চতুৰ্থ অধ্যায়

দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ
(Linear Equations in Two Variables)

4.1 অৱতাৰণা (Introduction) :

আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে এটা চলক থকা বৈখিক সমীকৰণৰ বিষয়ে পঢ়িছা। এটা চলক থকা বৈখিক সমীকৰণ এটা লিখিব পাৰিবানে? তোমালোকে ক'ব পাৰা যে $x + 1 = 2$, $x + \sqrt{2} = 0$ আৰু $\sqrt{2}y + \sqrt{3} = 0$ আদি হ'ল এটা চলক থকা বৈকিক সমীকৰণৰ উদাহৰণ। তদুপৰি তোমালোকে জানা যে এনে এটা সমীকৰণৰ এটা অদ্বিতীয় (এটা আৰু এটাই মাত্ৰ) সমাধান থাকে। এই সমাধানক সংখ্যাৰেখাত কেনেকৈ উপস্থাপন কৰিব পাৰি সেই কথা হয়তো তোমালোকৰ মনত আছে। এই অধ্যায়ত এটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ সম্পৰ্কীয় জ্ঞানৰ পুনৰালোচনা কৰা হ'ব আৰু ইয়াত দুটা চলকযুক্ত সমীকৰণলৈ সম্প্ৰসাৰিত কৰা হ'ব। তোমালোকে বিবেচনা কৰিবলগীয়া প্ৰশ্ন কিছুমান এনেধৰণৰ হ'ব—

দুটা চলকযুক্ত সমীকৰণৰ এটা সমাধান আছেনে? যদি আছে, এই সমাধান অদ্বিতীয়নে? কাৰ্টীয় সমতলত এই সমাধান দেখিবলৈ কেনেকুৱা হ'ব? এই প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিওঁতে তোমালোকে তৃতীয় অধ্যায়ত পাই অহা ধাৰণাসমূহো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিবা।

4.2 বৈখিক সমীকৰণ (Linear Equations) :

তোমালোকে এতিয়ালৈকে কিমান শিকিলা প্ৰথমতে তাকে মনত পেলোৱা যাওঁক। তলৰ সমীকৰণটো লোৱা :

$$2x + 5 = 0$$

ইয়াৰ সমাধান, অৰ্থাৎ সমীকৰণটোৰ মূল $-\frac{5}{2}$। এই সমাধানক সংখ্যাৰেখাত তলত দিয়া ধৰণেৰে দেখুৱাব পাৰি :

চিত্ৰ 4.1

এটা সমীকৰণ সমাধান কৰোতে তোমালোকে সদায় তলত দিয়া কথাকেইটা নিশ্চয়কৈ মনত ৰাখিবা :

(i) সমীকৰণটোৰ দুয়োপক্ষত একেটা সংখ্যাই যোগ কৰা (বা বিয়োগ কৰা) হয়।

(ii) সমীকৰণটোৰ দুয়োপক্ষক একেটা অশূণ্য সংখ্যাৰেই পূৰণ (বা হৰণ কৰা) হয়।

এতিয়া আমি তলৰ অৱস্থাটো বিবেচনা কৰো :

নাগপুৰত অনুষ্ঠিত হোৱা ভাৰত আৰু শ্ৰীলংকাৰ মাজৰ এখন এদিনীয়া আন্তৰ্জাতিক ক্ৰিকেট মেচত দুজন ভাৰতীয় বেটচ্‌মেনে একেলগে 176 ৰাণ কৰিলে। এই তথ্যক এটা সমীকৰণ হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

ইয়াত দেখিছা যে এজনৰো ৰাণৰ সংখ্যা জ্ঞাত নহয়। অৰ্থাৎ ইয়াত দুটা অজ্ঞাত ৰাশি আছে। এই অজ্ঞাত ৰাশি দুটা বুজাবলৈ x আৰু y ব্যৱহাৰ কৰা হওঁক। সেয়ে এজন বেটচ্‌মেনে কৰা ৰাণৰ সংখ্যা x আৰু আনজনৰ ৰাণৰ সংখ্যা y। সেয়ে আমি পাওঁ যে—

$x + y = 176$, ইয়েই উলিয়াবলগীয়া সমীকৰণ।

এইটো দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰ উদাহৰণ। এনে সমীকৰণৰ চলক দুটা x আৰু yৰে বুজোৱা এটা প্ৰচলিত প্ৰথা যদিও কেতিয়াবা অন্য আখৰো ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰ কিছুমান উদাহৰণ হ'ল :

$1.2s + 3t = 5$, $p + 4q = 7$, $\pi u + 5v = 9$ আৰু $3 = \sqrt{2}x - 7y$.

মন কৰিবা যে এই সমীকৰণবিলাক একাদিক্ৰমে তলত দিয়া ধৰণেও পাতিব পাৰি—

$1.2s + 3t - 5 = 0$, $p + 4q - 7 = 0$, $\pi u + 5v - 9 = 0$

আৰু $\sqrt{2}x - 7y - 3 = 0$

সেয়ে কোনো এটা সমীকৰণ যদি $ac + by + c = 0$ আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি য'ত a, b আৰু c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু a আৰু b দুয়োটাই শূন্য নহয়, তেনেহ'লে তাকে দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ বোলা হয়। ইয়াৰ অৰ্থ এয়ে হ'ল যে তোমালোকে এনেকুৱা বহুতো সমীকৰণৰ কথা ভাবিব পাৰিবা।

উদাহৰণ 1 : তলৰ প্ৰতিটো সমীকৰণ $ax + by + c = 0$ আৰ্হিত লিখা আৰু প্ৰতি ক্ষেত্ৰতে a, b আৰু c ৰ মান উল্লেখ কৰা :

(i) $2x + 3y = 4.37$, (ii) $x - 4 = \sqrt{3}y$, (iii) $4 = 5x - 3y$, (iv) $2x = y$

সমাধান : (i) $2x + 3y = 4.37$ সমীকৰণটো $2x + 3y - 4.37 = 0$ ধৰণেৰে লিখিব পাৰি। ইয়াত $a = 2$, $b = 3$, $c = -4.37$

(ii) $x - 4 = \sqrt{3}y$ সমীকৰণটো $x - \sqrt{3}y - 4 = 0$ বুলিও লিখিব পাৰি। ইয়াত $a = 1$, $b = -\sqrt{3}$ আৰু $c = -4$

(iii) $4 = 5x - 3y$ সমীকৰণটো $5x - 3y - 4 = 0$ ধৰণেৰে লিখিব পাৰি। ইয়াত $a = 5$, $b = -3$ আৰু $c = -4$। এই সমীকৰণটো যে $-5x + 3y + 4 = 0$ বুলিও লিখিব পাৰি তোমালোকে মানি ল'বানে? এই ক্ষেত্ৰত $a = -5$, $b = 3$ আৰু $c = 4$।

