ਚੱਕਰ

ਅਧਿਆਇ - 10

ਅਭਿਆਸ : 10.1

(1) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਕਿੰਨੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ?

ਉੱਤਰ:- ਅਸੀਮਿਤ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ।

(2) ਖਾਲੀ ਥਾਵਾਂ ਭਰੋ:-

(i) ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਉਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।

(ii) ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਕੱਟਣ ਵਾਲੀ ਰੇਖਾ ਨੂੰ ਛੇਦਕ ਰੇਖਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

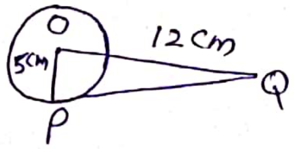
(iii) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ।

(iv) ਚੱਕਰ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

(3) 5 ਸਮ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਵਾਲੇ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ PQ ਕੇਂਦਰ O ਤੋਂ ਜਾਣ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਰੇਖਾ ਬਿੰਦੂ Q ਤੇ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮਿਲਦੀ ਹੈ ਕਿ OQ = 12 ਸਮ। PQ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(A) 12 ਸਮ (B) 13 ਸਮ (C) 8.5 ਸਮ (D) $\sqrt{119}$ ਸਮ

ਉੱਤਰ:-



$OP = 5\,cm$

$OQ = 12\,cm$

$\because OP \perp PQ$

$\angle OPQ = 90^\circ$

ΔOPQ ਵਿੱਚ;

$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$(12 \text{ ਸਮ})^2 = (5 \text{ ਸਮ})^2 + PQ^2$

$144 \text{ ਸਮ}^2 = 25 \text{ ਸਮ}^2 + PQ^2$

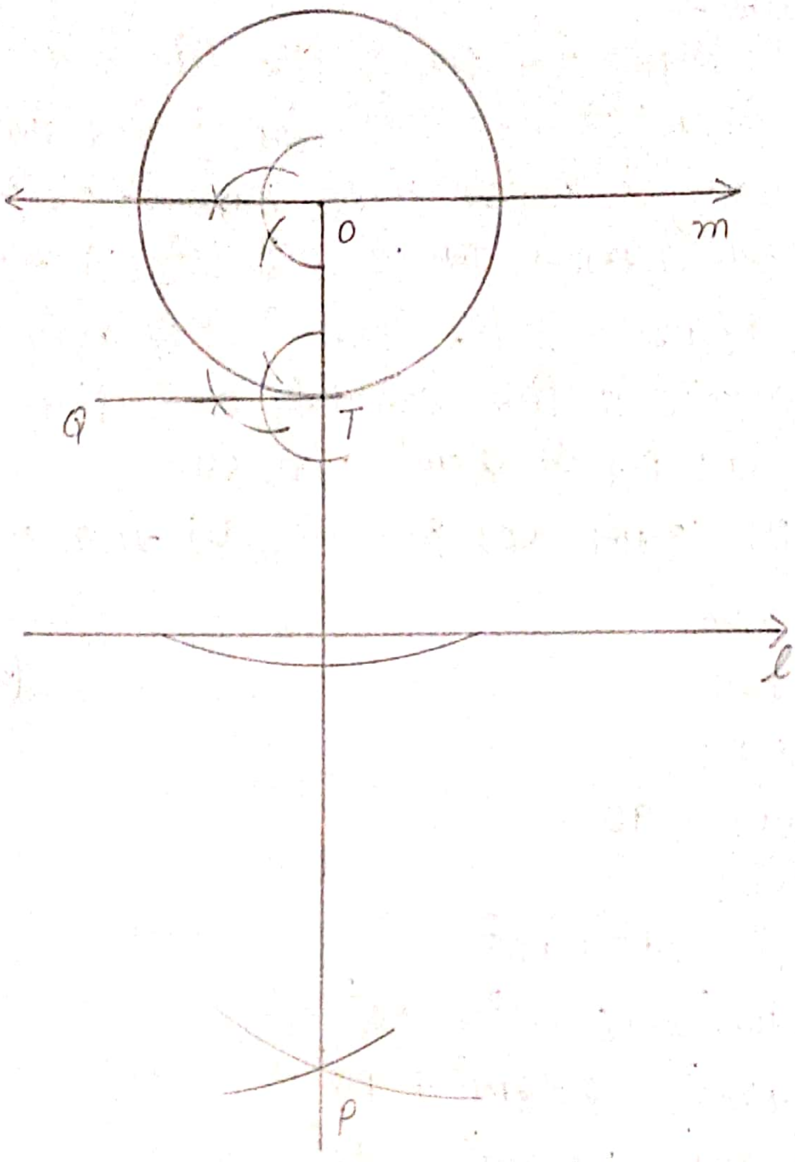
$144 \text{ ਸਮ}^2 - 25 \text{ ਸਮ}^2 = PQ^2$

