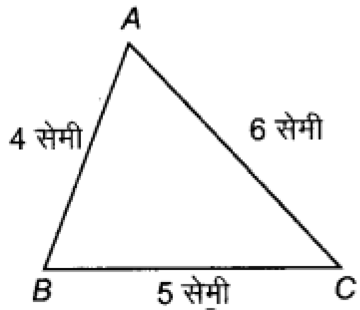
त्रिभुजों की रचनाएँ

Exercise 8.1

प्रश्न 1. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें AB = 4 सेमी, BC = 5 सेमी और CA = 6 सेमी हो।

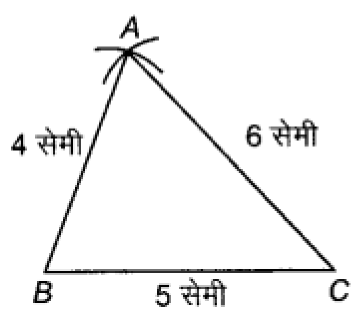
हल: सर्वप्रथम रचना करने से पूर्व दी गई माप के 6 सेमी अनुसार त्रिभुज की 4 सेमी/ कच्ची आकृति बनाकर इसमें मापों को अंकित करते हैं। इसी आधार पर B 5 सेमी अभीष्ट त्रिभुज बनायेंगे।



कच्चा चित्र

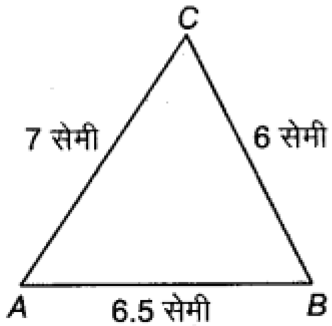
रचना : एक रेखाखण्ड BC = 5 सेमी खींचते हैं। बिन्दु B को केन्द्र मानकर 4 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचते हैं और इसी प्रकार बिन्दु C को केन्द्र मानकर 6 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचते हैं। जो पहले चाप को बिन्दु A पर काटे।

A को B से तथा A को C से मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है।



प्रश्न 2. दो बिन्दु A और B परस्पर 6.5 सेमी की दूरी पर हैं। व B से क्रमशः 7 सेमी तथा 6 सेमी दूरी पर एक बिन्दु C का स्थान ज्ञात कीजिए।

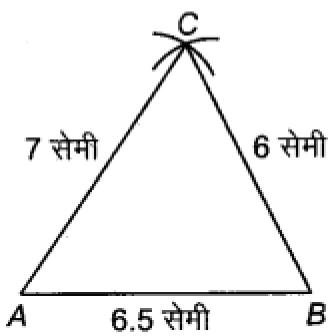
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस प्रकार है



कच्चा चित्र

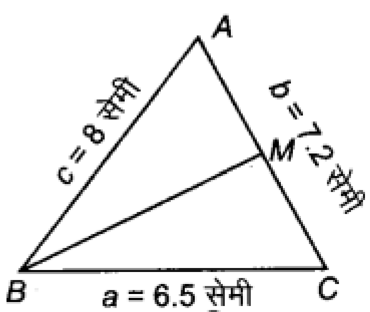
रचना : एक रेखाखण्ड AB = 6.5 सेमी खींचते हैं। तथा A को केन्द्र मानकर 7 सेमी का चाप लगाते हैं।"
इसी प्रकार B को केन्द्र मीनकर 6 सेमी को चाप लगाते हैं। दोनों चाप एक दूसरे को बिन्दु C पर काटते हैं।
A को B से तथा A को C से मिलाते हैं।

इस प्रकार अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है।



प्रश्न 3. ΔABC की रचना कीजिए जिसमें a = 6.5 सेमी, b = 72 सेमी और c = 8 सेमी। ∠B का अर्द्धक खींचिए जो AC को बिन्दु M पर मिले।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई। मापों का माप सहित कच्चा चित्र बनाते हैं। जो इस प्रकार है:

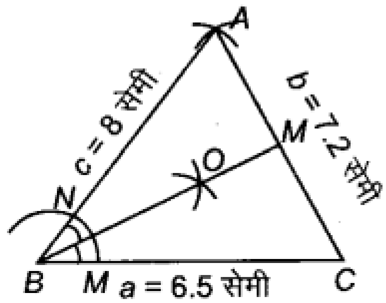


कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड BC = 6.5 सेमी खींचते B हैं तथा B को केन्द्र कच्चा चित्र मानकर 8 सेमी का चाप

लगाते हैं इसी प्रकार C को केन्द्र मानकर 7.2 सेमी का चाप लगाते हैं। दोनों चाप एक दूसरे को बिन्दु A पर काटते हैं।

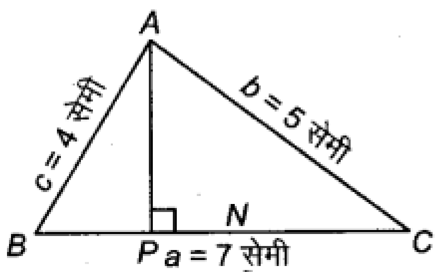
अब A को B से तथा A को C से मिलाते हैं। इस प्रकार अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है। अब परकार में थोड़ी सी दूसरी लेकर बिन्दु B से एक चाप लगाते हैं जो BC व AB को क्रमशः M, N पर काटता है। अब परकार की दूरी थोड़ी बढ़ाकर क्रमशः M व N से चाप लगाते हैं जो एक दूसरे को O पर काटते हैं। O व B को मिलाते हुए आगे बढ़ाते हैं जो AC को M का काटता है।
अत: OB ही कोण B का अभीष्ट अर्द्धक है।



प्रश्न 4. ΔABC की रचना इस प्रकार कीजिए कि a = 7 सेमी, b = 5 सेमी और c = 4 सेमी। A से BC पर लम्ब डालिए।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का एक कच्चा चित्र बनाते हैं, जोकि

इस प्रकार है:



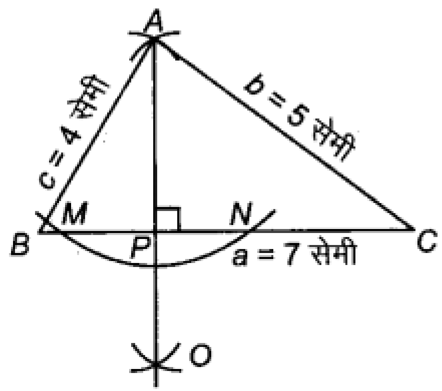
कच्चा चित्र

रचनाः एक रेखा खण्ड BC = 7 सेमी खींचते हैं। 4 सेमी व 5 सेमी के चाप क्रमश: B व C को का केन्द्र मानकर लगाते हैं।

जो एक दूसरे को बिन्दु A पर काटते हैं। बिन्दु A को B से तथा A को C से मिलाते हैं। इस प्रकार अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है।

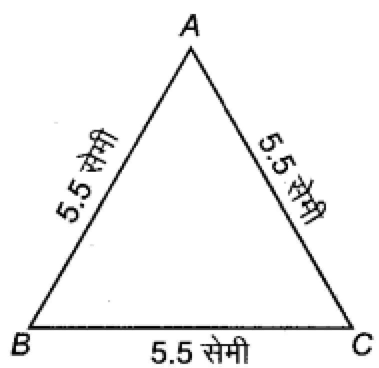
बिन्दु A को केन्द्र मानकर एक चाप लगाते हैं जो BC रेखा को बिन्दु M व N पर काटता है।
अब M व N को केन्द्र मानकर रेखाखण्ड BC के नीचे की तरफ दो चाप लगाते हैं जोकि एक दूसरे को O पर काटते हैं।

OA को मिलाते हैं।
OA रेखा BC को P पर काटता है। अत: AP, BC पर लम्ब है।



प्रश्न 5. समबाहु ΔABC की रचना कीजिए, जिसकी प्रत्येक भुजा 5.5 सेमी हो।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं। जो इस प्रकार है:

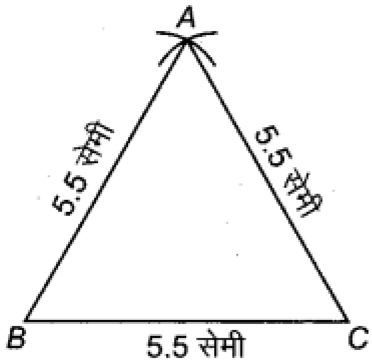


कच्चा चित्र

रचना : अब एक, रेखाखण्ड BC = 5.5 खींचते हैं। इसी दूरी से परकार द्वारा B व C कच्चा चित्र को केन्द्र मानकर दो।

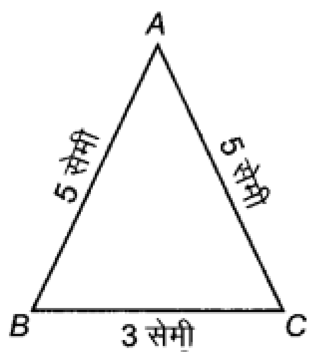
चाप लगाते हैं जो परस्पर बिन्दु A पर काटते हैं।

अब A को B से तथा A को C से मिलाते हैं। इस प्रकार अभीष्ट समबाहु ΔABC प्राप्त होता है।



