



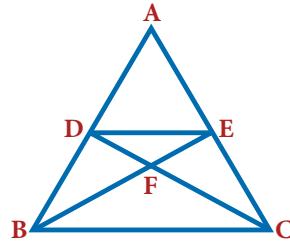
கற்றல் நோக்கங்கள்

- ❖ வெவ்வேறு எண்ணிக்கையிலான பொருட்களின் அனைத்து சாத்தியமான வரிசைகளைத் தீர்மானித்து, அவ்வரிசைகளின் பட்டியல் மற்றும் எண்ணுதல் கொள்கைகளை விவரித்தல்.
- ❖ தருக்க சிந்தனைகளை வளர்க்க உதவும் சேர்ப்பு (SET) விளையாட்டைக் கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- ❖ கணிதக் கருத்துகளைக் குறித்துக்காட்டவும் மற்றும் உருவகப்படுத்தவும் நிலவரைபட வண்ணமிடுதலின் பங்கை ஆராய்தல்.
- ❖ பிபனோசி எண் அமைப்பை உடல் மற்றும் உயிரியல் அமைப்புகளில் கண்டுணர்ந்து கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- ❖ கொடுக்கப்பட்ட எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் (மீ. பொ. கா.) கண்டுபிடிக்கும் சிறந்த முறையினை ஆராய்ந்து அறிதல்.
- ❖ கொடுக்கப்படும் தகவல்களை மறைகுறியாக்கம் (Encryption) மற்றும் மறைகுறிவிலக்கம் (Decryption) செய்யும் முறையினைப் புரிந்துகொள்ளுதல்.
- ❖ பொருள்களை விலைக்கு வாங்குவதற்கு முன் பல்வகை வாய்ப்புகளை கருத்தில் கொள்ளவும், ஒரு பொருளுக்கான (Unit) விலையைக் கணக்கிட்டு, வரையறுக்கப்பட்ட தொகைக்குள் பொருள்களை வாங்கவும் கற்றுக்கொள்ளுதல்.
- ❖ கொடுக்கப்பட்ட இடத்தில் பொருள்களை எவ்வாறு திறம்பட நிரப்புவது என்பதற்கான உகந்த தீர்வை அறிந்து கொள்ளுதல்.

மீள்பார்வை

கீழ்க்காணும் வினாக்களுக்கு விடையளிப்பதன் மூலம் பட்டியலிடுதல், எண்ணுதல், பிபனோசி எண் தொடர்களின் அமைப்பு மற்றும் ஒரு பொருளுக்கான (Unit) விலையைக் கணக்கிடுதல் போன்ற பாடக் கருத்துகளை நினைவுகூர்வோம்.

1. கொடுக்கப்பட்ட முக்கோணத்திலிருந்து எத்தனை முக்கோணங்களை உருவாக்க முடியும் எனக் காண்க?

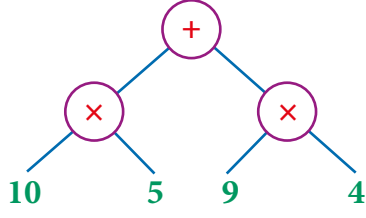


விடை: _____

2. பின்வரும் படத்திலுள்ள எண்களை ஒருமுறை மட்டுமே பயன்படுத்தி 3 x 3 என்ற மாயச்சதுரத்தை அமைக்க.

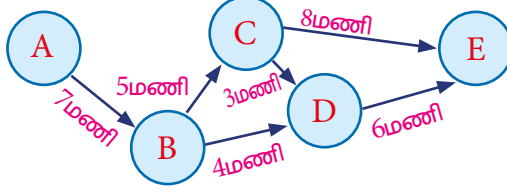
		13		
	15		7	
17		9		1
	11		3	
		5		

3. கீழ்க்கண்ட மரவுரு வரைபடத்தை எண் கோவையாக மாற்றுக..



விடை: _____

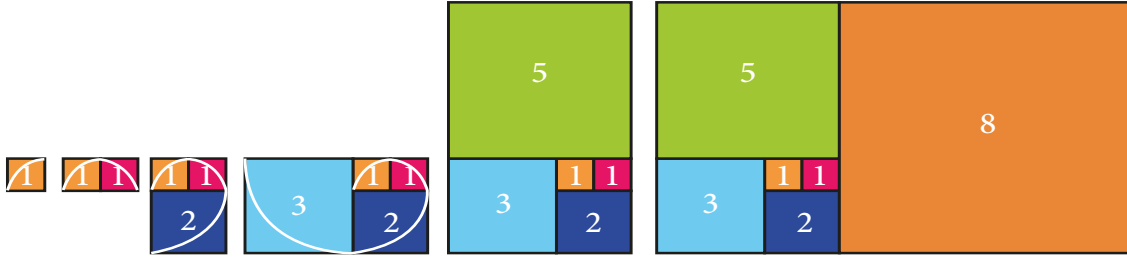
4. (i) A இலிருந்து E இக்கு B, C மற்றும் D வழியாகச் செல்வதற்கு ஆகும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.
(ii) A இலிருந்து E இக்கு செல்லக் குறைந்த அளவு நேரத்தை எடுத்துக் கொள்ளும் வழித்தடம் எது?



(i)மணிகள்.

(ii) A → ... → ... → E

5. படத்தில் காட்டியுள்ளதுபோல் பிபனோசி சதுரங்களின் மூலைவிட்டங்களை ஒன்றோடொன்று வளைவுக் கோட்டினால் இணைப்பதன் மூலம் தங்கச் சுருளை (Golden Spiral) வரைக.



பிபனோசி சதுரங்கள்

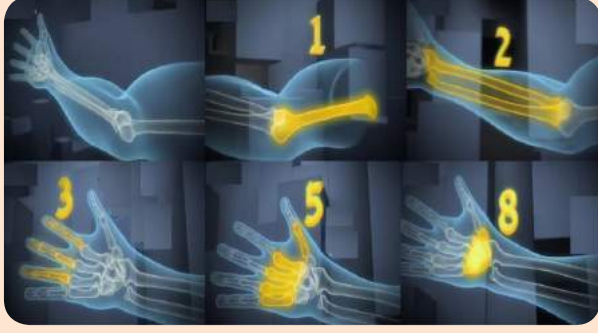
6. நீங்கள் ஒரு மேல்சட்டை வாங்கத் திட்டமிடும்போது, ஓர் அங்காடியில் விற்பனை விலை ₹1000 இக்கு ₹200 தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது மற்றொரு அங்காடியில் அதே விற்பனை விலைக்கு 15% தள்ளுபடி செய்யப்படுகிறது எனில், நீங்கள் எங்கே மேல்சட்டையை வாங்குவீர்கள்?
7. ஒரு பூங்காவானது, ஒருவர் 5 சவாரிகளை விளையாடுவதற்கு ₹130 எனச் சிறப்பு சலுகையினையும், 1 சவாரி விளையாடுவதற்கு ₹30 எனவும் நுழைவு சீட்டின் விலையை நிர்ணயித்துள்ளது எனில், நீங்கள் சிறப்புச் சலுகையினை ஏற்றுக் கொண்டு சவாரிகளை விளையாட விரும்பும் போது எவ்வளவு தொகையினை சேமிப்பீர்கள்?

7.1 அறிமுகம்

கணிதத்தில் தேர்ச்சி பெறுவது என்பது எண் அறிவு, விவாதத்திறன், அறிவார்ந்த சிந்தனைகளை வளர்த்துக் கொள்வதாகும். நாம் இந்த வகுப்பில் பல்வேறு முறைகளில் இருந்து தேர்ந்தெடுக்கும் வழிகள், குறைந்தபட்ச வண்ணங்களைக் கொண்டு கொடுக்கப்பட்ட நில வரைபடத்தை வண்ணமிடல் போன்ற செயல்களுக்கு நடைமுறை தீர்வுகளை காண்போம். மேலும் நாம் பிபனோசி எண் தொடர் எவ்வாறு உயிரியல் மற்றும் உடலியல் அமைப்புகளில் தொடர்புடையதாக அமைந்துள்ளது என்பதையும், மேற்சிந்தனை யுத்திகளை வளர்த்துக் கொள்ள உதவும் சைபர் இரகசிய குறியீடுகள் பற்றியும் நாம் அறிந்து கொள்வோம். இது, போட்டித் தேர்வுகளை எளிதாக நாம் எதிர்கொள்ளப் பயன்படும். மேலும், அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்கும் போதும், பொதித்தல் அணுகு முறைகளின் படி குறிப்பிட்ட எடையுள்ள கொள்கலனில் பொருள்களை நிரப்பும் போதும் நாம் ஒரு அறிவார்ந்த நுகர்வோராக இருப்பது எப்படி என்றும் விவாதிப்போம். இதற்கிடையில் உங்களுடைய மனகிளர்ச்சியை அதிகரிக்கும் செயலாக தருக்க சிந்தனைகளை வளர்க்க உதவும் சேர்ப்பு விளையாட்டை விளையாடுவோம். மேற்கண்ட அனைத்தும் உங்களுக்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக அமையும்.



எங்கும் கணிதம் – அன்றாட வாழ்வில் தகவல் செயலாக்கம்



உயிரியலில் பிபனோசி எண்களுக்கான எடுத்துக்காட்டு



கட்டிடத் தொழிலாளி இரு தூண்களுக்கிடையில் உகந்த முறையில் செங்கற்களை நிரப்பிச் சுவரைக் கட்டுதல்

7.2 எண்ணுதலில் அடிப்படைக் கொள்கைகள்

எண்ணுதலில் சில அடிப்படை உத்திகள் உள்ளன. பொருட்களை வரிசைப்படுத்துதல் அல்லது தெரிவு செய்தல் போன்ற அந்த உத்திகள் பல்வேறு வழிகளின் மூலமாக எண்களைத் தீர்மானிக்க உதவுகிறது. இதன் அடிப்படையில் அமைந்த சில அடிப்படை எண்ணுதல் கொள்கைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன.

7.2.1 எண்ணுதலில் கூட்டல் கொள்கை

ஒன்றையொன்று சார்ந்திராத இரண்டு செயல்பாடுகள் முறையே m வழிகளில் அல்லது n வழிகளில் செயல்படமுடியும் எனில், பிறகு அந்த இரண்டு செயல்பாடுகளும் $(m + n)$ வழிகளில் செயல்பட முடியும்.

பின்வரும் சூழ்நிலை எண்ணுதலில் கூட்டல் கொள்கையினைப் பற்றிப் நாம் மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

எட்டாம் வகுப்பில் 16 மாணவர்கள் மற்றும் 9 மாணவிகள் பயில்கின்றனர். அவர்களில் ஒரு மாணவரையோ ஒரு மாணவியையோ வகுப்புத் தலைவராகத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியர் விரும்புகிறார் எனில், ஆசிரியர் எத்தனை வழிகளில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும் என்பதைப் பார்ப்போம்.



படம் 7.1

ஆசிரியர் கீழ்க்கண்ட வழிகளில் ஏதேனும் ஒரு வழியில் வகுப்புத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும்.

- முதல் வாய்ப்பில், 16 மாணவர்களிலிருந்து 1 மாணவரைத் தேர்ந்தெடுக்க 16 வழிகள் உள்ளன.
- இரண்டாவது வாய்ப்பில், 9 மாணவிகளிலிருந்து 1 மாணவியைத் தேர்ந்தெடுக்க 9 வழிகள் உள்ளன.

ஆகவே, வகுப்பிலுள்ள 25 மாணவர்களில் (16 மாணவர்கள் + 9 மாணவிகள்) 1 மாணவரை அல்லது 1 மாணவியை வகுப்புத் தலைவராகத் தேர்ந்தெடுக்க ஆசிரியருக்கு 25 வெவ்வேறு விதமான வழிகள் உள்ளன.

இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, A எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், B எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒரே சமயத்தில் செயல்பட முடியாது எனில் செயல் A அல்லது செயல் B ஆனது $(m + n)$ வழிகளில் செயல்படும் என்பதாகும்.

பின்வரும் எடுத்துக்காட்டு மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

இதிலிருந்து நாம் அறிந்து கொள்வது, A எனும் ஒரு செயல் m வழிகளிலும், B எனும் மற்றொரு செயல் n வழிகளிலும் செயல்படுகிறது, மேலும் இந்த இரண்டு செயல்களும் ஒன்றையொன்று சார்ந்துள்ளது எனில், செயல் A மற்றும் செயல் B ஆனது $(m \times n)$ வழிகளில் செயல்படும் என்பதாகும். பின்வரும் எடுத்துக்காட்டுகள் மூலம் இதனை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.2

பிரவீன் தனது பிறந்த நாளாக்காக படம் 7.5 இல் காட்டியுள்ளபடி 3 மேல்சட்டைகள், 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் வாங்கினான். அவன் தன்னுடைய பிறந்த நாளன்று எத்தனை விதமான வழிகளில் தான் வாங்கிய புதிய உடைமைகளை அணிந்துக் கொள்வதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது?



படம் 7.5

தீர்வு:

பிரவீனிடத்தில் 3 மேல்சட்டைகள் மற்றும் 2 முழுக்கால் சட்டைகள் மற்றும் 3 ஜோடி காலணிகள் உள்ளன

பிரவீன் பிறந்த நாளன்று, இப்படிகும் ஆடை அணியலாம் அல்லது கீழே படம் 7.6 இல் காட்டியுள்ளது போலவும் ஆடை அணியலாம்.



$$3 \text{ மேல்சட்டைகள்} \times 2 \text{ முழுக்கால் சட்டைகள்} \times 3 \text{ ஜோடி காலணிகள்} = 18 \text{ வாய்ப்புகள்}$$

படம் 7.6

ஆக, பிரவீனுக்கு 18 ($3 \times 2 \times 3$) வெவ்வேறு விதங்களில் பிறந்தநாள் உடைமைகளை அணிந்துக் கொள்வதற்கான வாய்ப்புகள் உள்ளது.

எடுத்துக்காட்டு 7.3

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் M, A, T மற்றும் H என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் எனில், கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

- கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?
- கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள் யாவை?

தீர்வு:

(i) கணித மன்றத் தலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்

எட்டாம் வகுப்பில் உள்ள ஒரு கணித மன்றத்தில் M, A, T மற்றும் H என்ற 4 உறுப்பினர்கள் உள்ளனர் என்பதால் அவர்களில் ஒருவரை குழுத்தலைவராகத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு $4 (4 \times 1)$ வாய்ப்புகள் உள்ளது.

(ii) கணித மன்றத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகள்

குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கான வாய்ப்புகளை நாம் படம் 7.7-இல் குறித்துள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும். இந்த அட்டவணையில் சிவப்பு வண்ணத்தில் வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களின்படி ஒருவரேத் தலைவர் மற்றும் உபதலைவர் என இரு பதவிகளையும் வகிக்க இயலாது. எனவே, சிவப்பு வண்ணமிடப்பட்டுள்ள கட்டங்களைத் தவிர்த்துக் கணக்கிட்டால், பச்சை வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ அல்லது மஞ்சள் வண்ணமிட்ட கட்டங்களின்படியோ குழுத்தலைவர் மற்றும் உபதலைவரைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு 12 $((4 \times 4) - 4)$ வெவ்வேறு விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளன.

தலைவர்	உபதலைவர்			
	M	A	T	H
	M	MM	MA	MT
	A	AM	AA	AT
	T	TM	TA	TT
	H	HM	HA	HT

$[1 (M) (A) (T) (H) \times 4 (\text{தலைவர்}) \times 4 (\text{உபதலைவர்})] - 4 (\text{தலைவர் மற்றும் உபதலைவர்}) = 12$ வாய்ப்புகள்

படம் 7.7



செயல்பாடு

- 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமையக்கூடிய ஈரிலக்க எண்களை எழுதுக. (இலக்கங்களை மறுமுறையும் பயன்படுத்தலாம்).

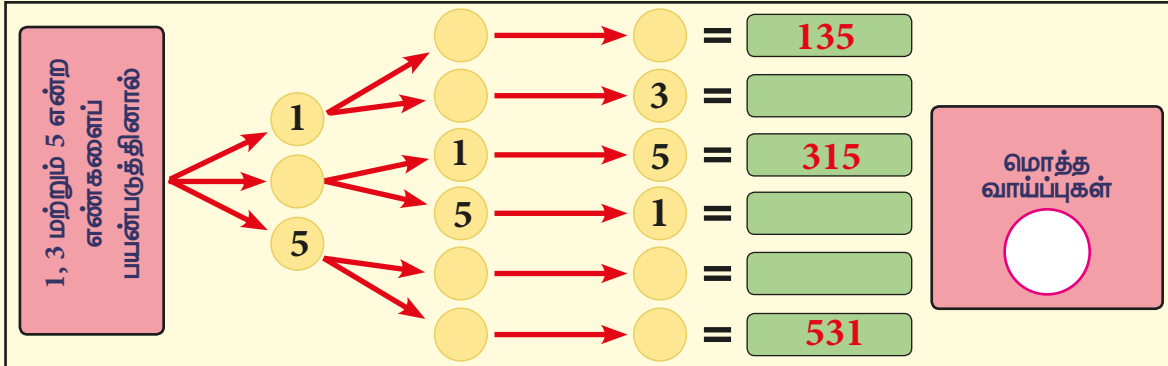
செயல்பாடு இரண்டு பகுதிகளைக் கொண்டது.