$119 \text{ ਸਮ}^2 = PQ^2$

$\boxed{PQ = \sqrt{119} \text{ ਸਮ}}$

Scanned with CamScanner

(4) ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਖਿੱਚੋ ਅਤੇ ਇਕ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਰੇਖਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਦੋ ਅਜਿਹੀਆਂ ਰੇਖਾਵਾਂ ਖਿੱਚੋ ਕਿ ਉਨ੍ਹਾਂ ਵਿਚੋਂ ਇਕ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੋਵੇ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਚੱਕਰ ਦੀ ਛੇਦਕ ਰੇਖਾ ਹੋਵੇ।

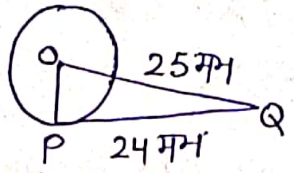


ਅਭਿਆਸ - 10.2

(1) ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ Q ਤੋਂ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 24 ਸਮ ਅਤੇ Q ਦੀ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਦੂਰੀ 25 ਸਮ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ—

(A) 7 ਸਮ (B) 12 ਸਮ (C) 15 ਸਮ (D) 24.5 ਸਮ

ਉੱਤਰ :- ΔOPQ ਵਿੱਚ,



$\angle OPQ = 90^\circ$

$OQ = 25$ ਸਮ, $PQ = 24$ ਸਮ

ਸਮਕੋਣੀ ਤ੍ਰਿਭੁਜ OPQ ਵਿੱਚ;

$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$(25\text{ ਸਮ})^2 = OP^2 + (24\text{ ਸਮ})^2$

$625\text{ ਸਮ}^2 = OP^2 + 576\text{ ਸਮ}^2$

$OP^2 = 625\text{ ਸਮ}^2 - 576\text{ ਸਮ}^2$

$OP^2 = 49\text{ ਸਮ}^2$

$(OP)^2 = (7\text{ ਸਮ})^2$

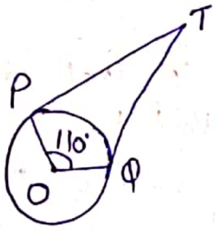
$\boxed{OP = 7\text{ ਸਮ}}$

ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 7 ਸਮ

(2) ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ ਜੇਕਰ TP, TQ ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਤੇ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ ਕਿ $\angle POQ = 110^\circ$ ਤਾਂ $\angle PTQ$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

(A) 60° (B) 70° (C) 80° (D) 90°

ਉੱਤਰ :- TP ਅਤੇ TQ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ।



$\angle POQ = 110^\circ$

$\angle OPT = \angle OQT = 90^\circ$

ਚਤੁਰਭੁਜ OPTQ ਵਿੱਚ;

$\angle POQ + \angle OPT + \angle PTQ + \angle OQT = 360^\circ$ [ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਚਾਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 360° ਹੁੰਦਾ ਹੈ]

$110^\circ + 90^\circ + \angle PTQ + 90^\circ = 360^\circ$

$290^\circ + \angle PTQ = 360^\circ$

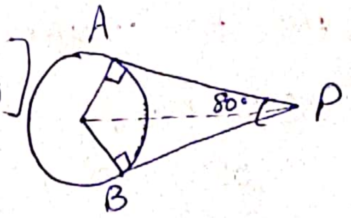
$\angle PTQ = 360^\circ - 290^\circ$

$\boxed{\angle PTQ = 70^\circ}$

Scanned with CamScanner

③ ਜੇਕਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ O ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਤੇ PA, PB ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਆਪਸ ਵਿੱਚ 80° ਦੇ ਕੋਣ ਤੇ ਝੁਕੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ $\angle POA$ ਬਰਾਬਰ ਹੈ—

