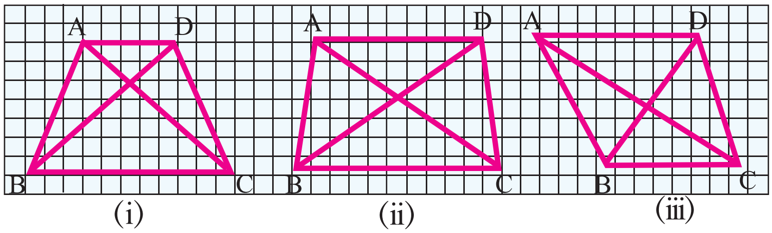
আমি ছক কাগজে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত দুটি ত্রিভুজ অঙ্কন করেছি।

ছক কাগজের ঘর গুনে এই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল হাতেকলমে নির্ণয় করি ও তাদের মধ্যে সম্পর্ক জানার চেষ্টা করি।



ছক কাগজে (i) নং ছবির ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 35 বর্গ একক (প্রায়)

আবার, DBC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 35 বর্গ একক [প্রায়]

$\therefore$ হাতে কলমে পেলাম, $\Delta ABC = \Delta DBC$

(ii) নং ও (iii) নং ছবির ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হাতেকলমে ছক কাগজের ঘর গুনে দেখছি $\Delta ABC = \Delta DBC$ [নিজে করি]

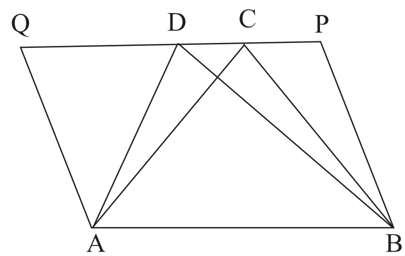
$\therefore$ হাতেকলমে পেলাম, একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত দুটি ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমান।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য : 25 একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে অবস্থিত ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল সমান'

প্রদত্ত: ΔABC ও ΔABD একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও DC-এর মধ্যে অবস্থিত।

প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta ABC = \Delta ABD$



অঙ্কন: AB-কে ভূমি করে এবং AB ও DC সমান্তরাল সরলরেখাযুগলের মধ্যে ABPQ একটি সামান্তরিক অঙ্কন করলাম।

প্রমাণ : ΔABC ও সামান্তরিক ABPQ একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও PQ -এর মধ্যে অবস্থিত।

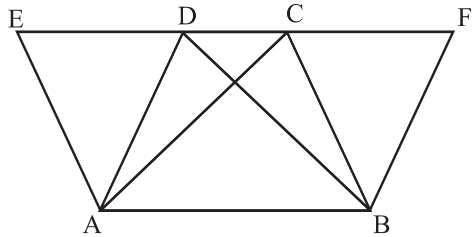
$\therefore$ $\Delta ABC = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABPQ

অনুরূপে, $\Delta ABD = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক ABPQ

$\therefore \Delta ABC = \Delta ABD$ [প্রমাণিত]

আমি অন্যভাবে প্রমাণ করি

প্রদত্ত : ΔABC ও ΔABD একইভূমি AB এবং একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও CD-এর মধ্যে অবস্থিত



প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta ABC = \Delta ABD$

অঙ্কন : A বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা বর্ধিত CD-কে E বিন্দুতে ছেদ করল । আবার B বিন্দু দিয়ে AD-এর সমান্তরাল সরলরেখা টানলাম যা বর্ধিত DC-কে F বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ : চতুর্ভুজ ABCE-এর AB || EC [$\because$ AB || CD প্রদত্ত] এবং AE || BC [অঙ্কনানুসারে]

$\therefore$ ABCE একটি সামান্তরিক

অনুরূপে, ABFD ও একটি সামান্তরিক ।

আবার, সামান্তরিক ABCE ও সামান্তরিক ABFD একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও EF -এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore$ সামান্তরিক ABCE আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক ABFD আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

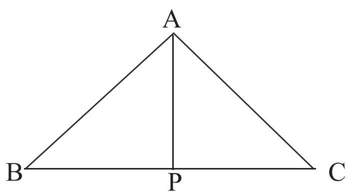
আবার, সামান্তরিক ABCE-এর কর্ণ AC

$\therefore$ $\Delta ABC = \frac{1}{2}$সামান্তরিক ABCE

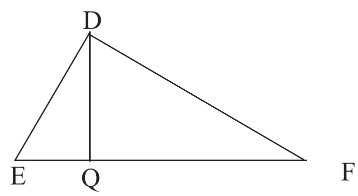
অনুরূপে $\Delta ABD = \frac{1}{2}$সামান্তরিক ABFD

$\therefore$ $\Delta ABC = \Delta ABD$ [$\because$ সামান্তরিক ABCE = সামান্তরিক ABFD] [প্রমাণিত]

অনুসিদ্ধান্ত : 4 প্রমাণ করি যে, সমান সমান দৈর্ঘ্যের ভূমির উপর অবস্থিত এবং একই উচ্চতা বিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল সমান।



প্রদত্ত : ΔABC ও ΔDEF এর ভূমির দৈর্ঘ্য BC ও EF সমান। অর্থাৎ, BC = EF: AP, BC বাহুর উপর লম্ব এবং DQ, EF বাহুর উপর লম্ব। অর্থাৎ AP ও DQ যথাক্রমে ΔABC ও ΔDEF- এর BC ও EF ভূমি সাপেক্ষে উচ্চতা এবং AP = DQ



প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta ABC = \Delta DEF$

প্রমাণ : ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} BC \,.\, AP$

DEF ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} EF \,.\, DQ$

$= \frac{1}{2} BC \,.\, AP$ ($\because$ EF = BC এবং AP = DQ)

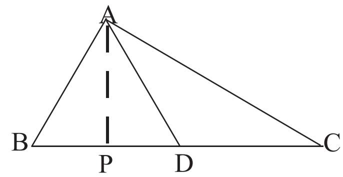
$\therefore$ $\Delta ABC = \Delta DEF$ [প্রমাণিত]

অনুসিদ্ধান্ত : 5 প্রমাণ করি যে, কোনো ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটিকে দুটি সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে,

প্রদত্ত : ΔABC-এর AD মধ্যমা। অর্থাৎ, BD = DC

প্রমাণ করতে হবে যে : ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ACD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

অঙ্কন : A বিন্দু থেকে BC ভূমির উপর AP লম্ব টানলাম



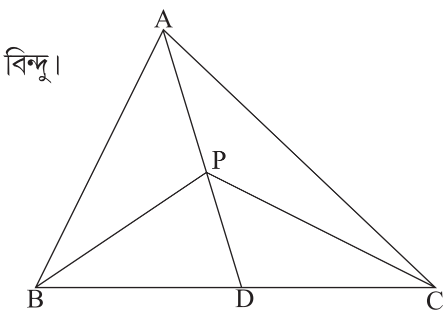
প্রমাণ : ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}BD. AP.$

ADC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}DC. AP.$

$= \frac{1}{2}BD . AP\ (\because BD = DC)$

$\therefore$ ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ADC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল। [প্রমাণিত]

প্রয়োগ : 8 ΔABC-এর AD মধ্যমার উপর P যে-কোনো একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, $\Delta ABP = \Delta ACP$



প্রদত্ত : ΔABC-এর AD মধ্যমার উপর P যে-কোন একটি বিন্দু।

প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta ABP = \Delta ACP$

প্রমাণ : ΔABC-এর AD মধ্যমা।

$\therefore \Delta ABD = \Delta ACD$ ———(i)

আবার, ΔBPC-এর PD মধ্যমা।

$\therefore \Delta BPD = \Delta CPD$ ———(ii)

(i)-(ii) করে পাই, $\Delta ABD - \Delta BPD = \Delta ACD - \Delta CPD$ $\therefore \Delta ABP = \Delta ACP$ [প্রমাণিত]

প্রয়োগ : 9 প্রমাণ করি যে, একটি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের দুটি কর্ণ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

প্রদত্ত : ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta AOD$

প্রমাণ : ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ AO = OC এবং BO = OD [$\because$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

ΔABC-এর BO মধ্যমা,

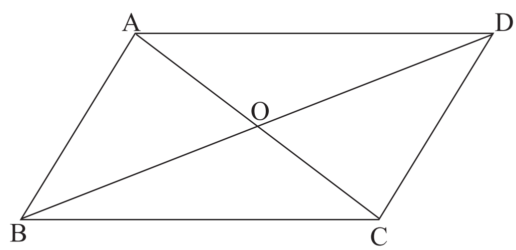
$\therefore \Delta AOB = \Delta BOC$ ——(i)

ΔBCD-এর CO মধ্যমা,

$\therefore \Delta BOC = \Delta COD$ ——(ii)

ΔACD-এর DO মধ্যমা,

$\therefore \Delta COD = \Delta AOD$ ——(iii)



(i), (ii) ও (iii) থেকে পেলাম, $\Delta AOB = \Delta BOC = \Delta COD = \Delta AOD$ [প্রমাণিত]

প্রয়োগ : 10 ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AD মধ্যমার মধ্যবিন্দু E হলে,
প্রমাণ করি যে, $\Delta BED = \frac{1}{4}\Delta ABC$ [নিজে করি]

প্রয়োগ : 11 ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের AB || DC এবং AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি যে $\Delta AOD = \Delta BOC$

প্রদত্ত : ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের AB || DC এবং AC ও BD কর্ণ পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

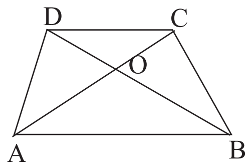
প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta AOD = \Delta BOC$

প্রমাণ : ΔADB ও ΔACB একই ভূমি AB ও একই সমান্তরাল সরলরেখাযুগল AB ও DC-এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore \Delta ADB = \Delta ACB$

$\Delta ADB - \Delta AOB = \Delta ACD - \Delta AOB$

$\therefore \Delta AOD = \Delta BOC$ [প্রমাণিত]



প্রয়োগ 12 ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AB, BC, ও CA বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে D, E, ও F; প্রমাণ করি যে, $\Delta DEF = \frac{1}{4}\Delta ABC$

প্রদত্ত : ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AB , BC ও CA বাহুগুলির মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে D, E ও F

প্রমাণ করতে হবে যে : $\Delta DEF = \frac{1}{4}\Delta ABC$

প্রমাণ : ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AB ও AC -এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও F;

$\therefore DF || BC$ বা, $DF || BE$

আবার, ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AC ও BC -এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E

$\therefore FE || AB$ বা, $FE || DB$

পেলাম, BDFE চতুর্ভুজের $DF || BE$ এবং $BD || EF$

$\therefore$ BDFE একটি সামান্তরিক এবং DE কর্ণ।

$\therefore \Delta DBE \cong \Delta DEF$

$\therefore \Delta DBE = \Delta DEF$ ....(i)

একইভাবে পাই, $\Delta CEF = \Delta DEF$............ (ii)

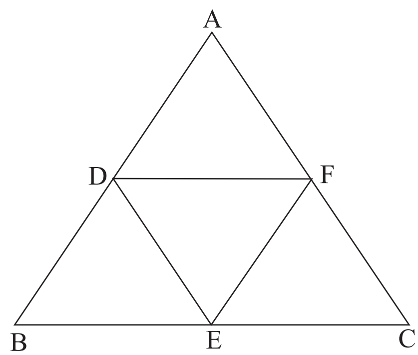
এবং $\Delta ADF = \Delta DEF$ .... (iii)

(i), (ii) ও (iii) থেকে পেলাম,

$\Delta DEF = \Delta DBE = \Delta ADF = \Delta CEF$

$\therefore 4\,\Delta DEF = \Delta ABC$

$\therefore \Delta DEF = \frac{1}{4}\Delta ABC$ (প্রমাণিত)



আমরা যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করেছি আবার হাতেকলমে যাচাই করে দেখেছি যে; ‘একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত সকল ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান হবে’।

কিন্তু যদি একই ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের ভূমি একই হয় এবং তারা যদি ভূমির একই পার্শ্বে অবস্থিত হয় তবে কি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র দুটি একই সমান্তরালযুগলের মধ্যে অবস্থিত হবে? অর্থাৎ ☐ নং উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য কি সম্ভব? যুক্তি দিয়ে প্রমাণের চেষ্টা করি।

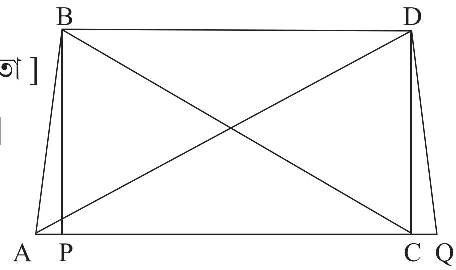
যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য : 26 'সমান সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রগুলি একই ভূমির উপর এবং ভূমির একই পার্শ্বে অবস্থিত হলে, তারা একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত হবে।'

প্রদত্ত : ABC ও ADC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল সমান এবং তারা একই ভূমি AC-এর একই পার্শ্বে অবস্থিত। B , D যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে : AC || BD

অঙ্কন : B ও D বিন্দু থেকে AC -এর উপর BP ও DQ দুটি লম্ব অঙ্কন করলাম যারা AC বা AC-এর বর্ধিতাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল।



