अध्याय - 10

घातांक और घात

(EXPONENT AND POWER)

10.1 भूमिका

हम जानते हैं कि किसी संख्या को बार–बार उसी संख्या से गुणा करने पर, गुणनफल को सूक्ष्म रूप से घातांकीय रूप (Exponential form) में व्यक्त कर सकते हैं।

जैसे– $10 \times 10 \times 10 = 10^3$ यहाँ 10 आधार (base) और 3 उसका घातांक या घात (Exponent or Power) है। 10^3 को "10 की घात 3" पढ़ते हैं।

इस प्रकार $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100000$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = ...$

$10^1 = 10 = ...$

स्वयं करके देखिए

घातांकीय रूप में लिखिए

(1) $2 \times 2 \times 2 =$

(2) $(-5) \times (-5) = ...$

(3) $\frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} \times \frac{3}{7} = ...$

(4) $a \times a \times a \times ....$ m बार =

ऊपर 10 के लिए दिए गए पैटर्न से आप क्या यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि किसी धनात्मक पूर्णांक संख्या की घात जैसे–जैसे घटती है उसका मान भी घटता जाता है।

आप अपने से कुछ धनात्मक संख्याएँ लेकर देखिए, क्या सभी धनात्मक संख्याओं में आपको यही पैटर्न मिलता है।

$3^2 = 3 \times 3 = 9$

$3^1 = 3 = 3$

$3^0 = 1$

$3^{-1} = ?$

यहाँ घातांक ऋणात्मक पूर्णांक है। → 3^{-1}

आपने पिछले पृष्ठ के संख्याओं पर घात के पैटर्न से देखा कि घात के कम होने पर मान भी कम हो रहा है। क्या आप 10^{-1} व 3^{-1} का मान बता सकते हैं?

आइए, हम इसे निकालना सीखें।

10.2 घातांक, जब ऋणात्मक पूर्णांक हो

आप जानते हैं कि

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^2 = 10 \times 10 = \frac{1000}{10} = \frac{10^3}{10}$

$10^1 = 10 = \frac{100}{10} = \frac{10^2}{10}$

$10^0 = 1 = \frac{10}{10} = \frac{10^1}{10}$

$10^{-1} = ?$

यहाँ हम देखते हैं कि $10^2 = 100$ जो कि 10^3 से एक बड़ी घात 10^3 का दसवाँ $\left(\frac{1}{10}\right)$ भाग है।

स्पष्ट है, यहाँ जब 10 की घातांक में से 1 कम किया जाता है तब उसका मान पूर्व मान का $\frac{1}{10}$ वाँ भाग हो रहा है।

ऊपर के पैटर्न को आगे बढ़ाते हैं।

$10^{-1} = 1 \div 10 = \frac{1}{10}$

$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

$10^{-3} = \frac{1}{100} \div 10 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3}$

अब 10^{-4} का मान कितना होगा? ....

निम्नलिखित को समझें,

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$

$5^2 = 5 \times 5 = 25 = \frac{125}{5}$

$5^1 = 5 = \frac{25}{5}$

$5^0 = 1 = \frac{5}{5}$

ऊपर के पैटर्न को आगे बढ़ाने पर,

$5^{-1} = 1 \div 5 = 1 \times \frac{1}{5}$

$5^{-2} = \frac{1}{5} \div 5 = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{5^2}$

$5^{-3} = \frac{1}{5^2} \div 5 = \frac{1}{5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^3}$

जिस प्रकार 10^n की घातों में से 1 कम होने पर मान पूर्व का $\frac{1}{10}$वाँ हो जाता है। उसी प्रकार 5^n की घातों में से 1 कम होने पर मान पूर्व का कितना कम हो रहा है?

इसी आधार पर 3^{-1}, 3^{-2} के मान निकालिए।

जैसा कि हमने पूर्व में देखा कि धनात्मक संख्याओं की घात जैसे–जैसे कम होती है उनका मान भी कम होता जाता है–

$5^3 = 125,\quad 5^2 = 25,\quad 5^1 = 5,\quad 5^0 = 1$

$5^{-1} = \frac{1}{5},\quad 5^{-2} = \frac{1}{25},\quad 5^{-3} = \frac{1}{125}$

स्वयं करके देखिए

सोचिए और बताइए क्या धनात्मक संख्या की किसी भी घात के लिए उसका मान 0 अथवा ऋणात्मक हो सकता है? स्वयं से अलग–अलग धनात्मक संख्याएँ लेकर अलग–अलग घातों के लिए करके देखिए।

आपने संख्याओं पर ऋणात्मक घात के पैटर्न में यह देखा कि $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$, $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$

क्या 10^2 को भी $10^2 = \frac{1}{10^{-2}}$ रूप में लिखा जा सकता है?

