Chapter 12
தனிநிலைக் கணிதம்

Ex 12.1

கேள்வி 1.
கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள கணங்களின் மீது வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும் * ஓர் ஈருறுப்புச் செயலியா எனத் தீர்மானிக்க .
(i) ℝ-ன் மீது a * b = a . |b|
(ii) A = {1, 2, 3, 4, 5} – ன் மீது a * 5 = (a, b) -ல் சிறியது.
(iii) ℝ -ன் மீது (a*b) = a √b
தீர்வு:
(i) ℝ -ன் மீது a = a . |b|
கொடுக்கப்பட்ட ℝ -ன் மீது a* b = a • |b| a, b ∈ ℝ என்க
பிறகு a * b = a. |b| ∈ ℝ.
ஆதலால் a • |b| = ab, b> 0 எனில்
= -ab, b < 0 எனில்
∴ a * (b) = a . |b| ∈ ℝ
ஆம் * ஆனது ℝ-ன் மீதான ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(ii) A = {1, 2, 3, 4, 5} – ன் மீது a * b = (a, b) -ல் சிறியது.
a, b ∈ A என்க
பிறகு (a, b) -ல் சிறியது. = a அல்லது b மற்றும் a, b ∈ A
∴ a * b = (a,b)-ல் சிறியது ∈ A
ஆம் * ஆனது ℝ-ன் மீதான ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

(iii) ℝ -ன் மீது (a * b) = a √b
a, b = ℝ என்க [∴ குறை எண்களின் வர்க்க மூலம் ℝ-ல் இல்லை]
a * b = a b√ = ℝ, b < 0 எனில்
எனவே* ஆனது ℝ-ன் மீதான ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல.

கேள்வி 2.
ℤ -ன் மீது ⓧ என்ற செயலி பின்வருமாறு வரையறுக்கப்பட்டுள்ளது. (m ⓧ n)=m^n + n^m: ∀m, I n ∈ ℤ. *ஆனது -ன் மீது அடைவுப் பண்பை பெற்றுள்ளதா?
தீர்வு: கொடுக்கப்பட்ட m ⊗ n = m^n + n^m ∀m, n ∈ ℤ m, n ∈ ℤ என்க .
m = -3, n = 2 எனக் கொள்க.

∴ m ⓧ n = $(-3)^2 + 2^{-3}$
= $9 + \frac{1}{8} = \frac{72+1}{8} = \frac{73}{8} \notin \mathbb{Z}$
∴ ⓧஆனது, $\mathbb{Z}$-ன் மீது அடைவு பெறவில்லை .

கேள்வி 3.
$\mathbb{R}$-ன் மீது * ஆனது (a*b) = a + b + ab – 7 என வரையறுக்கப்பட்டால் * ;$\mathbb{R}$ – ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், 3 * $(\frac{-7}{15})$ காண்க.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட a* b = a + b + ab – 7

$$3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = 3 - \frac{7}{15} + \cancel{3}^{1}\left(\frac{-7}{\cancel{15}_{5}}\right) - 7$$

[இங்கு $a = 3, b = \frac{-7}{15}$**]**

$$= 3 - \frac{7}{15} - \frac{21}{15} - 7$$

$$= \frac{45 - 7 - 21 - 105}{15} = \frac{-88}{15}$$

$$\therefore 3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = \frac{-88}{15}$$

கேள்வி 4.
A = {a + $\sqrt{5}$ b: a,b ∈ $\mathbb{Z}$} என்க. வழக்கமான பெருக்கல் A -ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயல் ஆகுமா என பரிசோதிக்க.
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட A = {a + $\sqrt{5}$b, a, b ∈ z}
C = a + $\sqrt{5}$ b என்க
B = c + $\sqrt{5}$ d ∈ A
இங்கு a, b, c, d ∈ $\mathbb{Z}$
∴ C . B = (a + $\sqrt{5}$ b). (c + $\sqrt{5}$ d)
= ac + $\sqrt{5}$ ad + cb $\sqrt{5}$ + 5bd
= (ac + 5 bd) + $\sqrt{5}$ (ad + bc) = A [∵ ac + 5 bd ∈ $\mathbb{Z}$ மற்றும் ad + bc ∈ $\mathbb{Z}$]

∴ C. B ∈ A ∀a, b, c, d, ∈ ℤ

∴ வழக்கமான பெருக்கல் A-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.

கேள்வி 5.

(i) *என்ற ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ℚ -ன் மீது பின்வருமாறு வரையறுக்கப் படுகிறது. இந்த * ஆனது, அடைவுப் பண்பு, பரிமாற்றுப் பண்பு . சேர்ப்புப் பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்கிறதா எனச் சோதிக்க

a*b=($\frac{a+b}{2}$); ∀a, b ∈ ℚ.

(ii) *ஆனது, சமனிப் பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவை, ℚ -ன் மீது உண்மையாகுமா எனச் சோதிக்க.

a*b=($\frac{a+b}{2}$); ∀ a, b ∈ ℚ

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட a* b = $\frac{a+b}{2}$ ∀a. b ∈ ℚ.

