CHAPTER **41**

त्रिकोणमिति
[TRIGONOMETRY]

कुछ महत्वपूर्ण सूत्र :

1. $\sin\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}$

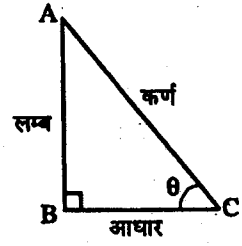
$\cos\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

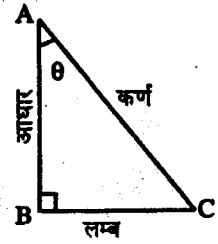
$\tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}}$

$\sec\theta = \frac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$

$\cot\theta = \frac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$





2. $\sin\theta.\operatorname{cosec}\theta = 1$; $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$;

$\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

3. $\cos\theta.\sec\theta = 1$; $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$;

$\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

4. $\tan\theta.\cot\theta = 1$; $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$;

$\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

4. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

6. $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$; $\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

7. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

8. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

9. $\sin(A+B)$
$= \sin A.\cos B + \cos A.\sin B$

10. $\sin(A-B)$
$= \sin A.\cos B - \cos A.\sin B$

11. $\cos(A+B)$
$= \cos A.\cos B - \sin A.\sin B$

12. $\cos(A-B)$
$= \cos A.\cos B + \sin A.\sin B$

13. $\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 + \tan A.\tan B}$

14. $\tan(A-B) = \frac{\tan A - \tan B}{1 + \tan A.\tan B}$

15. $\cot(A+B) = \frac{\cot A.\cot B - 1}{\cot B.\cot A}$

16. $\cot(A-B) = \frac{\cot A.\cot B + 1}{\cot B - \cot A}$

17. $\tan(A+B+C)$

$= \frac{\tan A + \tan B + \tan C - \tan A.\tan B.\tan C}{1 - \tan A.\tan B - \tan B.\tan C - \tan C.\tan A}$

18. $\sin(A+B).\sin(A-B)$
$= \sin^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \cos^2 A$

19. $\cos(A+B).\cos(A-B)$
$= \cos^2 A - \sin^2 B = \cos^2 B - \sin^2 A$

20. $\sin 2A = 2\sin A.\cos A. = \frac{2\tan A}{1 + \tan^2 A}$

21. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A = 1 - 2\sin^2 A$

$= 2\cos^2 A - 1 = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

22. $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$
23. $2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$
24. $2\cos^2 A = 1 + \cos 2A$
25. $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$
26. $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$
27. $\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$
28. $\sin(A+B) + \sin(A-B) = 2\sin A.\cos B$
29. $\sin(A+B) - \sin(A-B) = 2\cos A.\cos B$
30. $\cos(A+B) + \cos(A-B) = 2\cos A.\cos B$
31. $\cos(A-B) - \cos(A+B) = 2\sin A.\sin B$
32. $\sin C + \sin D = 2\sin\frac{C+D}{2}.\cos\frac{C-D}{2}$
33. $\sin C - \sin D = 2\cos\frac{C+D}{2}.\sin\frac{C-D}{2}$
34. $\cos C + \cos D = 2\cos\frac{C+D}{2}.\cos\frac{C-D}{2}$
35. $\cos C - \cos D = 2\sin\frac{C+D}{2}.\cos\frac{D-C}{2}$
36. $\sin(\sin^{-1}x) = x,\ 1 \le x \le 1$

$\sin^{-1}(\sin x) = x,\ -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

$\cos(\cos^{-1}x) = x, -1 \le x \le 1$

$\tan(\tan^{-1}x) = x, -\infty < x < \infty$

$\tan^{-1}(\tan x) = x,\ -\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$ *etc.*

37. $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - 1 \le x \le 1$

$\tan^{-1}x + \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \infty < x < \infty$

$\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x = \frac{\pi}{2}, x \le -1 \text{ or } x \ge 1$

38. $\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1}x$

$\cos^{-1}(-x) = \pi - \cos^{-1}x$

$\tan^{-1}(-x) = -\tan^{-1}x$

39. $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left[\frac{x+y}{1-xy}\right]$ when $x > 0, y > 0$ and $xy < 1$

$= \pi + \tan^{-1}\left[\frac{x+y}{1-xy}\right]$ when $x > 0, y > 0$ and $xy > 1$

$\tan^{-1}x - \tan^{-1}y = \tan^{-1}\left[\frac{x-y}{1+xy}\right]$ if $xy > -1$

$\sin^{-1}x + \sin^{-1}y$

$= \sin^{-1}[x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}], x \ge 0, y \ge 0, x^2 + y \le 1$

$\sin^{-1}x + \sin^{-1}y$

$= \pi - \sin^{-1}[x\sqrt{1-y^2} + y\sqrt{1-x^2}]$ when $x > 0, y > 0$ and $x^2 + y^2 > 1$

40. $2\tan^{-1} = \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$ when $-1 \le x \le 1$

$= \pi - \sin^{-1}\frac{2x}{1+x^2}$, when $x > 1$

$2\tan^{-1}x = \cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$ when $x \ge 0$

$= -\cos^{-1}\frac{1-x^2}{1+x^2}$ when $x < 0$

$2\tan^{-1}x = \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ when $-1 \le x \le 1$

$= \pi - \tan^{-1}\frac{2x}{1-x^2}$ when $x > 1$

41. $\operatorname{cosec}^{-1}x = \sin^{-1}\frac{1}{x},\ x \ne 0$

$\cos^{-1}x = \sec^{-1}\frac{1}{x},\ x \ne 0$

$\cot^{-1}x = \tan^{-1}\frac{1}{x},\ x > 0$

42. $\sin^{-1}x = \cos^{-1}\sqrt{1-x^2}, = \le x \le 1$

$\sin^{-1}x = -\cos^{-1}\sqrt{1-x^2}, -1 \le x \le 0$

43. यदि $0° < \theta < 90°$, तो $0 < \sin\theta < 1$
44. यदि $0° < \theta < 90°$, तो $1 > \cos\theta > 0$

महत्वपूर्ण प्रश्न (Important Questions)

1. निम्नलिखित में से कौन-सा $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ के बराबर है ?

(1) 0 (2) 1

(3) –1 (4) इनमें से कोई नहीं

2. निम्नलिखित में कौन-सा $\sin^4\theta - \cos^4\theta$ के बराबर है ?

(1) $(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2$

(2) $(\sin^2\theta - \cos^2\theta)^2$

(3) $(\sin\theta - \cos\theta)^4$

(4) $\sin^2\theta - \cos^2\theta$ **[SSC, 2008]**

3. $\sin(A + B)$ का सही मान क्या होगा ?

(1) सभी गलत

(2) $\sin A . \sin B + \cos A . \cos B$

(3) $\sin A . \cos B + \cos A \sin B$

(4) $\sin A . \cos B - \cos A . \sin B$

[RRB Ajmer (ASM), 2001]

4. सभी किसी समकोण त्रिभुज ABC के लिए $\angle A = 90°$ हो एवं $\cos\beta = \frac{3}{5}$ हो, तो इस त्रिभुज के लम्ब, आधार एवं कर्ण का मान क्रमशः होगा—

(1) 3, 3, 5 (2) 5, 3, 4

(3) 3, 4, 5 (4) 4, 3, 5

[RRB Ajmer, 2001]

5. $\sin\theta$ का मान [जहाँ θ न्यूनकोण है।] क्या है ?