ऊपर 10^{-2} का मान रख कर देखो–

$$10^2 = \frac{1}{1/10^2} = \frac{1}{1} \times 10^2 = 10^2$$

इसी प्रकार $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$ या $3^2 = \frac{1}{3^{-2}}$

$5^{-3} = \frac{1}{5^3}$ या $5^3 = \frac{1}{5^{-3}}$

अतः घातीय संख्याओं में हर को अंश के स्थान पर ले जाने पर मान वही रहता है। उनके घात के चिह्न बदल जाते हैं।

$\frac{1}{a^2} = a^{-2}$ या $\frac{1}{a^{-2}} = a^2$

साधारणतया हम कह सकते हैं कि किसी शून्येतर परिमेय संख्या a के लिए

$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, जहाँ m एक धनात्मक परिमेय संख्या है। a^{-m}, a^m का गुणात्मक प्रतिलोम है।

स्वयं करके देखिए

गुणात्मक प्रतिलोम लिखिए

(i) a^n (ii) a^{-n} (iii) 2^{-3} (iv) 10^{-4}

(v) 5^{-2} (vi) 3^2 (vii) 8^{16} (viii) 7^m

आपने अब यह तो करके देख ही लिया है कि किसी धनात्मक पूर्णांक की घात जब घटाई जाती है तो उसका मान भी घटता जाता है। आइए अब जरा इसे ऋणात्मक पूर्णांकों के लिए करके समझें–

$$(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3$$
$$= 9 \times 9$$
$$= 81$$
$$(-3)^3 = -3 \times -3\ -3$$
$$= 9 \times -3$$
$$= -27$$
$$(-3)^2 = -3 \times -3 = 9$$

$-3 \times -3 = ?$ को ऐसे भी समझिए।

$-3 \times 2 = -6$

+3

$-3 \times 1 = -3$

+3

$-3 \times 0 = 0$

+3

$-3 \times -1 = 3$

इस पैटर्न को आप आगे बढ़ाइए।

क्या आप ऋणात्मक पूर्णांक पर घात होने पर उनके मान के लिए कोई नियम बना सकते हैं?

(स्पष्ट है कि जब ऋणात्मक पूर्णांक की घात विषम होती हैं तो हमें मान ऋणात्मक प्राप्त होता है, और जब घात सम हो तो मान धनात्मक प्राप्त होता है।)

स्वयं करके देखिए

मान निकालिए।

(i) $(-1)^5$ (ii) $(-1)^2$

(iii) $(-1)^{-4}$ (iv) $(-5)^3$

10.3 घातांक के नियम

पिछले वर्ग में हम सीख चुके हैं कि $a^m \times a^n = a^{m+n}$ जहाँ a शून्येतर परिमेय संख्या है तथा m और n पूर्ण संख्या है।

क्या यह नियम ऋणात्मक घातांक रहने पर भी सत्य है? निम्न उदाहरणों को देखिए–

(i) $2^{-5} \times 2^{-3}$ लेने पर

हम जानते हैं कि $2^{-5} = \frac{1}{2^5}$ और $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

$$2^{-5} \times 2^{-3} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^3} \quad [a^{-m} = \frac{1}{a^m} \text{ से}]$$

$$= \frac{1}{2^5 \times 2^3} = \frac{1}{2^{5+3}} = \frac{1}{2^8} = 2^{-8}$$

$(-5) + (-3) = -8$

(ii) $3^{-2} \times 3^4$ को सरल कीजिए।

$$3^{-2} \times 3^4 = \frac{1}{3^2} \times 3^4 = \frac{3^4}{3^2} = 3^{4-2} = 3^2$$

इसे इस प्रकार भी हल कर सकते हैं–

$$3^{-2} \times 3^4 = 3^{(-2)+4} = 3^2$$

$(-2) + 4 = 2$

(iii) $(-a)^{-5} \times (-a)^2$ को लिखिए।

$$(-a)^{-5} \times (-a)^2 = \frac{1}{(-a)^5} \times (-a)^2 = \frac{(-a)^2}{(-a)^5}$$

$$= (-a)^{2-5} = (-a)^{-3}$$

$-5 + 2 = -3$

ऊपर के उदाहरणों से स्पष्ट है कि $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का नियम तब भी सत्य है जब घातांक ऋणात्मक हो।

स्वयं करके देखिए

सरल कीजिए

(i) $2^{-3} \times 2^{-2}$ (ii) $(-3)^{-4} \times (-3)^{-3}$ (iii) $q^2 \times q^{-8}$

(iv) $5^2 \times 5^{-3} \times 5^4$ (v) $3^4 \div 3^6$ (vi) $7^{-4} \times 7^4$

इसी प्रकार आप निम्न घातांकों के नियमों को सत्यापित कर सकते हैं, जहाँ a और b शून्येतर परिमेय संख्याएँ हैं और m, n कोई पूर्णांक संख्याएँ हैं।

(i) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ (ii) $(a^m)^n = a^{mn}$ (iii) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$ (v) $a^0 = 1$