(A) 50° (B) 60° (C) 70° (D) 80°



$\angle OAP = \angle OBP = 90°$ [∵ AP ਅਤੇ BP ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ]

$\angle APB = 80°$ (ਦਿੱਤਾ ਹੈ)

ਚਤੁਰਭੁਜ OAPB ਵਿੱਚ;

$\angle AOB + \angle OAP + \angle APB + \angle OBP = 360°$ [∵ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੇ ਚਾਰ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 360° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।]

$\angle AOB + 90° + 80° + 90° = 360°$

$\angle AOB + 260° = 360°$

$\angle AOB = 360° - 260°$

$\angle AOB = 100°$

ΔAOP ਅਤੇ ΔBOP ਵਿੱਚ;

$\angle PAO = \angle PBO$ (90°)

$OA = OB$ (ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

$OP = OP$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

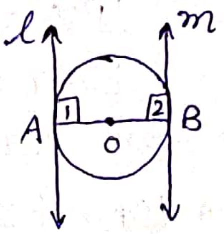
$\therefore \Delta AOP \cong \Delta BOP$

RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ;

$\angle POA = \angle POB = \frac{100°}{2} = 50°$ (CPCT)

$\therefore \boxed{\angle POA = 50°}$

④ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਆਸ ਦੇ ਸਿਰਿਆਂ ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਸਮਾਂਤਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- AB ਚੱਕਰ ਦਾ ਵਿਆਸ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ। l ਅਤੇ m ਚੱਕਰ ਦੀਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਜੋ ਕਿ ਕ੍ਰਮਵਾਰ A ਅਤੇ B ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੋਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $l \parallel m$

ਸਬੂਤ:- ਰੇਖਾ l ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ AO ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।

$\therefore \angle 1 = 90°, \quad \angle 2 = 90°$

$\angle 1 + \angle 2 = 90° + 90° = 180°$

∴ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਦੇ ਇੱਕ ਪਾਸੇ ਦੇ ਅੰਦਰਲੇ ਕੋਣਾਂ ਦਾ ਜੋੜ 180° ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

$\therefore l \parallel m$

Scanned with CamScanner

(5) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਤੇ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਲੰਬ ਕੇਂਦਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ AB ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ ਜਿਸ ਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ।

ਨਾਲ, ਮੰਨ ਲਓ $PQ \perp AB$ ਹੈ ਜਿਹੜਾ O ਵਿੱਚੋਂ ਨਹੀਂ ਲੰਘਦਾ।

ਪਰੰਤੂ ਅਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਤੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

$\therefore \angle OPB = 90^\circ$

ਪਰੰਤੂ $\angle QPB = 90^\circ$ (ਰਚਨਾ ਦੁਆਰਾ)

$\therefore \angle OPB = \angle QPB = 90^\circ$, ਜਿਹੜਾ ਕਿ ਸੰਭਵ ਨਹੀਂ ਹੈ।

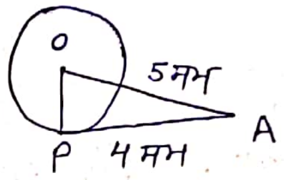
ਇਸ ਲਈ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਤੇ ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਲੰਬ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ ਹੋ ਕੇ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

(6) ਇਕ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ, ਜੋ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਦੇ ਕੇਂਦਰ ਤੋਂ 5 ਸਮ ਦੂਰੀ ਤੇ ਹੈ, ਚੱਕਰ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ 4 ਸਮ ਹੈ। ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਪਤਾ ਕਰੋ।