(1) इनमें से कोई नहीं

(2) $\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta$

(3) $\sec^2\theta - \tan^2\theta$

(4) $\frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$ **[RRB Ajmer, 2001]**

6. यदि $\cos\theta = \frac{1}{3}$ हो, तो $\sin\theta + \tan\theta$ का मान होगा—

(1) $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (2) 3.5

(3) 3.75 (4) 4 **[RRB Ajmer, 2001]**

7. यदि $\cos\theta = \frac{m}{n}$ हो, तो $\tan\theta$ का मान होगा—

(1) इनमें से कोई नहीं (2) $\frac{\sqrt{n^2 - m^2}}{m}$

(3) $\frac{n^2 + m^2}{m}$ (4) $\frac{\sqrt{m}}{n^2 - m^2}$

[RRB Ajmer, 2001]

8. $\sin^2\theta + \text{cosec}^2\theta = x$ हो, तो x का मान होगा—

(1) $x \le 2$ (2) $x \le 1$

(3) $x \ge 1$ (4) $x \ge 2$

[RRB Ajmer, 2001]

9. $\sin\theta$ या $\cos\theta$ का अधिकतम मान है—

(1) इनमें से कोई नहीं (2) 1

(3) 0 (4) –1

[RRB Ajmer, 2001]

10. $\tan\theta$ तथा $\cot\theta$ का मान होगा—

(1) $-\infty$ से ∞ (2) –1 से +1

(3) 0 से ∞ (4) ∞ से 1

[RRB Ajmer, 2001]

11. यदि $\tan\theta = 1$ हो, तो $\frac{\sin\theta - 2\cos\theta}{\sin\theta + 3\cos\theta}$ का मान होगा—

(1) $-\frac{1}{4}$ (2) 1

(3) 0 (4) $\frac{1}{4}$

[RRB Ajmer, 2001]

12. $\cos 1°, \cos 2°, \cos 3° \ldots \cos 90°$ का गुणनफल है—

(1) –1 (2) 0

(3) 1 (4) ∞

[NDA, 2001]

13. $\tan 15° . \tan 25° . \tan 45° . \tan 65° . \tan 75°$ का मान है—

(1) 3 (2) 2

(3) $\sqrt{3}$ (4) 1 **[NDA, 2001]**

14. यदि $\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{\sin x}{1-\cos x} = 4$ तथा $0° < x < 90°$, तो x का मान है—

(1) 10° (2) 15°

(3) 30° (4) 45° **[NDA, 2001]**

15. यदि $1 + \tan^2 x - 2 \tan x = 0$ तथा $0° \le x \le 90°$, तो x का मान है—
(1) 30° (2) 45°
(3) 60° (4) 90° **[NDA, 2001]**

16. यदि $i = \sqrt{-1}$ हो, तो $\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]^3$ का मान है—
(1) 1 (2) –1
(3) 0 (4) 2 **[NDA, 2001]**

17. यदि $a = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), b = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ तथा $c = -\text{cosec}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ हो, तो $a^3 + b^3 + c^3$ का मान है—
(i) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (1) 1
(3) 0 (4) $\frac{-3\sqrt{2}}{2}$ **[NDA, 2001]**

18. $(\cos 10° - \sin 10°)$ का मान है—
(1) धनात्मक (2) ऋणात्मक
(3) शून्य (4) – 1 **[NDA 2001]**

19. यदि $2 \sin 30° + \tan 60° = \cos^2 \theta + \cos \theta + \sqrt{3} - 1$ हो तथा $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ हो, तो θ बराबर है—
(1) 0° (2) 45°
(3) 60° (4) 90° **[NDA, 2001]**

20. $\cos x$ के चरम मान है—
(1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ तथा $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(2) + 1 तथा – 1 (3) – 1 तथा 0
(4) 0 तथा 1 **[NDA, 2001]**

21. $\sin^6\theta + \cos^6\theta + 3\sin^2\theta \cdot \cos^2\theta$ का मान है–
(1) 1 (2) 2
(3) 3 (4) 5 **[NDA, 2001]**

22. $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ का मान है–
(1) $\sec x + \tan x$ (2) $\text{cosec } x + \cot x$
(3) $\tan x + \cot x$ (4) $\text{sex } x + \text{cosec } x$
[NDA 2001, R.R.B. 2008]

23. $(1 - \sin A + \cos A)^2$ बराबर है—
(1) $2(1 + \sin A)(1 + \cos A)$
(2) $2(1 + \sin A)(1 - \cos A)$
(3) $2(1 - \sin A)(1 + \cos A)$
(4) $2(1 - \sin A)(1 - \cos A)$ **[NDA, 2001]**

24. यदि $x = a\cos^4 t$ और $y = a\sin^4 t$ हो, तो $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ का मान है—
(1) 1 (2) $\sqrt{a}$
(3) a (4) t **[NDA, 2001]**

25. यदि $0° < \theta < 90°$ और $\tan\theta = \sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\ldots\ldots}}}$ हो, तो $\sec^2\theta$ का मान क्या है ?
(1) 4 (2) 10
(3) $\frac{4}{3}$ (4) $\frac{10}{9}$ **[NDA, 2001]**

26. यदि A सूक्ष्म कोण है एवं $\sin(90° - A) = \frac{1}{2}$, तो $\cot A + \text{cosec } A$ का संख्यानात्मक मान है—
(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(3) $\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{3}$
[RRB Jammu, 2005]

27. $\cot 9° \cot 27° \cot 63° \cot 81°$ का मान है—
(1) 0 (2) 2
(3) 1 (4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
[RRB Jammu, 2005]

28. यदि $\tan(A + B) = \frac{1}{2}$ एवं $\tan(A - B) = \frac{1}{3}$, तो $\tan 2A$ का मूल्य है—
(1) $\frac{5}{6}$ (2) 1
(3) $\frac{1}{7}$ (5) $\frac{1}{6}$
[RRB Jammu 2001, SSC 2009]

29. यदि $\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}}$ और $\sin B = \frac{1}{\sqrt{3}}$, जहाँ A और B न्यूनकोण हैं, तो (A + B) बराबर है—

(1) $\frac{\pi}{2}$ (2) $\frac{\pi}{3}$

(3) $\frac{\pi}{4}$ (4) π

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

30. $2 \sin \theta = a + \frac{1}{a}$ सम्भव है, जब—

(1) $a = \pm 1$ (2) $-1 < a < 1$

(3) $a = 1$ (4) a के सभी मान

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

31. $(\cos \theta + \sin \theta)^2 + (\cos \theta - \sin \theta)^2$ बराबर है—

(1) 0 (2) 1

(3) 4 (3) 2

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

32. $\tan\left\{2\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right) - \frac{\pi}{4}\right\}$ का अंकीय मान बराबर है—

(1) $\frac{7}{17}$ (2) $\frac{8}{18}$

(3) $-\frac{7}{17}$ (2) $-\frac{8}{18}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

33. यदि $\cos\theta = x$, $x > 0$, तो $\tan \theta$ का मान है—

(1) $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ (2) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}$

(3) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ (4) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

34. यदि $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, तो $\sin\theta + \sin 5\theta = \sin 3\theta$ के समाधान हैं—

(1) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}$ (2) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$

(3) $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{12}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

35. $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right) \times \sin\left(\frac{5\pi}{18}\right) \times \sin\left(\frac{7\pi}{18}\right) = ?$

(1) $\frac{1}{16}$ (2) $\frac{1}{8}$

(3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

36. यदि θ एक न्यूनकोण है, समीकरण $3 \tan \theta + \cot \theta = 5 \operatorname{cosec} \theta$ को सन्तुष्ट करने वाला θ का मान है—

(1) 30 (2) 60

(3) 15 (4) 45

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

37. यदि $\tan^2 45° - \cos^2 60° = x \sin^2 45° \tan 60°$, तो x का मान बताएँ—

(1) 1 (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\sqrt{3}$ (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

38. यदि $\alpha + \beta = 90°$ और $\alpha = 2\beta$, तो $\cos^2 \alpha + \sin^2 \beta$ बराबर है—

(1) 1 (2) 0

(3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhuneshwar, 2001]

39. यदि $\tan\theta=\frac{4}{5}$, तो $\frac{5\sin\theta-3\cos\theta}{5\sin\theta+3\cos\theta}$ का मान ज्ञात करें—

(1) 0 (2) 1

(3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{1}{7}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2001]

40. यदि $a\cos\theta+b\sin\theta=m$ और $a\sin\theta-b\cos\theta=n$, तो a^2+b^2 बराबर है—

(1) m^2+n^2 (2) $\sqrt{mn}$

(3) mn (4) $m-n$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2001]

41. यदि $\tan x+\sin x=a$ और $\tan x-\sin x=b$, तो $\frac{1}{4}\left(a^2-b^2\right)$ का मान है—

(1) $4\sqrt{ab}$ (2) $\sqrt{ab}$

(3) ab (4) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2001]

42. यदि $\sin\theta+\cos\theta=a$ और $\sec\theta+\operatorname{cosec}\theta=b$, तो—

(1) $ab=b^2-1$ (2) $a+b=1$

(3) $a^2-1=\frac{2a}{b}$ (4) $a=\frac{2b}{b^2}-1$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubneshwar, 2001]

43. यदि $a\cos\theta+b\sin\theta=8c$, तो $a\sin\theta-b\cos\theta$ का मान है—

(1) $\sqrt{1-c^2}$ (2) $\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

(3) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ (4) $\sqrt{1+c^2}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2001]

44. यदि $\tan A+\sin A=p$ और $\tan A-\sin A=q$, तो निम्नलिखित में कौन सत्य है ?