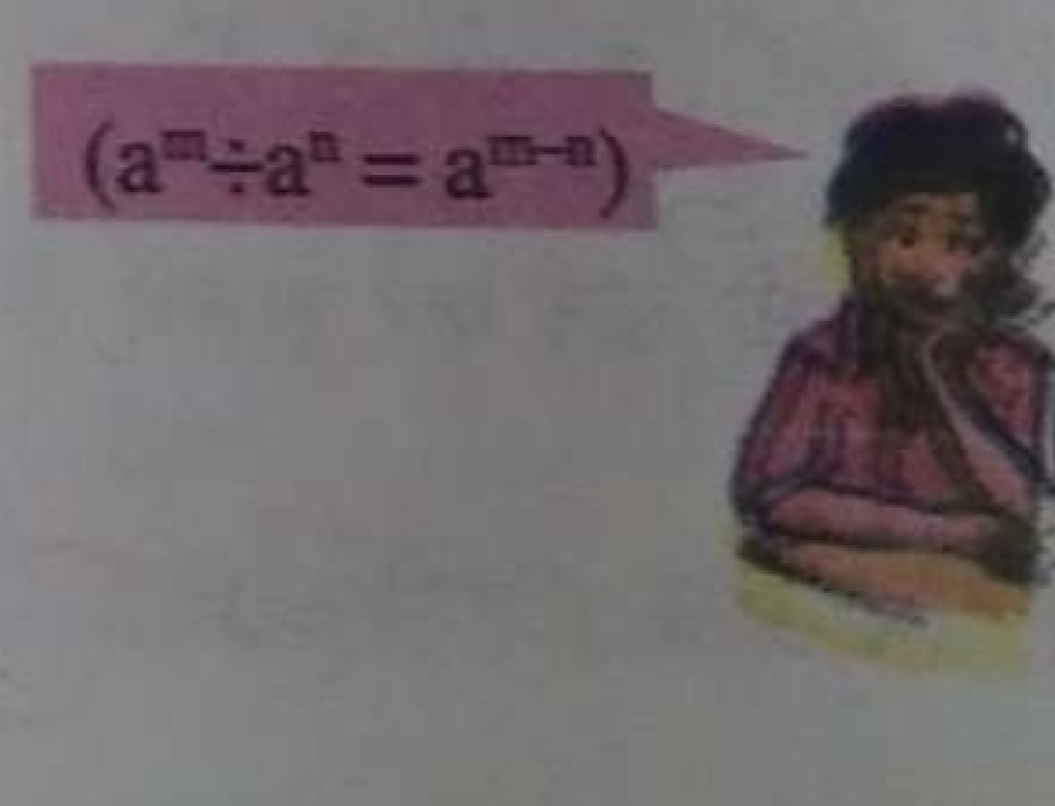
आप इन नियमों को धनात्मक घातांक में भी सीख चुके हैं।

आइए, उपर्युक्त घातांकों के नियमों का उपयोग करते हुए हम कुछ उदाहरणों को हल करते हैं।

उदाहरण–1. मान ज्ञात कीजिए

(i) $7^5 \div 7^3$ (ii) $a^3 \div a^7$ (iii) $(2^3)^2$

(iv) 2^{-3} (v) $\frac{1}{3^{-2}}$



हल : (i) $7^5 \div 7^3 = 7^{5-3} = 7^2 = 49$

(ii) $a^3 \div a^7 = a^{3-7} = a^{-4} = \frac{1}{a^4}$

(iii) $(2^3)^2 = 2^{3\times2} = 2^6 = 64$

(iv) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

(v) $\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$

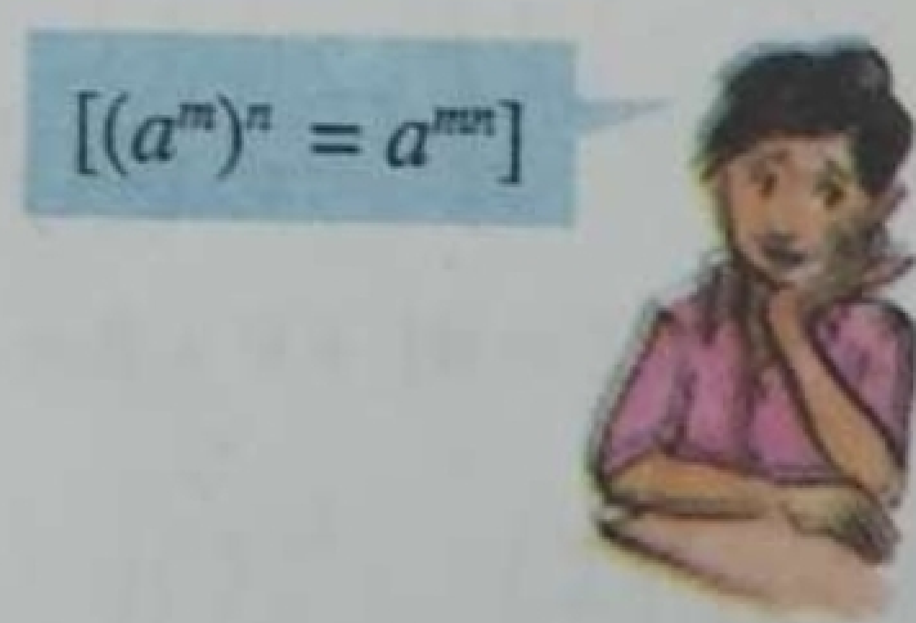
उदाहरण–2. 8^{-2} को आधार 2 और घात के रूप में लिखिए।

