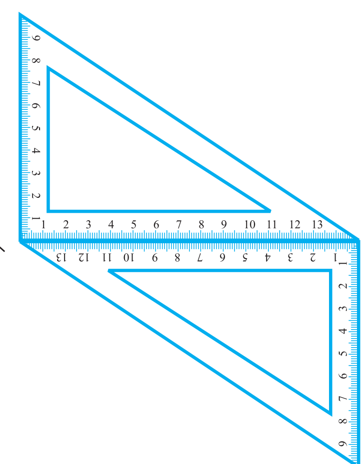
(b) दुसरे 45°–45°–90° हे गुण्ये आकृतीप्रमाणे ठेवले तर आपल्याला वेगळ्या प्रकारच्या चौकोन मिळतो. या चौकोनाला चौरस (square) म्हणतात.

चौरसाच्या चारही भुजांची (बाजूंची) लांबी समान आहे. याचे कोन व कर्ण यांबाबतीत आपण काय सांगू शकतो? चौरसाचे आणखी काही गुणधर्म पाहता येतात का पहा.

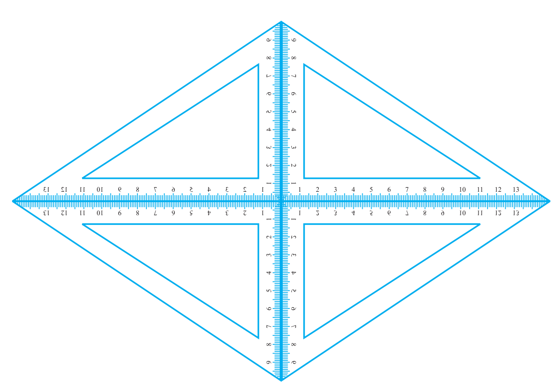


(c) जर आपण 30°–60°–90° याचे दोन गुण्ये आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे ठेवले तर आपल्याला वेगळ्या प्रकारचा चौकोन मिळतो. या चौकोनाला समांतरभुज चौकोन **(parallelogram)** म्हणतात. याच्या संमुख बाजू एकमेकांस समांतर असतात. या संमुख बाजू समान मापाच्या आहेत का?

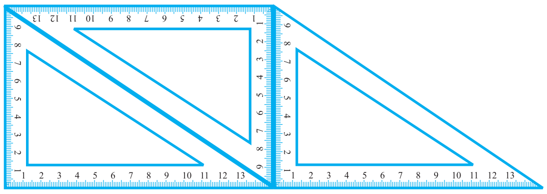
याचे कर्ण समान मापाचे आहेत का?



(d) आपण चार 30°–60°–90° गुण्ये आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे ठेवले तर आपणांस समभुज **(rhombus)** चौकोन मिळतो.



(e) जर आपण आकृतीत दाखविल्याप्रमाणे गुण्ये घेऊन ठेवले तर आपल्याला ज्याच्या दोन भुजा समांतर आहेत असा चौकोन मिळतो. त्याला समलंब (trapezium) चौकोन असे म्हणतात.



आपण शोधलेल्या गोष्टींच्या गोषवाऱ्यासंदर्भात खालील तक्ता दिला आहे. तो पूर्ण करा.

चौकोन	संमुख बाजू		सर्व बाजूं–	संमुख कोन	कर्ण	
	समांतर	समान	बरोबर	बरोबर	बरोबर	परस्पर लंब
समांतरभुज	आहेत	आहेत	नाही	आहेत	नाही	नाही
आयत			नाही			
चौरस						आहेत
समभुज				आहेत		
समलंब		नाहीत				

प्रश्नावली 5.7

1 सत्य (T) व असत्य (F) सांगा.

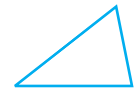
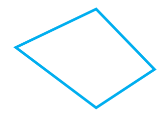
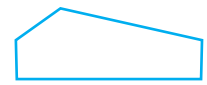
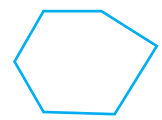
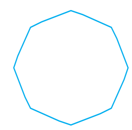
(a) आयताचा प्रत्येक कोन काटकोन असतो.
(b) आयताच्या संमुख बाजूंची लांबी समान असते.
(c) चौरसाचे कर्ण परस्परांशी लंब असतात.
(d) समभुज चौकोनाच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या असतात.
(e) समांतर भुज चौकोनाच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या असतात.
(f) समलंब चौकोनाच्या संमुख बाजू समांतर असतात.