(1) $p^2+q^2=4\sqrt{pq}$

(2) $p+q=pq$ (3) $p-q=pq$

(4) $p^2-q^2=4\sqrt{pq}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2001]

45. यदि $A^2=\frac{(1+\sin x)}{(1-\sin x)}$, A बराबर है—

(1) $\frac{1+\tan x}{1-\tan x}$ (2) $\frac{1+\tan\frac{x}{2}}{1-\tan\frac{x}{2}}$

(3) $\frac{1-\sqrt{\sin x}}{1+\sqrt{\sin x}}$ (4) $\frac{1-\tan\frac{x}{2}}{1+\tan\frac{x}{2}}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Kolkata, 2002]

46. यदि $(\tan 35°.\tan 55°)=\sin A$, तो $\angle A$ डिग्री में किसके बराबर होगा ?

(1) 35° (2) 55°

(3) 90° (4) 180°

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

47. निम्नलिखित में से कौन-सा सम्भव है ?

(1) $\tan\theta=1,\cos\theta=\sqrt{2}$

(2) $\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}},\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan\theta=5,\cos\theta=1$

(4) $\tan\theta=100,\cos\theta=\frac{3}{5}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

48. $\frac{\sin A-\sin B}{\cos A+\sin B}+\frac{\cos A-\cos B}{\sin A+\sin B}$ बराबर है—

(1) sin A . cos B (2) cos A. cos B

(3) tan A . tan B (4) शून्य

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

49. निम्नलिखित में कौन-सा हमेशा धनात्मक है ?

(1) $\sin|x|+\cos|y|$ (2) $\sin x^2+\sin y^2$

(3) $\sin^2 x + \cos^2 y$ (4) सभी

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

50. $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$ बराबर है—

(1) $\sec\theta+\tan\theta$ (2) $\sec\theta-\tan\theta$

(3) $\sin\theta+\cos\theta$ (4) $\sin\theta-\cos\theta$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

51. यदि $(\tan A - \tan B) = x$ तथा $(\cot B - \cot A) = y$ हो, तो $\cot(A - B)$ का मान क्या है ?

(1) $\left(\frac{x+y}{xy}\right)$ (2) $(x \quad)$

(3) $(x+y)$ (4) $\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

52. $(1 + \cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)(1 + \tan\theta + \sec\theta)$ का मान है—

(1) $\sqrt{2}$ (2) 4

(3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

53. $\left(4\cot^2\frac{\pi}{3}+\sec^2\frac{\pi}{6}-\sin^2\frac{\pi}{4}\right)$ का मान है—

(1) $\frac{5}{2}$ (2) $\frac{17}{6}$

(3) $\frac{13}{6}$ (4) $\frac{19}{6}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

54. $\left(\frac{\tan 35^\circ}{\cot 55^\circ}+\frac{\cot 78^\circ}{\tan 12^\circ}+\frac{\sin 160^\circ}{\cos 20^\circ}+\frac{\sec 40^\circ}{\cos 140^\circ}-1\right)$ का मान है–

(1) 3 (2) 4

(3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (4) 2

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

55. $\sin 75^\circ$ का मान है—

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

(3) $\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

56. यदि कोण 'θ' प्रथम चतुर्थांश में है और $(\tan\theta+\cot\theta)=2$ है, तो $\left(\sqrt{\tan\theta}+\sqrt{\cot\theta}\right)$ का मान होगा—

(1) –4 (2) –3

(3) 2 (4) 4

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

57. यदि $\sin(A + B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ तथा $\sin(A - B) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ = हो, तो $(\cos^2 B - \cos^2 A)$ का मान क्या है ?

(1) $\frac{1}{2}$ (2) 1

(3) 0 (4) $\sqrt{2}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2002]**

58. $\frac{\cos ecA}{\cos ecA-1}+\frac{\cos ecA}{\cos ecA+1}=?$

(1) $2\sin^2 A$ (2) $2\tan^2 A$

(3) $2\sec^2 A$ (4) $2\operatorname{cosec}^2 A$

[BPSC, 2002]

59. $\left(\frac{1}{\cos A}+1\right)\left(\frac{1}{\cos A}-1\right)-\tan^2 A$ बराबर है—

(1) 2 (2) 1

(3) 3 (4) 0 **[BPSC, 2002]**

60. यदि $x=7\cos\theta$ एवं $y=9\sin\theta$ तो $\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{81}$ बराबर है—

(1) 49 (2) 81

(3) 1 (4) 0 **[BPSC, 2002]**

61. यदि $\sec\theta-\tan\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$, तो $\tan\theta$ का मान है—

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$

(3) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ **[BPSC, 2002]**

62. यदि $7\sin^2\theta+3\cos^2\theta=4$ व θ न्यून है, तो $\tan^2\theta$ का मान होगा—

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{7}$

(3) $\frac{3}{7}$ (4) $\frac{2}{7}$

[RRB Allahabad (ASM), 2002]

63. यदि $x + y = z$, हो $1 + \cos x + \cos y + \cos z$ बराबर है—

(1) $4\cos\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2}\sin\frac{z}{2}$

(2) $4\cos\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2}\cos\frac{z}{2}$

(3) $4\cos\frac{x}{2}\sin\frac{y}{2}\cos\frac{z}{2}$

(4) $4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{y}{2}\cos\frac{z}{2}$ **[NDA, 2002]**

64. यदि $x = \sin(A + B)\sin(A - B)$ और $y = \cos(A + B)\cos(A - B)$, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य नहीं है ?

(1) $x+y>0$ यदि $0° < B < 45°$ किसी A के लिए

(2) $x+y=0$, तो $B = 45°$, किसी A के लिए

(3) $x+y$ एक परिमेय राशि है, A व B कोई भी संख्या हो सकती है

(4) $x+y<0$ यदि $45° < B \leq 90°$, किसी भी A के लिए **[NDA, 2002]**

65. यदि $0°<\theta<90°$ और $x=\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta}-\frac{\cos 3\theta}{\cos\theta}$ और $y=\frac{\cos 3\theta}{\cos\theta}+\frac{\sin 3\theta}{\sin\theta}$, तो निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है ?

(1) $x=y\Rightarrow\theta=15°$

(2) $x=-y\Rightarrow\theta=60°$

(3) $\sqrt{2}x=y\Rightarrow\theta=30°$

(4) $\sqrt{3}x=y\Rightarrow\theta=22\frac{1°}{2}$ **[NDA, 2002]**

66. $\cot^{-1}\left[\frac{\sqrt{1-\sin x}+\sqrt{1+\sin x}}{\sqrt{1-\sin x}-\sqrt{1+\sin x}}\right]=?$

(1) $\frac{x}{3}$ (2) $2\pi-x$

(3) $\pi-\frac{x}{2}$ (4) $\pi-x$ **[NDA, 2002]**

67. $\tan^{-1}\frac{1}{2}+\tan^{-1}\frac{1}{3}+\tan^{-1}\frac{1}{4}=?$

(1) $\tan^{-1}\frac{3}{5}$ (2) $\tan^{-1}\frac{5}{3}$

(3) $\tan^{-1}\frac{1}{5}$ (4) $\tan^{-1}\frac{7}{3}$ **[NDA, 2002]**

68. यदि $(\tan\theta+\sec\theta)=x$ हो, तो $\tan\theta$ का मान है —

(1) $\frac{2x}{x^2-1}$ (2) $\frac{2x}{x^2+1}$

(3) $\frac{x^2+1}{2x}$ (4) $\frac{x^2-1}{2x}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[RRB Kolkata, 2003]**

69. यदि $\tan\theta=\frac{4}{3}$ हो, तो $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}$ का मान है—

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{1}{3}$

(3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$

(5) इनमें से कोई नहीं

[RRB Bhubaneshwar, 2003]

70. यदि $x+\frac{1}{x}=2\cos\theta$ हो, तो $x^3+\frac{1}{x^3}$ का मान क्या है?