हल : $(8)^{-2} = (2 \times 2 \times 2)^{-2}$

$= (2^3)^{-2}$

$= 2^{3\times(-2)}$

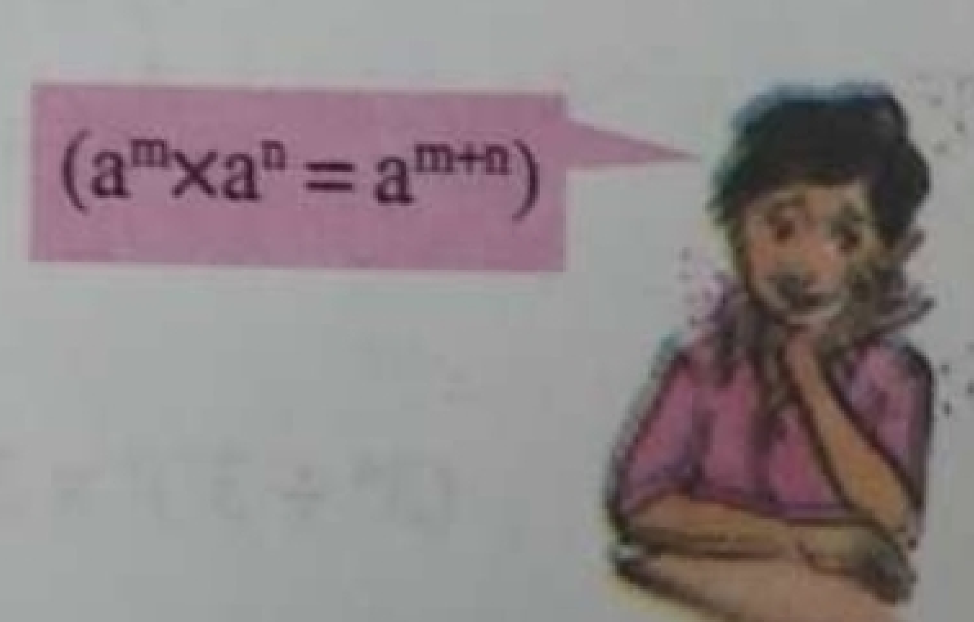
$= 2^{-6}$



उदाहरण–3. सरल कीजिए

(i) $(2)^5 \times (2)^{-6}$ (ii) $(-5)^4 \times (-5)^{-6}$ (iii) $2^3 \div 2^{-4}$

हल : (i) $(2)^5 \times (2)^{-6} = 2^{5+(-6)} = 2^{5-6} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$



(ii) $(-5)^4 \times (-5)^{-6} = (-5)^{4+(-6)} = (-5)^{-2} = \frac{1}{-5^2}$

(iii) $2^3 \div 2^{-4} = 2^{3-(-4)} = 2^{3+4} = 2^7$

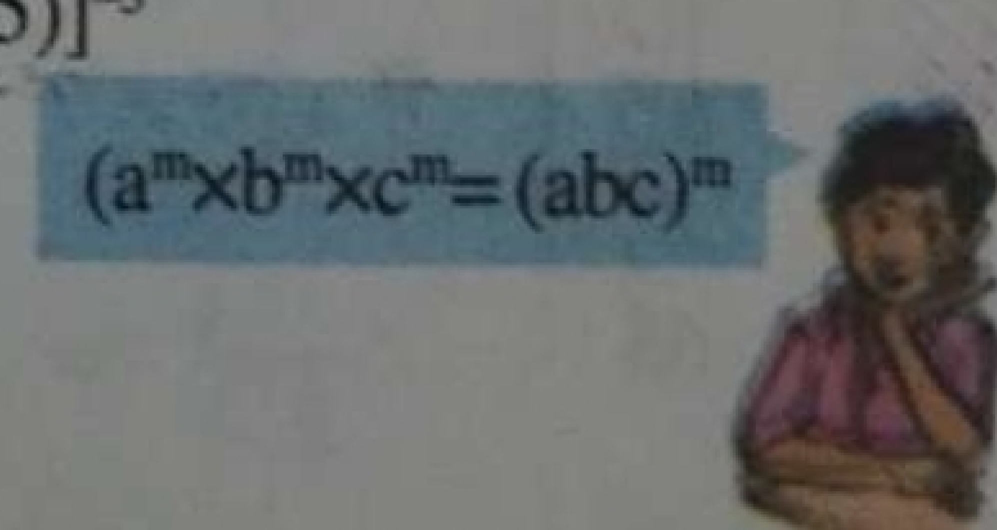
उदाहरण–4. सरल कीजिए और उत्तर घातांक के रूप में लिखिए।