- ஒன்றாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்
- பத்தாம் இலக்கத்தைத் தெரிவுச் செய்தல்

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணையினை நிரப்புக.

	ஒன்றாம் இடமதிப்பு		
	1	3	5
பத்தாம் இடமதிப்பு	1		15
	3	33	
	5	51	

- 1, 3 மற்றும் 5 என்ற எண்களைப் பயன்படுத்தி அமைக்கக் கூடிய மூவிலக்க எண்களைக் கண்டுபிடிக்கக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மரவுரு வரைப்படத்தைப் பூர்த்திச் செய்க. (இலக்கங்களை மறுமுறைப் பயன்படுத்தக் கூடாது).



6 உருக்கள் கொண்ட ஒரு கடவுச்சொல்லில் (password) முதல் இரு உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் 26 ஆங்கில எழுத்துக்களில் ஏதேனும் ஒரு எழுத்தாகவும், மூன்றாவது உரு @, #, \$, %, &, _, +, ~, * அல்லது - என்ற 10 சிறப்பு உருக்களில் ஏதேனும் ஒன்றாகவும் மற்றும் அடுத்து வரும் 3 உருக்கள் ஒவ்வொன்றும் 0 முதல் 9 வரையிலான எண்களாகவும் அமைந்துள்ளது எனில் அத் தனித்துவமான ஒரு கடவுச்சொல்லை உருவாக்க மொத்தம் $26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 67,60,000$ விதமான வெவ்வேறு வாய்ப்புகள் உள்ளன.

எடுத்துக்காட்டு 7.4

சரியா, தவறா என விடையளிக்கும் 3 வினாக்கள் அடங்கிய சிறுத்தேர்வில் ஒரு மாணவர் மொத்தம் எத்தனை வழிகளில் விடையளிக்க முடியும்?

தீர்வு:

(i) படம் 7.8 இல் காட்டியுள்ளது போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு **சரி** என விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு (**சரி, சரி**), (**சரி, தவறு**), (**தவறு, சரி**) மற்றும் (**தவறு தவறு**) போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்புகள் உள்ளது.

(ii) அதே போல் மாணவர்கள் முதல் வினாவிற்கு **தவறு** என விடையளிக்கிறார்கள் என்று எடுத்துக் கொண்டால், இரண்டாவது மற்றும் மூன்றாவது வினாக்களுக்கு (**சரி , சரி**), (**சரி, தவறு**), (**தவறு, சரி**) மற்றும் (**தவறு, தவறு**) போன்ற 4 விதங்களில் விடையளிக்க வாய்ப்புகள் உள்ளது. ஆக, ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் **சரி அல்லது தவறு** என்ற இரு வாய்ப்புகள் உள்ளதால் 3 சரியா தவறா வினாக்களுக்கு மாணவர்கள் $8 (2 \times 2 \times 2)$ **வெவ்வேறு விதமான வழிகளில்** விடையளிக்க முடியும்.

வினாக்களுக்கு விடையளிக்கும் வழிகளின் எண்ணிக்கை			
	வினாக்கள்		
	வினா 1	வினா 2	வினா 3
	சரி/ தவறு	சரி/ தவறு	சரி/ தவறு
விடை 1	சரி	சரி	சரி
விடை 2	சரி	சரி	தவறு
விடை 3	சரி	தவறு	சரி
விடை 4	சரி	தவறு	தவறு
விடை 5	தவறு	சரி	சரி
விடை 6	தவறு	சரி	தவறு
விடை 7	தவறு	தவறு	சரி
விடை 8	தவறு	தவறு	தவறு

$$[(1 \text{ (வினா 1)} \times 2 \text{ (சரி/ தவறு)}) \times (1 \text{ (வினா 2)} \times 2 \text{ (சரி/ தவறு)}) \times (1 \text{ (வினா 3)} \times 2 \text{ (சரி/ தவறு)})] = 8 \text{ வழிகள்}$$

படம் 7.8

எடுத்துக்காட்டு 7.5

மதன் ஒரு புதிய மகிழுந்து (car) வாங்க விரும்புகிறார். அவருக்குக் கீழ்க்கண்டத் தெரிவுகள் (choice) உள்ளன. படம் 7.9-இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது போன்று இரண்டு வகையான மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.

- ஒவ்வொரு வகையிலும் 5 வண்ணங்கள் கொண்ட மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.
- ஒவ்வொரு வகையிலும்
 - GL (நிலையான இரகம்)
 - SS (விளையாட்டு இரகம்)
 - SL (சொகுசு இரகம்) என 3 விதமான இரகத்தில் மகிழுந்துகள் இருப்பில் உள்ளது.

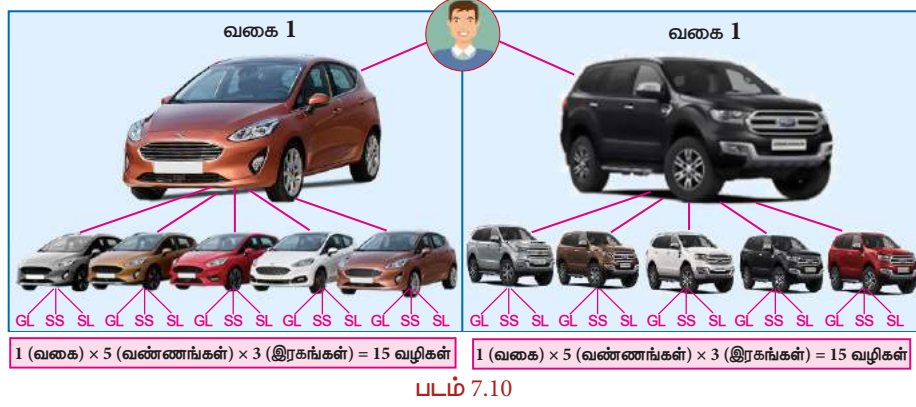


படம் 7.9

- கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?
- இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் வெள்ளை வண்ண மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில், பிறவாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?

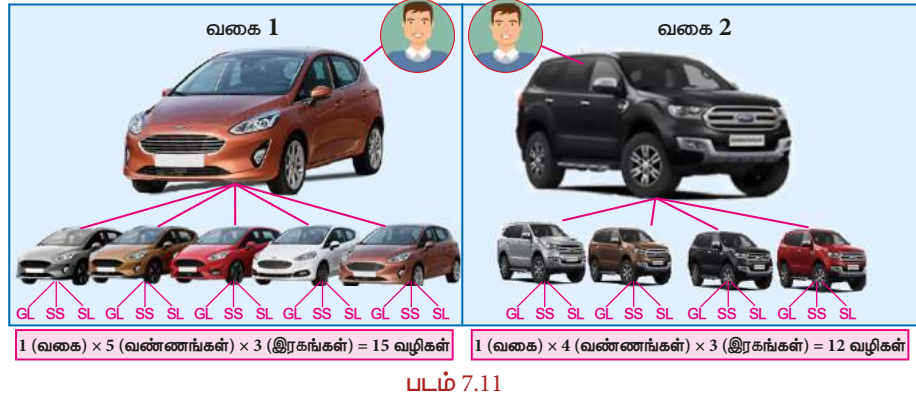
தீர்வு:

(i) கொடுக்கப்பட்டுள்ள வாய்ப்புகளிலிருந்து ஏதேனும் ஒரு மகிழுந்தினை மதன் வாங்குவதற்கான வழிகள்



இங்கு 2 வகையான மகிழுந்துகளும், ஒவ்வொரு வகையில் 5 வண்ணங்களும், ஒவ்வொரு வகையில் 3 இரகங்களும் உள்ளது. எனவே, ஒரு மகிழுந்து வாங்குவதற்கு மொத்தமாக மதனுக்கு 30 [2 (1 x 5 x 3)] வெவ்வேறு விதமான வழிகள் உள்ளன.

(ii) இரண்டாவது வகை மகிழுந்தில் வெள்ளை வண்ண மகிழுந்து இல்லையென்ற நிலையில்.



(i) முதல் வகையில், 5 வண்ணங்களும், 3 இரகங்களும் வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக 15 (1 x 5 x 3) வெவ்வேறு விதமான வழிகளும்,

(ii) இரண்டாவது வகையில் 4 வண்ணங்களும், 3 இரகங்களும் வாங்குவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளபடியால் மொத்தமாக 12 (1 x 4 x 3) வெவ்வேறு விதமான வழிகளும் உள்ளன.

ஆக, இங்கு ஒரு மகிழுந்து வாங்குவதற்கு மொத்தமாக மதனுக்கு 27 (15 + 12) வெவ்வேறு விதமான வழிகள் உள்ளன.

மேற்கண்ட எடுத்துக்காட்டு எண்ணுதலில் கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் விதிகளை விளக்குவதாக உள்ளது.

7.3 சேர்ப்பு விளையாட்டு (SET Game)

எந்த ஒரு விளையாட்டின் கூறுகளும் கணிதத்தின் தனித்துவமான எண்ணங்களை வெளிக் கொண்டு வருவதற்கும், விவாதிக்கும் சிந்தனையை தூண்டுவதற்கும், ஆர்வம் மற்றும் சவாலானச் சூழல்களை எதிர்கொள்வதற்கும் வாய்ப்புகளை வழங்குகிறது.

இனி **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டுப் பற்றி அறிந்து கொள்ளலாம்.

சேர்ப்பு (SET) விளையாட்டானது பொருட்களின் பண்புகள் அடிப்படையில் ஒருங்கிணைக்கும் செயல்பாடுகளுக்கு ஒரு சிறந்த எடுக்காட்டாகும். **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டு அறிவுச்சார்ந்த, விவாதம் மற்றும் வெளிச்சார்ந்த பகுத்தறியும் திறன்களையும், காட்சி மூலம் உள்வாங்கும் திறனையும் வளர்க்க உதவுகிறது.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள **சேர்ப்பு (SET)** விளையாட்டு என்பது ஒரு புதிர் விளையாட்டாகும். அதில் நான்கு வெவ்வேறு அடையாளங்களைக் கொண்ட அட்டைகளைப் பயன்படுத்துகிறோம். அவைகள் வடிவங்கள், வண்ணங்கள், நிழல்கள் மற்றும் வடிவங்களின் எண்ணிக்கைக் கொண்டவையாக உள்ளன.



ஒரு முழு சேர்ப்பு (SET) அட்டை தொகுப்பு

திண்மம்	எல்லைக்கோடு	சுருள் வடிவம்	திண்மம்	எல்லைக்கோடு	சுருள் வடிவம்	திண்மம்	எல்லைக்கோடு	சுருள் வடிவம்



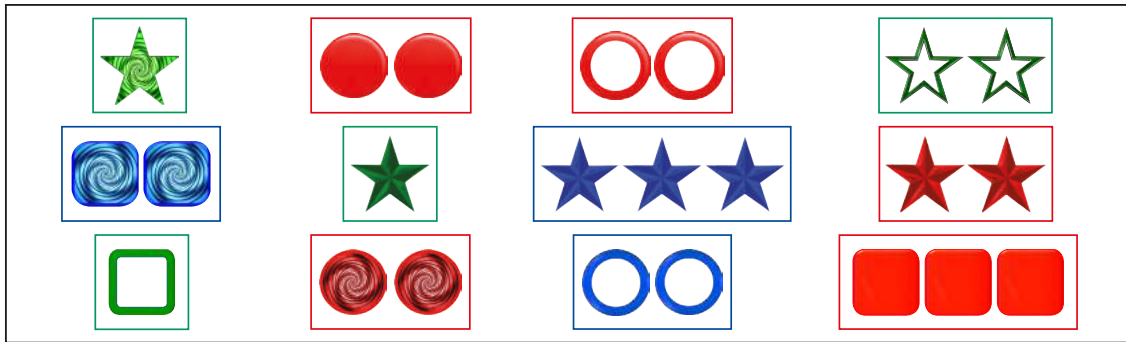
ஒரு முழு சேர்ப்பு அட்டைத் தொகுப்பில் வட்டம், நட்சத்திரம், சதுரம் என 3 வடிவங்களில், சிவப்பு, பச்சை, நீலம் என 3 வண்ணங்களில் அட்டைகள் உள்ளது. மேலும் இந்த 9 அட்டைகள் (3 வடிவங்கள் × 3 வண்ணங்கள்) திண்மம் (Solid), எல்லைக்கோடு (Outline), சுருள் வடிவம் (Spiral) என 3 நிழல் உருவங்களைக் கொண்ட ஒன்று, இரண்டு, மூன்று என்ற எண்ணிக்கைகளில் மொத்தமாக 81 அட்டைகள் (3 வடிவங்கள் × 3 வண்ணங்கள் × 3 நிழல் உருவங்கள் × 3 எண்ணிக்கைகள்) படம் 7.12 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு வகைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.

ஒரு முழு சேர்ப்பு என்பது 3 அட்டைகளைக் கொண்ட தொகுப்பாகும். இத்தொகுப்பானது, பின்வரும் நான்கு நிபந்தனைகளையும் நிறைவு செய்வதாக இருக்க வேண்டும்.

- 3 அட்டைகளும் ஒரே விதமான வடிவத்தைக் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறு வடிவங்களைக் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
- 3 அட்டைகளும் ஒரே விதமான வண்ணத்தைக் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும் அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
- 3 அட்டைகளும் ஒரே விதமான நிழல் உருவத்தைக் கொண்டவையாக இருக்கவேண்டும் அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறு நிழல் உருவங்களைக் கொண்டவையாக இருக்க வேண்டும்.
- 3 அட்டைகளும் ஒரே எண்ணாக இருக்க வேண்டும் அல்லது மூன்று எண்களும் வெவ்வேறு எண்களாக இருக்க வேண்டும்.

கூழ்நிலை:

ஆசிரியர், படம் 7.13 – இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப் போன்று 12 அட்டைகளை மேசை மீது பரப்பி ஒரு முழுமையான சேர்ப்பினை (SET)  மற்றும்  என்ற இந்த இரு அட்டைகளை எடுத்துக்கொண்டு இவற்றுடன் எந்த அட்டையினை சேர்க்கும் போது ஒரு முழுமையான சேர்ப்பாகிறது(SET) என்பதை விளக்குகிறார். இப்போது இந்த சேர்ப்பினை முழுமையாக அமைக்க மூன்றாவதாக எந்த அட்டையை இணைக்க வேண்டுமென்பதை பின்வரும் படிப்படியான வழிமுறைகள் மூலம் நாம் காணலாம்.



படம் 7.13

மூன்று அட்டைகள் அவற்றிற்கான நான்கு பண்புகளையும் பெற்றிருந்தால் மட்டுமே சேர்ப்பு (SET) என்பதை நாம் நினைவில் கொள்ள வேண்டும்.

படி 1: வடிவத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும் , இரண்டாவது அட்டையும் நட்சத்திரமாக  உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி மூன்றாவது அட்டையும் நட்சத்திரமாகவே  இருக்க வேண்டும்.

படி 2: வண்ணத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டை பச்சை வண்ண நட்சத்திரமாகவும்  இரண்டாவது அட்டை சிவப்பு வண்ண நட்சத்திரங்களாகவும்  உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்தது மூன்றாவது வண்ணமான நீல வண்ண நட்சத்திரங்களாகவே  இருக்க வேண்டும்.



படி 3: நிழல் உருவத்தின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையும்  , இரண்டாவது அட்டையும்  திண்மமாக (solid) உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி மூன்றாவது அட்டையும்

 திண்மமாகவே (solid) இருக்க வேண்டும்.

படி 4: எண்ணிக்கையின் அடிப்படையில் பார்க்கும் போது, முதல் அட்டையில் ஒரு பச்சை வண்ண நட்சத்திரமும்  , இரண்டாவது அட்டையில் இரண்டு சிவப்பு வண்ண நட்சத்திரங்களும்  உள்ளதால் நிபந்தனையின் படி அடுத்து மூன்றாவது அட்டையும் மூன்று நீல வண்ண நட்சத்திரங்களாக  இருக்க வேண்டும்.

முடிவாக,   

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

ஆக, இம் மூன்று அட்டைகளும் இணைந்து அனைத்து நிபந்தனைகளின் படி ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பை (SET)** உருவாக்குகிறது.

அடுத்ததாக, ஆசிரியர் படம் 7.12 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டைகளிலிருந்து மேலும் இரு **சேர்ப்புகளை (SETs)** அமைத்து மாணவர்களைச் சரிபார்க்கச் சொல்கிறார்.

1.   

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை ✓
எனவே, இது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** ஆகும்.

2.   

வடிவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓ வண்ணம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✓

எனவே இதுவும், ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** ஆகும்.

மறுபடியும் ஆசிரியர், கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள 3 அட்டைகளை வரிசைப்படுத்தி, அவை சரியான தானா என சரிபார்க்கக் கூறுகிறார்.

3.   

வடிவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗ வண்ணம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗
நிழல் உருவம் : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗ எண்ணிக்கை : அனைத்தும் ஒரே மாதிரியானவை அல்லது அனைத்தும் வெவ்வேறானவை ✗

மேற்காணும் அட்டைத் தொகுப்பு நிபந்தனைகளின்படி அமையாததால் இது ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு(SET)** அல்ல.