প্রমাণ : $\Delta ABC = \frac{1}{2} AC.BP$ [AC ভূমি এবং BP উচ্চতা]

$\Delta ADC = \frac{1}{2} AC. DQ$ [AC ভূমি এবং DQ উচ্চতা]

যেহেতু, $\Delta ABC = \Delta ADC$

$\therefore \frac{1}{2} AC.BP = \frac{1}{2} AC. DQ$

সুতরাং, BP = DQ

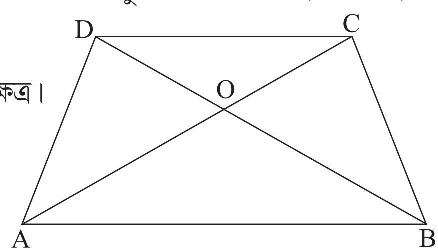
আবার, BP || DQ (একই সরলরেখাংশের উপর লম্ব)

∴ BPQD একটি সামান্তরিক।

সুতরাং, PQ || BD; অর্থাৎ, AC || BD (প্রমাণিত)

প্রয়োগ : 13 ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করেছে যে $\Delta AOD = \Delta BOC$; প্রমাণ করি যে, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

প্রদত্ত: ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের AC ও BD কর্ণদুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে এমনভাবে ছেদ করেছে যে $\Delta AOD = \Delta BOC$



প্রমাণ করতে হবে যে : ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

প্রমাণ: $\Delta AOD = \Delta BOC$

$\therefore \Delta AOB + \Delta AOD = \Delta AOB + \Delta BOC$

$\therefore \Delta ABD = \Delta ABC$

সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ABD ও ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রদুটি একই ভূমি AB -এর উপরে এবং AB -এর একইপার্শ্বে অবস্থিত।

∴ ABD ও ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রদুটি একই সমান্তরালযুগলের মধ্যে থাকবে। অর্থাৎ AB || DC

ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের AB || DC ; সুতরাং, ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

প্রয়োগ : 14 ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের AB ও AC বাহুর উপর দুটি বিন্দু D ও E এমনভাবে অবস্থিত যাতে $\Delta DBC = \Delta EBC$ হয়। প্রমাণ করি যে, DE || BC [নিজে করি]

প্রয়োগ : 15 প্রমাণ করি যে, যদি একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করে তবে চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটি একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র হবে।

প্রদত্ত : ABCD একটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র। এর প্রত্যেকটি কর্ণ AC ও BD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটিকে প্রতি ক্ষেত্রে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে বিভক্ত করেছে।

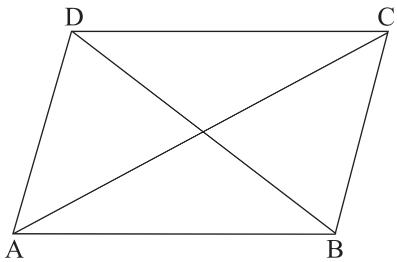
প্রমাণ করতে হবে যে : ABCD একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।

প্রমাণ : $\Delta ABC = \Delta ACD = \frac{1}{2}$ সামান্তরিক $ABCD = \Delta ABD = \Delta BCD$

$\therefore \Delta ABC = \Delta ABD$

এরা একই ভূমি AB-এর উপর এবং AB-এর একই পার্শ্বে অবস্থিত।

$\therefore AB \,||\, DC$



অনুরূপে, $\Delta ABC = \Delta DBC$

এরা একই ভূমি BC -এর উপর এবং BC -এর একই পার্শ্বে অবস্থিত।

$\therefore AD \,||\, BC$

$\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র।

প্রয়োগ : 16 প্রমাণ করি যে, একটি ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের তির্যক বাহু দুটির মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখাংশ সমান্তরাল বাহু দুটির সমান্তরাল।

প্রদত্ত : ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের AD || BC; তির্যক বাহুদ্বয় AB ও DC -এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q; P ও Q যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে : PQ সরলরেখাংশ AD ও BC -এর সমান্তরাল।

অঙ্কন : AC, PC, BD ও BQ যুক্ত করলাম।

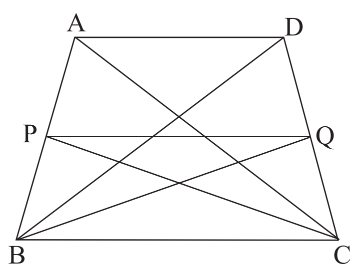
প্রমাণ : ΔABC ও ΔDBC একই ভূমি BC এবং একই সমান্তরাল সরলরেখাংশযুগল BC ও AD -এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore \Delta\, ABC = \Delta\, BDC$

আবার AB -এর মধ্যবিন্দু P,

$\therefore \Delta\, BPC = \frac{1}{2} \Delta\, ABC$

অনুরূপে, $\Delta\, BQC = \frac{1}{2} \Delta\, BDC$ [DC -এর মধ্যবিন্দু Q]



$\therefore \Delta\, BPC = \Delta\, BQC$

এবং এরা BC -এর উপর একইদিকে অবস্থিত।

$\therefore PQ \,||\, BC$

যেহেতু AD || BC, সুতরাং, PQ, BC ও AD উভয়ের সঙ্গেই সমান্তরাল।

কষে দেখি— 12

1. ABCD সামান্তরিকের AB এবং DC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q; প্রমাণ করি যে, APCQ চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।
2. ABCD রম্বসের AB এবং DC বাহুর মধ্যে দূরত্ব PQ এবং AD ও BC বাহুর মধ্যে দূরত্ব RS ; প্রমাণ করি যে, PQ = RS
3. ABCD সামান্তরিকের AB এবং DC বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q; প্রমাণ করি যে, PBQD একটি সামান্তরিক এবং Δ PBC $= \frac{1}{2}$ সামান্তরিক PBQD.
4. ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের AB = AC এবং বর্ধিত BC বাহুর উপর P যেকোন একটি বিন্দু। P বিন্দু থেকে AB এবং AC বাহুর উপর যথাক্রমে PQ ও PR লম্ব। B বিন্দু থেকে AC বাহুর উপর লম্ব BS; প্রমাণ করি যে, PQ –PR = BS.
5. ABC সমবাহু ত্রিভুজের বাইরে এবং ABC কৌণিক অঞ্চলের মধ্যে O যেকোন একটি বিন্দু। O বিন্দু থেকে AB, BC এবং CA বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে OP, OQ এবং OR ; প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজটির উচ্চতা = OP + OQ –OR .
6. ABCD সামান্তরিকের AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা AD, AC এবং BC -কে বা তাদের বর্ধিত অংশকে যথাক্রমে E, F ও G বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, Δ AEG = Δ AFD.
7. ABCD সামান্তরিকের DC বাহুর উপর E যেকোনো একটি বিন্দু। বর্ধিত AE, বর্ধিত BC কে F বিন্দুতে ছেদ করে। D, F যুক্ত করা হলো। প্রমাণ করি যে (i)Δ ADF = Δ ABE. (ii)Δ DEF = Δ BEC
8. সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ABC এবং ABD দুটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র AB বাহুর বিপরীত দিকে অবস্থিত। প্রমাণ করি যে, AB, CD-কে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
9. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D; CDEF সামান্তরিকটি BC বাহু এবং A বিন্দু দিয়ে BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখার মধ্যে অবস্থিত। প্রমাণ করি যে, Δ ABC = সামান্তরিক CDEF.
10. ABCD সামান্তরিকের BD কর্ণের উপর P যেকোন একটি বিন্দু। প্রমাণ করি যে, Δ APD = ΔCPD.
11. ABC ত্রিভুজের AD এবং BE মধ্যমা। প্রমাণ করি যে, Δ ACD = Δ BCE
12. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা AB এবং AC বাহুকে যথাক্রমে P এবং Q বিন্দুতে ছেদ করে। CP এবং BQ পরস্পরকে X বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে,
(i) Δ BPQ = Δ CPQ (ii) Δ BCP = Δ BCQ (iii) Δ ACP = Δ ABQ (iv) Δ BXP=ΔCXQ
13. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D এবং BC বাহুর উপর P যেকোন একটি বিন্দু। P, A যুক্ত করি। D বিন্দু দিয়ে PA সরলরেখাংশের সমান্তরাল সরলরেখা AB বাহুকে Q বিন্দুতে ছেদ করে । প্রমাণ করি যে (i) Δ ADQ = Δ PDQ (ii) Δ BPQ $= \frac{1}{2}$ Δ ABC .
14. ABC ত্রিভুজে AB = AC; B ও C বিন্দু থেকে AB ও AC বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে AC ও AB বাহুকে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, FE || BC
15. ABC ত্রিভুজে $\angle$ABC = $\angle$ACB ; $\angle$ABC ও $\angle$ACB কোণের সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় AC এবং AB বাহুকে যথাক্রমে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, FE || BC
16. সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ABCD ও AEFG সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র দুটির $\angle$A সাধারণ এবং E, AB বাহুর উপর অবস্থিত। প্রমাণ করি যে, DE || FC
17. ABCD একটি সামান্তরিক এবং ABCE একটি চতুর্ভুজ। AC কর্ণ ABCE চতুর্ভুজ আকারের ক্ষেত্রটিকে দুটি সমান অংশে বিভক্ত করে। প্রমাণ করি যে, AC || DE
18. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D; P এবং Q যথাক্রমে BC ও BA বাহুর উপর এমনভাবে অবস্থিত যে, Δ BPQ $= \frac{1}{2}$ Δ ABC; প্রমাণ করি যে , DQ || PA.

19. ABCD সামান্তরিকের AB , BC, CD এবং DA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E , F, G ও H; প্রমাণ করি যে,

(i) EFGH একটি সামান্তরিক

(ii) EFGH সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অর্ধেক।

20. ABCD ট্রাপিজিয়ামের AB || DC এবং BC বাহুর মধ্যবিন্দু E; প্রমাণ করি যে, AED ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

21. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

(i) ΔABC এর BC, CA, এবং AB বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D, E ও F; যদি ΔABC = 16 বর্গ সেমি. হয় তাহলে FBCE ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 40 বর্গ সেমি. (b) 8 বর্গ সেমি. (c) 12 বর্গ সেমি. (d) 100 বর্গ সেমি.

(ii) A, B, C, D যথাক্রমে PQRS সামান্তরিকের PQ, QR, RS, SP বাহুর মধ্যবিন্দু। PQRS সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = 36 বর্গ সেমি. হলে, ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 24 বর্গ সেমি. (b) 18 বর্গ সেমি. (c) 30 বর্গ সেমি. (d) 36 বর্গ সেমি.

(iii) ABCD সামান্তরিকের ভিতর O যে কোন একটি বিন্দু। ΔAOB + ΔCOD = 16 বর্গ সেমি. হলে, ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) 8 বর্গ সেমি. (b) 4 বর্গ সেমি. (c) 32 বর্গ সেমি. (d) 64 বর্গ সেমি.

(iv) ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D, BD বাহুর মধ্যবিন্দু E এবং AE-এর মধ্যবিন্দু O; BOE ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) $\frac{1}{3}$ × ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (b) $\frac{1}{4}$ × ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(c) $\frac{1}{6}$ × ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল (d) $\frac{1}{8}$ × ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(v) একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র, একটি আয়তক্ষেত্র এবং একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র একই ভূমি ও একই সমান্তরাল সরলরেখা যুগলের মধ্যে অবস্থিত এবং তাদের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে P, R ও T হলে,

(a) P = R = 2 T (b) $P = R = \frac{T}{2}$ (c) 2P = 2R = T (d) P = R = T

22. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন:

(i) ABCD সামান্তরিকের D বিন্দু থেকে AB বাহুর উপর লম্ব DE এবং B বিন্দু থেকে AD বাহুর উপর লম্ব BF; AB = 10 সেমি., AD = 8 সেমি. এবং DE = 6 সেমি. হলে, BF-এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।

(ii) ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 100 বর্গ একক; BC বাহুর মধ্যবিন্দু P; ABP ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি।

(iii) ABC ত্রিভুজের AD মধ্যমা এবং AC বাহুর উপর P এমন একটি বিন্দু যাতে ΔADP -এর ক্ষেত্রফল: ΔABD -এর ক্ষেত্রফল = 2 : 3 হয়। ΔPDC-এর ক্ষেত্রফল : ΔABC-এর ক্ষেত্রফল কত তা লিখি।

(iv) ABDE একটি সামান্তরিক। F, ED বাহুর মধ্যবিন্দু। ABD ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 20 বর্গ সেমি. হলে, AEF ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি।

(v) PQRS একটি সামান্তরিক। X এবং Y যথাক্রমে PQ এবং SR বাহুর মধ্যবিন্দু। কর্ণ SQ যুক্ত করি। সামান্তরিক XQRY আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: QSR ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত তা লিখি।

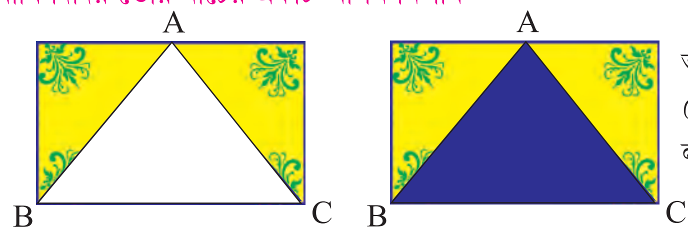
13 সম্পাদ্য : ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সামান্তরিক অঙ্কন যার একটি কোণের পরিমাপ নির্দিষ্ট