(i) $(-2)^{-3} \times (4)^{-3} \times (-5)^{-3}$ (ii) $\frac{1}{4} \times (3)^{-2}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$ (iv) $(3^{-1} \times 5^{-1}) \div 4^{-1}$ (v) $(3^6 \div 3^7)^4 \times 3^{-5}$

हल : (i) $(-2)^{-3} \times (4)^{-3} \times (-5)^{-3} = [(-2) \times (4) \times (-5)]^{-3}$

$= (40)^{-3} = \frac{1}{40^3}$



(ii) $\frac{1}{4} \times (3)^{-2} = \frac{1}{2^2} \times 3^{-2} = 2^{-2} \times 3^{-2}$

$= (2 \times 3)^{-2}$

$= 6^{-2} = \frac{1}{6^2}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = (-1 \times 3)^4 \times \frac{5^4}{3^4}$

$= (-1)^4 \times \cancel{3}^4 \times \frac{5^4}{\cancel{3}^4} = 1 \times 5^4 = 5^4$

(iv) $(3^{-1} \times 5^{-1}) \div 4^{-1} \quad = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}\right) \div \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{15}\right) \div \frac{1}{4}$

$= \frac{1}{15} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{15}$

(v) $(3^6 \div 3^7)^4 \times 3^{-5} = (3^{6-7})^4 \times 3^{-5}$

$= (3^{-1})^4 \times 3^{-5}$

$= (3)^{-4} \times 2^{-5}$

$= (3)^{-4\ -5}$

$= (3)^{-9}$

आप जानते हैं कि ऋणात्मक पूर्णांक संख्या की घात सम होने पर उसका मान धनात्मक होता है।

उदाहरण–5. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$ का मान ज्ञात कीजिए–

हल : $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{4^{-2}} = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

$\because \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \frac{3^{-2}}{4^{-2}} = \frac{\frac{1}{3^2}}{\frac{1}{4^2}}$

$= \frac{4^2}{3^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2$

अतः $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$

उदाहरण–6. सरल कीजिए –

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ (ii) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iii) $\left(4^{-1}+8^{-1}\right)\div\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ (iv) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$

हम जानते हैं

$$a^{-m}=\frac{1}{a^{m}}$$

हल : (i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{2}{1}\right)^{3}+\left(\frac{3}{1}\right)^{2}+\left(\frac{4}{1}\right)^{2}$

$=2^3+3^2+4^2$

$=8+9+16=33$

(ii) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right\}\div\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left\{\left(\frac{3}{1}\right)^{2}-\left(\frac{2}{1}\right)^{3}\right\}\div\left(\frac{4}{1}\right)^{2}$

$=(3^2-2^3)\div 4^2$

$=(9-8)\div 16$

$=\frac{1}{16}$

(iii) $\left(4^{-1}+8^{-1}\right)\div\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{2+1}{8}\right)\div\frac{3}{2}$

$=\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{8}_{4}}\times\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}=\frac{1}{4}$

(iv) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}=\left(\frac{8}{5}\right)^{2}\times\left(\frac{5}{8}\right)^{5}$

$=\frac{8^2\times5^5}{5^2\times8^5}=\frac{5^5}{5^2}\times\frac{8^2}{8^5}$

$=5^3\times8^{-3}=\frac{5^3}{8^3}=\frac{125}{512}$

एक और तरीका

$\left(\frac{8}{5}\right)^{2}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-5}$

$a^m\times a^n=a^{m+n}$

$=\left(\frac{8}{5}\right)^{-3}=\left(\frac{5}{8}\right)^{3}$

$=\frac{125}{512}$

उदाहरण–7. यदि $(-2)^{x+1} \times (-2)^3 = (-2)^5$ तो x का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $(-2)^{x+1} \times (-2)^3 = (-2)^5$

$(-2)^{x+1+3} = (-2)^5$

$(-2)^{x+4} = (-2)^5$

चूँकि दोनों ओर के घातों की आधार समान है, अतः उनके घातांक समान होंगे।

अतः $x + 4 = 5$ $\quad x = 5 - 4 = 1$

अब जरा सोचिए यदि आधार किसी अन्य संख्या की जगह 1 या –1 हो तो

चूँकि $1^0 = 1^1 = 1^2 = 1^3 = 1^4 = 1^{-2} = ... = 1$

या $(1)^n = 1$ असीमित n के लिए होगा

इसी तरह $(-1)^0 = (-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^{-2} = ... = 1$