சிந்திக்க

கொடுக்கப்பட்ட படம் 7.13-இல் உள்ள 12 அட்டைத் தொகுப்பிலிருந்து முழுமையாக 7 சேர்ப்புகளை (SETs) உருவாக்க இயலும். ஆராய்க. (அட்டைகளை மறுபடியும் பயன்படுத்தலாம்)

இதிலிருந்து, ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பு (SET)** என்பது, அனைத்து பண்புகளும் ஒரே மாதிரியானவையாகவோ அல்லது அனைத்து பண்புகளும் வெவ்வேறானவையாகவோ அமைந்துள்ள 3 அட்டைகளைப் பெற்றிருக்கும் என்பதை அறிந்து கொள்கிறோம்.



செயல்பாடு

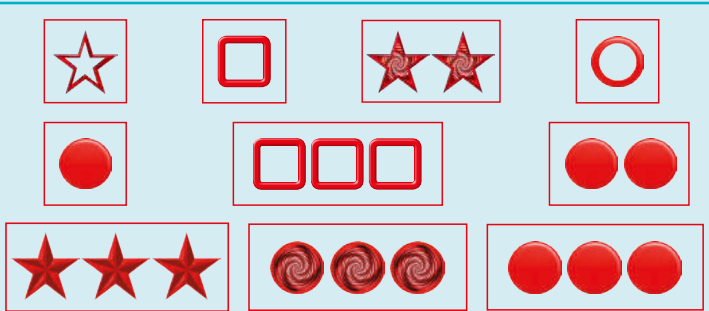
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள தொகுப்பிலிருந்து சரியான அட்டையினைத் தேர்ந்தெடுத்து ஒரு முழுமையான **சேர்ப்பினை (SET)** உருவாக்கவும்.

1. (i) (ii) (iii) விடை:
2. (i) (ii) (iii)
3. (i) (ii) (iii)
4. (i) (ii) (iii)
5. (i) (ii) (iii)

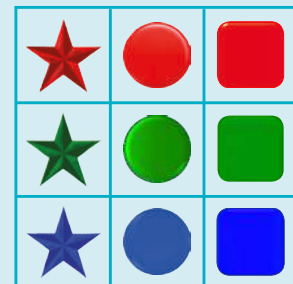


இவற்றை முயல்க

1. இந்த அட்டை தொகுப்பிலிருந்து ஏதேனும் 5 **சேர்ப்புகளை (SETs)** அமைக்க. (அட்டைகளை மறுபடியும் பயன்படுத்தலாம்)



2. இது ஒரு **சேர்ப்பில்(SET)** உள்ள மாயச் சதுரத்திற்கான எடுத்துக்காட்டாகும். இதே போன்று, மேலும் இரண்டு மாயச் சதுரங்களை உருவாக்க முயல்க



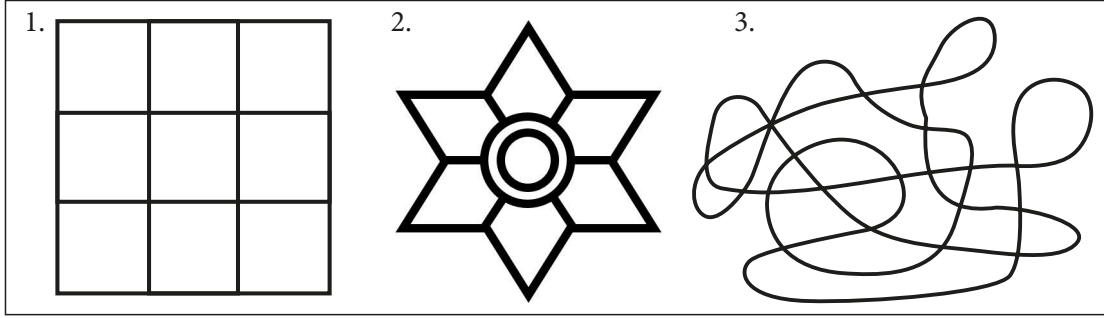
7.4 நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல்

நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடல் என்பது நிலவரைபடத்தின் வெவ்வேறு சிறப்பியல்புகளுக்கேற்ப வண்ணங்களைக் குறித்துக்காட்டும் செயலாகும். கணிதத்தில் நிலவரைபடத்தை வண்ணமிடல் என்பது பல்வேறு வகையான நில வரைபடங்களின் அடிப்படைக் கூறுகளை வகைப்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரு பரப்புகள் (regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படாமல் மிகக் குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடுவதாகும். பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடுதலைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரண்டு குழுக்களாகப் பிரித்துக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.14 இல் வடிவங்களுக்கு, ஒரு குழுவை அதிகமான வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும், மற்றொரு குழுவை மிகக்குறைந்த வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தியும் வண்ணமிட அறிவுறுத்துகிறார்.

இங்கு ஒரே ஒரு நிபந்தனை, அடுத்தடுத்த இரண்டு பரப்புகள் (regions) ஒரே வண்ணத்தில் நிரப்பப்படக்கூடாது. தேவைப்படின் இரண்டு பகுதிகளின் முனைகள் ஒரே வண்ணம் கொண்டவைகளாக அமையலாம்.

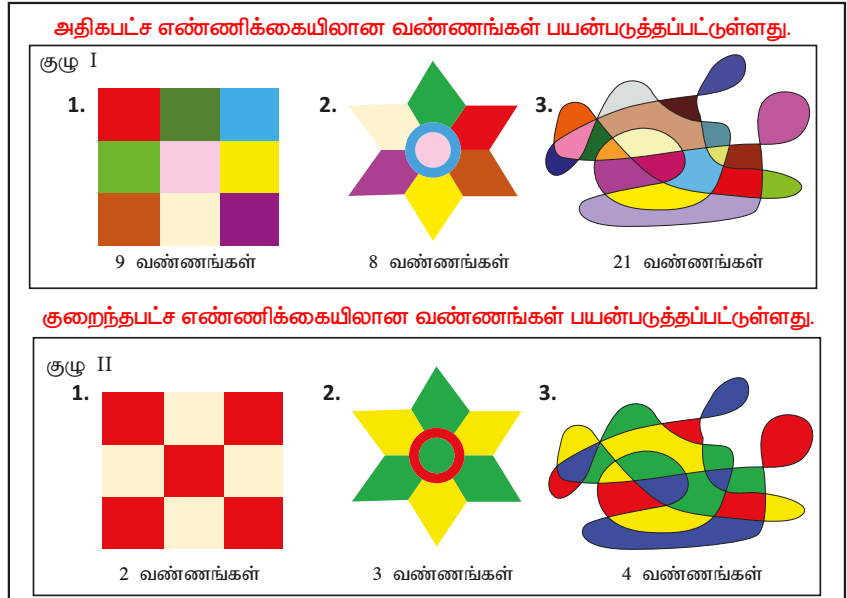


படம் 7.14

படம் 7.15 இல் ஒவ்வொரு குழுவும் எவ்வாறு வண்ணமிட்டுள்ளனர் என்பதைக் காணலாம்

நாம் மேற்கண்ட கணிதக் கருத்தைப் புரிந்து கொண்ட பின் நிலவரைபடங்களை வண்ணமிடுதல் என்பது மிக ஆர்வமுள்ளதாகவும் எளிதாகவும் அமைகிறது.

நிலவரைபடத்தில் உள்ள அடுத்தடுத்த இரு பரப்புகளை (regions) வெவ்வேறு வண்ணங்களைக் கொண்டு வண்ணமிடுவதுப் பற்றி நாம் கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுமூலம் காணலாம்.

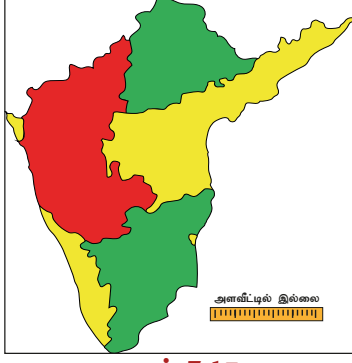


படம் 7.15

எடுத்துக்காட்டு 7.6

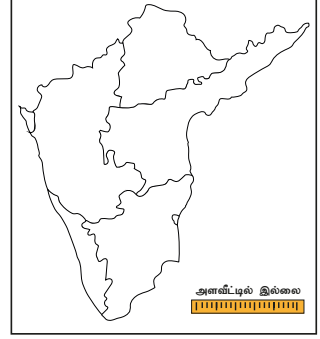
படம் 7.16 இல் கொடுக்கப்பட்டுள்ள தென்னிந்திய மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடவும்.

தீர்வு:



படம் 7.17

இவ்வாறு மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி வண்ணமிடுவது ஒரு தீர்வு ஆகும். இதுபோல மேலும் பல வழிகளில் வண்ணமிட முயற்சிக்கவும்.



படம் 7.16



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள இந்தியா (மாநிலங்கள்) மாதிரி வரைபடத்தில் மிக குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி மாவட்டங்களுக்கு வண்ணமிடவும்.



படம் 7.18



இவற்றை முயல்க

தலைமையாசிரியர் அறை, ஆசிரியர் அறை, வகுப்பறைகள், உடற்கல்விக் கூடம், சத்துணவுக் கூடம், அறிவியல் ஆய்வகம், நூலகம், அலுவலகம் என உங்கள் பள்ளிச் சூழலுக்கேற்ப நிலவரைப்படம் வரைக. நிலவரைப்பட வண்ணமிடல் (Map Colouring) மூலம் மிகக் குறைந்த எண்ணிக்கையில் வண்ணங்களைப் பயன்படுத்தி உங்கள் பள்ளி நிலவரைபடத்தில் வண்ணமிடுக.



பயிற்சி 7.1

1. நீங்கள் பனிக்கூழ்(ice cream) அல்லது இனிப்புரொட்டி(cake) வாங்க கடைக்குச் செல்கிறீர்கள். கடையில் பனிக்கூழில்(ice cream), சாக்லேட், ஸ்டாபெர்ரி மற்றும் வெண்ணிலா என 3 வகைகளும், இனிப்புரொட்டியில்(cake) ஆரஞ்சு மற்றும் வெல்வெட் என 2 வகைகளும் விற்கப்படுகிறது. எனில், நீங்கள் 1 பனிக்கூழோ (ice cream) அல்லது 1 இனிப்புரொட்டியோ(cake) வாங்குவதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?



2. சாந்தியிடம் 5 சுடிதார்களும் 4 கவுன்களும் உள்ளன எனில், எத்தனை விதமான வழிகளில் சாந்தி ஒரு சுடிதாரையோ அல்லது ஒரு கவுனையோ அணிவதற்கு வாய்ப்புகள் உள்ளது?
3. ஒரு மேல்நிலைப் பள்ளியில் பதினோறாம் வகுப்பில் கீழ்வரும் 3 பிரிவுகள் உள்ளன.

I. அறிவியல் பிரிவு

- (i) இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் கணிதம்
- (ii) இயற்பியல், வேதியியல், கணிதம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
- (iii) இயற்பியல், வேதியியல், உயிரியல் மற்றும் மனையியல்

II. கலைப் பிரிவு

- (i) கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிக கணிதம்
- (ii) கணக்கு பதிவியல், வணிகவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் கணிணி அறிவியல்
- (iii) வரலாறு, புவிவியல், பொருளாதாரம் மற்றும் வணிகவியல்

III. தொழில்நுட்பப் பிரிவு

- (i) உயிரியல், செவிலியம் கருத்தியல், செவிலியம் செய்முறை I மற்றும் செவிலியம் செய்முறை II
- (ii) மனையியல், ஆடை அலங்காரம் கருத்தியல், ஆடை அலங்காரம் செய்முறை I மற்றும் ஆடை அலங்காரம் செய்முறை II



உள்ளது எனில், ஒரு மாணவர் தனக்கு வேண்டிய ஒரு பாடப் பிரிவைத் தேர்ந்தெடுப்பதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது?

4. உங்களிடத்தில் பள்ளிக்கு கொண்டு செல்வதற்காக 2 வகையான கைப்பைகளும் 3 வெவ்வேறு வண்ண நீர்குவளைகளும் (water bottles) உள்ளது எனில், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லும்போது 1 கைப்பை மற்றும் 1 வண்ண நீர்குவளையை கொண்டுச் செல்வதற்கு எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?
5. பள்ளி மாணவர்களுக்கான நான்கு இலக்க வரிசை எண்ணில், முதல் இலக்கம் A, B, C, D மற்றும் E என்ற ஐந்து எழுத்துக்களில் ஏதாவது ஒரு ஆங்கில எழுத்தினைக் கொண்டும், அதனைத் தொடர்ந்து வரும் மூன்று இலக்கங்கள் ஒவ்வொன்றும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களைக் கொண்டும் அமைந்துள்ளது எனில் வரிசை எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது? (A000, B000, C000, D000 மற்றும் E000 தவிர)

6. ஒரு நகைக் கடையில் உள்ள பாதுகாப்பு பெட்டகத்திற்கான திறவுக்கோல் எண் 4 இலக்கங்களைக் கொண்ட தனித்துவமான எண்ணாக அமைப்பதற்கு, ஒவ்வொரு இடமதிப்பிலும் 0 முதல் 9 வரையிலான 10 எண்களை கொண்டு உருவாக்க வேண்டுமெனில், ஒரு தனித்துவமானத் திறவுக்கோல் எண் அமைப்பதற்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?



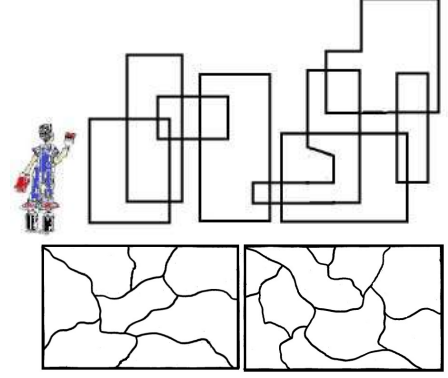
7. ஒரு தேர்வில் வழங்கப்பட்ட வினாத்தாளில் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் 5 வினாக்கள் வீதம் 3 பிரிவுகள் உள்ளது. மாணவர்கள் ஒவ்வொரு பிரிவிலும் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் பதிலளிக்க வேண்டுமெனில், அவர்களுக்கு எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளது?



8. கொடுக்கப்பட்டுள்ள சுழல் சக்கரத்தினை இருமுறை சுழற்றும் போது கிடைக்கும் எண்களைக் கொண்டு இரண்டிலக்க எண்களை அமைத்தால் எத்தனை விதமான இரண்டிலக்க எண்களை அமைக்க முடியும்? (இலக்கங்களை மறுமுறையும் பயன்படுத்த இயலாது)



9. ரம்யா தனது வீட்டின் முகப்பறை சுவற்றில் உள்ள அமைப்பில் மிகக் குறைந்த செலவில் வண்ணமிட விரும்புகிறாள். அவள் இரண்டு வண்ணங்களை மட்டுமே பயன்படுத்தி அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு அந்த அமைப்பை வண்ணமிட உதவுங்கள்.



10. கொடுக்கப்பட்டுள்ள நில வரைபடத்தில் மிகக் குறைந்த அளவு எண்ணிக்கையிலான வண்ணங்களைக் கொண்டு அடுத்தடுத்த இரண்டு பகுதிகள் ஒரே வண்ணத்தில் அமையாதவாறு வண்ணமிடுக

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

11. பள்ளிகளுக்கிடையிலான வினாடிவினா போட்டிக்கு, பள்ளியின் சார்பாக ஒருவரைத் தேர்ந்தெடுக்க 26 மாணவர்கள் மற்றும் 15 மாணவிகளுக்கு ஆசிரியர் பயிற்சியளிக்கிறார் எனில், இவர்களிலிருந்து ஒருவரை ஆசிரியர் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வாய்ப்புகள் உள்ளது ?
(அ) 41 (ஆ) 26 (இ) 15 (ஈ) 390
12. மூன்று நாணயங்களை ஒரே சமயத்தில் சுண்டும்போது எத்தனை விதமான விளைவுகள் கிடைக்கும்?
(அ) 6 (ஆ) 8 (இ) 3 (ஈ) 2
13. மூன்று பலவுள் தெரிவு (multiple choice questions) வினாக்களில் A, B, C மற்றும் D தெரிவுகளிலிருந்து சரியான விடையைத் தேர்ந்தெடுக்க எத்தனை விதமான வழிகள் உள்ளன ?
(அ) 4 (ஆ) 3 (இ) 12 (ஈ) 64
14. 7 ஐ ஒர் இலக்கமாகக் கொண்ட ஈரிலக்க எண்கள் எத்தனை உள்ளன ?
(அ) 10 (ஆ) 18 (இ) 19 (ஈ) 20

7.5 பிபனோசி எண்கள்

இயற்கையின் அழகான வடிவங்கள் மற்றும் மனிதனால் உருவாக்கப்பட்ட பொருள்கள் அனைத்தும் எவ்வாறு கணிதத்துடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளன என்பது குறித்து முந்தைய வகுப்புகளில் கற்றுக் கொண்டோம். இவ்வகுப்பில், நம்மைச் சுற்றியுள்ள பொருள்களில், உடல் மற்றும் உயிரியல் அமைப்புகளில் கணிதம் எவ்வாறு அழகாகத் தொடர்புபடுத்தப்பட்டுள்ளது என்பதைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

இத்தாலி நாட்டைச் சார்ந்த பிபனோசி (இயற்பெயர் லியோனார்டோ பொனாச்சி) என்ற கணிதவியலார் பிபனோசி எண் தொடரை உருவாக்கினார். ஏற்கனவே இந்த எண் தொடரைப் பற்றி 6ஆம் வகுப்பில் நாம் படித்ததை நினைவுகூர்வோம் பிபனோசி எண்கள் 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34... என்ற தொடர்வரிசையாகக் காணப்படுகிறது.