(CONSTRUCTION OF A PARALLELOGRAM WHOSE MEASUREMENT OF ONE ANGLE IS GIVEN AND EQUAL IN AREA OF A TRIANGLE)

আমার দিদি খুব ভালো চটের আসন তৈরি করতে পারে। সে অনেকগুলি আসন তৈরি করেছে।

আমি ঠিক করেছি দিদির তৈরি কিছু সংখ্যক আসনে ফাঁকা জায়গায় রঙিন ভেলভেট কাপড় আটকাব ও আসনগুলি আরও সুন্দর করার চেষ্টা করব।

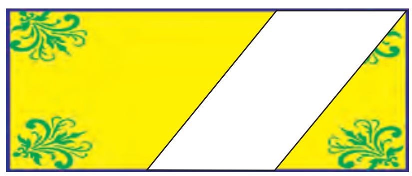
আমি দিদির তৈরি নীচের একটি আসন নিলাম —



উপরের ছবির আসনটির ফাঁকা জায়গা ABC ত্রিভুজাকারক্ষেত্র

আমি এই আসনের ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের অংশে নীল রঙের ভেলভেট লাগিয়েছি ।

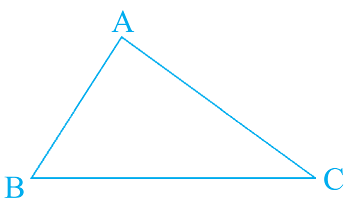
আমি আর একটি আসনে সামান্তরিক আকারের যে ভেলভেট লাগাব তার ক্ষেত্রফল ত্রিভুজ ABC ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান হবে এবং সামান্তরিকটির একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান হবে।

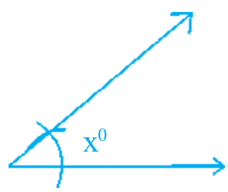


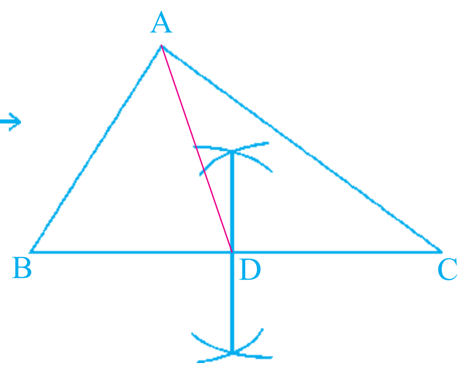
আমরা আমাদের খাতায় প্রথমে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ আঁকব। তারপরে ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করব যার একটি কোণ একটি নির্দিষ্ট কোণের সমান।

1 একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ ABC এবং একটি নির্দিষ্ট কোণ যার পরিমাপ x^{o} আঁকলাম। ΔABC-এর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আঁকি যার একটি কোণের পরিমাপ x^{o}

(i) প্রথমে নির্দিষ্ট ΔABC ও নির্দিষ্ট পরিমাপের কোণ x^{o} আঁকলাম।

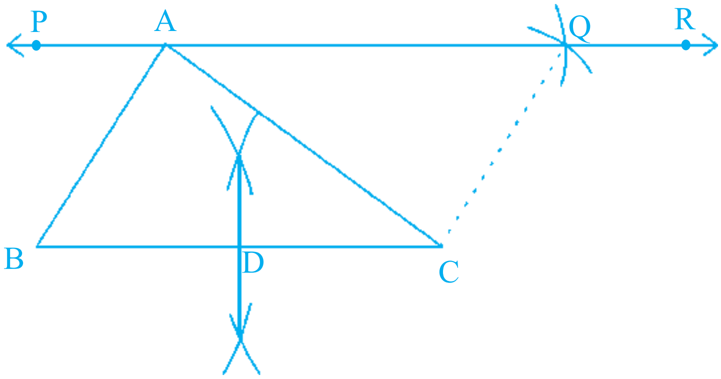






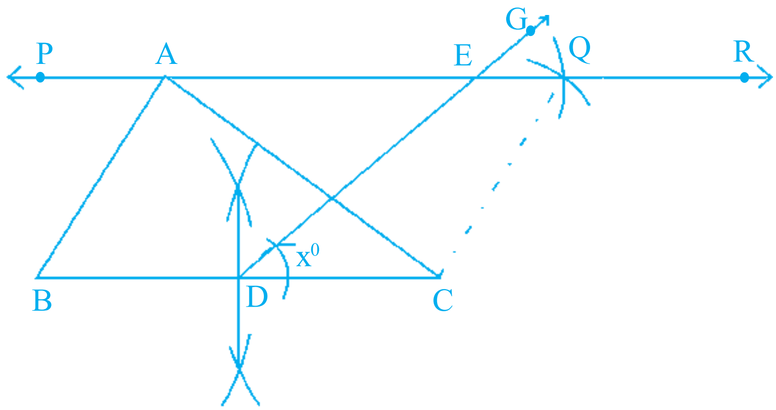
(ii) এবার ΔABC-এর BC বাহুকে পেনসিল কম্পাস ও স্কেলের সাহায্যে D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করলাম।

(iii) স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ΔABC-এর A বিন্দু দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা PR আঁকলাম।



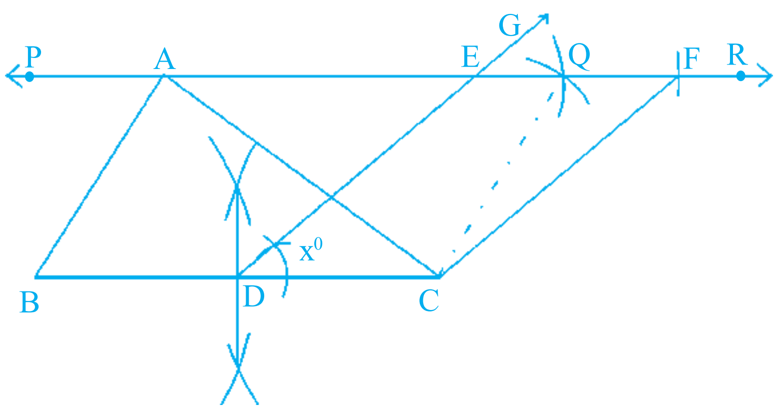
[আমরা যে-কোনো সুবিধাজনক পদ্ধতিতে PR ∥ BC আঁকতে পারি। তবে এখানে A ও C বিন্দুতে পেনসিল কম্পাস বসিয়ে যথাক্রমে BC ও AB-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করেছি যারা পরস্পরকে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। A,Q যোগ করে বাড়িয়ে দিয়ে BC-এর সমান্তরাল সরলরেখা PR পেলাম]

(iv) ΔABC-এর BC বাহুর D বিন্দুতে x^{o} -এর সমান ∠GDC অঙ্কন করলাম যা PR -কে E বিন্দুতে ছেদ করল।

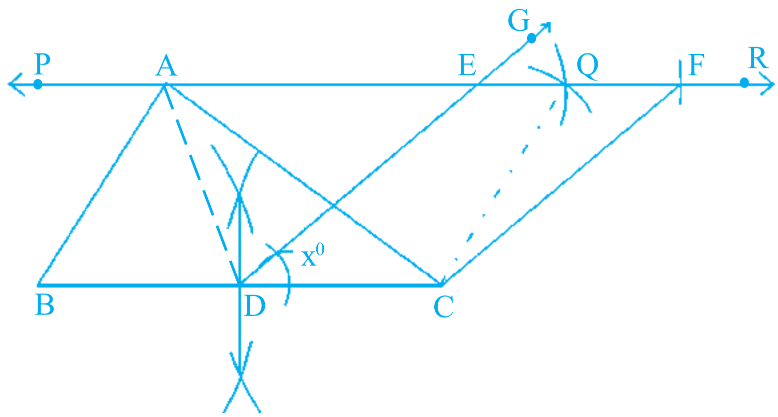


(v) স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে DC-এর সমান করে ER থেকে EF অংশ কেটে নিলাম এবং C ও F বিন্দু দুটি যোগ করে EDCF সামান্তরিক পেলাম।

[C বিন্দু দিয়ে DE-এর সমান্তরাল CF রেখাংশ অঙ্কন করেও EDCF সামান্তরিকটি অঙ্কন করা যায়]



2 আমি যুক্তি দিয়ে ধাপে ধাপে প্রমাণ করি যে, ΔABC-এর ক্ষেত্রফল = সামান্তরিক EDCF ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।



প্রমাণ: A ও D বিন্দু দুটি যোগ করলাম। চতুর্ভুজ EDCF-এর DC || EF [অঙ্কনানুসারে]

এবং DC = EF[অঙ্কনানুসারে]

∴ EDCF একটি সামান্তরিক।

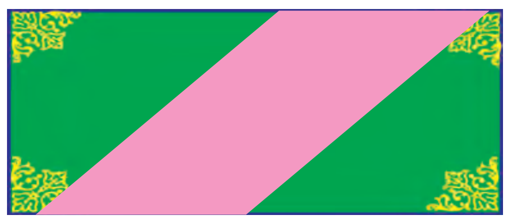
পেলাম, EDCF একটি সামান্তরিক যার ∠EDC = x^o

ΔADC ও সামান্তরিক EDCF একই ভূমি DC ও একই সমান্তরালযুগল DC ও AF-এর মধ্যে অবস্থিত।

∴ ΔADC = $\frac{1}{2}$ সামান্তরিক EDCF .... (i)

আবার, ΔABC-এর AD মধ্যমা,

∴ ΔADC = $\frac{1}{2}$ ΔABC .... (ii)



∴ (i) ও (ii) থেকে পাই, ΔABC = সামান্তরিক EDCF

ΔABC-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র EDCF পেলাম যার ∠EDC = ∠x^o

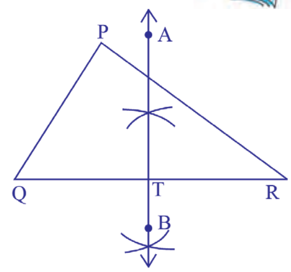
এবার বুঝলাম দিদির তৈরি আসনের ফাঁকা ত্রিভুজাকার অংশে যে ত্রিভুজাকার ভেলভেট লাগিয়েছি তার সমান ক্ষেত্রফলের সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র পেতে হলে ত্রিভুজাকার ভেলভেটটি খাতায় এঁকে তার সমান ক্ষেত্রফলের সামান্তরিক এঁকে সামান্তরিকের মাপ পাবো।

আমি 3 সেমি., 4 সেমি. ও 6 সেমি. বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ আঁকি। ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র অঙ্কন করি যার একটি কোণ 30^o; অঙ্কন প্রণালী ও প্রমাণ লিখি। [নিজে করি]

সুজয় স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ PQR আঁকল।

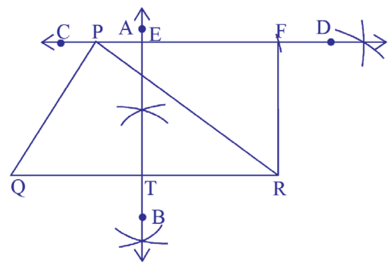
3 আমি একই পদ্ধতিতে ΔPQR-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র অঙ্কন করি যার একটি কোণ 90°। সেক্ষেত্রে কী ধরনের চতুর্ভুজ পাব দেখি।

সুজয় স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট ত্রিভুজ PQR এঁকেছে।



(i) আমি প্রথমে ΔPQR-এর QR বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক AB অঙ্কন করলাম। ওই লম্ব সমদ্বিখণ্ডকটি QR বাহুকে T বিন্দুতে ছেদ করল।

(ii) এবার ΔPQR-এর P বিন্দু দিয়ে QR-এর সমান্তরাল করে CD সরলরেখা অঙ্কন করলাম যা AB লম্ব সমদ্বিখণ্ডককে E বিন্দুতে ছেদ করল।



(iii) এবার TR-এর সমান করে ED থেকে EF অংশ কেটে নিলাম। F ও R বিন্দু দুটি যোগ করে ETRF সামান্তরিক পেলাম যার ক্ষেত্রফল ΔPQR-এর ক্ষেত্রফলের সমান এবং যার একটি কোণ ∠ETR = 90°

আমরা ΔPQR-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র ETRF অঙ্কন করলাম।

কষে দেখি— 13

1. PQ একটি সরলরেখাংশ আঁকি যার দৈর্ঘ্য 5সেমি.। ওই সরলরেখাংশের বহিঃস্থ বিন্দু A নিলাম। A বিন্দু দিয়ে PQ সরলরেখাংশের সমান্তরাল সরলরেখা আঁকি। [তিন রকম পদ্ধতিতে আঁকি]
2. 5সেমি., 8সেমি. ও 11 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি এবং ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60°; অঙ্কন প্রণালী ও প্রমাণ লিখি।
3. ΔABC অঙ্কন করি যার AB = 6 সেমি., BC = 9 সেমি., ∠ABC = 55°; ΔABC-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60° এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য AC বাহুর দৈর্ঘ্যের অর্ধেক।
4. ΔPQR-এর ∠PQR = 30°, ∠PRQ = 75° এবং QR = 8 সেমি.। ΔPQR-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র আঁকি।
5. 6.5সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করি এবং ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 45°
6. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার সমান বাহু দুটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 5 সেমি.। ওই ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ ত্রিভুজের সমান কোণ দুইটির একটির সমান এবং একটি বাহু সমান বাহু দুইটির একটির অর্ধেক।
   [কেবলমাত্র অঙ্কনচিহ্ন দিতে হবে]
7. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার প্রত্যেকটি সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং সমান বাহু দুটির অন্তর্ভুক্ত কোণ 30°; ওই ত্রিভুজটির সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি।
   [কেবলমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে]

14 সম্পাদ্য : চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ অঙ্কন
(CONSTRUCTION OF A TRIANGLE OF EQUAL AREA OF A QUADRILATERAL)

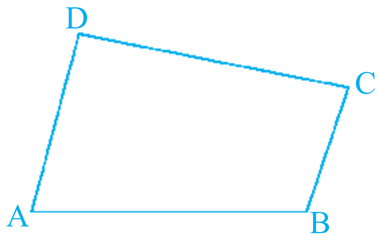
আমার দিদি কতকগুলি আসনে চতুর্ভুজাকার ভেলভেট লাগিয়েছে। আমি আমার দিদির তৈরি আসনের চতুর্ভুজাকার ভেলভেটের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজাকার ভেলভেট কাটব।

ওই চতুর্ভুজাকার ভেলভেটের সমান ক্ষেত্রফলের ত্রিভুজাকার ভেলভেট কীভাবে পাওয়া যায় দেখি?

