ایک کار کی قیمت 2,50,000 ₹ ہے جب کہ ایک موٹر سائیکل کی قیمت 50,000 ₹ ہے اگر ہم ان دونوں کی قیمتوں کے بیچ کا فرق نکالیں تو یہ 2,00,000 ₹ ہے۔ اور اگر ہم ان دونوں کا موازنہ تقسیم کے ذریعے کریں یعنی $\frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$

ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ کار کی قیمت موٹر سائیکل کی قیمت کا 5 گنا ہے۔ اس لیے کچھ حالتوں میں تقسیم کے ذریعے موازنہ سے تفریق کے ذریعے موازنہ زیادہ بہتر ہے۔ تقسیم کے ذریعے کیے گئے موازنے کو نسبت کہتے ہیں۔ اگلے حصے میں ہم نسبت کے بارے میں اور زیادہ پڑھیں گے۔

12.2 نسبت (Ratio)

مندرجہ ذیل پر دھیان دیجیے :

ایشا کا وزن 25 کلو گرام ہے اور اس کے والد کا وزن 75 کلو گرام ہے۔ والد کا وزن ایشا کے وزن کا کتنا گنا ہے؟ یہ تین گنا ہے۔

ایک پین کی قیمت 10 ₹ ہے اور ایک پنسل کی قیمت 2 ₹ ہے۔ پین کی قیمت، پنسل کی قیمت کے کتنے گنا ہے؟ یقیناً یہ 5 گنا ہے۔

اوپر دی گئی مثالوں میں ہم دو مقادیر کا موازنہ اس طرح کرتے ہیں کہ ایک مقدار دوسری کے کتنے 'گنا' ہے۔ اس طرح کے موازنے کو 'نسبت' کہتے ہیں۔ نسبت کو ظاہر کرنے کے لیے علامت ':' کا استعمال کرتے ہیں۔

پہلے دی گئی مثالوں کو ایک بار پھر دیکھیے ۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ

والد کے وزن کی ایشا کے وزن سے نسبت $= 3:1$ $\frac{75}{25} = \frac{3}{1}$

پین کی قیمت کی پنسل کی قیمت سے نسبت $= 5:1$ $\frac{10}{2} = \frac{5}{1}$

اوپر دیے گئے مسئلوں کو دیکھیے ۔

ایک کلاس میں 20 لڑکے اور 40 لڑکیاں ہیں۔ مندرجہ ذیل بیانات کی نسبت بتائیے۔

(a) لڑکیوں کی تعداد اور کل طلبا کی تعداد۔

(b) لڑکوں کی تعداد اور کل طلبا کی تعداد۔

سب سے پہلے ہم طلبا کی کل تعداد معلوم کریں گے جو کہ لڑکوں کی تعداد + لڑکیوں کی تعداد $20 + 40 = 60$ اس لیے لڑکیوں کی تعداد اور کل طلبا کی تعداد کی نسبت ہوگی $\frac{40}{60} = \frac{2}{3} = 2 : 3$

کوشش کیجیے

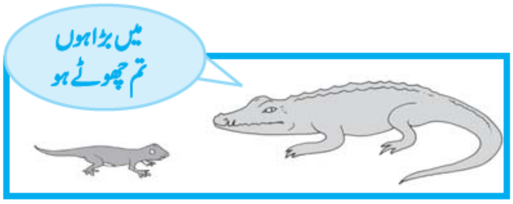
1۔ ایک کلاس میں 20 لڑکے اور 40 لڑکیاں ہیں۔ لڑکے اور لڑکیوں کی تعداد میں کیا نسبت ہے؟

2۔ روی ایک گھنٹہ میں 6 کلو میٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے جب کہ روشن ایک گھنٹہ میں 4 کلو میٹر کا فاصلہ طے کرتا ہے۔ روی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ اور روشن کے ذریعے طے کیے گئے فاصلہ میں کیا نسبت ہے؟

اسی طریقہ سے (b) کا جواب معلوم کیجیے۔

مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجیے۔

گھر میں پائی جانے والی چھپکلی کی لمبائی 20 سینٹی میٹر ہوتی ہے جب کہ ایک مگر مچھ کی لمبائی 4 میٹر ہے۔



چھپکلی نے کہا کہ ''میں تم سے 5 گنا بڑی ہوں''۔ جیسا کہ ہم دیکھ سکتے ہیں کہ یہ بات بالکل غلط ہے۔ ایک چھپکلی کی لمبائی مگر مچھ کی لمبائی کے 5 گنا نہیں ہوسکتی ہے تو اس میں کیا غلطی ہے؟ اگر ہم غور کریں تو دیکھیں گے کہ چھپکلی کی لمبائی سینٹی میٹر میں ہے جب کہ مگر مچھ کی لمبائی میٹر میں دی گئی ہے۔ اس لیے ہمیں اس مقدار کو یکساں اکائیوں میں ظاہر کرنا ضروری ہے۔

مگر مچھ کی لمبائی = 4 میٹر = 4×100 سینٹی میٹر = 400 سینٹی میٹر

اس لیے مگر مچھ کی لمبائی کی چھپکلی کی لمبائی سے نسبت ہوگی = $20:1 = \frac{20}{1} = \frac{400}{20}$

دو مقادیر کا موازنہ تبھی ممکن ہے جب وہ یکساں اکائیوں میں ہوں۔

اب چھپکلی کی لمبائی کی مگر مچھ کی لمبائی سے نسبت کیا ہوگی؟

یہ ہے $1:20 = \frac{1}{20} = \frac{20}{400}$

اس بات پر غور کیجیے کہ دو نسبتیں 20 : 1 اور 1 : 20 ایک دوسرے سے مختلف ہیں۔ 20 : 1 نسبت ہے چھپکلی کی لمبائی کی مگر مچھ کی لمبائی سے جب کہ 1 : 20 نسبت ہے مگر مچھ کی لمبائی چھپکلی کی لمبائی سے۔

ایک اور مثال پر غور کیجیے۔

ایک پنسل کی لمبائی 18 سینٹی میٹر ہے اور اس کا قطر 8 ملی میٹر ہے۔ پنسل کے قطر اور پنسل کی لمبائی میں نسبت کیا ہوگی؟ کیونکہ پنسل کی لمبائی اور اس کے قطر کی اکائیاں مختلف دی گئی ہیں۔ اس لیے ہم پہلے ان کو یکساں اکائیوں میں تبدیل کریں گے۔

پنسل کی لمبائی = 18 سینٹی میٹر = 18×10 ملی میٹر = 180 ملی میٹر۔

کوشش کیجیے

1۔ سوربھ اپنے گھر سے اسکول تک پہنچنے میں 15 منٹ کا وقت لیتا ہے جبکہ سچن اپنے گھر سے اسکول تک پہنچنے مین ایک گھنٹے کا وقت لیتا ہے سوربھ اور سچن کے اسکول پہنچنے میں لگے وقت کی نسبت معلوم کیجیے۔

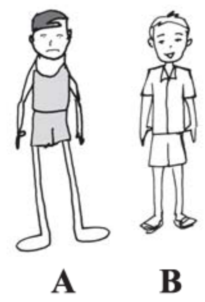
2۔ ایک ٹافی کی قیمت 50 پیسے ہے جبکہ چاکلیٹ کی قیمت ایک روپے ہے کافی اور چاکلیٹ کی قیمتوں میں نسبت معلوم کیجیے۔

3۔ ایک اسکول میں ایک سال میں 73 چھٹیاں تھیں۔ ایک سال کی چھٹیوں اور ایک سال کے دنوں کی نسبت معلوم کیجیے۔ اسی طرح کی کچھ اور حالتوں کے بارے میں سوچیے اور مختلف چیزوں کی دو تعدادوں کا موازنہ کیجیے۔

پنسل کے قطر کی پنسل کی لمبائی سے نسبت

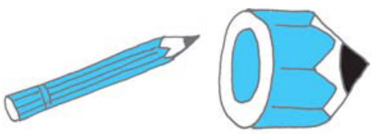
$$\frac{8}{180}=\frac{2}{45}=2:45$$

ہم اپنی روز مرہ زندگی میں اس طرح نسبت کے تصور کا استعمال کئی حالتوں میں کرتے ہیں بغیر یہ سوچے کہ ہم کیا کر رہے ہیں۔



A اور B تصویروں کا موازنہ کیجیے۔ A کے مقابلہ B زیادہ حقیقی لگتی ہے۔ کیوں؟ تصویر A میں جسم کے باقی حصوں کے مقابلے میں پیر زیادہ لمبے ہیں۔ یہ اس لیے کہ ہم عام طور پر پورے جسم کی لمبائی اور پیروں کی لمبائی میں ایک خاص نسبت کو ٹھیک سمجھتے ہیں۔

پنسل کی دو تصویروں کا موازنہ کیجیے۔ کیا پہلی والی پوری پنسل لگ رہی ہے؟ نہیں۔



کیوں نہیں؟ پنسل کی لمبائی اور پنسل کی موٹائی کی نسبت ٹھیک نہیں ہے۔

کچھ ایسی تصویریں بنائیے جو دیکھنے میں حقیقی نہ لگیں مثال کے طور پر ایک گھوڑا بنائیے جس کے پیر ہاتھی کے پیروں کی طرح موٹے ہوں۔ غور کیجیے کیا یہ حقیقی اور اچھے لگیں گے۔

مختلف صورتوں میں ایک سی نسبت ہے۔

مندرجہ ذیل پر غور کیجیے:

- ایک کمرے کی لمبائی 30 میٹر اور چوڑائی 20 میٹر ہے۔ اس لئے کمرے کی لمبائی اور کمرے کی چوڑائی کی نسبت ہوگی۔ $=\frac{30}{20}=\frac{3}{2}=3:2$
- 24 لڑکیاں اور 16 لڑکے پکنک پر گئے۔ لڑکیوں کی تعداد کی لڑکوں کی تعداد سے نسبت ہوگی $=\frac{24}{16}=\frac{3}{2}=3:2$ دونوں مثالوں میں نسبت 3:2 ہے۔

- دیکھیے نسبتیں 20 : 30 اور 16 : 24 اپنی کم ترین شکل میں 2 : 3 ہے۔ یہ دونوں معادل نسبتیں ہیں۔
کیا آپ ایسی کچھ اور مثالیں سوچ سکتے ہیں جن کی نسبت 2 : 3 آئے؟
- ایسا صورتوں کو لکھنا دلچسپ ہوتا ہے جو ایک سی نسبت دیتی ہیں مثلاً ایسی مثالیں لکھیے جن میں نسبت 2 : 3 آئے۔
- میز کی چوڑائی کی میز کی لمبائی سے نسبت 3 : 2 ہے۔
- شینا کے پاس 2 ماربل ہیں جب کہ اس کی دوست شبنم کے پاس 3 ماربل ہیں۔ اس لیے شینا اور شبنم کے ماربل کی نسبت 3 : 2 ہوگی۔

اس طرح کی نسبت کے لیے کیا آپ کچھ اور مثالیں لکھ سکتے ہیں؟ آپ اپنے دوستوں کو کوئی نسبت بتایئے اور ان سے صورتِ حال لکھنے کے لیے کہیے۔

روی اور رانی نے ایک کاروبار شروع کیا۔ اور اس میں 2:3 کی نسبت میں رقم لگائی۔ ایک سال کے بعد کل منافع ₹ 40,000 کا ہوا۔

روی نے کہا کہ اس کو برابر برابر بانٹیں گے مگر رانی نے کہا کہ میں نے زیادہ رقم لگائی تھی اس لیے مجھ کو زیادہ منافع ملنا چاہیے۔ آخر کار یہ طے پایا کہ منافع بھی 3 : 2 کی نسبت میں بٹے گا۔

یہاں پر نسبت 3 : 2 کے دو ارکان 2 اور 3 ہیں۔ ان ارکان کی حاصل جمع = $2 + 3 = 5$

اس کا مطلب کیا ہوا؟

اس کا مطلب ہے کہ اگر منافع 5 ₹ کا ہوا ہے تو روی کو 2 ₹ اور رانی کو 3 ₹ ملنے چاہئیں۔

یا ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ کل 5 حصوں میں سے روی کو 2 حصے اور رانی کو 3 حصے ملیں گے۔

اس لیے روی کو کل منافع کا $\frac{2}{5}$ حصہ اور رانی کو کل منافع کا $\frac{3}{5}$ حصہ حاصل ہوگا۔

اگر کل منافع 500 ₹ تھا۔ روی کو ملے گا = $\frac{2}{5} \times 500 = 200$ ₹

اور رانی کو ملے گا = $\frac{3}{5} \times 500 = 300$ ₹

اگر منافع 40,000 ₹ ہے تو کیا آپ دونوں کا حصہ بتا سکتے ہیں؟

روی کا حصہ ہوا $\frac{2}{5} \times 40000 =$ ₹ 16000

اور رانی کا حصہ ہوا $\frac{3}{5} \times 40000 =$ ₹ 24000

کیا آپ ایسی کچھ اور مثالیں سوچ سکتے ہیں جہاں پر ایک ہی عدد کو کسی نسبت میں بانٹا جائے۔ ایسی تین مثالیں بنائیے اور اپنے دوستوں سے حل کروائیے۔

اب تک ہم نے جو سوالات حل کئے ہیں آیئے ان کی قسموں پر غور کرتے ہیں۔

کوشش کیجیے

1۔ اپنے بیگ میں رکھی ہوئی کتابوں اور کاپیوں کی تعداد میں نسبت بتائیے۔
2۔ اپنی کلاس میں رکھی میزوں اور کرسیوں کی تعداد میں نسبت بتائیے۔
3۔ اپنی کلاس میں ان بچوں کی تعداد بتائیے جن کی عمر 12 سال سے زیادہ نہ ہو۔ پھر جن بچوں کی عمر 12 سال سے زیادہ ہو ان کی تعداد اور باقی بچے بچوں کی تعداد میں نسبت معلوم کیجیے۔
4۔ اپنی کلاس میں دروازوں کی تعداد اور کھڑکیوں کی تعداد میں نسبت بتائیے۔
5۔ ایک مستطیل بنائیے اور اس کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت بتائیے۔

مثال 1: ایک مستطیل نما میدان کی لمبائی اور چوڑائی بالترتیب 50 میٹر اور 15 میٹر ہیں۔ میدان کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت معلوم کیجیے۔

حل: مستطیل نما میدان کی لمبائی=50 میٹر

مستطیل نما میدان کی چوڑائی=15 میٹر

لمبائی اور چوڑائی کی نسبت = $\frac{50}{15} = \frac{50 \div 5}{15 \div 5} = \frac{10}{3} = 10 : 3$

اس لیے مطلوبہ نسبت 10 : 3 ہوئی۔

مثال 2: 90 سینٹی میٹر اور 1.5 میٹر کی نسبت معلوم کیجیے۔

حل: یہ دونوں مقدار یکساں اکائیوں میں نہیں ہیں۔ اس لیے پہلے ہم ان کو یکساں اکائیوں میں تبدیل کریں گے۔

1.5 میٹر 1.5×100 سینٹی میٹر = 150 سینٹی میٹر

سینٹی میٹر اس لیے مطلوبہ نسبت

$= \frac{90}{150} = \frac{30 \times 3}{30 \times 5} = \frac{3}{5}$

اس طرح مطلوبہ نسبت = 3 : 5

مثال 3: ایک دفتر میں 45لوگ کام کرتے ہیں اگر ان میں 25عورتیں ہیں اور باقی مرد ہیں تو ان کی نسبت بتائیے۔

(a) عورتوں کی تعداد اور مردوں کی تعداد

(b) مردوں کی تعداد اور عورتوں کی تعداد

حل: عورتوں کی تعداد=25

کل کام کرنے والوں کی تعداد=45

مردوں کی تعداد $20 = 45 - 25$

اس لیے عورتوں کی تعداد اور مردوں کی تعداد میں نسبت=

$$25 : 20 = 5 : 4$$

اور مردوں کی تعداد کی عورتوں کی تعداد سے نسبت =

$$20 : 25 = 4 : 5$$

(نوٹ: 4 : 5اور 5 : 4الگ الگ نسبتیں ہیں)

مثال 4: 4 : 6 کی دو معادل نسبتیں بتائیے۔

حل: نسبت $\frac{12}{8} = \frac{6 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{4} = 6 : 4$

اس لیے 8 : 12، 4 : 6 کی ایک معادل نسبت ہے۔اسی طرح نسبت

$$6 : 4 = \frac{6}{4} = \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{3}{2}$$

اس لیے 2 : 3، 4 : 6 کی ایک اور معادل نسبت ہے۔

اس طرح کسی نسبت کے نسب نما اور شمار کنندہ کو ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم کرنے سے معادل نسبتیں حاصل ہوتی ہیں۔

4 : 6 کی دو اور معادل نسبتیں لکھیے۔

مثال 5: مندرجہ ذیل خالی جگہیں بھریے۔

$$\frac{14}{21} = \frac{\square}{3} = \frac{6}{\square}$$

حل: پہلی خالی جگہ بھرنے کے لیے جو عدد ہم کو چاہیے اس کو معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم اس حقیقت پر غور کریں گے کہ $7 \times 3 = 21$ یعنی جب ہم 21 کو 7 سے تقسیم کریں گے تو ہم کو 3 حاصل ہوگا۔ اس سے ظاہر

ہوتا ہے کہ دوسری نسبت کا نامعلوم عدد معلوم کرنے کے لیے 14 کو 7 سے تقسیم کرنا ہوگا جب ہم اس کو تقسیم کرتے ہیں

تو ہم کو حاصل ہوتا ہے۔ $14 \div 7 = 2$

اس لیے دوسری نسبت $\frac{2}{3}$ ہوئی۔

بالکل اسی طرح تیسری نسبت معلوم کرنے کے لیے ہم دوسری نسبت کے ہر رُکن کو 3 سے ضرب کردیں گے (کیوں؟)۔ اس طرح تیسری نسبت $\frac{6}{9}$ ہے۔

اس لئے $\frac{14}{21} = \frac{\boxed{2}}{3} = \frac{6}{\boxed{9}}$ (یہ ساری معادل نسبتیں ہیں)۔

مثال 6: میری کے گھر سے اسکول کا فاصلہ اور جون کے گھر سے اسکول کے فاصلہ کی نسبت 2:1 ہے۔

(a) اسکول کے قریب کون رہتا ہے۔

(b) مندرجہ ذیل جدول کو پورا کیجیے جس میں میری اور جون کے گھروں کا اسکول سے امکانی فاصلہ دیا گیا ہے۔

میری کے گھر سے اسکول کا فاصلہ (کلومیٹر)	10		4		
جون کے گھر سے اسکول کا فاصلہ (کلومیٹر)	5	4		3	1

(c) اگر میری کے گھر سے اسکول کا فاصلہ اور کلام کے گھر سے اسکول کے فاصلے کی نسبت 1:2 ہے تو ان دونوں میں سے اسکول کے زیادہ قریب کون رہتا ہے؟۔

حل: (a) جان اسکول سے سب سے قریب رہتا ہے (جیسا کہ نسبت 2:1 ہے)۔

(b)

میری کے گھر سے اسکول کا فاصلہ (کلومیٹر)	10	8	4	6	2
جون کے گھر سے اسکول کا فاصلہ (کلومیٹر)	5	4	2	3	1

(c) کیونکہ دی گئی نسبت 2 : 1 کی ہے اس لیے میری اسکول کے زیادہ قریب رہتی ہے۔

مثال 7: 60 روپے کو کیرتی اور کرن کے درمیان 2 : 1 کی نسبت میں بانٹیے۔

حل: دو حصے 1 اور 2 ہیں۔

اس لیے ان حصوں کا جوڑ $= 2 + 1 = 3$

اس کا مطلب ہے کہ اگر ہمارے پاس ₹ 3 ہیں تو کیرتی کو ₹1 اور کرن کو ₹ 2 ملیں گے۔ اور ہم کہہ سکتے ہیں کہ کیرتی کو تین برابر حصوں میں سے ایک حصہ اور کرن کو 2 حصے ملیں گے۔

اس لیے کیرتی کا حصہ $60 \frac{1}{3}$ ₹ = ₹ 20

اور کرن کا حصہ 60 $₹ \frac{2}{3} = ₹ 40$

مشق 12.1

1۔ ایک کلاس میں 20 لڑکیاں اور 15 لڑکے ہیں۔

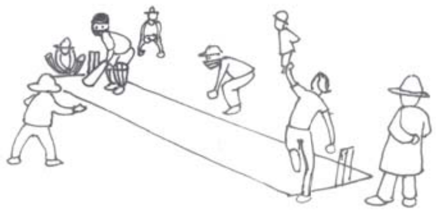
(a) لڑکیوں کی تعداد کی لڑکوں کی تعداد سے کیا نسبت ہے؟

(b) کلاس میں لڑکیوں کی تعداد کی کل طلبا کی تعداد سے نسبت کیا ہے؟

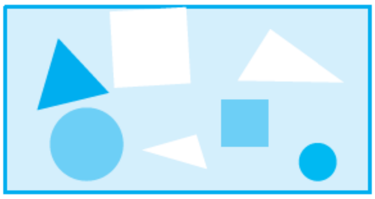
2۔ ایک کلاس کے 30 طلبا میں سے 6 کو فٹ بال، 12 کو کرکٹ اور باقی طلبا کو ٹینس کھیلنا پسند ہے۔ نسبت معلوم کیجیے۔

(a) فٹ بال پسند کرنے والے طلبا کی تعداد کی ٹینس پسند کرنے والے طلبا کی تعداد سے۔

(b) کرکٹ پسند کرنے والے طلبا کی تعداد کل طلبا کی تعداد سے۔



3۔ تصویر کو دیکھیے اور نسبت بتائیے۔



(a) مستطیل کے اندر بنے مثلثوں کی تعداد کی دائروں کی کل تعداد سے۔

(b) مستطیل کے اندر بنے مربعوں کی تعداد کی تمام طرح کی شکلوں کی تعداد سے۔

(c) مستطیل کے اندر بنے دائروں کی تعداد کی تمام طرح کی شکلوں کی تعداد سے۔

4۔ حامد اور اکبر ایک گھنٹے میں بالترتیب 9 کلومیٹر اور 12 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتے ہیں۔ حامد کی رفتار کی اکبر کی رفتار سے نسبت بتائیے۔

5۔ مندرجہ ذیل دی گئی خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$ (کیا یہ معادل نسبتیں ہیں؟)

6۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو معلوم کیجیے۔

(a) 81 کی 108 سے

(b) 98 کی 63 سے

(c) 33 کلومیٹر کی 121 کلومیٹر سے

(d) 30 منٹ کی 45 منٹ سے۔

7۔ مندرجہ ذیل نسبتوں کو معلوم کیجیے۔

(a) 30 منٹ کی 1.5 گھنٹے سے

(b) 40 سینٹی میٹر کی 1.5 میٹر سے

(c) 55 پیسے کی ₹ 1 سے

(d) 500 ملی لیٹر کی 2 لیٹر سے

8۔ ایک سال میں سیما نے 1,50,000 روپے کمائے اور اس میں سے 50,000 روپے کی بچت کی۔ نسبت معلوم کیجیے۔
(a) سیما کی کل آمدنی کی بچت سے۔
(b) سیما کی بچت کی خرچ کی گئی رقم سے۔

9۔ ایک اسکول میں 3300 طلبا کے لیے 102 اساتذہ ہیں۔ اساتذہ کی تعداد کی طلبا کی تعداد سے نسبت معلوم کیجیے۔

10۔ ایک کالج میں 4320 طلبا ہیں۔ ان میں سے 2300 لڑکیاں ہیں۔ مندرجہ ذیل نسبت معلوم کیجیے۔
(a) لڑکیوں کی تعداد اور طلبا کی کل تعداد سے۔
(b) لڑکوں کی تعداد کی لڑکیوں کی تعداد سے۔
(c) لڑکوں کی تعداد کی طلبا کی کل تعداد سے۔

11۔ ایک اسکول کے 1800 طلبا میں سے 750 طلبا نے باسکٹ بال کو چنا، 800 نے کرکٹ اور باقی نے ٹیبل ٹینس کو چنا۔ اگر ایک طالب علم صرف ایک ہی کھیل کو چن سکتا ہے تو مندرجہ ذیل کی نسبت معلوم کیجیے۔
(a) باسکٹ بال چننے والے طلبا ٹیبل ٹینس چننے والے طلبا سے۔
(b) کرکٹ چننے والے طلبا کی باسکٹ بال چننے والے طلبا سے۔
(c) باسکٹ بال چننے والے طلبا کی کل تعداد سے۔

12۔ ایک درجن پینوں کی قیمت 180 روپے ہے اور 8 بال پین کی قیمت 56 روپے ہے۔ ایک پین کی ایک بال پین کی قیمت سے نسبت معلوم کیجیے۔

13۔ دیئے گئے بیان پر غور کیجیے۔ کسی ہال کمرے کی چوڑائی اور لمبائی کی نسبت 2:3 ہے۔ مندرجہ ذیل جدول کو پورا کیجیے جس میں ہال کمرے کی کچھ ممکنہ چوڑائی اور لمبائی دی گئی ہیں۔

ہال کی چوڑائی (میٹر)	10		40
ہال کی لمبائی (میٹر)	25	50	

14۔ 20 پینوں کو شیلا اور سنگیتا کے درمیان 3:2 کی نسبت میں بانٹیے۔

15۔ ماں اپنی دو بیٹیوں شیریں اور بھومیکا میں 36 روپے کو ان کی عمروں کی نسبت کے حساب سے بانٹنا چاہتی ہے اگر شیریں کی عمر 15 سال اور بھومیکا کی عمر 12 سال ہے تو بتایئے شیریں اور بھومیکا کو کتنے کتنے روپے ملیں گے؟

16۔ ایک باپ کی موجودہ عمر 42 سال ہے اور ان کے بیٹے کی عمر 14 سال ہے۔ مندرجہ ذیل نسبتیں معلوم کیجیے۔
(a) باپ کی موجودہ عمر کی بیٹے کی موجودہ عمر سے۔
(b) باپ کی عمر کی بیٹے کی عمر سے (جب بیٹا 12 سال کا تھا)۔
(c) باپ کی 10 سال بعد کی عمر کی بیٹے کی 10 سال بعد کی عمر سے۔
(d) باپ کی عمر کی بیٹے کی عمر سے (جب باپ کی عمر 30 سال تھی)۔

12.3 تناسب(Proportion)

صورت حال پر غور کیجیے:

راجو ٹماٹر خرید نے بازار گیا۔ ایک دکاندار نے بتایا کہ 5 کلو گرام ٹماٹر کی قیمت40روپے ہے۔ دوسرے دکاندار نے بتایا کہ 6 کلوگرام ٹماٹر کی قیمت42روپے ہے۔ اب راجو کیا کرے؟ کیا وہ پہلے دکاندار سے ٹماٹر خریدے یا دوسرے دکاندار سے ٹماٹر خریدے؟ اگر وہ قیمت کے فرق کو سامنے رکھتے ہوئے دونوں کا موازنہ کرے تو کیا فیصلہ لینے میں اس کو کچھ مدد مل سکتی ہے؟ نہیں۔کیوں نہیں ؟

کوئی ایسا طریقہ سوچیے جس کے ذریعے اس کی مدد ہوسکے۔ اس کا تذکرہ اپنے دوستوں کے ساتھ کیجیے۔

ایک دوسری مثال پر غور کرتے ہیں:

بھاویکا کے پاس 28 ماربل ہیں۔ونی کے پاس180 پھول ہیں۔ وہ دونوں ان چیزوں کو آپس میں شیئر کرنا چاہتی ہیں۔ بھاویکا نے وینی کو 14 ماربل دے دیے، ونی نے 90 پھول بھاویکا کو دیے لیکن ونی کو تسلی نہیں ہوتی ہے۔ اس کو لگتا ہے کہ جتنے ماربل بھاویکا نے اس کو دیے ہیں، اس کے مقابلے میں اس نے بھاویکا کو زیادہ پھول دے دیے ہیں۔

آپ کو کیا لگتا ہے؟ کیا ونی صحیح سوچ رہی ہے؟

اس مسئلہ کو حل کرنے کے لیے وہ دونوں ونی کی ماں پوجا کے پاس گئیں۔

پوجا نے ان کو سمجھایا کہ 28ماربل میں سے بھاویکا کے 14 ماربل ونی کو دے دیے۔

اس لیے ان کی نسبت ہوئی $14 : 28 = 1 : 2$

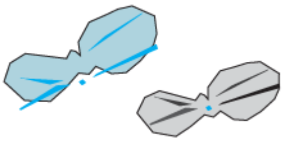
اور180 پھولوں میں سے وینی نے 90 پھول بھاویکا کو دے دیے