(1) $\frac{1}{2}\cos\theta$ (2) $\cos\theta$

(3) $2\cos 3\theta$ (4) $3\cos 3\theta$

[NDA, 2003]

71. $\tan 70°$ किसके बराबर है ?
(1) $\tan 50° + \tan 20°$
(2) $2\tan 50° + \tan 20°$
(3) $\tan 50° + 2\tan 20°$
(4) $2\tan 50° + 2\tan 20°$
[RRB Gorakhpur, 2003]

72. $\cos 52° + \cos 68° + \cos 172°$ का मान है—
(1) 0 (2) 1
(3) -1 (4) $-\frac{1}{2}$
[RRB Gorakhpur, 2003]

73. $\sec\theta$ के रूप में $\sin\theta$ का मान है—
(1) $\frac{1}{\sqrt{\sec^2 -1}}$ (2) $\frac{\sec^2\theta}{\sqrt{\sec^2\theta-1}}$
(3) $\frac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$ (4) $\sqrt{\sec^2\theta-1}$
[CDS, 2003]

74. θ का मान $(0\le\theta\le\pi/2)$ क्या होगा, जबकि $\sin^2\theta-2\cos\theta+\frac{1}{4}=0$ है ?
(1) $\pi/2$ (2) $\pi/3$
(3) $\pi/4$ (4) $\pi/6$ **[CDS, 2003]**

75. यदि $\cos\theta+\sec\theta=2$ हो, तो $\cos^8\theta+\sec^8\theta$ का मान होगा—
(1) 2 (2) 2^2
(3) 2^4 (4) 2^8 **[CDS, 2003]**

76. $\frac{\sin 9°}{\sin 48°}-\frac{\cos 81°}{\cos 42°}$ का संख्यात्मक मान क्या है ?
(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) 0 (4) -1 **[CDS, 2003]**

77. यदि किसी कोण के दो भाग α और β इस प्रकार किए जाते हैं कि $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ और $\tan\beta=2$, तो कोण की माप कितनी है ?
(1) $\frac{2\pi}{3}$ (2) $\frac{\pi}{2}$
(3) π (4) $\frac{3\pi}{4}$ **[CDS, 2003]**

78. यदि $\alpha+\beta=90°$ है, तो $\cos ec^2\alpha+\cos ec^2\beta$ का मान है—
(1) $\cos ec^2\alpha.\cos ec^2\beta$
(2) $\sin^2\alpha\sin^2\beta$ (3) $\tan^2\alpha.\tan^2\beta$
(4) $\sec^2\alpha.\tan^2\beta$ **[CDS, 2003]**

79. यदि $\sin 2\theta=\cos 3\theta$ तथा θ एक न्यूनकोण है, तो θ का मान है—
(1) 18° (2) 27°
(3) 36° (4) 45° **[CDS, 2003]**

80. यदि $\sec 11\theta=\cos ec 7\theta(0\le\theta\le 20)$, हो तो θ का मान है—
(1) 5° (2) 10°
(3) 15° (4) 18° **[CDS, 2003]**

81. यदि $0<x<\frac{\pi}{2}$ तथा $(a\cos x-b\sin x)=c$ और a, b, c पूर्ण धनात्मक संख्याएँ इस प्रकार हैं कि $a^2+b^2>c^2$ तो $(a\sin x+b\cos x)$ का मान क्या है ?
(1) $\sqrt{a^2+c^2-b^2}$
(2) $\sqrt{-a^2+c^2-b^2}$
(3) $-\sqrt{a^2-c^2+b^2}$
(4) $\sqrt{a^2-c^2+b^2}$
[CDS, 2003]

82. $\sin\theta.\cos\theta$ अधिकतम मान क्या है ?
(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **[CDS, 2003]**

83. $\sin^3(15)° - \cos^3(15)°$ का मान है—
(1) $\frac{3}{4}(\sin 15°+\cos 15°)$

(2) $\frac{5}{8\sqrt{2}}$ (3) $\frac{-5}{8\sqrt{2}}$

(4) $\frac{-5}{4\sqrt{2}}$ **[CDS 2003, SSC 2008]**

84. $\frac{3\tan 20^\circ+\tan^3 20^\circ}{1-3\tan^2 20^\circ}$ का मान है—

(1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (2) 1

(3) $\sqrt{3}$ (4) ∞ **[CDS, 2003]**

85. यदि $2\cos^2\theta+11\sin\theta-7=0$, तो $\sin\theta$ का मान है—

(1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

(3) 5 (4) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ **[CDS, 2003]**

86. यदि $\cot\theta=\frac{1}{\sqrt{3}}$ हो, तो $\left[\frac{1-\cos^2\theta}{2-\sin^2\theta}\right]$ का मान है—

(1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{5}{3}$ (4) $\frac{3}{5}$

[RRB Bangalore (ASM), 2004]

87. यदि $8\tan x = 15$ हो, तो $(\sin x - \cos x)$ का मान है—

(1) $\frac{8}{17}$ (2) $\frac{17}{7}$

(3) $\frac{1}{17}$ (4) $\frac{7}{17}$

[RRB Bangalore (ASM), 2004]

88. $(\operatorname{cosec}\theta-\sin\theta)$ $(\sec\theta-\cos\theta)$ $(\tan\theta+\cot\theta)$ किसके बराबर होगा ?

(1) 1

(2) $\sec\theta\operatorname{cosec}\theta$

(3) $\sin\theta.\cos\theta$ (4) $\cot^2\theta$

(5) 2

[RRB Bhubaneshwar, 2005]

उत्तरमाला
Answer Keys

1. (2)	2. (4)	3. (3)	4. (4)	5. (4)
6. (1)	7. (2)	8. (4)	9. (2)	10. (1)
11. (1)	12. (2)	13. (4)	14. (3)	15. (2)
16. (2)	17. (4)	18. (1)	19. (1)	20. (2)
21. (1)	22. (1)	23. (3)	24. (2)	25. (2)
26. (3)	27. (3)	28. (2)	29. (5)	30. (2)
31. (4)	32. (3)	33. (1)	34. (2)	35. (2)
36. (2)	37. (2)	38. (3)	39. (4)	40. (1)
41. (2)	42. (3)	43. (5)	44. (4)	45. (5)
46. (3)	47. (2)	48. (4)	49. (3)	50. (2)
51. (1)	52. (4)	53. (3)	54. (5)	55. (3)
56. (3)	57. (1)	58. (3)	59. (4)	60. (3)
61. (3)	62. (1)	63. (2)	64. (3)	65. (2)
66. (3)	67. (2)	68. (4)	69. (5)	70. (3)
71. (2)	72. (1)	73. (3)	74. (2)	75. (1)
76. (3)	77. (2)	78. (1)	79. (1)	80. (1)
81. (4)	83. (2)	83. (4)	84. (3)	85. (2)
86. (4)	87. (4)	88. (1)		

हल एवं व्याख्यासहित
Solutions with Explanation

1. (2) $\sin^2\theta=\frac{\text{लम्ब}^2}{\text{कर्ण}^2}$ तथा $\cos^2\theta=\frac{\text{आधार}^2}{\text{कर्ण}^2}$

$$\therefore \sin^2\theta+\cos^2\theta=\frac{\text{लम्ब}^2}{\text{कर्ण}^2}+\frac{\text{आधार}^2}{\text{कर्ण}^2}$$

$$=\frac{\text{लम्ब}^2+\text{आधार}^2}{\text{कर्ण}^2}=\frac{\text{कर्ण}^2}{\text{कर्ण}^2}=1$$

2. (4) $\sin^4\theta-\cos^4\theta=(\sin^2\theta)^2-(\cos^2\theta)^2$

$=(\sin^2\theta+\cos^2\theta)(\sin^2-\cos^2\theta)$

$=\sin^2\theta-\cos^2\theta$

$\left[\because \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\right]$

3. (3) $\sin(A+B = \cos[90^\circ-(A+B)]$

$=\cos[(90^\circ-A)-B]$

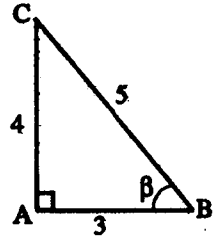
[$\because \cos(A-B) = \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B$]

$= \cos(90°-A) \cdot \cos B + \sin(90°-A) \cdot \sin B$

$= \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$

4. (4) $\because$ समकोण Δ ABC में $\angle A = 90°$ एवं

$\cos\beta = \frac{3}{5} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$



$\therefore$ लम्ब $= \sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{आधार})^2}$

$= \sqrt{(5)^2 - (3)^2}$

$= \sqrt{25-9} = 4$

5. (4) $\sin\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \cos\theta = \tan\theta \cdot \frac{1}{\sec\theta}$

$= \frac{\tan\theta}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$

6. (1) $\cos\theta = \frac{1}{3} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$\therefore$ लम्ब $= \sqrt{(\text{कर्ण})^2 - (\text{आधार})^2}$

$= \sqrt{(3)^2 - (1)^2} = 2\sqrt{2}$

$\therefore \sin\theta + \tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}} + \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$= \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{1} = \frac{8\sqrt{2}}{3}$

7. (2) $\cos\theta = \frac{m}{n} = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$\therefore$ लम्ब $= \sqrt{n^2 - m^2}$

$\therefore \tan\theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{\sqrt{n^2-m^2}}{m}$

8. (4) $x = \sin^2\theta + \cos ec^2\theta$

$= \sin^2\theta + \frac{1}{\sin^2\theta} - 2 + 2$

$\therefore \quad x = \left(\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta}\right)^2 + 2$

चूँकि $\left(\sin\theta - \frac{1}{\sin\theta}\right)^2$ एक पूर्ण वर्ग होने के कारण सदैव धनात्मक होगी ।