(i) அடைவுப் பண்பு :

a, b ∈ ℚ என்க

∴ a * b = $\frac{a+b}{2}$ ∈ ℚ

[∵ கூட்டல் மற்றும் பெருக்கல் ℚ-ல் அடைவுப் பண்பு பெற்றுள்ளது]

ℚ-ல் * அடைவுப் பண்பு பெற்றுள்ளது.

(ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

a, b = ℚ என்க.

பிறகு a * b = $\frac{a+b}{2}$ = $\frac{b+a}{2}$ = b * a

∴ a * b = b * a ∀a, b ∈ ℚ

∴ Qஇல் * பரிமாற்றுப் பண்புடையதாகும்.

சேர்ப்புப் பண்பு

a, b, c ∈ ℚ என்க

a * (b * c) = (a * b) * c

a = 2, b = 3, c =-5 என்க

∴ a * (b * c) = 2 * (3 * -5)

$= 2 * (\frac{3-5}{2})$

$= 2 * (-1) = \frac{2+(-1)}{2}$

$= \frac{1}{2}$ .....(1)

இங்கு $(a * b) * c = (2 * 3) * (-5)$

$$= \left(\frac{2+3}{2}\right) * (-5)$$

$$= \frac{5}{2} * -5 = \frac{\frac{5}{2}+(-5)}{2}$$

$$= \frac{5-10}{4} = \frac{-5}{4} \quad ...(2)$$

(1) மற்றும் (2)லிருந்து, a * (b * c) = (a * b) * c

∴ ℚ இல் * சேர்ப்புப் பண்பு இல்லை.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட $a * b = \frac{a+b}{2}$, இங்கு a, b ∈ ℚ

a, b ∈ ℚ என்க

a * e = e * a = a என்ற உறுப்பை பின்வருமாறு காண வேண்டும்.

a = 5 என்க, பிறகு 5 * e = 5

$$\Rightarrow \frac{5+e}{2} = 5 \Rightarrow 5 + e = 10$$

$a = \frac{2}{3}$ **என்க. பிறகு** $\frac{2}{3} * e = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2}{3}+e}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} + e = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow e = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

சமனி உறுப்பு ஒவ்வொரு உறுப்புக்கும் மாறுவதால், ℚ-வில் சமனி உறுப்பு இல்லை

∴ * க்கு ℚ -வில் சமனி பண்பு இல்லை .
∴ * க்கு ℚ- வில் எதிர்மறை பண்பு இல்லை .
எனவே சமனி மற்றும் எதிர்மறை பண்பு ஈருறுப்பு செயலி * க்கு இல்லை .

கேள்வி 6.
* என்ற ஈருறுப்புச் செயலி ஆனது A = {a, b, c} என்ற கணத்தின் மீது
பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்பட்டால் பின்வரும் பட்டியலைப் பூர்த்தி செய்க.

*	a	b	c
a	b		
b	c	b	a
c	a		c

தீர்வு:
A இல் கொடுக்கப்பட்ட * பரிமாற்று பண்புடையது
கொடுக்கப்பட்ட b * a = c ⇒ a * b = c
கொடுக்கப்பட்ட c * a = a ⇒ a * c = a
கொடுக்கப்பட்ட b * c = a ⇒ c * b = a
எனவே

*	a	b	c
a	b	c	a
b	c	b	a
c	a	a	c

கேள்வி 7.
A = {a, b, c, d} என்ற கணத்தின் மீது * என்ற ஈருறுப்புச் செயலியை பின்வரும் பட்டியலுடன் கருதுக.

*	a	b	c	d
a	a	c	b	d
b	d	a	b	c
c	c	d	a	a
d	d	b	a	c

இது மாற்றுப்பண்பு மற்றும் சேர்ப்புப் பண்புகளைப் பெற்றுள்ளதா?
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்ட A = {a, b, c, d} மற்றும் * பின்வருமாறு

வரையறுக்கப்படுகிறது.

*	*a*	*b*	*c*	*d*
a	*a*	*c*	*b*	*d*
b	*d*	*a*	*b*	*c*
c	*c*	*d*	*a*	*a*
d	*d*	*b*	*a*	*c*

அட்டவணையிலிருந்து
(i) a * b = C மற்றும் ba = d
⇒ A இல் * பரிமாற்று பண்பை பெறவில்லை .
(ii) a * (b * c) = (a * b) * C என்பதை சரிபார்க்க
⇒ a * (b) = c * c
⇒ c # a
∴ A இல் * ஆனது சேர்ப்பு பண்பை நிறைவு செய்யவில்லை.

கேள்வி 8.

A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, C = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ என்பவைகள் ஒரே மாதிரியான வகையினை உடைய ஏதேனும் மூன்று பூலியன் அணிகள் எனில்,

(i) A ∨ B

(ii) A ∧ B

(iii) (A ∨ B) ∧ C

(iv) (A ∧ B)∨C

ஆகியவைகளைக் காண்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,

B = $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் C = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ மற்றும் } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(i) $A \vee B$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vee \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1\vee 0 & 0\vee 1 & 1\vee 0 & 0\vee 1 \\ 0\vee 1 & 1\vee 0 & 0\vee 1 & 1\vee 0 \\ 1\vee 1 & 0\vee 0 & 0\vee 0 & 1\vee 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[$\because a \vee b = (a, b)$ பெரியது]