प्रश्न 6. समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका आधार 3 सेमी तथा अन्य भुजा 5 सेमी हो।

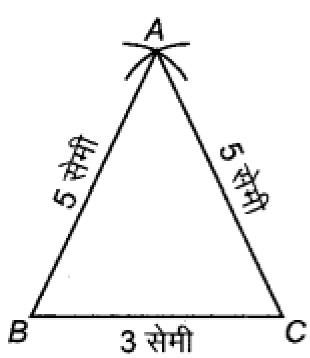
हल: सर्वप्रथम ΔABC की प्रश्न में दी मापों के अनुसार कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस कच्चा चित्र प्रकार है।



कच्चा चित्र

रचना : एक रेख़ाखण्ड BC = 3 सेमी खींचते हैं। अब 5 सेमी दूरी परकार में लेकर बिन्दु B व C को केन्द्र मानकर दो चाप लगाते हैं जो एक दूसरे को बिन्दु A पर काटते हैं।

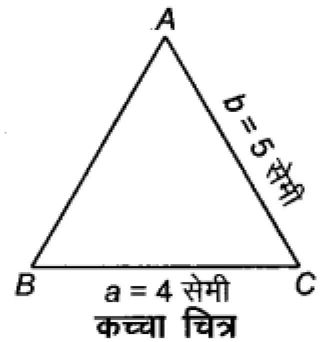
A को B से तथा A को C से मिलाते हैं। इस प्रकार अभीष्ट ΔABC प्राप्त होता है।



Exercise 8.2

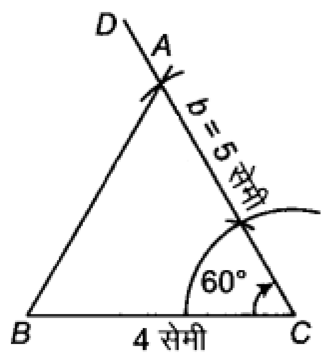
प्रश्न 1. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें a = 4 सेमी, b = 5 सेमी और ∠C = 60° है।

हल: सर्वप्रथम दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जोकि इस प्रकार हैं:



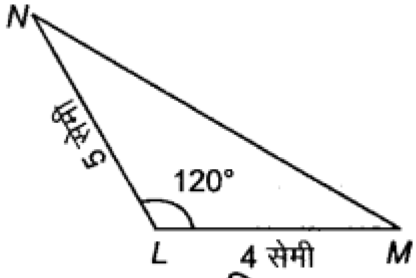
रचना : एक रेखाखण्ड BC = 4 सेमी खींचते हैं।
रेखाखण्ड BC के बिन्दु C पर पटरी व परकार की। कच्चा चित्र सहायता से ∠BCD = 60° का कोण बनाते हैं।

C को केन्द्र मानकर b = 5 सेमी त्रिज्या से एक चाप लगाते हैं जो CD को A पर काटता है।
AB को मिलाने पर प्राप्त त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुज है।



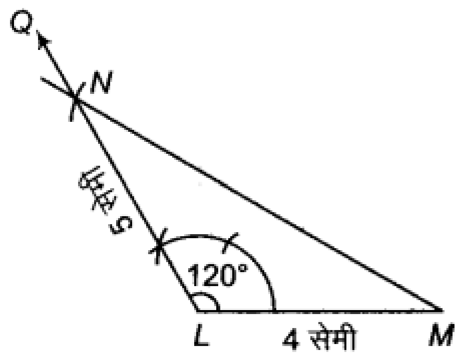
प्रश्न 2. त्रिभुज LMN की रचना कीजिए, जिसमें ∠L = 120°, LM = 4 सेमी तथा LN = 5 सेमी हो।

हल: सर्वप्रथम दी मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस प्रकार है:



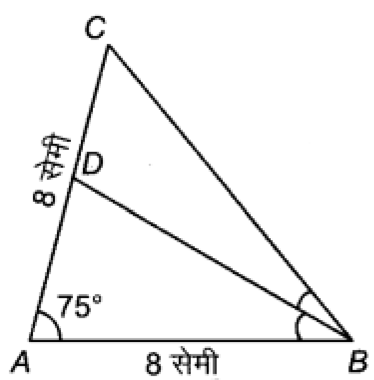
कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड LM = 4 सेमी खींचते हैं। रेखाखण्ड LM के बिन्दु L पर पटरी व परकार की सहायता से ∠MLQ = 120° का कोण बनाते हैं।
अब L को केन्द्र मानकर 5 सेमी को चाप लगाते हैं जो QL को N पर काटता है।
अब N व M को मिलाते हैं। अत: अभीष्ट ΔLMN प्राप्त होता है।



प्रश्न 3. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें AB = AC = 8 सेमी, ∠A = 75°, ∠B का समद्विभाजक खींचिए, जो सामने की भुजा को मिले।

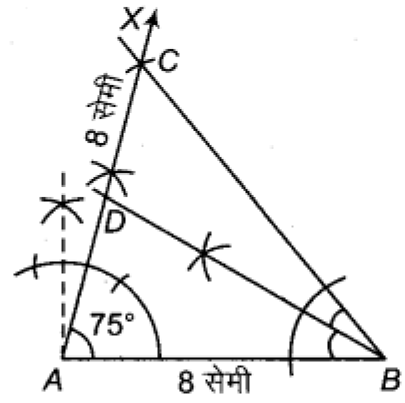
हल: सर्वप्रथम दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं। जोकि इस प्रकार है :



कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड AB = 8 सेमी खींचते हैं। रेखाखण्ड AB के बिन्दु A पर परकार वे के पटरी की सहायता से ∠BAX = 75° का। कोण बनाते हैं तथा परकार से बिन्दु A को केन्द्र मानकर 8 सेमी को चाप लगाते हैं जो XA को बिन्दु C पर काटता है। बिन्दु C को A तथा C को B A से मिलाते हैं।

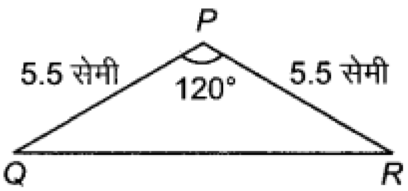
अतः अभीष्ट त्रिभुज ΔABC प्राप्त होता है।
अब परकार की सहायता से कोण B का समद्विभाजक खींचते हैं। जो AC को D पर मिलता है।



प्रश्न 4. समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका शीर्ष कोण 120° हो और जिसकी समान भुजाओं में से प्रत्येक 5.5 सेमी लम्बी हो।

हल: सर्वप्रथम दी हुई

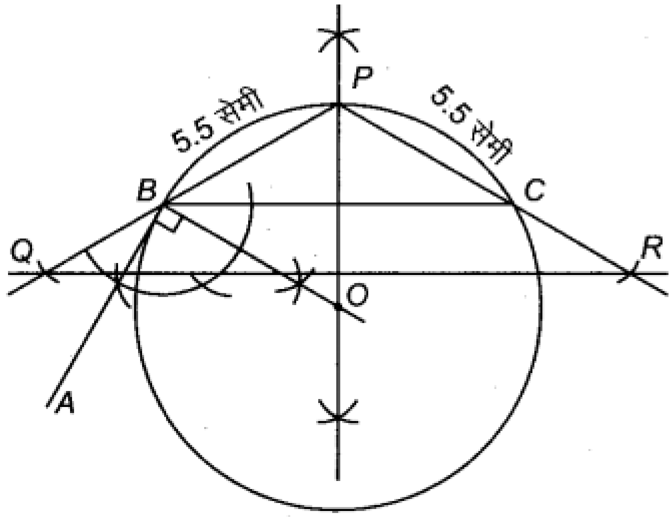
मापों के अनुसार कच्चा चित्र बनाते हैं। जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना : सबसे पहले कच्चा चित्र किसी माप (माना 6 सेमी) की रेखाखण्ड BC खींचते हैं।
रेखाखण्ड BC के बिन्दु B पर 120° का कोण नीचे की ओर बनाते हैं।

अब रेखा BA से ∠ABO = 90° का कोण बनाते हैं तथा रेखा BC का लम्बार्द्धक करते हैं।



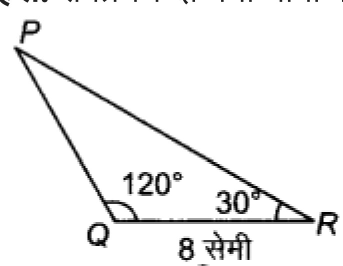
समकोण की भुजा व लम्ब रेखा माना O पर मिलते हैं। अब परकार में OB की दूरी लेकर वृत्त खींचते हैं। जिस बिन्दु पर लम्बार्द्धक वृत्त को काटता है उस बिन्दु (P) से B व C को मिलाते हैं। अब बिन्दु P से परकार में 5.5 सेमी दूरी लेकर इन्हीं रेखाओं (PC व PB) की दिशा में चाप लगाते हैं। PB व PC को आगे बढ़ाकर दोनों चापों से स्पर्श कराते हैं।

माना ये बिन्दु व R पर चापों को काटते हैं। अत: अभीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त होता है।