பிபனோசி எண்தொடரை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் அதிலுள்ள பொது விதியை, அறிந்துகொள்ளலாம்.

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...

நாம் பிபனோசி எண் தொடரில் உற்றுநோக்கி அறிவது, அதன் 3வது உறுப்பானது இரண்டாவது மற்றும் முதலாவது உறுப்பின் கூட்டுத் தொகை என்பது தான்.

அதாவது, $F(3) = F(2) + F(1)$ எனலாம். மேலும் இதனைப் பொது விதியாகக் கூறினால்

$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$ ஆகும்.

இங்கு $F(n)$ என்பது n வது பிபனோசி உறுப்பு என எடுத்துக்கொண்டால்,

$F(n-1)$ என்பது n வது உறுப்பின் முந்தைய மதிப்பாகும்,

$F(n-2)$ என்பது $F(n-1)$ இன் முந்தைய மதிப்பாகும்.

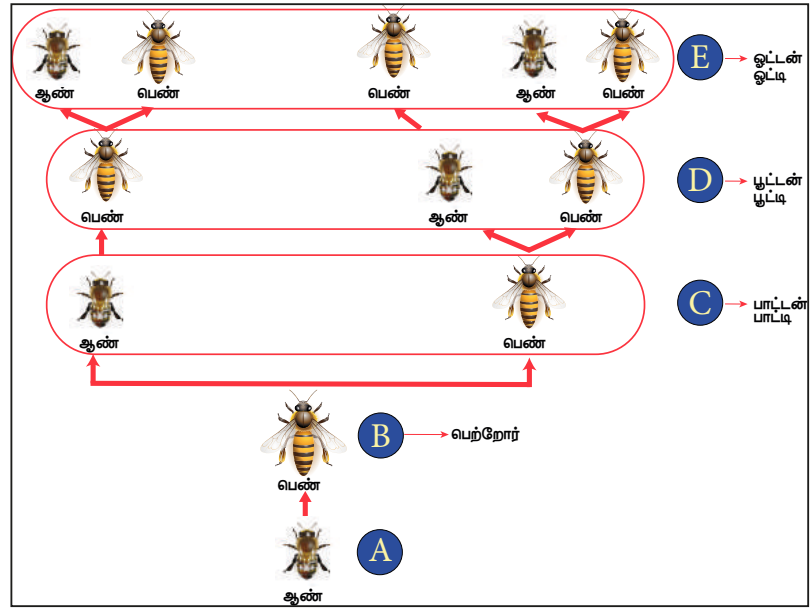
இவ்வாறே, பிபனோசி எண் தொடர் முழுவதும் அமைந்துள்ளது. இதனைப் பின்வரும் வாழ்வியல் நிகழ்வுகள் மூலம் மேலும் நன்றாகப் புரிந்துகொள்ளலாம்.

$F(1)$	$F(2)$	$F(3)$	$F(4)$	$F(5)$	$F(6)$	$F(7)$	...
1	1	2	3	5	8	13	...

$$F(3) = F(2) + F(1)$$

கூழ்நிலை:

கொடுக்கப்பட்டுள்ள படம் 7.19 இல் ஆண் தேனீ (drone bee) மற்றும் பெண் தேனீ (female bee) இன் மரவுரு வரைப்படத்தைப் பார்க்கவும். இங்கே, ஒரு பெண் தேனீக்கு 1 ஆண் தேனீ மற்றும் 1 பெண் தேனீ பெற்றோராக உள்ளனர். ஆனால், ஒரு ஆண் தேனீக்கு ஒரே ஒரு பெண் தேனீ மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது. (ஏனெனில், ஒரு ஆண் தேனீயானது ஒரு பெண் தேனீயின் கருத்தரிக்கப்படாத முட்டைகளால் உருவாகிறது. எனவேதான் ஆண் தேனீக்கு ஒரு தாய் மட்டுமே இருக்கிறார், தந்தை இல்லை) இந்த வகையில் படம் 7.19 இலிருந்து நாம் அறிந்துகொள்வது.



படம் 7.19

- ஒரு ஆண் தேனீக்கு (A) 1 தாய் (B) மட்டும் பெற்றோராக உள்ளது.
- ஒரு ஆண் தேனீக்கு (A) 1 பாட்டன் மற்றும் 1 பாட்டி (C) என இரண்டு பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
- ஒரு ஆண் தேனீக்கு (A) 1 பூட்டன் மற்றும் 2 பூட்டி (D), என மூன்று பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.
- ஒரு ஆண் தேனீக்கு (A) 2 ஓட்டன் மற்றும் 3 ஓட்டி (E), என ஐந்து பெற்றோர்கள் உள்ளனர்.

இப்போது, ஆண் தேனீக்கு (A) எத்தனை சேயோன் மற்றும் சேயோள் பெற்றோர் இருப்பார்கள் என்று கூறுங்கள் பார்க்கலாம்?

இங்கே, நாம் தேனீக்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துவதன் மூலம் ஆண் மற்றும் பெண் தேனீக்களின் குடும்ப உறவுகளின் அமைப்பைப் பற்றி அறிந்துகொள்ளலாம்.

எண்ணிக்கை (A)	பெற்றோர் (B)	பாட்டன், பாட்டி (C)	பூட்டன், பூட்டி (D)	ஓட்டன், ஓட்டி (E)	சேயோன், சேயோள் (F)
ஆண்தேனீ (1) (drone bee)	1	2	3	5	8
பெண் தேனீ (1) (female bee)	2	3	5	8	13

மேலேயுள்ள அட்டவணையில் நாம் 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... பிபனோசி எண் தொடரின் அமைப்பைக் காண்கிறோம்.



குறிப்பு

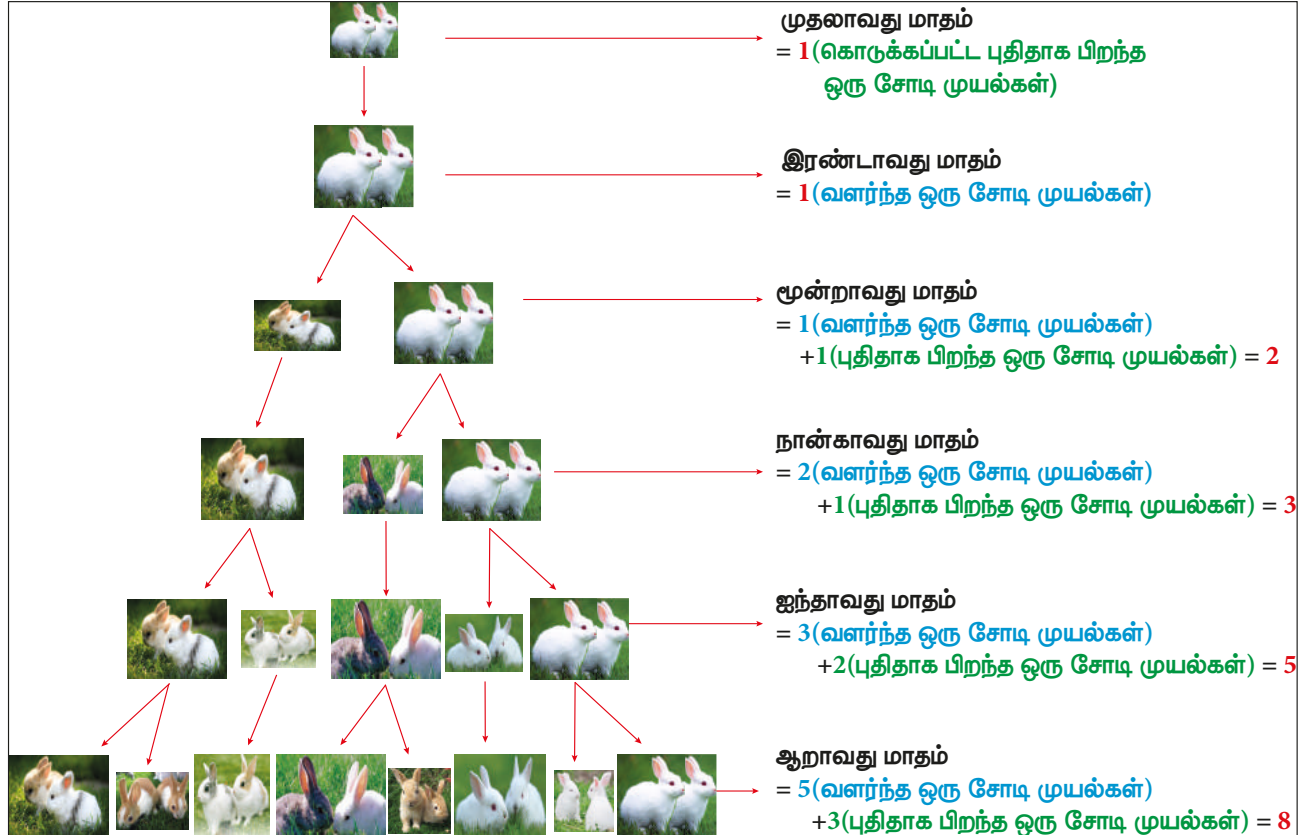
பிபனோசி எண் தொடரில் அடுத்தடுத்து வரும் இரு எண்களுக்கிடையேயுள்ள வித்தியாசம் விரைவாக அதிகரிக்கிறது. ((எடுத்துக் காட்டு: $F(5) - F(4) = 5 - 3 = 2$; $F(10) - F(9) = 55 - 34 = 21$; $F(15) - F(14) = 610 - 377 = 233$))(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946 ...))

எடுத்துக்காட்டு 7.7

புதிதாக பிறந்த ஒரு சோடி முயல்கள் வளர்ந்து அடுத்த மாதத்திலிருந்து ஒவ்வொரு மாதமும் ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கின்றன எனக் கொள்வோம். அவற்றிற்குப் பிறந்த புதிய ஒரு சோடி முயல்களும் வளர்ந்தவுடன் அவையும் மறுமாதத்திலிருந்து அவ்வாறே ஒரு புதிய சோடி முயல்களை இனப்பெருக்கம் செய்கிறதென்றால் ஒவ்வொரு மாதத்திற்குப் பிறகும் உள்ள சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கையினை அட்டவணைப்படுத்துக.

தீர்வு:

கீழேயுள்ளப் படத்தின் மூலம், முயல்களின் எண்ணிக்கை 1, 1, 2, 3, 5, 8.... என்ற வரிசையில் உருவாவதை தெளிவாகக் காணலாம். ஒவ்வொரு எண்ணும் அதன் முந்தைய இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகையாக அமைந்துள்ளதால், இங்கும் பிபனோசி எண்தொடரை நாம் காண்கிறோம். இதனடிப்படையில் பனிரெண்டாவது மாதத்தில் 144 சோடி முயல்கள் நமக்கு கிடைக்கிறது. இது பிபனோசி எண்தொடரில் உள்ள பனிரெண்டாவது உறுப்பைக் (144) குறிக்கிறது.



இதனைக் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளவாறு அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

மாதங்களின் எண்ணிக்கை	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
சோடி முயல்களின் எண்ணிக்கை	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144



செயல்பாடு

கொடுக்கப்பட்டுள்ள அட்டவணை 1 ஐப் பயன்படுத்தி, கீழ்வரும் வினாக்களுக்கு விடையளிந்து அட்டவணை 2இல் வண்ணமிடுக. மாதிரிக்காக ஒரு விடை வண்ணமிடப்பட்டுள்ளது.

அட்டவணை 1

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

- இரட்டை பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
உறுப்பு (n) மற்றும் பிபனோசி எண் F(n) ஆகிய இரண்டையும் **மஞ்சள்** நிறத்தில் வண்ணமிடுக. ஏதேனும் ஓர் எண் அமைப்பை உங்களால் காண முடிகிறதா?
ஒவ்வொரு **மூன்றாவது** பிபனோசி எண்ணும் **இரண்டின் மடங்காக** உள்ளது. அதாவது, பிபனோசி எண் F(3) ஆனது இரண்டின் மடங்கு ஆகும் அல்லது $2 = \text{பிபனோசி எண் } F(3)$ ஆகும்.
- 3இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
உறுப்பு (n) மற்றும் பிபனோசி எண் F(n) இரண்டையும் **சிவப்பு** நிறத்தில் வண்ணமிடுக. நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
ஒவ்வொரு பிபனோசி எண்ணும்எண்களாக உள்ளது.
- 5இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
உறுப்பு (n) மற்றும் பிபனோசி எண் F(n) ஆகிய இரண்டையும் **நீல** நிறத்தில் வண்ணமிடுக. நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
ஒவ்வொரு..... எண்களாக உள்ளது.
- 8இன் மடங்கு பிபனோசி எண்கள் எங்கு காணப்படுகின்றன?
உறுப்பு (n) மற்றும் பிபனோசி எண் F(n) ஆகிய இரண்டையும் **பச்சை** நிறத்தில் வண்ணமிடுக. நீங்கள் காணும் எண் அமைப்பை எழுதுக.
ஒவ்வொரு எண்களாக உள்ளது.

அட்டவணை 2

உறுப்பு (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
F(n)	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	

மேற்கண்ட செயல்பாட்டைச் செய்வதன் மூலம் நாம் முடிவிற்கு வருவது, ஒவ்வொரு பிபனோசி எண்களும், அதன் உறுப்புகளின் மடங்கு பிபனோசி எண்களின் காரணி ஆகும்.

	n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	...
	F(n)	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144	233	377	610	...
காரணிகள்	$2=F(3)$	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	×	×	✓	ஒவ்வொரு 3வது பிபனோசி எண்ணும் 2இன் மடங்கு
	$3=F(4)$	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 4வது பிபனோசி எண்ணும் 3இன் மடங்கு
	$5=F(5)$	×	×	✓	×	×	×	×	✓	×	×	×	×	✓	ஒவ்வொரு 5வது பிபனோசி எண்ணும் 5இன் மடங்கு
	$8=F(6)$	×	×	×	✓	×	×	×	×	×	✓	×	×	×	ஒவ்வொரு 6வது பிபனோசி எண்ணும் 8இன் மடங்கு
	F(k)														ஒவ்வொரு kவது பிபனோசி எண்ணும் F(k)இன் மடங்கு

மேற்கண்ட அட்டவணையின் மூலம் ஒவ்வொரு k ஆவது பிபனோசி உறுப்பும் F(k)இன் மடங்காகும் என்ற பொது விதியினை அறிந்துகொள்கிறோம்.

7.6 மீப்பெரு பொதுக்காரணி (மீ.பொ.கா (HCF))

கொடுக்கப்பட்ட அறிவுறுத்தல்கள் அல்லது அமைப்புகளைத் தொடர்ச்சியாக குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையிலோ அல்லது நிபந்தனைகளை நிறைவு செய்யும் வகையிலோ செய்யும் செயலானது தொடர் வளர் செயல்முறை என நாம் ஆறாம் வகுப்பில் படித்துள்ளோம். இதுவரையில் நாம், மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண அனைத்துக் காரணிகளையும் கண்டறிந்து அவற்றில் பெரியதைக் காண்போம். இவ்வகுப்பில் இந்த முறையைத் தவிர, மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண கொடுக்கப்பட்ட எண்களில் பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைத் தொடர்ச்சியாக கழிப்பதன் மூலமும், இந்தத் தொடர் கழித்தல் முறையானது எவ்வளவு விரைவாக விடையளிக்கிறது என்பதும் பார்க்கலாம். மேலும் இந்த முறையில் சில படிநிலைகளிலேயே மீப்பெரு பொதுக்காரணியை எவ்வாறு பெறுகிறோம் என்பதையும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியானது பின்னங்களை சுருக்க அல்லது திட்ட வடிவில் எழுதப் பயன்படுகிறது. இந்த கருத்தியலை மேலும் நன்கு புரிந்துகொள்வதற்கும், நமது அன்றாட வாழ்வியல் நிகழ்வுகளில் எங்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைப் பயன்படுத்துகிறோம் என்பதனைக் காண்பதற்கும் கீழ்க்காணும் சூழலைக் கற்பனை செய்துகொள்ளுங்கள்.

7.6.1 மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் (மீ.பொ.கா.) கண்டறியும் முறைகள்

1. காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்

சூழ்நிலை:

உங்களிடம் 20 மாம்பழங்களும் 15 ஆப்பிள்களும் உள்ளதாக வைத்துக்கொள்ளுங்கள். இப்பழங்களைச் சமமாக நீங்கள் ஆதரவற்ற குழந்தைகளுக்குக் கொடுத்து உதவ நினைக்கிறீர்கள் எனில் அதிகபட்சமாக எத்தனை குழந்தைகளுக்கு உங்களால் உதவ முடியும்?