(ii) $A \wedge B$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1\wedge 0 & 0\wedge 1 & 1\wedge 0 & 0\wedge 1 \\ 0\wedge 1 & 1\wedge 0 & 0\wedge 1 & 1\wedge 0 \\ 1\wedge 1 & 0\wedge 0 & 0\wedge 0 & 1\wedge 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[$\because a \wedge b = (a, b)$ பெரியது]

(iii) $(A \vee B) \wedge C$

(1) லிருந்து,

$$\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&1&1&1\\1&0&0&1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&0\\1&1&1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}$$

(iv) $(A \wedge B) \vee C$

(ii) லிருந்து

$$\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\end{pmatrix}\vee\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&0\\1&1&1&1\end{pmatrix}$$

$$(A \wedge B) \vee C=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\0&1&1&0\\1&1&1&1\end{pmatrix}$$

கேள்வி 9.

(i) M = $\left\{\begin{pmatrix}x&x\\x&x\end{pmatrix} : x \in \mathbb{R}-\{0\}\right\}$ என்க.

* என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க. * ஆனது M-ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா எனத் தீர்மானிக்க. அவ்வாறெனில்,

* ஆனது M -ன் மீது பரிமாற்றுப் பண்பு, சேர்ப்புப் பண்புகளையும் நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.

(ii) M = $\left\{\begin{pmatrix}x&x\\x&x\end{pmatrix} : x \in \mathbb{R}-\{0\}\right\}$* என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க.

* ஆனது M -ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா எனத் தீர்மானிக்க. அவ்வாறெனில்,

* ஆனது M -ன் மீது சமனிப்பண்பு, மற்றும் எதிர்மறைப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமா எனவும் சோதிக்க. மற்றும் * என்பது அணி பெருக்கல்

தீர்வு:

(i) கொடுக்கப்பட்ட $M = \left\{\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} - \{0\}\right\}$

மற்றும் * என்பது அணி பெருக்கல்

$$A = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$ மற்றும்

$$B = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} \in M$$ என்க.

இங்கு $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$.

$$A * B = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix} \in M$$

$$[\because 2xy \in \mathbb{R} - \{0\}]$$

∴ M இல் * ஆனது அடைவுப் பண்புடையது.

பரிமாற்று பண்பு

$$A * B = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}$$ என அறிவோம் ...(1)

$x, y \in R - \{0\}$ என்க.

இங்கு $$B * A = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} xy + xy & xy + xy \\ xy + xy & xy + xy \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix}$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, A * B = B * A

∴ M-ல் *க்கு பரிமாற்றுப் பண்பு உண்டு .

சேர்ப்புப் பண்பு

$$A = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}$$ மற்றும்

$$C = \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix}$$ என்க.

இங்கு $x, y, z \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$(A * B) * C = \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} z & z \\ z & z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2xyz + 2xyz & 2xyz + 2xyz \\ 2xyz + 2xyz & 2xyz + 2xyz \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4xyz & 4xyz \\ 4xyz & 4xyz \end{pmatrix} \quad ...(1)$$

இங்கு $A * (B * C) = A * \begin{pmatrix} 2yz & 2yz \\ 2yz & 2yz \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 2yz & 2yz \\ 2yz & 2yz \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4xyz & 4xyz \\ 4xyz & 4xyz \end{pmatrix} \quad ...(2)$$

(1) மற்றும் (2) லிருந்து, $(A * B) * C = A * (B * C)$

$\therefore$ M இல் *க்கு சேர்ப்பு பண்பு உண்டு.

(ii) கொடுக்கப்பட்ட $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in \mathbb{R} - \{0\} \right\}$

மற்றும் * என்பது அணி பெருக்கல்

$$A = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix}$$ மற்றும்

$$B = \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix} \in M$$ என்க.

இங்கு $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$.

$$A * B = \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y & y \\ y & y \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} xy + xy & xy + xy \\ xy + xy & xy + xy \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2xy & 2xy \\ 2xy & 2xy \end{pmatrix} \in M.$$

$$[\because 2xy \in \mathbb{R} - \{0\}]$$

$\therefore$ M இல் அடைவுப் பண்பு நிறைவு செய்யப்படுகிறது.

சமனி 2 × 2 அணிகளின் சமனி $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \notin M$

$\therefore$ M இல் *க்கு சமனி உறுப்பு இல்லை .

எதிர்மறை :

சமனி உறுப்பு இல்லை எனவே எதிர்மறை பண்பும் இல்லை .

கேள்வி 10.

(i) A = ℚ\{1} என்க. A-ன் மீது* பின்வ ருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. xy = x + y – xy.

* ஆனது A-ன்மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், A-ன் மீது
* ஆனது பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.

(ii) A = Q\{1} என்க. A-ன் மீது * பின்வ ருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.xy = x + y – xy.

* ஆனது A -ன் மீது அடைவு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், A-ன் மீது
* ஆனது சமனிப்பண்பு மற்றும் எதிர்மறைப் பண்புகளை நிறைவு செய்யுமா எனச் சோதிக்க.