(iv) $2x = y$ সমীকৰণটোক $2x - y + 0 = 0$ বুলিও লিখিব পাৰি। ইয়াত $a = 2$, $b = -1$ আৰু $c = 0$।

$ax + b = 0$ আৰ্হিৰ সমীকৰণবিলাকো দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ উদাহৰণ। কাৰণ এইবিলাকক $ax + 0.y + b = 0$ ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ স্বৰূপে, $4 - 3x = 0$ক $-3x + 0.y + 4 = 0$ ৰূপত লিখিব পাৰি।

উদাহৰণ 2 : তলৰ প্ৰতিটোকে একোটা দুটা চলকযুক্ত সমীকৰণ হিচাপে লিখা :

(i) $x = -5$ (ii) $y = 2$ (iii) $2x = 3$ (iv) $5y = 2$

সমাধান : (i) $x = -5$ সমীকৰণটো হ'ব $1.x + 0.y = -5$ বা $1.x + 0.y + 5 = 0$

(ii) $y = 2$ ক লিখিব পাৰি $0.x + 1.y = 2$ বা $0.x + 1.y - 2 = 0$ হিচাপে।

(iii) $2x = 3$ক লিখিব পাৰি $2x + 0.y - 3 = 0$ হিচাপে।

(iv) $5y = 2$ক লিখিব পাৰি $0.x + 5y - 2 = 0$ হিচাপে।

অনুশীলনী 4.1

1. এখন টোকা বহীৰ দাম এটা কলমৰ দামৰ দুগুণ। এই উক্তিটো প্ৰকাশ হোৱাকৈ দুটা চলকযুক্ত এটা ৰৈখিক সমীকৰণ গঠন কৰা। (ইয়াত এখন টোকাবহীৰ দাম x টকা আৰু এটা কলমৰ দাম y টকা বুলি লোৱা)

2. তলৰ ৰৈখিক সমীকৰণবিলাক $ax + by + c = 0$ আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰা আৰু প্ৰতি ক্ষেত্ৰতে a, b আৰু c ৰ মান উল্লেখ কৰা।

(i) $2x + 3y = 9.3\bar{5}$ (ii) $x - \frac{y}{5} - 10 = 0$ (iii) $-2x + 3y = 6$

(iv) $x = 3y$ (v) $2x = -5y$ (vi) $3x + 2 = 0$

(vii) $y - 2 = 0$ (viii) $5 = 2x$

4.3 এটা বৈখিক সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Linear Equation) :

তোমালোকে দেখিছা যে সকলো এক চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰেই এটা অদ্বিতীয় সমাধান থাকে। দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰ বেলিকা তোমালোকে কি ক'বা? যিহেতু এনে সমীকৰণৰ দুটা চলক থাকে, গতিকে ইয়াৰ সমাধান মানে হ'ল এযোৰ মান। ইয়াৰে এটা x ৰ আৰু আনটো y ৰ মান যি দুটাই সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে। আমি এতিয়া $2x + 3y = 12$ সমীকৰণটোলৈ চাওঁ। ইয়াত $x = 3$ আৰু $y = 2$ সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান। কাৰণ, যদি সমীকৰণটোত $x = 3$ আৰু $y = 2$ প্ৰতিষ্ঠাপন কৰা হয়, তেনেহ'লে দেখা যায় যে

$$2x + 3y = (2 \times 3) + (3 \times 2) = 12$$

এই সমাধানক (বা মূল দুটাক) ক্ৰমিক যুগল (3, 2)ৰে লিখা হয়। ইয়াৰে প্ৰথমটো x ৰ মান আৰু পিছৰটো y ৰ মান। সেইদৰে, ওপৰৰ সমীকৰণটোৰ আন এটা সমাধান হ'ল (0, 4)।

অন্যহাতেদি (1, 4) ক্ৰমিক যুগলটো $2x + 3y = 12$ ৰ সমাধান নহয়। কাৰণ $x = 1$ আৰু $y = 4$ প্ৰতিষ্ঠাপন কৰিলে $2x + 3y = 14$ হে পোৱা যায় 12 নাপাও। মন কৰিবা যে ওপৰৰ সমীকৰণটোৰ (0, 4) এটা সমাধান হয়, কিন্তু (4, 0) সমাধান নহয়।

তোমালোকে $2x + 3y = 12$ৰ অতি কমেও দুটা সমাধান পাইছা, যি দুটা হ'ল (3, 2) আৰু (0, 4)। তোমালোকে আৰু অন্য সমাধান উলিয়াব পাৰিবানে? (6, 0) এটা সমাধান বুলি মানি ল'বানে? পৰীক্ষা কৰি চোৱা। আচল কথাটো হ'ল, তলত দিয়া উপায়েৰে তোমালোকে বহুতো সমাধান উলিয়াব পাৰিবা। $2x + 3y = 12$ সমীকৰণটোত তোমাৰ ইচ্ছামতে x ৰ এটা মান লোৱা (ধৰা $x = 2$)। তেতিয়া সমীকৰণটো হ'ব $4 + 3y = 12$। এইটো এটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ। ইয়াক সমাধান কৰিলে হ'ব $y = \frac{8}{3}$। গতিকে $2x + 3y = 12$ ৰ আন এটা সমাধান হ'ব $(2, \frac{8}{3})$। একেদৰেই, $x = -5$ লৈ পাওঁ $-10 + 3y = 12$। ইয়াৰপৰা পাওঁ, $y = \frac{22}{3}$। গতিকে $2x + 3y = 12$ ৰ আন এটা সমাধান হ'ল $(-5, \frac{22}{3})$। সেয়ে দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ এটাৰ বেলেগ বেলেগ সমাধানৰ অন্ত নাই। অৰ্থাৎ দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ এটাৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকে।

উদাহৰণ 3 : $x + 2y = 6$ সমীকৰণৰ চাৰিটা ভিন্ন সমাধান উলিওৱা।

সমাধান : নিৰীক্ষণ কৰি পাওঁ যে সমীকৰণটোৰ $x = 2$, $y = 2$ এটা সমাধান। কাৰণ $x = 2$ আৰু $y = 2$ পাতিলে পাওঁ

$$x + 2y = 2 + 4 = 6$$

এতিয়া ধৰো $x = 0$। x ৰ এই মানৰ বাবে এই সমীকৰণটো $2y = 6$ লৈ ৰূপান্তৰিত হয় যাৰ $y = 3$ এটা অদ্বিতীয় সমাধান। গতিকে $x + 2y = 6$ ৰ আন এটা সমাধান হ'ল $x = 0$, $y = 3$।