Exercise 8.3

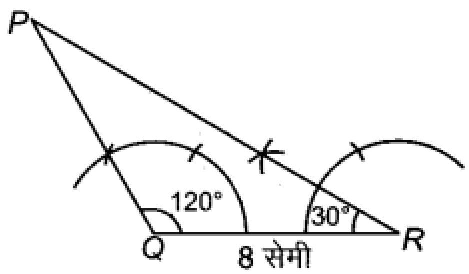
प्रश्न 1. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें QR = 8 सेमी, ∠Q = 120° और ∠R = 30°

हल: सर्वप्रथम दी गयी मापों का P कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

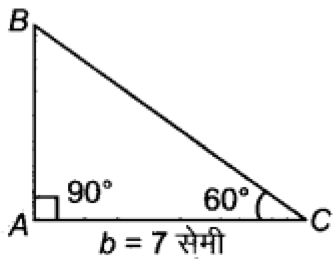
रचना : एक रेखाखण्ड QR = 8 सेमी खींचते हैं। Q रेखाखण्ड QR के बिन्दु कच्चा चित्र पर 120° का कोण तथा R पर 30° का कोण बनाते हैं तथा कोण बनाने वाली रेखाओं को आगे बढ़ाते हैं, ये बिन्दु P पर मिलती है।



अतः अभीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त होता है।

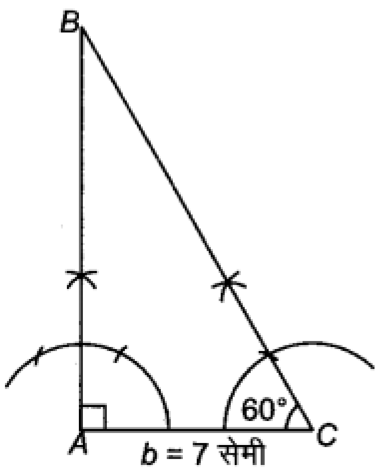
प्रश्न 2. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें b = 7 सेमी, ∠A = 90° और ∠C = 60° है।

हल: सर्वप्रथम दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो कि इस प्रकार है:



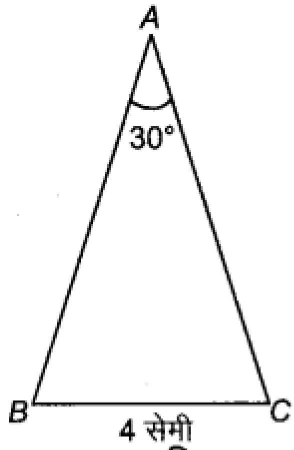
कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड AC = 7 सेमी खींचते हैं।
रेखाखण्ड AC के बिन्दु A पर 90° तथा बिन्दु C पर 60° का कोण बनाती हुई रेखाएँ खींचते हैं।
जो एक दूसरे को बिन्दु B पर काटती हैं। अत: अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।



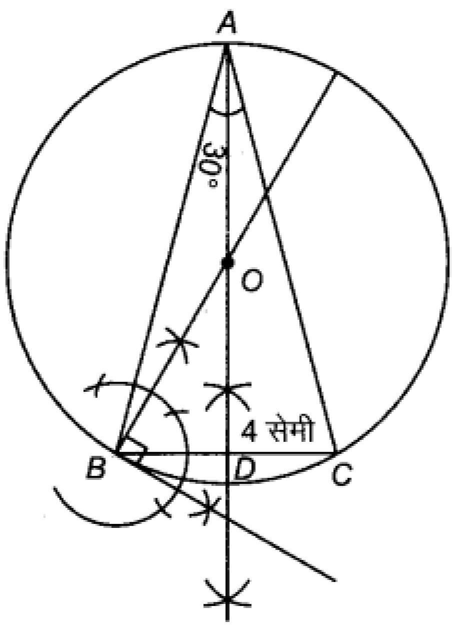
प्रश्न 3. एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका आधार 4 सेमी और शीर्ष कोण 30° हो। शीर्ष बिन्दु से आधार पर लम्ब खींचिए।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों को कच्चा चित्र बनाकर माप । लिखते हैं जोकि इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड BC = 4 सेमी खींचते हैं। इस रेखा' पर नीचे की ओर ∠CBE = 30° का कोण पटरी व परकार की सहायता से बनाते हैं।



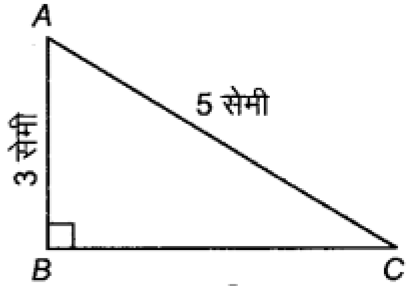
रेखा BC का लम्बर्द्धक करते हैं। रेखा BE पर 90° का कोण बनाते हैं। जो लम्बर्द्धक को बिन्दु O पर काटता है O से B की दूरी परकार में लेकर O को केन्द्र मानकर वृत्त की रचना करते हैं।
BC की लम्बर्द्धक रेखा वृत्त को बिन्दु A पर स्पर्श करता है।
बिन्दु A से B तथा A को C से मिलाते हैं।

अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है। AD, आधार BC पर लम्ब है।

Exercise 8.4

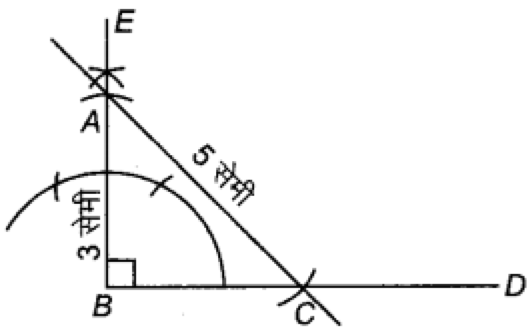
प्रश्न 1. समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका कर्ण 5 सेमी तथा अन्य एक भुजा 3 सेमी हो।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा 5 सेमी चित्र बनाते हैं, जो इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

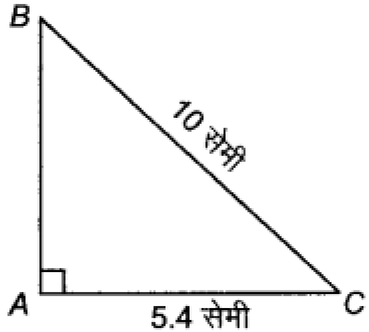
रचना : एक रेखाखण्ड BD खींचते हैं। BD के बिन्दु B पर ∠DBE = 90° बनाते हैं।
B को केन्द्र मानकर 3 सेमी की त्रिज्या का चाप लगाते हैं जो BE को A बिन्दु पर काटता है, अब A को केन्द्र मानकर 5 सेमी की त्रिज्या से चाप लगाते हैं, जो BD को C पर काटता है।
अब A को C से मिलाते हैं।



अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 2. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें ∠A = 90°, भुजा AC = 5.4 सेमी तथा कर्ण BC = 10 सेमी है।

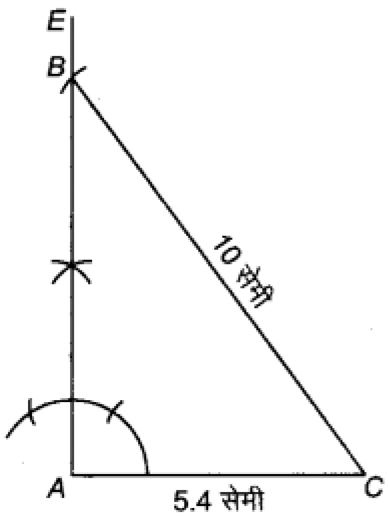
हल: सबसे पहली प्रश्न में दी मापों का कच्चा चित्र माप सहित बनाते हैं। जोकि इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

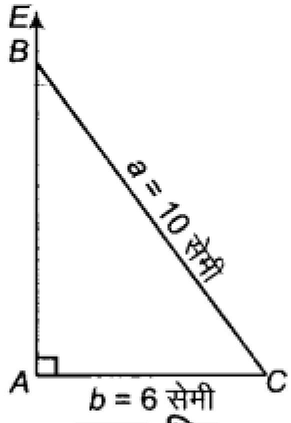
रचना : एक रेखाखण्ड AC = 5.4 सेमी खींचते हैं।
रेखाखण्ड AC के बिन्दु A पर परकार व कच्चा चित्र पटरी की सहायता से 90° का कोण ∠CBE बनाते हैं।
अब C को केन्द्र मानकर परकार में 10 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो AE को बिन्दु B पर काटता है।

अब B व C को मिलाते हैं। अत: अभीष्ट त्रिभुज, ABC प्राप्त होता है।



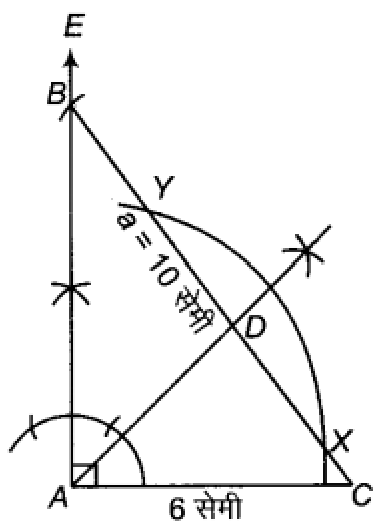
प्रश्न 3. समकोण △ABC की रचना कीजिए, जिसमें ∠A = 90° तथा भुजा = 10 सेमी तथा भुजा b = 6 सेमी हो। कर्ण पर शीर्ष A से लम्ब डालिए।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जोकि इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