தீர்வு:

(i) கொடுக்கப்பட்ட A = {Q\ {1}}

x * y = x + y – xy

எனுமாறு A இல் வரையறுக்கப்படுகிறது.

x, y ≠ 1 என்க

$\therefore$ x * y = x + y – xy

இங்கு x + y – xy # 1

x + y -.xy = 1 என்க

$x + y – xy – 1 = 0$
$(x – 1) – y(x – 1) = 0$
$(x – 1) (1 – y) = 0$
$x = 1$ அல்லது $y = 1$ இது தவறாகும். [∵ x, y # 1]
∴ நமது அனுமானம் தவறு.
∴ x + y – xy # 1
A இல் * ஆனது ஒரு ஈருறுப்புச் செயலி.
பரிமாற்றுப் பண்பு
x, y ∈ A ⇒ x, y # 1 என்க .
∴ x * y = x + y – xy'
மற்றும் y * x = y + x – yx
⇒ x + y = y * x ∀x, y ∈ A .
*க்கு A இல் பரிமாற்றுப் பண்பு உண்டு.
சேர்ப்புப் பண்பு x, y, z ∈ A ⇒ x, y, z + 1 என்க .
கருது (x * y) * z = (x + y – xy) * z
= x + y – xy + z – (x + y – xy)z
= x + y – xy + z – xz – yz +xyz
= x + y + z – xy – yz – zx + xyz ………….. (1)
= x + y + z – yz – x (y + z – yz)
= x + y + z – yz – zy – xz + xyz …..(2)
(1) மற்றும் (2) லிருந்து, (x * y) * z = x * (y * z) A இல் *க்கு சேர்ப்புப் பண்பு உண்டு.

(ii) சமனிப் பண்பு
e ∈ A என்ற உறுப்பை பின்வருமாறு காண வேண்டும்.
a * e = e * a = a
⇒ a + e – ae = a
⇒ e – ae = 0
⇒ e(1 – a) = 0
⇒ e = 01−a = 0 ∈ A
* க்கு A இல் சமனி உண்டு .

எதிர்மறை பண்பு

ஒவ்வொரு a ∈ Aக்கும் a' ∈ A ஆனது பின்வருமாறு

உள்ள து a * d' = a' * a = e

⇒ a + a' – aa' = 0 [∵ e = 0]

⇒ a + a'(1 – a) = 0

⇒ a'(1 – a) = -a

$a' = \frac{-a}{1-a}$

நிரூபிக்க $\frac{-a}{1-a} \neq 1$

$\frac{-a}{1-a} = 1$ என்க

⇒ -a = 1 – a

⇒ -a – a + a = 1 ⇒ 0 ≠ 1

∴ நமது அனுமானம் தவறு.

⇒ $\frac{-a}{1-a} \neq 1$

∴ x ∈ Aக்கு A இல் எதிர்மறை பண்பு உண்டு.

Ex 12.2

கேள்வி 1.
p என்பது “ஜுபிடர் ஒரு கோளாகும்” மற்றும் q என்பது “இந்தியா ஒரு தீவு”. பின்வரும் கூற்றுகளுக்குரிய வார்த்தைகளுடன் கூடிய வாக்கியங்களை அமைக்க.
(i) p
(ii) $p \wedge \neg q$
(iii) $\neg p \vee q$
(iv) $p \to q$
(v) $p \leftrightarrow q$
தீர்வு:
கொடுக்கப்பட்டp : ஜுபிடர் ஒரு கோளாகும் மற்றும் q : இந்தியா ஒரு தீவு
(i) $\neg p$: ஜுபிடர் ஒரு கோள் அல்ல.
(ii) $p \wedge \neg q$: ஜுபிடர் ஒரு கோள் மற்றும் இந்தியா ஒரு தீவு அல்ல.
(iii) $p \vee q$: ஜுபிடர் ஒரு கோள் அல்ல அல்லது இந்தியா ஒரு தீவு.
(iv) $p \to \neg q$: ஜுபிடர் ஒரு கோள் எனில் இந்தியா ஒரு தீவு அல்ல.
(v) $p \leftrightarrow q$: ஜுபிடர் ஒரு கோள் எனில் இந்தியா ஒரு தீவு.

கேள்வி 2.
p மற்றும் ஏ என்ற கூற்று மாறிகளைக் கொண்டு பின்வரும் ஒவ்வொரு வாக்கியத்தையும் குறியீட்டு அமைப்பில் எழுதுக.
(i) 19 ஒரு பகா எண் அல்ல மற்றும் ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்கள் சமம்.
(ii) 19 ஒரு பகா எண் அல்லது ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்களும் சமமல்ல.
(iii) 19 ஒரு பகா எண் மற்றும் ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்களும் சமம்.
(iv) 19 ஒரு பகா எண் அல்ல.
தீர்வு:
p: 19 ஒரு பகா எண்
q : ஒரு முக்கோணத்தின் அனைத்து கோணங்கள் சமம் என்பன இரண்டு தனி கூற்றுகள் என்க.
(i) 19 ஒரு பகா எண் அல்ல மற்றும் $\neg p \wedge 4$ முக்கோணத்தின் எல்லா கோணங்களும் சமம்.
(ii) 19 ஒரு பகா எண் அல்லது $p \wedge \neg q$ முக்கோணத்தின் எல்லா கோணங்களும் சமமில்லை .
(iii) 19 ஒரு பகா எண் அல்லது $p \wedge q$ முக்கோணத்தின் எல்லா கோணங்களும் சமம்.
(iv) 19 ஒரு பகா எண் அல்ல $\neg p$.

