822(BB)

2017

गणित

केवल प्रश्न-पत्र

(संख्या पद्धति, बीजगणित, निर्देशांक ज्यामिति, ज्यामिति, त्रिकोणमिति, मेन्सुरेशन, सांख्यिकी तथा प्रायिकता)

समय : तीन घण्टे 15 मिनट] *[पूर्णांक : 70*

निर्देश :

(i) प्रारम्भ के 15 मिनट परीक्षार्थियों को प्रश्न-पत्र पढ़ने के लिए निर्धारित हैं ।

(ii) इस प्रश्न-पत्र में कुल सात प्रश्न हैं ।

(iii) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं ।

(iv) प्रत्येक प्रश्न के प्रारम्भ में स्पष्ट उल्लेख कर दिया गया है कि उसके कितने खण्ड करने हैं ।

(v) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं ।

(vi) प्रथम प्रश्न से प्रारम्भ कीजिए और अंतिम प्रश्न तक करते जाइए । जो प्रश्न न आता हो, उस पर अपना समय नष्ट न कीजिए ।

(vii) यदि रफ़ कार्य के लिए स्थान अपेक्षित है, तो उत्तर-पुस्तिका के बाएँ पृष्ठ पर कीजिए और फिर उसे काट (×) दीजिए । उस पृष्ठ पर कोई हल न लिखिए ।

(viii) प्रश्नों के हल उत्तर-पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों पर लिखिए । प्रश्न संख्या 1 के अतिरिक्त सभी प्रश्नों के हल के क्रिया पद लिखिए ।

(ix) रचना वाले प्रश्नों में रचना सम्बन्धित चाप व रेखाएँ न मिटाएँ । रचना के पद यदि पूछे गए हैं, तो लिखिए ।

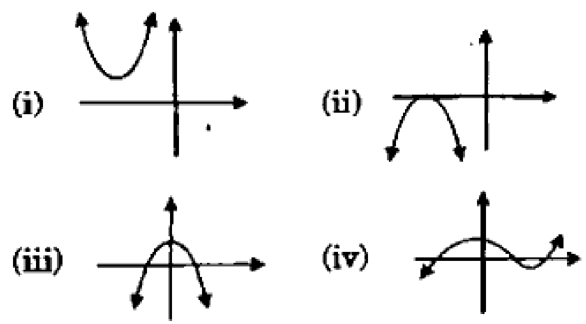
(x) जिस प्रश्न के हल में चित्र खींचना आवश्यक हो, उसमें अवश्य खींचिए अन्यथा उसके अभाव में हल अपूर्ण और अशुद्ध माने जाएँगे ।

---

1. ***सभी*** खण्ड कीजिए :

प्रत्येक खण्ड के उत्तर के लिए चार विकल्प दिए गए हैं, जिनमें से केवल एक ही सही है । सही विकल्प छाँटकर उसे अपनी उत्तर-पुस्तिका में लिखिए ।

(क) निम्नलिखित में से कौन-सा ग्राफ द्विघात बहुपद का ***नहीं*** है ? 1

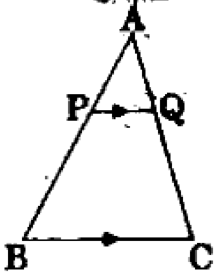


(ख) परिमेय संख्या $\frac{14587}{1250}$ का दशमलव प्रसार निम्नलिखित किन दशमलव स्थानों के बाद समाप्त हो जायेगा ? 1

(i) एक (ii) दो

(iii) तीन (iv) चार

(ग) चित्र में, ΔABC के आधार BC के समान्तर रेखाखण्ड PQ खींचा गया है । यदि $PQ : BC = 1 : 3$ हो, तो AP और PB का अनुपात होगा 1



(i) 1 : 2 (ii) 1 : 3

(iii) 1 : 4 (iv) 2 : 3

(घ) यदि $\tan \theta = \frac{a}{b}$ है, तो $\frac{b \sin \theta - a \cos \theta}{b \sin \theta + a \cos \theta}$ का मान होगा 1

(i) 1 (ii) $\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$

(iii) $\frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}$ (iv) 0

(ङ) बिन्दु $(-6, 8)$ की मूल-बिन्दु से दूरी है 1

(i) 8 (ii) $2\sqrt{7}$

(iii) 10 (iv) 6

(च) किसी सिक्के को एक बार उछालने पर ऊपर शीर्ष आने की प्रायिकता होगी

(i) 1 (ii) -1

(iii) $\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{1}{3}$

2. सभी खण्ड कीजिए :

(क) k के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $kx + y = k^2$ तथा $x + ky = 1$ के अनन्त अनेक हल होंगे ? 1

(ख) दो समरूप त्रिभुजों के परिमाप क्रमशः 40 सेमी तथा 60 सेमी हैं । इनके क्षेत्रफलों में अनुपात ज्ञात कीजिए । 1