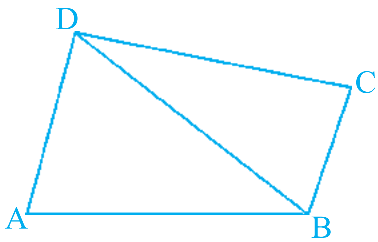
খাতায় যে কোনো চতুর্ভুজ এঁকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

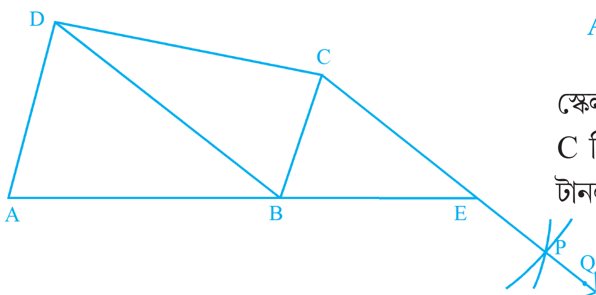
1 একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ আঁকি।

(i) একটি নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ ABCD আঁকলাম।



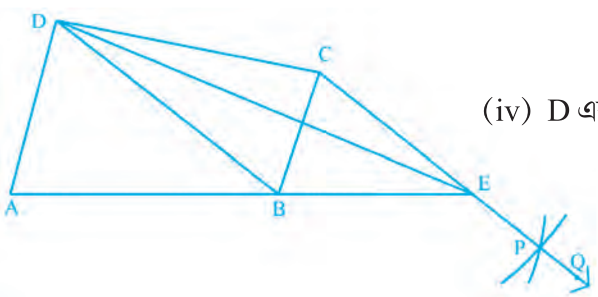
(ii) এবার ABCD চতুর্ভুজের DB কর্ণটি আঁকলাম।





স্কেল ও পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে ABCD চতুর্ভুজের C বিন্দু দিয়ে DB কর্ণের সমান্তরাল একটি সরলরেখা টানলাম যা বর্ধিত AB-কে E বিন্দুতে ছেদ করল।

[C বিন্দু দিয়ে যে কোনো পদ্ধতিতে DB-এর সমান্তরাল সরলরেখা টানা যায়। এখানে C বিন্দুকে কেন্দ্র করে DB-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে এবং B বিন্দুকে কেন্দ্র করে DC-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে দুটি বৃত্তচাপ অঙ্কন করলাম যারা পরস্পরকে P বিন্দুতে ছেদ করল। C ও P বিন্দু দুটি যোগ করে Q বিন্দু পর্যন্ত বাড়িয়ে দিয়ে CQ || DB পেলাম।]



(iv) D এবং E বিন্দু দুটি যোগ করে ADE ত্রিভুজ পেলাম।

2 যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করার চেষ্টা করি যে ΔADE-এর ক্ষেত্রফল = চতুর্ভুজ ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ: ΔDBE ও ΔDBC একই ভূমি DB -এর উপর এবং একই সমান্তরাল যুগল DB এবং CP-এর মধ্যে অবস্থিত [যেহেতু অঙ্কনানুসারে $DB \parallel CQ$]

$\therefore \Delta DBE = \Delta DBC$

$\therefore \Delta ABD + \Delta DBE = \Delta ABD + \Delta DBC$ [উভয়দিকে ΔABD-এর ক্ষেত্রফল যোগ করে পাই]

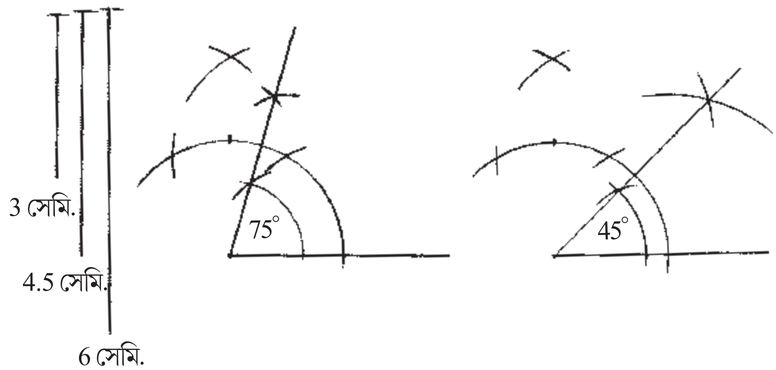
$\therefore \Delta ADE$ = চতুর্ভুজ ABCD

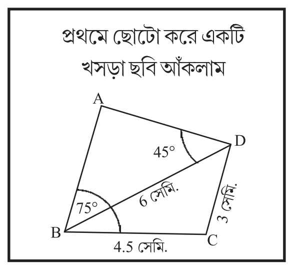
আমি এই পদ্ধতিতে যে কোনো চতুর্ভুজ ABCD ক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ADE আঁকতে পারব।

আমি আগের পদ্ধতি প্রয়োগ করে ওই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ADE-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র বা আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারব।

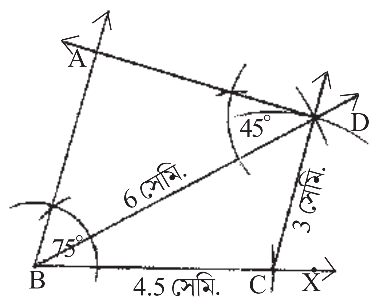
$\therefore$ দেখছি, এই দুটি পদ্ধতি প্রয়োগ করে আমরা যে কোনো চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র বা আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করতে পারব।

3 আমার বন্ধু জাকির একটি চতুর্ভুজ ABCD আঁকল যার BC = 4.5 সেমি., CD = 3 সেমি., কর্ণ BD = 6 সেমি., $\angle ADB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 75^\circ$; আমি ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60°

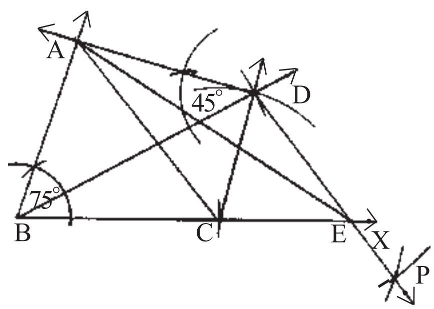




(i) জাকির ABCD নির্দিষ্ট চতুর্ভুজ আঁকল যার BC = 4.5 সেমি., CD = 3 সেমি., কর্ণ BD = 6 সেমি., $\angle ADB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 75^\circ$

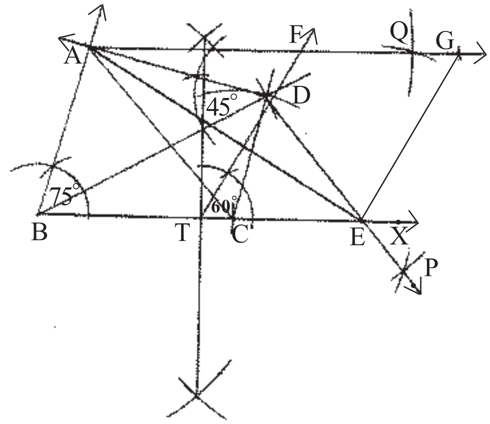


(ii) আমি জাকিরের আঁকা ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট Δ ABE অঙ্কন করলাম।



(iii) এবার আমি ΔABE-এর সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট সামান্তরিক FTEG অঙ্কন করলাম যার একটা কোণ $\angle FTE = 60^\circ$।

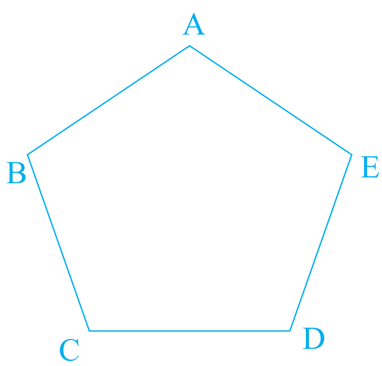
∴ জাকিরের আঁকা ABCD নির্দিষ্ট চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র FTEG পেলাম যার $\angle FTE = 60^\circ$

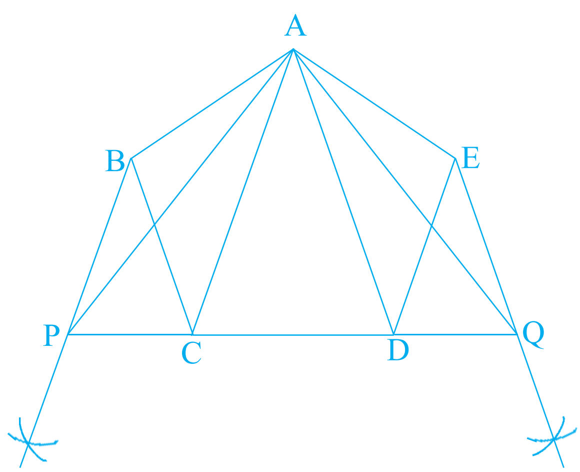


4 আমি ABCD একটি চতুর্ভুজ আঁকি যার BC = 6.3 সেমি., CD = 4 সেমি., কর্ণ BD = 10সেমি., $\angle ADB = 45^\circ$ এবং $\angle ABC = 75^\circ$; চতুর্ভুজটি অঙ্কন করি এবং ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্র অঙ্কন করি। [নিজে করি]

5 আমার বন্ধু সালেমা তার খাতায় ABCDE একটি পঞ্চভুজ এঁকেছে। আমি একইভাবে এই পঞ্চভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি চতুর্ভুজ এবং ত্রিভুজ আঁকার চেষ্টা করি।

(i) সালেমা একটি পঞ্চভুজ ABCDE এঁকেছে।





(ii) ABCDE পঞ্চভুজের দুটি কর্ণ AC ও AD অঙ্কন করলাম। B ও E বিন্দু দিয়ে যথাক্রমে AC ও AD-এর সমান্তরাল দুটি সরলরেখাংশ BP এবং EQ অঙ্কন করলাম যা উভয়দিকে বর্ধিত CD-কে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল। A,P বিন্দু দুটি এবং A,Q বিন্দু দুটি যোগ করলাম।

পেলাম, (i) APDE চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ABCDE পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফলের সমান।

(ii) APQ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ABCDE পঞ্চভুজের ক্ষেত্রফলের সমান।

6 আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে,

(i) চতুর্ভুজ APDE-এর ক্ষেত্রফল = পঞ্চভুজ ABCDE-এর ক্ষেত্রফল।

(ii) Δ APQ -এর ক্ষেত্রফল = পঞ্চভুজ ABCDE-এর ক্ষেত্রফল।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, AC || BP এবং AD || EQ

Δ ABC ও Δ APC একই ভূমি AC ও একই সমান্তরালযুগল AC ও BP-এর মধ্যে অবস্থিত

$\therefore \Delta ABC = \Delta APC$ ....(i)

Δ AED ও Δ AQD একই ভূমি AD ও একই সমান্তরালযুগল AD ও EQ -এর মধ্যে অবস্থিত।

$\therefore \Delta AED = \Delta AQD$ ....(ii)

(i) থেকে পাই, Δ ABC + চতুর্ভুজ ACDE = Δ APC + চতুর্ভুজ ACDE

$\therefore$ পঞ্চভুজ ABCDE = চতুর্ভুজ APDE

(i) ও (ii) থেকে পাই, $\Delta ABC + \Delta AED = \Delta APC + \Delta AQD$

$\Delta ABC + \Delta AED + \Delta ACD = \Delta APC + \Delta AQD + \Delta ACD$ (উভয়দিকে Δ ACD যোগ করে পাই)

$\therefore$ পঞ্চভুজ ABCDE = Δ APQ [প্রমাণিত]

কষে দেখি— 14

1. প্রীতম ABCD একটি চতুর্ভুজ অঙ্কন করেছে যার AB = 5 সেমি., BC = 6 সেমি., CD = 4 সেমি., DA = 3 সেমি. এবং $\angle ABC = 60^o$; আমি এই চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

