साधारण भिन्न
(Fractions)

यदि किसी इकाई को कई समान हिस्सों में विभाजित कर दिया जाए, तो इस प्रकार के विभाजन से प्राप्त हिस्से उस इकाई के भिन्न (Fractions) कहे जाते हैं। भिन्न 'एक का पाँचवाँ हिस्सा', 'दो का पाँचवाँ हिस्सा' एवं 'तीन-चौथाई' को क्रमशः $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}$ एवं $\frac{3}{4}$ लिखा जाता है।

रेखा के नीचे लिखी जानेवाली संख्या, जो यह बताती है कि इकाई को कितने भागों में विभाजित किया गया है, हर (Denominator) कही जाती है।

रेखा के ऊपर लिखी जानेवाली संख्या, जो यह बताती है कि विभाजित हिस्सों में से कितने हिस्से भिन्न के निर्माण के लिए इस्तेमाल किए गए हैं, अंश (Numerator) कहलाती है।

किसी भिन्न के अंश एवं हर (Numerator and Denominator) उस भिन्न के पद (terms) कहे जाते हैं।

नोट: *1.* यदि किसी भिन्न के अंश एवं हर समान हों तो वह भिन्न एक इकाई होता है।

2. यदि किसी भिन्न का अंश शून्य के बराबर हो तो उस भिन्न का मान शून्य होता है, चाहे उसका हर कुछ भी हो। जब किसी सार्थक भिन्न की बात करते हैं तो हमेशा यह मान लिया जाता है कि भन्न का हर शून्य नहीं है।

3. भिन्न को परिमेय संख्या भी कहते हैं।

4. यदि किसी भिन्न के अंश एवं हर में समान संख्या से गुणा कर दिया जाए तो भिन्न के मान में कोई अंतर नहीं आता।

उदा: $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 5}{5 \times 5} = \frac{2 \div 4}{5 \div 4}$

5. जब किसी भिन्न के अंश एवं हर में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं हो तो कहा जाता है कि भिन्न अपने न्यूनतम पदों (lowest terms) में स्थित है।

उदा: $\frac{15}{20} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5}$

उपर्युक्त भिन्न के अंश एवं हर में 5 एक उभयनिष्ठ गुणनखंड है, इसलिए $\frac{15}{20}$ को न्यूनतम पदों में स्थित नहीं कहा जा सकता। यदि हम $\frac{15}{20}$ के अंश एवं हर दोनों को 5 से विभाजित कर दें, तो $\frac{3}{4}$ प्राप्त होता है, जिसके अंश एवं हर में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है। इसलिए यह एक न्यूनतम पदों में स्थित भिन्न है।

जब किसी भिन्न को उनके न्यूनतम पदों में लाया जाता है तब इसके अंश एवं हर दोनों आपस में रुढ़ (अभाज्य) हो जाते हैं अर्थात् एक दूसरे को पूर्णतया विभाजित नहीं करते।

6. यदि किसी भिन्न के अंश (Numerator) एवं हर (Denominator) विशालकाय संख्याएँ हों या उनके उभयनिष्ठ गुणनखंड का आसानी से अंदाजा लगा पाना मुश्किल हो, तो उनका महतम समापवर्तक निकाला जा सकता है। भिन्न के दोनों पदों को उनके म.स. (HCF) से विभाजित कर देने पर वे अपने न्यूनतम पदों में चले आते हैं।

उदा: $\frac{385056}{715104}$; 385056 एवं 715104 का म.स. = 55008

$$\therefore \frac{385056}{715104} = \frac{385056 \div 55008}{715104 \div 55008} = \frac{7}{13}$$

यहाँ $\frac{7}{13}$ अपने न्यूनतम पदों में स्थित है क्योंकि 7 एवं 13 के बीच कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है।

7. किसी पूर्णांक संख्या को मनचाहे हर (Denominator) देकर भिन्न में बदला जा सकता है।