اس لیے ان کی نسبت ہوئی $90 : 180 = 1 : 2$

کیونکہ دونوں نسبتیں آپس میں برابر ہیں۔ اس لیے یہ بٹوارہ ٹھیک ہوا ہے۔

دو دوست اشما اور پنکھری بازار گئیں۔ ان کو بال پن خریدنا تھے۔ انھوں نے 30 روپے کے 20 پن خریدے۔ اشما نے 12 روپے دیے۔ اور پنکھری نے 18 روپے دیے۔ جب وہ دونوں واپس گھر آئیں تو اشما نے پنکھری سے کہا کہ وہ اسے دس پن دے دے۔ مگر پنکھری نے کہا کہ کیونکہ اس نے زیادہ پیسے دیے ہیں۔ اس لئے وہ زیادہ پن لے گی۔ اس کے حساب سے اشما کو 8 پن اور اس کو خود 12 پن ملنے چاہیے۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں کہ کون صحیح ہے، اشما یا پنکھری ؟ کیوں؟



اشما کی دی گئی رقم کی پنکھری کی دی گئی رقم سے نسبت ہوئی۔

12:18 = 2 : 3

اشما کے مطابق،اشما کو ملنے والے پنوں کی تعداد کی پنکھری کو ملنے والے پنوں کی تعداد سے نسبت

= 10 : 10 = 1 : 1

پنکھری کے مطابق، اشما کو ملنے والے پنوں کی تعداد کی پنکھری کو ملنے والے پنوں کی تعداد سے نسبت

ہوئی 3 : 2 = 12 : 8

آپ یہ بات دیکھ سکتے ہیں کہ اشما کے مطابق پنوں کے بٹوارے کی نسبت اور دونوں کے پیسوں کے حصوں کی نسبت برابر نہیں ہے جبکہ پنکھری کے مطابق دونوں نسبتیں برابر ہیں۔

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ پنکھری کے مطابق بتایا گیا بٹوارہ ٹھیک ہے۔

مندرجہ ذیل مثال پر غور کیجیے۔

- راج نے 15 روپے کے 3 پین خریدے اور انو نے 50 روپے کے 10 پین خریدے۔ کس کے پین مہنگے ہیں؟ راج کے خریدے گئے پنوں کی تعداد کی انو کے خریدے گئے پنوں کی تعداد سے نسبت= 10 : 3

  دونوں پنوں کی قیمتوں کی نسبت = 50 : 15 = 10 : 3

  10 : 3اور 50 : 15 دونوں نسبتیں برابر ہیں۔ اس لیے دونوں نے ایک ہی قیمت والے پین خریدے ہیں۔

- رحیم نے 60 روپے کے 2 کلوگرام سیب بیچے اور روشن نے 120 روپے کے 4 کلوگرام سیب بیچے۔ کون زیادہ مہنگے سیب بیچ رہا ہے؟

سیبوں کے وزنوں کی نسبت=4 کلوگرام 2 کلوگرام = 2 : 1 سیبوں کی قیمتوں کی نسبت= 120روپے

60 روپے= 12 : 6 = 2 : 1

اس لیے سیبوں کے وزنوں کی نسبت = سیبوں کی قیمتوں کی نسبت۔ کیونکہ دونو ں نسبتیں برابر ہیں اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ تناسب میں ہیں۔ دونوں ایک ہی قیمت سے سیب بیچ رہے ہیں۔

اگر دونسبتیں برابر ہیں یعنی تناسب میں ہیں تو ہم ان دونسبتوں میں مساوات کے لیے علامت '::' کا استعمال کرتے ہیں۔

پہلی مثال میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ اعداد 15، 10، 3 اور 50 تناسب میں ہیں۔ اور اس کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔ 50 : 15 :: 10 : 3 اور اس کو ہم اس طرح پڑھتے ہیں کہ 3 از ٹو 10 ایس 15 از ٹو 50۔

دوسری مثال کے بارے میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ 60 ، 4، 2 اور 120 تناسب میں ہیں۔ اور اس کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔ 120 : 60 :: 4 : 2 اور اس کو ہم اس طرح پڑھتے ہیں کہ 2 از ٹو 4 ایس 60 از ٹو 120۔

آیئے ایک اور مثال لیتے ہیں۔

ایک آدمی 2 گھنٹے میں 35 کلو میٹر کا سفر طے کرتا ہے۔ اس رفتار سے کیا وہ 4 گھنٹے میں 70 کلو میٹر کا سفر طے کرسکتا ہے؟

اس آدمی کے ذریعے طے کیے گئے فاصلوں کی نسبت 2 : 1 = 70 : 35 اور ان فاصلوں کو طے کرنے میں لگے وقتوں کی نسبت 2 : 1 = 4 : 2

اس طرح یہ دونوں نسبتیں برابر ہیں یعنی 4 : 2 = 70 : 35

اس لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ چار اعداد یعنی 2، 70، 35 اور 4 تناسب میں ہیں۔ اس کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔ 4 : 2 = 70 : 35

اور اس کو ہم اس طرح پڑھتے ہیں کہ 35 از ٹو 70 ایس 2 از ٹو 4 اس طرح وہ آدمی 70 کلو میٹر کا سفر 4 گھنٹے میں اپنی پہلی رفتار کے ساتھ طے کرسکتا ہے۔

کوشش کیجیے

جانچ کر بتایئے کہ دی گئی نسبتیں برابر ہیں یعنی یہ تناسب میں ہیں۔
اگر ہاں تو ان کو مناسب شکل میں لکھیے۔

1۔ 1:5 اور 3:15
2۔ 2:9 اور 18:81
3۔ 15:45 اور 5:25
4۔ 4:12 اور 9:27
5۔ 10 روپے کی 15 روپے سے اور 4 کی 6 سے۔

اب یہ مثال دیکھیے :

دو کلوگرام سیبوں کی قیمت 60 روپے ہے اور پانچ کلوگرام تربوز کی قیمت 15 روپے ہے۔

اب سیب کے وزن کی تربوز کے وزن سے نسبت = 5 : 2 اور سیبوں کی قیمت کی تربوز کی قیمت سے نسبت = 1 : 4 = 15 : 60

یہاں پر یہ دونوں نسبتیں 2:5 اور 15 : 60 برابر نہیں ہیں یعنی $60 : 15 \neq 5 : 2$

اس لئے یہ چار مقدار 60 ، 5، 2 اور 15 تناسب میں نہیں ہیں۔

اس طرح اگر دو نسبتیں برابر نہیں ہیں تو وہ آپس میں تناسب میں نہیں ہوتی ہیں۔ تناسب کے بیان میں استعمال ہونے والی چاروں مقدار بالترتیب ارکان کہلاتی ہیں۔ پہلے اور چوتھے رکن کو انتہائی ارکان (extreme terms) نیز دوسرے اور تیسرے رکن کو وسطی ارکان (middle terms) کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر $4 : 2 :: 70 : 35$

2,70,35 اور 4 چار ارکان ہیں جن میں سے 35 اور 4 انتہائی ارکان اور 70 اور 2 وسطی ارکان کہلاتے ہیں۔

مثال 8: کیا 25 گرام :30 گرام اور 40 کلوگرام :48 کلوگرام تناسب میں ہیں؟

حل: 25 گرام 30 گرام $= \frac{25}{30} = 5 : 6$

40 کلوگرام :48 کلوگرام $= \frac{40}{48} = 5 : 6$

اس لیے $25 : 30 :: 40 : 48$

اس لیے 25 گرام :30 گرام اور 40 کلوگرام :48 کلوگرام تناسب میں ہیں

یعنی $25 : 30 :: 40 : 48$

اس میں 30 اور 40 وسطی ارکان ہیں اور 25 اور 48 انتہائی ارکان کہلاتے ہیں۔

مثال 9 : کیا 45,40,30 اور 60 تناسب میں ہیں؟

حل: 30 سے 40 کی نسبت $= \frac{30}{40} = 3 : 4$

45 سے 60 کی نسبت $= \frac{45}{60} = 3 : 4$

کیونکہ $30 : 40 = 45 : 60$

اس لیے 45,40,30 اور 60 تناسب میں ہیں۔

مثال 10: کیا 15 سینٹی میٹر اور 2 میٹر اور 10 سیکنڈ اور 3 منٹ کے درمیان نسبتیں تناسب میں ہیں؟

حل: 15 سینٹی میٹر سے 2 میٹر کی نسبت

$= 15 : 2 \times 100$ (1 میٹر = 100 سینٹی میٹر)

$= 15 : 200$

$= 3 : 40$

10 سیکنڈ سے 3 منٹ کی نسبت

$= 10 : 3 \times 60$ (1 منٹ = 60 سیکنڈ)

$= 10 : 180$

$= 1 : 18$

کیونکہ $3 : 40 \neq 1 : 18$ اس لئے دی گئی نسبتیں تناسب میں نہیں ہیں۔

مشق 12.2

1۔ بتائیے کیا مندرجہ ذیل نسبتیں تناسب میں ہیں۔

(a) 15، 45، 40، 120 (b) 33، 121، 9، 96 (c) 24، 28، 36، 48

(d) 32، 48، 70، 210 (e) 4، 6، 8، 12 (f) 33، 44، 75، 100۔

2۔ مندرجہ ذیل بیانات میں صحیح بیان کے سامنے (T) اور غلط بیان کے سامنے (F) لکھیے۔

(a) 16 : 24 :: 20 : 30 (b) 21: 6 :: 35 : 10 (c) 12 : 18 :: 28 : 12

(d) 8 : 9 :: 24 : 27 (e) 5.2 : 3.9 :: 3 : 4 (f) 0.9 : 0.36 :: 10 : 4

3۔ کیا مندرجہ ذیل بیانات صحیح ہیں؟

(a) 40 آدمی:200 آدمی=₹15: ₹75

(b) 7.5 لیٹر: 15 لیٹر:5 کلوگرام : 10 کلوگرام

(c) 99 کلوگرام:45 کلوگرام=₹44:₹20

(d) 32 میٹر:64 میٹر=6 سیکنڈ:12 سیکنڈ

(e) 45 کلومیٹر:60 کلومیٹر=12 گھنٹے :15 گھنٹے

4۔ معلوم کیجیے کیا مندرجہ ذیل نسبتیں تناسب میں ہیں جو نسبتیں تناسب میں ہیں ان کے انتہائی ارکان اور وسطی ارکان بھی لکھیے۔

(a) 25 سینٹی میٹر:1 میٹر اور ₹40:₹160

(b) 39 لیٹر:65 لیٹر اور 6 بوتلیں:10 بوتلیں

(c) 2 کلوگرام:80 کلوگرام اور 25 گرام اور 625 گرام

(d) 200 ملی لیٹر:2.5 لیٹر اور ₹4:₹50

(

12.4 اکائی کا طریقہ (Unitary Method)

مندرجہ ذیل صورت حال پر غور کیجیے ۔

- دو دوست ریشما اور سیما کاپیاں خریدنے بازار گئیں۔ ریشما نے 24 ₹ کی دو کاپیاں خریدیں۔ایک کاپی کی قیمت بتائیے؟
- ایک اسکوٹر کو 80 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے 2لیٹر پیٹرول کی ضرورت ہوتی ہے تو 1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے میں کتنا پیٹرول خرچ ہوگا؟ ہم کو اپنی روز مرہ کی زندگی میں ایسی صورت حال کا سامنا اکثر کرنا پڑتا ہے۔آپ ان کو کیسے حل کرتے ہیں؟

پہلی مثال پر دوبارہ غور کیجیے:

دو کاپیوں کی قیمت=24 ₹

اس لیے ایک کاپی کی قیمت= 2 ÷ 24 =12 ₹

اب اگر آپ سے ایسی پانچ کاپیوں کی قیمت نکالنے کے لیے کہا جائے تو آپ کچھ اس طرح کر سکتے ہیں۔

$₹ 12 \times 5 = ₹ 60$

دوسری مثال پر دوبارہ غور کیجیے:

اس میں ہم یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ 1 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے میں اسکوٹر کو کتنے لیٹر پیٹرول کی ضرورت پڑے گی۔

80 کلومیٹر دور جانے کے لیے پیٹرول چاہیے=2لیٹر

اس لیے 1 کلومیٹر دور جانے کے لیے پیٹرول چاہیے= $\frac{2}{80} = \frac{1}{40}$ لیٹر

اب، اگر آپ یہ معلوم کرنا چاہتے ہیں کہ 120 کلومیٹر دور جانے کے لیے کتنے لیٹر پیٹرول چاہیے ہوگا۔

تب پیٹرول چاہیے ہوگا $120 \times \frac{1}{40}$ لیٹر =3لیٹر

وہ طریقہ جس میں ہم پہلے ایک اکائی مقدار کی قیمت معلوم کرتے ہیں اور پھر اس سے مطلوبہ مقدار کی قیمت معلوم کرتے ہیں، 'اکائی کا طریقہ' کہلاتا ہے۔

کوشش کیجیے

1۔ اس طرح کے پانچ سوال بنائیے اور اپنے دوستوں سے ان کو حل کرائیے۔
2۔ جدول کو پڑھئے اور خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

وقت	کرن کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ	کیرتی کے ذریعے طے کیا گیا فاصلہ
2 گھنٹے	8 کلومیٹر	6 کلومیٹر
1 گھنٹے	4 کلومیٹر	
4 گھنٹے		

ہم نے دیکھا کہ

2 گھنٹے میں کرن نے فاصلہ طے کیا= 8 کلومیٹر

1 گھنٹے میں کرن نے فاصلہ طے کیا = $\frac{8}{2}$ کلومیٹر= 4 کلومیٹر

اس لیے 4 گھنٹے میں کرن نے فاصلہ طے کیا $4 \times 4 = 16$ کلومیٹر

اسی طرح کیرتی نے 4 گھنٹوں میں کتنا فاصلہ طے کیا؟ یہ معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم یہ معلوم کریں گے کہ اس نے ایک گھنٹہ میں کتنا فاصلہ طے کیا ہے۔

مثال 11: اگر 6 جوس کے ڈبوں کی قیمت 210 ₹ ہے تو 4 جوس کے ڈبوں کی قیمت کیا ہوگی؟

حل: 6 جوس کے ڈبوں کی قیمت 210 ₹ اس لیے 1 جوس کے ڈبے کی قیمت $\frac{210}{6}$ = 35 ₹۔

اس لیے 4 جوس کے ڈبوں کی قیمت 4×35 ₹ = 140 ₹ اس طرح 4 جوس کے ڈبوں کی قیمت 140 ₹ ہے۔

مثال 12: ایک موٹر سائیکل 5 لیٹر پیٹرول میں 220 کلومیٹر چلتی ہے۔ 1.5 لیٹر پیٹرول میں وہ کتنی دور چلے گی؟

حل: 5 لیٹر پیٹرول میں موٹرسائیکل چلتی ہے= 220 کلومیٹر

اس لیے 1 لیٹر پیٹرول میں موٹرسائیکل چلے گی $\frac{220}{5}$ کلومیٹر

اس لیے 1.5 لیٹر پیٹرول میں موٹرسائیکل چلے گی $1.5 \times \frac{220}{5}$ کلومیٹر

$\frac{15}{10} \times \frac{220}{5}$ کلومیٹر= 66 کلومیٹر

اس طرح یہ موٹرسائیکل 1.5 لیٹر پیٹرول میں 66 کلومیٹر چلے گی۔

مثال 13: اگر ایک درجن صابن کی قیمت ₹ 153.60 ہو تو 15 ایسے صابن کی قیمت بتائیے۔

حل: ہم جانتے ہیں کہ 1 درجن=12

کیونکہ 12 صابن کی قیمت ₹ 153.60

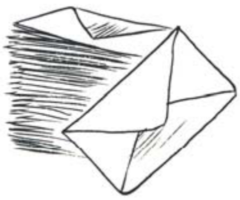
اس لیے 1 صابن کی قیمت $₹\ \frac{153.60}{12} = ₹\ 12.80$

اس لیے 15 صابن کی قیمت $= ₹\ 12.80 \times 15 = ₹\ 192$

اس طرح 15 صابن کی قیمت ₹ 192 ہے۔

مثال 14: 105 لفافوں کی قیمت ₹350 ہے تو 100 روپے میں کتنے لفافے آئیں گے؟

حل: ₹ 350 میں خریدے جانے والے لفافوں کی تعداد 105 اس لئے ₹ 1 میں خریدے جانے والے لفافوں کی تعداد $\boxed{\frac{105}{350}}$



اس لیے ₹ 100 میں خریدے جانے والے لفافوں کی تعداد $= \frac{105}{350} \times 100$

اس طرح 100 روپے میں 30 لفافے خریدے جاسکتے ہیں۔

مثال 15: ایک کار 90 کلومیٹر کا فاصلہ $2\frac{1}{2}$ گھنٹے میں طے کرتی ہے۔

(a) اس رفتار سے یہ کار 30 کلومیٹر کا فاصلہ کتنے وقت میں طے کرے گی؟

(b) اس رفتار سے یہ کار 2 گھنٹہ میں کتنا فاصلہ طے کرے گی؟

حل: (a) یہاں پر ہم کو فاصلہ معلوم ہے اور وقت معلوم کرنا ہے۔ اس لیے اس کو ہم اس طرح حل کریں گے۔

$2\frac{1}{2}$ گھنٹہ $\frac{5}{2}$ گھنٹے $= \frac{5}{2} \times 60$ منٹ=150 منٹ

90 کا فاصلہ طے کرنے کے لیے مطلوبہ وقت=150 منٹ اس لیے 1 کلومیٹر کی دوری طے کرنے کے لیے مطلوبہ وقت $\frac{150}{90}$ اس لیے 30 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے مطلوبہ وقت $= 30 \times \frac{150}{90}$ منٹ=50 منٹ

اس طرح 30 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے میں 50 منٹ لگیں گے۔

(b) یہاں پر وقت معلوم ہے اور فاصلہ معلوم کرنا ہے اس لیے اس کو ہم اس طرح حل کریں گے۔

$2\frac{1}{2}$ گھنٹوں میں طے کیا گیا فاصلہ=90 کلومیٹر

اس لیے 1 گھنٹے میں طے کیا گیا فاصلہ $\frac{2}{5} \div 90$ کلومیٹر $\frac{2}{5} \times 90 =$ کلومیٹر=36 کلومیٹر

اس لیے 2 گھنٹے میں طے کیا گیا فاصلہ 2 × 36 کلومیٹر=72 کلومیٹر
اس طرح 2 گھنٹے میں 72 کلومیٹر کا فاصلہ طے کیا جائے گا۔

مشق 12.3

1۔ اگر 7 میٹر کپڑے کی قیمت ₹1470 ہے تو 5 میٹر کپڑے کی قیمت بتائیے۔

2۔ اگر ایکتا 10 دن میں ₹1500 کماتی ہے تو 30 دنوں میں وہ کتنے روپے کمائے گی؟

3۔ اگر پچھلے 3 دنوں میں 276 ملی میٹر بارش ہوتی ہے تو ایک پورے ہفتہ (7 دن) میں کتنی بارش ہوگی؟ مان لیجیے کہ بارش ایک ہی شرح سے ہو رہی ہے۔

4۔ 5 کلوگرام گیہوں کی قیمت ₹91.50 ہے تو

(a) 8 کلوگرام گیہوں کی قیمت کیا ہوگی؟

(b) ₹183 میں کتنے گیہوں خریدے جا سکتے ہیں؟

5۔ پچھلے 30 دنوں میں درجۂ حرارت میں 15 ڈگری سیلیس کی کمی آئی اگر درجۂ حرارت اس شرح سے کم ہوتا رہے تو اگلے دس دن میں کتنے ڈگری درجۂ حرارت اور کم ہوگا؟

6۔ شائینا نے 3 مہینے کا کرایہ ₹ 7500 دیا۔ پورے سال کے لیے اس کو کتنا کرایہ دینا ہوگا اگر ہر مہینہ کا کرایہ ایک سا ہو؟

7۔ 4 درجن کیلوں کی قیمت ₹180 ہے تو ₹90 میں کتنے کیلے خریدے جا سکتے ہیں؟

8۔ 72 کتابوں کا وزن 9 کلوگرام ہے ایسی 40 کتابوں کا وزن معلوم کیجیے۔

9۔ 594 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے ایک ٹرک کو 108 لیٹر ڈیزل کی ضرورت پڑتی ہے۔ 1650 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرنے کے لیے اس ٹرک کو کتنے لیٹر ڈیزل کی ضرورت ہوگی؟

10۔ راجو 10 پین 150 ₹ میں خریدتا ہے اور منیش 7 پین 84 ₹ میں خریدتا ہے، کس نے سب سے سستے پین خریدے؟۔

11۔ اَنیش 6 اُوور میں 42 رن بناتا ہے اور اَنوپ 7 اُوور میں 63 رن بناتا ہے، کون ایک اُوور میں سب سے زیادہ رن بناتا ہے؟

ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ دو ایک ہی قسم کی مقادیر کا موازنہ ہم عام طور پر ان دونوں مقادیر کو گھٹا کر کرتے ہیں۔

2۔ بہت سے موقعوں پر ہم دو مقدار کا موازنہ اس سے زیادہ بامعنی طریقہ سے کر سکتے ہیں اس طریقہ میں ہم دو مقادیر کا موازنہ تقسیم کے ذریعے کرتے ہیں یعنی اس طریقہ میں ہم یہ معلوم کرتے ہیں کہ ایک چیز دوسری کے کتنے گنا ہے۔
اس طریقہ کو ہم نسبت کے ذریعے موازنہ کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر ایشا کا وزن 25 کلوگرام ہے اور اس کے والد کا وزن 75 کلوگرام ہے اس طرح ایشا کے والد کا وزن ایشا کے وزن کا تین گنا ہے۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ والد صاحب کے وزن کی ایشا کے وزن سے نسبت 3:1 ہے۔

3۔ نسبت کے ذریعہ موازنہ کرنے کے لیے دونوں مقادیر کا یکساں اکائیوں میں ہونا ضروری ہے۔ اگر وہ یکساں اکائیوں میں نہ ہوں تو ان دونوں کو پہلے یکساں اکائیوں میں ظاہر کرنا ضروری ہے۔

4۔ مختلف صورت حال میں نسبت یکساں بھی ہوسکتی ہے۔

5۔ اس بات پر غور کیجیے کہ نسبت 3:2 نسبت 2:3 سے مختلف ہے۔ اس طرح نسبت میں ارکان کی ترتیب اہم ہوتی ہے۔

6۔ ایک نسبت کو ایک کسر کی طرح بھی لکھا جاسکتا ہے۔ اس لیے نسبت 10:3 کو ہم $\frac{10}{3}$ بھی لکھ سکتے ہیں۔

7۔ دو نسبتیں برابر ہوتی ہیں اگر ان کی نظیری کسور (Corresponding fractions) برابر ہوں۔ اس طرح نسبت 3:2 برابر ہے، نسبت 6:4 یا 12:8 کے۔

8۔ دو اعداد میں نسبت عموماً ان کی سادہ ترین شکل یا اقل ارکان (کم ترین ارکان) میں ظاہر کی جاتی ہے۔ مثال کے طور پر نسبت 50:15 کو ہم $\frac{50}{15}$ لکھ سکتے ہیں۔ اور $\frac{50}{15}$ کی سادہ ترین شکل $\frac{10}{3}$ ہے۔ تناسب کو ہم کچھ اس طرح ظاہر کرتے ہیں۔ نسبت 50:15 کی سادہ ترین شکل 10:3 ہے۔

9۔ چار اعداد اس وقت تناسب میں کہلاتے ہیں جب پہلے عدد کی دوسرے عدد سے وہی نسبت ہو جو تیسرے عدد کی چوتھے عدد سے ہے۔ اس طرح 3،10،15 اور 50 تناسب میں ہیں کیونکہ $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$ اس تناسب کو ہم مندرجہ ذیل طریقہ سے لکھ سکتے ہیں۔ $3 : 10 :: 15 : 50$

مندرجہ بالا تناسب میں 3 اور 50 انتہائی ارکان اور 10 اور 15 کو وسطی ارکان کہتے ہیں۔

10۔ تناسب میں ارکان کی ترتیب بہت اہم ہے۔ اس لیے 3،10،15 اور 50 تناسب میں ہیں جب کہ 3،10،50 اور 15 تناسب میں نہیں ہیں۔ کیونکہ $\frac{3}{10}$ اور $\frac{50}{15}$ برابر نہیں ہیں۔

11۔ ایسا طریقہ جس میں ہم پہلے ایک اکائی مقدار کی قیمت معلوم کرتے ہیں اور پھر اس سے مطلوبہ مقدار کی قیمت معلوم کرتے ہیں۔ اس طریقہ کو اکائی کا طریقہ کہتے ہیں۔ مثال کے طور پر اگر یہ دیا گیا ہے کہ 6 جوس کے ڈبوں کی قیمت 210 ₹ ہے اور 4 ڈبوں کی قیمت معلوم کرنی ہے۔ اکائی کا طریقہ استعمال کرتے ہوئے ہم پہلے ایک ڈبہ کی قیمت نکالیں گے جو کہ ₹ $\frac{210}{6}$ یا 35 ₹ کے برابر ہے۔ اس کی مدد سے ہم 4 ڈبوں کی قیمت معلوم کرسکتے ہیں جو کچھ اس طرح سے ہوگی $4 \times$ ₹35 = ₹140

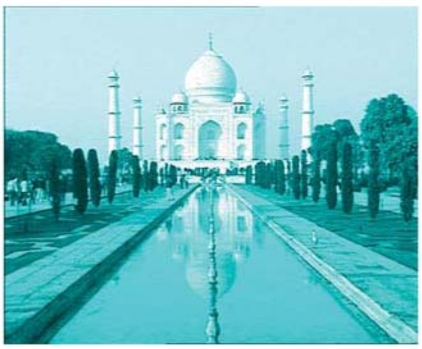
باب 13

تشاکل (Symmetry)

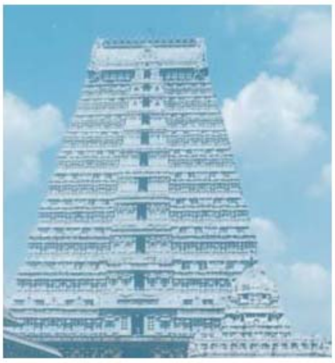
4618CH13

13.1 تعارف (Introduction)

روز مرّہ زندگی میں استعمال ہونے والا ایک عام سا لفظ ''تشاکل''(Symmetry) ہے جب ہم کوئی ایسی بناوٹ دیکھتے ہیں جو پوری طرح سے متوازن اور تناسب میں ہو تو ہم کہتے ہیں کہ یہ بناوٹ 'تشاکل' میں ہے۔فن تعمیر کے یہ نمونے تشاکل کی وجہ سے ہی خوبصورتی کے بہترین مثال بنے ہیں۔

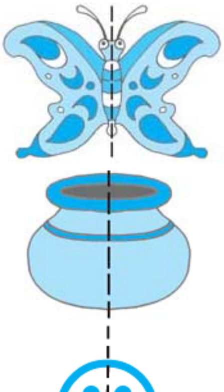


تاج محل (یوپی)

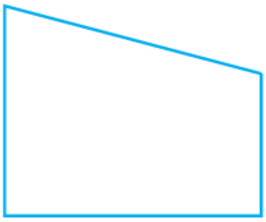


ترووناملائی (تامل ناڈو)

اگر ہم ایک تصویر کو بیچ میں سے اس طرح موڑیں کہ دائیں جانب کا حصہ بائیں جانب کے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے تو کہا جاسکتا ہے کہ یہ (بیچ کا موڑ) تصویر خط تشاکل ہے (شکل 13.1)۔ہم دیکھ سکتے ہیں کہ دونوں آدھے حصے ایک دوسرے کا عکس ہیں۔ اگر ہم تصویر کے موڑ پر ایک آئینہ رکھ دیں تو اس کا عکس پوری طرح تصویر کے باقی حصہ جیسا ہی ہوگا تو یہ موڑ جو کہ یہاں آئینہ ہے،تصویر کے لیے تناسب کا محور یا خط تشاکل کہلاتا ہے۔



شکل 13.1



شکل 13.2

یہاں جو اشکال آپ دیکھ رہے ہیں وہ متشاکل ہیں۔ کیوں؟
جب آپ ان کو نقطہ دار قطر پر سے موڑیں گے تو تصویر کا آدھا حصہ دوسرے آدھے حصہ کو پورا پورا ڈھک لے گا۔
تصویر کے نقطہ دار خط کو آپ کیا کہیں گے؟
آپ آئینہ کو کہاں رکھیں گے کہ تصویر کی آدھی شکل کا عکس باقی آدھی شکل پر پوری طرح پڑے؟
دی گئی شکل 13.2 تشاکل میں نہیں ہے۔
کیا آپ بتا سکتے ہیں کیوں نہیں؟

13.2 متشاکل اشکال کو بنانا: روشنائی کے دھبوں کے ذریعہ
(Making Symmetric Figures: Ink-blot Devils)