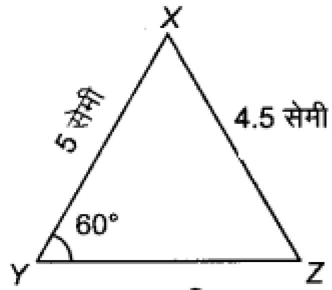
रचना : एक रेखाखण्ड AC = b = 6 सेमी खींचते हैं। रेखाखण्ड AC के बिन्दु A पर परकार व पटरी की सहायता से ∠CAE = 90° का कोण बनाते हैं।
अब C को केन्द्र मानकर परकार में 10 सेमी की दूरी लेकर AE पर एक चाप लगाते हैं। माना यह चाप AE को बिन्दु B पर काटता है। अब B व C को मिलाते हैं।
अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है। बिन्दु A से रेखाखण्ड BC के बाहर की तरफ एक चाप लगाते हैं जो BC को क्रमशः X, Y पर काटता है।
X तथा Y को केन्द्र मानकर दो चाप लगाते हैं दोनों चापों के प्रतिच्छेदन बिन्दु को A से मिलाते हैं।
माना यह BC को D पर काटता है तब AD, कर्ण BC पर लम्ब है।



Exercise 8.5

प्रश्न 1. त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए, जिसमें ∠XYZ = 60°, भुजा XY = 5 सेमी तथा XZ = 4.5 सेमी। इस प्रकार से कितने त्रिभुज खींचे जा सकते हैं?

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो कि इस प्रकार है:

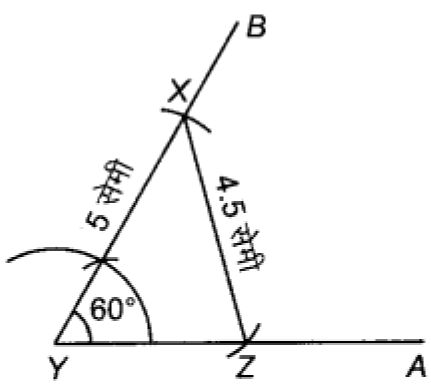


कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड YA खींचते हैं। पटरी व 60° परकार की सहायता से रेखाखण्ड AY के बिन्दु Y पर ∠AYB = 60° का कोण बनाते हैं।

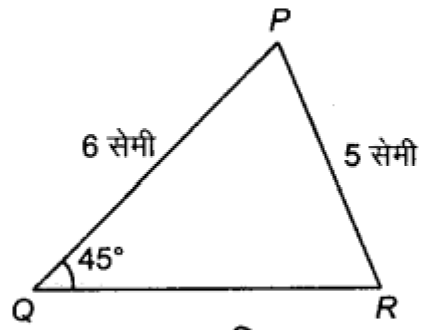
Y को केन्द्र मानकर परकार में 5 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो YB A60° को x पर काटता है। अब X को केन्द्र मानकर परकार में 4.5 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो YA को Z पर काटता है। X व Z को मिलाते हैं। अतः अभीष्ट त्रिभुज XYZ प्राप्त होता है।

इस प्रकार एक अन्य त्रिभुज रेखा के नीचे भी खींचा जा सकता है।



प्रश्न 2. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें ∠PQR = 45°, भुजा PQ = 6 सेमी तथा PR = 5 सेमी है।

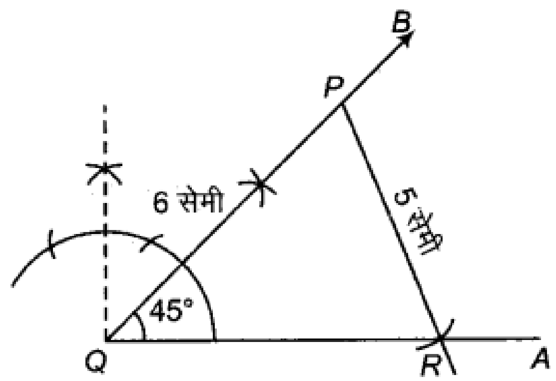
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो कि इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

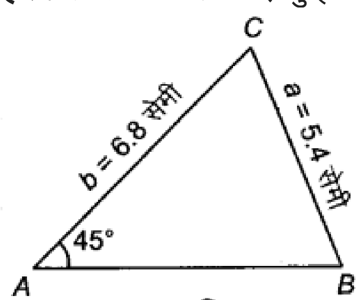
रचना : एक रेखाखण्ड QA खींचते हैं। रेखाखण्ड AQ के बिन्दु Q पर पटरी व परकार से 45° का ∠AQB बनाते हैं
तथा Q को केन्द्र मानकर 6 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो QB को P पर काटता है।
अब P को केन्द्र मानकर परकार में 5 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो QA को R पर काटता है। P व R को मिलाते हैं।

अत: अभीष्ट △PQR प्राप्त होता है।



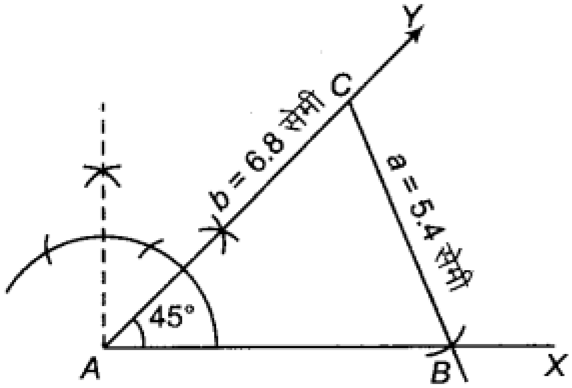
प्रश्न 3. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें a = 5.4 सेमी, b = 6.8 सेमी और ∠A = 45°, भुजा AB को माप ज्ञात कीजिए।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी हुई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं, जोकि इस प्रकार है:



कच्चा चित्र

रचना : एक रेखाखण्ड AX खींचते हैं। रेखाखण्ड AX के बिन्दु A को केन्द्र मानकर पटरी व परकार से XAY = 45° का कोण बनाते हैं।



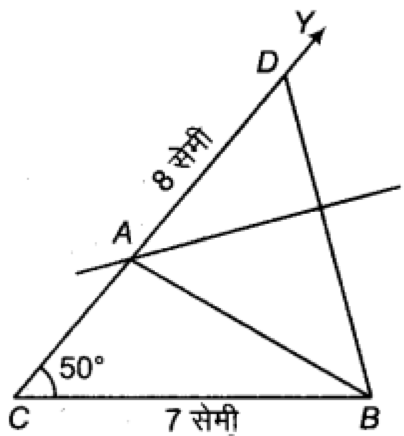
A को केन्द्र मानकर परकार में 6.8 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो AY को C पर काटता है।
अब C को केन्द्र मानकर परकार में 5.4 सेमी की दूरी लेकर चाप लगाते हैं जो AX को B पर काटती है। C व B को मिलाते हैं।

अत: अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है। भुजा AB को मापने पर यह 7.4 सेमी प्राप्त हुई।

Exercise 8.6

प्रश्न 1. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें BC = 7 सेमी, ∠C = 50° तथा AC + AB = 8 सेमी है।

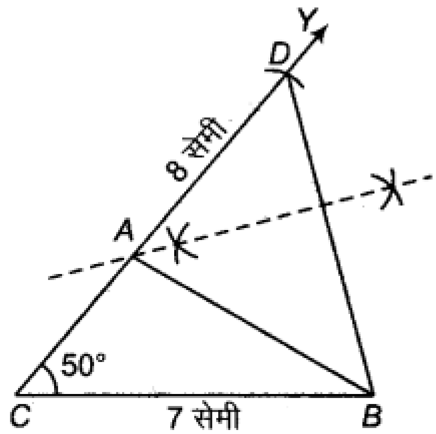
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में, दी गई मापों को कच्चा चित्र खींकते हैं-



कच्चा चित्र

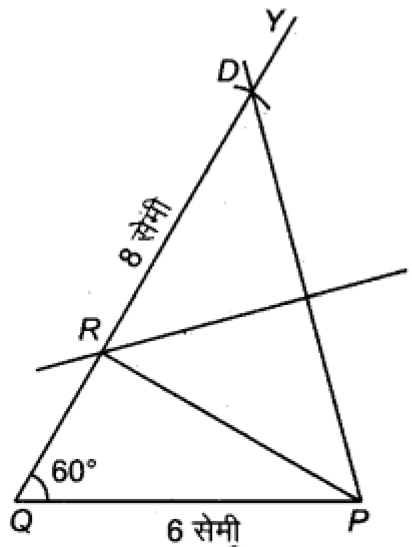
रचना : एक रेखाखण्ड BC = 7 सेमी खींचते हैं। रेखाखण्ड BC के बिन्दु C पर ∠ZBCY = 50° का कोण बनाते हैं।
परकार में AC + AB = 8 सेमी लेकर चाप लगाते हैं जोकि CY को बिन्दु D पर काटता है, अब BD को मिलाकर इसका लम्ब समद्विभाजक खीचते हैं।