उदा: यदि आप 23 को ऐसे भिन्न के रूप में देखना चाहते हैं, जिसका हर 17 हो तो निम्नलिखित क्रिया करते हैं।

$$23 = \frac{23 \times 17}{17} = \frac{391}{17}$$

उचित भिन्न (Proper Fraction): जिस भिन्न का अंश उसके हर से निश्चित रूप से कम हो उसे, उचित भिन्न कहते हैं जैसे, $\frac{3}{4}, \frac{17}{19}, \frac{21}{42}$ आदि। उचित भिन्न का मान हमेशा 1 से कम होता है।

अनुचित भिन्न **(Improper Fraction):** जिस भिन्न का अंश हर के बराबर या उससे बड़ हो, उसे अनुचित भिन्न (Improper fraction) कहते हैं।

उदा: $\frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}, \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}, \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$

इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि अनुचित भिन्न में एक पूर्ण संख्या एवं एक भिन्न शामिल होते हैं। जब किसी अनुचित भिन्न को पूर्ण संख्या एवं भिन्न के मिले-जुले रूप में व्यक्त किया जाता है तो उसे मिश्र संख्या (Mixed Number) कहते हैं। उदाहरण के लिए $1\frac{5}{12}, 1\frac{5}{7}$ एवं $3\frac{3}{5}$ मिश्र संख्याएँ हैं।

हल किए गए उदाहरण

उदा. 1: निम्नलिखित का योगफल ज्ञात करें।

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$ एवं $\frac{3}{4}$

b) $\frac{125}{100}, \frac{50}{36}, \frac{48}{45}$ एवं $1\frac{1}{2}$

हल: a) यहाँ दिए गए सभी भिन्न अपने न्यूनतम पदों में स्थित हैं।

2, 3, 4 का ल.स. (LCM) = 12

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4} = \frac{(12 \div 2)\times 1+(12 \div 3)\times 2+(12 \div 4)\times 3}{12}$$

$$= \frac{6+8+9}{12} = \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}$$

नोट: पाठकों के लिए $\frac{(12 \div 2)\times 1+(12 \div 3)\times 2+(12 \div 4)\times 3}{12}$

लिखना कतई आवश्यक नहीं है। इस चरण को मन में ही निबटाया जा सकता है।

b) सर्वप्रथम, दिए गए भिन्नों को उनके न्यूनतम पदों में बदल लें:

$$\frac{125}{100} = \frac{5}{4}; \frac{50}{36} = \frac{25}{18}; \frac{48}{45} = \frac{16}{15}$$

अब इन भिन्नों को मिश्र संख्याओं में बदल लें:

$$\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4};\ \frac{25}{18} = 1\frac{7}{18}, \frac{16}{15} = 1\frac{1}{15}$$

इस प्रकार प्रदत्त व्यंजक अपने निम्नलिखित रूप में प्रकट होता है:

$$1\frac{1}{4}+1\frac{7}{18}+1\frac{1}{15}+1\frac{1}{2}$$

अब सभी पूर्ण संख्याओं एवं भिन्नों को अलग-अलग इकट्ठा जोड़ लें। इस प्रकार

$$1\frac{1}{4}+1\frac{7}{18}+1\frac{1}{15}+1\frac{1}{2} = (1+1+1+1)+\left(\frac{1}{4}+\frac{7}{18}+\frac{1}{15}+\frac{1}{2}\right)$$

$$= 4+\frac{45+70+12+90}{180}$$

$$= 4+\frac{217}{180} = 4+1\frac{37}{180} = 5\frac{38}{180}$$

उदा. 2: हल करें:

a) $\frac{7}{9}-\frac{11}{12}+\frac{13}{16}-\frac{1}{8}$ b) $3\frac{10}{11}+5\frac{7}{15}-2\frac{9}{22}-4\frac{9}{10}$

c) $3\frac{5}{9}\times 81\times\frac{17}{16}$ d) $10\frac{5}{6}\div 91$ e) $50\frac{4}{7}\div 14$

f) $\frac{15}{20}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}$ g) $\frac{6}{7}\div 3$ h) $\frac{6}{7}\div 4$