2. সাহানা একটি চতুর্ভুজ ABCD অঙ্কন করেছে যার AB = 4 সেমি., BC = 5 সেমি., CD = 4.8 সেমি., DA = 4.2 সেমি. এবং কর্ণ AC = 6 সেমি.। চতুর্ভুজটির সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

3. সাহানা একটি আয়তক্ষেত্র ABCD এঁকেছে যার AB = 4 সেমি. ও BC = 6 সেমি.। এই ABCD আয়তক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

4. একটি চতুর্ভুজ ABCD আঁকি যার BC = 6 সেমি., AB = 4 সেমি., CD = 3 সেমি., $\angle ABC = 60^o$, $\angle BCD = 55^o$; এই ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি বাহু AB এবং অপর একটি বাহু BC বাহু বরাবর থাকবে।

5. 5 সেমি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি। এই বর্গক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি সামান্তরিক অঙ্কন করি যার একটি কোণ 60^o

6. 6 সেমি. বাহুবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করি এবং এই বর্গক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি।

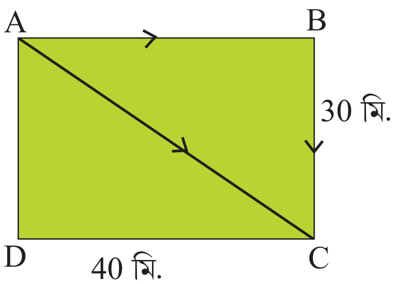
7. একটি চতুর্ভুজ ABCD আঁকি যার AB বাহুর উপর AD ও BC লম্ব এবং AB = 5 সেমি., AD = 7 সেমি. ও BC = 4 সেমি.। এই চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি কোণ 30^o

সংকেত : ABCD চতুর্ভুজের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ ABQ আঁকলাম। Δ ABQ-এর BQ-কে ভূমি ধরে একই ভূমি ও একই সমান্তরাল যুগলের মধ্যে আরও একটি ত্রিভুজ আঁকলাম যার একটি কোণ 30^o

8. ABCDE যে কোনো একটি পঞ্চভুজ অঙ্কন করি ও তার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি ত্রিভুজ অঙ্কন করি যার একটি শীর্ষবিন্দু C

15 ত্রিভুজ ও চতুর্ভুজের পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল
(AREA & PERIMETER OF TRIANGLE & QUADRILATERAL)

আজ আমি ও তনয়া আয়তক্ষেত্রাকার ABCD মাঠের A বিন্দু থেকে হাঁটতে শুরু করে আলাদা পথে C বিন্দুতে পৌঁছাব ও দেখব কে কতটা হেঁটেছি।



আমি A বিন্দু থেকে হাঁটা শুরু করে মাঠের ধার বরাবর হেঁটে C বিন্দুতে পৌঁছালাম।

মাঠের দৈর্ঘ্য AB=40 মিটার এবং প্রস্থ BC=30 মিটার।

∴ আমি মোট দূরত্ব গেলাম AB + BC = ☐ মি .

1 তনয়া A থেকে হাঁটা শুরু করে কর্ণ AC বরাবর হেঁটে C বিন্দুতে পৌঁছাল। হিসাব করে দেখি তনয়া কতটা দূরত্ব অতিক্রম করল।

সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই, $AC^2 = AB^2 + BC^2$

∴ $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$

$= \sqrt{(40)^2 + (30)^2}$ মিটার

$= \sqrt{\square}$ মিটার

$= \square$ মিটার

∴ দেখছি, তনয়া আমার থেকে কম দূরত্ব হেঁটে একই জায়গায় পৌঁছেছে।

2 আমার বন্ধু আয়েশা A বিন্দু থেকে শুরু করে ABCD আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের পরিসীমা বরাবর একবার ঘুরে আবার A বিন্দুতে এসে পৌঁছাল।

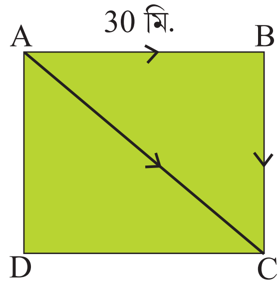
∴ আয়েশা অতিক্রম করল $2 \times (40$ মিটার $+ 30$ মিটার$)$

$= 2 \times 70$ মিটার

$= \square$ মিটার

> যদি আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য a এবং প্রস্থ b হয়,
>
> পরিসীমা $= 2 \times (a + b) = 2$ (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)
>
> কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\text{দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{প্রস্থ})^2}$

কিন্তু আমাদের মাঠ যদি বর্গক্ষেত্রাকার হতো যার প্রতিটি ধারের দৈর্ঘ্য 30 মিটার, সেক্ষেত্রে আমরা কে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করতাম হিসাব করে লিখি।



আমি ABCD বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে ধার বরাবর C বিন্দু পর্যন্ত মোট দূরত্ব অতিক্রম করতাম ⟶ AB + BC = ☐ মিটার

3 তনয়া ABCD বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে AC কর্ণ বরাবর C বিন্দু পর্যন্ত মোট কত দূরত্ব অতিক্রম করত হিসাব করি।

সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{(30)^2 + (30)^2} \text{ মিটার} = \sqrt{1800} \text{ মিটার} = 30\sqrt{2} \text{ মিটার}$$

∴ তনয়া সেক্ষেত্রে $30\sqrt{2}$ মিটার দূরত্ব অতিক্রম করত।

4 আয়েশা ABCD বর্গাকার মাঠের A বিন্দু থেকে শুরু করে মাঠের ধার বরাবর চারদিকে একবার হেঁটে আবার A বিন্দুতে পৌঁছাতে মোট দূরত্ব অতিক্রম করবে,

$4 \times (AB) = 4 \times 30$ মিটার $= 120$ মিটার

> যদি বর্গাকার মাঠের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a হয়,
>
> ∴ পরিসীমা $= 4a = 4 \times$ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য
>
> এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} = \sqrt{2} \times$ একটি বাহুর দৈর্ঘ্য

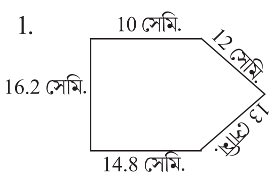
5 আমাদের পাড়ার খেলার মাঠটি চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্র। যার চারটি ধারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a মিটার, b মিটার, c মিটার ও d মিটার।

∴ পরিসীমা বরাবর মাঠটি একবার ঘুরে আসতে অতিক্রম করতে হবে

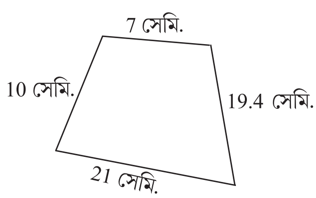
a মিটার + b মিটার + c মিটার + d মিটার =(a + b + c + d) মিটার।

নিজে করি — 15.1 আমি নীচের ছবিগুলি দেখি ও পরিসীমা লিখি

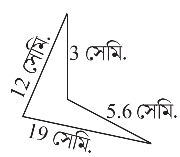
1.



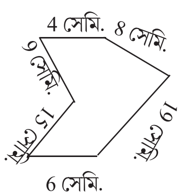
2.



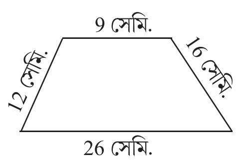
3.



4.

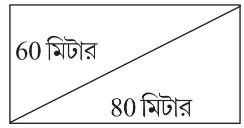


5.



6. নিজে বহুভুজাকার চিত্র আঁকি ও পরিসীমা লিখি

6 আমাদের আয়তক্ষেত্রাকার মাঠের দৈর্ঘ্য 80 মিটার এবং প্রস্থ 60 মিটার। এই মাঠের কোনাকুনি একবার হাঁটলে কত পথ হাঁটব হিসাব করে লিখি।



আয়তকার মাঠের দৈর্ঘ্য 80 মিটার, প্রস্থ 60 মিটার

∴ আয়তাকার মাঠের কর্ণের দৈর্ঘ্য $= \sqrt{(80)^2 + (60)^2}$ মিটার = □ মিটার

7 তিথিদের বর্গক্ষেত্রাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ মিটার হলে, জমির একধারের দৈর্ঘ্য কত মিটার হবে হিসাব করে লিখি।

ধরি, তিথিদের বর্গাক্ষেত্রাকার জমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = a মিটার

ওই জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য = $a\sqrt{2}$ মিটার

$a\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

$\therefore a = \dfrac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 40$

তিথিদের বর্গাকার জমির একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 40 মিটার।

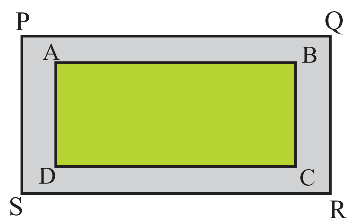
8 যে বর্গাকার চিত্রে কর্ণের দৈর্ঘ্য $13\sqrt{2}$ সেমি., তার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য □ সেমি. [নিজে লিখি]

9 আমিনাদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির বাইরের চারদিকে 3 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 22 মিটার ও 15 মিটার। প্রতি মিটারে 16 টাকা হিসাবে রাস্তার ভিতরে ও বাইরে চারধারে বেড়া দিতে মোট কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।

ধরি, আমিনাদের আয়তক্ষেত্রাকার জমি ABCD এবং রাস্তাসমেত জমি হলো PQRS

∴ আয়তক্ষেত্রাকার জমি ABCD-এর দৈর্ঘ্য AB = 22 মিটার, প্রস্থ BC = 15 মিটার

∴ PQRS আয়তক্ষেত্রাকার জমির,



দৈর্ঘ্য PQ = 22 মি. + 2 × 3 মি. = □ মিটার

এবং প্রস্থ QR = 15 মি. + 2 × 3 মি. = □ মিটার

∴ ABCD-এর পরিসীমা 2 × (22 + 15) মি. = □ মিটার

এবং আয়তক্ষেত্রাকার জমি PQRS-এর পরিসীমা = □ মিটার

∴ মোট বেড়া দিতে হবে = □ মিটার + □ মিটার = 172 মিটার

∴ খরচ হবে = 16 × □ টাকা = □ টাকা

10 সায়নদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য প্রস্থের তিনগুণ। প্রতি মিটার 18 টাকা হিসাবে সায়নদের জমি বেড়া দিতে যদি 1152 টাকা খরচ হয়, তবে সায়নদের জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হিসাব করে লিখি।

ধরি, সায়নদের জমির প্রস্থ x মিটার। অর্থাৎ, এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য 3x মিটার।

আয়তাকার জমির পরিসীমা = 2 (x + 3x) মিটার = 2 × 4x মিটার = 8x মিটার

আবার জমির পরিসীমা $= \dfrac{1152}{18}$ মিটার = 64 মিটার

শর্তানুসারে, 8x = 64

∴ x = □

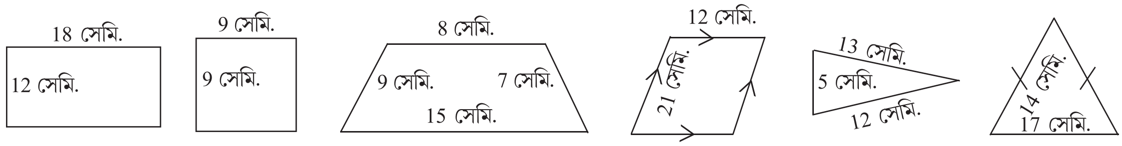
∴ দৈর্ঘ্য = □ মি., প্রস্থ = □ মি.

নিজে করি — 15.2

(1) যে বর্গক্ষেত্রাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $20\sqrt{2}$ মিটার, তার চারধারে পাঁচিল দিয়ে ঘিরতে কত মিটার দৈর্ঘ্যের পাঁচিল দিতে হবে হিসাব করে লিখি।

(2) প্রীতমদের আয়তক্ষেত্রাকার জমির বাইরের চারধারে 5 মিটার চওড়া রাস্তা আছে। আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 2.5 ডেকামিটার ও 1.7 ডেকামিটার। প্রতি মিটার 18 টাকা হিসাবে রাস্তার বাইরের চারধারে বেড়া দিয়ে ঘিরতে মোট কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।

(3) নীচের কার্ড দেখি, পরিসীমা লিখি ও একই পরিসীমা বিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য কী হবে হিসাব করে লিখি।



(i) (ii) (iii) (iv) (v) (vi)

11 আজ আমরা অনেকগুলো আয়তাকার আর্ট পেপারের কার্ড তৈরি করব এবং সেই কার্ডে অনেক কিছু এঁকে বন্ধুদের কাছে পাঠাব। শাহিন ঠিক করেছে প্রতিটি কার্ডের পিছনের পাতা রঙিন কাগজ দিয়ে মুড়বে। হিসাব করে দেখি প্রতিটি কার্ডের জন্য কতটা রঙিন কাগজ লাগবে।

দেখছি, এই কার্ডের দৈর্ঘ্য 12 সেমি. এবং প্রস্থ 8 সেমি.

এই কার্ডের জন্য রঙিন কাগজ লাগবে, 12 সেমি. × 8 সেমি. = 96 বর্গ সেমি.

[কারণ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × ☐]

রবীন যে কার্ড তৈরি করল তার দৈর্ঘ্য 14.2 সেমি. এবং প্রস্থ 9.5 সেমি.