BD की लम्बे समद्विभाजक रेखा CY को जिस बिन्दु पर काटती है, वह A है। अब BA को मिलाते हैं।
अत: अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।



प्रश्न 2. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें PQ = 6 सेमी, ∠Q = 60° और PQ + PR = 8 सेमी है।

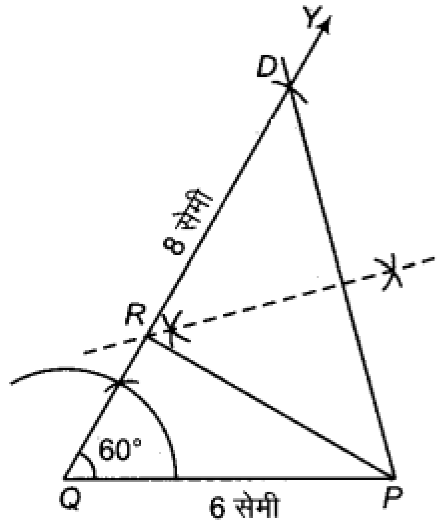
हल: सर्वप्रथम दी गई मापों का कच्चा चित्रे खींचते हैं-



कच्चा चित्र

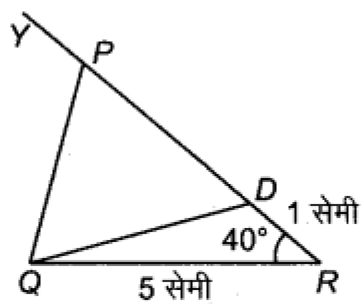
रचना : रेखाखण्ड QP = 6 सेमी खींचकर बिन्दु Q प्रर परकार व पटरी से ∠PQY = 60° का कोण बनाते हैं।
परकार में QR + RP = 8 सेमी लेकर चाप लगाते हैं जो QY को D पर काटता है। अब PD को मिलाकर इसका लम्ब समद्विभाजक खींचते हैं जो QY को बिन्दु R पर काटता है।

R को P से मिलाते हैं। अतः अभीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त होता है।



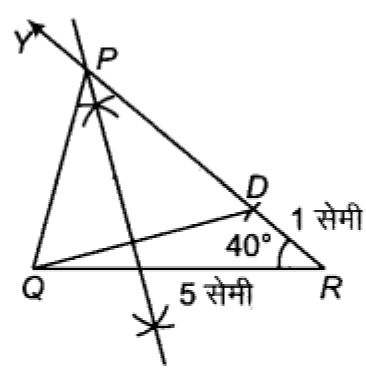
प्रश्न 3. त्रिभुज PQR की रचना कीजिए, जिसमें QR = 5 सेमी, ∠R = 40° तथा PR – PQ = 1 सेमी।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं-



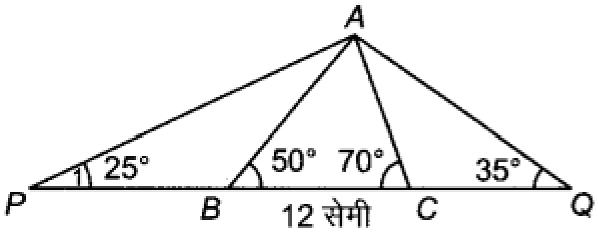
कच्चा चित्र

रचना : रेखाखण्ड QR = 5 सेमी खींचते हैं।
रखाखण्ड QR के बिन्दु R पर 40° का कोण (∠YRQ) बनाते हैं। YR से 1 सेमी दूरी RD काटते हैं।
D को Q से मिलाते हैं तथा QD का लम्ब, समद्विभाजक खींचते हैं, यह YR को बिन्दु P पर काटता है।
P व Q को मिलाते हैं।
अत: अभीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त होता है।



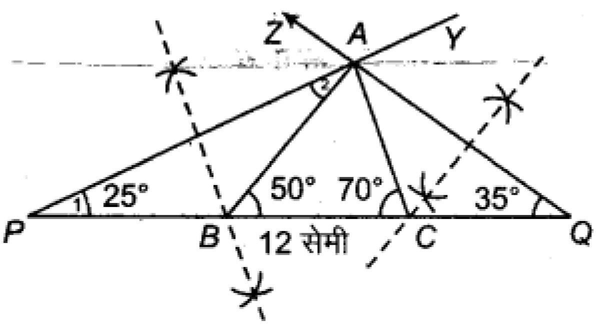
प्रश्न 4. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसकी परिमिति 12 सेमी एवं आधार के कोण 50° और 70° हों।

हल: सर्वप्रथम दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं-



कच्चा चित्र

रचना : रेखाखण्ड PQ = 12 सेमी खींचिए।
रेखाखण्ड PQ के बिन्दु P तथा Q पर क्रमशः 25° व 35° का कोण ∠YPQ तथा ∠ZQP बनाइए। जो एक दूसरे को बिन्दु A पर काटते हैं।



अब AP तथा AQ के लम्ब समद्विभाजक खींचिए, जो PQ को क्रमश: B तथा C बिन्दुओं पर काटते हैं।
A को B से तथा A को C से मिलाइए।
अत: अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 5. त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसमें BC = 6 सेमी, माध्यिकाएँ AD तथा CF क्रमशः 6 सेमी तथा 7.5 सेमी है।

हल:

सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं—

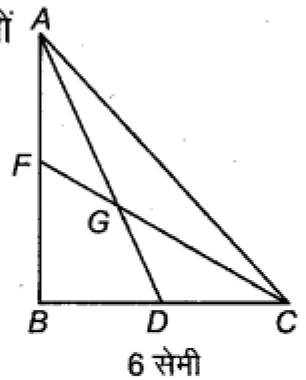
$DC = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 6$

$= 3$ सेमी

$GC = \frac{2}{3} CF = \frac{2}{3} \times 7.5$

$= 5$ सेमी

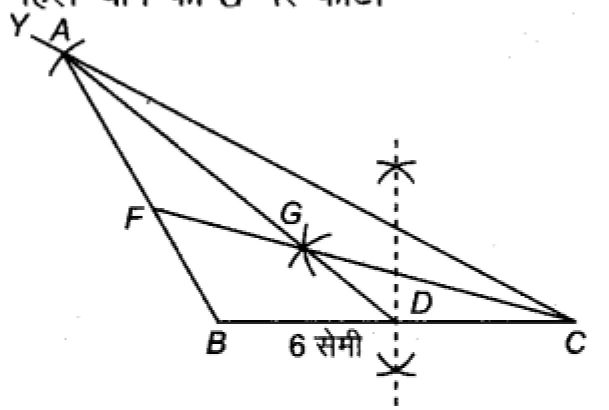
$GD = \frac{1}{3} AD = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ सेमी



कच्चा चित्र

रचना : रेखाखण्ड $BC = 6$ सेमी खींचिए। BC को D पर समद्विभाजित कीजिए। D को केन्द्र मानकर त्रिज्या $\left[GD = \frac{1}{3} AD\right]$ 2 सेमी लेकर चाप खींचिए।

इसी प्रकार C को केन्द्र मानकर त्रिज्या $\left[GC = \frac{2}{3} CF\right]$ 5 सेमी लेकर एक चाप खींचिए, जो पहले चाप को G पर काटे।



DG को मिलाते हुए आगे इतनी बढ़ाइए ताकि DA = 6 सेमी हो। AB तथा AC को मिलाइए।
अत: इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 6. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसकी तीनों माध्यिकाएँ क्रमशः 3 सेमी, 2.7 सेमी और 6 सेमी है।

हल:

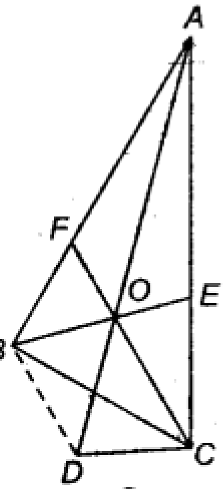
सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं–

चित्रानुसार,

$$OB = \frac{2}{3} \times BE = \frac{2}{3} \times 3 = 2 \text{ सेमी}$$

$$OC = \frac{2}{3} \times CF = \frac{2}{3} \times 2.7 = 1.8 \text{ सेमी}$$

$$OA = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ सेमी}$$



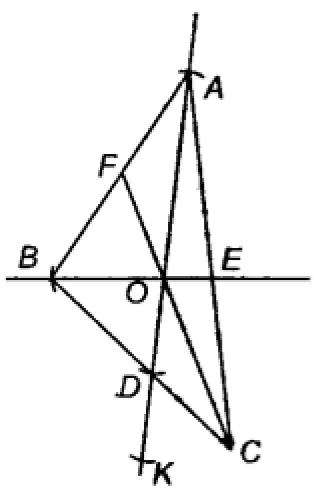
कच्चा चित्र

रचना : त्रिभुज की रचना इस प्रकार करते हैं कि OK = AO = 4 सेमी, OC = 1.8 सेमी तथा KC = OB = 2 सेमी, OK का मध्य बिन्दु D प्राप्त करते हैं।