हल: a) 9, 12, 16, 8 का ल.स. = 144

$$\frac{7}{9}-\frac{11}{12}+\frac{13}{16}-\frac{1}{8}=\frac{16\times 7-11\times 12+13\times 9-18}{144}$$

$$=\frac{112-132+117-18}{144}=\frac{229-150}{144}=\frac{79}{144}$$

b) $3\frac{10}{11}+5\frac{7}{15}-2\frac{9}{22}-4\frac{9}{10}$

$$=(3+5-2-4)+\left(\frac{10}{11}+\frac{7}{15}-\frac{9}{22}-\frac{9}{10}\right)$$

$$=2+\frac{300+154-135-297}{330}$$

$$=2+\frac{22}{330}=2+\frac{1}{15}=2\frac{1}{15}$$

c) $3\frac{5}{9}\times 81\times\frac{17}{16}$

मिश्र संख्या को अनुचित भिन्न में बदलने पर व्यंजक निम्नलिखित रूप में प्राप्त होता है:

$$\frac{32}{9}\times 81\times\frac{17}{16}=306$$

d) $10\frac{5}{6}\div 91=\frac{65}{6}\div 91=\frac{65}{6}\times\frac{1}{91}=\frac{5}{42}$

e) $58\frac{4}{7}\div 14=\frac{410}{7}\div 14=\frac{410}{7}\times\frac{1}{14}=\frac{205}{49}=4\frac{9}{49}$

या यदि मिश्र संख्या का पूर्ण हिस्सा [जो पूर्ण संख्या होती है] भाजक से बड़ा हो तो निम्नलिखित रूप में गणना करते हैं:

$$58\frac{4}{7}\div 14=\left(56+2\frac{4}{7}\right)\div 14$$

$$=4+\frac{18}{7}\times\frac{1}{4}=4+\frac{9}{49}=4\frac{9}{49}$$

f) $\frac{15}{20}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{9}{20}$

g) $\frac{6}{7}\div 3$; जब अंश भाजक से पूर्णतया विभाज्य हो, तब (÷) के चिह्न को गुणा (×) के चिह्न में बिना बदले भी गणना संभव है।

उत्तर: $\frac{6\div 3}{7}=\frac{2}{7}$

h) $\frac{6}{7}\div 4$, यहाँ अंश 6, भाजक 4 से पूरी तरह विभाज्य नहीं है, इसलिए,

$$\frac{6}{7}\div 4=\frac{6}{7}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{14}$$

उदा. 3: सरल करें:

a) $3\frac{21}{23}\div 3\frac{15}{31}$ b) $9\frac{4}{9}\div 11\frac{1}{3}$

हल: किसी भिन्न को दूसरे भिन्न से विभाजित करने के लिए भाजक भिन्न के व्युत्क्रम से दिए गए भिन्न में गुणा कर दीजिए।

a) सर्वप्रथम प्रदत्त मिश्र संख्या को अनुचित भिन्न में बदल लीजिए। इसके बाद इस भिन्न को भाजक के व्युत्क्रम से गुणा कर दीजिए।

$$\frac{90}{23}\div\frac{08}{31}=\frac{90}{23}\times\frac{31}{108}=\frac{155}{138}=1\frac{17}{138}$$

b) $9\frac{4}{9}\div 11\frac{1}{3}=\frac{85}{9}\times\frac{3}{34}=\frac{5}{6}$

***यौगिक भिन्न* (Compound Fraction):** किसी भिन्न का भिन्न, यौगिक भिन्न या मिश्र भिन्न कहलाता है। उदाहरण के लिए $\left(\frac{3}{7}\text{का}\frac{1}{2}\right)$ यौगिक भिन्न है।

$$\frac{3}{7}\text{का}\frac{1}{2}=\frac{3}{7}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{14}$$

***संयुक्त क्रिया* (Combined Operation)**

भिन्नों के सरलीकरण के दौरान आप ऐसे तमाम व्यंजक पाएँगे, जिसमें जोड़, घटाव, गुणा एवं भाग के साथ-साथ कोष्ठकों की भी क्रिया करनी हो। ऐसे समीकरणों को सरल करने के क्रम में निम्नलिखित बातों का ध्यान रखें:

i) गुणा एवं भाग की क्रियाएँ जोड़ एवं घटाव से पूर्व संपन्न कर लें।

ii) (×) एवं (÷) की क्रिया में उन्हीं संख्याओं को शामिल करें, जो इन चिह्नों के अगल-बगल में स्थित हों।