இச்சூழலில், அடிப்படையில் நாம் இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிந்தாலே போதுமானதாகும். மீப்பெரு பொதுக்காரணி, மீப்பெரு பொது வகுஎண் என்றும் குறிக்கப்படுகிறது. மீப்பெரு பொதுக்காரணி என்பது கொடுக்கப்பட்ட இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட எண்களை முழுமையாக வகுக்கும் மிகப்பெரிய வகுஎண் ஆகும்.

இங்கு, முதலில் 20 மாம்பழங்கள் மற்றும் 15 ஆப்பிள்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம்.

20 இன் காரணிகள் = 1, 2, 4, 5, 10, 20

15 இன் காரணிகள் = 1, 3, 5, 15

ஆக, 20 மற்றும் 15 இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 5 ஆகும். எனவே, உங்களால் அதிகபட்சமாக

5 குழந்தைகளுக்கு உதவ முடியும்.

இப்போது, உங்களால் தலா 4 மாம்பழங்களும் (20 ÷ 5 = 4) 3 ஆப்பிள்களும் (15 ÷ 5 = 3) என 5 குழந்தைகளுக்கு சமமாகப் பகிர்ந்தளித்து உதவ முடியும்.

2. பகா காரணிகள் மூலம் கண்டறிதல்

சூழ்நிலை:

பள்ளியில், ஏழாம் வகுப்பில் 18 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 27 மாணவர்களும் உள்ளனர். ஒவ்வொரு வகுப்பு மாணவர்களும் அணிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டு வரவிருக்கும் விளையாட்டுப் போட்டிக்குத் தயாராகின்றனர். ஒவ்வொரு வகுப்பிலிருந்தும் வென்ற அணிகள் இறுதிப் போட்டியில் ஒருவருக்கொருவர் எதிர்கொள்ள வேண்டும் எனில், ஒவ்வொரு அணியிலும் ஒருவர் கூட மீதமில்லாமல் விளையாடக்கூடிய மிகப் பெரிய அணியின் எண்ணிக்கை என்ன?

முதலில் 18 மற்றும் 27 இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்போம்.

18 இன் பகா காரணிகள் = $2 \times 3 \times 3$

27 இன் பகா காரணிகள் = $3 \times 3 \times 3$

18 மற்றும் 27 இன் மீ.பொ.கா. = $3 \times 3 = 9$

18 மற்றும் 27 இன் மீ.பொ.கா. 9 என அறிந்துகொண்டோம்.

எனவே ஒவ்வொரு அணியிலும் விளையாடக்கூடிய மிகப் பெரிய அணியின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும். ஆக ஏழாம் வகுப்பில் 2 அணிகளும், எட்டாம் வகுப்பில் 3 அணிகளும் இறுதிப் போட்டியில் பங்குபெறுவர்.

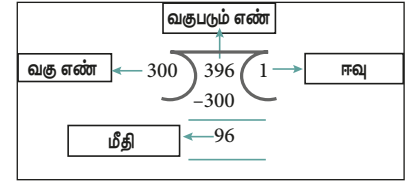
3. தொடர் வகுத்தல் முறை

மேற்கண்ட முறைகள் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிய எளிதான முறைகள் என்றாலும் இம்முறைகளில் மிகப் பெரிய எண்களுக்கு மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது மிகவும் கடினமாகும். இந்த மாதிரியான கணக்குகளில் தீர்வுக் காண கீழ்க்காணும் வழிமுறைகளைப் பயன்படுத்தலாம். மேலும், இந்த முறைகளைப் பற்றி அறிந்துகொள்வோம்.

மேற்கண்ட சூழலில் ஏழாம் வகுப்பில் 396 மாணவர்களும், எட்டாம் வகுப்பில் 300 மாணவர்களும் உள்ளனர் என்று எடுத்துக்கொண்டால் அணியின் அதிகபட்சமான எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்? இந்நிலையில் மேற்கண்ட இரு முறைகளில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறிவதென்பது எளிதானதல்ல. இதற்கு மாறாக, நாம் **தொடர் வகுத்தல் முறையில்** மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் கண்டறியலாம்.

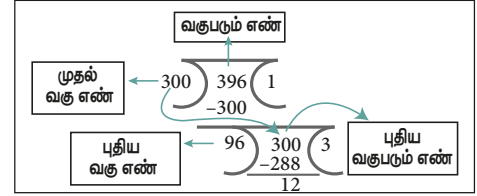
படி 1: மிகப்பெரிய எண்ணைச் சிறிய எண்ணால் வகுத்தல்

இங்கு 396 மிகப்பெரிய எண். எனவே 396 ஐ (வகுபடும் எண்) 300ஆல் (வகு எண்) வகுத்தால் நமக்கு 96 மீதியாகக் கிடைக்கிறது.



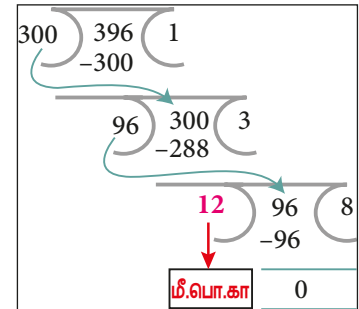
படி 2: படி 1இன் மூலம் பெறப்பட்ட மீதியானது புதிய வகுஎண்ணாகவும் படி 1இல் உள்ள வகுஎண்ணைப் புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல்

படி 1இல் மீதியாகக் கிடைத்த 96 என்பதை படி 2 இல் புதிய வகுஎண்ணாகவும், படி 1இல் வகு எண்ணாக இருந்த 300 என்பதை படி 2 இல் வகுபடும் எண்ணாகவும் கொண்டு வகுத்தலை மீண்டும் செய்தல் வேண்டும்.



படி 3: மீதியானது பூச்சியம் (0) என ஆகும் வரை மீண்டும் மீண்டும் இந்த முறையினைத் தொடருதல் வேண்டும். இறுதியாக உள்ள வகு எண் தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.

படி 2 இல் 12 என்பது நமக்கு கிடைத்த மீதியாகும். எனவே, 96 என்பது வகுபடும் எண், 12 புதிய வகுஎண் ஆகும், எனவே, 96ஐ புதிய வகுபடும் எண்ணாகவும், 12 புதிய வகுஎண்ணாகவும் கொண்டு மீண்டும் வகுத்தலை செய்யும் போது மீதி பூச்சியம்(0) என்றானதால் 12 என்பது இறுதியான வகுஎண்ணாகும். எனவே 12 என்பதுதான் நமக்குத் தேவையான மீப்பெரு பொதுக்காரணி ஆகும்.



எனவே, 396 மற்றும் 300இன் மீப்பெரு பொதுக் காரணி 12 ஆகும். எனவே, மேலே கொடுக்கப்பட்டுள்ள படத்திலிருந்து ஓர் அணியில் அதிகபட்சமாக **12 மாணவர்கள்** உள்ளனர் என்பதை அறிகிறோம்.

4. தொடர் கழித்தல் முறை:

இம்முறையில் m மற்றும் n என இரண்டு எண்களை எடுத்துக்கொண்டோமானால், m மற்றும் n என்ற இரண்டு எண்களும் சமமாகும் வரை **தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல்** வேண்டும். எடுத்துக்காட்டாக, 144 மற்றும் 120இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் காண்க.

படி 1: முதலில் $m = n$ எனச் சரிப்பார்போம்

இங்கு நாம் $m = 144$ மற்றும் $n = 120$ எனக் கொள்வோம். முதலில் அல்லது $m > n$ அல்லது $m < n$ எனச் சரிப்பார்போம். இங்கு $m > n$ ($144 > 120$) ஆகும்.

படி 2: $m > n$ ஆக இருந்தால், $m = n$ ஆகும் வரை $m - n$ ஐ தொடரவும் அல்லது. $m < n$ ஆக இருந்தால், $m = n$ ஆகும் வரை $n - m$ ஐ தொடரவும்

m ஆனது n ஐ விட அதிகமாக இருந்தால், நாம் m இலிருந்து n ஐ கழித்து வரும் விடையை m இல் பிரதியிட வேண்டும். m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

மாறாக, m ஆனது n ஐ விடக் குறைவாக இருந்தால், நாம் n இலிருந்து m ஐ கழித்து வரும் விடையை n இல் பிரதியிட வேண்டும். மறுபடியும், m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாக உள்ளதா என்பதைப் பரிசோதித்து. m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர்ந்து கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

இங்கு $140(m) > 120(n)$ ஆகும். எனவே 144 இல் இருந்து 120 ஐ கழித்து m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும் வரை தொடர் கழித்தலைச் செய்தல் வேண்டும்.

முதலில்	$144 - 120 = 24$	மீண்டும்	$120 - 24 = 96$	மீண்டும்	$96 - 24 = 72$
மீண்டும்	$72 - 24 = 48$	மீண்டும்	$48 - 24 = 24$	மீண்டும்	$24 - 24 = 0$

படி 3: m மற்றும் n என்ற இரு எண்களும் சமமாகும்போது, அந்த எண்ணானது m மற்றும் n என்ற இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணியாகும்.

இப்போது $m = n$ என்றாகிறது. எனவே, **144 மற்றும் 120 இன் மீப்பெரு பொதுக்காரணி 24** ஆகும்.

மீப்பெரு பொதுக்காரணியினைக் கண்டறிய, தொடர் வகுத்தல் மற்றும் தொடர் கழித்தல் ஆகிய இரண்டு முறைகளை ஒப்பிட்டுப் பார்த்தோமானால் தொடர் கழித்தல் முறையானது எளிமையானதாகவும், விரைவாக செய்யக்கூடியதாகவும் உள்ளது. ஒருவருக்கு வகுத்தல் செய்வதைக்காட்டிலும் கழித்தல் செய்வது எளிதாக இருக்கும்தானே?

பயிற்சி 7.2

1. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குத் தொடர் வகுத்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

(i) 455 மற்றும் 26 (ii) 392 மற்றும் 256 (iii) 6765 மற்றும் 610 (iv) 184, 230 மற்றும் 276

2. கொடுக்கப்பட்ட எண்களுக்குத் தொடர் கழித்தல் முறையில் மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க.

(i) 42 மற்றும் 70 (ii) 36 மற்றும் 80 (iii) 280 மற்றும் 420 (iv) 1014 மற்றும் 654

3. கொடுக்கப்பட்ட கணக்குகளைத் தொடர் கழித்தல் முறையில் செய்து சரிபார்க்க.

(i) 56 மற்றும் 12

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 56} \quad 4 \\
 \underline{-48} \\
 8 \quad 12 \quad 1 \\
 \underline{-8} \\
 4 \quad 8 \quad 2 \\
 \underline{-8} \\
 0
 \end{array}$$

மீ.பொ.கா

(ii) 320, 120 மற்றும் 95

$$\begin{array}{r}
 120 \overline{) 320} \quad 2 \\
 \underline{-240} \\
 80 \quad 120 \quad 1 \\
 \underline{-80} \\
 40 \quad 80 \quad 2 \\
 \underline{-80} \\
 0
 \end{array}$$

மீ.பொ.கா

$$\begin{array}{r}
 40 \overline{) 95} \quad 2 \\
 \underline{-80} \\
 15 \quad 40 \quad 2 \\
 \underline{-30} \\
 10 \quad 15 \quad 2 \\
 \underline{-10} \\
 5 \quad 10 \quad 2 \\
 \underline{-10} \\
 0
 \end{array}$$

மீ.பொ.கா

5. கலை, 168 மி.மீ மற்றும் 196 மி.மீ அளவுள்ள காகிதத் தாளை, தன்னால் முடிந்த அளவு மிகப் பெரிய அளவில் சமமான சதுரங்களாக வெட்ட விரும்புகிறார் எனில், அவர் வெட்டிய மிகப் பெரிய சதுரத்தின் பக்க அளவு என்ன? (தொடர் கழித்தல் முறையை பயன்படுத்தி மீப்பெரு பொதுக்காரணியைக் காண்க)



கொள்குறி வகை வினாக்கள்

6. பதினோறாவது பிபனோசி எண் என்ன?
(அ) 55 (ஆ) 77 (இ) 89 (ஈ) 144
7. $F(n)$ என்பதில் $n = 8$ எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது உண்மையாகும்?
(அ) $F(8) = F(9) + F(10)$ (ஆ) $F(8) = F(7) + F(6)$
(இ) $F(8) = F(10) \times F(9)$ (ஈ) $F(8) = F(7) - F(6)$
8. பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு மூன்றாவது உறுப்பும் _____ இன் மடங்கு ஆகும்.
(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 5 (ஈ) 8
9. பிபனோசி எண்தொடரில் ஒவ்வொரு _____ ஆவது உறுப்பும் 8இன் மடங்கு ஆகும்.
(அ) 2 ஆவது (ஆ) 4 ஆவது (இ) 6 ஆவது (ஈ) 8 ஆவது
10. பதினெட்டாவது மற்றும் பதினேழாவது பிபனோசி எண்களுக்கிடையிலான வித்தியாசம் _____ ஆகும்.
(அ) 233 (ஆ) 377 (இ) 610 (ஈ) 987
11. 30 மற்றும் 250 இன் பொது பகா காரணிகள் _____ ஆகும்.
(அ) 2×5 (ஆ) 3×5 (இ) $2 \times 3 \times 5$ (ஈ) 5×5
12. 36, 60 மற்றும் 72 இன் பொதுப் பகா காரணிகள் _____ ஆகும்.
(அ) 2×2 (ஆ) 2×3 (இ) 3×3 (ஈ) $3 \times 2 \times 2$
13. இரண்டு எண்களின் மீப்பெரு பொதுக்காரணி _____ எனில் அவை சார் பகா எண்கள் எனப்படும்.
(அ) 2 (ஆ) 3 (இ) 0 (ஈ) 1

7.7 குறியாக்கவியல் (Cryptology)

இன்றைய உலகில், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது இராணுவம், அரசியல் போன்ற துறைகளுக்கு மட்டுமல்லாமல் தனியார் தகவல் தொடர்புக்கும் ஓர் அடிப்படைத் தேவையாக உள்ளது. மேலும், நிதிசார் தகவல் பரிமாற்றம், படச்செயலாக்கம், தொகுஉணர்வு கருவி (Biometrics) மற்றும் மின் வணிகப் பரிவர்த்தனை போன்ற செயல்பாடுகளில் தகவல் தொடர்பின் பயன்பாடு இப்போது அதிகரித்துள்ளதால், தகவல் பாதுகாப்பு என்பது முக்கியமான பங்கினை வகிக்கிறது. **குறியாக்கவியல்** என்பது பாதுகாப்பான வடிவில் தகவல் தொடர்பினை மேற்கொள்ள செய்யும் அறிவியல் என வரையறுக்கலாம்.

7.7.1 குறியாக்கவியல் சில தொழில்நுட்ப விளக்கங்கள்:

சாதாரண உரை (Plain Text) : நடைமுறை வடிவில் உள்ள உண்மைச் செய்தியே சாதாரண உரை என்று அழைக்கப்படுகிறது.

மறைகுறியீடு உரை (Cipher Text) அல்லது மறைகுறியீடு எண் (Cipher Number):

மறைகுறியீடாக மாற்றப்பட்ட இரகசிய செய்தியானது மறைகுறியீடு உரை அல்லது மறைகுறியீடு எண் என அழைக்கப்படுகிறது. மறைகுறியீடு உரையானது ஆங்கில பெரிய எழுத்துகளாலும், சாதாரண உரையானது ஆங்கிலச் சிறிய எழுத்துகளாலும் எழுதப்படுவது வழக்கமாகும். **இரகசியக்குறிப்பு (Secret Key)** என்பது, சாதாரண உரையிலிருந்து மறைக்குறியீடாக மாற்றுவதற்கு பயன்படும் கருவியாகும்.

மறைகுறியாக்கமும் (Encryption) மறைகுறிவிலக்கமும் (Decryption): மறைகுறியாக்கம் என்பது எளிய சாதாரண உரையை இரகசியக்குறியீடாக மாற்றும் செயல்முறையாகும். அதேபோன்று, மறைகுறிவிலக்கம் என்பது இரகசியக் குறியீட்டை சாதாரண உரையாக மாற்றும் செயல்முறையாகும்.

நமது அன்றாட வாழ்வில் சில நேரங்களில் குறியீடு வடிவத்தில் நாம் பயன்படுத்தும் செய்திகளின் மறைகுறியீடு உரைகளை உருவாக்க முயற்சிப்போம்.



7.7.2 மறைகுறியீடுகளுக்கான சில எடுத்துக்காட்டுகள்

1. இடம்பெயர்தல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Shifting Cipher Text)

சீசர் மறைகுறியீடு (Caesar Cipher)

சீசர் மறைகுறியீடு என்பது, ஆரம்பகாலம் முதல் பயன்படுத்தப்பட்டு வரும் எளிமையான மறைகுறியீடு முறை ஆகும். சாதாரண உரையின் ஒவ்வோர் எழுத்தையும் ஒரு குறிப்பிட்ட எண்ணிக்கையில் இடம்பெயர்த்து குறியீடாக மாற்றி எழுதும் முறையாகும்.