KD को इतना आगे बढ़ाते हैं कि AD = 6 सेमी है।

इसी प्रकार, CD को इतना आगे बढ़ाते हैं, कि CD = BD, AB तथा AC को मिलाते हैं।

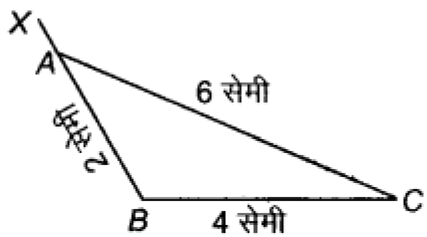
अतः ∆ABC अभीष्ट त्रिभुज है, जिसमें माध्यिकाएँ AD = 6 सेमी, CF = 3 सेमी तथा BE = 2.7 सेमी है।



Miscellaneous Exercise

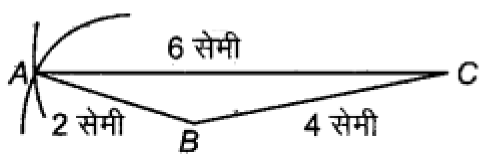
प्रश्न 1. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप 12 सेमी है तथा भुजाओं का अनुपात 1 : 2 : 3 है।

हल: माना त्रिभुज की भुजाओं की लम्बाइयाँ x सेमी, 2x सेमी तथा 3x सेमी हैं।
$x + 2x + 3x = 12$
$\Rightarrow 6x = 12$
$\Rightarrow x = 6$
अत: त्रिभुज की भुजाएँ 2, 2 × 2, 2 × 3 या 2 सेमी, 4 और 6 सेमी हैं।
सर्वप्रथम इन भुजाओं का एक कच्चा चित्र बनाते हैं। जोकि इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

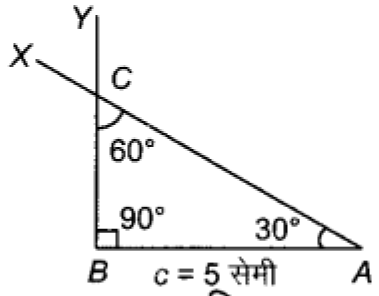
रचना : एक कच्चा चित्र रेखाखण्ड BC = 4 सेमी खींचते हैं।
रेखाखण्ड BC के बिन्दु B को केन्द्र मानकर परकार से 2 सेमी को चाप लगाते हैं।



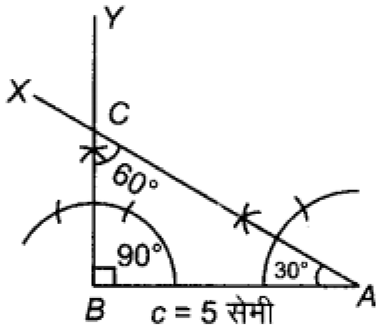
C को केन्द्र मानकर 6 सेमी दूरी परकार में लेकर दूसरा चाप लगाते हैं, माना यह पहले चाप को बिन्दु A पर काटता है।
C से A को तथा B से A को मिलाते हैं। अब अभीष्ट ∆ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 2. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें ∠B = 90° तथा ∠C = 60° है तथा c = 5 सेमी है।

हल: हम जानते हैं कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होती है।
अतः $\angle A + \angle B + \angle C = 180°$
$\angle A + 90° + 60°$
$\angle A + 150° = 180°$
$\angle A = 30°$
सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों को कच्चा चित्र बनाते हैं-

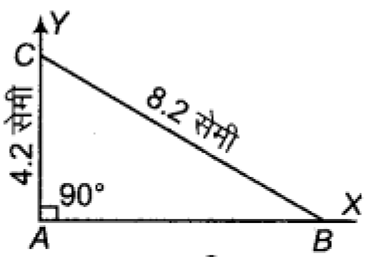


रचना : एक रेखाखण्ड AB = c = 5 सेमी खींचते हैं।
रेखाखण्ड AB के बिन्दु B पर तथा बिन्दु A पर 30° का कोण पटरी व परकार की सहायता से खींचते हैं।
जिस बिन्दु पर AX व BY एक दूसरे को काटती हैं उस बिन्दु को C से दर्शाते करते हैं।
अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।



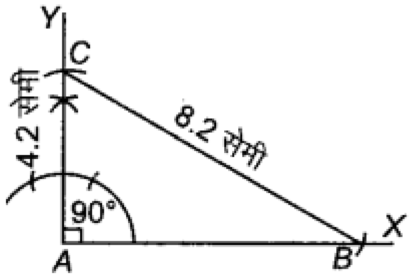
प्रश्न 3. एक समकोण त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें कर्ण BC = 8.2 सेमी तथा एक भुजा = 4.2 सेमी।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र हैं। बनाते हैं जोकि इस से प्रकार है-



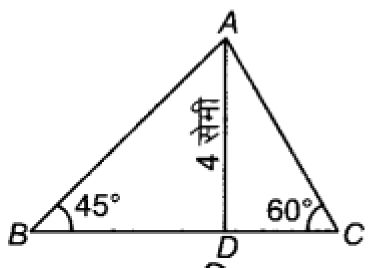
रचना : एक रेखाखण्ड AX खींचते हैं। पटरी व कच्चा चित्र परकार की सहायता से रेखाखण्ड के बिन्दु A पर ∠XAY = 90° को कोण बनाते हैं। परकार में 4.2 सेमी दूरी लेकर बिन्दु A को केन्द्र मानकर एक चाप लगाते हैं जो AY को बिन्दु C पर काटता है।
अब C को 'केन्द्र मानकर परकार में 8.2 सेमी की दूरी लेकर एक चाप लगाते हैं जो AX को B पर काटता है। B व C को मिलाते हैं।

इस प्रकार प्राप्त त्रिभुज ABC ही अभीष्ट त्रिभुजे है।



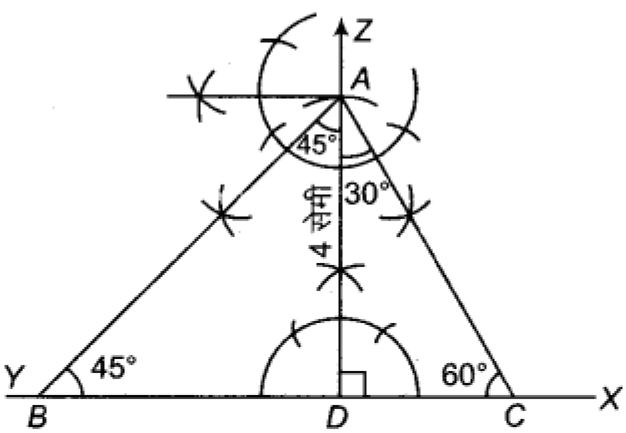
प्रश्न 4. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें ∠B = 45°, ∠C = 60° और A से BC पर लम्ब AD = 4 सेमी में।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न दी गई मापों का एक कच्चा चित्र बनाते हैं जोकि इस प्रकार है।



कच्चा चित्र

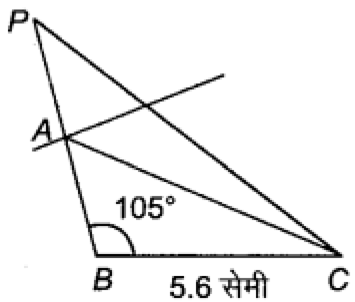
रचना : एक रेखाखण्ड XY खीचते हैं। इसके कच्चा चित्र लगभग मध्य में कोई बिन्दु D लेते हैं। पटरी व परकार से बिन्दु D पर लम्ब ZD डालते हैं।



D को केन्द्र मानकर एक 4 सेमी का चाप लगाते हैं। जो ZD को बिन्दु A पर काटता है। रेखाखण्ड AD के बिन्दु A पर
∠DAC = 30° (180° – 60° – 90° = 30°)
तथा, ∠DAB = 45° (180° – 90° – 45° = 45°)
जो XY को क्रमश: C तथा B पर काटते हैं।
अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

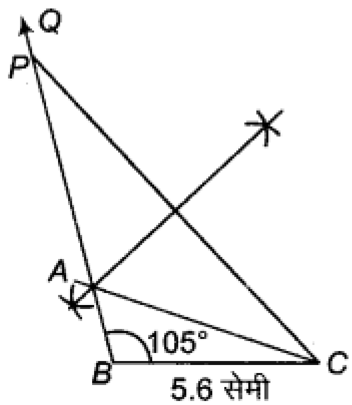
प्रश्न 5. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें a = 5.6 सेमी, b + c = 10.2 सेमी और ∠B – ∠C = 30° है।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं। जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना : सबसे पहले BC = 5.6 सेमी खींचते है-
रेखाखण्ड BC के बिन्दु B पर ∠CBQ = 105° का कोण बनाते हैं।
बिन्दु B को केन्द्र मानकर 10.2 सेमी का चाप लगाते हैं। जो BQ को बिन्दु P पर काटता हैं।
P से C को मिलाते हैं तथा इसका लम्बर्द्धक खीचते हैं जो भुजा PC को A पर काटता है।
अब C से A को मिलाने पर अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।



प्रश्न 6. एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसकी तीनों माध्यिकाएँ क्रमशः 4.2 सेमी, 4.8 सेमी और 5.4 सेमी हैं।

हल:

प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं, जो इस प्रकार है—

चित्रानुसार,

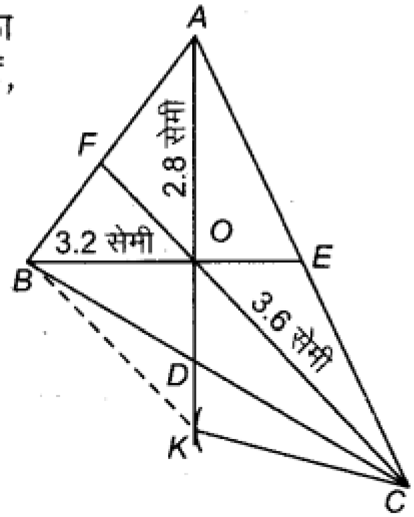
$OB = \frac{2}{3} \times BE$

$= \frac{2}{3} \times 4.8$

$= 3.2$ सेमी

$OC = \frac{2}{3} \times CF$

$= \frac{2}{3} \times 5.4 = 3.6$ सेमी



कच्चा चित्र

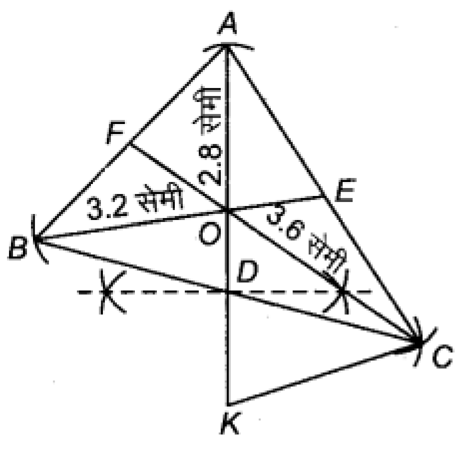
तथा $OA = \frac{2}{3} \times AD = \frac{2}{3} \times 4.2 = 2.8$ सेमी

रचना : त्रिभुज OKC की रचना इस प्रकार करते हैं कि OK = AO = 2.8 सेमी, OC = 3.6 सेमी तथा KC = OB = 3.2 सेमी। OK का मध्य बिन्दु D प्राप्त करते हैं।

KD को आगे इतना बढ़ाते हैं कि AD = 4.2 सेमी हो।

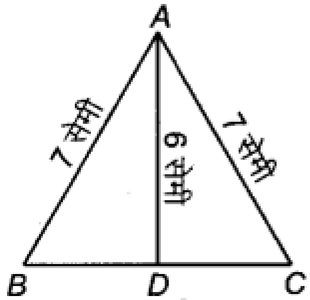
इसी प्रकार CD को इतना पीछे बढ़ाते हैं कि CD = BD, AB तथा AC को मिलाया।

अत: ΔABC अभीष्ट त्रिभुज है, जिसमें माध्यिकाएँ AD = 4.2 सेमी, BE = 4.8 सेमी तथा CF = 5.4 सेमी हैं।



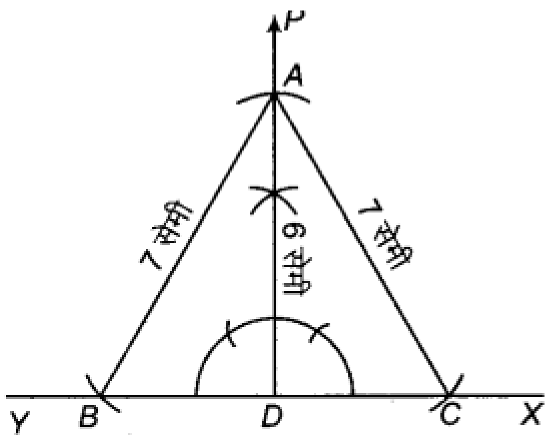
प्रश्न 7. एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी ऊँचाई 6 सेमी और समान भुजाएँ 7 सेमी हैं। आधार की माप ज्ञात कीजिए।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस प्रकार हैं:



कच्चा चित्र

रचना : एक रेखा XY) खींचते हैं। इसके लगभग मध्य में कोई बिन्दु D लेते B हैं।
बिन्दु D पर परकार व पटरी की सहायता से ∠CPD = 90° का कोण बनाते हैं।
बिन्दु D को केन्द्र मानकर 6 सेमी दूरी परकार में लेकर चाप लगाते हैं जो PD को बिन्दु A पर काटता है।
A को केन्द्र मान 7 सेमी दूरी परकार में लेकर XY के दोनों ओर चाप लगाते हैं।
दोनों चाप XY क्रमशः को बिन्दु B तथा C पर काटते हैं।
बिन्दु A से B तथा B से C को मिलाते हैं।
अत: अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

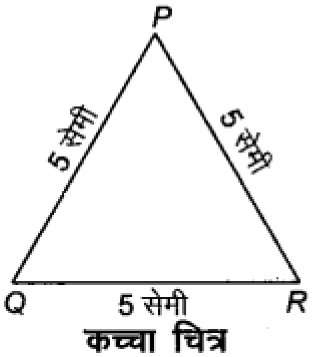


मापने पर आधार BC = 7 सेमी प्राप्त हुआ।

Additional Questions

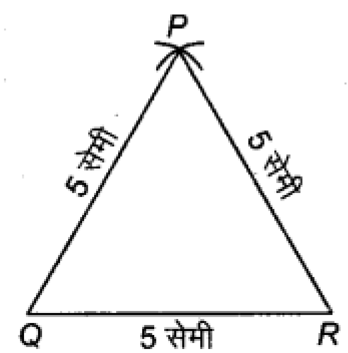
प्रश्न 1. एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जब इसकी भुजा दी हो।

हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई। मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं जो इस प्रकार है-



रचना : माना हमें 5 सेमी भुजा का एक समबाहु त्रिभुज बनाना है।

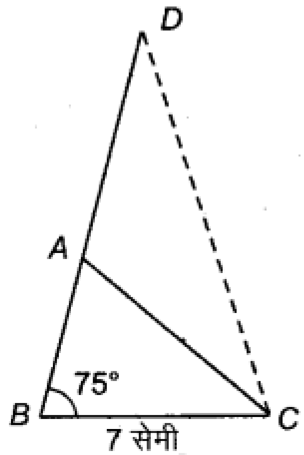
1. एक रेखाखण्ड QR = 5 सेमी खींचते हैं।
2. Q और R को केन्द्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या के दो चाप लगाते हैं। जो परस्पर P पर काटते है।
3. PG और PR को मिलाया। इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज PQR प्राप्त होता है।



सत्यापन- रचना द्वारा PQ = QR = RP = 5 सेमी।
अतः ∆PQR एक समबाहु त्रिभुज है।

प्रश्न 2. एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जिसमें BC = 7 सेमी, ∠B = 75° और AB + AC = 13 सेमी हो।

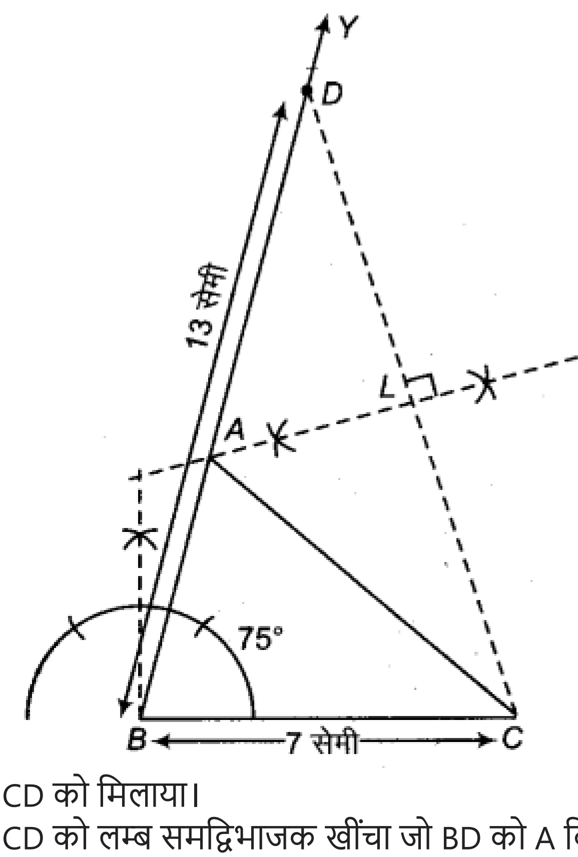
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र खीचते हैं जो इस प्रकार है।



कच्चा चित्र

रचना

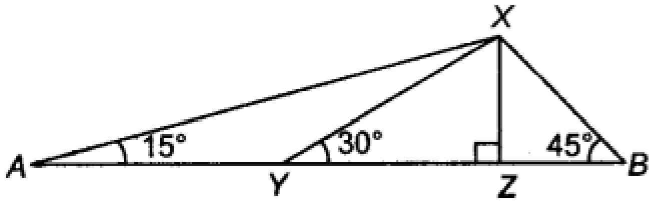
1. एक रेखाखण्ड BC = 7 सेमी खीचते हैं।
2. रेखाखण्ड BC के बिन्दु B पर ∠XBY = 75° बनाया।
3. BY से BD = 13 सेमी काटा।



4. CD को मिलाया।
5. CD को लम्ब समद्विभाजक खींचा जो BD को A बिन्दु पर काटता है।
6. AC को मिलाया।
   इसी प्रकार प्राप्त △ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

प्रश्न 3. एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए, जिसमें ∠Y = 30°, ∠Z = 90° और XY + YZ + ZX = 11 सेमी हो।