اسے کیجیے

کاغذ کا ایک ٹکڑا لیجیے اس کو بالکل بیچ میں سے موڑیے
ایک آدھے حصہ پر روشنائی کے چند قطرے ڈالیے۔
اب دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔
آپ نے کیا دیکھا؟
کیا بننے والی تصویر تشاکل میں ہے؟ اگر ہاں خط تشاکل کہاں ہے؟ کیا یہاں ایسا اور بھی کوئی خط ہے جس پر سے اس تصویر کو موڑا جائے تو دو بالکل ایک سے حصوں میں بٹ جائے؟
ایسے کچھ اور پیٹرن بنانے کی کوشش کیجیے۔

روشنائی میں بھیگے دھاگوں کے پیٹرن (Inked- String Patterns)

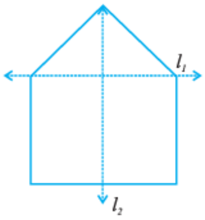
ایک کاغذ کو بیچ میں سے موڑیے کاغذ کے آدھے حصہ پر دھاگے کے ایک ٹکڑے کو رنگ یا روشنائی میں بھگو کر رکھ دیجیے اب کاغذ کے دونوں حصوں کو ملا کر دبائیے۔ آپ کو جو شکل ملی اس کو دیکھیے۔ کیا یہ متشاکل ہے؟ دو بالکل ایک سے آدھے حصہ حاصل کرنے کے لیے کاغذ کو کتنے طریقوں سے موڑا جا سکتا ہے۔

کوشش کیجیے

آپ کے جیومیٹری باکس میں جو دو سیٹ اسکوائر ہیں کیا وہ متشاکل میں ہیں؟

اپنی کلاس میں پائی جانے والی چیزوں کی ایک فہرست بنائیے۔ جیسے تختہ سیاہ، میز، دیوار، کتاب وغیرہ۔ ان میں کون سی چیزیں متشاکل ہیں۔اور کون سی نہیں؟ جو چیزیں متشاکل ہیں کیا آپ ان کے لیے خطوط تشاکل کی نشاندہی کر سکتے ہیں؟

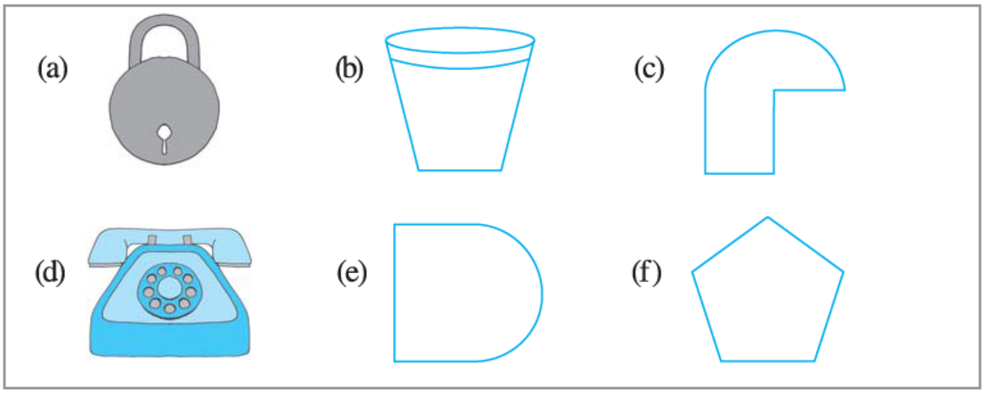
مشق 13.1



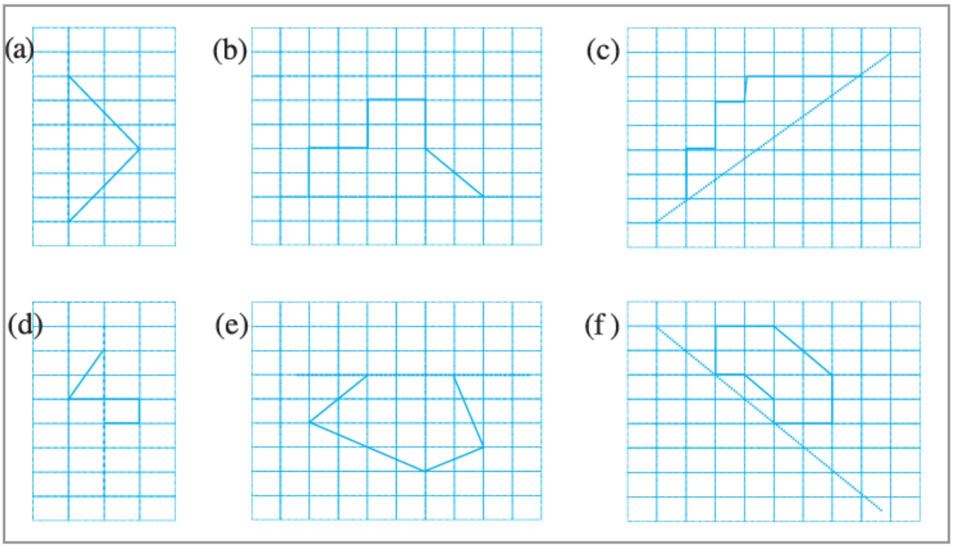
1۔ اپنے اسکول یا گھر میں سے چار ایسی چیزوں کے نام لکھیے جو متشاکل ہوں۔

2۔ دی گئی شکل میں آئینہ کا خط کون سا ہے۔ l_1 یا l_2

3۔ درج ذیل دی گئی اشکال کو پہچانیے۔ جانچ کیجیے کہ کیا یہ تشاکل میں ہیں یا نہیں۔ ان کے لیے تشاکل کے خط شکل بھی بنائیے۔

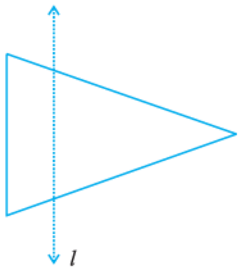


4۔ دی گئی اشکال کو ایک مربع پیپر (Squared Paper) پر اتاریئے۔ گراف پیپر وہ کاغذ ہیں جو آپ نے اپنی پچھلی جماعتوں میں استعمال کئے ہوں گے۔ نقطہ دار خط کو تشاکل کا خط مان کر شکل کو پورا بھی کیجیے۔



5۔ شکل میں 'L' تناسب کا خط ہے۔ ڈائیگرام کو متشاکل بنانے کے لیے مکمل کیجیے۔

6۔ شکل میں 'L' تناسب کا خط ہے۔ مثلث کا عکس بنایئے اور ڈائیگرام کو مکمل کیجیے جس سے یہ تشاکل ہوجائے۔

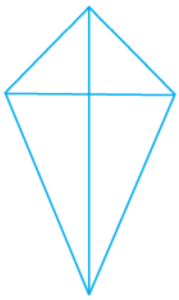


13.3 دو خطوط تشاکل والی اشکال (Figures with Two Lines of Symmetry)

اسے کیجیے

ایک پتنگ (A Kite)

آپ کے جیومیٹری بکس کے دو سیٹ اسکوائر میں سے ایک کے زاویوں کا ناپ 90°، 60°، 30° ہے۔ دو ایک جیسے سیٹ اسکوائر لیجیے۔ ان کو برابر برابر اس طرح ملا کر رکھیے جس سے کہ ایک پتنگ بن سکے جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔

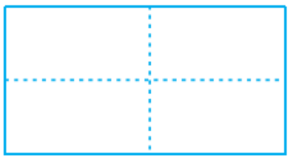


شکل میں کتنے تشاکل کے خطوط ہیں؟

کیا آپ سوچتے ہیں کہ کچھ 'اشکال کے ایک سے زیادہ تشاکل کے خطوط ہوسکتے ہیں'؟

مستطیل (A rectangle)

مستطیل نما ایک کاغذ لیجیے (جیسے پوسٹ کارڈ) اس کو لمبائی میں موڑیئے جس سے کہ ایک آدھا حصہ دوسرے آدھے حصہ کو پوری طرح ڈھک لے۔ کیا یہ موڑ تشاکل کا خط ہے؟ ایسا کیوں ہے؟



کاغذ کو کھولیے اور پھر اس کو بالکل اسی طرح چوڑائی میں جوڑیئے۔ کیا دوسرا موڑ بھی تشاکل کا خط ہے؟ ایسا کیوں؟

کیا آپ کو پتہ چلا کہ یہ دونوں خطوط ہی تشاکل کے خطوط ہیں؟

دوہرے موڑ سے کاٹنا (A Cut out from double fold)

ایک مستطیل نما کاغذ لیجیے۔ اس کو موڑیے پھر دوبارہ موڑیے۔ اس پر کچھ ڈیزائن بنائیے جیسا کہ دکھایا گیا ہے جو شکل بنی اس کو کاٹئے اور پھر کاغذ کو کھولیے (کھولنے سے پہلے، اس شکل کے بارے میں اندازہ لگائیے جو آپ کو حاصل ہوگی)۔

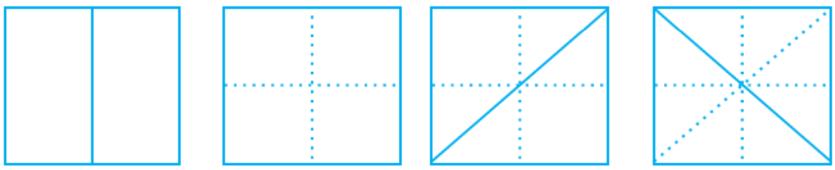
کوشش کیجیے

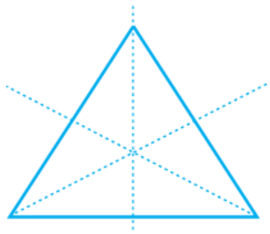
دو یا زیادہ سیٹ اسکوائر کو ملا کر کے آپ جتنی اشکال بنا سکتے ہیں ان کو گراف پیپر پر بنائیے۔ ان کے لیے خط تشاکل بھی بنائیے۔

کاٹی گئی شکل میں کتنے خط تشاکل ہیں؟

ایسے کچھ اور ڈیزائن بنائیے۔

13.4 دو سے زیادہ خط تشاکل والی اشکال (Figures with Multiple (more than two) Lines of Symmetry)



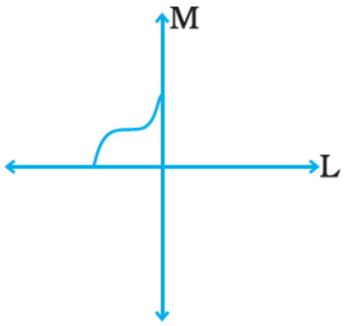


ایک مربع نما کاغذ لیجیے اس کو عمودی طریقے سے موڑیے پھر اس کو افقی طریقے سے ایک اور بار موڑیے (یعنی آپ کو دو بارہ موڑنا ہے۔ اب کاغذ کو کھولیے اور پھر اس کو دو برابر حصوں میں موڑیے (اب تیسری بار) مگر اس بار ترچھا موڑیے اب کاغذ کو دوبارہ کھول کر موڑیے (چوتھی بار) لیکن یہ دوسری طرف سے ترچھا موڑیے جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ موڑنے کے بعد اس کو کھولیے۔

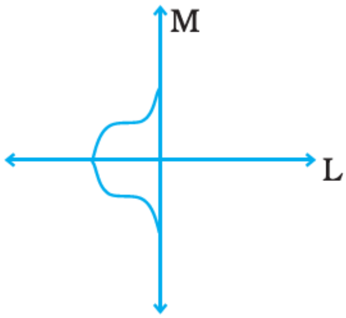
اس شکل کے کتنے خط تشاکل ہیں؟

ہم دو متشاکل کے خطوط والی شکلوں کو بنانا اسی طرح سیکھ سکتے ہیں جیسے ہم نے مشق 13.1 کے سوال نمبر 6 میں ایک خط متشاکل والی شکلوں کے لیے، ایک چھوٹے حصے کو لے کر کی تھی۔

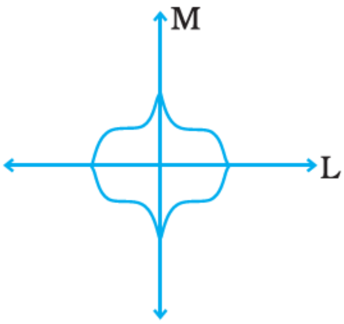
1۔ مان لیجیے ہمارے پاس کوئی دائیں طرف جیسی کوئی شکل ہے۔



2۔ ہم اسے اس طرح پورا کرنا چاہتے ہیں کہ دو خط تشاکل والی شکل حاصل ہو جائے۔
مان لیجیے دونوں خط تشاکل l اور m ہیں۔



3۔ ہم ایک حصہ میں دکھائے گئے طریقے سے بناتے ہیں جو خط 1 کے تشاکل ہے۔یعنی خط 1 تشاکل کے خط جیسا ہے۔

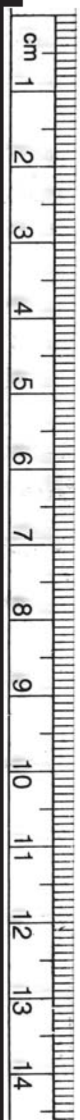


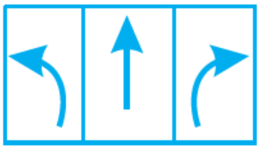
4۔ شکل مکمل کرنے کے لیے ہمیں خط M کے تشاکل کرنا بھی ضروری ہے۔ شکل میں دکھائے گئے شکل کا باقی حصہ بنائیے۔

اس شکل میں خط تشاکل L اور M ہیں۔کوشش کریں دو تشاکل ٹکڑے اس طرح ملا کر رکھیں کہ ان میں دو خط تشاکل بنیں۔
کچھ اشکال کا صرف ایک خط تشاکل ہے کچھ کے دو اور کچھ کے تین یا زیادہ خط تشاکل بھی ہوتے ہیں۔
کیا آپ ایسی کوئی شکل بتا سکتے ہیں جس کے 6 خط تشاکل ہوں؟

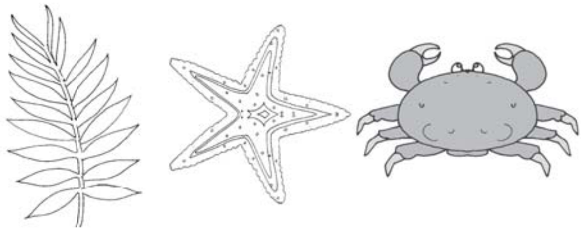
تشاکل۔ہر جگہ تشاکل!(Symmetry, Symmetry everywhere!)

- روز آنہ آپ سڑک پر بنی کچھ ایسی علامتیں دیکھتے ہیں جن میں خط تشاکل ہوتے ہیں ان میں سے کچھ یہاں دکھائی گئی ہیں کچھ اور تشاکل والی علامتوں کی نشان دہی کر کے بنائیے۔خط تشاکل بنانا مت بھولیے گا۔

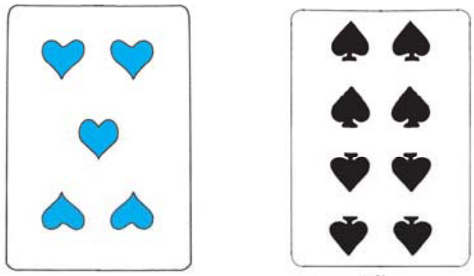




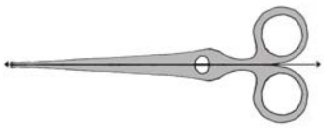
- قدرت نے بھی بہت ساری ایسی چیزیں بنائی ہیں جن کی بناوٹ تشاکل میں ہے؛ ان کو دیکھیے :



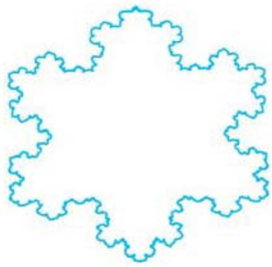
- تاش کے کچھ پتوں میں بھی خط تشاکل ہوتا ہے۔ درج ذیل پتوں میں ان کو تلاش کیجیے۔



- یہاں ایک قینچی دی گئی ہے۔
اس میں کتنے خط تشاکل ہیں؟



- اس خوبصورت تصویر کو دیکھیے



یہ پیٹرن تشاکل میں ہے اس کو کوچ کا اسنوفلیک (Koch's Snowflake) کہتے ہیں۔
(آپ کمپیوٹر میں اس طرح کی دوسری خوبصورت تصاویر ڈھونڈ سکتے ہیں۔)
ان اشکال کے لیے خط تشاکل معلوم کیجیے۔

مشق 13.2

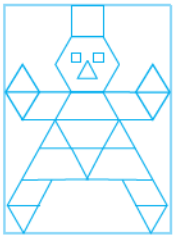
1۔ مندرجہ ذیل اشکال میں سے ہر ایک کے لیے خط تشاکل معلوم کیجیے۔

(a)

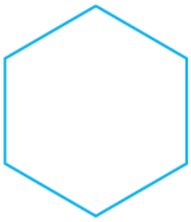
(b)

(c)

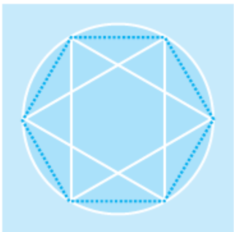
(d)



(e)



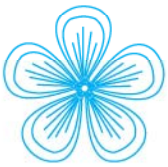
(f)



(g)

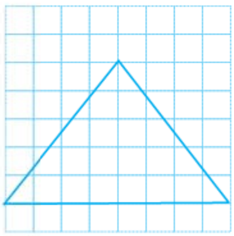
(h)

(i)

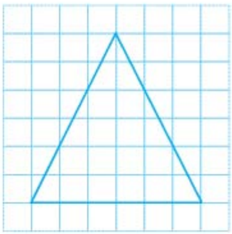


2۔ مندرجہ ذیل مثلث کی اشکال کو گراف پیپر پر اتاریے سبھی کے خط تشاکل بنایئے (اگر ہیں تو) اور مثلث کی قسم بھی معلوم کیجیے (آپ میں سے بعض ان اشکال کو چھاپنا (trace کرنا) پسند کر سکتے ہیں۔ اور پھر کاغذ کو موڑ تے ہیں۔

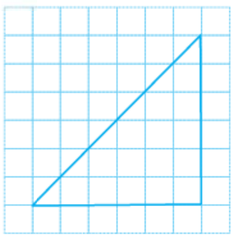
(a)



(b)

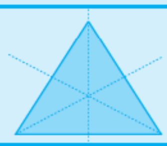


(c)



(d)

3۔ مندرجہ ذیل جدول مکمل کیجیے۔

بناوٹ	رف شکل	خط تشاکل کی تعداد
مساوی ضلعی مثلث		3
مربع		
مستطیل		
مساوی ضلعی مثلث		
معین		
دائرہ		

4۔ کیا آپ ایک ایسا مثلث بناسکتے ہیں جس میں

(a) صرف ایک خط تشاکل ہو۔

(b) صرف دو تشاکل ہوں۔

(c) صرف تین خط تشاکل ہوں۔

(d) کوئی بھی خط تشاکل نہ ہو۔

اوپر دیے گئے سبھی مثلث کی ایک رف شکل بھی بنایئے۔

5۔ گراف پیپر پر مندرجہ ذیل کے خاکہ بنایئے:

(a) ایسا مثلث جس میں خط تشاکل، افقی خط ہو عمودی خط نہ ہو۔

(b) ایسا چار ضلعی جس میں خط تشاکل عمودی اور افقی دونوں ہوں۔

(c) ایسا چار ضلعی جس میں خط تشاکل صرف افقی خط ہو، عمودی خط نہ ہو۔

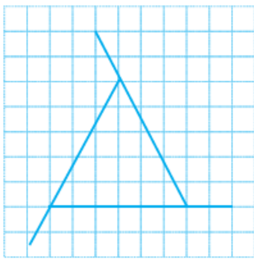
(d) ایسا چھ ضلعی جس میں دو خط تشاکل ہوں۔

(e) ایسا چھ ضلعی جس میں چھ خط تشاکل ہوں۔

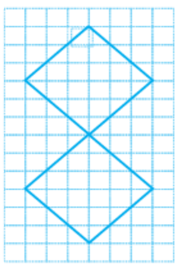
(**اشارہ:** اگر آپ پہلے خط تشاکل بنائیں اور پھر شکل کو مکمل کریں تو یہ آپ کے لیے بہتر ثابت ہوگا۔

6۔ درج ذیل ہر شکل کو بنایئے اور اس کے لیے خط تشاکل کھینچیے اگر کوئی خط تشاکل ہو تو:

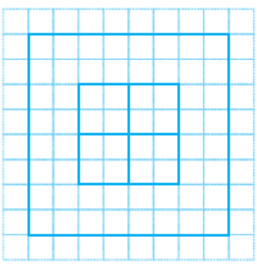
(a)



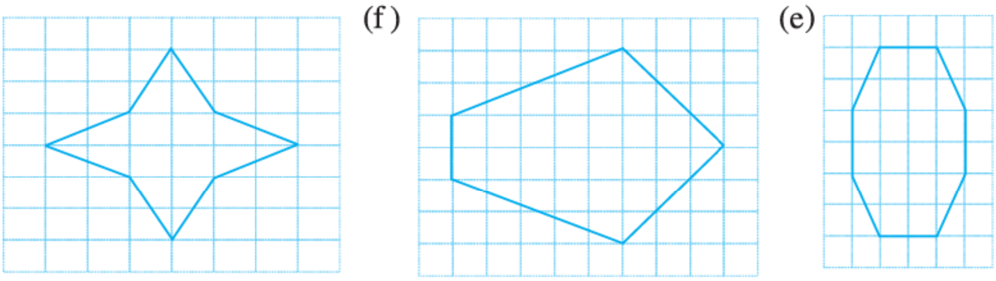
(b)



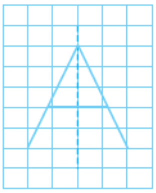
(c)



(d) (e) (f)



7۔ انگریزی کے سبھی حروف A سے Z کے بارے میں سوچیے ان میں سے ان حروف کی فہرست بنایئے جس میں

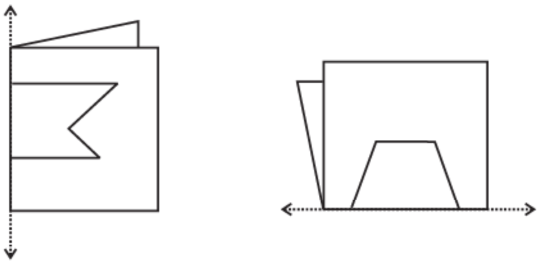


(a) خط تشاکل عمودی خط ہو (مثلاً A)

(b) خط تشاکل افقی خط ہو (مثلاً B)

(c) کوئی خط تشاکل نہ ہوں۔

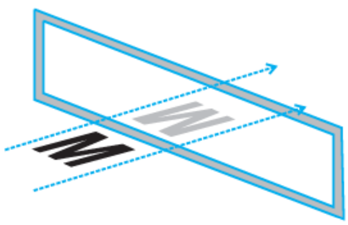
8۔ یہاں مڑے ہوئے کاغذ کی کچھ اشکال دی گئیں ہیں ان کے موڑ پر ڈیزائن بنا ہوا ہے۔ دونوں اشکال کی مکمل تصویر بنایئے جو کہ ڈائیگرام کے کاٹنے کے بعد نظر آتی ہیں۔

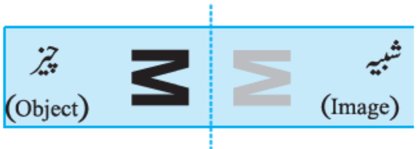


13.5 انعکاس اور تشاکل (Reflection and Symmetry)

خط تشاکل اور آئینہ کا انعکاس فطری طور پر ایک دوسرے سے جڑے ہوئے ہیں۔

یہاں انگریزی حرف M کی تصویر کا عکس دکھایا گیا ہے۔ آپ تصور کریں کہ یہاں آئینہ نہیں صرف حرف M اور اس کے عکس پر دھیان دیں۔





کوئی بھی چیز اور اس کا عکس (پر چھائیں) ہمیشہ متشاکل ہوتا ہے اور ان کے لئے آئینہ کا خط ہی خط تشاکل ہوتا ہے اگر کاغذ کو موڑا جائے تو آئینہ کا خط ہی خط تشاکل بن جاتا ہے۔ اس طرح ہم کہہ سکتے ہیں کہ آئینہ کے خط میں کسی چیز کی پر چھائیں اس کا عکس ہوتا ہے آپ یہ بھی دیکھ سکتے ہیں کہ جب ایک چیز کا عکس آئینہ میں دکھائی دیتا ہے تو اس کی لمبائی اور زاویوں میں کوئی بدلاؤ نہیں

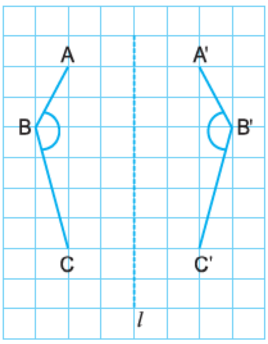
ہوتا۔ یعنی اس چیز کی لمبائیاں اور زاویے اور اس کے عکس میں دکھائی دینے والی بالترتیب لمبائیاں اور زاویے ایک جیسے ہی ہوتے ہیں۔ جب کہ ایک طرح سے اس میں کچھ فرق بھی ہوتا ہے۔ یعنی ایک چیز اور اس کی پرچھائی یا عکس میں فرق ہوتا ہے۔ کیا آپ اس فرق کا اندازہ لگا سکتے ہیں۔

(**اشارہ**: اپنے آپ کو آئینہ میں دیکھیے)

اسے کیجیے

ایک گراف پیپر پر شکل ABC بنائیے اور آئینہ میں اس کا عکس A'B'C' دیکھیے۔ l کو آئینہ کا خط مان لیجیے۔

اب لمبائیوں کا موازنہ کیجیے۔



$\overline{AB}$ اور $\overline{A'B'}$، $\overline{BC}$ اور $\overline{B'C'}$، $\overline{AC}$ اور $\overline{A'C'}$ کیا ان میں فرق ہیں؟

کیا عکس نے قطعہ خط کی لمبائی میں فرق پیدا کر دیا؟

زاویے ABC اور A'B'C' کا بھی موازنہ کیجیے (چاندہ کا استعمال کرکے ناپیے) کیا عکس نے زاویوں کی پیمائش میں فرق پیدا کیا ہے؟

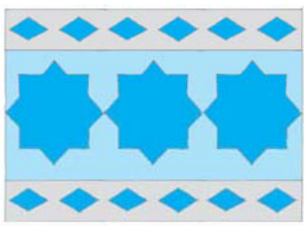
$\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$ اور $\overline{CC'}$ کو ملائیے اپنے چاندے کی مدد سے خط l اور AA'، خط l اور BB'، خط L اور CC' کے درمیان کے زاویوں کو ناپیے۔

آئینہ کے خط اور ایک نقطہ اور اس کے عکس کو ملانے والے قطعہ خط کے درمیان کے زاویے کے بارے میں آپ کیا نتیجہ اخذ کرتے ہیں؟

کوشش کیجیے

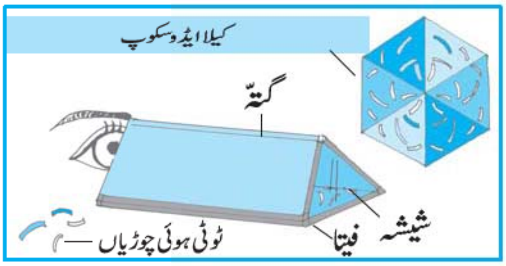
اگر آپ آئینہ کے سامنے 100 سینٹی میٹر کی دوری پر ہیں تو آپ کا عکس کہاں بنے گا؟ اگر آپ آئینہ کی طرف بڑھیں گے تو آپ کا عکس کیسے بڑھے گا؟

کاغذ کی سجاوٹ



ایک باریک مستطیل نما رنگین کاغذ لیجیے اور اس کو کئی بار موڑیے اور کاغذ پر کچھ پیچیدہ سا پیٹرن بنائیے جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے۔ دہرائے گئے ڈیزائن میں خطوط تشاکل کی نشاندہی کیجیے۔ اس طرح کے سجاوٹی کاغذ کا استعمال کسی تہوار کے موقع پر سجانے کے لیے کیجیے۔

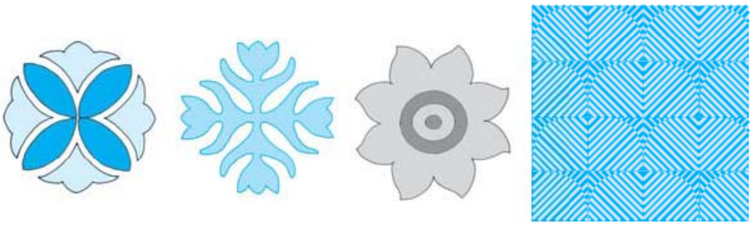
عکس بین (Kaleidoscope)