সেইদৰে $y = 0$ ল'লে সমীকৰণটো হ'ব $x = 6$। গতিকে $x + 2y = 6$ ৰ আন এটা সমাধান হ'ল $x = 6, y = 0$। শেষত $y = 1$ লওঁ। এতিয়া প্ৰদত্ত সমীকৰণটো হ'ব $x + 2 = 6$। ইয়াৰ পৰা পাওঁ, $x = 4$। গতিকে সমীকৰণটোৰ (4, 1) আন এটা সমাধান। গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধানৰ ভিতৰৰে চাৰিটা সমাধান হ'ল (2, 2), (0, 3), (6, 0) আৰু (4, 1)।

মন্তব্য : মন কৰা যে এটা সমীকৰণৰ সমাধান এটা উলিওৱাৰ সহজ উপায় হ'ল : $x = 0$ লৈ তাৰ অনুৰূপে y ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। সেইদৰে $y = 0$ লৈ তাৰ অনুৰূপে x ৰ মান পোৱা যায়।

উদাহৰণ 4 : তলৰ প্ৰতিটো সমীকৰণৰে দুটাকৈ সমাধান উলিওৱা :

(i) $4x + 3y = 12$ (ii) $2x + 5y = 0$ (iii) $3y + 4 = 0$

সমাধান : (i) $x = 0$ লৈ পাওঁ, $3y = 12$ অৰ্থাৎ $y = 4$। গতিকে (0, 4) প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান। সেইদৰে $y = 0$ লৈ পাওঁ যে $x = 3$। সেয়ে (3, 0) টোও এটা সমাধান।

(ii) $x = 0$ লৈ পাওঁ যে $y = 0$। সেয়ে (0, 0) হ'ল প্ৰদত্ত সমীকৰণৰ এটা সমাধান। এতিয়া যদি $y = 0$ লোৱা, তোমালোকে পুনৰ (0, 0) পাবা যিটো আগৰ সমাধানৰ সৈতে একে। আন এটা সমাধান পাবলৈ $x = 1$ লোৱা। এতিয়া কৰি চালে পাবা যে এই মানৰ বাবে y ৰ মান হ'ব $-\frac{2}{5}$। গতিকে $(1, -\frac{2}{5})$ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ আন এটা সমাধান।

(iii) $3y + 4 = 0$ সমীকৰণটো সজাই লিখিলে হ'ব $0.x + 3y + 4 = 0$। তোমালোকে দেখিবা যে x ৰ যিকোনো মানৰ বাবে $y = -\frac{4}{3}$। গতিকে সমীকৰণটোৰ দুটা সমাধান $(0, -\frac{4}{3})$ আৰু $(1, -\frac{4}{3})$ বুলি লিখিব পাৰি।

অনুশীলনী 4.2

1. তলত দিয়া সম্ভাব্য উত্তৰকেইটাৰ মাজৰ কোনটো সত্য আৰু কিয়?
   $y = 3x + 5$ সমীকৰণটোৰ
   (i) এটা অদ্বিতীয় সমাধান আছে (ii) মাত্ৰ দুটা সমাধান আছে
   (iii) অসীম সংখ্যক সমাধান আছে।
2. তলৰ প্ৰতিটো সমীকৰণৰে চাৰিটাকৈ সমাধান উলিওৱা :
   (i) $2x + y = 7$, (ii) $\pi x + y = 9$, (iii) $x = 4y$
3. তলৰ কোনকেইটা ক্ৰমিক যুগল $x - 2y = 4$ ৰ সমাধান হয় আৰু কোনকেইটা নহয় পৰীক্ষা কৰা :
   (i) (0, 2) (ii) (2, 0) (iii) (4, 0)
   (iv) $(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$ (v) (1, 1)
4. যদি $x = 2, y = 1$ সমীকৰণ $2x + 3y = k$ ৰ এটা সমাধান তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

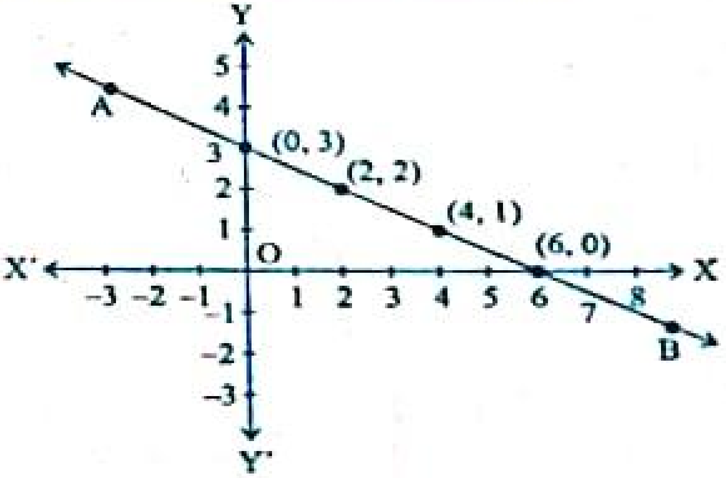
4.4 দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰ লেখ (Graph of a Linear Equation in Two Variables) :

এতিয়ালৈকে তোমালোকে বীজগণিতীয় পদ্ধতিৰে দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণৰ সমাধান নিৰ্ণয় কৰিছা। এতিয়া এইবিলাকৰ জ্যামিতীয় প্ৰদৰ্শন লক্ষ্য কৰিম। তোমালোকে জানা যে এনেধৰণৰ একোটা সমীকৰণৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। এইবিলাকক স্থানাংকে তলত কেনেকৈ দেখুৱাবা? এনে সমীকৰণৰ সমাধান যুৰীয়া মানেৰে প্ৰকাশ কৰা পদ্ধতিটোৰ পৰাই তোমালোকে এই কথাটোৰ আভাস পাব পাৰা। উদাহৰণ 3 ত দিয়া বৈখিক সমীকৰণ $x + 2y = 6$ ৰ সমাধানবিলাক তলত দিয়াৰ দৰে তালিকা আকাৰত লিখিব পাৰি। ইয়াত x ৰ মানৰ তলতে সেইটোৰ অনুৰূপে পোৱা y ৰ মানটো লিখা হয়।

তালিকা 1

x	0	2	4	6	...	...
y	3	2	1	0	...	...