∴ রবীনের তৈরি কার্ডের জন্য রঙিন কাগজ লাগবে ☐ × ☐ বর্গ সেমি.= ☐ বর্গ সেমি. [নিজে লিখি]

12 জাহির একটি বর্গক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6.4 সেমি.। কার্ডটির ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

∴ এই বর্গক্ষেত্রাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল $(6.4)^2$ বর্গ সেমি. [নিজে লিখি]

= ☐ বর্গ সেমি. [নিজে লিখি]

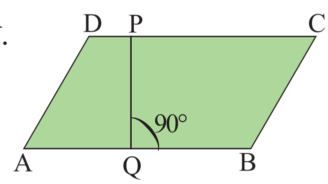
13 কিন্তু মেঘা যে কার্ড তৈরি করল সেটি আয়তক্ষেত্রাকার হলো না। কার্ডটি সামান্তরিক আকারের। সামান্তরিক আকার কার্ডের ক্ষেত্রফল কীভাবে পাব দেখি।

সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = সামান্তরিকের ভূমি × সামান্তরিকের উচ্চতা।

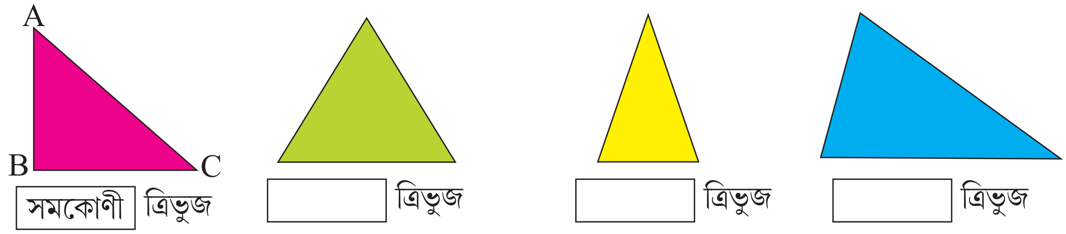
মেঘা মেপে দেখল কার্ডটির ভূমির দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং উচ্চতা 6 সেমি.

কার্ডটির ক্ষেত্রফল = 8 × 6 বর্গ সেমি. = 48 বর্গ সেমি.

(ছবিতে ABCD সামান্তরিকের ভূমি AB এবং উচ্চতা PQ)



আমার ভাই কয়েকটি বিভিন্ন ধরনের ত্রিভুজের রঙিন কাগজ কেটেছে।



14 আমি ও ডেভিড এই ত্রিভুজ আকারক্ষেত্রগুলির বাহুর দৈর্ঘ্য লিখি ও এদের ক্ষেত্রফল লেখার চেষ্টা করি।

ধরি, লাল রঙের সমকোণী ত্রিভুজ ABC -এর ভূমি BC = a একক

উচ্চতা AB = b একক

∴ সমকোণী ত্রিভুজ ABC -এর ক্ষেত্রফল

$$= \frac{1}{2} \times \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা} = \frac{1}{2} \times a \times b \text{ বর্গ একক}$$

পেলাম,

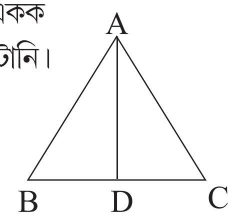
সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য $= \frac{1}{2}$ ab বর্গ একক।

15 আমি সবুজ রঙের সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।

ধরি, সবুজ রঙের সমবাহু ত্রিভুজটি হল ΔABC যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য = a একক

∴ সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 3a একক। A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি।

সুতরাং ত্রিভুজটির উচ্চতা = AD



সমকোণী ত্রিভুজ ABD -তে, পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

বা, $AB^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$ (যেহেতু সমবাহু ত্রিভুজে AD লম্ব BC বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করে)

বা, $BC^2 = AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2$ $(\because AB = BC)$

বা, $BC^2 - \frac{BC^2}{4} = AD^2$

বা, $AD^2 = \frac{3BC^2}{4}$

$\therefore AD = \sqrt{\frac{3}{2}}BC$

সুতরাং, সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$ একক

∴ সমবাহু ত্রিভুজ ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$$= \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} a \text{ বর্গ একক} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \text{ বর্গ একক}$$

পেলাম, সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\text{বাহু})^2$

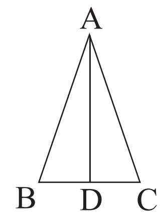
16 যে সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি., তার ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

যে সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি., তার ক্ষেত্রফল $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6 \times 6$ বর্গ সেমি. $= 9\sqrt{3}$ বর্গ সেমি.

17 যে সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 12 সেমি., তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি (নিজে করি)।

যেকোনো সমবাহু ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য জানা থাকলে ওই সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা ও ওই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ করতে পারি।

18 আমি হলুদ রঙের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।



ধরি, Δ ABC হল হলুদ রঙের সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটি

এবং ABC-এর AB = AC = a একক

BC = b একক

সুতরাং, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা = (2a + b) একক।

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি।

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, সমকোণী ত্রিভুজ ABD-তে,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$

বা, $AD^2 = AB^2 - (\frac{BC}{2})^2$ [যেহেতু সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে ভূমির উপর লম্ব টানলে লম্বটি ভূমিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।]

বা, $AD^2 = (a^2 - \frac{b^2}{4})$ বর্গ একক

$\therefore$ $AD = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ একক

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC -এর উচ্চতা $AD = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ একক

$\therefore$ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

$= \frac{1}{2} \times b \times \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}$ বর্গ একক

পেলাম,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল =

$\frac{1}{2} \times$ ভূমির দৈর্ঘ্য $\times \sqrt{(\text{সমান বাহুর একটির দৈর্ঘ্য})^2 - (\text{ভূমির দৈর্ঘ্যের অর্ধেক})^2}$

19 একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ভূমির দৈর্ঘ্য 12 সেমি. এবং সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে, ওই ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times \sqrt{(10)^2 - (\frac{12}{2})^2}$ বর্গ সেমি.

$= 6 \times \sqrt{100 - 36}$ বর্গ সেমি.

$=$ ☐ বর্গ সেমি.

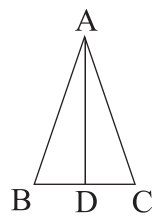
অন্যভাবে,

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ ABC-এর, AB = AC = 10 সেমি.

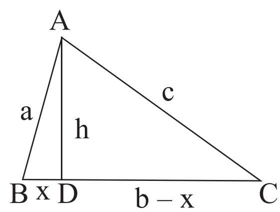
এবং $AD^2 = AB^2 - BD^2 = (10 \text{ সেমি.})^2 - (6\text{সেমি.})^2 = 64$ বর্গ সেমি.

$\therefore$ উচ্চতা = AD = 8 সেমি.

$\therefore$ Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD =$ ☐ বর্গ সেমি.



20 আমি নীল রঙের বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।



ধরি, Δ ABC হল নীল রঙের বিষমবাহু ত্রিভুজটি

এবং AB = a একক, BC = b একক

এবং AC = c একক।

A বিন্দু থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব টানি।

ধরি, উচ্চতা AD = h একক

$\therefore$ Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times b \times h$ বর্গ একক

ধরি, BD = x একক,

$\therefore$ DC = (b – x) একক

পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে সমকোণী ত্রিভুজ ABD থেকে পাই,

$$x^2 + h^2 = a^2$$

$$\therefore h^2 = a^2 - x^2 \text{ .... (i)}$$

আবার পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, সমকোণী ত্রিভুজ ACD থেকে পাই,

$h^2 + (b - x)^2 = c^2$

বা, $h^2 + b^2 + x^2 - 2bx = c^2$

বা, $h^2 = 2bx - b^2 - x^2 + c^2$ .... (ii)

$\therefore$ (i) ও (ii) থেকে পাই,

$$a^2 - x^2 = 2bx - b^2 - x^2 + c^2$$

বা, $2bx = a^2 + b^2 - c^2$

$$\therefore \quad x = \frac{a^2+b^2-c^2}{2b}$$

আবার $h^2 = a^2 - x^2$

$$= a^2 - \left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2b}\right)^2$$

$$= a^2 - \frac{(a^2+b^2-c^2)^2}{4b^2}$$

$$= \frac{4a^2b^2-(a^2+b^2-c^2)^2}{4b^2}$$

$$= \frac{(2ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2}{4b^2}$$

$$= \frac{(2ab + a^2+b^2-c^2) \quad (2ab-a^2-b^2+ c^2)}{4b^2}$$

$$= \frac{\{(a+b)^2 - c^2\} \; \{c^2 - (a-b)^2\}}{4b^2} = \frac{(a+b+c)\,(a+b-c) \quad (c+a-b)\,(c-a+b)}{4b^2}$$

ধরি, ত্রিভুজটির পরিসীমা $2s$ একক।

$\therefore$ ত্রিভুজটির অর্ধ পরিসীমা $= s$ একক

সুতরাং, $2s = a+b+c$ এবং $2s - 2a = b + c - a$, $2s - 2b = a + c - b$, $2s - 2c = a + b - c$,

$$\therefore \quad h^2 = \frac{2\,s\,(2s-2c)\,(2s-2b)\,(2s-2a)}{4b^2} = \frac{16s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}{4b^2}$$

$$\therefore \quad h = \frac{2}{b}\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$$

$\therefore \Delta ABC$ -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times b \times h$ বর্গ একক $= \frac{1}{2} \times b \times \frac{2}{b}\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$ বর্গ একক

$= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$ বর্গ একক

ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে 'Δ' চিহ্ন দ্বারাও প্রকাশ করা হয়। $\Delta = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$

অর্থাৎ, যেকোনো ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b ও c হলে,

ওই ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)}$, যেখানে অর্ধপরিসীমা $(s) = \frac{a+b+c}{2}$

আবার ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

ব্রহ্মগুপ্ত
598AD – 670AD

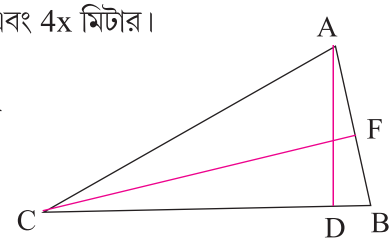
ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের এই সূত্রটি মিশরের গণিতজ্ঞ হেরন দিয়েছিলেন।
তাই এই সূত্রটি **হেরনের সূত্র** (Heron's Formula) নামে পরিচিত।
এই সূত্রটি **ব্রহ্মগুপ্তের সূত্র** (Brahmagupta's Formula) নামেও পরিচিত।

হেরন
10AD – 70AD

21 আমাদের পাড়ার ত্রিভুজাকার মাঠের বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2:3:4 এবং মাঠের পরিসীমা 108 মিটার হলে, মাঠের ক্ষেত্রফল এবং বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে যথাক্রমে বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

ত্রিভুজাকার মাঠের বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2:3:4

সুতরাং, ত্রিভুজাকৃতি মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 2x মিটার, 3x মিটার এবং 4x মিটার। (যেখানে $x > 0$)



$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতি মাঠের পরিসীমা $(2x + 3x + 4x)$ মিটার $= 9x$ মিটার

শর্তানুসারে, $9x = 108$

বা, $x = 12$

মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 12×2 মিটার $= 24$ মিটার, 12×3 মিটার $= 36$ মিটার, 12×4 মিটার $= 48$ মিটার

$\therefore$ মাঠের অর্ধপরিসীমা $= \frac{108}{2}$ মিটার $= 54$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতি মাঠের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{54(54-24)(54-36)(54-48)}$ বর্গ মিটার $=$ ☐ বর্গ মিটার

ধরি, A বিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য AD এবং ক্ষুদ্রতম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য CF।

Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times BC \times AD$

আবার Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল $= 108\sqrt{15}$ বর্গমিটার

$\frac{1}{2} BC.\ AD = 108\sqrt{15}$ বর্গ মিটার

বা, $\frac{1}{2}.\ 48$ মিটার $\times AD = 108\sqrt{15}$ বর্গ মিটার

বা, $AD = \frac{108\sqrt{15}}{24}$ মিটার

$\therefore AD = \frac{9\sqrt{15}}{2}$ মিটার

সুতরাং, বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য $\frac{9\sqrt{15}}{2}$ মিটার।

Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times AB \times CF$

বা, $\frac{1}{2} \times AB \times CF = 108\sqrt{15}$ বর্গ মিটার

বা, $\frac{1}{2} \times$ ☐ $\times CF = 108\sqrt{15}$ বর্গ মিটার

বা, CF = ☐

$\therefore$ CF = ☐

$\therefore$ ক্ষুদ্রতম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে ক্ষুদ্রতম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য ☐ মিটার।

22 কিন্তু আমার বন্ধু সুমিতের পাড়ায় ত্রিভুজাকার একটি মাঠের দৈর্ঘ্য 12 মিটার, 16 মিটার ও 20 মিটার। আমি সুমিতের পাড়ার ত্রিভুজাকৃতি মাঠের ক্ষেত্রফল ও বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করি।

অর্ধপরিসীমা $s = \frac{12+16+20}{2}$ মিটার

বা, $s = \frac{48}{2}$ মিটার = 24 মিটার

মাঠের ক্ষেত্রফল $(\Delta) = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{24(24-12)(24-16)(24-20)}$ বর্গ মিটার