கேள்வி 3.
பின்வரும் கூற்றுகளுக்கு மெய்மதிப்பை தீர்மானிக்க
(i) $6 + 2 = 5$ எனில், பாலின் நிறம் வெண்மை .
(ii) சீனா ஐரோப்பாவில் உள்ளது அல்லது √3– ஒரு முழு எண்.
(iii) 5 + 5= 9 என்பது மெய்யல்ல அல்லது பூமி ஒரு கோள்.
(iv) 11 ஒரு பகா எண் மற்றும் ஒரு செவ்வகத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சமம்.
தீர்வு:
பின்வரும் கூற்றுகளுக்கு மெய்மதிப்பை தீர்மானிக்க.
(i) $6 + 2 = 5$ எனில், பாலின் நிறம் வெண்மை .
p: $6 + 2 = 5$ என்க .
q : பாலின் நிறம் வெண்மை என்பது இரண்டு தனி கூற்றுகள் என்க.
q -ன் முடிவானது $\mathbb{T}$ என்பதால் $p \to q$ -ன் மெய் மதிப்பு $\mathbb{T}$ ஆகிறது.

(ii) சீனா ஐரோப்பாவில் உள்ளது அல்லது √3 ஒரு முழு எண்
p : சீனா ஐரோப்பாவில் உள்ளது என்க.
q : 3–√ ஒரு முழு எண் என்பன இரண்டு தனி கூற்றுகள் என்க.
$p \vee q$ இன் மெய்மதிப்பு $\mathbb{F}$ ஏனெனில் இரண்டு கூற்றுகளின் முடிவுகளும் $\mathbb{F}$.

(iii) $5 + 5 = 9$ என்பது மெய்யல்ல அல்லது பூமி ஒரு கோள்.
P: $5 + 5 = 9$ என்பது மெய்
q : பூமி ஒரு கோள் என்பது இரண்டு தனி கூற்றுகள் என்க.
q -ன் முடிவானது $\mathbb{T}$ என்பதால் $\neg p \vee q$ -ன் மெய் மதிப்பு 1 ஆகிறது.

(iv) 11 ஒரு பகா எண் மற்றும் ஒரு செவ்வகத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சமம்.
p: 11 ஒரு பகா எண்.
q : செவ்வகத்தின் எல்லா பக்கங்களும் சமம் என்பன இரண்டு தனி கூற்றுகள் என்க.
q -ன் முடிவானது $\mathbb{F}$ என்பதால் $p \vee q$-ன். மெய்மதிப்பு $\mathbb{F}$ ஆகிறது.

கேள்வி 4.
பின்வரும் வாக்கியங்களில் எது கூற்று?
(i) $4 + 7 = 12$
(ii) நீ என்ன செய்து கொண்டிருக்கிறாய்?
(iii) $3^n \leq 81, n \in \mathbb{N}$
(iv) மயில் நமது தேசிய பறவை
(v) இந்த மலை எவ்வளவு உயரம்!
தீர்வு:
வாக்கியங்கள்
(i) $4 +7 = 12$
(iii) $3^n \leq 81, n \in \mathbb{N}$ மற்றும் 1.
(iv) மயில், நமது தேசிய பறவை என்ற கூற்றுகள் மெய் அல்லது பொய்.

கேள்வி 5.
பின்வரும் கூற்றுகள் சம்பந்தமான மறுதலை, எதிர்மறை மற்றும் நேர்மாறுகளை எழுதுக.

(i) x , y என்ற எண்க ள் x = y, என்றவாறு உள்ளது எனில், பின்னர் .$x^2 = y^2$
(ii) ஒரு நாற்கரம் ஒரு சதுரம் எனில், பின்னர் இது ஒரு செவ்வகமாகும்.
தீர்வு:
(i) x , y என்ற எண்கள் x = y என்றவாறு உள்ளது எனில், பின்னர் $x^2 = y^2$
மறுதலைக் கூற்று :
x , y என்ற எண்கள் $x^2 = y^2$ என்றவாறு உள்ளது எனில், பின்னர் x = y
மறுதலைக் ! கூற்று
எதிர்மறைக் கூற்று :
x , y என்ற எண்கள் x ≠ y என்றவாறு உள்ளது எனில், பின்னர்.$x^2 \neq y^2$ எதிர்மறைக் கூற்று
நேர்மாறுக் கூற்று :
x , y என்ற எண்கள் $x^2 \neq y^2$ என்றவாறு ! உள்ளது எனில், பின்னர் $x^2 \neq y^2$ நேர்மாறுக் கூற்று.

(ii) ஒரு நாற்கரம் ஒரு சதுரம் எனில், பின்னர், இது ஒரு செவ்வகமாகும்.
மறுதலைக் கூற்று:
ஒரு நாற்கரம் ஒரு செவ்வகம் எனில், பின்னர் இது ஒரு சதுரமாகும்.
எதிர்மறைக் கூற்று :
ஒரு நாற்கரமானது ஒரு சதுரம் ! இல்லையெனில், பின்னர் அது செவ்வகமும், இல்லை .
நேர்மாறுக் கூற்று :
ஒரு நாற்கரமானது ஒரு செவ்வகம் ! இல்லையெனில், பின்னர் அது சதுரமும் இல்லை .