আগৰ অধ্যায়ত তোমালোকে বিন্দু এটা লেখ কাগজত কেনেকৈ সংস্থাপিত কৰে সেই বিষয়ে পঢ়িছিলা। এতিয়া আমি লেখ কাগজত (0, 3), (2, 2), (4, 1) আৰু (6, 0) বিন্দুকেইটা সংস্থাপন কৰো। ইয়াৰে যিকোনো দুটা বিন্দু সংযোগ কৰিলে এডাল ৰেখা পাবা। ধৰা এই ৰেখাডালৰ নাম AB। (চিত্ৰ 4.2 চোৱা)



চিত্ৰ 4.2

তোমালোকে মন কৰিছানে যে আন দুটা বিন্দুও এই AB ৰেখাডালৰ ওপৰতে আছে? এই ৰেখাডালতে থকা অন্য এটা বিন্দু লোৱা। ধৰা সেই বিন্দুটো (8, –1)। এইটো সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান হয়নে? বাস্তৱিকতে $8 + 2(-1) = 6$। গতিকে (8, –1)টো সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান হয়। AB ৰেখাডালৰ ওপৰত থকা আন এটা বিন্দু আকৌ লোৱা আৰু বিন্দুটোৰ স্থানাংকই সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে নে নকৰে সত্যাপন কৰি চোৱা। এতিয়া, ABৰ ওপৰত নথকা কোনো এটা বিন্দু লোৱা। ধৰা বিন্দুটো (2, 0)। এই স্থানাংকই সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰেনে? পৰীক্ষা কৰি চালে পাবা যে সিদ্ধ নকৰে।

আমাৰ পৰ্যবেক্ষণবিলাক এতিয়া লিপিবদ্ধ কৰোঁ :

1. যিবিলাক বিন্দুৰ স্থানাংকেই সমীকৰণ $x + 2y = 6$ সিদ্ধ কৰে সেই বিন্দুবিলাক AB ৰেখাৰ ওপৰত থাকে।
2. AB ৰেখাৰ ওপৰত থকা প্ৰত্যেক বিন্দু (a, b) য়ে সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান দিয়ে আৰু এই সমাধান হ'ল $x = a$ আৰু $y = b$
3. কোনো বিন্দু যদি AB ৰেখাৰ ওপৰত নাথাকে তেনেহ'লে সেই বিন্দুৰ স্থানাংকে সমীকৰণটোৰ সমাধান নহয়।

গতিকে তোমালোক এইটো সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ব পাৰা যে এডাল ৰেখাৰ ওপৰত থকা প্ৰত্যেকটো বিন্দুৱেই ৰেখাডালৰ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে আৰু সমীকৰণটোৰ প্ৰত্যেক সমাধানেই ৰেখাডালৰ ওপৰত থকা একোটা বিন্দু। আচলতে, দুটা চলকযুক্ত এটা ৰৈখিক সমীকৰণক জ্যামিতিকভাৱে এডাল সৰলৰেখাৰে প্ৰতিনিধিত্ব কৰিব পাৰি আৰু ইয়াৰ ওপৰত থকা বিন্দুবিলাক হ'ল সমীকৰণটোৰ সমাধানৰ সংগ্ৰহটো বা থুপটো। ইয়াকেই ৰৈখিক সমীকৰণটোৰ লেখ বুলি কোৱা হয়। গতিকে দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণ এটাৰ লেখ আঁকিবলৈ হ'লে সমীকৰণটোৰ পৰা দুটা সমাধান নিৰ্ণয় কৰি এই সমাধানে বুজোৱা বিন্দু দুটা সংস্থাপন কৰিব পাৰিলেই আমাৰ বাবে যথেষ্ট। কাৰণ এই বিন্দু দুটা সংযোগ কৰিলেই এডাল ৰেখা পোৱা যাব। সেয়ে হ'লেও, তোমালোকে দুটাতকৈ বেছি বিন্দু উলিয়াই লেখ কাগজত সংস্থাপন কৰাটো বাঞ্ছনীয়। কাৰণ তেনে কৰিলে তোমালোকে লেখডালৰ শুদ্ধতা লগে লগেই চাব পাৰিবা।

মন্তব্য : এটা এক ঘাতৰ বহুপদী সমীকৰণ $ax + by + c = 0$ ক ৰৈখিক সমীকৰণ বুলি কোৱাৰ কাৰণ এয়ে যে ইয়াৰ জ্যামিতিক ৰূপ হ'ল এডাল সৰল ৰেখা।

উদাহৰণ 5 : (1, 2) বিন্দুটো দিয়া থাকিলে, এই বিন্দুটো থকা ৰেখা এডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা। এই ধৰণৰ সমীকৰণ কিমান আছে?

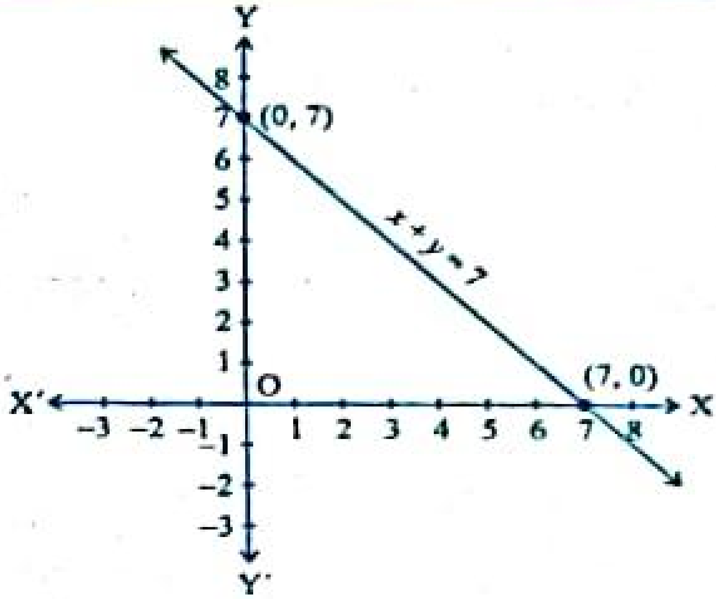
সমাধান : ইয়াত তুমি বিচৰা ৰৈখিক সমীকৰণ এটাৰ সমাধান হ'ল (1, 2)। গতিকে তোমাক (1, 2) বিন্দুৰে যোৱা ৰেখা এডাল লাগে। এনেধৰণৰ ৰৈখিক সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ হ'ল $x + y = 3$। সেইদৰে আন উদাহৰণ হ'ল $y - x = 1$, $y = 2x$। কাৰণ (1, 2) বিন্দুটোৰ স্থানাংকেই এইকেইটা সমীকৰণো সিদ্ধ কৰে। দৰাচলতে (1, 2) বিন্দুটোৰ স্থানাংকেই সিদ্ধ কৰা এই ধৰণৰ অসীম সংখ্যক ৰৈখিক সমীকৰণ আছে। এই কথাটো চিত্ৰৰ সহায়ত কেনেকৈ চাবা?