व $(-1)^1 = (-1)^3 = (-1)^5 = ... = -1$

अतः आधार 1 या –1 से भिन्न होने पर ही घातांक समान होंगे।

अतः $x^n = x^m$

अगर $x \neq 1, -1$ तो $n = m$

प्रश्नावली – 10.1

1. मान ज्ञात कीजिए–

(i) 2^{-3} (ii) 4^{-3} (iii) $(-3)^{-4}$ (iv) $(-2)^{-3}$

2. मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ (ii) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$ (iii) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-5}$ (iv) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

3. मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\left(\frac{5}{3}\right)^{2} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{2}$ (ii) $\left(\frac{5}{6}\right)^{6} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$

(iii) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$ (iv) $\left(\frac{9}{8}\right)^{-3} \times \left(\frac{9}{8}\right)^{2}$

4. सरल कीजिए–

(i) $\left(\frac{5}{9}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} \times \left(\frac{3}{5}\right)^{0}$ (ii) $\left(\frac{-3}{5}\right)^{-4} \times \left(\frac{-2}{5}\right)^{2}$

(iii) $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}$

5. मान ज्ञात कीजिए–

(i) $\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^{2}$ (ii) $\left[\left\{\left(\frac{-1}{3}\right)^{2}\right\}^{-2}\right]^{-1}$

(iii) $\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\right\}^{2}$

6. सरल कीजिए और उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $(-3)^5 \div (-3)^9$ (ii) $\left(\frac{1}{3^3}\right)^{2}$ (iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{4}$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$ (v) $2^{-3} \times (7)^{-3}$

7. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$ का मान ज्ञात कीजिए।

8. मान ज्ञात कीजिए–

(i) $(5^{-1} + 3^{-1} + 2^{-1})^0$ (ii) $(4^0 + 8^{-1}) \times 2^3$

(iii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-3}$

9. मान ज्ञात कीजिए–

(i) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \div 6^{-1}$ (ii) $\frac{16^{-1} \times 5^3}{2^{-4}}$

10. x का मान ज्ञात कीजिए जब–

(i) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-4} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-5} = \left(\frac{4}{3}\right)^{3x}$ (ii) $7^x \div 7^{-3} = 7^5$

(iii) $(4)^{2x+1} \div 16 = 64$

11. सरल कीजिए–

(i) $\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}$ (ii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

12. सरल कीजिए–

$$\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 5 \times t^{-8}} \quad (t \neq 0)$$

10.3 दशमलव संख्या पद्धति

$.4 = \frac{4}{10}$

$.03 = \frac{3}{100}$

आप संख्याओं को उनके विस्तारित रूप में लिखना जानते हैं–

$56832 = 5 \times 10000 + 6 \times 1000 + 8 \times 100 \times 3 \times 10 + 2 \times 1$

या $56832 = 5 \times 10^4 + 6 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 2 \times 10^0$

आप भी 525, 1025, 666 को विस्तारित रूप में लिखिए।

क्या आप 2349.43 को विस्तारित रूप में व्यक्त कर सकते हैं? सोचिए।

हम जानते हैं कि–

$$2349.43 = 2 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 9 \times 1 + \frac{4}{10} + \frac{3}{100}$$

$$= 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 3 \times 10^{-2}$$

आप 2463.04 और 3504.249 को घातांकों का उपयोग करते हुए विस्तारित रूप में लिखिए।

10.4 छोटी संख्याओं को घातांकों का प्रयोग कर मानक रूप में व्यक्त करना।

जब किसी संख्या को 1.0 एवं 9.9 या इसके बीच की एक दशमलव संख्या और 10 की घात के गुणनफल के रूप में व्यक्त किया जाता है, तो संख्या के इस रूप को मानक रूप (Standard form) कहते हैं। उदाहरण के लिए 150,000,000,000 = 1.5×10^{11}

इसी प्रकार बहुत छोटी संख्याओं जैसे लाल रक्त कोशिकाओं का औसत व्यास = 0.000007 m या कम्प्यूटर चिप के एक तार का व्यास = 0.000003 m जैसी छोटी संख्याओं को मानक रूप में कैसे व्यक्त करेंगे? सोचिए।

हम जानते हैं कि–

$$0.000007 = \frac{7}{1000000}$$

0.000007 (1 2 3 4 5 6) में दशमलव छह स्थान दाईं तरफ खिसक गया है।

$$= \frac{7}{10^6}$$

$$= 7 \times \frac{1}{10^6}$$

$$= 7 \times 10^{-6}$$

इसी प्रकार एक कागज की मोटाई 0.0016 cm. है तो मानक रूप में

संख्या $0.0016 = \frac{1.6}{1000}$ (तीन दशमलव दाईं तरफ)

$= 1.6 \times 10^{-3}$ cm.

स्वयं करके देखिए

निम्न संख्याओं को मानक रूप में लिखिए–

(i) 0.000003 (ii) 0.00034 (iii) 0.0000364

(iv) 8620000 (v) 1,500,000,000

10.4.1 बहुत बड़ी संख्याओं और बहुत छोटी संख्याओं की तुलना

पृथ्वी का द्रव्यमान 5.97×10^{24} किलोग्राम और चन्द्रमा का द्रव्यमान 7.35×10^{22} किलोग्राम है तो पृथ्वी का द्रव्यमान कितना किलोग्राम अधिक है?