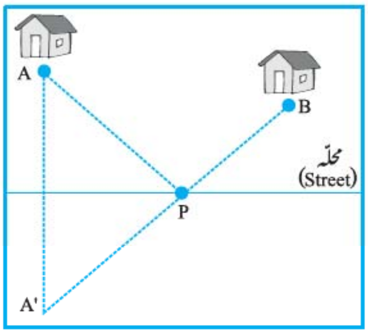
عکس بین میں آئینوں کی مدد سے ایسے عکس بنائے جاتے ہیں جس میں بہت سارے خطوط تشاکل ہوں۔ (مثلاً جیسا کہ یہاں دکھایا گیا ہے عام طور پر یہاں آئینہ کی دو پٹیوں کا استعمال V کی شکل بنانے میں کیا جاتا ہے۔آئینوں کے درمیان کا زاویہ ہی خط تشاکل کے خطوط کی تعداد طے کرتا ہے۔ایک عکس بین بنائیے اور اس سے بنے تشاکل کے عکس کے بارے میں سیکھیے۔

البم (Album)

کچھ متشاکل ڈیزائن جمع کر کے ایک البم تیار کیجیے یہاں ایسے ڈیزائنوں کے کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔



عکس متشاکل کا استعمال (An Application of Reflcetional Symmetry)

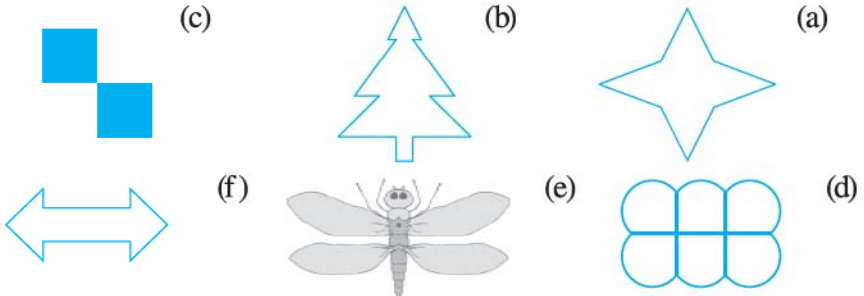


اخبار ڈالنے والا لڑکا اپنی سائیکل کو گلی میں جگہ P کے آس پاس کھڑی کرنا چاہتا ہے اور گھر A اور B میں اخبار ڈالتا ہے اس کو اپنی سائیکل کہاں کھڑی کرنی چاہیے جس سے کہ فاصلہ AP+BP کم سے کم طے کرنا پڑے؟

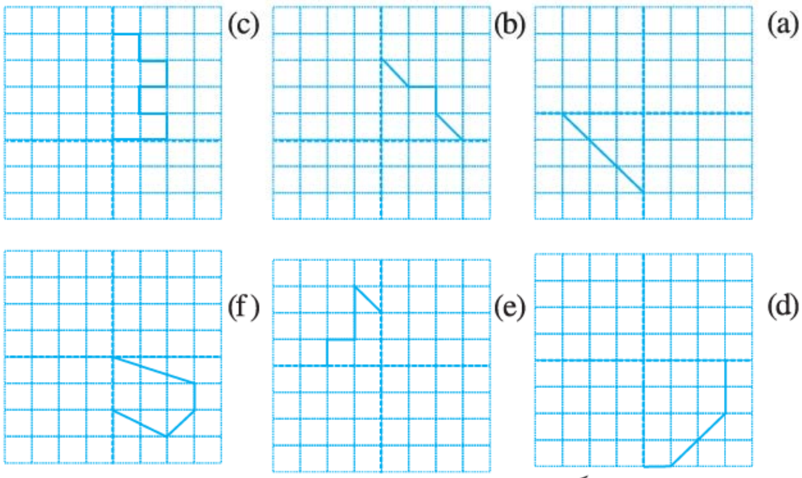
آپ یہاں عکس تشاکل (Reflectional symmetry) کا استعمال کرسکتے ہیں۔ مان لیجیے آئینہ کے خط میں A کا عکس A' ہے یہاں پر سڑک آئینہ کا خط ہے۔ اس لئے نقطہ P سائیکل کھڑی کرنے کی بالکل درست جگہ ہے۔ (آئینہ کا خط A'B کہاں ملتے ہیں) کیا آپ بتاسکتے ہیں کیوں؟

مشق 13.3

1۔ درج ذیل دی گئی ہر شکل میں خط تشاکل کی تعداد بتائیے آپ اپنے جواب کو کیسے جانچیں گے؟

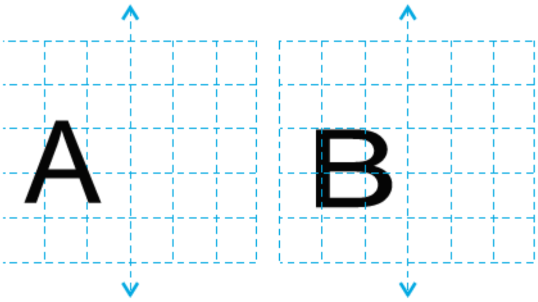


2۔ مندرجہ ذیل تصویروں کو گراف پیپر پر بنائیے اور ہر ایک کو اس طرح پورا کیجیے کہ تصویر میں نقطوں کے دونوں خطوط خط تشاکل کی طرح استعمال ہوں۔



آپ ان تصاویر کو آپ کیسے مکمل کریں گے؟

3۔ نیچے دی گئی ہر شکل میں انگریزی کے حروف تہجی کا ایک حرف ایک عمودی خط کے ساتھ دکھایا گیا ہے۔ عمودی خط سے حرف کا آئینہ میں عکس دیکھیے۔ عکس میں کون سا حرف بالکل ویسا ہی لگتا ہے جیسا کہ وہ ہے اور کون سا نہیں لگتا ہے۔ کیا آپ اندازہ کر سکتے ہیں۔ کہ ایسا کیوں ہے؟

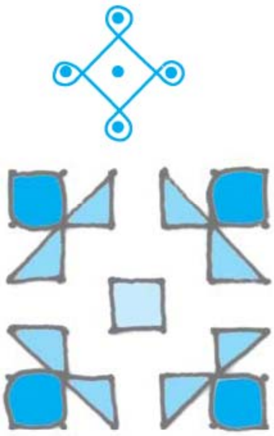


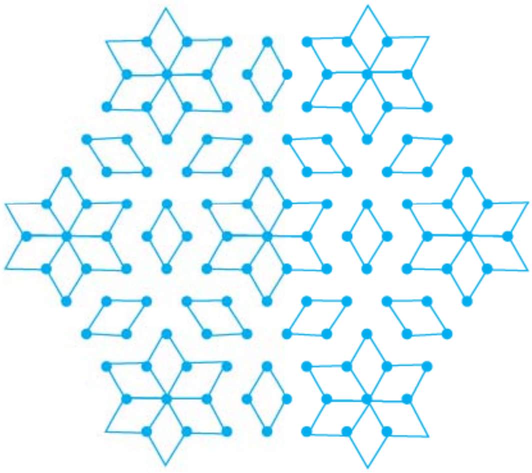
اسی طرح **O E M N P H L T S V X** کے لیے کوشش کیجیے۔

رنگولی کے پیٹرن (Rangoli Pattern)

ہمارے ملک میں رنگولی اور کولام بنانا بہت مقبول ہے۔ یہاں پر کچھ نمونے دیے گئے ہیں۔ ان نمونوں میں تشاکل کے استعمال پر غور کیجیے۔ اس طرح کے پیٹرن جتنے ممکن ہوں جمع کیجیے اور ایک البم بنائیے۔

خط تشاکل کے ساتھ ساتھ ان پیٹرن کے تشاکل کے حصے بنانے کی کوشش کیجیے۔





ہم نے کیا سیکھا؟

1۔ اگر کسی شکل میں ایک ایسا خط بنایا جاسکتا ہے جو تصویر کو بالکل ایک جیسے دو حصوں میں بانٹ دے تو وہ خط تشاکل کا خط ہوتا ہے۔ اس خط کو خط تشاکل کہتے ہیں۔

2۔ کسی شکل میں ایک بھی خط تشاکل نہیں ہوسکتا ہے۔ صرف ایک خط تشاکل ہوسکتا ہے۔ صرف دو خط تشاکل بھی ہو سکتے ہیں یا اور بھی زیادہ خط تشاکل ہوسکتے ہیں۔ یہاں کچھ مثالیں دی گئی ہیں۔

خط تشاکل کی تعداد	مثال
کوئی خط تشاکل نہیں	مختلف ضلعی مثلث
صرف ایک خط تشاکل ہے	مساوی الساقین مثلث
صرف دو خط تشاکل ہے	مستطیل
صرف تین خط تشاکل ہے	مساوی ضلعی مثلث
لا تعداد خط تشاکل ہیں	دائرہ

3۔ خط تشاکل آئینہ کے عکس جیسا ہی ہوتا ہے جب آئینہ میں عکس دیکھتے ہیں تو ہم کو دائیں بائیں کی تبدیلیوں کا دھیان رکھنا چاہیے۔

روز مرہ کی زندگی میں تشاکل کا بہت استعمال ہوتا ہے جیسے فن یا آرٹ، فن تعمیر، کپڑا بنانے کی ٹکنالوجی، ڈیزائن بنانا، جیومیٹری، کولام اور رنگولی وغیرہ۔

باب 14

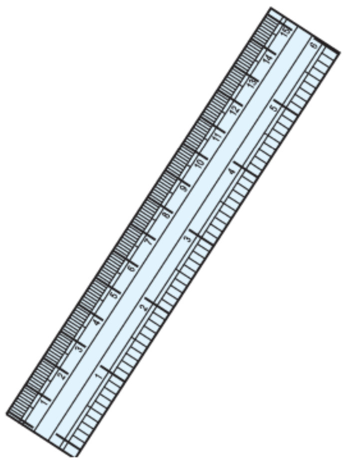
عملی جیومیٹری

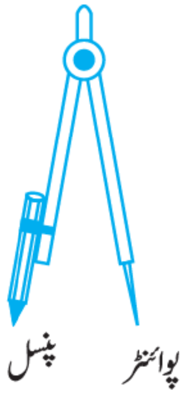
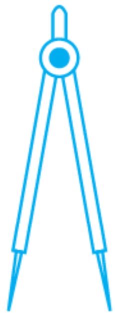
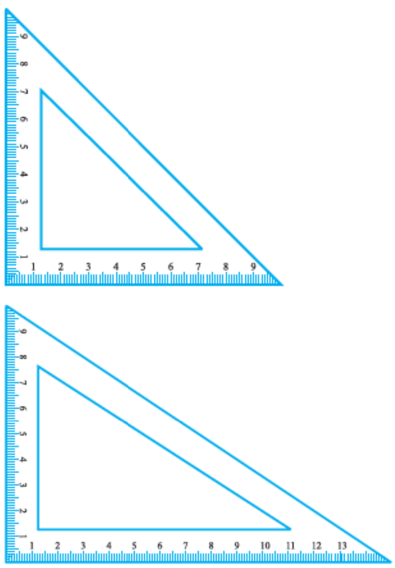
(Practical Geometry)

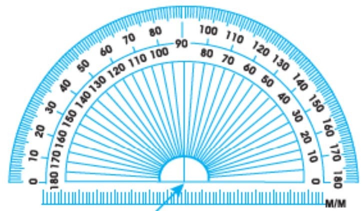
14.1 تعارف (Introduction)

ہم بہت سی جانی پہچانی شکلیں دیکھتے ہیں۔ بہت سی تصاویر بھی بناتے ہیں۔ ان تصاویر میں مختلف شکلیں بھی شامل ہوتی ہیں۔ پچھلے ابواب میں ہم نے ان میں سے کچھ اشکال کے بارے میں پڑھا بھی ہے۔ آپ ایسی کچھ شکلوں کی فہرست کیوں نہیں بنا لیتے جن کو آپ جانتے ہیں اور اس کے ساتھ ساتھ یہ بھی کہ یہ کیسی لگتی ہیں؟

اس سبق میں ہم ان اشکال کو بنانا سیکھیں گے۔ ان شکلوں کو بنانے کے لیے ہمیں کچھ تو آلات (Instruments) استعمال کرنے ہوں گے۔ آیئے ان کو دیکھتے ہیں اور ان کے نام اور استعمال سے بھی واقفیت حاصل کرتے ہیں۔

نمبر شمار	نام	بیان	استعمال
1۔	پیمانہ (اسکیل) 	ویسے تو تصوراتی طور پر پیمانہ پر کوئی نشان نہیں لگا ہوتا مگر آپ کے جیومیٹری باکس میں جو پیمانہ ہے اس کے ایک کنارے پر سینٹی میٹر کے نشان لگے ہوتے ہیں اور کبھی کبھی دوسرے کنارے پر انچ کے نشان لگے ہوتے ہیں۔	قطعہ خط بنانے اور ان کی لمبائی ناپنے کے لیے

2۔ پرکار (کمپاس) 	ایک ایسا جوڑا جس کے ایک کنارے پر سوئی اور دوسرے کنارے پر پنسل ہو۔	برابر لمبائیوں پر نشان لگانا مگر ان کو ناپنا نہیں۔ دائرے اور قوس بنانے میں
3۔ ڈیوائڈر 	سوئیوں کا ایک جوڑا	لمبائیوں کا موازنہ کرنا
4۔ سیٹ اسکوائر 	دو مثلث نما ٹکڑے ان میں سے ایک کے راسوں پر °45، °45، °90 کے زاویے ہوتے ہیں اور دوسرے کے راسوں کے زاویے °30، °60، °90 ہوں۔	عمودی اور متوازی خطوط بنانے کے لیے۔

5۔ چاندہ		ایک نصف گولائی والا پیمانہ جس میں °180 کے حصوں والے نشانات لگے ہوتے ہیں۔ یہ ناپ دائیں طرف °0 سے شروع ہوکر بائیں طرف °180 تک جاتا ہے اور اس کے برعکس بھی۔	زاویوں کو بنانے اور ناپنے کے لیے

اب ہم ''پیمانہ اور پرکار'' کے ذریعہ شکلیں بنانا سیکھیں گے۔ جس میں پیمانہ کا استعمال صرف خطوط بنانے اور پرکار کا استعمال صرف قوس بنانے کے لیے کیا جائے گا۔

ان اشکال کو بناتے وقت احتیاط سے کام لیجیے۔

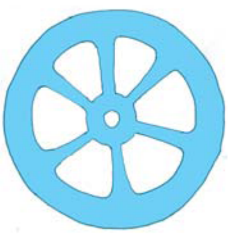
یہاں پر کچھ گر بتائے گئے ہیں جو آپ کی مدد کریں گے۔

(a) خطوط کو باریک بنایئے اور نقطوں کو ہلکے سے لگایئے۔

(b) اپنے آلات کے اوپری سرے نوکیلے اور کنارے سیدھے رکھیے۔

(c) اپنے باکس میں دو پنسلیں رکھیے ایک کو پرکار میں لگا کر رکھیے اور دوسری کو خطوط یا قوس بنانے اور نقطہ لگانے میں استعمال کیجیے۔

14.2 دائرہ (The Circle)



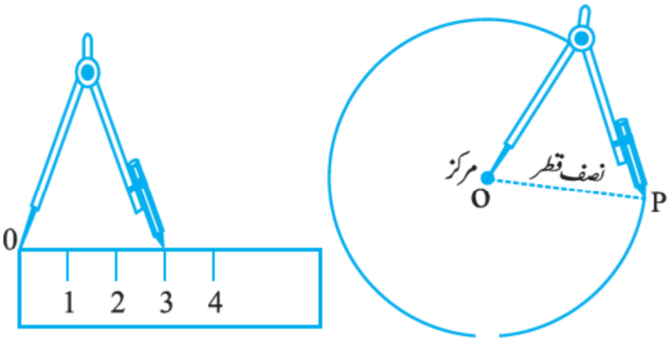
یہاں دکھائے گئے پہیے کو دیکھیے۔ اس کے احاطہ (Boundary) کا ہر نقطہ اس کے مرکز سے برابر فاصلہ پر ہوتا ہے۔ کیا آپ کچھ اور چیزیں بتا اور بنا سکتے ہیں؟ ایسی پانچ چیزوں کے بارے میں سوچیے جن کی شکل ایسی ہی ہو۔

14.2.1 دائرہ بنانا جب کہ اس کا نصف قطر معلوم ہو
(Construction of a Circle when its Radius is known)

مان لیجیے ہم 3 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنانا چاہتے ہیں۔ ہم کو یہاں پرکار کی ضرورت ہوگی۔ یہاں کچھ اقدام (Steps) دیے گئے ہیں۔ ان کے حساب سے چلیے۔

قدم 1: مطلوبہ نصف قطر 3 سینٹی میٹر کے لیے پرکار کو کھولیے۔

قدم 2: نوکیلی پنسل سے ایک نقطہ لگایئے جہاں ہم دائرہ کا مرکز بنانا چاہتے ہیں۔ اس کا نام 0 رکھیے۔



قدم 3 : پرکار کی سوئی O پر رکھیے۔
قدم 4 : پرکار کو دائرہ بنانے کے لیے دھیرے دھیرے گھمائیے، گھماؤ کو ایک ہی بار میں پورا کرنے کی کوشش کیجیے۔

سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے۔

دیے گئے مرکز O اور نقطہ P سے گزرتے ہوئے آپ کتنے دائرے بنا سکتے ہیں؟

مشق 14.1

1۔ 3.2 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔

2۔ ایک ہی مرکز O سے دو دائرے بنائیے جن کے نصف قطر 4 سینٹی میٹر اور 2.5 سینٹی میٹر ہو۔

3۔ ایک دائرہ بنائیے اور اس کے کوئی دو قطر بنائیے۔ اگر آپ ان دونوں قطر کے کناروں کو ملائیں تو آپ کو کون سی شکل حاصل ہوگی؟ اگر دونوں قطر ایک دوسرے کے عمودی ہیں تو کون سی شکل حاصل ہوگی؟ آپ اپنے جواب کی جانچ کیسے کریں گے؟

4۔ ایک دائرہ بنائیے اور نقطے A، B، اور C کو اس طرح لگائیے کہ
(a) نقطہ A دائرے پر ہو۔
(b) نقطہ B دائرے کے اندرون میں ہو۔
(c) نقطہ C دائرے کے بیرون میں ہو۔

5۔ ایک ہی نصف قطر کے دو دائروں کے مرکز A اور B ہیں ان دائروں کو ایسے بنائیے کہ ایک دائرہ دوسرے کے مرکز سے گزرے مان لیجیے وہ دونوں دائرے ایک دوسرے کو نقطہ C اور D پر کاٹتے ہیں۔ دیکھیے کیا AB اور CD زاویہ قائمہ بنا رہے ہیں۔

14.3 قطعہ خط (A Line Segment)

یاد رکھیے کہ قطعہ خط کے دوسرے کے نقطے ہوتے ہیں۔ اس کی وجہ سے ہی اس کی لمبائی کو ایک پیمانے سے ناپنا ممکن ہے۔

اگر ہم ایک قطعہ خط کی لمبائی جانتے ہیں تو اس کو تصویر کے ذریعے ظاہر کرنا ممکن ہے۔ آیئے دیکھیں کہ اس کو ہم کیسے کر سکتے ہیں۔

14.3.1 دی گئی لمبائی کا قطعہ خط بنایئے
(Construction of a Line Segment of a given length)

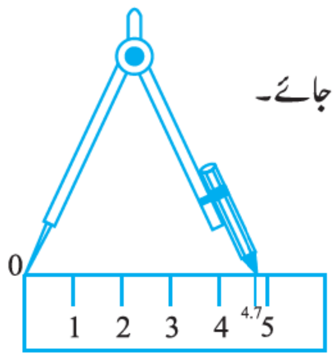
مان لیجیے ہم 4.7 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنانا چاہتے ہیں۔ اس کے لیے ہم اپنا پیمانہ استعمال کر سکتے ہیں اور نقطے A اور B اس طرح لگایئے کہ ان کے درمیان 4.7 سینٹی میٹر کا فاصلہ ہو A اور B کو ملایئے۔ آپ کو $\overline{AB}$ حاصل ہوگا۔ جب نقطے A اور B کے نشان لگائیں تو ہم کو پیمانہ کی بالکل سیدھ میں اوپر (یا نیچے) دیکھنا ہے نہیں تو ہم کو غلط ناپ حاصل ہوگا۔

پیمانہ اور پرکار کا استعمال (Use of ruler and compasses)

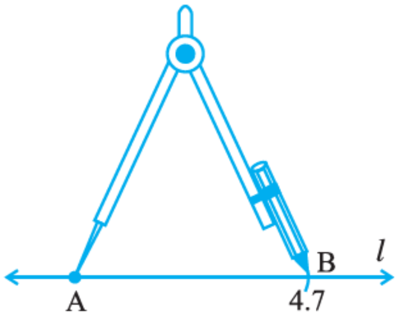
دی گئی لمبائی کا قطعہ خط بنانے کا ایک بہتر طریقہ پرکار کا استعمال کر کے بنانا ہے۔

قدم 1 : ایک خط l بنایئے اور خط l پر ایک نقطہ لگایئے۔

قدم 2 : پرکار کی سوئی پیمانہ کے 0 کے نشان پر رکھتے ہوئے پرکار کو اتنا کھولیے کہ پنسل کی نوک 4.7 سینٹی میٹر کے نشان پر پہنچ جائے۔



قدم 3 : پرکار میں کھولے گئے فاصلے کو بدلے بغیر اس کی سوئی نقطہ A پر رکھیے اور خط L پر ایک نقطہ B پر قوس لگایئے۔



قدم 4 : $\overline{AB}$ مطلوبہ لمبائی کا قطعہ خط ہے۔

مشق 14.2

1۔ پیمانہ کا استعمال کرتے ہوئے 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے۔

2۔ پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرتے ہوئے 5.6 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے۔

3۔ 7.8 سینٹی میٹر لمبائی کا $\overline{AB}$ بنائیے اس میں سے 4.7 سینٹی میٹر لمبائی $\overline{AC}$ کاٹیے۔ $\overline{BC}$ کو ناپیے۔

4۔ 3.9 سینٹی میٹر لمبی $\overline{AB}$ دی گئی ہے۔ $\overline{AB}$ کی دوگنی لمبائی کے برابر لمبائی والا $\overline{PQ}$ بنائیے۔ ناپ کر ثابت کیجیے۔

(**اشارہ :** $\overline{PX}$ کو اس طرح بنائیے کہ PX کی لمبائی برابر ہو، $\overline{AB}$ کی لمبائی کے۔ پھر $\overline{XQ}$ کو اس طرح کاٹیے کہ $\overline{XQ}$ کی لمبائی بھی $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہو۔ اس طرح $\overline{PX}$ کی لمبائی اور $\overline{XQ}$ کی لمبائی کو جوڑنے سے $\overline{AB}$ کی لمبائی کے دوگنا ہوگی۔)

5۔ 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا $\overline{AB}$ اور 3.4 سینٹی میٹر کا $\overline{CD}$ دیا گیا ہے۔

ایک قطعہ خط $\overline{XY}$ ایسا بنائیے کہ $\overline{XY}$ کی لمبائی، $\overline{AB}$ اور $\overline{CD}$ کی لمبائیوں کے فرق کے برابر ہو، ناپ کر تصدیق کیجیے۔

14.3.2 دیئے گئے قطعہ خط کی نقل بنانا

(Constructing a copy of a given Line Segment)

مان لیجیے آپ ایک ایسا قطعہ خط بنانا چاہتے ہیں جس کی لمبائی دیے گئے خط $\overline{AB}$ کے برابر ہو۔

ایک جلد اور فطری طریقہ یہ ہے کہ آپ اپنا پیمانہ استعمال کریں (جس پر سینٹی میٹر اور میلی میٹر بنے ہوں) اس پیمانہ سے آپ $\overline{AB}$ کی لمبائی ناپیے اور اسی لمبائی کا ایک دوسرا خط $\overline{CD}$ بنائیے۔

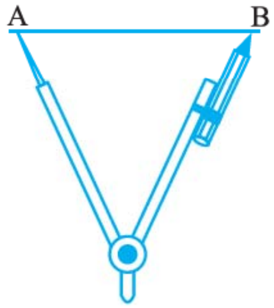
دوسرا طریقہ ٹریسنگ پیپر (مومی کاغذ) استعمال کرنے کا ہے جس کے ذریعہ کاغذ کے دوسرے حصہ پر $\overline{AB}$ کو ٹریس کر لیجیے۔ لیکن ان طریقوں سے آپ کو ہمیشہ بالکل درست نتیجے نہیں ملتے۔

بہتر ہوگا کہ ان قطعہ خط کو بنانے کے لیے ہم پیمانہ اور پرکار کا استعمال کریں۔

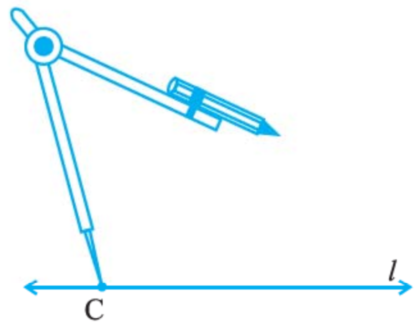
$\overline{AB}$ کی ایک نقل بنانے کے لیے :

قدم 1 : ایک خط $\overline{AB}$ دیا گیا ہے جس کی لمبائی ہم کو معلوم نہیں ہے۔

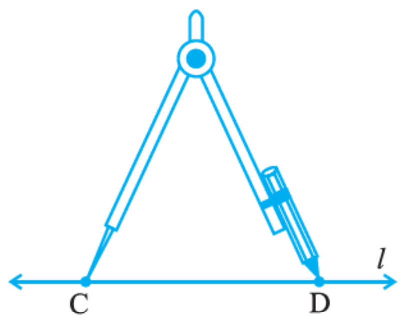
قدم 2 : پرکار کی سوئی نقطہ A پر رکھیے اور پنسل B پر رکھیے پرکار کا پھیلاؤ $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہے۔



قدم 3 : ایک خط l بنائیے اور l پر ایک نقطہ C منتخب کیجیے۔ پرکار کے پھیلاؤ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر اس کی سوئی نقطہ C پر رکھیے۔



قدم 4 : اب خط L پر ایک چھوٹا سا قوس (نشان) بنائیے اور اسے D سے ظاہر کیجیے۔ اس طرح حاصل ہونے والا قطعہ خط $\overline{CD}$ ہی مطلوبہ قطعہ خط ہے جس کی لمبائی قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کے برابر ہے یا جو $\overline{AB}$ کی نقل ہے۔

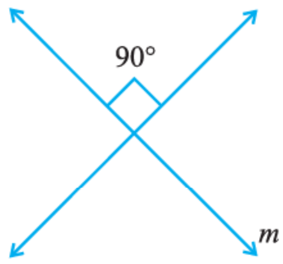


مشق 14.3

1۔ ایک قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے $\overline{PQ}$ کو ناپے بغیر اس کی ایک نقل بنائیے۔

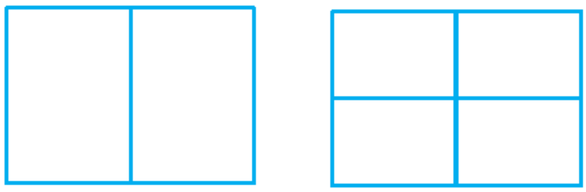
2۔ ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ دیا گیا ہے اس کی لمبائی آپ کو معلوم نہیں ہے۔ ایک ایسا قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے جس کی لمبائی قطعہ خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کی دوگنی ہو۔

14.4 عمودی خطوط (Perpendiculars)



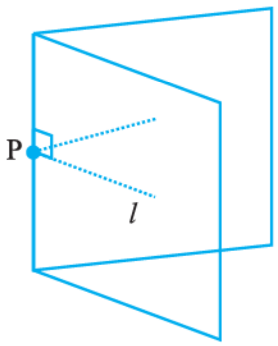
آپ جانتے ہیں کہ دو خطوط (یا شعاعیں یا قطعہ خط) عمودی خطوط کہلاتے ہیں اگر وہ دونوں ایک دوسرے کو اس طرح کاٹیں کہ ان کے درمیان بننے والے زاویے زاویہ قائمہ ہوں۔شکل میں خطوط l اور m عمودی خطوط ہیں۔

اسے کیجیے



اپنے آس پاس کہاں کہاں آپ کو عمودی خطوط دکھائی دیتے ہیں؟ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے اس کو بیچ سے موڑیے اور دبا کر ایک نشان بنائیے۔ اب کاغذ کو دوسری سمت میں بھی بیچ سے ہی موڑیے اور دبا کر نشان بنائیے۔ اب کاغذ کو کھولیے۔ دونوں نشان ایک دوسرے کے عمودی ہیں۔

14.4.1 دیئے ہوئے خط پر ایک نقطہ سے خط عمود کھینچنا (Perpendicular to a Line through a Point on it)