উদাহৰণ 6 : $x + y = 7$ ৰ লেখ অংকন কৰা।

সমাধান : এই লেখটো অংকন কৰিবলৈ সমীকৰণটোৰ অতি কমেও দুটা সমাধানৰ আমাক প্ৰয়োজন। তোমালোকে চাব পাৰা যে $x = 0$, $y = 7$ আৰু $x = 7$, $y = 0$ সমীকৰণটোৰ দুটা সমাধান। সেয়ে তোমালোকে তলত দিয়া তালিকাখন লেখ অংকনৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিবা।

তালিকা 2

x	0	7
y	7	0



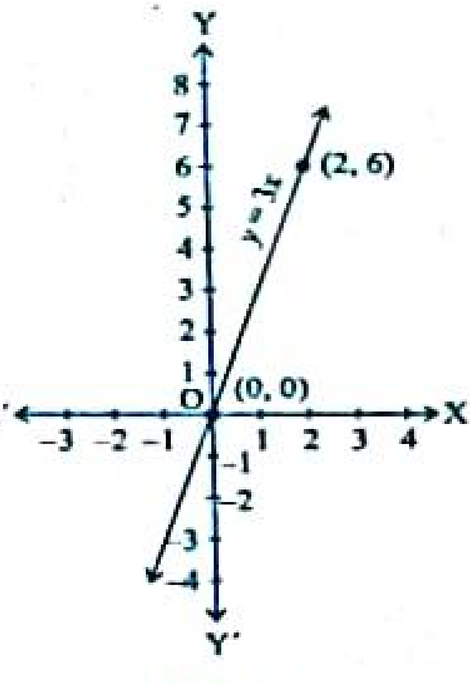
চিত্ৰ 4.3

এই তালিকাৰ বিন্দু দুটা সংস্থাপন কৰা আৰু এডাল ৰেখাৰে বিন্দু দুটা সংযোগ কৰি লেখটো অংকন কৰা। (চিত্ৰ 4.3 চোৱা)

উদাহৰণ 7 : তোমালোকে জানা যে এটা বস্তুত প্ৰয়োগ কৰা বল বস্তুটোত সৃষ্টি হোৱা ত্বৰণৰ সৈতে সমানুপাতিক। এই অৱস্থাটো প্ৰকাশ কৰিবলৈ এটা সমীকৰণ লিখা আৰু সমীকৰণটোৰ লেখ অংকন কৰা।

সমাধান : ইয়াত জড়িত থকা চলক দুটা হ'ল বল আৰু ত্বৰণ। ধৰা হ'ল প্ৰয়োগ কৰা বল y একক আৰু সৃষ্টি হোৱা ত্বৰণ x একক। অনুপাত আৰু সমানুপাতৰ ধাৰণাৰে প্ৰশ্নত দিয়া তথ্যৰ পৰা লিখিব পাৰি যে $y = kx$, ইয়াত k এটা ধ্ৰুৱক। (বিজ্ঞান বিষয়টোৰ পৰা তোমালোকে জানা যে k হ'ল আচলতে বস্তুটোৰ ভৰ।)

এতিয়া যিহেতু আমি k কি নাজানো, গতিকে সঠিককৈ $y = kx$ ৰ লেখ আঁকিব নোৱাৰিম। তথাপি যদি kৰ নিৰ্দিষ্ট মান এটা লোৱা হয় তেনেহ'লে আমি লেখটো আঁকিব পাৰিম। ধৰা হ'ল $k = 3$। অৰ্থাৎ $y = 3x$ ক প্ৰতিনিধিত্ব কৰাকৈ ৰেখা এডাল আঁকিম।



চিত্ৰ 4.4

ইয়াৰ বাবে সমীকৰণটোৰ দুটা সমাধান উলিয়ালো। ধৰা হ'ল সেই দুটা (0, 0) আৰু (2, 6)। (চিত্ৰ 4.4 চোৱা)। লেখটোৰ পৰা দেখিবা যে যদি প্ৰয়োগ কৰা বল 3 একক হয় তেনেহ'লে সৃষ্টি হোৱা ত্বৰণ হয় 1 একক। তদুপৰি, মন কৰা যে (0, 0) বিন্দুটো লেখডালৰ ওপৰত আছে। ইয়াৰ অৰ্থ হ'ল যে ত্বৰণ 0 একক হ'ব যদিহে প্ৰয়োগ বল 0 একক হয়।

মন্তব্য : $y = kx$ আৰ্হিৰ সমীকৰণ এটাৰ লেখডাল এডাল ৰেখা হয়, যিডাল সদায় মূলবিন্দুৰে যায়।

উদাহৰণ ৪ : তলৰ চিত্ৰ 4.5ত দিয়া লেখবিলাকৰ কোনডাল লেখ তলত উল্লেখ থকা সমীকৰণবিলাকৰ মাজৰ কোনটো সমীকৰণৰ বাছনি কৰা।