10^{22} सार्व लेने पर

घटाने पर, 5.97×10^{24} Kg. $- 7.35 \times 10^{22}$ Kg.

$= 5.97 \times 100 \times 10^{22}$ Kg. $- 7.35 \times 10^{22}$ Kg.

$= 10^{22} (597 - 7.35)$ Kg.

$= 10^{22} \times 589.65$ Kg. पृथ्वी का द्रव्यमान अधिक है।

इसी प्रकार सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी 1.496×10^{11} m और पृथ्वी और चन्द्रमा के बीच की दूरी 3.84×10^{8} m है, तो दोनों दूरियों का अन्तर

$= (1.496 \times 10^{11} - 3.84 \times 10^{8})$ m.

$= (1.496 \times 10^{3} \times 10^{8} - 3.84 \times 10^{8})$ m.

$= (1.496 \times 1000 - 3.84)\ 10^{8}$ m.

$= (1496 - 3.84)\ 10^{8}$ m.

$= 1492.16 \times 10^{8}$ m.

अतः जब हम मानक रूप में लिखी संख्याओं को घटाते हैं, तब हम इन्हें 10 की समान घात में बदलते हैं।

छोटी (सूक्ष्म) संख्याओं की तुलना–

लाल रक्त कोशिकाओं का आकार $= 0.000007$ m $= 7 \times 10^{-6}$ m.

पौधों की कोशिकाओं का आकार $= 0.00001275 = 1.275 \times 10^{-5}$m.

दोनों का अन्तर $= (1.275 \times 10^{-5} - 7 \times 10^{-6})$ m.

$= (1.275 \times 10^{-5} - 7 \times 10^{-1} \times 10^{-5})$ m.

$= (1.275 - .7) \times 10^{-5}$ m.

$= 0.575 \times 10^{-5}$ m.

$= 5.75 \times 10^{-6}$ m.

इसे भाग द्वारा तुलना करने पर,

$$\frac{\text{पौधौं की कोशिकाओं का आकार}}{\text{लाल रक्त कोशिकाओं का आकार}} = \frac{1.275\times10^{-5}}{7\times10^{-6}}$$

$$= \frac{1.275\times10^{-5-(-6)}}{7} = \frac{1.275\times10^{1}}{7}$$

$$= \frac{12.75}{7} \cong 2 \text{ (लगभग 2 से कम)}$$

बड़ी संख्याओं की भाग द्वारा तुलना करने पर, सूर्य का व्यास 1.4×10^9m और पृथ्वी का व्यास 1.2756×10^7 m है। इनके व्यासों की तुलना करते हैं।

$$\frac{\text{सूर्य का व्यास}}{\text{पृथ्वी का व्यास}} = \frac{1.4\times10^9}{1.2756\times10^7}$$