AP = 4 ਸਮ

OA = 5 ਸਮ

$\angle OPA = 90^\circ$



ਸਮਕੋਣ ΔOAB ਵਿੱਚ

$$OA^2 = OP^2 + PA^2$$

$$(5\text{ ਸਮ})^2 = OP^2 + (4\text{ ਸਮ})^2$$

$$25\text{ ਸਮ}^2 = OP^2 + 16\text{ ਸਮ}^2$$

$$25\text{ ਸਮ}^2 - 16\text{ ਸਮ}^2 = OP^2$$

$$9\text{ ਸਮ}^2 = OP^2$$

$$OP^2 = (3\text{ ਸਮ})^2$$

$$\boxed{OP = 3\text{ ਸਮ}}$$

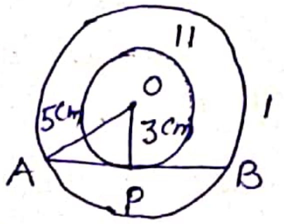
ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ = 3 ਸਮ

Scanned with CamScanner

⑦ ਦੋ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰਾਂ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ 5 ਸਮ ਅਤੇ 3 ਸਮ ਹਨ। ਵੱਡੇ ਚੱਕਰ ਦੀ ਜੀਵਾ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਛੋਟੇ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਸਪਰਸ਼ ਕਰਦੀ ਹੋਵੇ।

ਮੰਨ ਲਓ ਚੱਕਰ (I) ਅਤੇ (II) ਦੋ ਸਮਕੇਂਦਰੀ ਚੱਕਰ ਹਨ ਜਿਸਦਾ ਕੇਂਦਰ O ਹੈ।

ਮੰਨ ਲਓ AB ਚੱਕਰ (I) ਦੀ ਜੀਵਾ ਹੈ।



$OP = 3$ ਸਮ

$OA = 5$ ਸਮ

$\angle OPA = 90^\circ$

ਸਮਕੋਣ ΔOAP ਵਿੱਚ

$OA^2 = OP^2 + AP^2$

$(5\text{ ਸਮ})^2 = (3\text{ ਸਮ})^2 + AP^2$

$25\text{ ਸਮ}^2 = 9\text{ ਸਮ}^2 + AP^2$

$25\text{ ਸਮ}^2 - 9\text{ ਸਮ}^2 = AP^2$

$16\text{ ਸਮ}^2 = AP^2$

$AP^2 = (4\text{ ਸਮ})^2$

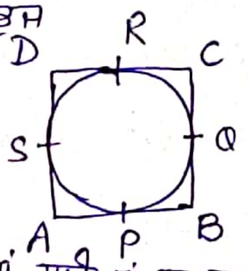
$AP = 4$ ਸਮ

$AB = 2 \times AP$

$AB = 2 \times 4\text{ ਸਮ} = 8$ ਸਮ

⑧ ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਬਾਹਰਲੇ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਛੂਹਦਾ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $AB + CD = AD + BC$

ਦਿੱਤਾ ਹੈ: ਇੱਕ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਬਾਹਰਲੇ ਪਾਸਿਆਂ ਤੋਂ ਛੂਹਦਾ ਚਤੁਰਭੁਜ ABCD ਖਿੱਚਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ: $AB + CD = AD + BC$

ਸਬੂਤ: ਬਿੰਦੂ A ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

$\therefore AP = AS$ —① [∵ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।]

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ; $BP = BQ$ —②

$CR = CQ$ —③

$DR = DS$ —④

①, ②, ③ ਅਤੇ ④ ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ;

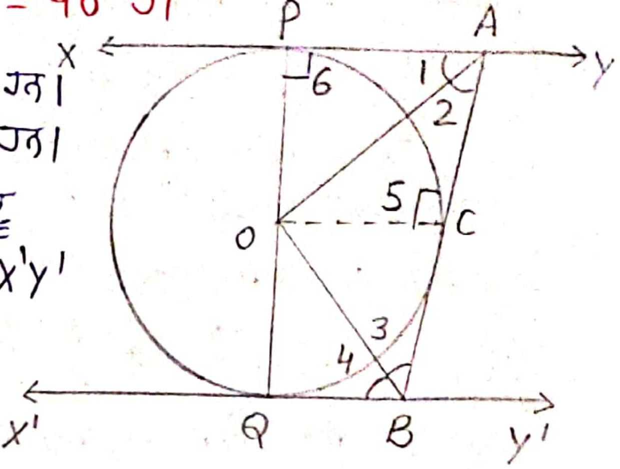
$(AP + BP) + (CR + DR) = AS + BQ + CQ + DS$