(a) চিত্ৰ 4.5 (i)ৰ লেখডালৰ কাৰণে সমীকৰণটো হ'ব

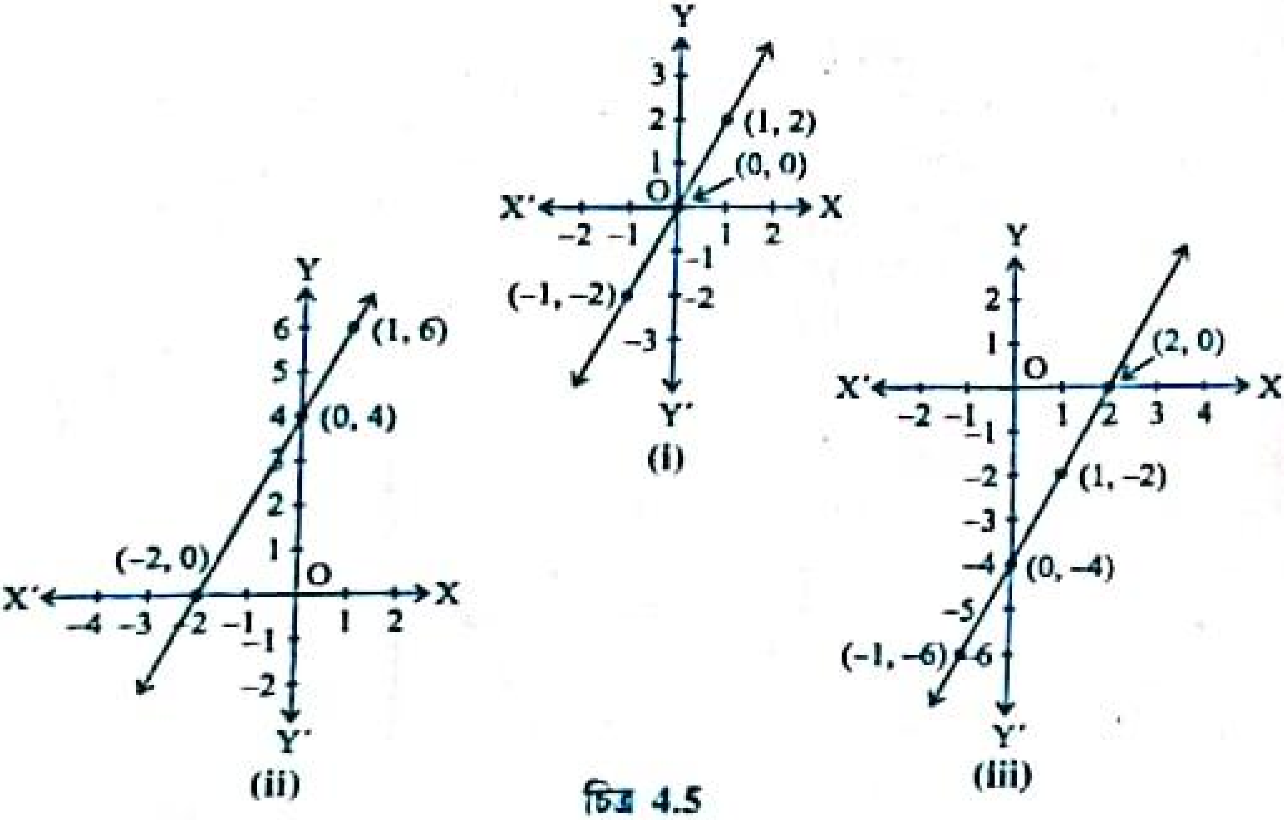
(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = x$ (iv) $y = 2x + 1$

(b) চিত্ৰ 4.5 (ii)ৰ কাৰণে সমীকৰণটো হ'ল

(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = 2x + 4$ (iv) $y = x - 4$

(c) চিত্ৰ 4.5 (iii)ৰ কাৰণে সমীকৰণটো হ'ল

(i) $x + y = 0$ (ii) $y = 2x$ (iii) $y = 2x + 1$ (iv) $y = 2x - 4$



চিত্ৰ 4.5

সমাধান : (a) চিত্ৰ 4.5 (i)ৰ পৰা, ৰেখাডালত থকা বিন্দুবিলাক হ'ল (–1,–2), (0, 0), (1, 2)। নিৰীক্ষণ কৰি পাওঁ যে $y = 2x$ টোৱেই হ'ল লেখটোৰ বাবে সমীকৰণ। তোমালোকে উলিয়াব পাৰিবা যে প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতেই y-স্থানাংক হ'ল x-স্থানাংকৰ দুগুণ।

(b) চিত্ৰ 4.5 (ii)ত, ৰেখাডালত থকা বিন্দুবিলাক হ'ল $(-2, 0)$, $(0, 4)$, $(1, 6)$। তোমালোকে দেখিছা যে এই বিন্দুবিলাকৰ স্থানাংকই $y = 2x + 4$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে। গতিকে $y = 2x + 4$ সমীকৰণটোৱেই হ'ল চিত্ৰ 4.5(ii) ৰ লেখডালৰ বাবে সমীকৰণ।

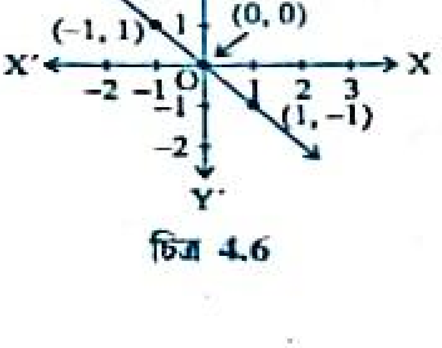
(c) চিত্ৰ 4.5 (iii)ৰ পৰা, ৰেখাডালত থকা বিন্দুবিলাক হ'ল $(-1, -6)$, $(0, -4)$, $(1, -2)$, $(2, 0)$। নিৰীক্ষণ কৰি পাবা যে লেখটোৰ বাবে সমীকৰণটো হ'ল $y = 2x - 4$।

অনুশীলনী 4.3

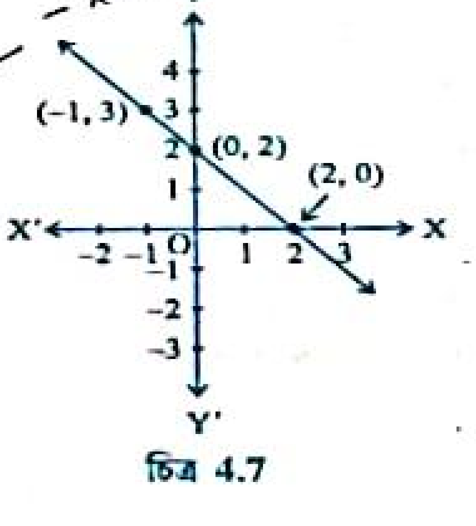
1. তলত দিয়া দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণৰ প্ৰতিটোৰেই লেখ অংকন কৰা :
   (i) $x + y = 4$ (ii) $x - y = 2$ (iii) $y = 3x$ (iv) $3 = 2x + y$
2. $(2, 14)$ বিন্দুৰে যোৱা দুডাল ৰেখাৰ সমীকৰণ লিখা। এনেধৰণৰ আৰু কিমান ৰেখা আছে আৰু কিয়?
3. যদি $(3, 4)$ বিন্দুটো $3y = ax + 7$ সমীকৰণটোৰ লেখডালৰ ওপৰত থাকে তেনেহ'লে a ৰ মান উলিওৱা।
4. এখন মহানগৰত টেক্সীৰ ভাড়া এনেধৰণৰ :
   প্ৰথম কিলোমিটাৰটোৰ বাবে ভাড়া 8 টকা আৰু তাৰ পিছৰ দূৰত্বৰ ভাড়া হ'ল প্ৰতি কিলোমিটাৰত 5 টকা। অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব x কিলোমিটাৰ আৰু মুঠ ভাড়া y টকা বুলি ধৰি এই তথ্যৰ ভিত্তিত এটা ৰৈখিক সমীকৰণ লিখা আৰু ইয়াৰ লেখ অংকন কৰা।
5. তলত দিয়া বিকল্পবিলাকৰ পৰা সমীকৰণ একোটা বাছনি কৰা যিটোৰ লেখ চিত্ৰ 4.6 আৰু চিত্ৰ 4.7 ত দিয়া হৈছে :