ஒருவரிடமிருந்து, மற்றொருவருக்கு இரகசியக் குறியீடை பரிமாற்றம் செய்யும்போது, அதற்கான "குறிப்பு" (Key) இருவரிடமும் இருத்தல் அவசியம். இருவரிடமும் குறிப்பு இருந்தால்தான் செய்தி அனுப்புவவர் உரையை மறைகுறியாக்கம் செய்யவும், செய்தியினைப் பெறுபவர் சாதாரண உரையாக மாற்றவும் முடியும். சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் குறிப்பு (key) என்பது ஒவ்வோர் எழுத்தையும் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதவேண்டும் என்ற எண்ணிக்கையினைக் குறிப்பதாகும். எனவே, சீசர் மறைகுறியீடு முறையில் எத்தனை எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து எழுதப்பட்டுள்ளது என்ற குறிப்பை அறிந்திருக்க வேண்டும்.

கீழ்க்காணும் எடுத்துக்காட்டுகள் மற்றும் சூழ்நிலைகள் மூலம் இதனைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்ளலாம்.

எடுத்துக்காட்டு 7.8

சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை தொகுப்பைப் பயன்படுத்தி மறைந்துள்ள இரகசிய வாக்கியத்தைக் காண்க.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

தீர்வு:

முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணைத் தொகுப்பை உருவாக்குவோம். அதற்காக, ஆங்கில எழுத்துகளில் முதல் 4 எழுத்துகள் இடம் பெயர்த்து 'e'ஐ 'A' ஆகவும், 'f'ஐ 'B' ஆகவும் எழுதி வர, இறுதியில் 'd'ஐ 'Z' என மாற்றி எழுதி அட்டவணைப்படுத்த வேண்டும்.

இப்போது, சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணை பின்வருமாறு அமைந்திருக்கும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரை fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc ஐ இரகசியக் குறியீடாக மாற்றியமைக்க கீழ்க்காணும் படிகளைப் பின்பற்றவும்.

படி 1: முதலில் சீசர் மறைகுறியீடு +4 அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துக்களுக்குரிய குறியீடுகளுடன் பொருத்தவும். இது, உரையை விரைவாக மாற்ற நமக்கு உதவும்.

fvieo mr gshiw ger fi xvmgoc

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c
↓
B R E A K I N C E C A N B E R I C K

படி 2: பின்னர் மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்குரிய குறியீடுகளைக் கண்டறிந்து நிரப்பவும்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
மறைகுறியீடு உரை	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V

f v i e o m r g s h i w g e r f i x v m g o c
↓
B R E A K I N C O D E S C A N B E T R I C K Y

எனவே, நமக்குத் தேவையான இரகசிய வாக்கியமானது **BREAK IN CODES CAN BE TRICKY** என்பதாகும்.

2. பிரதியிடுதல் முறையில் மறைகுறியாக்கம் (Substituting Cipher Text)

இந்த முறையில் தகவலைக் குறியாக்கம் அல்லது குறிவிலக்கம் செய்வதற்கு, உரையின் ஒவ்வொரு எழுத்தும் படங்களாகவோ, குறியீடுகளாகவோ, குறிப்புச் செய்தியாகவோ, குறிப்பிட்ட எழுத்துக்களின் தொகுப்பாகவோ, எழுத்துக்களாகவோ அல்லது அவற்றின் கலவையாகவோ மாற்றியமைக்கப்படுகிறது. இதைப் பற்றிப் பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து மேலும் அறிந்துகொள்ளலாம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், வகுப்பில் உள்ள மாணவர்களை இரு அணிகளாகப் பிரித்து விளையாட்டு முறையில் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள பயிற்சித்தானை முடிக்குமாறு கூறுகிறார். இரு அணியில் உள்ளவர்களும் ஒவ்வொரு எழுத்திற்கும் பொருத்தமான குறிப்பு எண்களைக் கூற வேண்டும். ஒருவர் மட்டும் மற்றவர்கள் கூறும் குறிப்பு எண்களை அட்டவணையில் நிரப்ப வேண்டும். அதிகபடியாகவும், சரியாகவும் குறிப்பு எண்களைக் கூறுவதற்கேற்ப அணியினர் வெற்றிப்புள்ளிகளைப் பெறுவர்.

பயிற்சி தாள் 1 :- Additive Cipher [Key = 5]

கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை கூட்டல் மறை உரை (Additive Cipher) எண் குறியீடாக மாற்றவும்.

“mathematics is a unique symbolic language in which the whole world works and acts accordingly”

கூட்டல் மறை குறியீடுகளை மாற்றியமைக்க உதவும் குறிப்புகள்:

- * கூட்டல் மறைகுறியீடுகளை மாற்றியமைப்பதற்கு "குறிப்பு எண்" மட்டும் இருந்தால் போதுமானது. அதனைக் கொண்டு மற்ற எண்களுக்கான குறியீடுகளை வரிசையாக எழுதி அட்டவணையை நிரப்பிவிடலாம்.
- * உங்களால் ஆங்கில எழுத்துக்களுக்கு நிகழ்வெண் அட்டவணையினை (frequency table) உருவாக்க முடிந்தால், அது குறியீடாக மாற்றி எழுதத் தொடங்குவதற்கு உதவியாக இருக்கும்.
- * முதலில், அதிகமான எண்ணிக்கையில் மீண்டும் மீண்டும் வரும் எழுத்துகளுக்குரிய மறை குறியீடு எண்களை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
- * நன்கறிந்த ஒரேழுத்து (a அல்லது i) ஈரேழுத்து மற்றும் மூன்றேழுத்து வார்த்தைகள் (of, to, in, it, at, the, and, for, you இன்னும் பல) போன்றவைகளை நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.
- * மறைகுறியீடு உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எண்களைக் கண்டறிந்து அவற்றை சாதாரண உரையில் உள்ள அடுத்தடுத்த எழுத்துகளுக்காக நிரப்பிக்கொள்ளலாம்.

இப்போது, கொடுக்கப்பட்ட சாதாரண உரையை மறைகுறியீடு எண்ணாக மாற்றத் தொடங்கும் முன்பு கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள மறைகுறியீடு அட்டவணையை உருவாக்கவும். இங்கு குறிப்பு எண் (Key) = 5 என்பதால் முறையே $a = 05$, $b = 06$ எனத் தொடங்கி $z = 04$ வரை மறைகுறியீடு அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
எண்கள்	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
மறைகுறியீடு எண்கள்	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	00	01	02	03	04

மறைகுறியாக்கத்தை தொடங்குவதற்கு முன் ஆங்கில எழுத்துக்களின் நிகழ்வெண்களை (frequency of alphabets) அறிந்து கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள நிகழ்வெண் அட்டவணையினை உருவாக்குவோம்.

சாதாரண உரை	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
நிகழ்வெண்	8	1	6	3	5	0	3	5	7	0	1	5	3	5	5	0	1	3	5	4	3	0	4	0	2	0

மறைகுறியீடு அட்டவணை மற்றும் நிகழ்வெண் அட்டவணை ஆகியவற்றின் உதவியுடன் மறைகுறியீடு எண்களை நிரப்புவோம். முதலில் 5 அல்லது அதற்குமேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் ஆகும். அடுத்ததாக 2 முதல் 4 வரையிலான எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள், மீதமுள்ள எழுத்துகளுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள் எனக் கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு ஒவ்வொரு படிகளாக மறைகுறியீடு எண்களைப் பொருத்துவோம்.



படி 1: 5 அல்லது அதற்குமேற்பட்ட எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s	i	s	a	u	n	i	q	u	e	s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	05		12	09		05		13	07	23		13	23	05		18	13		09		23				19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e	i	n	w	h	i	c	h	t	h	e	w	h	o	l	e		
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18			05	09		13	18		12	13	07	12			12	09			12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d	w	o	r	k	s	a	n	d	a	c	t	s	a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	19	16				19			23		05	18		05	07	23		05	07	07	19			13	18		16	

படி 2: 2 முதல் 4 வரையிலான எண்ணிக்கையில் திரும்பத் திரும்ப வந்த எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s	i	s	a	u	n	i	q	u	e	s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23	13	23	05	25	18	13	25	09	23	03	17	19	16	13	07		

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e	i	n	w	h	i	c	h	t	h	e	w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	24	05	11	09	13	18	01	12	13	07	12	24	12	09	01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d	w	o	r	k	s	a	n	d	a	c	t	s	a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08	01	19	22	23	05	18	08	05	07	24	23	05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03	

படி 3: மீதமுள்ள எழுத்துக்களுக்கான மறைகுறியீடு எண்கள்

சாதாரண உரை	m	a	t	h	e	m	a	t	i	c	s	i	s	a	u	n	i	q	u	e	s	y	m	b	o	l	i	c
மறைகுறியீடு எண்கள்	17	05	24	12	09	17	05	24	13	07	23	13	23	05	25	18	13	21	25	09	23	03	17	06	19	16	13	07

சாதாரண உரை	l	a	n	g	u	a	g	e	i	n	w	h	i	c	h	t	h	e	w	h	o	l	e
மறைகுறியீடு எண்கள்	16	05	18	11	25	05	11	09	13	18	01	12	13	07	12	24	12	09	01	12	19	16	09

சாதாரண உரை	w	o	r	l	d	w	o	r	k	s	a	n	d	a	c	t	s	a	c	c	o	r	d	i	n	g	l	y
மறைகுறியீடு எண்கள்	01	19	22	16	08	01	19	22	15	23	05	18	08	05	07	24	23	05	07	07	19	22	08	13	18	11	16	03

எனவே, சாதாரண உரையின் கூட்டல் மறைகுறியீடு உரை (Additive Cipher text) பின்வருமாறு இருக்கும்.

“17 05 24 12 09 17 05 24 13 07 23 13 23 05 25 18 13 21 25 09 23 03 17 06 19 16 13 07
16 05 18 11 25 05 11 09 13 08 01 12 13 07 12 24 12 09 01 12 19 16 09 01 19 22 16 08
01 19 22 15 23 05 18 08 05 07 24 23 05 07 07 19 22 08 13 18 11 16 03”



கணித மன்ற அறையில் உள்ள புத்தகம்

(i) புதையலின் அடையாளம் (ii) புதையல் இருக்கும் இடம் (iii) புதையல் இருக்கும் அறை எண் மேலும், தேடலின் போது இக்குறிப்புகளை ஒரு தாளில் பதிவுச் செய்துக் கொண்டு பயன்படுத்திக் கொள்ளவும் அனுமதிக்கிறார்.

குறியீடு 1-பிக்பென் (Pigpen)

தகவல் – இக்குறியீட்டினைக் குறிவிலக்கம் செய்தால் மறைந்துள்ள நான்கு புத்தையல்களின் பெயர்களை நீங்கள் பெறுவீர்கள்.

I. குறிவிலக்கம் செய்து கட்டத்தை நிரப்பவும்

பிக்பென் (Pigpen) குறியீடு பார்ப்பதற்குப் பொருளற்று எழுதுவது போல் இருப்பினும் மிகவும் எளிதாகப் புரிந்துக்கொள்ளக் கூடியதாகும். ஒவ்வொரு எழுத்தும் அதைச் சுற்றியுள்ள பிக்பென் (Pigpen) பகுதிகளால் குறிக்கப்பட்டிருக்கும்

உங்களுக்காக முதல் குறியீடு மாற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ளது. மீதமுள்ளவற்றைக் அதே போன்று குறிவிலக்கம் செய்து கண்டறிக.

[illegible]

குறியீடு 2 – பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு (Polybius Square Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புத்தையலின் அடையாளத்தை
நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்

II. கோடிட்ட இடத்தை நிரப்புக

பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு என்பது கொடுக்கப்பட்ட எண்களை எழுத்துகளாக மாற்றியமைக்க உதவும் ஓர் அட்டவணையாகும். கொடுக்கப்பட்ட பாலிபியாஸ் சதுர மறைகுறியீடு அட்டவணையிலிருந்து தரப்பட்டுள்ள நிரை, நிரல் மதிப்பிற்குரிய எழுத்துகளாகக் கண்டறியலாம்.

5	A	B	C	D	E
4	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
2	Q	R	S	T	U
1	V	W	X	Y	Z
	1	2	3	4	5

A N D

குறியீடு 3 – அட்பாஷ் மறைகுறியீடு (Atbash Cipher)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் அறைஎண்ணை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம்.
(அறை எண்ணான 24 இலிருந்து 30 வரை உள்ள ஏதேனும் ஓர் எண்ணாக இருக்கலாம்)

III. அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்ட குறியீட்டைப் பயன்படுத்தித் தேவையான குறிப்பைப் பெறுக:

அட்பாஷ் மறை குறியீடு (Atbash Cipher) என்பது அனைத்து ஆங்கில எழுத்துகளையும் முழுவதுமாக வரிசைமாற்றி எழுதுவதாகும். அதாவது A விலிருந்து Z வரை உள்ள வரிசையை Z இலிருந்து A வரை மாற்றி எழுதுவதே ஆகும்.

சாதாரண உரை	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
மறைகுறியீடு உரை	Z	Y	X	W	V	U	T	S	R	Q	P	O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A

GSV ILN MFNYVI RH Z NFOGRKOV LU ULFI ZMW HVEVM
THE

குறியீடு 4 – பிரதிபலிப்பு குறியீடு அட்டவணை (Using a Key Reflection Table)

தகவல் – இக்குறியீட்டினை குறிவிலக்கம் செய்தால் புதையல் இருக்கும் இடத்தை நீங்கள் அறிந்துகொள்ளலாம். (இது உட்காருவதற்குப் பயன்படும்)

கொடுக்கப்பட்ட பிரதிபலிப்பு அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி எழுத்துகளுக்குரிய சரியான பிரதிபலிப்பு எழுத்துகளைக் கண்டறிந்து தேவையான குறிப்பைப் பெறுக.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕	↕
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

J V A Q B J - _____
P B Z C H G R E G N O Y R - _____
P U N V E - _____
P H O O B N E Q - _____

மாணவர்கள், அனைத்து குறிப்புகளையும் கண்டுபிடித்தவுடன் அக்குறிப்புகளை முறைப்படி வரிசைப்படுத்திப் புதையலைப் பெறுவதற்கான தீர்வைக் கண்டுபிடிக்குமாறு ஆசிரியர் சொல்கிறார்.

குறிப்புகள்

- _____
- _____
- _____
- _____

தீர்வு

- புதையல் இருக்கும் அறை எண் _____.
- புதையல் இருக்கும் இடம் _____.
- புதையலின் அடையாளம் _____.

(குறிப்பு – பயிற்சி 7.3 இல் உள்ள 5 ஆவது வினாவிற்கு விடையளித்து இருந்தால் நீங்கள் கண்டுபிடித்த புதையலுக்கான தீர்வைச் சரிபார்த்துக் கொள்ளலாம்)

(பரிசுக்கான பற்றுச்சீட்டில் (Gift Voucher) உங்களுக்கு 20 முழு மதிப்பெண்கள் வழங்கப்படுகிறது எனக் குறிப்பிடப்பட்டிருக்கும்)



- ## பயிற்சி 7.3

- 
- X1C1X7

1 A	2 B	3 C
4 D	5 E	6 F
7 G	8 H	9 I

10 J	11 K	12 L
13 M	14 N	15 O
16 P	17 Q	18 R

19 S		
20 T		21 U
	22 V	

23 W		
24 X		25 Y
	26 Z	



6. பிரவீன் சமீபத்தில் வாங்கிய புதிய இரு சக்கர வாகனத்தின் பதிவு எண்ணைப் பெற்றார். இங்கு அதன் கண்ணாடி பிரதிபலிப்பு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. சரியானப் பதிவு எண்ணிற்குரிய கண்ணாடி பிரதிபலிப்பினைக் காண்க.

T N 1 2 H 2 5 8 9

- (i) **6 8 9 2 H 2 1 N 1** (ii) **1 N 1 5 H 5 2 8 9**
 (iii) **9 8 2 5 H 5 1 N 1** (iv) **9 8 5 2 H 2 1 N 1**

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

7. கொடுக்கப்பட்டுள்ள (i) மற்றும் (ii) கேள்விகளில் ஒவ்வொரு தொகுப்பிலும் நான்கு எழுத்துகள் உள்ளன. அவற்றில் மூன்று தொகுப்புகள் ஒரே மாதிரியாகவும், ஒன்று மட்டும் வேறுபட்டும் உள்ளது எனில், வேறுபட்ட ஒன்று எது எனக் காண்க.
- (i) (அ) C R D T (ஆ) A P B Q (இ) E U F V (ஈ) G W H X
 (ii) (அ) H K N Q (ஆ) I L O R (இ) J M P S (ஈ) A D G J
8. எழுத்துகளின் தொகுப்பு ஒன்று கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொரு எழுத்துக்கும் தனித்தனியே எண் குறியீடு வழங்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுப்பு எழுத்துகளை இடம்பெயர்த்து மாற்றியமைத்தால் பொருளுள்ள வார்த்தைக் கிடைக்கும். அதன்படி, புதிதாகக் கண்டுபிடித்த வார்த்தைக்கான எண்குறியீடுகளைக் காண்க.