2 खालील विधांनांसाठी कारण द्या.

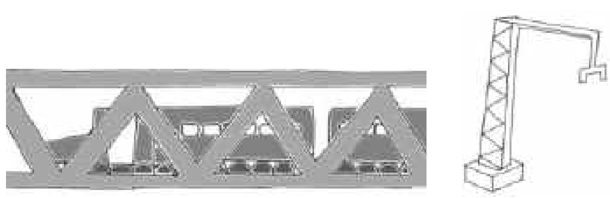
(a) चौरसास एका विशिष्ट प्रकारचा आयत म्हटले जाते.
(b) आयताला विशिष्ट प्रकारचा समांतरभुज चौकोन समजले जाते.
(c) चौरसाला विशिष्ट प्रकारचा समभुज समजले जाते.
(d) चौरस, आयत आणि समांतरभुज चौकोन हे चौकोनही आहे.
(e) चौरस हा एक समांतरभुज चौकोन आहे.

5.9 बहुभुज

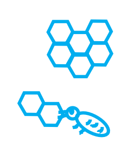
आत्तापर्यंत आपण 3 बाजू व 4 बाजू असलेल्या बहुभुजाकृती (polygons) पाहिल्या आहेत. त्यांना अनुक्रमे त्रिकोण व चौकोन म्हणतात. आता आपण चार बाजूंपेक्षा अधिक बाजू असलेल्या बहुभुजाकृती पाहणार आहोत. या बहुभुजाकृतींमध्ये आपण त्यांच्या बाजूंच्या संख्येच्या आधारे वर्गीकरण करणार आहोत.

बाजूंची संख्या	नाव	आकृती
3	त्रिकोण	
4	चौकोन	
5	पंचकोन	
6	षट्कोन	
8	अष्टकोन	

या प्रकारचे आकार (shapes) आपण रोजच्या व्यवहारात पाहात असतो. खिडक्या, दरवाजे, भिंती, कपाटे, फळे, अभ्यासाची पुस्तके इ. सर्व आयताकृती असतात. फरशीच्या टाईल्सही आयताकृती असतात. त्रिकोणाच्या बळकटपणामुळे त्याचा उपयोग अभियांत्रिकीमध्ये अधिक प्रमाणात केला जातो.



त्रिकोणाचा वस्तू निर्माण प्रक्रियेत उपयोग

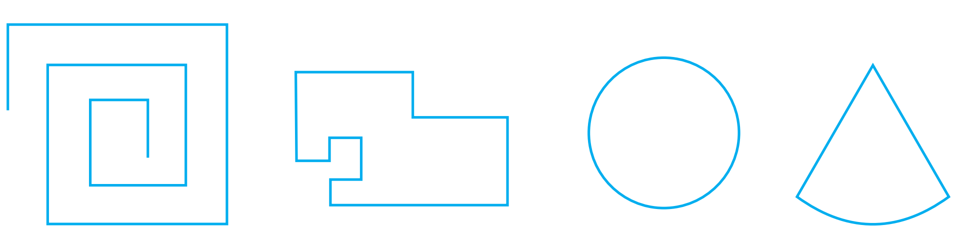


मधमाशी आपले घर बनविण्यात मध्यभागी षट्कोनाचा आकार उपयोगात आणते.

आपल्या परिसरात आपण हे आकार कोठे कोठे पाहतो त्याचे निरीक्षण करा.