চিত্ৰ 4.6 ৰ বাবে
(i) $y = x$
(ii) $x + y = 0$
(iii) $y = 2x$
(iv) $2 + 3y = 7x$

চিত্ৰ 4.7 ৰ বাবে
(i) $y = x + 2$
(ii) $y = x - 2$
(iii) $y = x - 2$ $-x+2$
(iv) $x + 2y = 6$



চিত্ৰ 4.6



চিত্ৰ 4.7

6. যদি এটা স্থিৰ (ধ্ৰুৱক) বল প্ৰয়োগ কৰাৰ ফলত কোনো এটা বস্তুৱে কৰা কাৰ্য বস্তুটোৱে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বৰ সমানুপাতিক হয় তেনেহ'লে এই তথ্যক দুটা চলকযুক্ত ৰৈখিক সমীকৰণ এটাৰে প্ৰকাশ কৰা আৰু এই স্থিৰ বলক 5 একক ধৰি ইয়াৰ এটা লেখ অংকন কৰা। তদুপৰি এই লেখৰ পৰা বস্তুটোৱে কৰা কাৰ্য কিমান হ'ব উলিওৱা যেতিয়া বস্তুটোৱে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব হয়

(i) 2 একক (ii) 0 একক

7. এখন স্কুলৰ নৱম শ্ৰেণীৰ দুজনী ছাত্ৰী যামিনী আৰু ফাতিমাই একেলগে ভূমিকম্পত আক্ৰান্তসকলৰ বাবে প্ৰধানমন্ত্ৰীৰ সাহায্য পুঁজিলৈ 100 টকাৰ বৰঙণি আগবঢ়ালে। এই তথ্যক সিদ্ধ কৰাকৈ এটা ৰৈখিক সমীকৰণ লিখা। (তেওঁলোকৰ বৰঙণিক x টকা আৰু y টকা বুলি ধৰিব পাৰা)। ইয়াৰ এটা লেখ আঁকা।

8. আমেৰিকা যুক্তৰাষ্ট্ৰ, কানাডা আদিৰ দৰে দেশত উষ্ণতাক 'ফাৰেনহেইট' এককেৰে জোখা হয়, কিন্তু ভাৰতৰ দৰে দেশত ইয়াক 'চেলচিয়াছ' এককেৰে জোখে। তলত এটা ৰৈখিক সমীকৰণ দিয়া হ'ল যিটোৰ সহায়ত ফাৰেনহেইটক চেলচিয়াছলৈ পৰিবৰ্তন কৰা হয় :

$$F = \left(\frac{9}{5}\right)C + 32$$

(i) চেলচিয়াছৰ বাবে x-অক্ষ আৰু ফাৰেনহেইটৰ বাবে y-অক্ষ ধৰি এই ৰৈখিক সমীকৰণটোৰ এটা লেখ অংকন কৰা।

(ii) যদি উষ্ণতা $30^{\circ}C$, তেন্তে এই উষ্ণতা ফাৰেনহেইটত কিমান?

(iii) যদি উষ্ণতা $95^{\circ}F$, তেন্তে এই উষ্ণতা চেলচিয়াছত কিমান?

(iv) যদি উষ্ণতা $0^{\circ}C$, তেন্তে এই উষ্ণতা ফাৰেনহেইটত কিমান? যদি উষ্ণতা $0^{\circ}F$, তেন্তে এই উষ্ণতা চেলচিয়াছত কিমান?

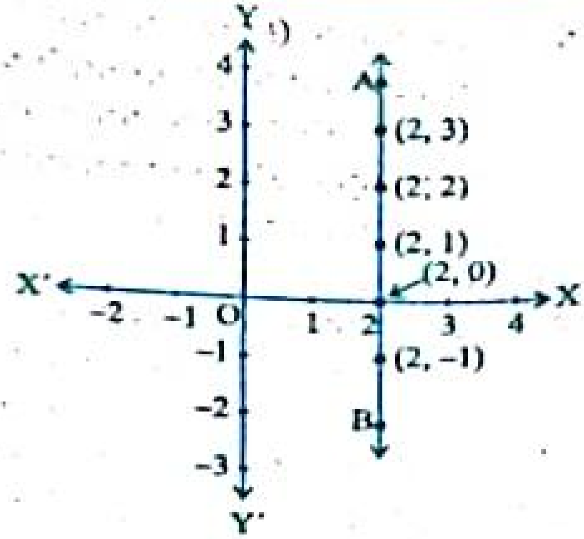
(v) এনে কোনো উষ্ণতা আছে নেকি যিটো ফাৰেনহেইট আৰু চেলচিয়াছ এই দুয়োটাতে সাংখ্যিকভাৱে একে? যদি আছে, নিৰ্ণয় কৰা।

4.5 x-অক্ষ আৰু y-অক্ষৰ সমান্তৰাল ৰেখাৰ সমীকৰণ (Equations of Lines Parallel to the x-axis and y-axis) :

স্থানাংকে তলত ধৰা এটা প্ৰদত্ত বিন্দুৰ স্থানাংক কিদৰে লিখা হয় সেই বিষয়ে তোমালোকে পঢ়িছা। (2, 0), (–3, 0), (4, 0) আৰু (n, 0), ইয়াত n যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা, এই বিন্দুবোৰ কাৰ্টীয় সমতলৰ ক'ত থাকে তোমালোকে জানানে? নিশ্চয়কৈ জনা যে, এই সকলো বিন্দু x-অক্ষত থাকে। কিন্তু কিয় থাকে জানানে? কাৰণ x-অক্ষত থকা প্ৰতিটো বিন্দুৰেই y-স্থানাংক 0। দৰাচলতে x-অক্ষৰ ওপৰত থকা প্ৰতিটো বিন্দুৰ স্থানাংকৰ আৰ্হি (x, 0) ধৰণৰ। এতিয়া তোমালোকে x অক্ষৰ সমীকৰণ কি হ'ব অনুমান কৰিব পাৰিবানে? এই সমীকৰণ হ'ল $y = 0$। মনত ৰাখিবা

যে $y = 0$ সমীকৰণটো $0.x + 1.y = 0$ আহিঁত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। সেই একেদৰেই, লক্ষ্য কৰা যে y-অক্ষৰ সমীকৰণ হ'ল $x = 0$।