கேள்வி 6.
பின்வரும் கூற்றுகளுக்கு மெய்மை – அட்டவணைகளை அமைக்க.
(i) $\neg p \wedge \neg q$
(ii) $\neg(p \wedge \neg q)$
(iii) $(p \vee q) \vee \neg q$
(iv) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
தீர்வு:
(i) $-p \wedge \neg q$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

(ii) $\neg (p \wedge \neg q)$ இன் மெய் மதிப்பு

p	q	$\neg q$	$p \wedge \neg q$	$\neg(p \wedge \neg q)$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

(iii) $(p \vee q) \vee \neg q$ இன் மெய் மதிப்பு

p	q	$p \vee q$	$\neg q$	$(p \vee q) \vee \neg q$
T	T	T	F	T
T	F	T	T	T
F	T	T	F	T
F	F	F	T	T

(iv) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ இன் மெய் மதிப்பு

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \to r$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \to r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	F	F

கேள்வி 7.
பின்வரும் கூட்டு கூற்றுகளில் எவைகள் மெய்மம் அல்லது முரண்பாடுகள் அல்லது நிச்சயமின்மை என்று காண்க.
(i) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$
(ii) $(p \vee q) \wedge \neg p \to q$
(iii) $(p \to q) \leftrightarrow (-p \to 4)$
(iv) $((p \to q) \wedge (q \to r)) \to (p \to r)$
தீர்வு:
(i) $(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ ஒரு முரண்பாடு கூற்று

(ii) $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg q$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ ஒரு மெய்மம் கூற்று.

(iii) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg p$	$\neg p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$
T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F

இது மெய்மமும் இல்லை மற்றும் முரண்பாடும் இல்லை ஆதலால் $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \rightarrow q)$ ஒரு நிச்சயமின்மை.

(iv) $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$

p	q	r	$p \rightarrow r$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$	$((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	T	F	T
T	F	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$\therefore ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ ஒரு மெய்மம்.

கேள்வி 8.

(i) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

(ii) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ **எனக் காட்டுக.**

தீர்வு:

(i) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \wedge \neg q$.

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

நிரல்கள் (4) மற்றும் (7), ஒரே மாதிரியாக உள்ளன.

:. $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$

கேள்வி 9.

$q \rightarrow p \equiv \neg p \rightarrow \neg q$ என நிறுவுக.

தீர்வு:

p	q	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T

நிரல்கள் (3) மற்றும் (6) ஒரே விதமாக உள்ளன.

$q \rightarrow p = \neg p \rightarrow \neg q$.

கேள்வி 10.

$p \rightarrow q$ மற்றும்பு $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

p	q	$p \to q$	$q \to p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

நிரல்கள் (3) மற்றும் (4) ஒரே விதமாக இல்லை

கேள்வி 11.

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F

நிரல்கள் (4) மற்றும் (6) ஒரே விதமாக உள்ளது.

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$

கேள்வி 12.

மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p \to (q \to p)$ என்பது ஒரு மெய்மம் அல்லது ஒரு முரண்பாடு எனச் சோதிக்க.

தீர்வு:

கொடுக்கப்பட்ட கூற்றுகள் $p \to (q \to p)$

$= p \to (\neg q \vee p)$

[∴ எடுத்துக்காட்டு 12.17ன் படி $p \to q = \neg p \vee q$]

$= (\neg p) \vee (\neg q \vee p)$ (மீண்டும் எடுத்துக்காட்டு 12.17]

$= (\neg p \vee -q) \vee p$ (சேர்ப்பு விதி)]

$= (\neg p \vee p) \vee \neg q$ [பரிமாற்று விதி)]

$= \mathbb{T} \vee \neg q$ [$\neg p \vee p$ மெய்மம்)]

$= \mathbb{T}$ [$\mathbb{T} \vee -q$] மெய்மம்

கேள்வி 13.

மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$ என்ற கூற்றுகள் தர்க்க சமானமானவை எனச் சோதிக்க.

தீர்வு:

$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும் $\neg p$.

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg p \wedge q$	$\neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	F	F
F	T	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

நிரல் (5) மற்றும் (7) நிரல் ஒரே விதமாக உள்ளது.
$\therefore \neg(p \vee q) \vee (\neg p \wedge q)$ மற்றும்d $\neg p$ தர்க்க சமமானவை.

கேள்வி 14.
மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தாமல் $p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \wedge q) \rightarrow r$ என நிரூபிக்க.
தீர்வு:
நிரூபிக்க $p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \wedge q) \rightarrow r$ உதாரணம் 12.17லிருந்து $p \rightarrow q = \neg p \vee q$ என அறிவோம் …………..(1)
LHS = $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ எனக் கொள்க.
= $p \rightarrow (\neg q \vee r)$ [(1)-ஐ பயன்படுத்தி]
= =$p \vee (\neg q \vee r)$ [மீண்டும் (1) ஐ பயன்படுத்தி]
= $(\neg p \vee \neg q) \vee r$ [சேர்ப்புப்பண்பை பயன்படுத்தி]
= $\neg(p \wedge q) \vee r$ (டீமார்கனின் விதியைப் பயன்படுத்தி]
= $(p \wedge q) \rightarrow r$ [(1) -ஐ பயன்படுத்தி]
= RHS
எனவே நிரூபிக்கப்பட்டது.