$\therefore \quad x \geq 2$

9. (2) चूँकि $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$, $\sin^2\theta$ तथा $\cos^2\theta$ वर्ग राशि होने के वजह से धनात्मक है और दोनों का योग 1 बराबर है । अत: $\sin^2\theta$ या $\cos^2\theta$ में से प्रत्येक 1 से छोटा होगा एवं प्रत्येक का मान अलग-अलग 1 से बड़ा नहीं हो सकता ।

10. (1)

11. (1) $\frac{\sin\theta - 2\cos\theta}{\sin\theta + 3\cos\theta} = \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - 2}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + 3} = \frac{\tan\theta - 2}{\tan\theta + 3}$

$= \frac{1-2}{1+3} = \frac{-1}{4}$

12. (2) $\cos 1° \cdot \cos 2° \cdot \cos 3° \ldots\ldots \cos 89° \cdot \cos 90°$

$= \cos 1° \cdot \cos 2° \cdot \cos 3° \ldots\ldots \cos 89° \times 0 = 0$

13. (4) $\tan 15° \cdot \tan 25° \cdot \tan 45° \cdot \tan 65° \tan 75° = \tan(90° - 75°) \cdot \tan(90° - 65°) \cdot \tan 45° \cdot \tan 65° \cdot \tan 75°$

$= \cot 75° \cdot \cot 65° \cdot \tan 45° \cdot \tan 65° \cdot \tan 75° = \tan 45° = 1$

14. (3) $\frac{\sin x}{1+\cos x} + \frac{\sin x}{1-\cos x} = 4$

या, $\frac{\sin x(1-\cos x) + \sin x(1+\cos x)}{(1+\cos x)(1-\cos x)} = 4$

या, $\frac{2\sin x}{\sin^2 x} = 4$

या, $\sin x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \sin 30°$

$\therefore \quad x = 30°$

15. (2) $1 + \tan^2 x - 2\tan x = 0$

या, $(1 - \tan x)^2 = 0$

या, $1 - \tan x = 0$

या, $\tan x = 1 = \tan 45°$

$\therefore \quad x = 45°$

16. (2) $\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]^3$

$= \left[\cos 3.\frac{\pi}{3} + i\sin 3.\frac{\pi}{3}\right]$

$= \cos\pi + i\sin\pi$

$= \cos 180° + \left(\sqrt{-1}\right)\sin 180°$

$= -1 + \left(\sqrt{-1}\right).0 = -1$

17. (4) $a+b+c = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) -$

$\cos ec\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} = 0$

यदि $a + b + c = 0$ हो, तो

$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

$\therefore \quad a^3 + b^3 + c^3 = 3.\sin\left(\frac{\pi}{4}\right).$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right).\left\{-\cos ec.\left(\frac{\pi}{4}\right)\right\}$

$= 3.\frac{1}{\sqrt{2}}.\frac{1}{\sqrt{2}}.\left(-\sqrt{2}\right) = -\frac{3}{2}\sqrt{2}$

18. (1) $\cos 10° - \sin 10°$

$= \cos 10° - \sin(90° - 80°)$

$= \cos 10° - \cos 80°$

$\because$ cos का मान 0° से 90° की ओर घटता है ।

$\therefore \quad \cos 10° > \cos 80°$

अत: इसका मान धनात्मक होगा ।

19. (1) $2\sin 30° + \tan 60° = \cos^2\theta + \cos\theta +$

$\sqrt{3} - 1$

या, $2\times\frac{1}{2} + \sqrt{3} = \cos^2\theta + \cos\theta + \sqrt{3} - 1$

या, $1 + \sqrt{3} - \sqrt{3} + 1 = \cos^2\theta + \cos\theta$

या, $\cos^2\theta + \cos\theta - 2 = 0$

या, $(\cos\theta + 2)(\cos\theta - 1) = 0$

या, $\cos\theta = 1$ या, -2 (अमान्य)

$\therefore \quad \theta = 0°$

20. (2)

21. (1) $\sin^6\theta + \cos^6\theta + 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

$= [(\sin^2\theta)^3 + (\cos^2\theta)^3] + 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

$= [(\sin^2\theta)^3 + (\cos^2\theta)^3] + 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

$= [(\sin^2\theta + \cos^2\theta)^2 - 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

$(\sin^2\theta + \cos^2\theta)] + 3\sin^2\theta.\cos^2\theta$

$= 1 - 3\sin^2\theta\cos^2\theta + 3\sin^2\theta\cos^2\theta$

$= 1$

22. (1) $\sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}} = \sqrt{\frac{(1+\sin x)(1+\sin x)}{(1-\sin x)(1+\sin x)}}$

$= \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{1-\sin^2 x}} = \sqrt{\frac{(1+\sin x)^2}{\cos^2 x}}$

$= \frac{1+\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x} + \frac{\sin x}{\cos x}$

$= \sec x + \tan x$

23. (3) $(1 - \sin A + \cos A)^2$

$= 1 + \sin^2 A + \cos^2 A - 2\sin A +$

$2\cos A - 2\sin A.\cos A$

$= 1 + 1 - 2\sin A + 2\cos A -$

$2\sin A.\cos A$

$= 2(1 - \sin A + \cos A - \sin A.\cos A)$

$= 2[(1 - \sin A) + \cos A(1 - \sin A)]$

$= 2(1 - \sin A)(1 + \cos A)$

24. (2) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a\cos^4 t} + \sqrt{a\sin^4 t}$

$= \sqrt{a}\cos^2 t + \sqrt{a}\sin^2 t$

$= \sqrt{a}\left(\cos^2 t + \sin^2 t\right)$

$= \sqrt{a}$

25. (2) माना $\tan\theta = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + ...}}}$

$\therefore \quad \tan\theta = \sqrt{6 + \tan\theta}$

या, $\tan^2\theta = 6 + \tan\theta$

या, $\tan^2\theta - \tan\theta - 6 = 0$

या, $(\tan\theta-3)(\tan\theta+2)=0$

यदि $\tan\theta+2=0$ हो,

तो $\tan\theta=-2$ (लेकिन सामान्य)

अत: $\tan\theta-3=0$

या, $\tan\theta=3$

$\therefore \sec^2\theta=1+\tan^2\theta=1+(3)^2=10$

26. (3) $\sin(90°-A)=\frac{1}{2}$

या, $\cos A=\cos 60°$

$\therefore A=60°$

$\therefore \cot A+\operatorname{cosec} A$

$=\cot 60°+\operatorname{cosec} 60°$

$=\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

27. (3) $\cot 9°\cot 27°\cot 63°\cot 81°$

$=\cot 9°\cot 27°\cot(90°-27°)$

$\cot(90°-9°)$

$=\cot 9°\cot 27°\tan 27°\tan 9°$

$=1$

28. (2) $\tan(A+B)=\frac{1}{2}$

या, $A+B=\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ...(i)

तथा $\tan(A-B)=\frac{1}{3}$

या, $A-B=\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ (...ii)

समी॰ (i) तथा (ii) को जोड़ने पर,

$\tan 2A=1$

29. (5) $\because \sin A=\frac{1}{\sqrt{10}}$

$\therefore \cos A=\frac{3}{\sqrt{10}}$

तथा $\sin B=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore \cos B=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

तब, $\sin(A+B)=\sin A.\cos B+\cos A.\sin B$

$=\frac{1}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{3}{\sqrt{10}}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\left(\frac{3+\sqrt{2}}{\sqrt{30}}\right)$

$\therefore A+B=\sin^{-1}\frac{(3+\sqrt{2})}{\sqrt{30}}$

30. (2) $2\sin\theta=a+\frac{1}{a}=\frac{a^2+1}{a}$

या, $\sin\theta=\frac{a^2+1}{2a}$ संगत है, जबकि θ के सभी मानों के लिए $-1<\sin\theta<1$

या, $-1<\frac{a^2+1}{2a}<1$

या, $-2a<a^2+1<2a$

या, $0<(a+1)^2$ और $(a-1)^2<0$

या, $0<(a+1)$ और $(a-1)<0$

या, $-1<a$ और $a<1$

31. (4) $(\cos\theta+\sin\theta)^2+(\cos\theta-\sin\theta)^2$

$=\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\sin\theta.\cos\theta+$

$\cos^2\theta+\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta$

$=1+2\sin\theta\cos\theta+1-2\sin\theta\cos\theta$

$=2$.