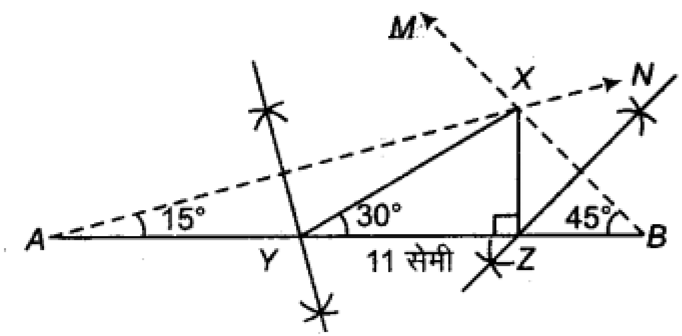
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र खींचते हैं जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना

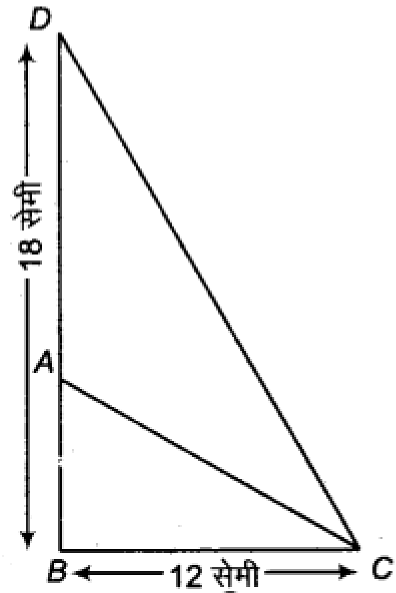
1. रेखाखण्ड AB = 11 सेमी खींचा।
2. रेखाखण्ड AB के बिन्दु A से ∠BAN = $\frac{30}{2}$ = 15 का कोण बनाते हैं।



3. रेखाखण्ड AB के बिन्दु B से ∠ABM = $\frac{90}{2}$ = 45° का कोण खींचते हैं जो AN को X पर काटता है।
4. AX तथा BX के लम्बे समद्विभाजक खींचे, जो AB को क्रमश: Y और Z पर काटते हैं।
5. X को Y और X को Z से मिलाया।
   अतः अभीष्ट त्रिभुज XYZ प्राप्त होता है।

प्रश्न 4. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका आधार 12 सेमी और कर्ण तथा अन्य भुजा को योग 18 सेमी है।

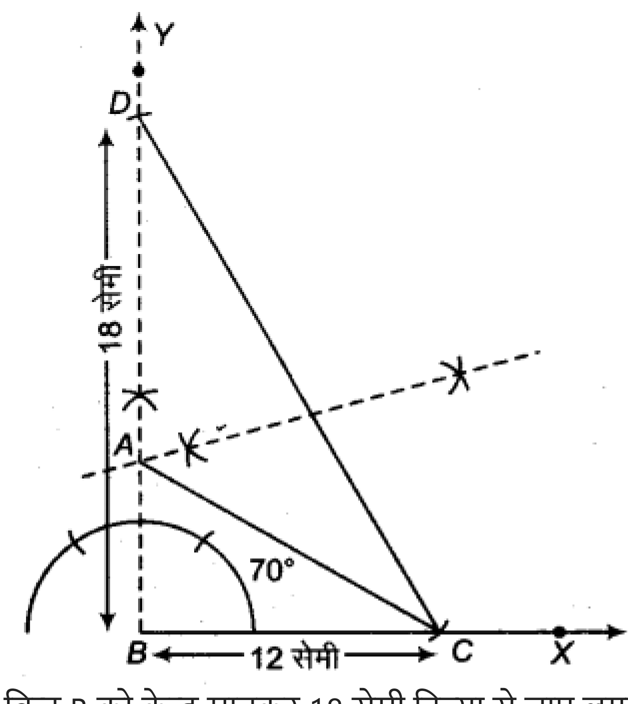
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र खींचते हैं, जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना

1. एक रेखाखण्ड, BC = 12 सेमी खींचा।
2. रेखाखण्ड BC के बिन्दु B पर ∠BAN = $\frac{30}{2}$ = 15° का कोण बनाते हैं। ∠CBY = 90° बनाया।

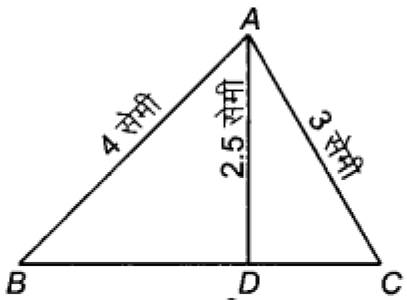


3. बिन्दु B को केन्द्र मानकर 18 सेमी त्रिज्या से चाप लगाया जो BY को बिन्दु D पर काटता है।
4. CD को मिलाया।
5. CD का समद्विभाजक खींचा जो BD को A बिन्दु पर काटता है।

6. AC को मिलाया। इस प्रकार, अभीष्ट समकोण त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 5. त्रिभुज ABC बनाइए, जबकि AB = 4 सेमी, AC = 3 सेमी और भुजा BC पर शीर्ष लम्ब 2.5 सेमी लम्बा हो।

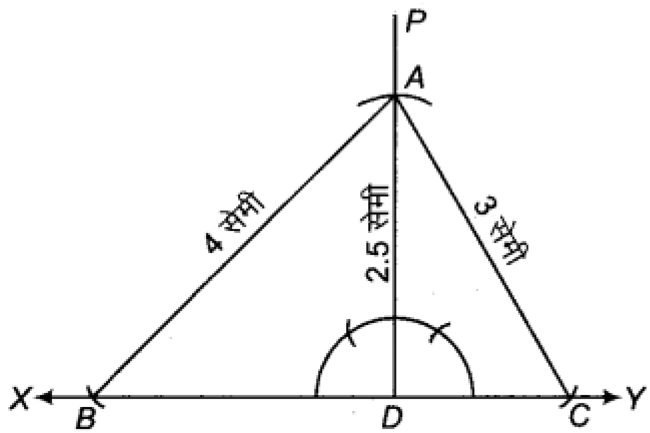
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों का कच्चा चित्र बनाते हैं, जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना

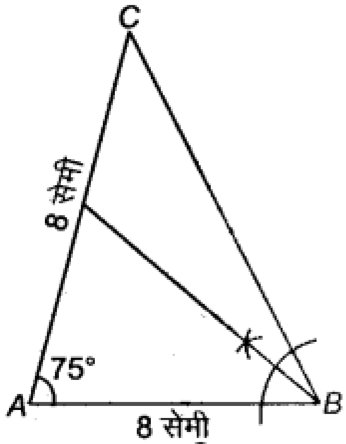
1. सर्वप्रथम XY रेखा खींची।
2. XY रेखाखण्ड पर कोई बिन्दु D लिया।
3. D से XY रेखा पर लम्ब PD, खींचा।
4. D को केन्द्र मानकर 2.5 सेमी त्रिज्या का चाप लगाया जो PD को A पर काटता है।



5. A को केन्द्र मानकर क्रमशः 4 सेमी और 3 सेमी त्रिज्या के चाप लगाये जो XY को क्रमश: B और C पर काटते हैं।
6. A को B से और A को C से मिलाया। अतः अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।

प्रश्न 6. त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें AB = AC = 8 सेमी, ∠A = 75°, ∠B का समद्विभाजक खींचिए जो सामने की भुजा को मिले।

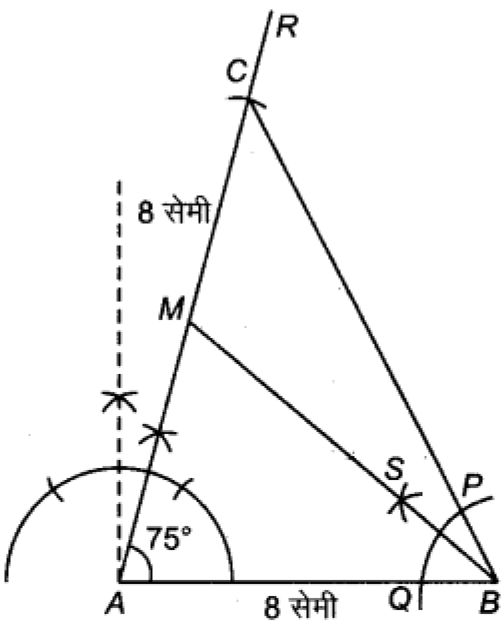
हल: सर्वप्रथम प्रश्न में दी गई मापों को कच्चा चित्र बनाते हैं, जो इस प्रकार है-



कच्चा चित्र

रचना

1. एक रेखाखण्ड AB = 80 सेमी खींचा।
2. रेखाखण्ड AB के बिन्दु A पर पटरी और परकार की सहायता से 75° का कोण RAB बनाया।
3. बिन्दु A को केन्द्र मानकर 8.0 सेमी त्रिज्या का एक चाप लगाया जो RA को C पर काटता है।
4. C को B से मिलाया। इस प्रकार अभीष्ट त्रिभुज ABC प्राप्त होता है।



5. ∠ABC को समद्विभाजक BM खींचा, जो AC को M पर मिलता है।