கேள்வி 15.
$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.
தீர்வு:

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \to (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

நிரல் (6) மற்றும் நிரல் (8) ஒரே விதமாக உள்ள ன.

$\therefore p \to (\neg q \vee r) \equiv p \vee (\neg q \vee r)$

Ex 12.3

சரியான அல்லது மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை | கொடுக்கப்பட்ட நான்கு மாற்று விடைகளிலிருந்து தேர்ந்தெடுக்கவும் :

கேள்வி 1.
ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது
(1) $S \to S$
(2) $(S \times S) \to S$
(3) $S \to (S \times S)$
(4) $(S \times S) \to (S \times S)$
விடை:
(2) $(S \times S) \to S$

கேள்வி 2.
கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் கணம் அடைவு பெறவில்லை .
(1) $\mathbb{R}$
(2) $\mathbb{Z}$
(3) $\mathbb{N}$
(4) $\mathbb{Q}$
விடை:
(3) $\mathbb{N}$

கேள்வி 3.
பின்வருபவைகளில் எது $\mathbb{N}$-ன் மீது ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்.
(1) கழித்த ல்
(2) பெருக்கல்
(3) வகுத்தல்
(4) அனைத்தும்
விடை:
(2) பெருக்கல்

கேள்வி 4.
மெய் எண்க ளின் கணம் $\mathbb{R}$ – ன் மீது '*' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது $\mathbb{R}$-ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?
(1) a * b = min (a.b)
(2) a * b = max (a, b)
(3) a * b = a
4) $a * b = a^b$
விடை:

(4) $a * b = a^b$
குறிப்பு : a = 0, b = 0 என்க, = $0^0 \notin R$. (4) $a * b = a^b$

கேள்வி 5.
என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது?
(1) $\mathbb{Q}^+$
(2) $\mathbb{Z}$
(3) $\mathbb{R}$
(4) $\mathbb{C}$
விடை:
(3) $\mathbb{Z}$
குறிப்பு :a= 3, b = 2 என்க.
$\Rightarrow a * b = 3 * 2 = \frac{3(2)}{7} = \frac{6}{7} \notin z$

கேள்வி 6.
$\mathbb{Q}$ என்ற கணத்தில் a⊙b = a + b + ab. என வரையறு பின்ன ர் 3⊙(y⊙5) =7?
(1) $y = \frac{2}{3}$
(2) $y = \frac{-2}{3}$
(3) $y = \frac{-3}{2}$
(4) y = 4
விடை:
(2) $y = \frac{-2}{3}$
குறிப்பு : ⓧ b=a + b + ab
∴ 3 ⓧ [y ⓧ 5) =7 = 3 ⓧ (y + 5 + 5y) = 7
⇒ 3 + y + 5 + 5y + 3[y + 5 + 5y) = 7
⇒ 8 + 6y + 3y +15 + 15y = 7
⇒ 23 + 24y = 7 ⇒ 24y = 7- 23 = -16
$\Rightarrow y = \frac{-16}{24} = \frac{-2}{3}$

கேள்வி 7.
ℝ-ன் மீது a * b = $\sqrt{a^2 + b^2}$? எனில், *ஆனது
(1) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் சேர்ப்பு விதியை நிறைவு செய்யாது.
(2) சேர்ப்பு விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் பரிமாற்று விதியை நிறைவு செய்யாது.
(3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.
(4) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யாது.
விடை:
(3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்.

குறிப்பு : a * b = $\sqrt{a^2 + b^2}$ = $\sqrt{b^2 + a^2}$ = b * a
மேலும் a * (b * c) = a * $\sqrt{b^2 + c^2}$ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
(a * b) * c = $\sqrt{a^2 + b^2}$ = $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

கேள்வி 8.
பின்வரும் கூற்றுகளில் எது T மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும்?
(1) sin.x ஓர் இரட்டைச் சார்பு.
(2) ஒவ்வொரு சதுர அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்.
(3) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை.
(4) √5 ஒரு விகிதமுறா எண்
விடை:
(4) √ 5ஒரு விகிதமுறா எண்

கேள்வி 9.
பின்வருபவைகளில் எது மெய்மதிப்பு F ஐ பெற்றிருக்கும்?
(1) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
(2) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
(3) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
(4) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது 1/2 ஒரு விகிதமுறா எண்
விடை:
(3) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்

கேள்வி 10.

ஒரு கூட்டுக் கூற்றில் 3 தனிக் கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை
(1) 9
(2) 8
(3) 6
(4) 3
விடை:
(2) 8
குறிப்பு : நிரைகளின் எண்ணிக்கை $= 2^3 = 8$

கேள்வி 11.
$(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$-ன் எதிர்மறை கூற்று எது?
(1) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
(2) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
(3) $(\neg p \vee -q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$
(4) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
விடை:
(4) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
குறிப்பு : $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
$\neg[(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow (\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$

கேள்வி 12.
$(p \vee q) + r$ -ன் நேர்மாறுக் கூற்று எது
(1) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge -q)$
(2) $\neg r \rightarrow (p \vee q)$
(3) $r \rightarrow (p \wedge q)$
(4) $p \rightarrow (q \vee r)$
விடை:
(1) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge -q)$
குறிப்பு : $(p \vee q) \rightarrow r$
நேர்மாறுக் கூற்று $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$

கேள்வி 13.
$(p \wedge q] \vee \neg q$ -ன் மெய்மை அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

p	q	$(p \wedge q) \vee (\neg q)$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

பின்வருபவைகளில் எது உண்மை?