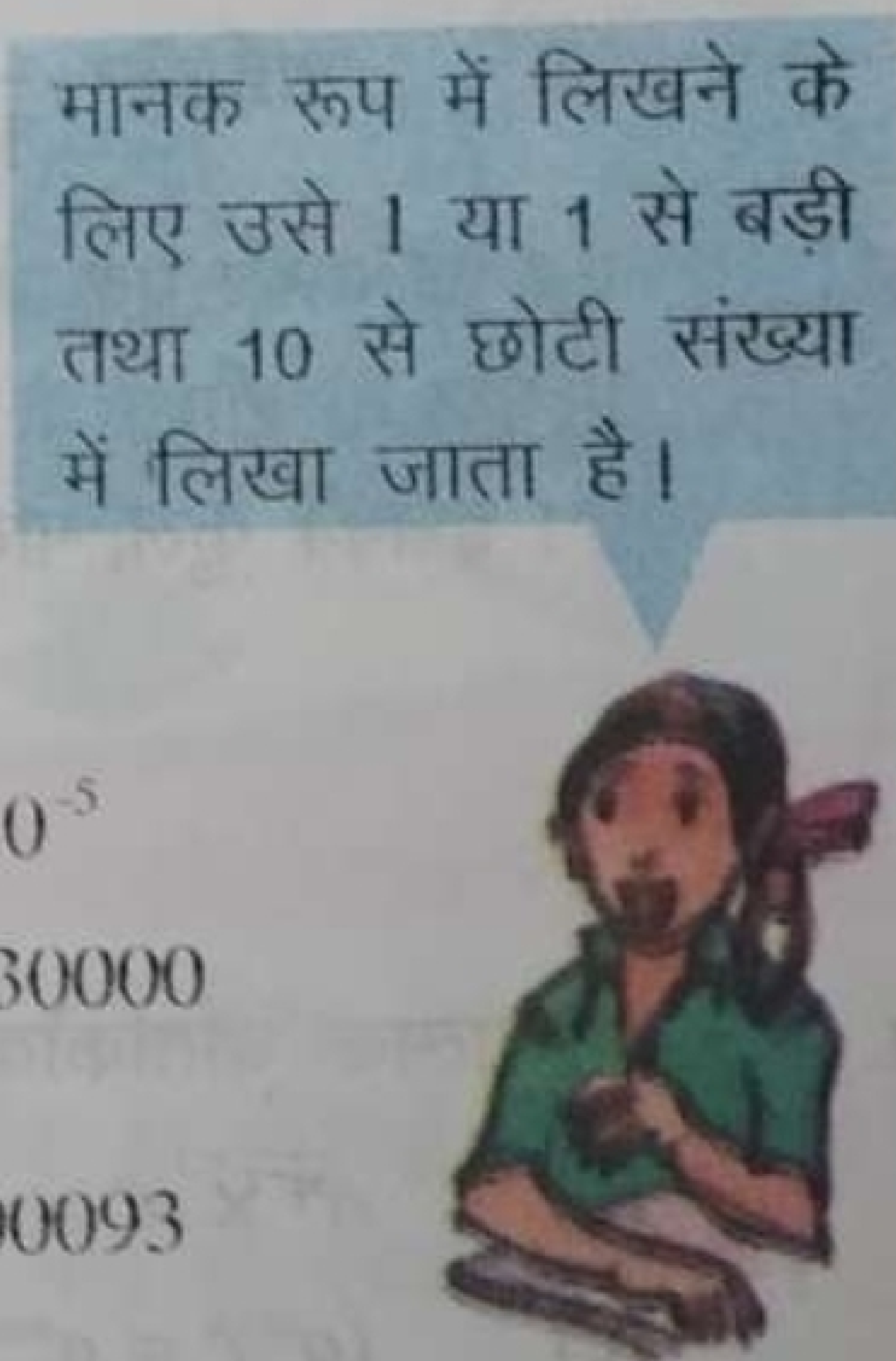
$$= \frac{1.4\times10^{9-7}}{1.2756} = \frac{1.4\times10^2}{1.2756}$$

$$= \frac{1.4\times100}{1.2756}$$ जो कि लगभग 100 गुणा है।

उदाहरण–8. मानक रूप में बदलिए–

(i) 0.000003 (ii) 0.000,003.54

हल : (i) $0.000003 = 3 \times 10^{-6}$

(ii) $0.00000354 = 3.54 \times 10^{-6}$

उदाहरण–9. निम्न संख्याओं को सामान्य रूप में बदलिए–

(i) 2.43×10^6 (ii) 9.3×10^{-4} (iii) 5×10^{-5}

हल : (i) $2.43 \times 10^6 = 2.43 \times 1{,}000{,}000 = 2430000$

(ii) $9.3 \times 10^{-4} = \frac{9.3}{10^4} = \frac{9.3}{10000} = 0.00093$

(iii) $5 \times 10^{-5} = \frac{5}{10^5} = \frac{5}{100000} = 0.00005$

प्रश्नावली – 10.2

1. निम्न संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कीजिए–

(i) 0.000000004 (ii) 0.00000000032

(iii) 0.000000000397 (iv) 776000000000

(v) 806000000000 (vi) 4603500000

2. निम्न संख्याओं को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए–

(i) 7.1×10^{-7} (ii) 3.02×10^{-5} (iii) 5×10^{-9}

(iv) 1×10^{9} (v) 2.0001×10^{10} (vi) 3.46129×10^{6}

3. निम्न कथनों की संख्याओं को मानक रूप में बदलकर कथन लिखिए–

(i) मनुष्य के बाल की मोटाई की व्यास लगभग 0.0002 cm होती है।

(ii) पौधों की कोशिकाओं की माप 0.00001275 m है।

(iii) जीवाणु की माप 0.0000005 m है।

(iv) एक इलेक्ट्रॉन का आवेश 0.000,000,000,000,000,000,16 कुलंब होता है।

(v) माईक्रॉन $\frac{1}{1000000}$ मी. के बराबर होता है।

4. एक के ऊपर एक करके दस शीशे रखे गए हैं, जिनमें प्रत्येक की मोटाई 10 mm तथा प्रत्येक दो शीशों के बीच कागज की एक शीट है, जिनमें प्रत्येक की मोटाई 0.07 mm है। इसकी कुल मोटाई को मानक रूप में लिखिए।

हमने सीखां

1. ऋणात्मक घातांकोंवाली संख्याएँ निम्न नियमों का पालन करती हैं।

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(c) $(a^m)^n = a^{mn}$ (d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(e) $a^0 = 1$ (f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2. ऋणात्मक घातांकों में

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m} \quad \text{तथा} \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} = \left(\frac{b}{a}\right)^m$$

3. ऋणात्मक घातांकों का उपयोग बहुत छोटी संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त करने में होता है।