उदा. 1: $\frac{4}{5}\times\frac{7}{12}\div\frac{5}{24}=\frac{4}{5}\times\frac{7}{12}\times\frac{24}{5}=\frac{56}{25}$

उदा. 2: $\frac{4}{5}\div\frac{7}{12}\times\frac{5}{24}=\frac{4}{5}\times\frac{12}{7}\times\frac{5}{24}=\frac{2}{7}$

उदा. 3: $\frac{4}{5}\div\frac{7}{12}\div\frac{5}{24}=\frac{4}{5}\times\frac{12}{7}\times\frac{24}{5}=\frac{1152}{175}$

(iii) सर्वप्रथम कोष्ठकों की क्रिया संपन्न करें।

(iv) संयुक्त क्रियाओं के लिए BODMAS नियम का इस्तेमाल किया जाता है।

***मिश्रित भिन्न* (Complex Fraction):** जिस भिन्न के अंश या हर या दोनों भिन्न के रूप में हो उसे मिश्रित भिन्न (Complex fraction) कहते हैं। उदाहरण के लिए,

$\frac{\frac{5}{7}}{8}, \frac{8}{\frac{5}{7}}, \frac{\frac{8}{9}}{\frac{7}{9}}, \frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{5}}$ मिश्रित भिन्न (complex fractions) हैं।

उदा. 1: सरल करें: (i) $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{5}}$ (ii) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{9}}$

हल: (i) $\frac{\frac{4}{15}}{\frac{2}{5}}=\frac{4}{15}\div\frac{2}{5}=\frac{4}{15}\times\frac{5}{2}=\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{9}}=\frac{\frac{3+4}{6}}{\frac{27-8}{36}}=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{19}{36}}=\frac{7}{6}\times\frac{36}{19}=\frac{42}{19}=2\frac{4}{19}$

अथवा, अंश एवं हर दोनों को 2, 3, 4, 9 के ल.स. 36 से गुणा कर दें। इस प्रकार,

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}{\frac{3}{4}-\frac{2}{9}}=\frac{\frac{1}{2}\times36+\frac{2}{3}\times36}{\frac{3}{4}\times36-\frac{2}{9}\times36}=\frac{18+24}{27-8}=\frac{42}{19}=2\frac{4}{19}$$

नोट: दूसरी विधि अपेक्षाकृत तेज रफ्तार से नतीजे तक पहुँचाती है। इसलिए हमारा सुझाव है

कि आप इसी विधि का उपयोग करें।

उदा. 2: सरल करें:

$$\frac{7}{5-\frac{8}{3}} \div \frac{3-\frac{2}{3-\frac{3}{2}}}{4-\frac{3}{2}} - \frac{5}{7} \text{ of } \left\{ \frac{1}{1\frac{3}{7}} + \frac{6}{5} \text{ of } \frac{3\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}}{\frac{47}{21}-2} \right\}$$

हल:

$$\frac{7}{\frac{7}{3}} \div \frac{3-\frac{2}{\frac{3}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{5}{7} \times \left\{ \frac{7}{10} + \frac{6}{5} \times \frac{\frac{10}{3}-\frac{5}{2}}{\frac{47}{21}-2} \right\}$$

$$= 3 \div \frac{3-\frac{4}{3}}{\frac{5}{2}} - \frac{5}{7} \times \left\{ \frac{7}{10} + \frac{6}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{21}{5} \right\}$$

$$= 3 \div \left(\frac{5}{3} \times \frac{2}{5} \right) - \frac{5}{7} \left\{ \frac{7}{10} + \frac{21}{5} \right\}$$

$$= 3 \div \frac{2}{3} - \frac{5}{7} \times \frac{49}{10} = \frac{9}{2} - \frac{7}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