ایک خط l جو ایک کاغذ پر بنا ہوا ہے اور اس پر واقع ایک نقطہ P دیا گیا ہے۔ خط l پر ایک ایسا عمود جو نقطہ P سے ہوکر گزرتا ہو، بنانا آسان ہے۔

کاغذ کو اس طرح موڑیں کہ کاغذ کے دونوں حصوں پر خط کے حصہ ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھک لیں۔

اس مشغلہ کے لیے چھپائی والا کاغذ (ٹریسنگ پیپر) یا آر پار دیکھنے والا کاغذ ٹرانسپیرینٹ پیپر زیادہ بہتر رہے گا۔ ایک ایسا کاغذ لیجیے اور اس پر

ایک خط l بنائیے اب اس خط l پر ایک ایک نقطہ لگائیے اور اس کو P سے ظاہر کیجیے۔

اب کاغذ کو اس طرح موڑیے کہ نقطہ P موڑ پر نہیں آئے اور خط l کی پرچھائیں خود اس پر ہی پڑے۔

موڑ کو دبائیے اور پھر کاغذ کو کھولیے موڑ کا نشان خط l پر عمود بنا رہا ہے۔

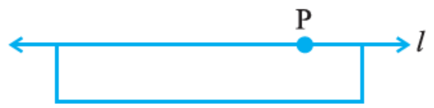
سوچیے، بحث کیجیے اور لکھیے۔

یہ ایک عمودی خط ہے، اس کی جانچ آپ کیسے کریں گے؟ غور کیجیے کہ یہ عمود نقطہ P سے گزر رہا ہے اور یہی ہم چاہ بھی رہے تھے۔

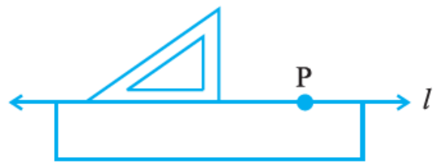
ایک چیلنج: پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کے ذریعے عمود کھینچنا۔

قدم 1: ایک خط l اور ایک نقطہ P دیا گیا ہے غور کیجیے کہ نقطہ P، خط 1 پر واقع ہے۔

قدم 2: پیمانہ کو خط 1 پر اس طرح رکھیے کہ اس کا کنارہ خط ملا ہوا ہو اس کو ٹھیک سے پکڑیے۔



قدم 3: پیمانہ کو ساکن رکھتے ہوئے ایک سیٹ اسکوائر کو اس طرح رکھیے کہ اس کے زاویہ قائمہ کا ایک ضلع پیمانہ کے تماس میں رہے۔



قدم 4: سیٹ اسکوائر کو پیمانہ کی سمت میں اتنا کھسکائیے کہ اس زاویہ قائمہ کا راس نقطہ P کے ہم نقطہ ہو جائے۔

قدم 5: اس حالت میں سیٹ اسکوائر کو مستحکم رکھتے ہوئے اس کے کنارے کی سمت میں ایک خط $\overline{PQ}$ بنائیے۔

خط $\overline{PQ}$ ہی خط l پر مطلوبہ عمود ہے (آپ اس بات کو کہنے کے لیے علامت $\perp$ کا استعمال کیسے کرتے ہیں؟)۔

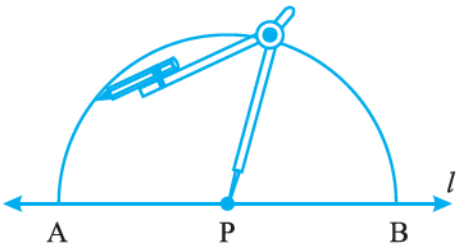
نقطہ P پر بنے زاویہ کو ناپ کر اس کو ثابت کیجیے۔

کیا ہم پیمانہ کی جگہ دوسرا سیٹ اسکوائر استعمال کر سکتے ہیں؟ اس کے بارے میں سوچیے۔

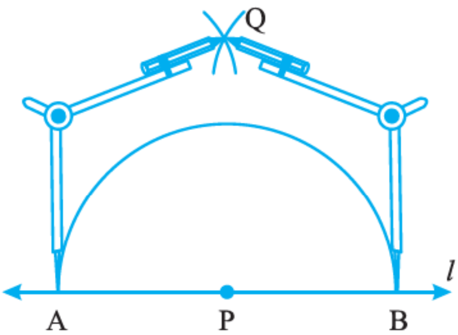
پیمانہ اور پرکار کے ذریعے شکلیں بنانے کا طریقہ (Method of ruler and compasses)

جیومیٹری میں عام طور پر عمود کو پیمانہ اور پرکا کا استعمال کر کے بناتے ہیں جیسا کہ نیچے دکھایا گیا ہے۔

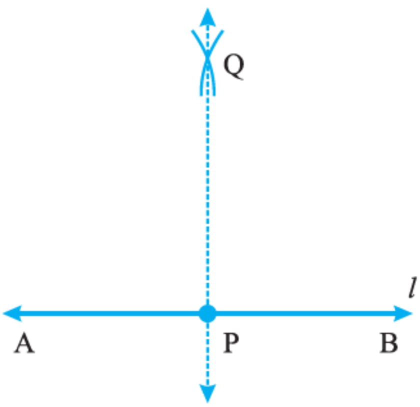
قدم 1 : خط L پر ایک نقطہ P دیا گیا ہے۔



قدم 2 : P کو مرکز مان کر ایک موزوں سا نصف قطر لے کر ایک ایسی قوس لگایئے جو خط l کو دو نقطوں A اور B پر کاٹے۔



قدم 3 : A اور B کو مرکز مان کر اور AP کی لمبائی سے زیادہ نصف قطر لے کر دو قوس اس طرح لگایئے کہ وہ ایک دوسرے کو نقطہ Q پر کاٹیں۔

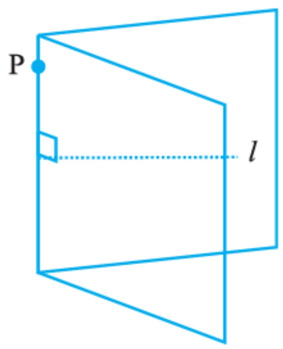


قدم 4 : $\overline{PQ}$ کو ملایئے۔ اب $\overline{PQ}$ ہی قطعہ خط l کا عمود ہے ہم اس کو $l \perp \overline{PQ}$ لکھتے ہیں۔

14.4.2 دیے ہوئے خط پر ایک ایسے نقطہ سے عمود کھینچنا ہے جو خط پر واقع نہ ہو

اسے کیجیے

پیپر فولڈنگ (Paper Folding)



اگر ہم کو ایک خط l اور ایک نقطہ P جو l پر واقع نہیں ہے، دیا گیا ہے اور ہم اس خط L پر ایک ایسا عمود کھینچنا چاہتے ہیں جو نقطہ P سے ہو کر گزرے پہلے کی طرح ہی اس کو بھی ہم کاغذ موڑ کر آسانی سے کر سکتے ہیں۔

ایک کاغذ کا ٹکڑا لیجیے اگر آر پار دیکھنے والا ہو تو اچھا ہے اس پر ایک خط L بنائیے۔

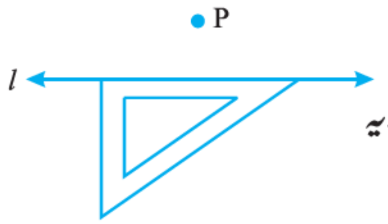
خط L سے کچھ فاصلہ پر ایک نقطہ P لگائیے۔

کاغذ کو ایسے موڑیے کہ موڑ کے نشان پر P آئے۔

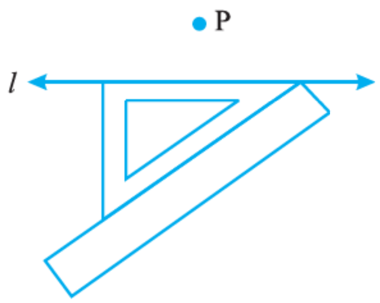
کاغذ کو کھولیے۔ موڑ کا نشان خط l پر مطلوبہ عمود ہے جو P سے گزرتا ہے۔

پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کے ذریعے بنانے کا طریقہ

قدم 1 : ایک خط l دیا گیا ہے اور ایک ایسا نقطہ P جو خط l سے باہر واقع ہے۔

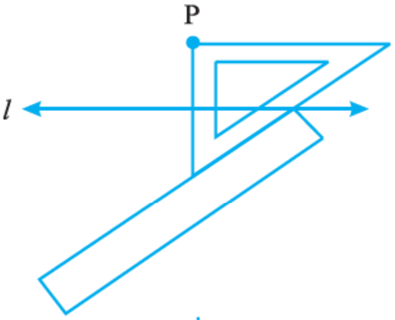


قدم 2 : ایک سیٹ اسکوائر کو خط l پر اس طرح رکھیے کہ اس کے زاویہ قائمہ کا ایک کنارہ خط سے ملا l کی سمت میں رہے۔



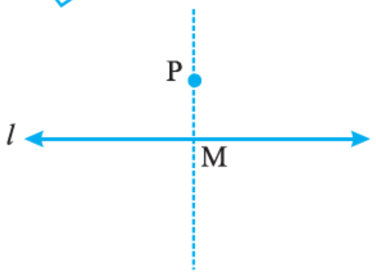
قدم 3 : اب سیٹ اسکوائر کو ساکن رکھتے ہوئے، پیمانہ زاویہ قائمہ کے مقابل کنارے پر رکھیے۔

قدم 4 : پیمانہ کو ساکن رکھتے ہوئے سیٹ اسکوائر کو پیمانہ کی سمت میں اس طرح کھسکائیے کہ اس کا دوسرا کنارہ دیے ہوئے نقطہ P سے ہو کر گزرے۔



قدم 5 : سیٹ اسکوائر کے کنارے (P والے) کی سمت میں خط PM کھینچیے جو کہ خط l کو نقطہ M پر چھوئے گا۔

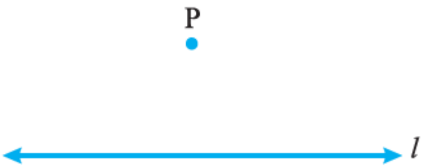
اب $\overleftrightarrow{PM} \perp l$



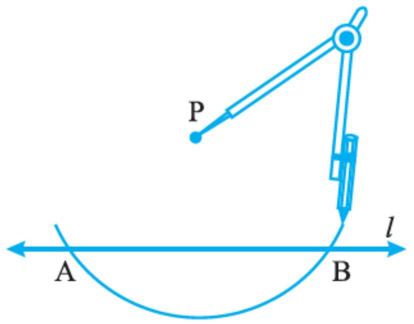
پیمانہ اور پرکار کے استعمال کا طریقہ

زیادہ بہتر طریقہ، یقیناً، پیمانہ اور پرکار کا طریقہ ہے۔

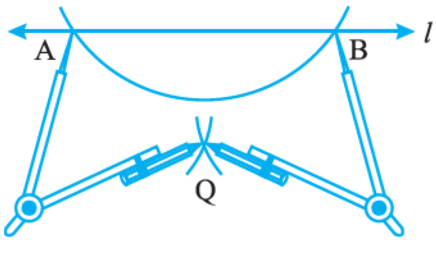
قدم 1 : ایک خط l دیا گیا ہے اور ایک ایسا نقطہ P جو خط l پر واقع نہیں ہے۔



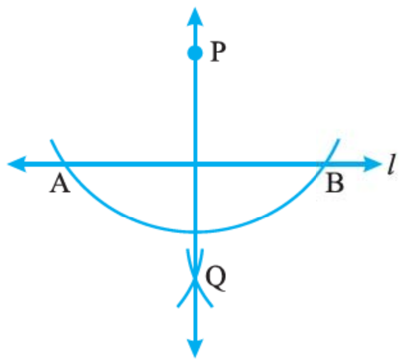
قدم 2 : P کو مرکز مان کر ایک ایسی قوس لگائیے جو خط l کو دو نقطوں A اور B پر کاٹے۔



قدم 3 : A اور B کو مرکز مان کر اس نصف قطر کو لے کر دو قوس اس طرح لگائیے کہ وہ ایک دوسرے کو کاٹیں۔ اس نقطہ کو Q سے ظاہر کیجیے۔



قدم 4 : PQ کو ملائیے۔ اس طرح $\overline{PQ}$ ہی قطعہ خط l کا مطلوبہ عمود ہے۔



مشق 14.4

1۔ ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ بنائیے۔ اس پر ایک نقطہ M لیجیے۔
$\overline{AB}$ پر M سے ہوکر گزرنے والا ایک عمود کھینچیے (پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرکے)۔

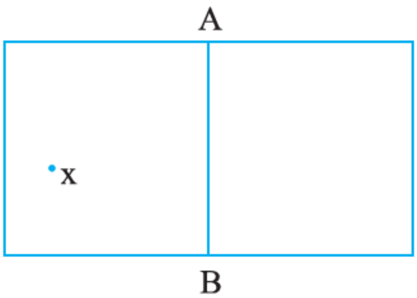
2۔ ایک قطعہ خط $\overline{PQ}$ بنائیے۔ ایک نقطہ R لیجیے جو اس خط پر واقع نہیں ہے۔
$\overline{PQ}$ پر R سے ہوکر گزرنے والا ایک عمود کھینچیے (پیمانہ اور سیٹ اسکوائر کا استعمال کرکے)۔

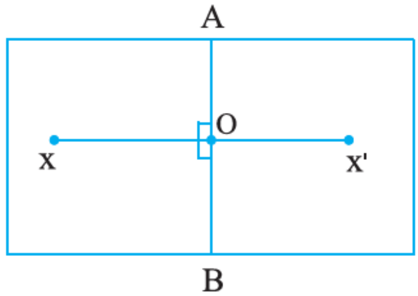
3۔ ایک قطعہ خط l بنائیے اس پر ایک نقطہ X لیجیے۔ l پر X سے ہوکر گزرنے والا عمودی خط $\overline{XY}$ بنائیے۔
اب قطعہ خط $\overline{XY}$ کے نقطہ Y پر ایک عمود بنائیے (پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرکے)۔

14.4.3 ایک قطعہ خط کا عمودی ناصف (Bisector) بنانا
(The Perpendicular Bisector of a Line Segment)

اسے کیجیے

ایک کاغذ کو موڑئے۔ مان لیجیے کہ موڑ کا نشان $\overline{AB}$ ہے۔ کاغذ پر کہیں بھی روشنائی سے نقطہ X لگائیے جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ $\overline{AB}$ کو آئینہ کا خط مان کر x کی پرچھائیں 'x معلوم کیجیے۔ مان لیجیے $\overline{AB}$ اور $\overline{XX'}$ نقطہ O پر ایک دوسرے کو کاٹتے ہیں۔ کیا 'OX = OX ہے؟ کیوں؟





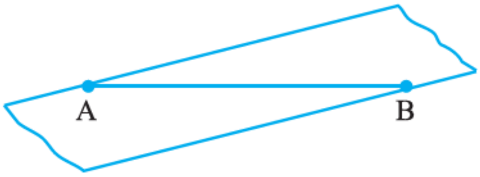
اس کا مطلب ہے کہ $\overline{AB}$ $\overline{XX'}$ کو دو برابر کے حصوں میں بانٹ رہی ہے یعنی $\overline{AB}$ خط $\overline{XX'}$ کا ناصف ہے۔ اس پر بھی دھیان دیجیے کہ AOX∠ اور BOX∠ دونوں زاویہ قائمہ ہیں (کیوں؟)۔

اس طرح $\overline{AB}$ خط $\overline{XX'}$ کا عمودی ناصف ہوا۔ ہم شکل میں $\overline{AB}$ کا صرف ایک ہی حصہ دیکھتے ہیں۔ کیا دو نقطوں کو ملانے والے خط کا عمودی ناصف تناسب کے خط (Axis of symmetry) جیسا ہی ہے؟

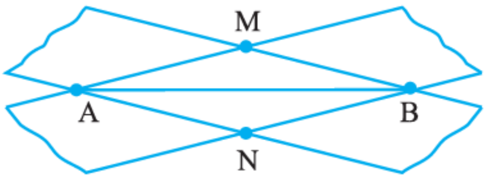
اسے کیجیے

شفاف ٹیپ (Transparent Tapes)

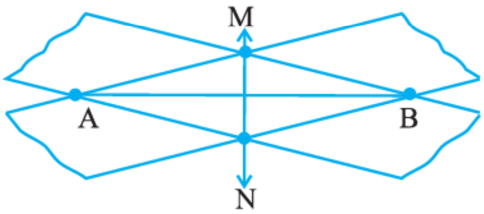
قدم 1: ایک قطعہ خط AB بنائیے۔



قدم 2: ایک مستطیل نما سا ہی ٹیپ کی پٹی $\overline{AB}$ پر اس طرح ترچھا رکھیں گے کہ اس کے کنارے نقطہ A اور نقطہ P کو چھوئیں جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔



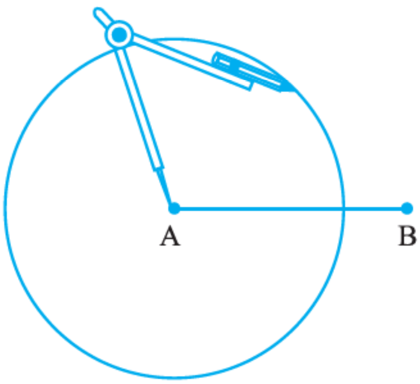
قدم 3: پہلے والے جیسا ہی ایک اور ٹیپ لیجیے اور A اور B پر اس طرح رکھیے کہ پہلے والے ٹیپ پر سے یہ آڑھی ہو جائے یہ دونوں پٹیاں M اور N پر کراس (Cross) کررہی ہیں۔



قدم 4: M اور N کو ملائیے۔ کیا MN، خط $\overline{AB}$ کا ناصف ہے؟ ناپیے اور صحیح ثابت کیجیے کیا یہ $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف بھی ہے۔ $\overline{AB}$ کا وسطی نقطہ کہاں ہے؟

پیمانہ اور پرکار کے ذریعہ اشکال بنانا (Construction using Ruler and Compasses)

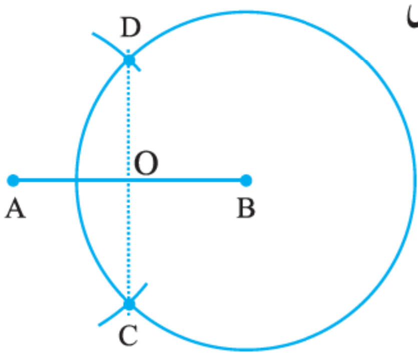
قدم 1: کسی بھی لمبائی کا ایک قطعہ خط $\overline{AB}$ بنائیے۔



قدم 2: A کو مرکز مان کر پرکار کے ذریعے ایک دائرہ بنائیے۔ آپ کے دائرہ کا نصف قطر خط $\overline{AB}$ کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ ہونا چاہیے۔

قدم 3 : B کو مرکز مان کر اسی نصف قطر کو لے کر ایک دوسرا دائرہ بنائیے مان لیجیے یہ پہلے والے دائرہ کو نقطہ C اور D پر کاٹ رہا ہے۔

قدم4 : $\overline{CD}$ کو ملائیے۔ یہ خط $\overline{AB}$ کو نقطہ O پر کاٹ رہی ہے۔ اپنے ڈیوائڈر کا استعمال کرکے یہ ثابت کیجیے کہ نقطہ O خط AB کا وسطی نقطہ (Mid Point) ہے۔ یہ بھی ثابت کیجیے کہ $\angle COA$ اور $\angle COB$ دونوں زاویہ قائمہ ہیں اس لیے خط $\overline{CD}$ ، $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف ہے۔



اوپر کی بناوٹ میں ہم کو $\overline{CD}$ معلوم کرنے کے لیے دو نقطوں C اور D کی ضرورت پڑتی ہے۔ کیا ان کو معلوم کرنے کے لیے پورا دائرہ بنانا ضروری ہے؟ کیا یہ کافی نہیں ہے کہ ہم ان کو چھوٹے چھوٹے قوس لگا کر دکھائیں؟ در اصل ہم عملی طور پر ایسا ہی کرتے ہیں؟

کوشش کیجیے

اوپر دیئے گئے مرحلہ 2 میں اگر ہم نصف قطر کی لمبائی $\overline{AB}$ کی لمبائی کے آدھے سے کم لیں تو کیا ہوگا۔

مشق 14.5

1۔ 7.3 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک خط $\overline{AB}$ بنائیے اور اس کے تشاکل کا محور (Axis of Symmetry) معلوم کیجیے۔

2۔ 9.5 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے اور اس کا عمودی ناصف کھینچیے۔

3۔ خط $\overline{XY}$ جس کی لمبائی 10.3 سینٹی میٹر دی گئی ہے، کا عمودی ناصف بنائیے۔

(a) بنائے گئے ناصف پر ایک نقطہ P لیجیے۔ دیکھیے کیا PX = PY ہے؟

(b) اگر M خط $\overline{AB}$ کا وسطی نقطہ ہے تو آپ M اور $\overline{XY}$ کی لمبائیوں کے بارے میں کیا کہہ سکتے ہیں۔

4۔ 12.8 سینٹی میٹر لمبائی کا ایک قطعہ خط بنائیے پرکار کا استعمال کرکے اس کو چار برابر کے حصوں میں بانٹیے۔ ناپ کر اس کو ثابت کیجیے۔

5۔ 6.1 سینٹی میٹر لمبائی کے $\overline{PQ}$ کو قطر مانتے ہوئے ایک دائرہ بنائیے۔

6۔ ایک دائرہ کھینچیے جس کا مرکز C ہو اور نصف قطر 3.4 سینٹی میٹر ہو اس کا ایک وتر $\overline{AB}$ بنائیے۔ خط $\overline{AB}$ کا عمودی ناصف بنائیے اور دیکھیے کیا یہ C سے گزرتا ہے؟

7۔ ایک خط $\overline{AB}$ کو قطر مانتے ہوئے سوال نمبر 6 کو دہرائیے۔

8۔ 4 سینٹی میٹر نصف قطر کا ایک دائرہ بنائیے۔ اس کے کوئی دو وتر بنائیے۔ ان وتروں کے عمودی ناصف بنائیے۔ یہ دونوں کہاں ملتے ہیں۔

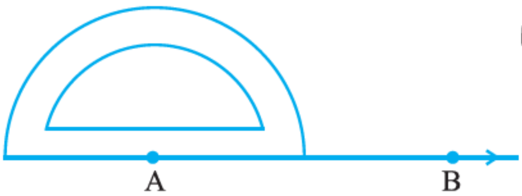
9۔ ایک زاویہ بنائیے جس کا راس O ہے۔ اس زاویہ کے ایک بازو پر نقطہ A اور دوسرے بازو پر نقطہ B۔ اس طرح لگائیے کہ $OA = OB$ ہو۔ $\overline{OA}$ اور $\overline{OB}$ کے عمودی ناصف بنائیے۔ وہ جہاں ملتے ہیں اس نقطہ کو P سے ظاہر کیجیے۔ کیا $PA = PB$ ہے؟

14.5 زاویے (Angles)

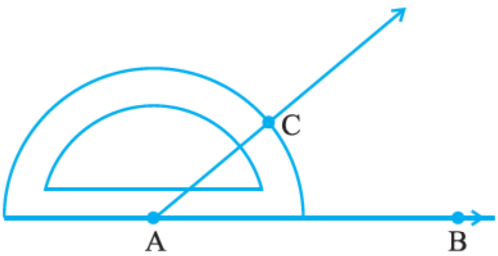
14.5.1 دی گئی پیمائش کا زاویہ بنانا
(Constructing an angle of a given measure)

مان لیجیے ہم 40° پیمائش کا ایک زاویہ بنانا چاہتے ہیں بناوٹ کے اقدام درج ذیل ہیں:

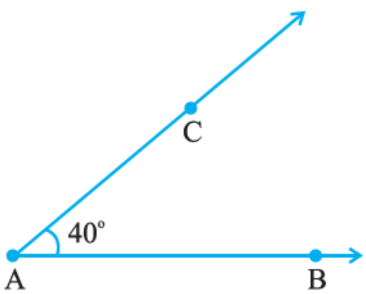
قدم 1 : کسی بھی لمبائی کا ایک خط $\overline{AB}$ کھینچیے۔



قدم 2 : $\overline{AB}$ پر چاندہ کو اس طرح رکھیے کہ چاندہ کا مرکزی نقطہ A پر ہو اور 0 خط $\overline{AB}$ سے ملا رہے۔

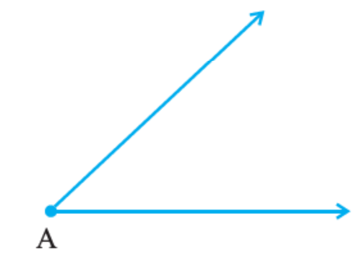


قدم 3 : B کے قریب چاندہ پر صفر سے شروع کرتے ہوئے 40° والے نشان کے سامنے کاغذ پر نقطہ C لگائیے۔



قدم 4: AC کو ملائیے $\angle BAC$ مطلوبہ زاویہ ہے۔

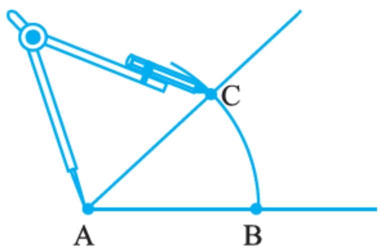
14.5.2 ایک نامعلوم پیمائش کے زاویہ کے مساوی زاویہ بنانا
(Constructing a copy of an angle of unknown measure)



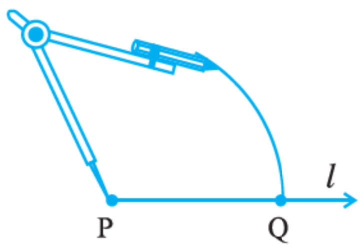
مان لیجیے ایک زاویہ دیا گیا ہے جس کی پیمائش ہم نہیں جانتے ہیں اور ہم اس زاویہ کے مساوی زاویہ بنانا چاہتے ہیں اس کے لیے ہم عام طور پر پیمانہ اور پرکار کا استعمال کرتے ہیں۔

$\angle A$ دیا گیا ہے۔ جس کی پیمائش نامعلوم ہے۔

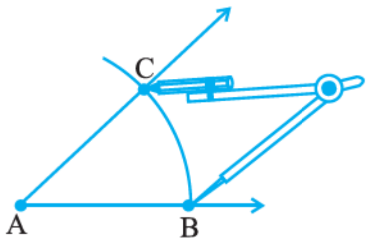
قدم 1 : ایک خط l بنائیے اور اس پر ایک نقطہ P لیجیے۔



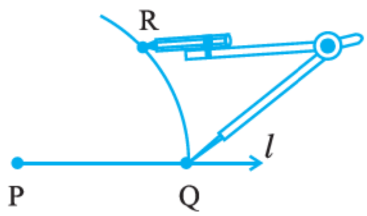
قدم 2 : نقطہ A پر پرکار کی نوک رکھ کر ایک قوس کھینچیے جو $\angle A$ کے اضلاع کو بالترتیب B اور C پر قطع کرتا ہے۔



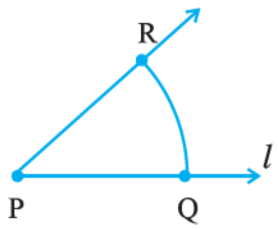
قدم 3 : P کو مرکز مان کر پرکار کے اسی پھیلاؤ سے ایک قوس کھینچیے جو خط l کو نقطہ Q پر قطع کرے۔



قدم 4 : اپنے پرکار کو BC لمبائی کے لیے نصف قطر کے لیے کھولیے۔



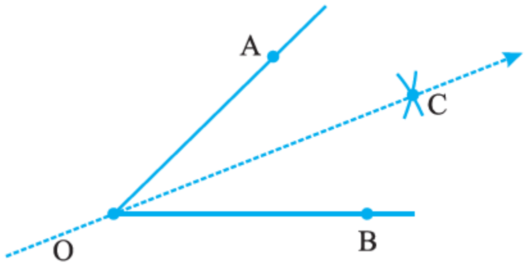
قدم 5 : Q پر پرکار کی نوک رکھیے۔ اور ایک قوس کھینچیے جو پہلے بنائی گئی قوس کو R پر قطع کرے۔



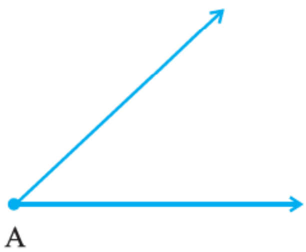
قدم 6 : PR کو ملایئے۔ اس سے ہم کو ∠P ملے گا۔ اس کی پیمائش ∠A کے برابر ہی ہوگی۔

اس کا مطلب ہے ∠QPR کی پیمائش ∠BAC کے برابر ہی ہے۔

14.5.3 زاویہ کا ناصف (Bisector of an angle)