32. (3) माना $\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)=\theta$

या, $\tan\theta=\frac{1}{5}$ $\therefore 2\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)=2\theta$

या, $\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{5}}{1-\left(\frac{1}{5}\right)^2}$

$=\frac{5}{12}$

अब, $\tan\left\{2\tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)-\frac{\pi}{4}\right\}$

$=\tan\left\{2\theta-\frac{\pi}{4}\right\}$

$$=\frac{\tan 2\theta-\tan\frac{\pi}{4}}{1+\tan 2\theta.\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{\frac{5}{12}-1}{1+\frac{5}{12}\times 1}=-\frac{7}{17}$$

33. (1) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\sqrt{1-\cos^2\theta}}{\cos\theta}=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

34. (2) $\sin\theta+\sin 5\theta=\sin 3\theta$

या, $2\sin 3\theta.\cos 2\theta-\sin 3\theta=0$

या, $\sin 3\theta(2\cos 2\theta-1)=0$

या, $\sin 3\theta=0=\sin 0°$

या, $3\theta=n\pi+(-1)^n.0=n\pi$

या, $\theta=\frac{n\pi}{3}$

फिर, $\cos 2\theta=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$

या, $2\theta=2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$

या, $\theta=n\pi\pm\frac{\pi}{6}$

$\because\quad 0<\theta<\frac{\pi}{2}$

$\therefore\quad \theta=\frac{\pi}{3}$ तथा $+\frac{\pi}{6}$

35. (2) $\sin\left(\frac{\pi}{18}\right)\times\sin\left(\frac{5\pi}{18}\right)\times\sin\left(\frac{7\pi}{18}\right)$

$=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{18}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{5\pi}{18}\right)\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{7\pi}{18}\right)$

$=\cos\frac{4\pi}{9}\cos\frac{2\pi}{9}\cos\frac{\pi}{9}=\frac{\sin\left[2^3.\frac{\pi}{9}\right]}{2^3.\sin\frac{\pi}{9}}$

$=\frac{1}{2^3}.\frac{\sin\frac{8\pi}{9}}{\sin\frac{\pi}{9}}=\frac{1}{8}.\frac{\sin\left(\pi-\frac{\pi}{9}\right)}{\sin\frac{\pi}{9}}$

$=\frac{1}{8}.\frac{\sin\frac{\pi}{9}}{\sin\frac{\pi}{9}}=\frac{1}{8}$

36. (2) $3\tan\theta+\cot\theta=5\operatorname{cosec}\theta$

या, $3\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=5\times\frac{1}{\sin\theta}$

या, $3\sin^2\theta+\cos^2\theta=5\cos\theta$

या, $3(1-\cos^2\theta)+\cos^2\theta=5\cos\theta$

या, $3-2\cos^2\theta-5\cos\theta=0$

या, $(2\cos\theta-1)(\cos\theta+3)=0$

या, $\cos\theta=\frac{1}{2},-3$ [अमान्य]

$\therefore\quad \theta=60°$

37. (2) $\tan^2 45°-\cos^2 60°=x\sin^2 45°\tan 60°$

या, $1-\left(\frac{1}{2}\right)^2=x\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\left(\sqrt{3}\right)$

या, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=x$ या, $\frac{3}{2\sqrt{3}}=x$

या, $\frac{3\sqrt{3}}{2\times 3}=x\qquad\therefore\quad x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

38. (3) $\alpha+\beta=90°$ तथा $\alpha=2\beta$

तब, $2\beta+\beta=90°$

या, $\beta=30°$ तथा $\alpha=60°$

$\therefore\quad \cos^2\alpha+\sin^2\beta=\cos^2 60°+\sin^2 30°$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

39. (4) $\frac{5\sin\theta-3\cos\theta}{5\sin\theta+3\cos\theta}=\frac{5\tan\theta-3}{5\tan\theta+3}$

$=\frac{5\times\frac{4}{5}-3}{5\times\frac{4}{2}+3}=\frac{1}{7}$

40. (1) $a\cos\theta+b\sin\theta=m$ ...(i)

$a\sin\theta-b\cos\theta=n$ ...(ii)

दोनों समीकरणों को वर्ग कर जोड़ने पर,

$a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta+2ab\cos\theta\sin\theta=m^2$

$a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta-2ab\cos\theta\sin\theta=n^2$

$a^2(\cos^2\theta+\sin^2\theta)+b^2$

$(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=m^2+n^2$

$\therefore\quad a^2+b^2=m^2+n^2$

41. (2) $\tan x+\sin x=a$ तथा $\tan x-\sin x=b$ से,

$\sin x=\dfrac{a-b}{2}$ तथा $\tan x=\dfrac{a+b}{2}$

या, $\dfrac{\sin x}{\cos x}=\dfrac{a+b}{2}$

या, $\cos x=\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)$

$\because\quad \sin^2 x=1-\cos^2 x$

या, $\left(\dfrac{a-b}{2}\right)^2=1-\left(\dfrac{a-b}{a+b}\right)^2$

या, $\dfrac{(a-b)^2}{4}=1-\dfrac{(a-b)^2}{(a+b)^2}$

या, $(a-b)^2(a+b)^2=16ab$

या, $(a-b)(a+b)=4\sqrt{ab}$

या, $\dfrac{1}{4}\left(a^2-b^2\right)=\sqrt{ab}$

42. (3) $\sec\theta+\operatorname{cosec}\theta=b$

या, $\dfrac{1}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\sin\theta}=b$

या, $\sin\theta+\cos\theta=b\sin\theta\cos\theta$

या, $a=b\sin\theta\cos\theta$

या, $\sin\theta\cos\theta=\dfrac{a}{b}$

$\therefore\quad (\sin\theta+\cos\theta)^2=\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta$

या, $a^2=1+2\dfrac{a}{b}$

या, $a^2-1=\dfrac{2a}{b}$

43. (5) $a\cos\theta+b\sin\theta=8c$

या, $a^2\cos^2\theta+b^2\sin^2\theta+2ab\sin\theta\cos\theta=64c^2$

या, $a^2(1-\sin^2\theta)+b^2(1-\cos^2\theta)+2ab\sin\theta\cos\theta=64c^2$

या, $a^2+b^2-a^2\sin^2\theta-b^2\cos^2\theta+2ab\sin\theta\cos\theta=64c^2$

या, $a^2+b^2-64c^2=a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta-2ab\sin\theta\cos\theta$

या, $(a\sin\theta-b\cos\theta)^2=a^2+b^2-64c^2$

या, $a\sin\theta-b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2-64c^2}$

44. (4) $\tan A+\sin A=p$ तथा

$\tan A-\sin A=q$

$\therefore\quad \sin A=\dfrac{p-q}{2}$ तथा

$\tan A=\dfrac{p+q}{2}$ या, $\dfrac{\sin A}{\cos A}=\dfrac{p+q}{2}$

या, $\cos A=\left(\dfrac{p-q}{p+q}\right)$

$\because\quad \sin^2 A=1-\cos^2 A$

या, $\left(\dfrac{p-q}{2}\right)^2=1-\left(\dfrac{p-q}{p+q}\right)^2$

या, $\left(\dfrac{p-q}{4}\right)^2=1-\dfrac{(p-q)^2}{(p+q)^2}$

या, $(p-q)^2(p+q)^2=16pq$

या, $p^2-q^2=4\sqrt{pq}$

45. (5) $A^2=\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}$

या, $A=\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$

$=\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}\times\dfrac{1+\sin x}{1+\sin x}}$

$=\sqrt{\dfrac{(1-\sin x)^2}{1-\sin^2 x}}=\dfrac{1}{\cos x}+\dfrac{\sin x}{\cos x}$

$=\sec x+\tan x$

46. (3) $\tan 35^\circ\,.\,\tan 55^\circ\,.=\sin A$

या, $\tan(90^\circ-55^\circ)\,.\,\tan 55^\circ=\sin A$

या, $\cot 55^\circ\,.\,\tan 55^\circ=1=\sin A$

$\therefore\quad A=90^\circ$

47. (2) $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}},\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

48. (4) $\frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} + \frac{\cos A - \cos B}{\sin A + \sin B}$

$$= \frac{\sin^2 A - \sin^2 B + \cos^2 A - \cos^2 B}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$$

$$= \frac{\sin^2 A + \cos^2 A - (\sin^2 B + \cos^2 B)}{(\cos A + \cos B)(\sin A + \sin B)}$$

$= 0$

49. (3) s ^{2}ix + $\cos^2 y$ में दोनों वर्ग संख्या है और वर्ग संख्या हमेशा धनात्मक होती है ।

50. (2) $\sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}} = \sqrt{\frac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta} \times \frac{1-\sin\theta}{1-\sin\theta}}$

$$= \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{1-\sin^2\theta}} = \sqrt{\frac{(1-\sin\theta)^2}{\cos^2\theta}}$$

$$= \frac{1-\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{1}{\cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$= \sec\theta - \tan\theta$