(ग) ΔABC में, सिद्ध कीजिए : 1

$$\cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \sin \frac{C}{2}$$

(घ) 144 बाल पैनों के एक समूह में 20 बाल पैन खराब हैं तथा शेष अच्छे हैं । आप वही पैन खरीदना चाहेंगे जो अच्छा हो । दुकानदार इन पैनों में से यादृच्छया एक पैन निकालकर आपको देता है । प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि आप वह पैन खरीदेंगे । 1

सभी खण्ड कीजिए :

(क) 636 योगफल प्राप्त करने के लिए श्रेढ़ी 9, 17 25, ... के कितने पद लेने चाहिए ? 2

(ख) यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से संख्याओं 135 और 225 का महत्तम समापवर्तक ज्ञात कीजिए । 2

(ग) बिन्दुओं $A(-2, 2)$ और $B(2, 8)$ को जोड़ने वाले रेखाखण्ड AB को चार बराबर भागों में विभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । 2

(घ) 5·2 सेमी त्रिज्या के वृत्त के किसी त्रिज्यखण्ड का परिमाप 16·4 सेमी है । त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 2

4\. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) व्याख्या कीजिए, क्यों

$$(17 \times 5 \times 11 \times 3 \times 2 + 2 \times 11)$$

एक भाज्य संख्या है । 2

(ख) सिद्ध कीजिए : 2

$$(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta)(1 + \tan^2\theta) = 1$$

(ग) सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (1, 5), (2, 3) और (– 2, 11) संरेखीय हैं । 2

(घ) दवा का एक कैप्सूल बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्द्धगोला लगा हुआ है । निम्नलिखित चित्र में कैप्सूल की लंबाई 14 मिमी तथा व्यास 5 मिमी है । इसका सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए । 2

5\. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) समीकरण

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{2}{3}, x \neq 1, 2, 3$$

को हल करके द्विघात समीकरण प्राप्त कीजिए । मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए । सूत्र का प्रयोग करके द्विघात समीकरण को हल कीजिए । [illegible]

(ख) समरूप त्रिभुजों के गुणों का प्रयोग करके सिद्ध कीजिए कि समकोण त्रिभुज में [illegible] शेष दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है । 4

(ग) सिद्ध कीजिए : 4

$$(1 + \cot\theta + \tan\theta)(\sin\theta - \cos\theta) = \frac{\sec^3\theta - \operatorname{cosec}^3\theta}{\sec^2\theta \operatorname{cosec}^2\theta}$$

(घ) निम्नलिखित आँकड़े 225 बिजली उपकरणों के प्रेक्षित जीवन काल (घण्टों में) की सूचना देते हैं :

जीवन काल (घण्टों में)	*बारम्बारता*
0 – 20	10
20 – 40	35
40 – 60	52
60 – 80	61
80 – 100	38
100 – 120	29

उपकरणों का बहुलक जीवन काल ज्ञात कीजिए । 4

6\. *सभी* खण्ड कीजिए :

(क) एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है । एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग के निर्माण की लागत उस दिन निर्मित किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी । यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए । 4

(ख) एक खोखले शंकु को आधार के समान्तर किसी समतल द्वारा काटा जाता है और ऊपर के सिरे को हटा दिया जाता है । शेष भाग का वक्र पृष्ठ संपूर्ण शंकु के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल का $\frac{8}{9}$ भाग है । ज्ञात कीजिए कि शंकु किस ऊँचाई से काटा गया । 4

(ग) एक मीनार के शिखर से 50 मीटर ऊँचे मकान की छत तथा आधार के अवनमन कोण क्रमशः 30° और 60° हैं । मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए । 4

(घ) किसी फुटकर बाजार में फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहे थे । इन पेटियों में आमों की संख्या भिन्न-भिन्न थी । पेटियों की संख्या के अनुसार आमों का आबंटन निम्नलिखित था :

आमों की संख्या	*पेटियों की संख्या*
50 – 52	15
53 – 55	110
56 – 58	135
59 – 61	115
62 – 64	25

एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए । 4

सभी खण्ड कीजिए :

(क) रैखिक युगपत समीकरणों

$$2x - y = 1 \text{ तथा } x + 2y = 13$$

को ग्राफ खींचकर हल कीजिए । इन रेखाओं तथा y-अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए । 6

अथवा

बहुपद $2x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 6x - 2$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि इसके दो शून्यक $\sqrt{2}$ और $-\sqrt{2}$ हैं । 6

(ख) 3 सेमी और 5 सेमी त्रिज्या के दो संकेन्द्रीय वृत्त खींचिए तथा बाह्य वृत्त पर एक बिन्दु लेकर दूसरे वृत्त पर स्पर्श-रेखाएँ खींचिए । स्पर्श-रेखा की लम्बाई ज्ञात कीजिए तथा गणना द्वारा इसे सत्यापित कीजिए । 6

अथवा

5 सेमी त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए तथा इस वृत्त की ऐसी दो स्पर्श-रेखाएँ खींचिए जो परस्पर 60° का कोण बनाती हैं । इनमें से किसी एक स्पर्शी को नापिए और गणना द्वारा उत्तर की पुष्टि कीजिए । 6