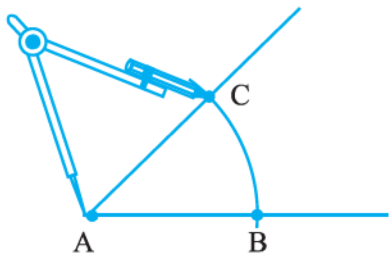


ایک کاغذ لیجیے اس پر ایک نقطہ O لگایئے O کو ابتدائی نقطہ مانتے ہوئے دو شعاعیں $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ کھینچیے۔ آپ کو ∠AOB ملے گا۔ کاغذ کو O کے ذریعے ایسے موڑیے کہ شعاع $\overrightarrow{OA}$ اور $\overrightarrow{OB}$ ایک دوسرے پر پڑیں۔ کاغذ کھولنے پر کاغذ کے موڑ کو ہم مان لیجیے $\overrightarrow{OC}$ سے ظاہر کررہے ہیں۔



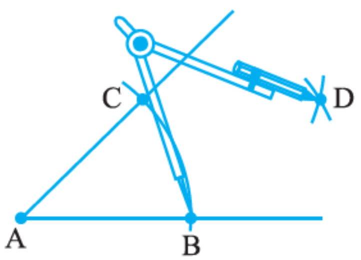
صاف ظاہر ہے کہ ∠AOB کے لیے خط $\overrightarrow{OC}$ ایک تناسب کا خط ہے۔
∠AOC اور ∠COB کو ناپیے کیا یہ برابر ہیں؟ اس لیے $\overrightarrow{OC}$ ایک تناسب کا خط ہے اور اس کو ∠AOB کا ناصف کہتے ہیں۔

پیمانہ اور پرکار کے ذریعے اشکال بنانا
(Construction with ruler and compasses)

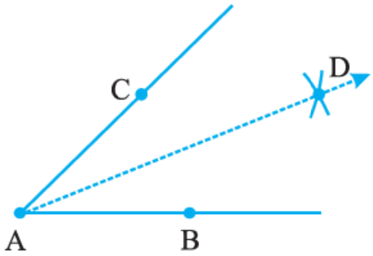


ایک زاویہ ∠A دیا گیا ہے۔

قدم 1 : A کو مرکز مان کر اور پرکار کا استعمال کرتے ہوئے ایک قوس کھینچیے جو ∠A کے دونوں ضلعوں کو کاٹے۔ قطع کیے گئے نقطوں کو C اور B کے نام سے ظاہر کیجیے۔



قدم 2 : B کو مرکز مان کر اور BC کی لمبائی کے آدھے سے زیادہ نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے ∠A کے اندرون میں



قدم 3 : C کو مرکز مان کر اور مرحلہ 2 والے نصف قطر سے ∠A کے اندرون میں ایک اور قوس لگائیے۔ مان لیجیے کہ یہ دونوں قوس نقطہ D پر قطع کرتی ہیں اس طرح $\overrightarrow{AD}$ ہی ∠A کا مطلوبہ ناصف ہے۔

کوشش کیجیے

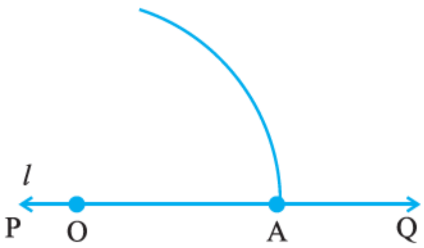
اوپر دیئے گئے مرحلہ 2 میں نصف قطر $\overline{BC}$ کی لمبائی کے آدھے سے کم ہوتو کیا ہوگا؟

14.5.4 مخصوص پیمائش کے زاویے بنانا
(Angles of special measures)

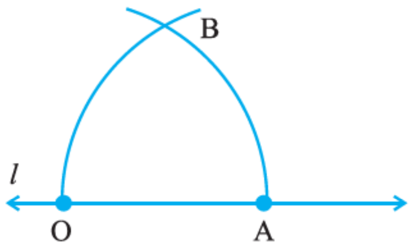
چاندے کا استعمال کیے بغیر کچھ مخصوص پیمائش کے زاویے بنانے کے کچھ بہت ہی عمدہ اور قطعی درست طریقہ بھی ہیں ان میں سے کچھ کی ہم یہاں بات کرتے ہیں۔

60° کا زاویہ بنانا (Constructing a 60° Angle)

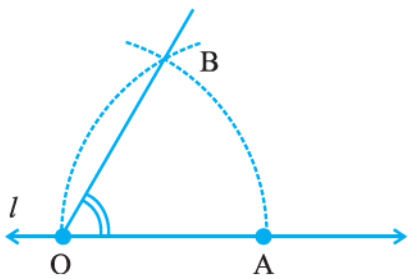
قدم 1 : ایک خط *l* کھینچیے اور اس پر ایک نقطہ O بنائیے



قدم 2 : پرکار کی سوئی O پر رکھیے اور مناسب نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے جو خط $\overleftrightarrow{PQ}$ کو نقطہ A پر قطع کرے۔



قدم 3 : پرکار کی سوئی A پر رکھیے۔ A کو مرکز مان کر اور ایک ایسا قوس بنائیے جو O سے گزرے۔



قدم 4 : مان لیجیے دونوں قوس نقطہ B پر ایک دوسرے کو قطع کر رہے ہیں $\overrightarrow{OB}$ کو ملائیے ہم کو ∠BOA ملا جس کی پیمائش 60° ہے۔

30° کا زاویہ بنانا (Constructing a 30° angle)

اوپر دکھائے گئے طریقہ سے 60° کا زاویہ بنائیے اب اس زاویہ کا ناصف کھینچیے۔ ہر زاویہ 30° کا ہے۔ چاندے کی مدد سے اس کو ثابت کیجیے۔

کوشش کیجیے

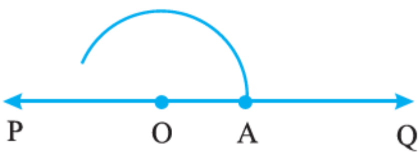
15° کا زاویہ آپ کیسے بنا سکتے ہیں؟

120° کا زاویہ بنانا (Constructing a 120° angle)

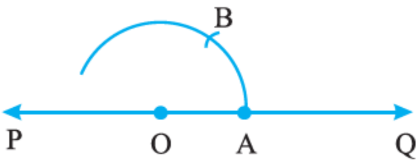
120° کا زاویہ اور کچھ نہیں صرف 60° کے زاویے کا دوگنا ہی تو ہے۔ اس لیے اس کو مندرجہ ذیل طریقہ سے بنایا جاسکتا ہے۔

قدم 1: ایک خط PQ بنائیے اور اس پر ایک نقطہ O لیجیے۔

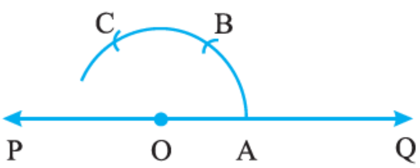
قدم 2: پرکار کی سوئی O پر رکھیے اور مناسب نصف قطر لے کر ایک قوس کھینچیے جو کہ خط کو نقطہ A پر قطع کرے۔



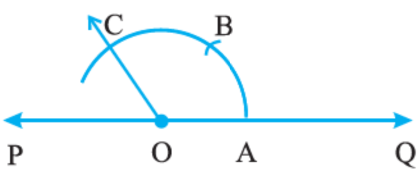
قدم 3: A کو مرکز مان کر اور پرکار کے نصف قطر کو بدلے بغیر ہی ایک قوس کھینچیے جو کہ پہلی قوس کو نقطہ B پر قطع کرے۔



قدم 4: اب B کو مرکز مان کر اور پرکار کے نصف قطر کو بدلے بغیر ہی ایک اور قوس کھینچیے جو پہلی قوس کو نقطہ C پر قطع کرے۔



قدم 5: OC کو ملائیے۔ ∠COA ہی مطلوبہ زاویہ ہے جس کی پیمائش 120° کے برابر ہے۔



کوشش کیجیے

150° کا زاویہ آپ کیسے بنائیں گے۔

90° کا زاویہ بنانا (Constructing a 90° angle)

کسی خط پر ایک نقطہ سے اسی خط پر عمود کھینچنا آپ پہلے ہی سیکھ چکے ہیں۔ یہی آپ کا 90° کا مطلوبہ زاویہ ہے۔

کوشش کیجیے

45° کا زاویہ آپ کیسے بنائیں گے۔

مشق 14.6

1۔ 75° پیمائش کا ایک زاویہ POQ∠ بنایئے اور اس کا خط تشاکل معلوم کیجیے۔

2۔ 147° پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ناصف کھینچیے۔

3۔ ایک زاویہ قائمہ بنایئے اور اس کا ناصف بنایئے۔

4۔ 153° پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کو چار برابر کے حصوں میں تقسیم کریں۔

5۔ پیمانہ اور پرکار کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنایئے۔

(a) 60° (b) 30° (c) 90°

(d) 120° (e) 45° (f) 135°

6۔ 45° کی پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ایک ناصف بتایئے۔ حاصل ہونے والے ہر زاویے کی پیمائش بتایئے۔

7۔ 135° کی پیمائش کا ایک زاویہ بنایئے اور اس کا ایک ناصف بنایئے۔ حاصل ہونے والے ہر زاویے کی پیمائش بتایئے۔

8۔ 70° کا ایک زاویہ بنایئے۔ اس زاویہ کے برابر رولر اور پرکار کی مدد سے ایک زاویہ بنایئے۔

9۔ 40° کا ایک زاویہ بنایئے اور اسکے تکملہ کی نقل کیجیے۔

ہم نے کیا سیکھا؟

اس سبق میں جیومیٹریکل اشکال بنانے کے بہت سے طریقہ بتائے گئے ہیں۔

1۔ اشکال بنانے کے لیے ہم ریاضی کے مندرجہ ذیل آلات کا استعمال کرتے ہیں۔

(i) پیمانہ (ii) پرکار (iii) ڈیوائڈر

(iv) سیٹ اسکوائر (v) چاندہ

2۔ پیمانہ اور پرکار کی مدد سے مندرجہ ذیل اشکال بنائی جاسکتی ہیں۔

(i) ایک دائرہ، جس کا نصف قطر معلوم ہو۔

(ii) ایک قطعہ خط، جس کی لمبائی دی گئی ہو۔

(iii) ایک قطعہ خط کا مساوی قطعہ خط۔

(iv) ایک خط پر ایک نقطہ کے ذریعہ عمود بنانا جب کہ وہ نقطہ

(a) خط پر ہو　　(b) خط پر نہ ہو

(v) دی گئی لمبائی کے قطعہ خط کا عمودی ناصف بنانا۔

(vi) دی گئی پیمائش کا زاویہ بنانا

(vii) ایک زاویہ کا مساوی زاویہ

(viii) دیے گئے زاویہ کا ناصف

(ix) کچھ مخصوص پیمائش کے زاویے جیسے

(a) 90°　　(b) 45°　　(c) 60°

(d) 30°　　(e) 120°　　(f) 135°

جوابات

مشق 1.1

1۔ (a) دس
(b) دس
(c) دس
(d) دس
(e) دس

2۔ (a) 73,75,307
(b) 9,05,00,041
(c) 7,52,21,302
(d) 58,423,202
(e) 23,30,010

3۔ (a) 8,75,95,762 آٹھ کروڑ پچھتر لاکھ پچانوے ہزار سات سو باسٹھ
(b) 85,46,283 پچاسی لاکھ چھیالیس ہزار دو سو تیراسی
(c) 9,99,00,046 نو کروڑ ننانوے لاکھ چھیالیس
(d) 9,84,32,701 نو کروڑ چوراسی لاکھ بتیس ہزار سات سو ایک

4۔ (a) 78,921,092 اٹھہتر ملین نو سو اکیس ہزار بیانوے
(b) 7,452,283 سات ملین چار سو باون ہزار دو سو تراسی
(c) 99,985,102 ننانوے ملین نو سو پچاسی ہزار ایک سو دو
(d) 48,049,831 اڑتالیس ملین انچاس ہزار آٹھ سو اکتیس

مشق 1.2

1۔ 7,707 ٹکٹیں

2۔ 3,020 رن

3۔ 22,8800 ووٹ

4۔ ₹ 6,86,659 دوسرا ہفتہ ₹ 1,14,877

5۔ 52,965

6۔ 87,575 پیچ

7۔ ₹ 30,592

8۔ 65,124

9۔ 18، قمیض 1 میٹر 30 سینٹی میٹر

10۔ 177 باکس

11۔ 22 کلومیٹر 500 میٹر

12۔ 180 گلاس

مشق 1.3

1۔	(a)	1,700	2۔	(a)	5,000;5,090	3۔	(a)	1,20,000
	(b)	500		(b)	61,100;61,130		(b)	1,75,00,000
	(c)	16,000		(c)	7,800;7,840		(c)	7,806000
	(d)	7,000		(d)	4,40,900,4;40,980		(d)	3,00,000

مشق 2.1

1۔ 11,000;11,001;11,002

2۔ 10,000;9,999;9,998

3۔ 0

4۔ 20

5۔ (a) 24,40,702 (b) 1,00,200

(c) 11,000,00 (d) 23,45,671

6۔ (a) 93 (b) 9,999

(c) 2,08,089 (d) 76,54,320

7۔ (a) 530 کے بائیں طرف 503 ہوگا۔ 530 > 503

(b) 370 کے بائیں طرف 307 ہوگا۔ 370 > 307

(c) 98,765 کے بائیں طرف 56,789 ہوگا۔ 98,765>56,789

(d) 1,00,23,001 کے بائیں طرف 98,30,415 ہوگا۔ 98,30,415<100,23,001

8۔ (a) غلط (b) غلط (c) صحیح (d) صحیح (e) صحیح

(f) غلط (g) غلط (h) غلط (i) صحیح (j) غلط

(k) غلط (l) صحیح (m) غلط

مشق 2.2

1۔ (a) 1,408 (b) 4,600

2۔ (a) 1,76,800 (b) 16,600 (c) 2,91,000

(d) 27,90,000 (e) 85,500 (f) 10,00,000

3۔ (a) 5,940 (b) 54,27,900

(c) 81,26,500 (d) 1,92,25,000

4۔ (a) 76,014 (b) 87,108 (c) 2,60,064 (d) 1,68,840

5۔ ₹ 3,960

6۔ ₹ 4,500

7۔ (i) ←(c) (ii) ←(a) (iii) ←(b)

مشق 2.3

1۔ (a) 2۔ ہاں

3۔ وہ دونوں ہی '1' ہوں گے۔

4۔ (a) 73,528 (b) 54,42,437 (c) 20,600

(d) 5,34,375 (e) 17,640

5۔ $123456 \times 8 + 6 = 987654$

$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$

مشق 3.1

1۔ (a) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (b) 1, 3, 5, 15

(c) 1, 3, 7, 21 (d) 1, 3, 9, 27

(e) 1, 2, 3, 4, 6, 12 (f) 1, 2, 4, 5, 10, 20

(g) 1, 2, 3, 6, 9, 18　　(h) 1, 23

(i) 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36

2- (a) 5, 10, 15, 20, 25　　(b) 8, 16, 24, 32, 40

(c) 9, 18, 27, 36, 45

3- (i) ← (b)　　(ii) ← (d)　　(iii) ← (a)

(iv) ← (f)　　(v) ← (e)

4- 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99

مشق 3.2

1- (a) جفت عدد　　(b) جفت عدد

2- (a) غلط　　(b) صحیح　　(c) صحیح　　(d) غلط　　(e) غلط

(f) غلط　　(g) غلط　　(h) صحیح　　(i) غلط　　(j) صحیح

3- 17 اور 71، 37 اور 73، 79 اور 97

4- مفرد اعداد: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17,19

مرکب اعداد: 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18

5- 7

6- (a) 3 + 41　　(b) 5 + 31　　(c) 5 +19　　(d) 5 +13

(یہ ایک طریقہ ہوسکتا ہے۔ایسے دوسرے طریقے بھی ہوسکتے ہیں۔)

7- 3,5; 5,7; 11,13

8- (a) اور (c)　　9- 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96

10- (a) 3 + 5 + 13　　(b) 3 + 5 + 23

(c) 13 + 17 + 23　　(d) 7 + 13 + 41

(یہ ایک طریقہ ہوسکتا ہے ۔ایسے دوسرے طریقے بھی ہوسکتے ہیں۔)

11۔ 2, 3 ; 2, 13 ; 3, 17 ; 7, 13; 11, 19

12۔ (a) مفرد عدد (b) مرکب عدد (c) مفرد عدد، مرکب عدد

(d) 2 (e) 4 (f) 2

مشق 3.3

عدد	2	3	4	5	6	8	9	10	11
	عدد سے تقسیم ہو سکتے ہیں								
990	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	ہاں	ہاں
1586	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں
275	نہیں	نہیں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	ہاں
6686	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں
639210	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں	ہاں
429714	ہاں	ہاں	نہیں	نہیں	ہاں	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں
2856	ہاں	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں
3060	ہاں	ہاں	ہاں	ہاں	ہاں	نہیں	ہاں	ہاں	نہیں
406839	نہیں	ہاں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں	نہیں

2۔ 4 سے تقسیم ہونے والے: (a)، (b)، (c)، (d)، (f)، (g)، (h)، (i)

8 سے تقسیم ہونے والے: (b)، (d)، (f)، (h)

3۔ (a)،(f)،(g)،(i) 4۔ (a) (b)، (d)، (e)، (f)،

5۔ (a) 2اور 8 (b) 0اور 9 6۔ (a) 8 (b) 6

مشق 3.4

1۔ (a) 1, 2, 4 (b) 1, 5 (c) 1, 5 (d) 1, 2, 4, 8

2۔ (a) 1, 2, 4   (b) 1, 5

3۔ (a) 24, 48, 72   (b) 36, 72, 108

4۔ 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96

5۔ (a), (b), (e), (f)   6۔ 60   7۔ 1, 2, 3, 4, 6

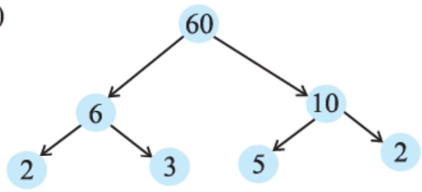
مشق 3.5

1۔ (a) غلط   (b) صحیح   (c) غلط   (d) صحیح   (e) غلط

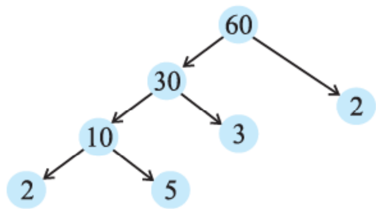
(f) غلط   (g) صحیح   (h) صحیح   (i) صحیح   (j) غلط

2۔

(a)



(b)



3۔ ایک اور وہ عدد خود

4۔ 9999، $9999 = 3 \times 3 \times 11 \times 101$

5۔ 10000، $10000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

6۔ $1729 = 7 \times 13 \times 19$

دو سلسلہ وار مفرد اجزائے ضربی کا فرق 6 ہے۔

7۔ (i) $2 \times 3 \times 4 = 24$، 6 سے تقسیم ہوجائے گا۔

(ii) $5 \times 6 \times 7 = 210$، 6 سے تقسیم ہوجائے گا۔

8۔ (b)، (c)

9۔ $15470 = 2 \times 5 \times 7 \times 13 \times 17$ 10۔ ہاں

11۔ نہیں۔ عدد 12، اعداد 4 اور 6 دونوں سے تقسیم ہوجائے گا مگر 24 سے تقسیم نہیں ہوگا۔

12۔ $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

مشق 3.6

1- (a) 6 (b) 6 (c) 6 (d) 9
(e) 12 (f) 34 (g) 35 (h) 7
(i) 9 (j) 3

2- (a) 1 (b) 2 (c) 1

3- نہیں؛ 1

مشق 3.7

1- 3 کلوگرام 2- 6930 سینٹی میٹر 3- 75 سینٹی میٹر

4- 120 5- 960 6- صبح 7 بج کر 7 منٹ 12 سیکنڈ

7- 31لیٹر 8- 95 9- 1152

10- (a) 36 (b) 60 (c) 30 (d) 60

یہاں ہر کیس میں LCM، 3 کا ضعف ہوگا۔

ہاں ۔ ہر کیس میں LCM=دو اعداد کا حاصل ضرب

اعداد کے کسی بھی جوڑے کا LCM ہمیشہ 3 کا ضعف نہیں ہوتا ہے۔

11- (a) 20 (b) 18 (c) 48 (d) 45

ہر کیس میں دو دیئے گئے اعداد کا LCM دونوں ہی اعداد سے بڑا ہے۔

مشق 4.1

1- (a) D، C، B، E، O

(b) بہت سے جواب ممکن ہیں، ان میں سے کچھ ہیں: $\overline{DE}, \overline{DO}, \overline{DB}, \overline{EO}$ وغیرہ

(c) بہت سے جواب ممکن ہیں، ان میں سے کچھ ہیں: $\overline{DB}, \overline{DE}, \overline{OB}, \overline{OE}, \overline{EB}$ وغیرہ

(d) بہت سے جواب ممکن ہیں، ان میں سے کچھ ہیں: $\overline{DE}, \overline{DO}, \overline{EO}, \overline{OB}, \overline{EB}$ وغیرہ

2۔ $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB}$ $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CA}$. $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DA}$

3۔ (a) بہت سارے جواب ہیں۔ایک جواب $\overleftrightarrow{AE}$ ہے۔

(b) بہت سارے جواب ہیں۔ایک جواب $\overleftrightarrow{AE}$ ہے۔

(c) $\overleftrightarrow{CO}$ یا $\overleftrightarrow{OC}$

(d) بہت سارے جواب ممکن ہیں۔ان میں سے کچھ ہیں: $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{CO}$ اور $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{AE}$

4۔ (a) لامحدود/بے شمار (b) صرف ایک

6۔ (a) صحیح (b) صحیح (c) صحیح (d) غلط (e) غلط

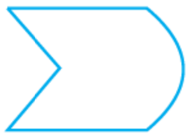
(f) غلط (g) صحیح (h) غلط (i) غلط (j) غلط

(k) صحیح

مشق 4.2

1۔ کھلی منحنی ہیں: (a)، (c) بند منحنی ہے: (b)، (d)، (e)

4۔ (a) ہاں (b) ہاں

5۔ **(a)**  (b) (c) ناممکن

مشق 4.3

1۔ ∠A یا ∠DAB؛ ∠B یا ∠ABC؛ ∠C یا ∠BCD؛ ∠D یا ∠CDA

2۔ (a) A (b) A،C،D (c) E،B،O،F

مشق 4.4

2۔ (a) ΔABC، ΔABD، ΔADC

(b) زاویے: ∠B، ∠C، ∠BAC، ∠BAD، ∠CAD، ∠ADB، ∠ADC

(c) قطعات خط $\overline{AB}$، $\overline{AC}$، $\overline{BC}$، $\overline{AD}$، $\overline{BD}$، $\overline{DC}$

(d) ΔABC، ΔABD

مشق 4.5

1۔ چار ضلعی کے دونوں وتر ایک دوسرے سے چار ضلعی کے اندرون میں ہی کاٹیں گے۔

2۔ (a) $\overline{KL}$، $\overline{NM}$ اور $\overline{KN}$، $\overline{ML}$ (b) ∠K، ∠M اور ∠N، ∠L

(c) $\overline{KL}$، $\overline{KN}$ اور $\overline{NM}$، $\overline{ML}$ یا $\overline{KL}$، $\overline{LM}$ اور $\overline{NK}$، $\overline{NM}$

(d) ∠K، ∠L اور ∠M، ∠N یا ∠K، ∠L اور ∠L، ∠M وغیرہ

مشق 4.6

1۔ (a) O   (b) $\overline{OA}$، $\overline{OB}$، $\overline{OC}$ (c) $\overline{AC}$ (d) $\overline{ED}$

(e) O، P   (f) Q   (g) OAB (شیڈ کیا ہوا حصہ)

(h) قطعہ خط ED (شیڈ کیا ہوا حصہ)

2۔ (a) ہاں   (b) نہیں

4۔ (a) صحیح   (b) صحیح

مشق 5.1

1۔ صحیح زاویہ سے نہ دیکھنے پر غلطیاں ہونے کے امکانات زیادہ ہیں۔

2۔ درست پیمائش ممکن ہے۔

3۔ ہاں۔ کیونکہ C،A اور B کے درمیان ہے۔

4۔ A اور C کے درمیان B واقع ہے۔

5۔ $\overline{AG}$ کے بیچ کا نقطہ D ہے۔ (کیونکہ AD = DG = 3 یونٹ)

6۔ AB = BC اور BC = CD اس لیے AB = CD

7۔ مثلث کے دو ضلعوں کی لمبائیوں کا جوڑ کبھی بھی تیسرے ضلع کی لمبائی سے کم نہیں ہوسکتا ہے۔

مشق 5.2

1۔ (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{1}{4}$

(d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{3}{4}$ (f) $\frac{3}{4}$

2۔ (a) 6 (b) 8 (c) 8 (d) 2

3۔ (a) مغرب (b) مغرب (c) شمال (d) جنوب

[(d) کے جواب کے لیے ہم چاہے گھڑی کی سوئیوں کے چلنے کی سمت میں جائیں یا مخالف سمت میں جائیں کوئی فرق نہیں پڑتا ہے۔ کیونکہ ایک مکمل گردش ہم کو شروعاتی جگہ پر ہی لے آتی ہے۔]

4۔ (a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$ (c) $\frac{1}{2}$

5۔ (a) 1 (b) 2 (c) 2

(d) 1 (e) 3 (f) 2

6۔ (a) 1 (b) 3 (c) 4

(d) 2 (گھڑی کی سوئیوں کے چلنے کی سمت یا مخالف سمت۔)

7۔ (a) 9 (b) 2 (c) 7 (d) 7

(یہاں ہم صرف گھڑی کے چلنے کی ہی سمت لیں گے)

مشق 5.3

1. (i) → (c); (ii) → (d); (iii) → (a); (iv) → (e); (v) → (b).