51. (1) $\cot B - \cot A = y$

या, $\frac{1}{\tan B} - \frac{1}{\tan A} = y$

या, $\frac{\tan A - \tan B}{\tan A . \tan B} = y$

या, $\tan A . \tan B = \frac{x}{y}$

तथा $\cot(A-B) = \frac{1+\tan A \tan B}{\tan A - \tan B}$

$$= \frac{\left(1+\frac{x}{y}\right)}{x} = \left(\frac{x+y}{xy}\right)$$

52. (4) $(1+\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)(1+\tan\theta+\sec\theta)$

$$= \left(1+\frac{\cos\theta}{\sin\theta} - \frac{1}{\sin\theta}\right)\left(1+\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{1}{\cos\theta}\right)$$

$$= \left(\frac{\sin\theta+\cos\theta-1}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\cos\theta+\sin\theta+1}{\cos\theta}\right)$$

$$= \frac{(\sin\theta+\cos\theta)^2 - (1)^2}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta-1}{\sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{1+2\sin\theta\cos\theta-1}{\sin\theta\cos\theta} = 2$$

53. (3) $\left(4\cot^2\frac{\pi}{3} + \sec^2\frac{\pi}{6} - \sin^2\frac{\pi}{4}\right)$

$= (4\cot^2 60^\circ + \sec^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ$

$$= \left\{4\times\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}$$

$$= \left\{4\times\frac{1}{3}+\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right\} = \frac{13}{6}$$

54. (5) $\left(\frac{\tan 35^\circ}{\cot 55^\circ} + \frac{\cot 78^\circ}{\tan 12^\circ} + \frac{\sin 160^\circ}{\cos 20^\circ} + \frac{\sec 40^\circ}{\cos 140^\circ} - 1\right)$

$$= \left[\frac{\tan 35^\circ}{\cot(90^\circ-35^\circ)} + \frac{\cot 78^\circ}{\tan(90^\circ-78^\circ)} + \frac{\sin(180^\circ-20^\circ)}{\cos 20^\circ} - \frac{\sec 40^\circ}{\cos(180^\circ-40^\circ)} - 1\right]$$

$$= \left(\frac{\tan 35^\circ}{\tan 35^\circ} + \frac{\cot 78^\circ}{\cot 78^\circ} + \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} - \frac{\sec 40^\circ}{\cos 40^\circ} - 1\right)$$

$$= \left(1+1+\tan 20^\circ - \frac{1}{\cos^2 40^\circ} - 1\right)$$

$$= \left(1+\tan 20^\circ - \frac{1}{\cos^2 40^\circ}\right)$$

55. (3) $\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$

$= \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$$

56. (3) $\left(\sqrt{\tan\theta} + \sqrt{\cot\theta}\right)^2 = \tan\theta + \cot\theta + 2$

$= 2 + 2 = 4$

$\therefore \left(\sqrt{\tan\theta} + \sqrt{\cot\theta}\right) = 2$

57. (1) $\cos^2 B - \cos^2 A$

$= \sin(A+B) . \sin(A-B)$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

58. (3) $\dfrac{\cos ecA}{\cos ecA-1}+\dfrac{\cos ecA}{\cos ecA+1}$

$=\cos ecA\left[\dfrac{\cos ecA+1+\cos ecA-1}{(\cos ecA-1)(\cos ecA+1)}\right]$

$=\dfrac{2\cos ec^2A}{\cot^2A}=\dfrac{2(1+\cot^2A)}{\cot^2A}$

$= 2(\tan^2 A + 1) = 2\sec^2 A$

59. (4) $\left(\dfrac{1}{\cos A}+1\right)\left(\dfrac{1}{\cos A}-1\right)-\tan^2A$

$= (\sec A + 1)(\sec A - 1) - \tan^2 A$

$= \tan^2 A - \tan^2 A = 0$

60. (3) $x=7\cos\theta$

या, $\left(\dfrac{x}{7}\right)=\cos\theta$

तथा $y=9\sin\theta$

या, $\left(\dfrac{y}{9}\right)=\sin\theta$

$\therefore \quad \dfrac{x^2}{49}+\dfrac{y^2}{81}=\left(\dfrac{x}{7}\right)^2+\left(\dfrac{y}{9}\right)^2$

$=\cos^2\theta+\sin^2\theta=1$

61. (3) $\sec\theta-\tan\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

या, $\sec\theta=\tan\theta+\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

या, $\sec^2\theta=\left(\tan\theta+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$

या, $1+\tan^2\theta=\tan^2\theta+\dfrac{1}{3}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}\tan\theta$

या, $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\tan\theta=\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \quad \tan\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

62. (1) $7\sin^2\theta+3\cos^2\theta=4$

या, $5\sin^2\theta+3(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=4$

या, $\sin^2\theta=\dfrac{1}{4}$

$\therefore \quad \tan^2\theta=\dfrac{\sin^2\theta}{1-\sin^2\theta}=\dfrac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{3}$

63. (2) $1+\cos x+\cos y+\cos z$

$=1+2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}+\cos z$

$=1+2\cos\dfrac{z}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}+2\cos^2\dfrac{z}{2}-1$

$=2\cos\dfrac{z}{2}\left[\cos\dfrac{x-y}{2}+\cos\dfrac{x+y}{2}\right]$

$=2\cos\dfrac{z}{2}.2\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{y}{2}$

$=4\cos\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{y}{2}\cos\dfrac{z}{2}$

64. (3) $x+y=\cos(A+B)\cos(A-B)+$ $\sin(A+B)\sin(A-B)$

$=\cos(A+B-A+B)=\cos 2B$

यदि B = 15, तो $\cos 30=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

अत: $x+y$ परिमेय संख्या नहीं है ।

65. (2) $x=\dfrac{\sin 3\theta}{\sin\theta}-\dfrac{\cos 3\theta}{\cos\theta}$

$=\dfrac{3\sin\theta-4\sin^3\theta}{\sin\theta}-\dfrac{4\cos^3\theta-3\cos\theta}{\cos\theta}$

$=3-4\sin^2\theta-4\cos^2\theta+3$

$=6-4(\sin^2\theta+\cos^2\theta)=6-4=2$

फिर, $y=\dfrac{\cos 3\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\sin 3\theta}{\sin\theta}$

$=\dfrac{4\cos^3\theta-3\cos\theta}{\cos\theta}+\dfrac{3\sin\theta-4\sin^3\theta}{\sin\theta}$

$=4\cos^2\theta-3+3-4\sin^2\theta$

$=4(\cos^2\theta-\sin^2\theta)$

$[\because \cos^2\theta-\sin^2\theta=\cos 2\theta]$

$=4\cos 2\theta$

अब, यदि $\theta=60°$

तो $y = 4\cos 120°$

$=4\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-2$

$\therefore \quad x=-y$

66. (3) $\cot^{-1}\left[\dfrac{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}+\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}-\sin\frac{x}{2}}\right]$

$=\cot^{-1}\left[-\dfrac{2\cos\frac{x}{2}}{2\sin\frac{x}{2}}\right]=-\cot^{-1}\cot\dfrac{x}{2}$

$=+\cot^{-1}\cot\left(\pi-\dfrac{x}{2}\right)=\pi-\dfrac{x}{2}$

67. (2) $\tan^{-1}\left(\dfrac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{6}}\right)=\tan^{-1}\dfrac{5/6}{5/6}$

$=\tan^{-1}1=\dfrac{\pi}{4}$

$\therefore\quad \tan^{-1}\dfrac{1}{2}+\tan^{-1}\dfrac{1}{3}+\tan^{-1}\dfrac{1}{4}$

$=\tan^{-1}1+\tan^{-1}\dfrac{1}{4}=\tan^{-1}\dfrac{1+\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}$

$=\tan^{-1}\dfrac{5/4}{3/4}=\tan^{-1}\dfrac{5}{3}$

68. (4) $\because\quad \sec^2\theta-\tan^2\theta=1$

या, $(\sec\theta+\tan\theta)(\sec\theta-\tan\theta)=1$

या, $(\sec\theta-\tan\theta)x=1$

या, $\sec\theta-\tan\theta=\dfrac{1}{x}$

तब, $(\sec\theta+\tan\theta)-(\sec\theta-\tan\theta)$

$=x-\dfrac{1}{x}$

या, $2\tan\theta=\dfrac{x^2-1}{x}$

$\therefore\quad \tan\theta=\dfrac{x^2-1}{2x}$

69. (5) $\tan\theta=\dfrac{4}{3}=\dfrac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$

$\therefore\quad \text{कर्ण}=\sqrt{(\text{लम्ब})^2+(\text{आधार})^2}$

$=\sqrt{(4)^2+(3)^2}$

$=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

तो $\sin\theta=\dfrac{\text{लम्ब}}{\text{कर्ण}}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore\quad \sqrt{\dfrac{1-\sin\theta}{1+\sin\theta}}=\sqrt{\dfrac{1-\frac{4}{5}}{1+\frac{4}{5}}}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\pm\dfrac{1}{3}$