उदा. 3: सरल करें:

$$\frac{5+5\times5}{5\times5+5} \times \frac{\frac{1}{5} \div \frac{1}{5} \text{ of } \frac{1}{5}}{\frac{1}{5} \text{ of } \frac{1}{5} + \frac{1}{5}} - \left(5-\frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{\frac{2}{10}}$$

हल:

$$1 \times \frac{\frac{1}{5} \div \frac{1}{25}}{\frac{1}{25} \div \frac{1}{5}} - \left(\frac{24}{5}\right) \times \frac{10}{2} = 1 \times \frac{5}{\frac{1}{5}} - 24 = 25 - 24 = 1$$

वितत भिन्न **(Continued Fraction):** भिन्नों के निम्नलिखित रूप को वितत भिन्न (Continued fraction) कहा जाता है।

(i) $4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{5+\cfrac{2}{3}}}$ या, (ii) $\cfrac{1}{1-\cfrac{2}{5+\cfrac{1}{4-\cfrac{2}{5}}}}$

नियम: वितत भिन्न को हल करने के लिए नीचे से ऊपर की ओर बढ़ें।

उदा. 1: सरल करें:

$$\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{4}}}}$$

हल: प्रदत्त भिन्न

$$=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{\frac{5}{4}}}}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\frac{4}{5}}}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{\frac{19}{5}}}$$

$$=\cfrac{1}{2+\frac{5}{19}}=\cfrac{1}{\frac{43}{19}}=\frac{19}{43}$$

उदा. 2: सरल करें:

$$5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{8+\cfrac{1}{10}}}$$

हल: $5+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{\frac{81}{10}}}=5+\cfrac{1}{6+\frac{10}{81}}$

$$=5+\cfrac{1}{\frac{496}{81}}=5+\frac{81}{496}=5\frac{81}{496}$$

नोट: इस तरह के सवालों को हल करने के लिए कोई संक्षिप्त विधि विकसित नहीं की गई है। पर आप (i) मानसिक गणना का अभ्यास करके एवं (ii) हल करने के चरणों में कटौती करके समय की बचत कर सकते हैं।

भिन्न पर आधारित मिले-जुले प्रश्न

उदा. 1: जमीन के किसी टुकड़े के 7वें हिस्से का एक चौथाई 30000 रु. में बेचा जाता है। उस जमीन के 8/35वें हिस्से की कीमत क्या होगी?

हल: 7वें हिस्से का एक चौथाई $= \frac{1}{7} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{28}$

$\because$ जमीन के टुकड़े के $\frac{1}{28}$ वें हिस्से की कीमत $= 30000$ रु.

$\therefore$ जमीन के टुकड़े के $\frac{8}{35}$ वें हिस्से की कीमत $= \frac{30000 \times 28 \times 8}{35} = 192000$ रु.

उदा. 2: किसी बटुए से कुल रकम का $\frac{1}{5}$ वाँ हिस्सा निकाल लिया गया। शेष का $\frac{1}{12}$ वाँ हिस्सा 7 रु. 40 पैसे हैं। बटुए में कुल कितने रुपए थे?

हल: बटुए की कुल रकम में से $\frac{1}{5}$ वाँ हिस्सा निकाल लेने पर उसमें $\frac{4}{5}$ वाँ हिस्सा बचा।

प्रश्नानुसार, $\frac{4}{5}$ का $\frac{1}{12} = 7.40$ रु. या, $\frac{1}{15} = 7.40$ रु.

$\therefore$ $1 = 111$ रु.

उदा. 3: यदि किसी रकम में उसका 7वाँ हिस्सा और मिला दिया जाए तो कुल 40 रु. प्राप्त होते हैं। रकम क्या है?

हल: $\text{रकम} + \frac{\text{रकम}}{7} = 40 \Rightarrow \frac{8 \times \text{रकम}}{7} = 40 \Rightarrow \text{रकम} = 35$ रु.