2۔ زاویہ حادہ: (a) اور (f)؛ زاویہ منفرجہ: (b)؛ زاویہ قائمہ: (c)؛ زاویہ مستقیم: (e)؛ زاویہ معکوس: (d)

مشق 5.4

1۔ (i) 90° (ii) 180°

2۔ (a) صحیح (b) غلط (c) صحیح (d) صحیح (e) صحیح

3۔ (a) حادہ: 23°، 89° (b) منفرجہ: 91°، 179°

7۔ (a) حادہ (b) منفرجہ (اگر زاویہ 180° سے کم ہو)
(c) مستقیم (d) حادہ (e) زاویہ قائمہ یا زاویہ منفرجہ

9۔ 90°، 30°، 180°

10۔ میگنیفائنگ گلاس سے دیکھنے پر زاویہ کی پیمائش نہیں بدلے گی۔

مشق 5.5

1۔ (a) اور (c)

2۔ 90°

3۔ ایک سیٹ اسکوائر 90° – 60° – 30° ہے۔ دوسرا سیٹ اسکوائر 90° – 45° – 45° ہے۔
90 پیمائش کا زاویہ (یعنی زاویہ قائمہ دونوں میں مشترک ہے۔)

4۔ (a) ہاں (b) ہاں (c) $\overline{BH}$ ، $\overline{DF}$ (d) سب صحیح ہیں۔

مشق 5.6

1۔ (a) مختلف ضلعی مثلث (b) مختلف ضلعی مثلث
(c) مساوی ضلعی مثلث (d) قائمہ مثلث
(e) مساوی الساقین قائمہ زاویہ مثلث (f) حادہ مثلث

2۔ (i) ← (e) (ii) ← (g) (iii) ← (a) (iv) ← (f) (v) ← (d)
(vi) ← (c) (vii) ← (b)۔

3۔ (a) حادہ زاویہ اور مساوی الساقین مثلث

(b) قائمہ زاویہ اور مختلف ضلعی مثلث

(c) منفرجہ زاویہ اور مساوی الساقین مثلث

(d) قائمہ زاویہ اور مساوی الساقین مثلث

(e) مساوی ضلعی اور حادہ زاویہ

(f) منفرجہ زاویہ اور مختلف ضلعی

4۔ (b) ناممکن ہے۔ (یاد رکھیے: مثلث کے دو ضلعوں کی لمبائیوں کا جوڑ ہمیشہ تیسرے ضلع کی لمبائی سے زیادہ ہوتا ہے۔

مشق 5.7

1۔ (a) صحیح (b) صحیح (c) صحیح (d) صحیح

(e) غلط (f) غلط

2۔ (a) ایک ایسا مستطیل جس کے تمام اضلاع برابر ہوں۔ مربع ہوتا ہے۔

(b) ایک ایسا متوازی الاضلاع جس کے تمام زاویے، زاویہ قائمہ ہوں، ایک مستطیل ہوتا ہے۔

(c) ایک ایسا معین جس کے تمام زاویے، زاویہ قائمہ ہوں، مربع ہوتا ہے۔

(d) یہ تمام چار ضلعی کثیر الاضلاع ہیں جو کہ قطعات، خط سے ہٹائے گئے ہیں۔

(e) مربع کے بمقابل اضلاع متوازی ہوتے ہیں، اس لیے یہ ایک متوازی الاضلاع بھی ہے۔

3۔ مربع ایک منظّم چار ضلعی ہے۔

مشق 5.8

1۔ (a) بند شکل نہیں ہے اس لیے کثیر ضلعی بھی نہیں ہے۔

(b) چھ ضلعوں کا کثیر ضلعی ہے۔

(c) اور (d) کثیر ضلعی نہیں ہے۔ کیونکہ یہ قطعات خط سے نہیں بنائے گئے ہیں۔

2۔ (a) چار ضلعی (b) مثلث (c) پانچ ضلعی (پانچ اضلاع والا) (d) آٹھ ضلعی

مشق 5.9

1. (a) → (ii); (b) → (iv); (c) → (v); (d) → (iii); (e) → (i)۔

2۔ (a)، (b)اور(c) کعب ہیں۔ (d) استوانہ ہے۔ (e) کرّہ ہے۔

مشق 6.1

1۔ (a) وزن میں کمی (b) 30 کلومیٹر جنوب
(c) 80 میٹر مغرب (d) ₹ 700 کا نفع (e) سطح سمندر سے 100 میٹر نیچے

2۔ (a) + 2000 (b) – 800 (c) + 200 (d) – 700

3۔ (a) +5

(b) –10

(c) +8

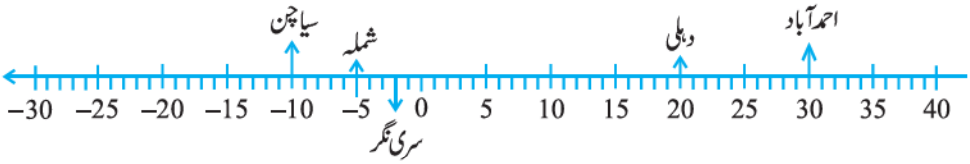
(d) –1

(e) – 6

4۔ (a) F (b) منفی صحیح عدد (c) B → +4, E → –10
(d) E (e) D, C, B, A, O, H, G, F, E,

5. (a) – 10°C, – 2°C, + 30°C, + 20°C, – 5°C

(b)



(c) سیاچین (d) احمد آباد اور دہلی

6۔ (a) 9 (b) – 3 (c) 0 (d) 10

(e) 6 (f) 1

7۔ (a) – 6, – 5, – 4, – 3, – 2, – 1 (b) – 3,– 2, – 1, 0, 1, 2, 3

(c) – 14, – 13, – 12, – 11, – 10, – 9

(d) – 29, – 28, – 27, – 26, – 25, – 24

8۔ (a) – 19, – 18, – 17, – 16 (b) – 11, – 12, – 13, – 14

9۔ (a) صحیح (b) غلط؛ عددی خط پر 50– کے بائیں طرف 100– ہوگا۔

(c) غلط؛ سب سے بڑا منفی صحیح عدد 1 – ہے۔

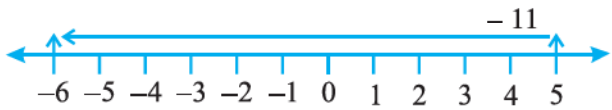
(d) غلط؛ 26– چھوٹا ہے 25– سے۔

مشق 6.2

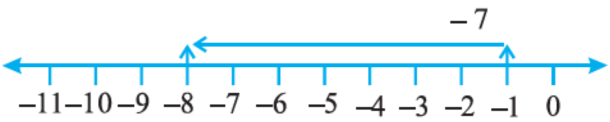
1۔ (a) 8 (b) 0 (c) – 4 (d) – 5

2۔ (a) 3

(b) – 6

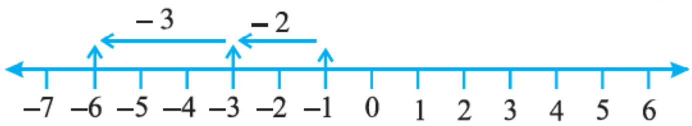


(c) – 8

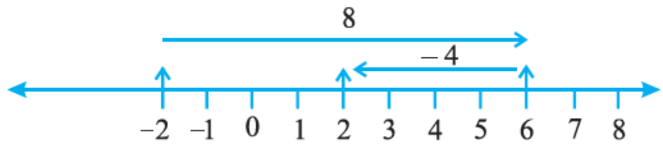


(d) 5

(e) −6



(f) 2



3۔ (a) 4 (b) 5 (c) 9 (d) −100

(e) −650 (f) −317

4۔ (a) −217 (b) 0 (c) −81 (d) 50

5۔ (a) 4 (b) −38

مشق 6.3

1۔ (a) 15 (b) −18 (c) 3 (d) −33

(e) 35 (f) 8

2۔ (a) < (b) > (c) > (d) >

3۔ (a) 8 (b) −13 (c) 0 (d) −8 (e) 5

4۔ (a) 10 (b) 10 (c) −105 (d) 92

مشق 7.1

1۔ (i) $\frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{4}$ (iii) $\frac{8}{9}$ (iv) $\frac{3}{9}$

(v) $\frac{4}{8}$ (vi) $\frac{1}{5}$ (vii) $\frac{1}{4}$ (viii) $\frac{3}{7}$

(ix) $\frac{3}{12}$ (x) $\frac{1}{2}$ (xi) $\frac{4}{9}$ (xiii) $\frac{1}{2}$

3- شیڈ کیا گیا حصہ کسر کو ظاہر نہیں کرتا ہے۔

4- $\frac{8}{24}$ 5- $\frac{40}{60}$

6- (a) آریہ ہر ایک سینڈوچ کو تین برابر حصوں میں بانٹے گا اور اس میں سے سینڈوچ کا ہر حصہ ہر ایک کو دے گا

(b) $\frac{1}{3}$

7- $\frac{2}{3}$ 8- $\frac{5}{11}$, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12

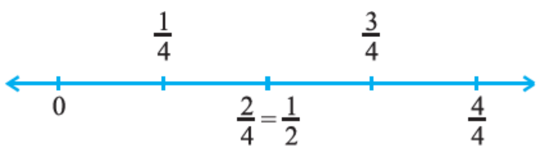
9- $\frac{4}{12}$, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113

10- $\frac{4}{8}$

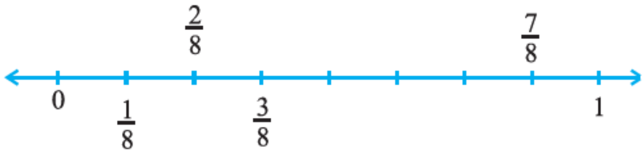
11- $\frac{5}{10}$, $\frac{3}{8}$

مشق 7.2

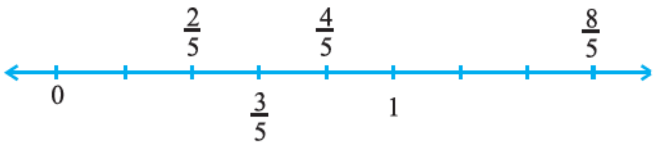
1- (a)



(b)



(c)



2- (a) $6\frac{2}{3}$ (b) $2\frac{1}{5}$ (c) $2\frac{3}{7}$ (d) $5\frac{3}{5}$

(e) $3\frac{1}{6}$ (f) $3\frac{8}{9}$

3- (a) $\frac{31}{4}$ (b) $\frac{41}{7}$ (c) $\frac{17}{6}$ (d) $\frac{53}{5}$

(e) $\frac{66}{7}$ (f) $\frac{76}{9}$

مشق 7.3

1۔ (a) ہاں; $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}$ (b) نہیں; $\frac{4}{12}, \frac{3}{9}, \frac{2}{6}, \frac{1}{3}, \frac{6}{15}$

2۔ (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{4}{6}$ (c) $\frac{3}{9}$ (d) $\frac{2}{8}$

(e) $\frac{3}{4}$ (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{8}$ (iii) $\frac{12}{16}$

(iv) $\frac{8}{12}$ (v) $\frac{4}{16}$

(a)،(ii)؛ (b)،(iv)؛ (c)،(i)؛ (d)،(v)؛ (e)،(iii)

3۔ (a) 28 (b) 16 (c) 12 (d) 20 (e) 3

4۔ (a) $\frac{12}{20}$ (b) $\frac{9}{15}$ (c) $\frac{18}{30}$ (d) $\frac{27}{45}$

5۔ (a) $\frac{9}{12}$ (b) $\frac{3}{4}$

6۔ (a) برابر میں (b) غیر مساوی (c) غیر مساوی

7۔ (a) $\frac{4}{5}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{6}{7}$ (d) $\frac{3}{13}$ (e) $\frac{1}{4}$

8۔ رمیش ← $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ ، شیلو ← $\frac{25}{50} = \frac{1}{2}$ ، جمال ← $\frac{40}{80} = \frac{1}{2}$ ہاں

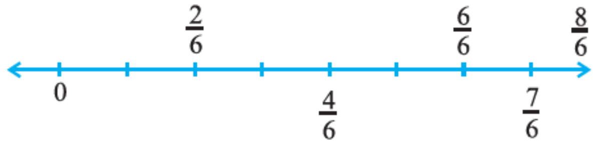
9۔ (i) → (d) (ii) → (e) (iii) → (a) (iv) → (c)

(v) → (b)

مشق 7.4

1۔ (a) $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ (b) $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$

(c)



$\frac{5}{6} > \frac{2}{6} > \frac{3}{6} > \frac{0}{6}, \frac{1}{6} < \frac{6}{6}, \frac{8}{6} > \frac{5}{6}$

-2 (a) $\frac{3}{6}<\frac{5}{6}$ (b) $\frac{1}{7}<\frac{1}{4}$ (c) $\frac{4}{5}<\frac{5}{5}$ (d) $\frac{3}{5}>\frac{3}{7}$

-4 (a) $\frac{1}{6}<\frac{1}{3}$ (b) $\frac{3}{4}>\frac{2}{6}$ (c) $\frac{2}{3}>\frac{2}{4}$ (d) $\frac{6}{6}=\frac{3}{3}$

(e) $\frac{5}{6}<\frac{5}{5}$

-5 (a) $\frac{1}{2}>\frac{1}{5}$ (b) $\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$ (c) $\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{4}>\frac{2}{8}$

(e) $\frac{3}{5}<\frac{6}{5}$ (f) $\frac{7}{9}>\frac{3}{9}$ (g) $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ (h) $\frac{6}{10}<\frac{4}{5}$

(i) $\frac{3}{4}<\frac{7}{8}$ (j) $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ (k) $\frac{5}{7}=\frac{15}{21}$

-6 (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{4}{25}$ (d) $\frac{4}{25}$

(e) $\frac{1}{6}$ (f) $\frac{1}{5}$ (g) $\frac{1}{5}$ (h) $\frac{1}{6}$

(i) $\frac{4}{25}$ (j) $\frac{1}{6}$ (k) $\frac{1}{6}$ (l) $\frac{4}{25}$

(a)،(e)،(h)،(j)،(k)؛(b)،(f)،(g)؛(c)،(d)،(i)،(l)

-7 (a) نہیں؛ $\frac{5}{9}=\frac{25}{45}$ ، $\frac{4}{5}=\frac{36}{45}$ اور $\frac{25}{45}\neq\frac{36}{45}$

(b) نہیں؛ $\frac{9}{16}=\frac{81}{144}$ ، $\frac{5}{9}=\frac{80}{144}$ اور $\frac{81}{144}\neq\frac{80}{144}$

(c) ہاں؛ $\frac{4}{5}=\frac{16}{20}$ (d) نہیں؛ $\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$ اور $\frac{2}{30}\neq\frac{4}{30}$

-8 اِلا نے کم پڑھا -9 روہت -10 $\left(\frac{4}{5}\right)$ طلبا دونوں کلاسوں میں اوّل آئے۔

مشق 7.5

-1 (a) + (b) − (c) +

-2 (a) $\frac{1}{9}$ (b) $\frac{11}{15}$ (c) $\frac{2}{7}$ (d) 1 (e) $\frac{1}{3}$

(f) 1 (g) $\frac{1}{3}$ (h) $\frac{1}{4}$ (i) $\frac{3}{5}$

3۔ پوری دیوار

4۔ (a) $\left(\frac{4}{10}=\frac{2}{5}\right)$ (b) $\frac{8}{21}$ (c) $\frac{6}{6}(=1)$ (d) $\frac{7}{27}$

5۔ $\frac{2}{7}$

مشق 7.6

1۔ (a) $\frac{17}{21}$ (b) $\frac{23}{30}$ (c) $\frac{46}{63}$ (d) $\frac{22}{21}$

(e) $\frac{17}{30}$ (f) $\frac{22}{15}$ (g) $\frac{5}{15}$ (h) $\frac{3}{6}\left(\frac{1}{2}\right)$

(i) $\frac{23}{12}$ (j) $\frac{6}{6}=(1)$ (k) $\frac{2}{6}\left(=\frac{1}{3}\right)$ (l) $\frac{10}{24}\left(=\frac{5}{12}\right)$

(m) $\frac{9}{5}$ (n) $\frac{5}{6}$

2۔ $\frac{23}{20}$ میٹر 3۔ $\frac{17}{6}$

4۔ (a) $\frac{7}{8}$ (b) $\frac{7}{10}$ (c) $\frac{1}{3}$

5۔ (a) (+ →, − ↓)

$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1

(b) (+ →, − ↓)

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{6}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{7}{12}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$

6۔ دوسرے ٹکڑے کی لمبائی= $\frac{5}{8}$ میٹر

7۔ نالنی نے فاصلہ طے کیا= $\frac{4}{10}\left(=\frac{2}{5}\right)$ کلومیٹر

8۔ آشا کی کتابوں کی الماری زیادہ بھری تھی $\frac{13}{10}$ سے

9۔ راہل کم وقت لے گا $\frac{9}{20}$ منٹ کم

مشق 8.1

1۔

	سیکڑے (100)	دہائیاں (10)	اکائیاں (1)	دسواں $(\frac{1}{10})$
(a)	0	3	1	2
(b)	1	1	0	4

2۔

سیکڑے (100)	دہائیاں (10)	اکائیاں (1)	دسواں $(\frac{1}{10})$	
0	1	9	4	(a)
0	0	0	3	(b)
0	1	0	6	(c)
2	0	5	9	(d)

3۔ (a) 0.7 (b) 20.9 (c) 14.6 (d) 102.0 (e) 600.8

4۔ (a) 0.5 (b) 3.7 (c) 265.1 (d) 70.8

(e) 8.8 (f) 4.2 (g) 1.5 (h) 0.4

(i) 2.4 (j) 3.6 (k) 4.5

5۔ (a) $\frac{6}{10}, \frac{3}{5}$ (b) $\frac{25}{10}, \frac{5}{2}$ (c) 1, 1 (d) $\frac{38}{10}, \frac{19}{5}$

(e) $\frac{137}{10}, \frac{137}{10}$ (f) $\frac{212}{10}, \frac{106}{5}$ (g) $\frac{64}{10}, \frac{32}{5}$

6۔ (a) 0.2 سینٹی میٹر (b) 3.0 سینٹی میٹر (c) 11.6 سینٹی میٹر (d) 4.2 سینٹی میٹر

(e) 16.2 سینٹی میٹر (f) 8.3 سینٹی میٹر

7۔ (a) 0 اور 1;1 (b) 5 اور 5;6

(c) 2 اور 3;3 (d) 6 اور 6;7

(e) 9.0 خود اپنے آپ ہی مکمل عدد ہے۔ (f) 4 اور 5;5

8۔

9۔ (a) 0.8 سینٹی میٹر (b) 1.3 سینٹی میٹر (c) 2.2 سینٹی میٹر

(d) 2.9 سینٹی میٹر

10۔ (a) 9.5 سینٹی میٹر (b) 6.5 سینٹی میٹر

مشق 8.2

1۔

	عدد	سوواں	دسواں	اکائیاں
(a)	0.26	6	2	0
(b)	1.38	8	3	1
(c)	1.28	8	2	1

2۔ (a) 3.25 (b) 102.63 (c) 30.025 (d) 211.902 (e) 12.241

3۔

	ہزاروں	سوواں	دسواں	اکائیاں	دہائیاں	سیکڑے
(a)	0	9	2	0	0	0
(b)	0	8	0	2	0	0
(c)	0	0	6	9	1	0
(d)	0	2	3	8	4	1
(e)	2	1	8	0	0	2

4۔ (a) 29.41 (b) 137.05 (c) 0.764 (d) 23.206 (e) 725.09

5۔ (a) صفر اعشاریہ صفر تین (b) ایک اعشاریہ دو صفر
(c) ایک سو آٹھ اعشاریہ پانچ چھ (d) دس اعشاریہ صفر سات
(e) صفر اعشاریہ صفر تین دو (f) پانچ اعشاریہ صفر صفر آٹھ

6۔ (a) 0 اور 0.1 (b) 0.4 اور 0.5 (c) 0.1 اور 0.2
(d) 0.6 اور 0.7 (e) 0.9 اور 1.0 (f) 0.5 اور 0.6

7۔ (a) $\frac{3}{5}$ (b) $\frac{1}{20}$ (c) $\frac{3}{4}$ (d) $\frac{9}{50}$
(e) $\frac{1}{4}$ (f) $\frac{1}{8}$ (g) $\frac{33}{500}$

مشق 8.3

1۔ (a) 0.4 (b) 0.07 (c) 3 (d) 0.5 (e) 1.23
(f) 0.19 (g) دونوں ایک سے ہیں۔ (h) 1.490
(i) دونوں ایک سے ہیں۔

مشق 8.4

1۔ (a) ₹ 0.05 (b) ₹ 0.75 (c) ₹ 0.20
(d) ₹50.90 (e) ₹ 7.25

2۔ (a) 0.15میٹر (b) 0.06میٹر (c) 2.45میٹر
(d) 9.07میٹر (e) 4.19میٹر

3۔ (a) 0.5 سینٹی میٹر (b) 6.0 سینٹی میٹر (c) 16.4 سینٹی میٹر
(d) 9.8 سینٹی میٹر (e) 9.3 سینٹی میٹر

4۔ (a) 0.008 کلومیٹر (b) 0.088 کلومیٹر (c) 8.888 کلومیٹر
(d) 70.005 کلومیٹر

5۔ (a) 0.002 کلوگرام (b) 0.1 کلوگرام (c) 3.750 کلوگرام
(d) 5.008 کلوگرام (e) 26.05 کلوگرام

مشق 8.5

1۔ (a) 38.587 (b) 29.432 (c) 27.63 (d) 38.335
(e) 13.175 (f) 343.89

2۔ ₹68.35 3۔ ₹ 26.30

4۔ 5.25میٹر 5۔ 3.042 کلومیٹر

6۔ 22.775 کلومیٹر 7۔ 18.270 کلوگرام

مشق 8.6

1۔ (a) ₹ 2.50 (b) 47.46میٹر (c) ₹ 3.04
(d) 3.155 کلومیٹر (e) 1.793 کلوگرام

2۔ (a) 3.476 (b) 5.78 (c) 11.71 (d) 1.753

3۔ ₹14.35 4۔ ₹ 6.75 5۔ 15.55میٹر

6۔ 9.850 کلومیٹر 7۔ 4.425 کلوگرام

مشق 9.1

-1

نمبر	شماریاتی نشان	طلبا کی تعداد
1	II	2
2	III	3
3	III	3
4	𝍸 II	7
5	𝍸 I	6
6	𝍸 II	7
7	𝍸	5
8	IIII	4
9	III	3

(a) 12 (b) 8

-2

مٹھائیاں	شماریاتی نشان	طلبا کی تعداد
لڈو	𝍸 𝍸 I	11
برفی	III	3
جلیبی	𝍸 II	7
رس گلا	𝍸 IIII	9
		30

(b) لڈو

-3

نمبر	شماریاتی نشان	طلبا کی تعداد
1	𝍸 II	7
2	𝍸 I	6
3	𝍸	5
4	IIII	4
5	𝍸 𝍸 I	11
6	𝍸 II	7

(a) 4 (b) 5 (c) 6 اور 1

-4 (i) گاؤں D (ii) گاؤں C (iii) 3 (iv) 28

-5 (a) VIII (b) نہیں (c) 12

-6 (a) جمعہ کے دن فروخت شدہ بلبوں کی تعداد 14 ہے۔ اسی طرح دوسرے دنوں میں فروخت شدہ بلبوں کی تعداد معلوم کی جاسکتی ہے۔

(b) اتوار کو زیادہ سے زیادہ بلب بیچے گئے۔

(c) بدھ اور سنیچر کو برابر تعداد میں بلب بیچے گئے۔

(d) بدھ اور سنیچر کو کم سے کم بلب بیچے گئے۔

(e) 10 کارٹن

7۔ (a) مارٹن (b) 700 (c) انور، مارٹن، رنجیت سنگھ

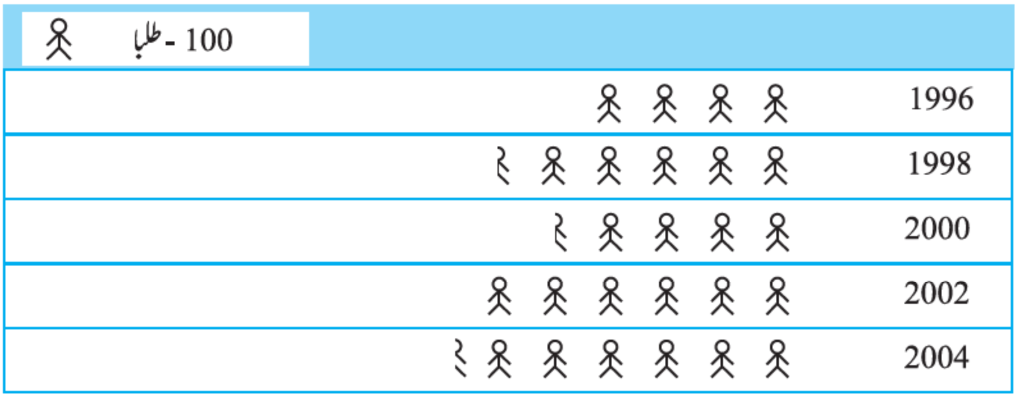
مشق 9.2

1۔

جانور 10 - ⊗	
گاؤں A	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
گاؤں B	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
گاؤں C	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗
گاؤں D	⊗ ⊗ ⊗ ⊗
گاؤں E	⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗ ⊗

(a) 6 (b) گاؤں B (c) گاؤں C

2۔



A (a) 6 (b) 5 مکمل اور 1 نامکمل

B دوسرا

مشق 9.3

1۔ (a) 2002 (b) 1998

2۔ (a) اس بارگراف میں پیر سے سنیچر تک کے دنوں میں قمیص کی فروخت کو دکھایا گیا۔

(b) ایک یونٹ = پانچ قمیص (c) سنیچر، 60

(d) منگل (e) 35

3۔ (a) یہ بارگراف عزیز کے مختلف مضامین میں حاصل کردہ نمبروں کو ظاہر کر رہا ہے۔

(b) ہندی (c) سماجی علوم

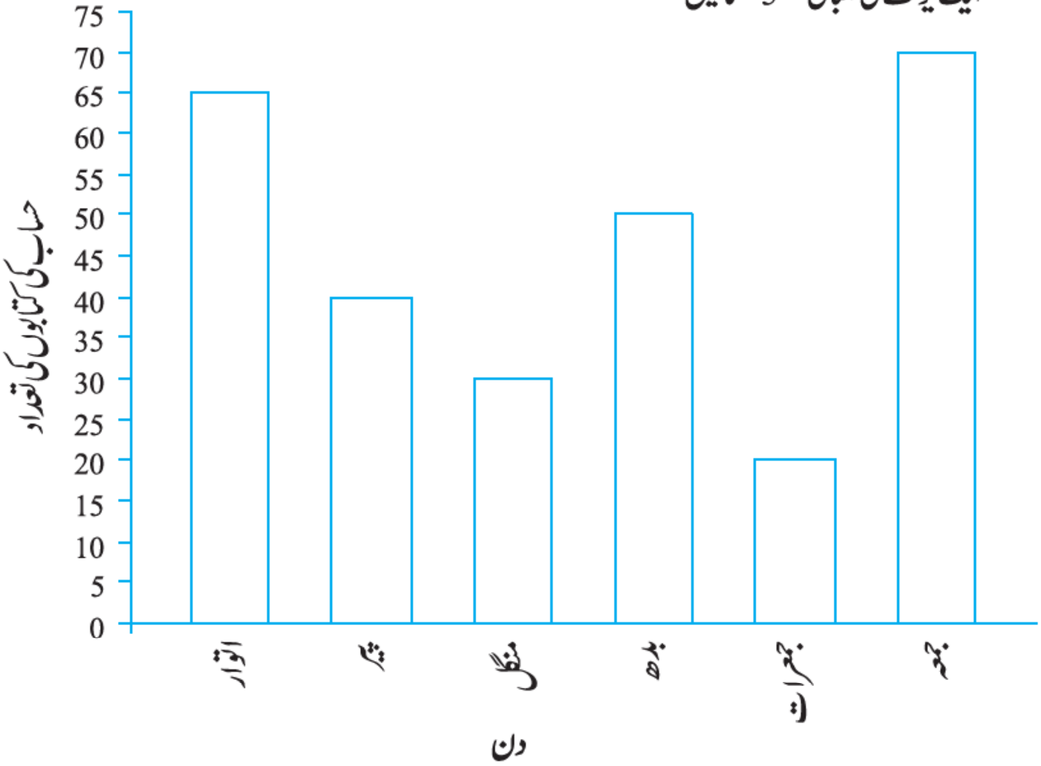
(d) ہندی 80، انگریزی 60، ریاضی 70، سائنس 50 اور سماجی علوم 40

مشق 9.4

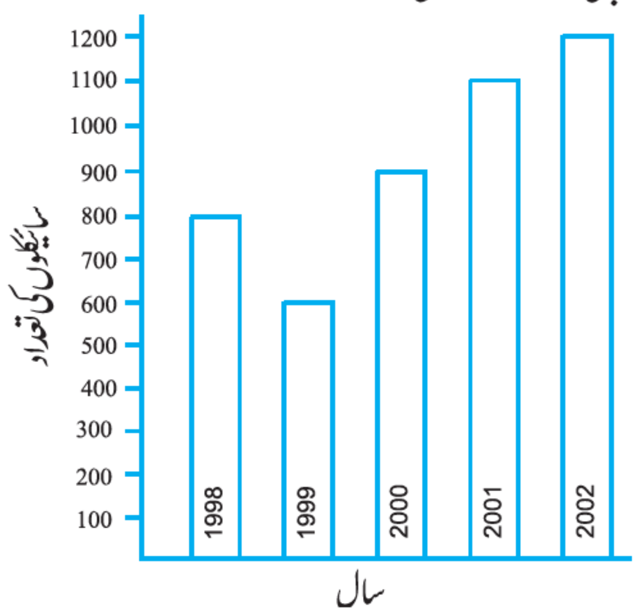
1۔

2۔

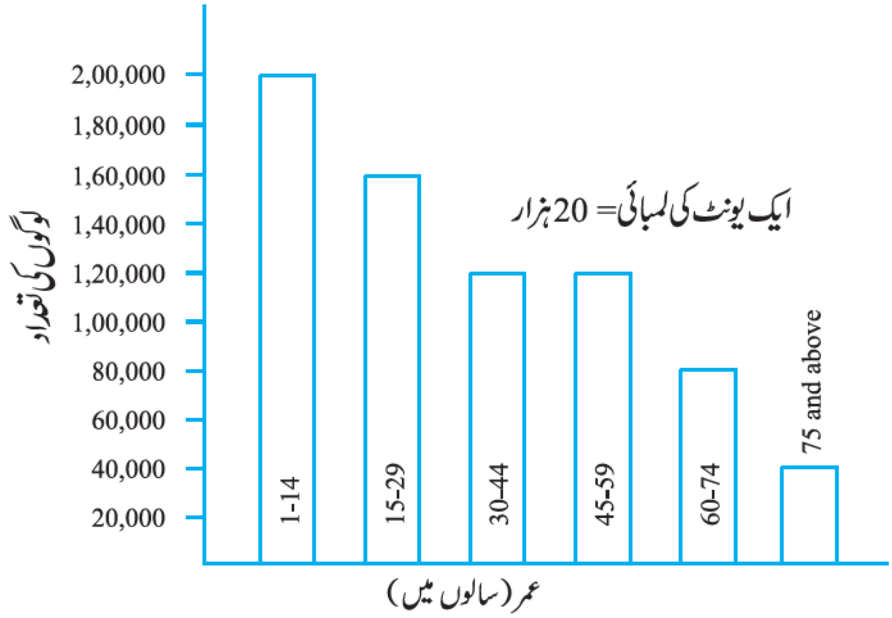
ایک یونٹ کی لمبائی =5 کتابیں



3۔ ایک یونٹ کی لمبائی =100 سائکلیں



-4



(a) 30-44, 45-55

(b) ایک لاکھ 20ہزار

مشق 10.1

-1 (a) 12 سینٹی میٹر (b) 133 سینٹی میٹر (c) 60 سینٹی میٹر
(d) 15 سینٹی میٹر (e) 15 سینٹی میٹر (f) 52 سینٹی میٹر