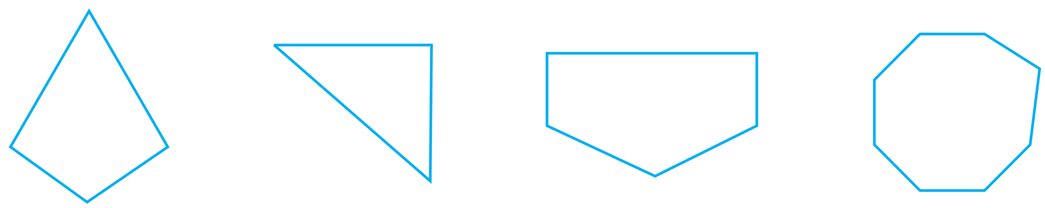
प्रश्नावली 5.8

1. खालीलपैकी कोणत्या आकृत्या बहुभुज आहेत ते सांगा. यांपैकी जी आकृती बहुभुज नाही ते सकारण सांगा.



(a) (b) (c) (d)

2. प्रत्येक बहुभुजाचे नाव लिहा.



(a) (b) (c) (d)

यांपैकी प्रत्येकाची आणखी दोन उदाहरणे सांगा.

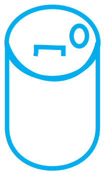
3. एका सुसम षट्कोनाचे (reguler hexagon) चित्र काढा. त्यांपैकी कोणतेही तीन शिराबिंदू जोडून त्रिकोण तयार करा. आपण कोणत्या प्रकारचा त्रिकोण काढला आहे ते ओळखा.
4. एका सुसम अष्टकोनाचे (reguler octagon) चित्र काढा. (आपणांस हवे असल्यास चौरस रेखांकित कागद वापरू शकता.) (squared paper) या अष्टकोनापैकी चार शिरोबिंदूंना जोडून एक आयत काढा.
5. कोणत्याही बहुभुजाकृतीचे (लगतचे सोडून) दोन शिरोबिंदू जोडल्यास आपल्याला कर्ण मिळतो. (ही त्याची बाजू नसते) एका पंचकोनाचे चित्र काढा व त्याचे सर्व कर्ण दाखवा.

5.10 त्रिमितीय आकार

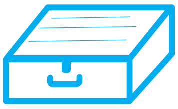
रोजच्या जीवनात आपण पाहात असलेले काही आकार (shapes) खाली दिले आहेत. हे सर्व भरीव (solid) आहेत. सपाट (flat) नाहीत :

हा चेंडू एक गोल (sphere) आहे.

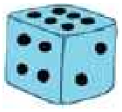
आइस्क्रीम हा शंकूच्या (cone) आकारातील आहे.



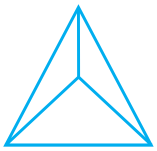
हा डबा एक वृत्तचिती (cylinder) आहे.



ही पेटी एक इष्टिकाचिती (cuboid) आहे.



हा फासा (die) एक घन (cube) आहे.

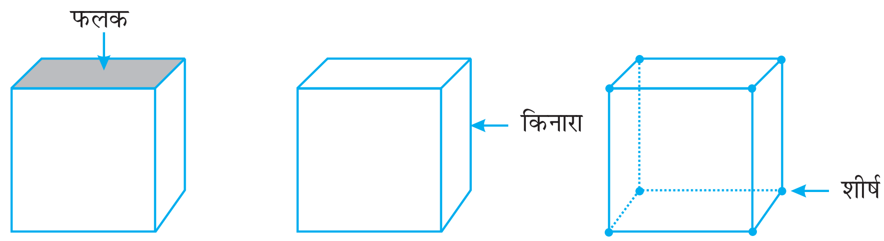


हा एक पिरामिड (pyramid) चा आकार आहे.

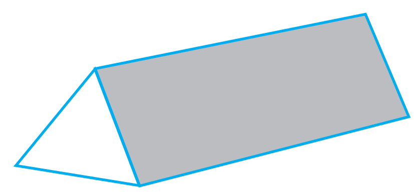
गोलाकार आकार असणाऱ्या पाच वस्तूंची नावे सांगा.
शंकूचा आकार असणाऱ्या पाच वस्तूंची नावे सांगा.

पृष्ठ, बाजू व शिरोबिंदू

अनेक त्रिमितीय आकारांमध्ये (three dimensional shapes) ते आकार पाहून आपण त्यांची पृष्ठे, बाजू व शिरोबिंदू ओळखू शकतो. पृष्ठ, बाजू व शिरोबिंदू म्हणजे काय?