70. (3) $x+\dfrac{1}{x}=2\cos\theta$

या, $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^3=(2\cos\theta)^3$

या, $x^3+\dfrac{1}{x^3}+3\left(x+\dfrac{1}{x}\right)=8\cos^3\theta$

या, $x^3+\dfrac{1}{x^3}=8\cos^3\theta-6\cos\theta$

$=2\left[4\cos^3\theta-3\cos\theta\right]=2\cos3\theta$

71. (2) $\tan 70°=\tan(20°+50°)$

$=\dfrac{\tan 20°+\tan 50°}{1-\tan 20°\tan 50°}$

या, $\tan 70°-\tan 70°.\tan 20°\tan 50°$
$=\tan 20°+\tan 50°$

या, $\tan 70°=\tan 20°+\tan 50°+$
$\cot(20°)\tan 20°\tan 50°$

$=\tan 20°+\tan 50°+\tan 50°$

$=2\tan 50°+\tan 20°$

72. (1) $\cos 52°+\cos 68°+\cos 172°$

$=\cos 68°+2\cos\dfrac{(172°+52°)}{2}\cos\dfrac{(172°-52°)}{2}$

$=\cos 68°+2\cos 60°\cdot\cos 112°$

$=\cos 68°+2\left(\dfrac{1}{2}\right)\cos 112°$

$=2\cos\dfrac{(112°+68°)}{2}\cos\dfrac{(112°-68°)}{2}$

$=2\cos 90°\cos 22°$ [$\because\ \cos 90°=0$]

$=0$

73. (3) $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$

$=\sqrt{1-\dfrac{1}{\sec^2\theta}}=\dfrac{\sqrt{\sec^2\theta-1}}{\sec\theta}$

74. (2) $\sin^2\theta-2\cos\theta+\frac{1}{4}=0$

या, $1-\cos^2\theta-2\cos\theta+\frac{1}{4}=0$

या, $\cos^2\theta+2\cos\theta-\frac{5}{4}=0$

या, $4\cos^2\theta+8\cos\theta-5=0$

या, $(2\cos\theta+5)(2\cos\theta-1)=0$

$\therefore \quad \cos\theta=\frac{1}{2}$ या, $\theta=\frac{\pi}{3}$

75. (1) $(\cos\theta+\sec\theta)=2$

या, $(\cos\theta+\sec\theta)^2=4$

या, $\cos^2\theta+\sec^2\theta+2=4$

या, $\cos^2\theta+\sec^2\theta=0$

इसी प्रकार,

$\cos^4\theta+\sec^4\theta=2$

तथा $\cos^8\theta+\sec^8\theta=2$

76. (3) $\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ}-\frac{\cos 81^\circ}{\cos 42^\circ}$

$=\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ}-\frac{\sin(90^\circ-81^\circ)}{\sin(90^\circ-42^\circ)}$

$=\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ}-\frac{\sin 9^\circ}{\sin 48^\circ}=0$

77. (2) $\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$

$=\frac{\frac{1}{2}+2}{1-\frac{1}{2}\times 2}=\infty$

$\therefore \quad (\alpha+\beta)=90^\circ=\frac{\pi}{2}$

78. (1) $\operatorname{cosec}^2\alpha+\operatorname{cosec}^2\beta$

$=\frac{1}{\sin^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\beta}=\frac{\sin^2\beta+\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha.\sin^2\beta}$

$=\frac{1-\cos 2\alpha+1-\cos 2\beta}{2\sin^2\alpha\sin^2\beta}$

$=\frac{2-(\cos 2\alpha+\cos 2\beta)}{2\sin^2\alpha\sin^2\beta}$

$=\frac{2-2\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)}{2\sin^2\alpha\sin^2\beta}$

$=\frac{2-0}{2\sin^2\alpha\sin^2\beta}$ $[\because \alpha+\beta=90^\circ]$

$=\operatorname{cosec}^2\alpha\operatorname{cosec}^2\beta$

79. (1) $\sin 2\theta=\cos 3\theta$

या, $\sin 2\theta=\sin(90^\circ-3\theta)$

या, $2\theta=90^\circ-3\theta$

या, $\theta=18^\circ$

80. (1) $\sec 11\theta=\operatorname{cosec}7\theta$

या, $\frac{1}{\cos 11\theta}=\frac{1}{\sin 7\theta}$

या, $\sin 7\theta=\cos 11\theta=\sin(90^\circ-11\theta)$

या, $7\theta+11\theta=90^\circ$

$\therefore \quad \theta=5^\circ$

81. (4) $(a\cos x-b\sin x)^2=c^2$

या, $a^2\cos^2 x+b^2\sin^2 x-2ab\cos x\sin x=c^2$

या, $a^2(1-\sin^2 x)+b^2(1-\cos^2 x)-2ab\cos x\sin x=c^2$

या, $a^2+b^2-(a^2\sin^2 x+b^2\cos^2 x+2ab\sin x\cos x)=c^2$

या, $a^2\sin^2 x+b^2\cos^2 x+2ab\sin x\cos x=a^2+b^2-c^2$

या, $(a\sin x+b\cos x)^2=a^2+b^2-c^2$

$\therefore \quad a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2-c^2}$

82. (2) $\sin\theta.\cos\theta=\frac{1}{2}\sin 2\theta=\frac{1}{2}(1)$

$\sin 2\theta$ का अधिकतम मान 1 होता है ।

अभीष्ट अधिकतम मान $=\frac{1}{2}$

83. (4) $\sin^3 15^\circ-\cos^3 15^\circ$

$=(\sin 15^\circ-\cos 15^\circ)$

$(\sin^2 15^\circ+\cos^2 15^\circ+\sin 15^\circ\cos 15^\circ)$

$=(\sin 15^\circ-\cos 15^\circ)\left(1+\frac{1}{2}\sin 30^\circ\right)$

$=(\sin 15^\circ-\cos 15^\circ)\left(1+\frac{1}{4}\right)$

$$=\frac{5}{4}\ [\sin 15^\circ - \sin(90^\circ - 15^\circ)]$$

$$=\frac{5}{4}\ (\sin 15^\circ - \sin 75^\circ)$$

$$=-\frac{5}{4}\times 2\cos\frac{90^\circ}{2}.\sin 30^\circ$$

$$=-\frac{5}{4}\times 2\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2}=\frac{-5}{4\sqrt{2}}$$

84. (3) $\dfrac{3\tan 20^\circ+\tan^3 20^\circ}{1-3\tan^2 20^\circ}$

$$=\tan 3.(20^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$$

85. (2) $2\cos^2\theta+11\sin\theta-7=0$

या, $2(1-\sin^2\theta)+11\sin\theta-7=0$

या, $-2\sin^2\theta+11\sin\theta-5=0$

या, $2\sin^2\theta-11\sin\theta+5=0$

$$\therefore\quad \sin\theta=\frac{11\pm\sqrt{121-40}}{4}$$

$$=\frac{11\pm 9}{4}=\frac{20}{4}\ \text{या,}\ \frac{2}{4}$$

$$=5\ \text{या,}\ \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

[$\because$ $\sin\theta$ का मान 1 से ज्यादा नहीं होता है]

86. (4) $\cot\theta=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$

$$\therefore\quad \text{कर्ण}=\sqrt{(\text{लम्ब})^2+(\text{आधार})^2}$$

$$=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(1)^2}=2$$

तो $\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ तथा $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ का मान रखने पर,

$$\frac{\left[1-\cos^2\theta\right]}{\left[2-\sin^2\theta\right]}=\frac{1-\frac{1}{4}}{2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{3}{5}$$

87. (4) $8\tan x = 15$

$$\therefore\quad \tan x=\frac{15}{8}=\frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\therefore\quad \text{कर्ण}=\sqrt{(15)^2+(8)^2}=17$$

अत: $\cos x=\dfrac{8}{17}$ तथा $\sin x=\dfrac{15}{17}$

$$\therefore\quad (\sin x-\cos x)=\frac{15}{17}-\frac{8}{17}=\frac{7}{17}$$

88. (1) $(\cos ec\theta-\sin\theta)(\sec\theta-\cos\theta)(\tan\theta+\cot\theta)$

$$=\left(\frac{1}{\sin\theta}-\sin\theta\right)\left(\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)$$

$$=\left(\frac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta}\right)\left(\frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\cos\theta\sin\theta}\right)$$

$$=\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta}\times\frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}\times\frac{1}{\cos\theta.\sin\theta}=1$$

□