-2 100 سینٹی میٹر یا 1 میٹر -3 7.5 میٹر -4 106 سینٹی میٹر

-5 9.6 کلومیٹر -6 (a) 12 سینٹی میٹر (b) 27 سینٹی میٹر
(c) 22 سینٹی میٹر -7 39 سینٹی میٹر -8 48 میٹر

-9 5 میٹر -10 20 سینٹی میٹر -11 (a) 7.5 سینٹی میٹر
(b) 10 سینٹی میٹر (c) 5 سینٹی میٹر

-12 10 سینٹی میٹر -13 20,000روپے -14 7200روپے

-15 بلبل -16 (a) 100 سینٹی میٹر (b) 100 سینٹی میٹر
(c) 100 سینٹی میٹر (d) 100 سینٹی میٹر

سبھی اشکال کا احاطہ یکساں ہے۔

17۔ (a) 6 میٹر (b) 10 میٹر (c) کراس کا احاطہ سب سے زیادہ ہے۔

نوٹ: یونٹ جگہ پر اکائی کا استعمال کریں۔

مشق 10.2

1۔ (a) 9 مربع یونٹ (b) 5 مربع یونٹ (c) 4 مربع یونٹ
(d) 8 مربع یونٹ (e) 10 مربع یونٹ (f) 4 مربع یونٹ
(g) 6 مربع یونٹ (h) 5 مربع یونٹ (i) 9 مربع یونٹ
(j) 4 مربع یونٹ (k) 5 مربع یونٹ (l) 8 مربع یونٹ
(m) 14 مربع یونٹ (n) 18 مربع یونٹ

مشق 10.3

1۔ (a) 12 مربع سینٹی میٹر (b) 252 مربع سینٹی میٹر (c) 6 مربع کلومیٹر
(d) 7.29 مربع میٹر
2۔ (a) 100 مربع سینٹی میٹر (b) 196 مربع سینٹی میٹر (c) 25 مربع میٹر
3۔ (c) سب سے زیادہ رقبہ (b) سب سے چھوٹا رقبہ
4۔ 6 میٹر 5۔ 8000 روپے 6۔ 3.375 مربع میٹر
7۔ 14 مربع میٹر 8۔ 11 مربع میٹر 9۔ 15 مربع میٹر
10۔ (a) 28 مربع سینٹی میٹر (b) 9 مربع سینٹی میٹر
11۔ (a) 40 مربع سینٹی میٹر (b) 245 مربع سینٹی میٹر (c) 9 مربع سینٹی میٹر
12۔ (a) 240 ٹائل (b) 42 ٹائل

مشق 11.1

1۔ (a) $2n$ (b) $3n$ (c) $3n$ (d) $2n$
(e) $5n$ (f) $5n$ (g) $6n$

2۔ (a) اور (d) ان میں سے ہر ایک کے لیے مطلوبہ ماچس کی تیلیاں 2 ہیں۔

3۔ $5n$ 4۔ $50b$ 5۔ $5s$

6۔ t کلومیٹر 7۔ $8r$، 64، 80 8۔ $(x-4)$ سال 9۔ $l+5$

10۔ $2x+10$

11۔ (a) $3x+1$، x مربعوں کی تعداد (b) $2x+1$، x مثلثوں کی تعداد

مشق 11.2

1۔ $3l$ 2۔ $6l$ 3۔ $12l$ 4۔ $d=2r$

5۔ $(a+b)+c=a+(b+c)$

مشق 11.3

2۔ (c)، (d)

3۔ (a) جمع، تفریق، جمع، تفریق

(b) ضرب، تقسیم، ضرب

(c) ضرب اور جمع، ضرب اور تفریق

(d) ضرب، ضرب اور جمع، ضرب اور تفریق

4۔ (a) $p+7$ (b) $p-7$ (c) $7p$ (d) $\frac{p}{7}$

(e) $-m-7$ (f) $-5p$ (g) $\frac{-p}{5}$ (h) $-5p$

5۔ (a) $2m+11$ (b) $2m-11$ (c) $5y+3$ (d) $5y-3$

(e) $-8y$ (f) $-8y+5$ (g) $16-5y$ (h) $-5y+16$

6۔ (a) $t+4$، $t-4$، $4t$، $\frac{t}{4}$، $\frac{4}{t}$، $4-t$، $4+t$ (b) $2y+7, 2y-7, 7y+2, \ldots\ldots, \ldots\ldots,$

مشق 11.4

1۔ (a) (i) $y+5$ (ii) $y-3$ (iii) $6y$
(iv) $6y-2$ (iv) $3y+5$
(b) $(3b-4)$ میٹر (c) لمبائی $=5h$ سینٹی میٹر، چوڑائی $5h-10$ سینٹی میٹر
(d) $s+8,\ s-7,\ 4s-10$ (e) $(5v+20)$ کلومیٹر

2۔ (a) ایک کتاب کی قیمت ایک کاپی کی قیمت کے تین گنا ہے۔
(b) ٹونی کے باکس میں رکھے ماربلوں کی تعداد میز پر رکھے ماربلوں سے 8 گنا ہے۔
(c) اسکول کی کل طلبا کی تعداد ہماری کلاس سے 20 گنا ہے۔
(d) جگو کے چاچا جگو سے چار گنا بڑے ہیں اور جگو کی چاچی اس کے چاچا سے تین سال چھوٹی ہیں۔
(e) ایک قطار میں نقطوں کی تعداد، قطاروں کی کل تعداد کے 5 گنا ہے۔

مشق 11.5

1۔ (a) مساوات، مساوات میں متغیر x ہے (e) مساوات میں متغیر x ہے
(f) مساوات میں متغیر x ہے (h) مساوات میں متغیر n ہے
(j) مساوات میں متغیر p ہے (k) مساوات میں متغیر y ہے
(o) مساوات میں متغیر x ہے

2۔ (a) نہیں (b) ہاں (c) نہیں (d) نہیں
(e) نہیں (f) ہاں (g) نہیں (h) نہیں
(i) ہاں (j) ہاں (k) نہیں (l) نہیں
(m) نہیں (n) نہیں (o) نہیں (p) نہیں
(q) ہاں

3۔ (a) 12 (b) 8 (c) 10 (d) 14
(e) 4 (f) –2

4۔ (a) 6 (b) 7 (c) 12 (d) 10

5۔ (i) 22 (ii) 17 (iii) 16 (iv) 11

مشق 12.1

1۔ (a) 4:3 (b) 4:7

2۔ (a) 1:2 (b) 2:5

3۔ (a) 3:2 (b) 2:7 (c) 2:7

4۔ 3:4 5۔ 25, 5,12ہاں

6۔ (a) 3:4 (b) 14:9 (c) 3:11 (d) 2:3

7۔ (a) 1:3 (b) 4:15 (c) 11:20 (d) 1:4

8۔ (a) 3:1 (b) 1:2 9۔ 17:550

10۔ (a) 115:216 (b) 101:115 (c) 101:216

11۔ (a) 3:1 (b) 16:15 (c) 5:12

12۔ 15:7 13۔ 20;100 14۔ 12اور 8 15۔ 20اور 16

16۔ (a) 3:1 (b) 10:3 (c) 13:6 (d) 15:1

مشق 12.2

1۔ (a) ہاں (b) نہیں (c) نہیں (d) نہیں
(e) ہاں (f) ہاں

2۔ (a) صحیح (b) صحیح (c) غلط (d) صحیح
(e) غلط (f) صحیح

3۔ (a) صحیح (b) صحیح (c) صحیح (d) صحیح
(e) صحیح (f) غلط

4۔ (a) ہاں،ایک میٹر 40 ₹ وسطی ارکان میں ، 25 سینٹی میٹر، 160 ₹ انتہائی ارکان میں
(b) ہاں، 65لیٹر وسطی ارکان ، 6بوتلیں انتہائی ارکان میں 39 لیٹر 10 بوتل
(c) نہیں
(d) ہاں 2.5لیٹر، 4 ₹ ، وسطی ارکان میں 200 ملی لیٹر 50 ₹ انتہائی ارکان میں

مشق 12.3

1۔ ₹1050　　2۔ ₹4500　　3۔ 64.4سینٹی میٹر

4۔ (a) ₹146.40　　(b) دس کلوگرام

5۔ 5ڈگری　　6۔ ₹60,000　　7۔ 24 کیلے

8۔ 5 کلوگرام　　9۔ 300لیٹر　　10۔ منیش　　11۔ انوپ

مشق 13.1

1۔ تختہ سیاہ، میز کی اوپری سطح، قینچی، کمپیوٹر ڈیسک وغیرہ چار مثالیں ہیں۔

2۔ خط l_2

3۔ (c)کے علاوہ تمام متشاکل ہیں۔

مشق 13.2

1۔ (a) 4　　(b) 4　　(c) 4　　(d) 1

(e) 6　　(f) 4　　(g) 0　　(h) 0

(i) 5

3۔ خط تشاکل کی تعداد

مساوی الاضلاع مثلث 3–؛ مربع 4–؛ مستطیل – 2؛ مساوی الساقین مثلث-1، معین - 22دائرہ لا تعداد

4۔ (a) ہاں مساوی الساقین مثلث　　(b) نہیں

(c)ہاں مساوی الاضلاع مثلث　　(d) مختلف الاضلاع مثلث

7۔ (a) A, H, I, M,O,T,U,V,W, X,Y　　(b) B,C, D, E, H, I, K,O,X

(c) F, G, J, L, N, P, Q, R, S, Z

مشق 13.3

1۔ خط تشاکل کی تعداد

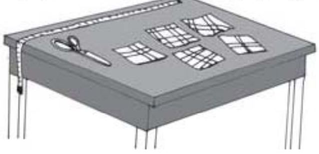
(a) 4　　(b) 1　　(c) 2　　(d) 2

(e) 1　　(f) 2

دماغی کسرت
(BRAIN- TEASERS)

1۔ آم کی ایک ٹوکری کے آموں کو اگر دو دو کی گنتی میں گنا گیا تو ایک آم باقی بچا۔ اگر تین تین میں گنا گیا تو دو باقی بچے ۔ چار چار میں گنا گیا تو تین باقی بچے ، پانچ پانچ میں گنا گیا تو 4باقی بچے ، چھ، چھ میں گنا گیا تو پانچ باقی بچےلیکن اگر سات سات میں گنا گیا تو کچھ بھی باقی نہیں بچا ۔ کم از کم کتنے آم ٹوکری میں ہونے چاہیے ۔

2۔ ایک لڑکے سے کہا گیا کہ وہ 3، 5، 12 اور کوئی ایک عدد کا LCM معلوم کرے ۔ لیکن جب وہ اس کو حل کر رہا تھا کہ 12 کو غلطی سے 1 2 لکھ لیا۔ لیکن پھر بھی اس کا جواب صحیح آیا۔ چوتھا عدد کون سا ہونا چاہیے۔



3۔ کپڑے کے پانچ ٹکڑے میں جن کی لمبائیاں بالترتیب 15 میٹر، 21 میٹر، 36 میٹر، 42 میٹر اور 48 میٹر ہے۔ لیکن ہم ان تمام کپڑوں کو ایک ایسے گز سے ناپنا چاہتے ہیں جو اس کو پورا پورا مکمل اکائیوں میں ناپ سکے تو اس گز کی سب سے زیادہ لمبائی کیا ہوسکتی ہے۔

4۔ تین ڈبے ہیں ان میں سے ایک ڈبے میں 10 لیٹر دودھ آتا ہے تو وہ بھر جاتا ہے۔ باقی دونوں ڈبوں میں بالترتیب 7 لیٹر اور 3 لیٹر دودھ آتا ہے۔ ان ڈبوں پر پیائش کے کوئی نشانات نہیں لگے ہوئے ہیں ایک گاہک کو 5 لیٹر دودھ چاہیے تو اس کو آپ کیسے یہ دودھ ناپ کر دیں گے؟ صرف دیکھ کر اندازہ لگانے سے گاہک نہیں مانے گا۔

5۔ وہ کون سا دو ہندسی عدد ہے جس میں اگر 27 جمع کریں تو ہندسہ پلٹ جاتے ہیں؟

6۔ سیمنٹ اور ریت کو 1:6 کی نسبت میں ملا کر گارا (مسالہ) بنایا گیا۔ حجم کے اعتبار سے 42 یونٹ مسالہ بنانے کے لیے کتنا سیمنٹ ملانا ہوگا۔ جب کہ ہم اس مسالہ کو اور اچھا کرنے کے لیے سیمنٹ اور ریت کی نسبت 2:9 کر لیتے ہیں۔

7۔ نمک اور پانی کے گھول میں ان دونوں کی نسبت وزن کے حساب سے 30.70 ہے۔ اگر ہم اس گھول کے 1 کلو گرام گھول میں سے 100 گرام پانی بھاپ بنا کر اڑا دیں تو بچے ہوئے گھول میں نمک اور پانی کی کیا نسبت ہوگی۔

8۔ شہد کی مکھیوں کے چھتے کی آدھی مکھیاں شہد بنانے کے لیے سرسوں کے کھیت میں چلی گئیں۔ باقی بچی مکھیوں میں سے تین چوتھائی گلاب کے باغیچہ میں چلی گئیں۔ باقی بچی مکھیاں کچھ طے نہیں کر پائیں کہ کہاں جائیں۔کل ملاکر چھتے میں کتنی مکھیاں تھیں۔

9۔ 15 بچے دائرہ بنا کر بیٹھے ایک کھیل کھیل رہے ہیں۔

ان کے پاس ایک رومال ہے جو کہ ہر بچہ اپنے سے تیسرے بچے (ایک بچہ چھوڑ کر) کو رومال دے گا۔ اس طرح رومال آگے بڑھتا جاتا ہے۔ جس بچہ سے کھیل شروع ہوا تھا جب اس بچہ کے پاس رومال واپس آجاتا ہے تو کھیل روک دیا جاتا ہے۔اس کو ہم اس طرح لکھ سکتے ہیں۔ $1 \to 3 \to 5 \to 7 \to 9 \to 11 \to 13 \to 15 \to$ $2 \to 4 \to 6 \to 8 \to 10 \to 12 \to 14 \to 1.$ یہاں ہم دیکھ رہے ہیں کہ ہر بچہ کو رومال مل جائے گا۔

(i) اگر بیچ میں کوئی بچہ ایک کے بجائے دو بچوں کو چھوڑ کر رومال دے دے تو کیا تب بھی ہر بچہ کو رومال مل جائے گا؟۔

(ii) کیا ہوگا اگر تین بچے بیچ میں سے چھوٹ جائیں۔آپ کیا دیکھتے ہیں۔

ان میں سے کون کون سی حالت میں ہر بچہ کو رومال مل جائے گا اور کس میں نہیں ملے گا؟

اس کھیل کو 16، 17، 18، 19، 20 بچوں کے ساتھ کرنے کی کوشش کیجیے۔آپ نے کیا دیکھتے ہیں۔

10۔ دو اعداد 9 اور 16 لیجیے۔ 9 کو 16 سے تقسیم کیجیے اور دیکھیے کہ باقی کیا بچا۔ اگر 3×9 کو 16 سے تقسیم کریں تو کیا باقی بچے گا۔ 3×9 کو 16 سے تقسیم کرنے پر، 4×9 کو 16 سے تقسیم کرنے پر، 5×9 کو 16 سے تقسیم کرنے پر، .... 9×15 کو 16 سے تقسیم کرنے پر، باقی بچے اعداد کی ایک فہرست بنالیجیے۔ اب دو اعداد 12 اور 14 لیجیے۔ اگر 2×12، 3×12، 4×12، 5×12، 6×12، 7×12، 8×12، 9×12، 10×12، 11×12، 12×12، 13×12 کو جب 14 سے تقسیم کیا جائے تو باقی بچے اعداد کی فہرست بنائیے۔ دونوں حالتوں میں آپ کوئی فرق محسوس کرتے ہیں۔

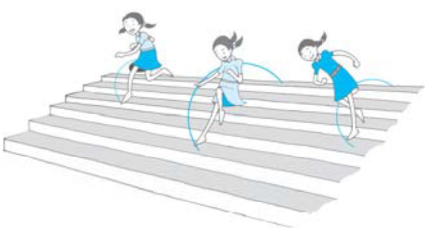
11۔ آپ کے پاس دو ڈبے ہیں جن کی گنجائش بالترتیب 5 اور 15 لیٹر ہے۔ ڈبوں پر پیمائش کے نہ تو نشان لگے ہیں اور نہ ہی دیکھ کر اندازہ کرنا ممکن ہے۔ ایک نل سے آپ 3 لیٹر پانی بھرنا چاہتے ہیں بتائیے کیسے بھریں گے۔ آپ ڈبے میں سے پانی گرا بھی سکتے ہیں۔ اگر ڈبوں کی گنجائش بالترتیب 8 اور 6 لیٹر ہو تو کیا آپ 5 لیٹر پانی جمع کر سکتے ہیں؟

12۔ کسی کمرے کی مشرقی دیوار کا رقبہ 100 مربع فٹ ہے۔ اور شمالی دیوار کا رقبہ 135 مربع فٹ ہے اور کمرے کے فرش کا رقبہ 180 مربع فٹ ہے۔ کمرے کی اونچائی معلوم کیجیے۔

13۔ اگر ہم ایک دو ہندسی عدد کے اکائی کے ہندسہ سے 4 گھٹائیں اور دہائی کے ہندسہ میں 4 جمع کریں تو حاصل ہوا عدد پہلے والے عدد کا دوگنا ہوجائے گا۔ عدد معلوم کیجیے۔

14۔ ایک دریا کے دونوں کناروں سے دو کشتیاں ایک ہی وقت میں چلنا شروع کرتی ہیں۔ اپنے چلنے کے 45 منٹ بعد وہ ایک دوسرے کو کراس کرتی ہیں۔ دونوں کشتیاں کناروں تک جا کر فوراً واپس ہوجاتی ہیں اب واپسی میں وہ دونوں ایک دوسرے کو کب کراس کریں گی؟

15۔ تین لڑکیاں سیڑھیوں سے نیچے اتر رہی ہیں۔ ایک لڑکی ایک بار میں دو سیڑھیاں کود کر اترتی ہے۔ دوسری لڑکی ایک بار میں تین سیڑھیاں کود کر اترتی ہے۔ اور تیسری لڑکی چار چار سیڑھیاں ایک بار میں کود کر اترتی ہے۔ ان تینوں نے ایک ساتھ اترنا شروع کیا۔ اور ہر قدم پر ان کے قدموں کے نشان زمین پر پڑ گئے۔ وہ تینوں پورے پورے قدم کو دکر ایک ساتھ اتریں کتنی سیڑھیوں پر صرف ایک ہی لڑکی کے قدموں کے نشان ہوں گے؟ کیا کوئی ایسی بھی سیڑھی ہوگی جس پر کسی کے بھی قدموں کے نشان نہ ہوں؟۔



16۔ فوجیوں کی ایک ٹکڑی سے کہا گیا کہ وہ سب تین تین کی قطار بنا کر کھڑے ہوجائیں۔ ایسا کرنے پر ایک فوجی بچ گیا پھر ان سے کہا گیا کہ پانچ پانچ کی قطاریں بنائیں۔ ایسا کرنے پر دو فوجی بچ گئے۔ پھر ان سے 7،7 کی قطاریں بنانے کے لیے کہا گیا اس سے بھی 3 فوجی باقی رہ گئے۔ اس ٹکڑے میں کم از کم کتنے فوجی تھے۔

17۔ چار بار 9 اور +، −، ×، ÷، وغیرہ میں سے کچھ کا استعمال کر کے 100 حاصل کیجیے۔

18۔ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times ...2$ (30 بار) کے حاصل ضرب میں کتنے ہندسے ہوں گے؟۔

19۔ ایک آدمی اگر 30 کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے موٹر سائیکل چلاتا ہے تو اپنی منزل پر 5 منٹ دیر سے پہنچتا ہے۔ لیکن اگر وہ 40 کلو میٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چلاتا ہے تو وہ 10 منٹ جلدی پہنچ جاتا ہے۔ جس جگہ سے وہ چلنا شروع کرتا ہے وہاں سے منزل تک کا فاصلہ بتائیے۔

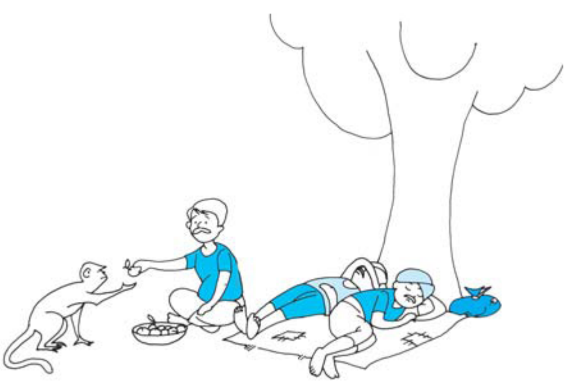
20۔ دو گاڑیوں کی رفتار کی نسبت 2:3 ہے اگر پہلی گاڑی 3 گھنٹے میں 50 کلومیٹر کا فاصلہ طے کرتی ہے تو دوسری گاڑی 2 گھنٹہ میں کتنا فاصلہ طے کرے گی۔

21۔ نٹراجن صاحب کی آمدنی اور خرچہ کی نسبت 7:5 ہے اگر وہ 2000 ₹ ایک مہینہ میں بچاتا ہے تو اس کی آمدنی کیا ہوگی؟۔

22۔ ایک پارک کی لمبائی اور چوڑائی کی نسبت 3:5 ہے اس پر 2 ₹ فی میٹر کی شرح سے باڑ لگانے کا خرچہ 3200₹ آتا ہے تو بتائیے کہ 10₹ فی میٹر کی شرح سے اس پارک کو ٹھیک کرانے میں کتنا خرچ آئے گا؟۔

23۔ اگر ہم اپنی انگلیوں کو اس طرح گنیں کہ انگوٹھا 1 اس کے برابر کی انگلی 2، بیچ کی انگلی 3، اس کے برابر یعنی انگوٹھی والی انگلی 4 اور سب سے چھوٹی انگلی 5۔ اس کے بعد واپس پلٹتے ہوئے پھر گنے، یعنی انگوٹھی والی انگلی 6، بیچ کی انگلی 7، اس کے برابر کی انگلی 8، اور انگوٹھا 9 پھر واپس پلٹتے ہوئے انگوٹھے کے برابر والی انگلی 10، بیچ کی انگلی 11، انگوٹھی کی انگلی 12 اور سب سے چھوٹی انگلی 13 پھر انگوٹھی والی انگلی پر 14 اور اسی طرح آگے بھی گنتے جائیں تو بتائیے کہ ایک ہزار کون سی انگلی پر آئے گا۔

24۔ تین دوستوں نے ایک آم کے باغ سے کچھ آم توڑے اور ان کی ایک ڈھیری لگائی اور پھر وہ تینوں سو گئے، کچھ دیر بعد ایک دوست اٹھا اس نے ان آموں کو تین برابر کے حصوں میں بانٹا اور دیکھا کہ ایک آم بچ گیا اس نے وہ آم بندر کو دے دیا اور اپنا حصہ لے لیا اور پھر سو گیا۔ تھوڑی دیر بعد دوسرا دوست اٹھا اس کو نہیں معلوم تھا کہ کیا ہوا۔ اس نے پھر آموں کو تین برابر حصوں میں بانٹا اور پایا کہ ایک آم بچ گیا ہے۔ اس نے وہ آم بندر کو کھلا دیا۔ اپنا حصہ لے لیا اور سو گیا۔ پھر تیسرا دوست اٹھا اس کو بھی پتا نہ تھا کہ کیا ہوا؟ اس نے ان آموں کو تین برابر حصوں میں بانٹا اور اس بار ایک آم باقی بچا جو اس نے بندر کو دے دیا۔ اپنا حصہ لے لیا اور سو گیا۔ تھوڑی دیر بعد وہ تینوں دوست اٹھے انھوں نے دیکھا وہاں 30 آم تھے بتائیے انھوں نے کل کتنے آم توڑے تھے؟



25۔ ایک نرالا عدد (Peculiar Number)

کچھ ایسے اعداد بھی ہیں جو اپنے آپ میں نرالے ہوتے ہیں۔ یہ عدد اپنے ہندسوں کے حاصل جمع کے تین گنے کے برابر ہوتے ہیں؟ کیا آپ ایسا کوئی عدد بتا سکتے ہیں۔

26۔ دس چھوٹے پودوں کو سیدھی لائنوں میں اس طرح لگایئے کہ ہر لائن میں 4 پودے ہوں۔

27۔ سلسلہ کا اگلا عدد بتایئے۔

(a) 1,5,9,13,17,21,....

(b) 2,7,12,17,22,......

(c) 2,6,12,20,30,......

(d) 1,2,3,5,8,13,.......

(e) 1,3,6,10,15,........

28۔ درج ذیل بیان میں پیٹرن کا مشاہدہ کیجیے۔

$$31 \times 39 = 13 \times 3$$

اس میں ہر طرف (LHS یا RHS) کے دونوں اعداد ہم مفرد اعداد ہیں جس میں ایک عدد دوسرے عدد کے ہندسوں کو پلٹ کر کے حاصل کیا گیا ہے۔ ایسے اعداد کے کچھ اور جوڑے لکھنے کی کوشش کیجیے۔

جوابات

1۔ 119

2۔ 28

3۔ 3 میٹر

4۔ وہ آدمی ان تینوں برتنوں کے علاوہ ایک خالی برتن اور لے گا۔

دس لیٹر والے برتن میں دودھ بھر لیا۔ پھر اس میں سے 3 لیٹر والے برتن کی مدد سے 9 لیٹر دودھ نکال کر خالی برتن میں ڈال دیا ایک لیٹر دودھ اسی 10 لیٹر والے برتن میں رہ گیا۔ اب 7 لیٹر والے برتن میں فالتو برتن والے دودھ میں سے دودھ بھر لیا اور اس کو 10 لیٹر والے برتن میں ڈال دیا۔ اس طرح 10 لیٹر والے برتن میں اب 8=7+1 لیٹر دودھ ہے۔ 3 لیٹر والے برتن کی مدد سے وہ 10 لیٹر والے برتن سے 3 دودھ نکال لیا۔ اس طرح 10 لیٹر والے برتن میں اب 5=3-8 لیٹر دودھ بچا جو وہ اس گاہک کو دے گا۔

5۔ 14,25,36,47,58,69

6۔ 2 یونٹ

7۔ 1:2

8۔ 80

9۔ (i) نہیں تمام بچوں کو نہیں ملے گا۔

(ii) تمام بچوں کو مل جائے گا۔

10۔ 9,2,11,4,13,6,15,8,1,10,3,12,5,14,7,12,10,8,6,4,2,0,12,10,8,6,4,

11۔ 9 لیٹر والا برتن بھریے۔ اس میں سے 5 لیٹر والا برتن استعمال کر کے 5 لیٹر نکال لیا۔ 5 لیٹر والا برتن خالی کر لیجیے۔ اور 9 لیٹر والے برتن میں سے 4 لیٹر 5 لیٹر والے برتن میں ڈال دیجیے۔ 9 لیٹر والا برتن پھر بھریے۔ اور اس میں سے 5 لیٹروالا برتن بھر دیجیے، اب 9 لیٹر والے برتن میں 8 لیٹر باقی بچے گا۔ پانچ لیٹر والا برتن خالی کیجیے اس کو 9 لیٹر والے برتن میں سے بھر لیجیے۔ اب 9 لیٹر والے برتن میں 3 لیٹر باقی بچا ہے۔

12۔ اونچائی =9 فٹ

13۔ 36

14۔ 90فٹ

15۔ صرف ایک قدم کے نشان والی سیڑھیاں ہیں۔

2,3,9,10

وہ سیڑھیاں جن پر ایک بھی قدم کا نشان نہ ہو۔

1,5,7,11

16۔ 52

17۔ 9 / 9 +99

18۔ 10

19۔ 30 کلومیٹر

20۔ 50 کلومیٹر

21۔ 7000 ₹ ہر مہینہ

22۔ 15,00,000 ₹

23۔ انگوٹھے کے برابر والی انگلی پر

24۔ 106آم

25۔ 27

26۔ ایسی ترتیب یہ ہوسکتی:

27۔ 21(d)42(c) 27(b)25(a)

28۔ ایک ایسا جوڑا ہے62x13=26x31

نوٹ