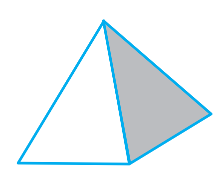
उदाहरणासाठी एक घन (cube) घ्या.



याचा वरील सपाट भाग म्हणजे एक **पृष्ठ** होय. दोन पृष्ठे एका रेषाखंडात मिळतात ती एक **बाजू** होय व तीन बाजू ज्या बिंदूत मिळतात तो एक **शिरोबिंदू** होय. शेजारी एका **(prism)** लोलकाचे चित्र दिले आहे. आपण प्रयोगशाळेत हा पाहिला आहे का? याची दोन पृष्ठे त्रिकोणाकृती आहेत. म्हणून याला त्रिकोणाकृती लोलक **(triangulur prism)** असे म्हणतात.

त्रिकोणाकृती पृष्ठाला याचा **पाया (base)** असेही म्हणतात. या लोलकाची दोन त्रिकोणाकृती एकसमान पृष्ठे आहेत. एक पाया (identical) व दुसरा वरील पृष्ठभाग (top) म्हणतात. या दोन पृष्ठभागांव्यतिरिक्त इतर पृष्ठे समांतरभुज चौकोन आहेत.

जर लोलकाचा पाया आयताकृती असेल तर त्या लोलकाला **आयताकार लोलक (Rectangular prism)** म्हणतात. आयताकारी लोलकाला दुसरे काय नाव आहे ते आपल्याला आठवते आहे का?

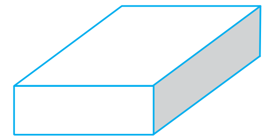


एक **पिरॅमिड** म्हणजे ज्याचे एक पृष्ठ म्हणजे कोणतीही बहुभुजाकृती व इतर सर्व पृष्ठे त्रिकोणाकृती असतात.

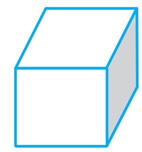
शेजारील आकृतीत एक चौरसाकृती (square pyramid) पिरॅमिड दाखविला आहे. याचा पाया एक चौरस आहे. आपण एका त्रिकोणाकृती पिरॅमिडची कल्पना करू शकता काय? त्याची आकृती काढण्याचा प्रयत्न करा.

हे करा

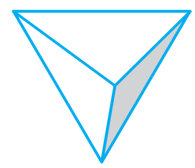
1. एक आयताकृती बॉक्स हा आयताकृती घन आहे. याला 6 पृष्ठे आहेत. प्रत्येक पृष्ठाला चार बाजू आहेत. प्रत्येक पृष्ठाला चार टोके आहेत. यांना शिरोबिंदू म्हणतात.



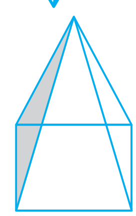
2. एक आयताकृती घन असा आहे की त्याच्या सर्व बाजू समान लांबीच्या आहेत.
   याला _______ पृष्ठे असतात.
   प्रत्येक पृष्ठाला _______ बाजू आहेत.
   प्रत्येक पृष्ठाला _______ शिरोबिंदू आहेत.



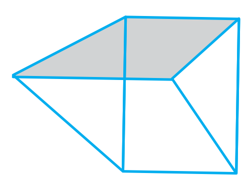
3. ज्या पिरॅमिडचा पाया त्रिकोणाकृती असतो, त्याला चतु:पृष्ठीय (tetrahedron) असेही म्हणतात.
   पृष्ठे : _______
   बाजू : _______
   शीरोबिंदू : _______



4 एका चौरसाकृती पिरॅमिडचा पाया एक चौरस असतो.
   पृष्ठे : _______
   बाजू : _______
   शीरोबिंदू : _______

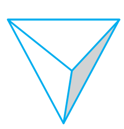


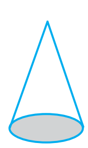
5 एक त्रिकोणाकृती लोलक साधारणत: एका कॅलिडियोस्कोपसारखा (Kaleidoscope) असतो.
   पृष्ठे : _______
   बाजू : _______
   शीरोबिंदू : _______

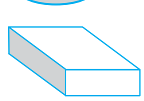


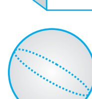
उदाहरणसंग्रह 5–9

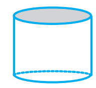
1. जोड्या लावा.