	(a)	(b)	(c)	(d)
(1)	*T*	*T*	*T*	*T*
(2)	*T*	*F*	*T*	*T*
(3)	*T*	*T*	*F*	*T*
(4)	*T*	*F*	*F*	*F*

விடை:
(3) T T FT
குறிப்பு:

p	q	$p \wedge q$	$\neg q$	$(p \wedge q) \vee \neg q$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	F	F
F	F	F	T	T

கேள்வி 14.
(p ∨ ¬q)ன் மெய்மை அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் வரும் மெய் மதிப்பு 'F' விளைவுகளின் எண்ணிக்கை
(1) 1
(2) 2
(3) 3
(4) 4
விடை:
(3) 3
குறிப்பு:

p	q	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$\neg(p \vee \neg q)$
T	T	F	T	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

கேள்வி 15.
பின்வருபவைகளில் எது சரியல்ல ? p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகளுக்கு பின்வரும் தர்க்க சமானமானவைகள் பெறப்படுகிறது.
(1) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$
(2) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
(3) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$
(4) $\neg(\neg p) \equiv p$
விடை:
(3) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$
குறிப்பு : $\neg(p \vee q) = \neg p \vee \neg q$ [$-(p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$

கேள்வி 16.

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ –ன் மெய்மை அட்டவணைக்கு பின்வருபவைகளில் எது சரி?

	(a)	(b)	(c)	(d)
(1)	T	T	T	T
(2)	F	T	T	T
(3)	F	F	T	T
(4)	T	T	T	F

விடை:
(2) F T T T
குறிப்பு:

p	q	$p \wedge q$	$\neg p$	$(p \wedge q) \rightarrow \neg q$
T	T	T	F	F
T	F	F	F	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

கேள்வி 17.
¬(p ∨ q) ∨ [p ∨ (p∧ ¬ r)) -ன் இருமம்
(1) ¬(p ∧ q] ∧ [p ∨ [p ∧ ¬r)]
(2) (p ∧ q] ∧ [p ∧ (p ∨ ¬r)]
(3) ¬(p ∧ q] ∧ [p ∧ (p ∧ r)]
(4) ¬(p ∧ q) ∧ [p ∧ (p ∨¬r)]
விடை:
(4) ¬(p ∧ q) ∧ [p ∧ (p ∨¬r)]

கேள்வி 18.
p ∧ (¬p ∨ q) என்ற கூற்று
(1) ஒரு மெய்மம்
(2) ஒரு முரண்பாடு
(3) p ∧ q -க்கு தர்க்க சமானமானவை
(4) p ∨ q -க்கு தர்க்க சமானமானவை
விடை:
(3) p ∧ q -க்கு தர்க்க சமானமானவை
குறிப்பு:

p	q	$\neg p$	$\neg p \vee q$	$p \wedge (\neg p \vee q)$	$p \wedge q$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

கேள்வி 19.
பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிற்கும் அதன் மெய் மதிப்பை தீர்மானிக்க.
(a) 4 + 2 = 5 மற்றும் 6 + 3 = 9
(b) 3 + 2 = 5 மற்றும் 6 + 1 = 7
(c) 4 + 5 = 9 மற்றும் 1 + 2 = 4
(d) 3 + 2 = 5 மற்றும் 4 + 7 = 11

	(a)	(b)	(c)	(d)
(1)	F	T	F	T
(2)	T	F	T	F
(3)	T	T	F	F
(4)	F	F	T	T

விடை:
(1) F T F T
குறிப்பு :
(1) $4 + 2 = 5$ மற்றும் $6 + 3 = 9$ $(F \wedge T)$
(2) $3 + 2 = 5$ மற்றும் $6 + 1 = 7$ $(T \wedge T) = T$
(3) $4 + 5 = 9$ மற்றும் $1 + 2 = 4$ $(T \wedge F) = F$
(4) $3 + 2 = 5$ மற்றும் $4 + 5 = 11$ $(T \wedge T) = T$

கேள்வி 20.
பின்வருபவைகளில் எது உண்மையல்ல ?
(1) ஒருகூற்றின்மறுப்பின்மறுப்பு அக்கூற்றேயாகும்.
(2) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் T எனில் அது ஒரு மெய்மமாகும்.
(3) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் F எனில் அது ஒரு முரண்பாடாகும்.
(4) p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மெய்மாகும்
விடை:
(4) p மற்றும் பு ஏதேனும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \leftrightarrow q$ என்பது ஒரு மெய்மாகும்
குறிப்பு:
p மற்றும் q ஏதேனும் இரண்டு தனி கூற்றுகள்
எனில் $p \Leftrightarrow q$ ஒரு மெய்மம்.
$p \Leftrightarrow q$ ஒரு நிச்சயமின்மை என அறிவோம்.