उदा. 4: एक रेलगाड़ी खुलने से पहले पूरी तरह यात्रियों से भरी हुई है। पहले स्टेशन पर इनमें से एक-तिहाई यात्री उतर जाते हैं, एवं 96 यात्री और रेलगाड़ी में चढ़ते हैं। अगले स्टेशन पर इनमें से आधे यात्री उतर जाते हैं तथा मात्र 12 यात्री और चढ़ते हैं। इसके बाद वाले स्टेशन पर रेलगाड़ी में लोगों की संख्या 248 पायी जाती है, तो (प्रारंभ में रेलगाड़ी में कुल कितने यात्री थे) रेलगाड़ी कितने यात्रियों के साथ चली थी?

हल: मान लिया कि प्रारंभ में रेलगाड़ी में कुल यात्रियों की संख्या x थी।

इनमें से एक-तिहाई यात्रियों के उतरने एवं 96 यात्रियों के चढ़ने के बाद रेलगाड़ी में

$\left(x - \frac{x}{3}\right) + 96$ यात्री बचे।

$$x-\frac{x}{3}+96=\frac{2x}{3}+96=\frac{2x+288}{3}$$ यात्री

दूसरे स्टेशन से चलते समय रेलगाड़ी में यात्रियों की संख्या $=\frac{2x+288}{6}+12$

प्रश्नानुसार, $\frac{2x+288}{6}+12=248$ या, $2x+288=1416$

$\therefore\ x=564$

उदा. 5: निम्नलिखित समीकरणों में लुप्त राशियों (जिन्हें तारा चिह्न से निरूपित किया गया है) का पता लगाएँ। सभी भिन्न अपने न्यूनतम पदों में स्थित हैं।

i) $6\frac{3}{*}\times *\frac{2}{3}=30$ ii) $4\frac{1}{6*}-*\frac{1}{17}=1\frac{**}{6*}$

हल: i) चूँकि 30 में (6 + एक भिन्न) का (4 + एक भिन्न) गुणा शामिल है, (क्योंकि $6\times 4=24$, 30 से थोड़ा ही कम है)। इसलिए दूसरे मिश्र भिन्न का पूर्णांक वाला हिस्सा 4 होना चाहिए। तब,

$6\frac{3}{*}\times 4\frac{2}{3}=30$ या, $6\frac{3}{*}=\frac{30\times 3}{14}=\frac{90}{14}=\frac{45}{7}=6\frac{3}{7}$

$\therefore$ लुप्त राशियाँ 4 एवं 7 हैं।

ii) $4\frac{1}{6*}-*\frac{1}{17}=1\frac{**}{6*}$

हल: पहली मिश्र संख्या एवं तीसरी मिश्र संख्या के हर 60 से अधिक एवं 70 से कम हैं और इन्हें 17 का अपवर्त्य (multiple) भी होना चाहिए। इस प्रकार प्रदत्त समीकरण अपने निम्नलिखित रूप में प्राप्त होता है।

$4\frac{1}{68}-*\frac{1}{17}=1\frac{**}{68}$ या, $(4-*)+\left(\frac{1}{68}-\frac{1}{17}\right)=1+\frac{**}{68}$

चूँकि $\frac{1}{68}<\frac{1}{17},\frac{1}{68}$, 4 से 1 उधार लेगा।

तब, $(3-*)+\left(\frac{69}{68}-\frac{1}{17}\right)=1+\frac{**}{68}$

या, $(3-2)+\frac{65}{65}=1+\frac{**}{68}=1+\frac{65}{68}=1\frac{65}{68}$

$\therefore$ प्रदत्त समीकरण $=4\frac{1}{68}-2\frac{1}{17}=1\frac{65}{68}$

अभ्यास प्रश्न

1. निम्नलिखित भिन्नों में से कौन सबसे छोटा है?

$\frac{6}{11}, \frac{13}{18}, \frac{15}{22}, \frac{19}{36}, \frac{5}{6}$

2. $3\frac{2}{3}+6\frac{7}{12}+4\frac{9}{36}+5+7\frac{1}{12}$ में कितना न्यूनतम भिन्न जोड़ा जाए कि वह एक पूर्ण संख्या बन जाए?