$AB + CD = (AS + DS) + (BQ + CQ)$

$AB + CD = AD + BC$

Scanned with CamScanner

(9) ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ xy ਅਤੇ x'y', O ਕੇਂਦਰ ਵਾਲੇ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ ਅਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ AB, xy ਨੂੰ A ਅਤੇ x'y' ਨੂੰ B ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ। ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ $\angle AOB = 90^\circ$ ਹੈ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- XY ਅਤੇ X'Y' ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹਨ। ਜੋ ਕਿ ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਤੇ ਸਥਿਤ ਹਨ। ਇੱਕ ਹੋਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ AB ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਕਰਦੀ ਹੋਈ XY ਨੂੰ A ਅਤੇ X'Y' ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ B ਤੇ ਕੱਟਦੀ ਹੈ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $\angle AOB = 90^\circ$

ਰਚਨਾ:- OC ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ।

ਸਬੂਤ:- OC ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ ਅਤੇ AB, ਬਿੰਦੂ C ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ।

$\therefore \angle OCA = 90^\circ$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ, $\angle OPA = 90^\circ$

ਸਮਕੋਣ ΔOAC ਅਤੇ ΔOAP ਵਿੱਚ;

$\angle 5 = \angle 6$ (90°)

$OA = OA$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$OC = OP$ (ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

$\therefore \Delta OAC \cong \Delta OAP$ (RHS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ)

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ (CPCT) $\quad \angle 2 = \frac{1}{2}\angle A$ —(1)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ; $\angle 3 = \frac{1}{2}\angle B$ —(2)

(1) ਅਤੇ (2) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ;

$\angle 2 + \angle 3 = \frac{1}{2}(\angle A + \angle B)$

$\angle 2 + \angle 3 = \frac{1}{2} \times 180^\circ$ [$\because$ XY || X'Y' ਅਤੇ AB ਇਕ ਕਾਟਵੀਂ ਰੇਖਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $\angle A + \angle B = 180^\circ$]

$= 90^\circ$

ΔOAB ਵਿੱਚ;

$\angle AOB + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

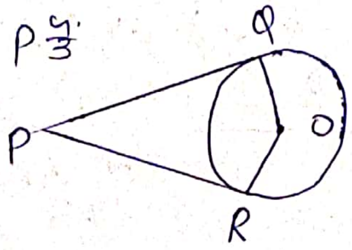
$\angle AOB + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ$

$\boxed{\angle AOB = 90^\circ}$

Scanned with CamScanner

(10) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦਾ ਵਿਚਕਾਰਲਾ ਕੋਣ ਸਪਰਸ਼ ਬਿੰਦੂਆਂ ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੇ ਰੇਖਾਖੰਡ ਦੁਆਰਾ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਬਣੇ ਕੋਣ ਦਾ ਸੰਪੂਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ਕੇਂਦਰ O ਵਾਲੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ P ਤੋਂ ਦੋ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ PQ ਅਤੇ PR ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- $\angle P + \angle QOR = 180^\circ$

ਰਚਨਾ:- OQ ਅਤੇ OR ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ।

ਸਬੂਤ:- PQ ਇਕ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੈ ਅਤੇ OQ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਹੈ।

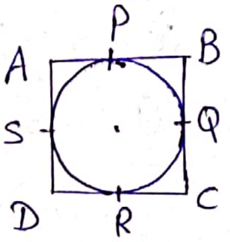
$\therefore \angle OQP = 90^\circ$ —(1) [ਕਿਉਂਕਿ ਚੱਕਰ ਦਾ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਤੇ ਲੰਬ ਹੁੰਦਾ ਹੈ]

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ $\angle ORP = 90^\circ$ —(2)

ਚਤੁਰਭੁਜ PQOR ਵਿੱਚ;

$$\angle P + \angle OQR + \angle QOR + \angle ORP = 360^\circ$$
$$\angle P + 90^\circ + \angle QOR + 90^\circ = 360^\circ$$
$$\angle P + \angle QOR + 180^\circ = 360^\circ$$
$$\angle P + \angle QOR = 360^\circ - 180^\circ$$
$$\boxed{\angle P + \angle QOR = 180^\circ}$$