এতিয়া $x - 2 = 0$ এই সমীকৰণটো লোৱা। যদি এই সমীকৰণটোক এটাই মাত্ৰ চলক x থকা বুলি লোৱা হয়, তেন্তে ইয়াৰ অদ্বিতীয় সমাধান হ'ব $x = 2$ আৰু এইটো সংখ্যাৰেখাৰ এটা বিন্দু। কিন্তু যদি, এই সমীকৰণটোক দুটা চলকযুক্ত বুলি লোৱা হয় তেনেহ'লে ইয়াক $x + 0.y - 2 = 0$ বুলি প্ৰকাশ কৰিব পৰা যাব। এই সমীকৰণটোৰ অসীম সংখ্যক সমাধান আছে। দৰাচলতে, এই সমাধানবিলাকৰ আহিঁ হ'ল $(2, r)$ য'ত r যিকোনো বাস্তৱ সংখ্যা। তদুপৰি তোমালোকে পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা যে $(2, r)$ আহিঁৰ সকলো বিন্দুৱেই এই সমীকৰণৰ একোটা সমাধান। সেই কাৰণে দুই চলকযুক্ত সমীকৰণ হিচাপে $x - 2 = 0$ সমীকৰণক চিত্ৰ 4.8ৰ লেখটোৰ AB ৰেখাৰ দ্বাৰা নিৰ্দেশ কৰিব পাৰি।



চিত্ৰ 4.8

উদাহৰণ 9 : $2x + 1 = x - 3$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা আৰু এই সমাধানক
(i) সংখ্যাৰেখাত
(ii) স্থানাংক তলত প্ৰদৰ্শন কৰি দেখুওৱা

সমাধান : সমীকৰণটো সমাধান কৰিলে পাওঁ

$$2x + 1 = x - 3$$
$$2x - x = -3 - 1$$
অৰ্থাৎ, $x = -4$

(i) এই সমাধানক সংখ্যাৰেখাত কিদৰে প্ৰদৰ্শন কৰা হয় তাকে চিত্ৰ 4.9ৰত দেখুওৱা হৈছে। ইয়াত $x = -4$ ক এটা চলকযুক্ত সমীকৰণ হিচাপে লোৱা হৈছে।

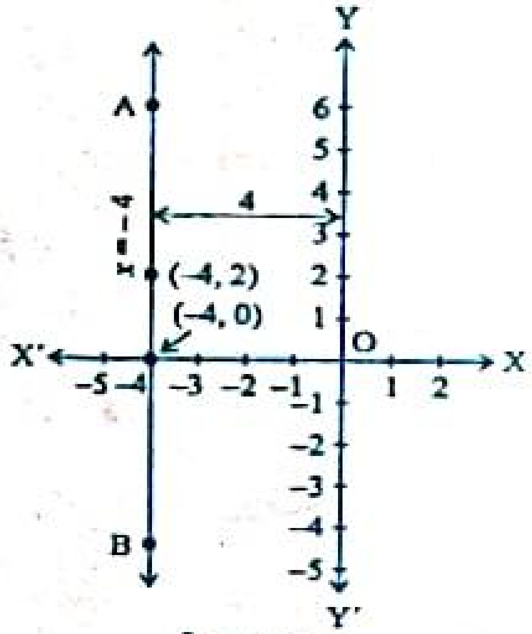
চিত্ৰ 4.9

(ii) আমি জানো যে $x = -4$ ক $x + 0.y = -4$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি যিটো দুটা

চলকযুক্ত এটা বৈখিক সমীকৰণ। ইয়াক এডাল ৰেখাৰে প্ৰকাশ কৰা হয়। এতিয়া yৰ বাবে সকলো মানেই ল'ব পাৰি কাৰণ $0.y$ সদায় 0। কিন্তু x ৰ মানে সমীকৰণ $x = -4$ সিদ্ধ কৰিব লাগিব। সেই গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ দুটা সমাধান হ'ল $x = -4, y = 0$ আৰু $x = -4, y = 2$।

মন কৰিবা যে ABৰ লেখডাল y-অক্ষৰ সমান্তৰালকৈ থকা এডাল সৰল ৰেখা আৰু এইডাল y-অক্ষৰ বাওঁহাতে 4 একক দূৰত আছে। (চিত্ৰ 4.10 লৈ মন কৰা)

এই ধৰণেৰে তোমালোকে x-অক্ষৰ সমান্তৰালকৈ থকা এডাল ৰেখাৰ লেখ আঁকিব পাৰিবা যাৰ সমীকৰণটো হ'ব পাৰে $y = 3$ বা $0.x + 1.y = 3$ আৰ্হিৰ।



চিত্ৰ 4.10

অনুশীলনী 4.4

1. $y = 3$ৰ জ্যামিতিক উপস্থাপন উল্লেখ কৰা যদি ধৰা হয় যে, সমীকৰণটো
   (i) এটা চলকযুক্ত (ii) দুটা চলকযুক্ত
2. $2x + 9 = 0$ৰ জ্যামিতিক উপস্থাপন উল্লেখ কৰা যদি ধৰা হয় যে সমীকৰণটো
   (i) এটা চলকযুক্ত (ii) দুটা চলকযুক্ত

4.6 সাৰাংশ (Summary) :

এই অধ্যায়ত তোমালোকে তলত দিয়া কথাখিনি শিকিলা :

1. যদি এটা সমীকৰণৰ আৰ্হি $ax + by + c = 0$, য'ত a, b, c বাস্তৱ সংখ্যা আৰু a আৰু b দুয়োটাই শূন্য নহয়, তেনেহ'লে ইয়াক দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ বোলা হয়।
2. দুটা চলকযুক্ত বৈখিক সমীকৰণ এটাৰ অসীম সংখ্যক সমাধান থাকে।
3. দুটা চলকযুক্ত বৈখিক প্ৰতিটো সমীকৰণৰ লেখ এডাল সৰল ৰেখা।
4. y-অক্ষৰ সমীকৰণ হ'ল $x = 0$ আৰু x-অক্ষৰ সমীকৰণ হ'ল $y = 0$।
5. $x = a$ সমীকৰণটোৰ লেখ হ'ল y-অক্ষৰ সমান্তৰালকৈ থকা এডাল সৰল ৰেখা।
6. $y = a$ সমীকৰণটোৰ লেখ হ'ল x-অক্ষৰ সমান্তৰালকৈ থকা এডাল সৰল ৰেখা।
7. $y = mx$ আৰ্হিৰ সমীকৰণ এটাই মূলবিন্দুৰেদি যোৱা এডাল সৰল ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে।
8. দুটা চলক যুক্ত বৈখিক সমীকৰণ এটাৰ লেখডালৰ ওপৰত থকা প্ৰতিটো বিন্দু সেই বৈখিক সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান। তদুপৰি, এটা বৈখিক সমীকৰণৰ প্ৰতিটো সমাধানেই সেই সমীকৰণৰ লেখডালৰ ওপৰত থকা এটা বিন্দু।