(a) शंकू (i) 

(b) गोल (ii) 

(c) वृत्तचिती (iii) 

(d) इष्टिकाचिती (iv) 

(e) पिरॅमिड (v) 

या आकारांची प्रत्येकी आणखी दोन उदाहरणे द्या.

2. खालील वस्तू कोणत्या भूमितीय आकारातील आहेत?
   (a) आपली कंपास पेटी
   (b) वीट
   (c) काडेपेटी
   (d) रस्ते बनवायला लागणारा रोलर (roller)
   (e) लाडू

आपण काय शिकलो?

1. एका रेषाखंडाच्या दोन अंत्यबिंदूंमधील अंतरास त्याची लांबी म्हणतात.
2. रेषाखंडांची लांबी मोजण्यासाठी एक मोजपट्टी व एक कर्कटक यांचा उपयोग होतो.
3. जेव्हा घड्याळातील एक काटा एका जागेवरून दुसरीकडे जातो तेव्हा आपल्याला कोणत्या कोनाचे एक उदाहरण मिळते?

   घड्याळाच्या एका काट्याचे पूर्ण फिरणे म्हणजे एक वर्तुळकोन होय.

   काटकोन $\frac{1}{4}$ घटक कोन असतो व सरळ कोन हा $\frac{1}{2}$ वर्तुळकोन असतो (degrees) कोनांचे अंशामधील माप काढण्यासाठी आपण कोनमापकाचा उपयोग करतो.

   काटकोनाचे माप 90° व सरळकोनाचे माप 180° असते. ज्या कोनाचे माप काटकोनापेक्षा कमी असते त्याला लघुकोन व ज्या कोनाचे माप काटकोनापेक्षा जास्त असते त्याला विशालकोन म्हणतात.

   एक प्रविशाल कोन हा सरळ कोनापेक्षा मोठा व वर्तुळ कोनापेक्षा लहान असतो.
4. जर दोन रेषांमधील कोन 90° असेल तर त्या परस्परांस लंब आहेत असे म्हणतात.
5. एका रेषेचा लंबदुभाजक त्या रेषेला लंब असतो व त्या रेषेला दुभागतो.
6. कोनांच्या आधारे त्रिकोणांचे खालीलप्रमाणे वर्गीकरण करता येते.

त्रिकोणाचे कोन	त्रिकोणाचे नाव
प्रत्येक कोन लघुकोन	लघुकोन त्रिकोण
एक कोन काटकोन	काटकोन त्रिकोण
एक कोन विशालकोन	विशालकोन त्रिकोण

7. बाजूंच्या लांबीवरून त्रिकोणांचे खालीलप्रमाणे वर्गीकरण करता येते.

त्रिकोणाच्या बाजूंची लांबी	नाव
तीन बाजू असमान लांबीच्या	विषमभुज त्रिकोण
दोन बाजूंची लांबी समान	समद्विभुज त्रिकोण
तीन बाजू एकसमान लांबीच्या	समभुज त्रिकोण

8. बाजूंच्या संख्येच्या आधारावर बहुभुजांचे खालील प्रकार आहेत.

बाजूंची संख्या	बहुभुजाचे नाव
3	त्रिकोण
4	चौकोन
5	पंचकोन
6	षट्कोन
8	अष्टकोन

9. चौकोनाचे त्यांच्या गुणधर्माच्या आधारे वर्गीकरण करता येते.

गुण	चौकोनाचा प्रकार
समांतर रेषांच्या दोन जोड्या	समांतरभुज चौकोन
4 काटकोन असलेला समांतरभुज	आयत
4 समान बाजू असलेला समांतर भुज	समभुज चौकोन
चारही कोन काटकोन असलेला समभुज	चौरस

10. आपण आपल्या परिसरात (आजूबाजूला) अनेक त्रिमितीय आकार पाहतो. त्यांतील काही घन, गोल, दंडगोल, शंकू व पिरॅमिड आहेत.