(11) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਕਿਸੇ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਪਾਸੇ ਬਣਿਆ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਦਿੱਤਾ ਹੈ:- ABCD ਇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਚੱਕਰ ਨੂੰ ਬਾਹਰਲੇ ਪਾਸੇ ਬਣਿਆ ਹੈ।

ਸਿੱਧ ਕਰਨਾ:- ABCD ਇੱਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

ਸਬੂਤ:- ਬਿੰਦੂ A ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰ ਸਥਿਤ ਹੈ।

$\therefore AP = AS$ —(1) [$\because$ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ]

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ; $BP = BQ$ —(2)

$CR = CQ$ —(3)

$DR = DS$ —(4)

(1), (2), (3) ਅਤੇ (4) ਨੂੰ ਜੋੜਨ ਤੇ;

$$AP + BP + CR + DR = AS + BQ + CQ + DS$$
$$(AP + BP) + (CR + DR) = (AS + DS) + (BQ + CQ)$$
$$AB + CD = AD + BC \quad \text{—(5)}$$

P.T.O.

Scanned with CamScanner

(11) ∵ ABCD ਇਕ ਸਮਾਂਤਰ ਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

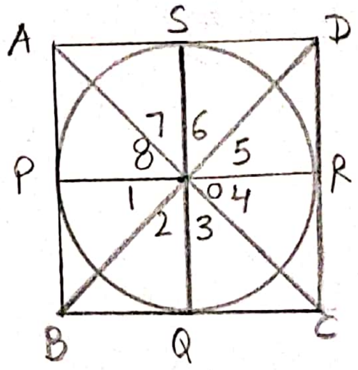
∴ $AB = CD$ ਅਤੇ $AD = BC$

ਸਮੀਕਰਣ (5) ਤੋਂ;

$$AB + CD = AD + BC$$
$$AB + AB = BC + BC$$
$$2AB = 2BC$$
$$AB = BC$$

ABCD ਇਕ ਸਮਚਤੁਰਭੁਜ ਹੈ।

(13) ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰਲੇ ਪਾਸੇ ਬਣਾਈ ਹੋਈ ਚਤੁਰਭੁਜ ਦੀਆਂ ਆਮ੍ਹਣੇ ਸਾਹਮਣੇ ਦੀਆਂ ਭੁਜਾਵਾਂ ਕੇਂਦਰ ਤੇ ਸੰਪੂਰਕ ਕੋਣ ਬਣਾਉਂਦੀਆਂ ਹਨ।



A ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਬਿੰਦੂ ਹੈ।

$AP = AS$

$BP = BQ$

$CQ = CR$

$DR = DS$

[∵ ਚੱਕਰ ਦੇ ਬਾਹਰੀ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਖਿੱਚੀਆਂ ਗਈਆਂ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾਵਾਂ ਦੀਆਂ ਲੰਬਾਈਆਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ।]

OP, OQ, OR ਅਤੇ OS ਨੂੰ ਮਿਲਾਇਆ।

ΔOBP ਅਤੇ ΔOBQ ਵਿੱਚ;

$OP = OQ$ (ਅਰਧ ਵਿਆਸ)

$OB = OB$ (ਸਾਂਝੀ ਭੁਜਾ)

$BP = BQ$

∴ $\Delta OBP \cong \Delta OBQ$ (SSS ਸਰਬੰਗਸਮਤਾ)

$\angle 1 = \angle 2$ (CPCT)

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ; $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$, $\angle 7 = \angle 8$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ \quad \text{(ਪੂਰਾ ਕੋਣ)}$$
$$\angle 1 + \angle 1 + \angle 4 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 5 + \angle 8 + \angle 8 = 360^\circ$$
$$2(\angle 1 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 8) = 360^\circ$$
$$\angle 1 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 8 = \frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$$
$$(\angle 1 + \angle 8) + (\angle 4 + \angle 5) = 180^\circ$$
$$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ$$

ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ; $\angle BOC + \angle AOD = 180^\circ$

Scanned with CamScanner