L I N C P E

1 2 3 4 5 6

- (அ) 2 3 4 1 5 6 (ஆ) 5 6 3 4 2 1 (இ) 6 1 3 5 2 4 (ஈ) 4 2 1 3 5 6

9. கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள (iii) மற்றும் (iv) கேள்விகள் ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியைச் சார்ந்துள்ளது. கொடுக்கப்பட்ட நான்கு தேர்வுகளிலிருந்து சரியான ஒன்றைத் தேர்ந்தெடுத்து எழுதவும்.
- (iii) ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில், 'MEDICINE' என்ற வார்த்தை 'EOJDJEFM' என மாற்றிக் குறியீடு செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'COMPUTER' என்ற வார்த்தைக்கான குறியீடு எது எனக் காண்க.
- (iii) (அ) C N P R V U F Q (ஆ) C M N Q T U D R
 (இ) R F U V Q N P C (ஈ) R N V F T U D Q
- (iv) ஒரு குறிப்பிட்ட குறியீடு மொழியில், 'PHONE' என்ற வார்த்தை 'S K R Q H' என மாற்றிக் குறியீடுச் செய்யப்பட்டுள்ளது எனில் 'RADIO' என்ற வார்த்தையை எவ்வாறு குறியீடு செய்யலாம்?
- (iii) (அ) S C G N H (ஆ) V R G N G (இ) U D G L R (ஈ) S D H K Q

7.8 ஒப்பிட்டு பொருள்களை வாங்குதல்

மாணவர்களே, உங்கள் அனைவருக்கும் அங்காடிக்குச் சென்று பொருள்கள் வாங்கிய (shopping) அனுபவம் இருக்கும் என்று நம்புகிறேன். உங்களுடைய அனுபவங்களை நாம் இப்போது பகிர்ந்துக்கொள்ளலாமா? உங்கள் அனுபவங்களைச் சார்ந்து சில கேள்விகளை எழுப்ப விரும்புகிறேன். உங்களுக்குத் தேவையான பொருள்களை வாங்கச் செல்லும்போது (i) கவர்ச்சிகரமான வண்ணம் அல்லது (ii) சிறந்த விலை அல்லது (iii) அளவில் பெரியதாக அல்லது (iv) பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவீர்களா? எம்மாதிரியாக நீங்கள் பொருள்களை வாங்கினாலும், இவை அனைத்திலும் இன்னும் ஒரு முக்கியமான விவரத்தைக் கவனத்தில் கொள்ள வேண்டும். அது என்ன? ஆம், காலாவதி தேதி, உறைக்குள் அடைத்து வைக்கப்படும் பொருள்களின் மீது அச்சிடப்பட்டிருக்கும்

காலாவதி தேதியை நீங்கள் எப்பொழுதாவது கவனித்திருக்கிறீர்களா? அதைப் கவனிப்பது மிகவும் முக்கியமாகும். மேலும் சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குவது என்பது அதன் விலை, தரம், அளவு, சலுகை விலை தள்ளுபடி மற்றும் வாங்கும் பொருள்களுக்கேற்ப மற்ற விவரங்கள் என அனைத்தையும் கவனத்தில் கொள்வதாகும்.

சந்தையிலோ அல்லது பல்பொருள் அங்காடியிலோ உங்கள் பணத்தைச் செலவழித்து பொருள்களையும் வாங்குவதற்கு முன், சிறந்த விலைகள், சிறந்த தரம் மற்றும் பிற நம்பகமான விவரங்களைக் கவனியுங்கள். அதுவே, புத்திசாலித்தனமாக பொருள்களை வாங்கும் முறையாகும்.

பின்வரும் சூழ்நிலைகளிலிருந்து ஒரு பொருளை வாங்குவதற்கு முன் புத்திசாலித்தனமான நுகர்வோர் எப்படியிருக்க வேண்டுமென்பதை கற்றுக்கொள்வோம்.

சூழ்நிலை:

ஆசிரியர், உங்களையும் உங்களுடைய நண்பரையும், ஒரு வாரத்திற்கு உங்கள் பள்ளி உணவகத்தின் பழப் பிரிவிற்கு பொறுப்பாளராக நியமிக்கிறார் என கருதிக்கொள்ளுங்கள். மேலும் அவர் தேவைப்படும்போது தானும் உங்களுக்கு உதவுவதாகக் கூறி, பின்வரும் வழிமுறைகளை எடுத்துரைக்கிறார்.

- ◇ உங்கள் தேவைப்பட்டியலின் படி 2 நாட்களுக்குத் தேவையான பழங்களை நீங்கள் வாங்க வேண்டும்.
- ◇ பொருள்களை வாங்குவதற்கு முன்பு பழங்களின் விலையை அறிந்து கொள்ள உங்களில் ஒருவர் சந்தை அங்காடிக்கும், மற்றொருவர் பல்பொருள் அங்காடிக்கும் செல்ல வேண்டும்,
- ◇ எந்த அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவது சிறந்ததாக இருக்கும் என்பதை நீங்களே மதிப்பிட வேண்டும்.

அதன் பிறகு,

- ◇ ஒவ்வொரு பழ வகையிலும் எவ்வளவு தேவை என்பதை அறிய உங்கள் தேவைப் பட்டியலைச் சரிபார்க்க வேண்டும்..
- ◇ இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியல்களிலிருந்து பழவகைகளின் எடை மற்றும் விலையை ஒப்பிட்டுப் பார்க்க வேண்டும்.
- ◇ அனைத்து வகைப் பழவகைகளையும் ஒரே இடத்தில் வாங்கச் சிறந்த அங்காடியினைத் தேர்ந்தெடுக்க வேண்டும்.
- ◇ இரண்டு அங்காடிகளின் விலைப் பட்டியலைப் பற்றி விவாதித்து ஒப்பிட்டுப் பாருங்கள், இதனால் பட்டியலிலுள்ள தேவையான பழங்களை எங்கு வாங்குவதென்று உங்களால் தீர்மானிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, இரண்டு கடைகளிலிருந்து மாதிரி விலைப் பட்டியல் சேகரிக்கப்பட்டு, கீழே உள்ள அட்டவணையில் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது:

கடையில் வாங்க வேண்டிய பொருட்களின் தேவைப்பட்டியல்

1. 20 கிலோ ஆப்பிள்
2. 20 கிலோ கொய்யா
3. 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரி
4. 20 டசன் வாழைப்பழம்



வ. எண்	பழங்களின் பெயர்	பல்பொருள் அங்காடி		சந்தை அங்காடி	
		அளவு	விலை (₹)	அளவு	விலை (₹)
1	ஆப்பிள்	1 கிலோ	120	1 கிலோ	110
2	கொய்யா	1 கிலோ	50	1 கிலோ	40
3	ஸ்ட்ராபெர்ரி	1 பெட்டி	80	1 பெட்டி	85
4	வாழைப்பழம்	1 டசன்	60	1 கிலோ	50

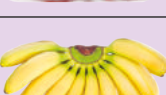
இப்போது, பல்பொருள் அங்காடி மற்றும் சந்தை அங்காடி இரண்டிலிருந்தும் தேவையான பழங்களின் மொத்த விலையைக் கணக்கிடுவோம்.

270 8 ஆம் வகுப்பு கணக்கு

பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள் 	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹120 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = $20 \times 120 = ₹2400$	2400
கொய்யா 	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹50 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = $20 \times 50 = ₹1000$	1000
ஸ்ட்ராபெர்ரி 	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹80 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = $30 \times 80 = ₹2400$	2400
வாழைப்பழம் 	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹60 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = $20 \times 60 = ₹1200$	1200

சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியல்:

பழங்களின் பெயர்	தேவையான பழங்களின் விலை	மொத்தத் தொகை (₹)
ஆப்பிள் 	1 கி.கி ஆப்பிளின் விலை = ₹110 20 கி.கி ஆப்பிள்களின் விலை = $20 \times 110 = ₹2200$	2200
கொய்யா 	1 கி.கி கொய்யாவின் விலை = ₹40 20 கி.கி கொய்யாக்களின் விலை = $20 \times 40 = ₹800$	800
ஸ்ட்ராபெர்ரி 	1 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரியின் விலை = ₹85 30 பெட்டி ஸ்ட்ராபெர்ரிகளின் விலை = $30 \times 85 = ₹2550$	2550
வாழைப்பழம் 	1 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = ₹50 20 டசன் வாழைப்பழங்களின் விலை = $20 \times 50 = ₹1000$	1000

இப்போது, நாம் பல்பொருள் அங்காடியின் விலைப் பட்டியலை சந்தை அங்காடியின் விலைப் பட்டியலுடன் ஒப்பிடுவோம்.

பழங்கள்	நம் தேவைகளுக்கேற்ப பொருள்களின் விலை (₹)	
	பல்பொருள் அங்காடி	சந்தை அங்காடி
20 கி.கி ஆப்பிள்	2400	2200
20 கி.கி கொய்யா	1000	800
30 பெட்டிகள் ஸ்ட்ராபெர்ரி	2400	2550
20 டசன் வாழைப்பழம்	1200	1000
மொத்தத் தொகை	7000	6550

மேலே உள்ள விலை ஒப்பீட்டிலிருந்து, நாம் சந்தை அங்காடியில் பழங்களை வாங்குவதென்பது அளவு மற்றும் விலையின் அடிப்படையில் சிறந்ததாக இருப்பதைக் காண்கிறோம். எனவே, இந்த விலைப் பட்டியல்களின்படி சந்தை அங்காடியில் பொருள்களை வாங்குவது அறிவார்ந்த முடிவாகும்.



செயல்பாடு

பின்வரும் நிபந்தனைகளின் படி கீழே விலைப் பட்டியலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள பொருள்களின் அளவுகளை மாற்றாமல் பொருள்களை வாங்க உங்களிடம் உள்ள மொத்தத் தொகை ₹220 உடன் ஒரு கடைக்குச் செல்கிறீர்கள் எனக் கொள்க.



நிபந்தனைகள்:

- முதலில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள அளவுகளுக்கான பொருள்களின் விலைப் பட்டியலை கணக்கீடு செய்துகொள்ள வேண்டும்.
- உங்கள் கையிலிருக்கும் தொகை ₹220 இக்கு மிகாமல் கொடுக்கப்பட்ட விலைப் பட்டியலின்படி நீங்கள் மூன்று பொருள்கள் வாங்க வேண்டும்.
- நீங்கள் பொருள்களை வாங்கிக் கொண்டு வீட்டிற்கு நடந்து செல்ல வேண்டும் என்பதால் 5 கி.கி. க்கு மிகாமல் பொருள்களை வாங்க வேண்டும்.

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

- நீங்கள் பொருள்களை வாங்குவதற்கேற்ப கீழேக் கொடுக்கப்பட்டுள்ள விலைப் பட்டியல்களை நிரப்புக. உங்களுக்காக ஒரு விலைப் பட்டியல் நிரப்பப்பட்டுள்ளது.
- எது சிறந்த விலைப் பட்டியல்? ஏன்?

விலைப் பட்டியல்				
வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி-மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	
3	சர்க்கரை	32.50	1.50	
4	கோதுமை	26.50	1.00	
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்				
வ. எண்	விளக்கம்	விலை / 1 கி (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
1	அரிசி	37.50	2.50	93.75
2	து. பருப்பு	62.00	1.00	62.00
3	கோதுமை	26.50	1.00	26.50
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				182.25

விலைப் பட்டியல்				
வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி-மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்				
வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி-மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

விலைப் பட்டியல்				
வ. எண்	விளக்கம்	1 கி.கி-மின் விலை (₹)	அளவு கி.கி	தொகை (₹)
மொத்த விலைப் பட்டியல் தொகை				

7.8.1 மாறுபட்ட அளவுகளுடைய கொள்கலன்களை ஒப்பிடுதல்

- பல நேரங்களில் பொருள்களானது வெவ்வேறு அளவுவைக் கொண்ட கொள்கலன்களில் கிடைக்கிறது.
- சில நேரங்களில், சிறிய அளவு கொள்கலன்களில் பொருள்களை அதிகமாக வாங்குவதை விட அதே பொருள்களைப் பெரிய அளவு கொள்கலன்களைத் தேர்ந்தெடுத்து வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும். எடுத்துக்காட்டாக, 200 மில்லி லிட்டர் பால் உறை 5 வாங்குவது என்பது, 1 லிட்டர் பால் உறை ஒன்று வாங்குவதைவிட அதிகமாக செலவாகும்.



- ❖ சில நேரங்களில், ஒரு கடையில் ஒரே பொருளுக்கு இரண்டு விலைகள் இருக்கும். தனியாக ஒரு பொருளை வாங்கும்போது ஒரு குறிப்பிட்ட விலையிலும், அதே பொருளை அதிக எண்ணிக்கையில் வாங்கும்போது குறிப்பிட்ட விலையிலிருந்து குறைத்தும் வாங்கலாம். எடுத்துக்காட்டாக, நிலக்கடலை எண்ணெய் 1 லிட்டர் புட்டி ரூ. 135 எனவும், 2 லிட்டர் புட்டி ரூ. 240 எனவும் விற்பனை செய்யும் போது நீங்கள் இரண்டு 1 லிட்டர் புட்டிகளை வாங்கினால், அது 2 லிட்டர் புட்டி ஒன்றின் விலையை விட அதிக விலையுள்ளதாக இருக்கும். இதுபோன்ற நேரங்களில் அதிக அளவுள்ள பொருள்களை வாங்கும் போது பணத்தைச் சேமிக்க முடியும்.
- ❖ சில நேரங்களில் அதிக அளவில் பொருளை வாங்கும்போது அப்பொருளைப் பயன்படுத்த முடியாமல் போகும் நிலைக்கு மாறுவதற்கு முன்போ அல்லது காலாவதியானதாக மாறும் முன்போ நாம் பயன்படுத்த முடியாமல் போகலாம். எனவே, எந்த அளவு கொள்கலன்களை வாங்குவது சிறந்தது என்பதை அறிய, ஒரு பொருளின் விலையினை (unit price) நாம் அறிந்து கொள்ள வேண்டும்.



செயல்பாடு

நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகையில் ஒரு லிட்டர் ₹250 ரூபாய்க்கு மிகாமல் ஒரே இரகத்தைச் சேர்ந்த 12 லிட்டர் சமையல் எண்ணெய்யை வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என கற்பனை செய்துக் கொள்ளுங்கள். ஒரு பல்பொருள் அங்காடியில், வெவ்வேறு உற்பத்தியாளர்களின் எண்ணெய் இரகங்களில் நிறைய சலுகைகள் உள்ளன. அவற்றில் சில சலுகைகள் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளன. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூர்த்தி செய்து, உங்களுக்கு எது சிறந்த சலுகை என்பதையும் அதனால் நீங்கள் சேமித்த தொகை எவ்வளவு என்பதைக் காண்க?

எது சிறந்த சலுகை?							
தயாரிப்பு (சமையல் எண்ணெய்)	அளவு (லிட்டரில்)	வழக்கமான விலை (₹)	சலுகை	சிறப்பு விலை (₹)	சேமிப்புத் தொகை (₹)	1 லிட்டர் விலை (₹)	12 லிட்டர் விலை (₹)
	1	293	₹ 50 தள்ளுபடி	243		243	
	2	850	1 லி + 1 லி சேர்ந்து	499	351 (850-499)	249.50	
	5+1 = 6	2000	5 லி வாங்கினால் 1 லி இலவசம்	1500			3000
	2+2 = 4	1486	1 வாங்கினால் 1 இலவசம்	743		185.75	
	1+1 = 2	850	சிறப்பு சலுகை 2 ஒரு லி ₹ 390	390		195	
	12 (1) = 12	5100	1 லி 12	1650	3450		

உங்களுக்குக்கான சிறந்த சலுகை விலை _____
நீங்கள் சேமித்த தொகை _____





இவற்றை முயல்க

ஆசிரியர் வகுப்பை நான்கு குழுக்களாகப் பிரித்து வகுப்பறையில் சந்தை அரங்கம் அமைத்து இரு குழுக்கள் வணிகர்களாகவும் இரு குழுக்கள் நுகர்வோர்களாகவும் நடிக்கச் சொல்கிறார். நுகர்வோர்களாக நடிக்கும் குழுமாணவர்கள் வெவ்வேறு அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்கி விலைப் பட்டியலைத் தயார்ச் செய்ய வேண்டும்.

ஸ்டார் உணவு அங்காடி (Star Food Mart) மற்றும் சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) என்ற இரண்டு பல்பொருள் அங்காடிகளில் இரு குழுக்களும் பொருள்களை வாங்குகின்றனர். ஸ்டார் உணவு அங்காடி ஒன்றில் (Star Food Mart) "தள்ளுபடி விலையிலும்" சூப்பர் மளிகைக் கடையிலும் (Super Provisions) "ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்" என்ற சலுகை விலைகளில் பொருள்கள் விற்பனை செய்யப்படுகின்றன.