$= \sqrt{24 \times 12 \times 8 \times 4}$ বর্গ মিটার

$= \sqrt{2 \times 12 \times 12 \times 8 \times 4}$ বর্গ মিটার

$= \sqrt{12 \times 12 \times 16 \times 4}$ বর্গ মিটার

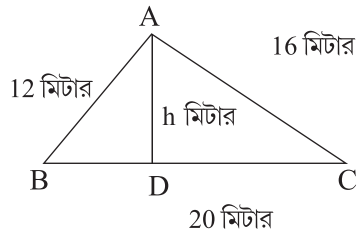
$= 12 \times 4 \times 2$ বর্গ মিটার

$= 96$ বর্গ মিটার

ধরি, বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য h মিটার।

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 20 \times h$ বর্গ মিটার

$= 10h$ বর্গ মিটার



$10h = 96$

$\therefore h = \frac{96}{10} = 9.6$

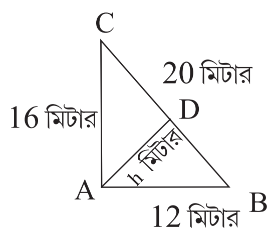
$\therefore$ ত্রিভুজাকার মাঠের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ মিটার এবং বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য 9.6 মিটার।

23 সুমিত বলল আমি কিন্তু মাঠের ক্ষেত্রফল অন্যভাবে বের করেছি। আমাদের পাড়ায় ত্রিভুজাকৃতি মাঠের দৈর্ঘ্য 12 মিটার, 16 মিটার ও 20 মিটার। আমাদের পাড়ার ত্রিভুজাকৃতি মাঠটির ক্ষেত্রফল ও বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করি।

$12^2 + 16^2 = 20^2$

$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতি মাঠটি সমকোণী ত্রিভুজাকার।

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 12 \times 16$ বর্গ মিটার = 96 বর্গ মিটার



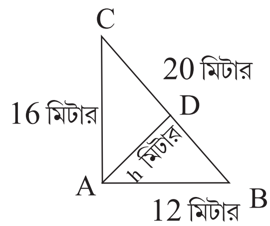
ধরি, বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য h মিটার

$\therefore$ মাঠের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 20 \times h$ বর্গ মিটার

$= 10\ h$ বর্গ মিটার

$10\ h = 96$

$\therefore h = \frac{96}{10} = 9.6$



$\therefore$ ত্রিভুজাকৃতি মাঠের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ মিটার এবং বৃহত্তম বাহুর বিপরীত শীর্ষবিন্দু থেকে বৃহত্তম বাহুর উপর লম্বের দৈর্ঘ্য 9.6 মিটার।

24 যদি ত্রিভুজাকার মাঠের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 মিটার, 14 মিটার ও 15 মিটার হতো, তখন ওই ত্রিভুজাকার মাঠের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। [নিজে হিসাব করে লিখি।]

25 আমাদের স্কুলের একটি 32 মিটার উঁচু তালগাছ গতকাল ঝড়ে ভেঙে যাওয়ায় তার অগ্রভাগ এসে গাছটির গোড়া থেকে 8 মিটার দূরে ভূমি স্পর্শ করেছে। গাছটি ভূমি থেকে কত উঁচুতে ভেঙেছিল আঁকি ও হিসাব করে লিখি।

ধরি, AB তালগাছটির দৈর্ঘ্য এবং C বিন্দুতে ভেঙে ভূমিকে A বিন্দুটি D বিন্দুতে স্পর্শ করেছে।

$\therefore$ AB = ☐ মিটার

AC = CD

$\therefore$ AB = AC + CB = CD + CB

ধরি, CB = x মিটার,

$\therefore$ AB = CD + x মিটার

বা, 32 মিটার = CD + x মিটার

$\therefore$ CD = (32 – x) মিটার

সমকোণী ত্রিভুজ CBD থেকে পাই,

$CB^2 + BD^2 = CD^2$

বা, $x^2 + 8^2 = (32-x)^2$

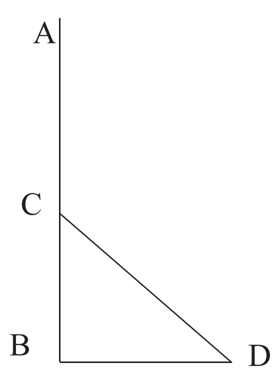
বা, $x^2 + 8^2 = (32)^2 + x^2 - 2 \times x \times 32$

বা, $2 \times x \times 32 = 32^2 - 8^2$

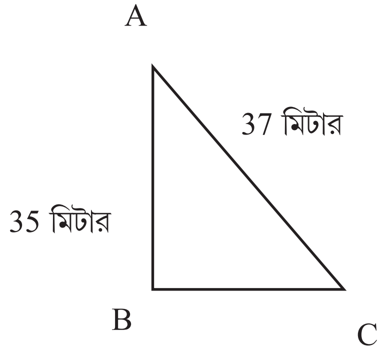
বা, 64x = ☐

$\therefore$ x = ☐

$\therefore$ ভূমি থেকে ☐ মিটার উপরে তালগাছটি ভেঙে গিয়েছিল।



26 কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 37 মিটার এবং সমকোণ ধারক বাহুর একটির দৈর্ঘ্য 35 মি.; ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



ধরি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের AB = 35 মিটার

এবং অতিভুজ AC = 37 মিটার

$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজ ABC থেকে পাই,

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

বা, $BC^2 = AC^2 - AB^2$

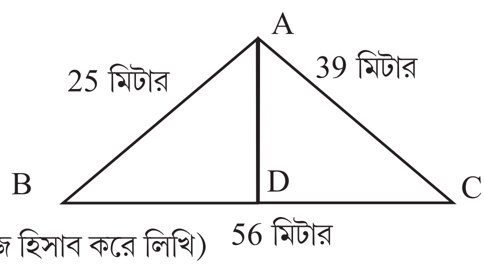
বা, $BC^2 = (37^2 - 35^2)$ বর্গ মিটার

বা, $BC^2 = (37+35)(37-35)$ বর্গ মিটার

বা, $BC^2 = 72 \times 2$ বর্গ মিটার $\therefore BC = \square$ মিটার

$\therefore$ Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times BC \times AB$ বর্গ মিটার = $\square$ বর্গ মিটার

27 পৃথাদের গ্রামের ত্রিভুজাকৃতি উদ্যানের তিনটি ধারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 25 মিটার, 39 মিটার ও 56 মিটার। আমরা যদি ওই উদ্যানের 56 মিটার দীর্ঘ ধারের উপর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে লম্ব বরাবর পাঁচিল দিই তাহলে পাঁচিলের দৈর্ঘ্য কী হবে এঁকে হিসাব করে লিখি।



ধরি, Δ ABC হল পৃথাদের ত্রিভুজাকৃতি মাঠ যেখানে,

AB = 25 মিটার,

AC = 39 মিটার

এবং BC = 56 মিটার

$\therefore$ Δ ABC -এর অর্ধপরিসীমা = $\square$ মিটার (নিজে হিসাব করে লিখি)

$\therefore$ Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল = $\sqrt{60 \times (60-25) \times (60-39) \times (60-56)}$ বর্গ মিটার

= 420 বর্গ মিটার

ধরি, $AD \perp BC$ এবং AD = h মিটার

$\therefore$ Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times BC \times h$ বর্গ মিটার

= $\frac{1}{2} \times 56 \times h$ বর্গ মিটার = 28 h বর্গ মিটার

শর্তানুসারে, 28 h = 420

বা, $h = \frac{420}{28}$

$\therefore$ $h = \square$

$\therefore$ পাঁচিলের দৈর্ঘ্য হবে 15 মিটার।

28 আমার ভাই একটি সমবাহু ত্রিভুজাকৃতি কার্ড তৈরি করেছে এবং সেই কার্ডের মধ্যে কোনো এক বিন্দু থেকে সমবাহু ত্রিভুজের তিনটি বাহুর উপর তিনটি লম্ব এঁকেছে। যদি লম্ব তিনটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8 সেমি., 10 সেমি. ও 11 সেমি. হয়, তাহলে এঁকে সমবাহু ত্রিভুজাকার কার্ডের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

ধরি, ABC সমবাহু ত্রিভুজাকারক্ষেত্র। AB = BC = CA = x সেমি. এবং OF = 8 সেমি., OD = 11 সেমি., OE = 10 সেমি.

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ABC এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$ বর্গ সেমি.

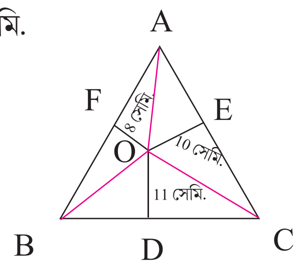
আবার, Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল

= Δ AOB -এর ক্ষেত্রফল + Δ BOC-এর ক্ষেত্রফল +Δ AOC-এর ক্ষেত্রফল

$= (\dfrac{1}{2} \times AB \times 8 + \dfrac{1}{2} \times BC \times 11 + \dfrac{1}{2} \times AC \times 10)$ বর্গ সেমি.

$= (4x + \dfrac{11}{2}x + 5x)$ বর্গ সেমি.

$= \dfrac{8x + 11x + 10x}{2}$ বর্গ সেমি. $= \dfrac{29}{2}$ x বর্গ সেমি.



শর্তানুসারে, $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2 = \dfrac{29}{2}x$

বা $\dfrac{\sqrt{3}}{2}x = 29$ $\quad [\because x \neq 0]$

$\therefore \quad x = \dfrac{58}{\sqrt{3}}$

$\therefore$ সমবাহু ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{29}{2} \times \dfrac{58}{\sqrt{3}}$ বর্গ সেমি.$= \dfrac{841\sqrt{3}}{3}$ বর্গ সেমি.

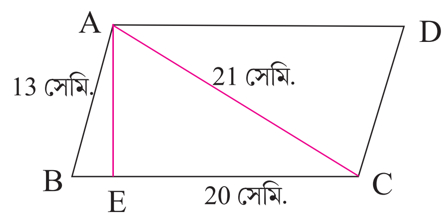
29 আমি একটি সামান্তরিক এঁকেছি যার সন্নিহিত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 13 সেমি. ও 20 সেমি. এবং মেপে দেখছি একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 21 সেমি.। আমি এই সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা কত হবে হিসাব করি। (20 সেমি. বাহুকে ভূমি ধরে সামান্তরিকটির উচ্চতা নির্ণয় করি)

ধরি, ABCD সামান্তরিক এঁকেছি যার

AB = 13 সেমি.,

BC = 20 সেমি.

এবং AC = 21 সেমি



$\therefore$ s $= \dfrac{13 + 20 + 21}{2}$ সেমি. = $\square$ সেমি.= $\square$ সেমি.

ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{s(s-13)(s-20)(s-21)}$ বর্গ সেমি.

$\therefore$ সামান্তরিক আকার ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল = 2 × Δ ABC -এর ক্ষেত্রফল = $\square$ বর্গ সেমি.

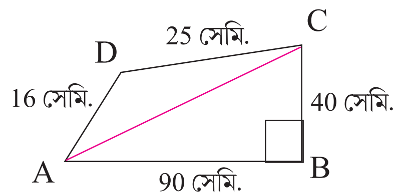
ধরি, AE $\perp$ BC এবং AE = h সেমি.

সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল = ভূমি × উচ্চতা

সুতরাং, 20 × h = $\square$

$\therefore$ h = $\square$ $\qquad$ $\therefore$ সামান্তরিকের উচ্চতা 12.6 সেমি.

30 তৃষা একটি চতুর্ভুজ ABCD এঁকেছে যার AB = 90 সেমি., BC = 40 সেমি, CD = 25 সেমি., DA = 16 সেমি এবং $\angle ABC = 90^0$; আমি ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ।

$\therefore AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 9^2 + 40^2 = \square$

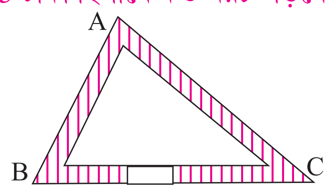
$\therefore$ AC = 41 সেমি.

$\therefore \Delta ABC$-এর ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2} \times 90 \times 40$ বর্গ সেমি. $= \square$ বর্গ সেমি.

ΔADC-এর ক্ষেত্রফল $= \square$ বর্গ সেমি.

ABCD- চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল= Δ ABC-এর ক্ষেত্রফল + Δ ADC -এর ক্ষেত্রফল $= \square$ বর্গ সেমি.