3. $13\frac{7}{66}$ एवं $4\frac{5}{66}$ के योगफल में से कितना घटाया जाए कि वह इन दोनों के अंतर के बराबर हो?

4. वह न्यूनतम भिन्न ज्ञात करें जिसे $\frac{2}{5}\times\frac{15}{21}\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{8}$ में जोड़ने पर एक पूर्ण संख्या प्राप्त होती है।

5. निम्नलिखित समीकरणों में (तारा से निर्देशित) लुप्त राशियों का पता लगाएँ। प्रदत्त भिन्न अपने न्यूनतम पदों में स्थित हैं।

i) $*\frac{3}{7}\times 2\frac{3}{*}=14\frac{*}{14}$ ii) $7\frac{*}{3}-*\frac{5}{11}=3\frac{*}{*3}$

iii) $8\frac{9}{**}+*\frac{2}{27}=7\frac{16}{17}$ iv) $2\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}-\frac{2}{*}=0$

v) $\frac{1}{2\frac{3}{4}}+\frac{1}{5\frac{1}{5}}+\frac{1}{*}+\frac{1}{9\frac{8}{15}}=\frac{144}{143}$

हल (संकेत)

1. प्रथम दो भिन्नों की तुलना करने पर,

$6\times 18<11\times 13 \quad \therefore \frac{6}{11}$ छोटा है।

$\frac{6}{11}$ एवं $\frac{15}{22}$ में $6\times 12<11\times 15 \quad \therefore \frac{6}{11}$ छोटा है।

$\frac{6}{11}$ एवं $\frac{19}{36}$ में $19\times 11<6\times 36 \quad \therefore \frac{19}{36}$ छोटा है।

$\frac{19}{36}$ एवं $\frac{5}{6}$ में $19\times 6<5\times 36 \quad \therefore \frac{19}{36}$ छोटा है।

$\therefore$ निष्कर्ष यह निकला कि $\frac{19}{36}$ सबसे छोटा है।

नोट: उपर्युक्त विधि का उपयोग करते वक्त विशुद्ध गणना की आवश्यकता नहीं है। आप सटीक पर्यवेक्षण के जरिए भी निष्कर्ष तक पहुँच सकते हैं।

2. $3\frac{2}{3}+6\frac{7}{12}+4\frac{9}{36}+5+7\frac{1}{12}$

केवल भिन्न वाले भागों को आपस में जोड़ें:

$$\frac{2}{3}+\frac{7}{12}+\frac{9}{36}+\frac{1}{12}=\frac{24+21+9+3}{36}=\frac{57}{36}=\frac{19}{12}=1\frac{7}{12}$$

$\therefore$ प्रदत्त व्यंजक को पूर्ण संख्या बनाने के लिए उसमें $\left(1-\frac{7}{12}\right)=\frac{5}{12}$ जोड़ना होगा।

3. अंतर $= 13\frac{7}{66}-4\frac{5}{66}=(13-4)+\left[\frac{7}{66}-\frac{5}{66}\right]=9+\frac{2}{66}=9\frac{1}{33}$

योगफल $= 13\frac{7}{66}+4\frac{5}{66}=17\frac{12}{66}=17\frac{2}{11}$

$\therefore$ अभीष्ट उत्तर $= 17\frac{2}{11}-9\frac{1}{33}=17\frac{6}{33}-9\frac{1}{33}=8\frac{5}{33}$

सूत्र: अभीष्ट उत्तर $= 2\times$ छोटी संख्या $= 2\times 4\frac{5}{66}=8\frac{5}{33}$

4. $\frac{2}{5}\times\frac{15}{21}\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{40}$ $\therefore$ अभीष्ट भिन्न $= 1-\frac{3}{40}=\frac{37}{40}$

5. i) $5\frac{3}{7}\times 2\frac{3}{4}=14\frac{13}{14}$ ii) $7\frac{2}{3}-4\frac{5}{11}=3\frac{7}{33}$

iii) $8\frac{9}{17}\div 1\frac{2}{27}=7\frac{16}{17}$ iv) $2\frac{1}{2}-3\frac{2}{3}+1\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=0$

v) $* = 7\frac{1}{3}$