Star Food Mart ஸ்டார் உணவு அங்காடி



₹114 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்லெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹30 தள்ளுபடி விலையில்



₹90 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்



₹60 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ₹20 தள்ளுபடி விலையில்



₹450 மதிப்புள்ள ஒரு பாக்லெட் சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ₹150 தள்ளுபடி விலையில்

Super Provisions சூப்பர் மளிகைக் கடை



₹180 மதிப்புள்ள ஒரு உறை சாக்லேட் பிஸ்கட் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்



₹150 மதிப்புள்ள பிரீமியம் மிட்டாய்கள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்



₹80 மதிப்புள்ள புரத பால் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்



₹580 மதிப்புள்ள ஒரு பாதாம் பருப்புகள் இப்போது ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம் சலுகை விலையில்



பின்வரும் கேள்விகளுக்குப் பதிலளிக்கவும்

I. நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

- 4 பாட்டில்கள் புரோட்டின் பால் (200 மில்லி அளவு),
- 2 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),
- 1 பாக்கெட் சாக்லெட் பிஸ்கட் மற்றும்
- 1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (500 கிராம்) – எனில்

- (i) நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் ஒரே அங்காடியில் வாங்கினால், குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?
- (ii) நீங்கள் வெவ்வேறு கடைகளிலிருந்து பொருள்களை வாங்க முடிந்தால், குறைந்த பட்ச பணத்தைச் செலவழிக்க அதை எவ்வாறு செய்வீர்கள்?

II. நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹1000 எனில் நீங்கள் வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் பட்டியல்:

- 6 பாட்டில்கள் புரோட்டின் பால் (200 மில்லி அளவு),
- 3 பாக்கெட் வேர்க்கடலை மிட்டாய்கள் (200 கிராம்),
- 3 பாக்கெட் சாக்லெட் பிஸ்கட் மற்றும்
- 1 பாக்கெட் பாதாம் பருப்புகள் (250 கிராம்)

- (i) உங்களின் கையிருப்புத்தொகை ₹1000 ஐ மிகாமல் நீங்கள் எந்த அங்காடியில் பொருள்களை வாங்க முடியும்?
- (ii) நீங்கள் ஒவ்வொரு பொருளையும் குறைந்த விலையில் எந்த அங்காடியில் வாங்க முடியும்?
- (iii) சூப்பர் மளிகைக் கடை (Super Provisions) பல்பொருள் அங்காடியில் "ஒன்று வாங்கினால் ஒன்று இலவசம்" என்ற சலுகை விலை விற்பனை "50% தள்ளுபடி" என்ற விற்பனைக்குச் சமமானதா?

7.9 பொதித்தல்

நாம் ஒரு பெட்டியிலோ அல்லது கைப்பெட்டியிலோ அல்லது அலமாரியிலோ பொருள்களை பொதித்து (packed) வைக்க முற்படும்போது, முதலில் நாம் எவ்வாறு அடைக்கப் போகிறோம் என்பதை தீர்மானிக்க வேண்டும், அந்த நிலையான இடத்தில் எத்தனைப் பொருள்களை அடைக்க முடியும்? இதற்கு ஒரு சிறந்த எடுத்துக்காட்டு என்னவென்றால், நீங்கள் பள்ளிக்குச் செல்லுவதற்கு முன்பு, உங்களது புத்தகப் பையில் தேவையான அனைத்துப் பொருள்களையும் (புத்தகங்கள், குறிப்பேடுகள், வடிவியல் பெட்டி, விளையாட்டு உபகரணங்கள், உணவு மற்றும் தண்ணீர் பாட்டில் போன்றவை) அடைக்க முயற்சி செய்வீர்கள் அல்லவா? எனவே, அவைகளை உங்கள் புத்தகப்பையில் அடைக்க முயற்சிக்கும்போது, உங்கள் புத்தகங்கள் சேதமடையக்கூடாது என்பதில் மிகத் தெளிவாக இருப்பீர்கள் அல்லவா? சிந்தியுங்கள்! ஒரு நண்பருக்கோ அல்லது குடும்ப உறுப்பினருக்கோ அல்லது மற்றவர்களுக்கோ பொருள்களை ஒரு பெட்டியில் பொதித்து (packed) அனுப்புவதற்கும் இதே விதிகள் பொருந்தும்.

இவை தவிர, தாள்கள், கண்ணாடி, காகிதம், மரம், துணி போன்ற பொருள்களை, சந்தையில் கிடைக்கும் அளவுகளை வீணாக்காமல் வெட்டுதல் மற்றும் அறை ஒதுக்கீடு, குறிப்பிட்ட இடத்தில் இருக்கை ஏற்பாடு, வாகனங்களை சரியான பாதையில் சீராக நிறுத்துதல் மற்றும் வன் வட்டு (hard disk), குறுவட்டு (CD) மற்றும் பென் டிரைவ் (pen drive) போன்ற சேமிப்பு சாதனங்களில் தரவை (data) சேமித்தல் போன்ற பல நிகழ்வுகளில் பொதித்தல் முறை பயன்படுகிறது.

பின்வரும் சூழ்நிலைகள் மற்றும் எடுத்துக்காட்டுகளிலிருந்து சில பொதித்தல் முறைகளைப் பயன்படுத்தி கைப்பைகள் அல்லது கொள்கலன்கள் அல்லது அறைகள் போன்றவற்றில் பொருள்களை எவ்வாறு அடைப்பது என்பதைப் புரிந்துகொள்ள முயற்சிப்போம்.



7.9.1 பொதித்தல் அணுகு முறைகள் – பகுதிப்படுத்துதல் முறை

இம்முறையில், நாம் பொருள்களை பை அல்லது கொள்கலன்களில் நிரப்புவது என்பது, ஒவ்வொரு பொருளின் எடை, மதிப்பு மற்றும் எண்ணிக்கையை நிர்ணயிக்கக்கூடியதாக இருக்கிறது. அந்த கொள்கலனின் மொத்த எடையானது ஒரு குறிப்பிட்ட வரம்பை விட குறைவாகவோ அல்லது சமமாகவோ இருக்கவேண்டும். அடைக்கும் பொருள்களின் மொத்த மதிப்பானது சாத்தியமான மிகப் பெரியத் தொகையாக இருக்கவேண்டும். பகுதிப்படுத்துதல் முறையானது கையில்வைத்திருக்கும் தொகையில் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்குவதற்கான நுட்பத்தைப் பயன்படுத்த உதவுகிறது. பின்வரும் சூழ்நிலையிலிருந்து இந்த முறையைப் பற்றி மேலும் அறிந்து கொள்வோம்.

சூழ்நிலை:

படத்தில் கொடுக்கப்பட்டுள்ள எடையில் சில காய்கறிகளையும், பழங்களையும் உங்களால் முடிந்த அளவு அதிகமானப் பொருள்களை கையில் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் வாங்க விரும்புகிறீர்கள் என்று வைத்துக் கொள்வோம், மேலும் 15 கிலோ எடையைச் சுமக்கும் திறன் கொண்ட கைப்பை உங்களிடம் உள்ளது. மொத்த பொருள்களின் எடை 15 கி.கி வை விட அதிகமாக இருப்பதால் நீங்கள் அனைத்துப் பொருள்களையும் உங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் ₹550 இக்குள் வாங்க முடியாது. எனவே, எவ்வாறு நீங்கள் வைத்திருக்கும் தொகை ₹550 இக்குள் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கலாம் என்பதைக் கண்டறிய, சில அணுகுமுறைகளை முயல்வோம். அதற்காகப் நீங்கள் வாங்க விரும்பும் பொருள்களை அவற்றின் எடைகள் மற்றும் விலையுடன் கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ளதுப்போல் அட்டவணைப்படுத்தலாம்.

		
₹ 60 / 1 கி.கி	₹ 30 / 1 கி.கி	₹ 35 / 1 கி.கி
		
₹ 80 / 1 கி.கி	₹ 30 / 1 கி.கி	₹ 17.50 / 1 கி.கி
		
		₹ 20 / 1 கி.கி

படம் 7.20

பொருள்கள்							
எடை (கி.கி)	1	3	5	4	1	3	2
விலை (₹)	60	105	150	70	80	90	40

அணுகுமுறை I-அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், அதிகபட்ச விலைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இங்கே அட்டவணையில் அதிகபட்ச விலை ₹150 ஆகும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிக்கவும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	5	15-5=10	150.00
	3	10-3=7	105.00

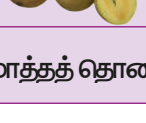


	3	$7-3=4$	90.00
	1	$4-1=3$	80.00
	3	$3-3=0$	$70 \times \frac{3}{4} = 52.50$
மொத்த தொகை	15 கி.கி		472.50

அதிபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க மீதம் 3 கி.கி பப்பாளி வாங்கினால் போதும். எனவே, 3 கிலோ பப்பாளியின் விலை ₹52.50 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹472.50 ரூபாய் செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை II-குறைந்தபட்ச எடையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், குறைந்தபட்ச எடைக்கேற்ப பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். இங்கே, நாம் அதிகமான பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்க முடியும். இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	1	$15-1=14$	60
	1	$14-1=13$	80
	2	$13-2=11$	40
	3	$11-3=8$	105
	3	$8-3=5$	90
	4	$5-4=1$	70
	1	$1-1=0$	$150 \times \frac{1}{5} = 30$
மொத்தத் தொகை	15 கி.கி		475





அதிகபட்சமாக பொருளின் எடை 15 கி.கி ஆக இருக்க, மீதம் 1 கி.கி சப்போட்டா வாங்கினால் போதும். எனவே, 1 கிலோ சப்போட்டாவின் விலை ₹30 எனக் கணக்கிட்டு, 15 கிலோ காய்கறிகள் மற்றும் பழங்களை வாங்க இந்த அணுகுமுறையில் ₹475 செலவிடுவோம்.

அணுகுமுறை III -1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை வாங்குதல்:

இந்த அணுகுமுறையில், 1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களைத் தேர்ந்தெடுக்கிறோம். (பொருள்களின் 1 கிலோவிற்கான விலையை நாம் கணக்கிட வேண்டும்) இப்போது, நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் தொகையில் காய்கறிகளையும் பழங்களையும் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கவும் மற்றும் மொத்த விலையைக் கண்டுபிடிப்பதற்கும் அட்டவணைப்படுத்துவோம். (மேற்கூறிய அட்டவணையில் எடை மற்றும் விலையைக் கருத்தில் கொள்க).

பொருள்கள்	எடை (கி.கி)	விலை 1 கிலோ	மீதி வாங்க வேண்டிய பொருள்களின் எடை (கி.கி)	விலை (₹)
	1	80	$15-1=14$	80
	1	60	$14-1=13$	60
	3	35	$13-3=10$	105
	5	30	$10-5=5$	150
	3	30	$5-3=2$	90
	2	20	$2-2=0$	40
மொத்த தொகை	15 கி.கி			520

இந்த அணுகுமுறையில், பப்பாளி தவிர அனைத்து காய்கறிகளையும் பழங்களையும் நம் கையிலிருக்கும் தொகைக்குள் அதிகபட்ச விலையுடன் 15 கிலோவுக்கு மிகாமல் வாங்கலாம். இம்மூன்று அணுகுமுறைகளையும் ஒப்பிட்டு பார்த்தால், இரண்டாம் அணுகுமுறையில் நாம் அதிகமானப் பொருள்களை வாங்க முடியும், ஆனால் குறைந்தபட்சத் தொகையை மட்டுமேச் செலவிட முடியும். மூன்றாவது அணுகுமுறையில் அதிகபட்சமானத் தொகையைப் பயன்படுத்தி 15 கி.கி பொருள்களை வாங்கியதனால் சிறந்தது என்று இம்முறையை நாம் கூறலாம். இல்லையா?



பயிற்சி 7.3

- பின்வருவனவற்றுள் பொருள்களை வாங்குவதற்கான சிறந்த வழியைக் காண்க.
 - ₹175 இக்கு 5 இனிப்புக் கட்டிகள் அல்லது ₹114 இக்கு 3 இனிப்புக் கட்டிகள்.
 - பாஸ்கர் $1\frac{1}{2}$ டசன் முட்டைகளை ₹81 இக்கு வாங்குவது அல்லது அருணா 15 முட்டைகளை ₹64.50 இக்கு வாங்குவது.
- பின்வரும் பொருள்களை வாங்குவதற்கு, புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகளின் சிறப்புச் சலுகை விலையில் வாங்கினால் மொத்தமாக நீங்கள் செலவழிக்கும் தொகை எவ்வளவு? $\frac{1}{2}$ கிலோ லட்டு, 1 கிலோ கட்டிகை (cake), 6 ரொட்டித் துண்டுகள்.

புதிய அடுமனை மற்றும் இனிப்புத் தயாரிப்புகள்

20%
தள்ளுபடி

1 கிலோ
லட்டு
₹245



1 கிலோ
கட்டிகை (cake)
₹550



ரொட்டித்
துண்டுகள்
₹20



- கொடுக்கப்பட்டப் படத்திலிருந்து விலைப் பட்டியலைத் தயார் செய்க.
 $1\frac{1}{2}$ கிலோ ஆப்பிள், 2 கிலோ மாதுளை, 2 கிலோ வாழைப்பழம், 3 கிலோ மாம்பழம், வாங்கத் திட்டமிட்டு

அங்காடி 1

அங்காடி 2

புதிதாகத் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட பழங்கள் மற்றும் காய்கறிகள்

அனைத்துப் பொருள்களுக்கும் 15% சலுகை

ஆப்பிள்
1 கிலோ
₹168



கேரட்
1 கிலோ
₹19



தக்காளி
1 கிலோ
₹46



வெங்காயம்
1 கிலோ
₹22



மாம்பழம்
1 கிலோ
₹39



மாதுளை
1 கிலோ
₹82



வாழைப்பழம்
1 கிலோ
₹45



பப்பாளி
1 கிலோ
₹36



உருளைக்கிழங்கு
1 கிலோ
₹21



ப்ரோக்கோலி
250 கி
₹45



புதியப் பண்ணை பழங்கள் மற்றும் காய்கறிகள்

ஆப்பிள்
1 கிலோ
~~₹168~~
₹148



கேரட்
1 கிலோ
~~₹19~~
₹17



தக்காளி
1 கிலோ
~~₹45~~
₹38



வெங்காயம்
1 கிலோ
~~₹22~~
₹21



மாம்பழம்
1 கிலோ
~~₹39~~
₹35



மாதுளை
1 கிலோ
~~₹82~~
₹75



வாழைப்பழம்
1 கிலோ
~~₹45~~
₹43



பப்பாளி
1 கிலோ
~~₹36~~
₹30



உருளைக்கிழங்கு
1 கிலோ
~~₹21~~
₹18



ப்ரோக்கோலி
250 கி
~~₹45~~
₹37





4. படத்தில் கொடுக்கப்பட்டிருக்கும் மளிகைப் பொருள்களை கையில் வைத்திருக்கும் ₹1000 இக்குள் வாங்க விரும்புகிறீர்கள். மேலும் உங்களிடம் 7 கிலோ எடையை சுமக்கும் கை பை உள்ளது எனில், 1 கி.கி பொருளுக்கான அதிகபட்ச விலையின் அடிப்படையில் பொருள்களை அட்டவணைப்படுத்தி 7 கிலோவிற்கு மிகாமல் நீங்கள் கையில் வைத்திருக்கும் பணத்திற்கு அதிகபட்சமாக செலவிடும் தொகை எவ்வளவு எனக்ணக்கிடுக.

கடையில் வாங்க வேண்டிய பொருட்களின் தேவைப்பட்டியல்

1. 2 கி.கி சிவப்பு மிளகாய்
2. 2 கி.கி கொத்தமல்லி
3. 1 கி.கி பூண்டு
4. 1 கி.கி புளி
5. 2 கி.கி துவரம் பருப்பு

சிவப்பு மிளகாய்	கொத்தமல்லி	பூண்டு	புளி	துவரம் பருப்பு
₹145/1 கி.கி.	₹130/1 கி.கி.	₹82/1 கி.கி.	₹99/1 கி.கி.	₹78/1 கி.கி.

கொள்குறி வகை வினாக்கள்

5. இணையம் அல்லது தொலைக்காட்சி விளம்பரங்கள் மூலம் வணிகர்கள் பொருள்களை வாங்க வைக்கக் கையாளும் யுக்திகள்
- (அ) சிறப்பு இசையைப் பயன்படுத்துதல்
- (ஆ) கவர்ச்சிகரமான படங்களைப் பயன்படுத்துதல்
- (இ) இப்பொருள் நமக்குத் தேவை என்ற எண்ணத்தைத் தூண்டுவது
- (ஈ) மேற்கூறிய அனைத்தும்
6. நான் பொருள்கள் வாங்க அங்காடிக்குச் சென்றால்,
- (அ) கவர்ச்சிகரமானதாகத் தோன்றும் பொருள்களை வாங்குவேன்
- (ஆ) எனது நண்பரிடம் இருக்கும் பொருள்களைப் போல வாங்குவேன்
- (இ) நான் வாங்க வேண்டிய பொருள்களை வாங்குவேன்
- (ஈ) நான் கடையில் முதலில் பார்க்கும் பொருள்களை வாங்குவேன்
7. சிறந்த முறையில் பொருள்களை வாங்குதல் என்பது
- (அ) எப்போதும் சிறந்த பெயர் பெற்ற அங்காடிகளில் பொருள்களை வாங்குதல்
- (ஆ) வாங்குவதற்கு முன் சில அங்காடிகளில் பொருள்களை ஒப்பிடுதல்
- (இ) எனது நண்பர்கள் வாங்கிய பொருள்களைப் போல வாங்குதல்
- (ஈ) எப்போதும் வாங்கும் ஒரு வழக்கமான கடையில் பொருள்களை வாங்குதல்