31 পাড়ার ত্রিভুজাকৃতি মাঠের তিনদিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 52 মিটার, 56 মিটার এবং 60 মিটার। প্রতি বর্গ মিটার 12 টাকা হিসাবে মাঠটি মেরামত করতে কত টাকা খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি। গেট তৈরির জন্য 4 মিটার ছেড়ে বাকি মাঠের ধার বরাবর বেড়া দিতে প্রতি মিটারে 25 টাকা হিসাবে কত খরচ পড়বে হিসাব করে লিখি।



ধরি, ABC ত্রিভুজাকৃতি মাঠ।

$\therefore \Delta$ ABC-এর অর্ধপরিসীমা $= \frac{52 + 56 + 60}{2}$ মিটার $= \square$ মিটার

$\therefore \Delta$ ABC-এর ক্ষেত্রফল $= \sqrt{84\,(84-52)\,(84-56)\,(84-60)}$ বর্গ মিটার $= \square$ বর্গ মিটার

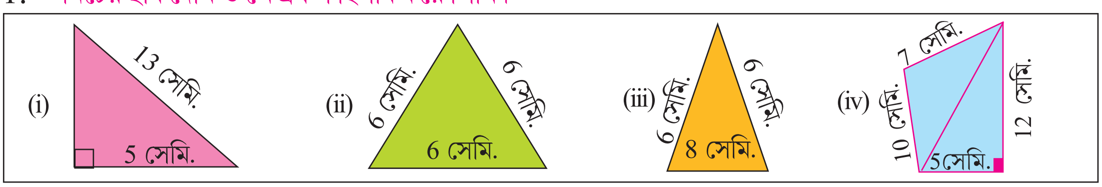
প্রতি বর্গ মিটার 12 টাকা হিসাবে মাঠটি মেরামত করতে খরচ হবে = 1344 × 12 টাকা

$\therefore$ মাঠের বেড়ার দৈর্ঘ্য = মাঠের পরিসীমা – 4 মিটার $= \square$ মিটার

$\therefore$ মাঠে বেড়া দিতে খরচ হবে $= \square \times 25$ টাকা $= \square$ টাকা (নিজে লিখি)

নিজে করি — 15.3

1. নিচের ছবি দেখি ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



2. বোটানিক্যাল গার্ডেনের একটি সরোবরে পদ্মফুলের উপর প্রান্ত জলতল থেকে 2 সেমি. উপরে ছিল। বাতাসে চালিত হয়ে উপর প্রান্তটি পূর্বস্থান থেকে 15 সেমি. দূরে জলতলের সঙ্গে মিশে গেল। জলের গভীরতা হিসাব করে লিখি।

3. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য $12\sqrt{2}$ সেমি. হলে, ওই ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কী হবে হিসাব করে লিখি।

4. আমাদের ত্রিভুজাকার পার্কের তিন ধারের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 65 মিটার, 70 মিটার ও 75 মিটার। বৃহত্তম ধারটি থেকে বিপরীত শীর্ষবিন্দুর দূরত্ব হিসাব করে লিখি।

5. আমি ও সুজা দুটি ত্রিভুজ আঁকব যাদের উচ্চতার অনুপাত 3 : 4 এবং ওই ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফলের অনুপাত 4 :3; ত্রিভুজ দুটির ভূমির অনুপাত কী হবে হিসাব করে লিখি।

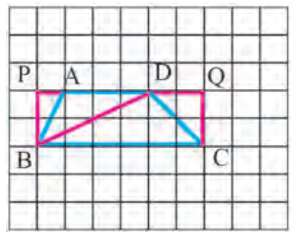
আমি একটি চতুর্ভুজ ক্ষেত্রাকার কার্ড তৈরি করলাম যার একজোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল। অর্থাৎ আমার তৈরি কার্ড ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র।

32 এই ট্রাপিজিয়াম আকারের কার্ডের ক্ষেত্রফল কীভাবে হিসাব করব? ছক কাগজের সাহায্যে এই ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করার চেষ্টা করি।

একটি ছক কাগজ তৈরি করলাম যার প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.।

ছক কাগজের ঘর গুনে দেখছি ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গ সেমি.

আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণের চেষ্টা করি।



ABCD ট্রাপিজিয়ামের AD॥BC এবং B ও C বিন্দু থেকে উভয়পার্শ্বে বর্ধিত AD সরলরেখাংশের উপর দুটি লম্ব BP ও CQ অঙ্কন করলাম যা উভয়পক্ষে বর্ধিত AD সরলরেখাংশকে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুতে ছেদ করল। B ও D যোগ করলাম।

প্রমাণ: ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল

= Δ ABD -এর ক্ষেত্রফল + Δ DBC -এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times AD \times BP + \frac{1}{2} \times BC \times CQ$

$= \frac{1}{2} \times AD \times BP + \frac{1}{2} \times BC \times BP$ [$\because$ PQ ॥ BC, BP = CQ]

$= \frac{1}{2}(AD + BC) \times BP$

ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
$= \frac{1}{2} \times$ ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্বদূরত্ব।

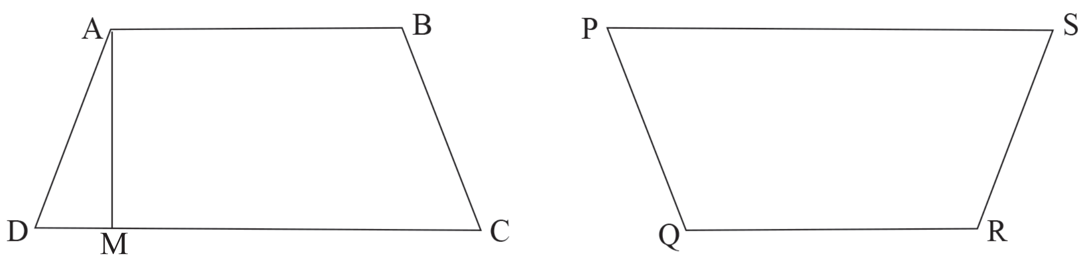
হাতেকলমে

আমি হাতেকলমে ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কীভাবে পাব দেখি।

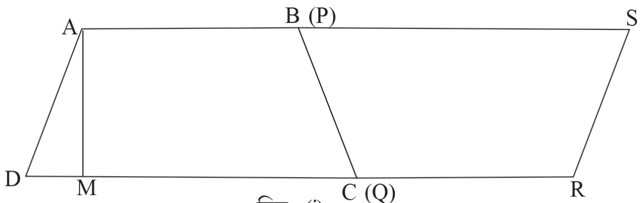
উপকরণ : পিচবোর্ড, রঙিন আর্টপেপার, কাঁচি, আঠা, পেন ও পেনসিল।

পদ্ধতি : (1) প্রথমে একই আকারের কিন্তু আলাদা রঙিন কাগজে ট্রাপিজিয়াম এঁকে কেটে নিলাম ও ABCD ও PQRS ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র পেলাম।

ধরি, উচ্চতা AM = h



(2) একটি বড়ো পিচবোর্ডে এই দুটি রঙিন ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র ABCD ও PQRS চিত্র (i)-এর মতো আঠা দিয়ে আটকে দিলাম।



চিত্র (i)

$\therefore$ ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্র ABCD-এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}$ সামান্তরিক আকারের ক্ষেত্র ASRD-এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \quad DR \times AM$

$= \frac{1}{2} \quad (DC + CR) \times AM$

$= \frac{1}{2} \quad (DC + AB) \times h \; [\because \; CR = QR = AB]$

$= \frac{1}{2} \times$ (ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দূরত্ব)

ট্রপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি × সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দুরত্ব)

33 সুনীতি আর একটি ট্রাপিজিয়াম আকারের কার্ড তৈরি করেছে যার সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12.2 সেমি. ও 8.6 সেমি. এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব 9.8 সেমি.। আমি হিসাব করে সুনীতির তৈরি কার্ডের ক্ষেত্রফল হিসাব করার চেষ্টা করি।

ট্রাপিজিয়াম আকারের কার্ডের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}$ × (12.2 সেমি.+ 8.6 সেমি.) × 9.8 সেমি.

= ☐ বর্গ সেমি. (নিজে হিসাব করি)

34 যদি একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15.3 সেমি. ও 14.7 সেমি. এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে দুরত্ব 7 সেমি. হয়, তবে ট্রাপিজিয়াম আকারের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। (নিজে করি)

35 তথাগত একটি রম্বস আকারের কার্ড তৈরি করেছে। এই রম্বস আকারের কার্ডের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

রম্বস একটি সামান্তরিক।

স্কেল দিয়ে মেপে দেখছি, এই রম্বসের ভূমি ☐ সেমি. এবং উচ্চতা ☐ সেমি.।

এই রম্বসের ক্ষেত্রফল ☐ × ☐ বর্গ সেমি.।

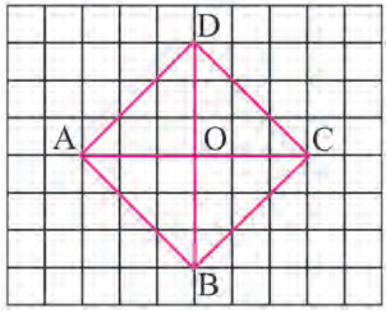
অন্যভাবেও রম্বসের ক্ষেত্রফল মাপা যায় কিনা যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করার চেষ্টা করি।

প্রথমে ছক কাগজে রম্বসটি আঁকি।

ছক কাগজের প্রতিটি ক্ষুদ্রতম বর্গক্ষেত্রের 1 টি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 সেমি.।

ছক কাগজে ঘর গুনে দেখছি, রম্বস ABCD-এর ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গ সেমি.

আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণের চেষ্টা করি



ABCD রম্বসের দুটি কর্ণ AC ও BD টানলাম যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল।

প্রমাণ : রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

∴ ABCD রম্বসের AC ও BD কর্ণ দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।

সুতরাং, ABCD রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= Δ ABD-এর ক্ষেত্রফল +Δ BCD-এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BD \times AO + \frac{1}{2} \times BD \times CO$

$= \frac{1}{2} \times BD\,(AO+CO) = \frac{1}{2} \times BD \times AC$

$= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল।

∴ রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times$ রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল

দেখছি ABCD রম্বসের AC = 6 সেমি. এবং BD = 8 সেমি.

ABCD রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8$ বর্গ সেমি. = ☐ বর্গ সেমি.

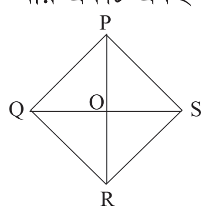
হাতেকলমে

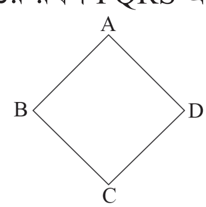
আমি হাতেকলমে রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।

উপকরণ : পিচবোর্ড, রঙিন আর্টপেপার, কাঁচি, আঠা, পেন ও পেনসিল।

পদ্ধতি : (1) প্রথমে কাগজ ভাঁজ করে বা এঁকে একটি রঙিন কাগজে ABCD রম্বস এঁকে রম্বসাকৃতি ক্ষেত্র কেটে নিলাম।

(2) এবার ট্রেসিং পেপারের সাহায্যে আর একটি একই মাপের অন্য রঙের রম্বস PQRS এঁকে রম্বসাকৃতি ক্ষেত্র কেটে নিলাম।





(3) PQRS রম্বসাকৃতি ক্ষেত্রের দুটি কর্ণ PR ও QS আঁকলাম যারা পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করল। কর্ণ বরাবর PQRS রম্বসাকৃতি ক্ষেত্র কেটে Δ POQ, Δ QOR, Δ ROS এবং ΔPOS পেলাম।

(4) একটি পিচবোর্ডে চিত্র-(1)-এর মতো আটকে দিলাম।

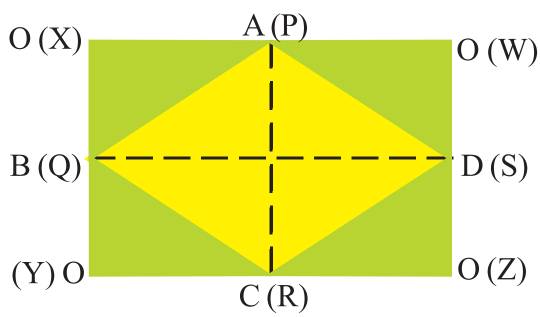
রম্বস ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2}$ আয়তক্ষেত্র XYZW

$= \frac{1}{2} \times XY \times YZ$

$= \frac{1}{2} \times AC \times BD$

$= \frac{1}{2} \times$ রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল



চিত্র-(1)

পেলাম,

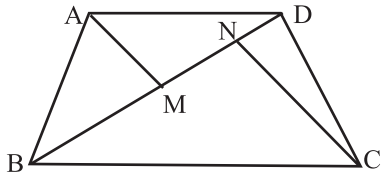
রম্বসাকৃতি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের গুণফল

36 ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম এঁকেছি যার BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 11 সেমি.। A ও C বিন্দু থেকে BD কর্ণের উপর দুটি লম্ব AM ও CN এঁকেছি যারা BD- কে যথাক্রমে M ও N বিন্দুতে ছেদ করেছে। AM ও CN-এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 11 সেমি.। ABCD ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল মাপি।

ট্রাপিজিয়াম আকার ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

= Δ ABD-এর ক্ষেত্রফল + Δ BCD-এর ক্ষেত্রফল

$= \frac{1}{2} \times BD \times AM + \frac{1}{2} BD \times CN = \square$ বর্গ সেমি.



37 পলাশকাকা 10 টি সমান মাপের ত্রিভুজাকৃতি টুকরো সেলাই করে একটি ছাতা তৈরি করেছেন। প্রতিটি ত্রিভুজাকৃতি টুকরোর তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 50 সেমি., 20 সেমি. ও 50 সেমি.। ছাতা তৈরি করতে মোট কত পরিমাণ কাপড় লেগেছে আমি হিসাব করে লিখি।

দেখছি, প্রতিটি ত্রিভুজাকার টুকরো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ আকার ক্ষেত্র। যার সমান বাহুর দৈর্ঘ্য 50 সেমি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 20 সেমি.।

$\therefore$ প্রতিটি টুকরোর ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2} \times 20\sqrt{(50)^2 - \left(\frac{20}{2}\right)^2}$ বর্গ সেমি. = $\square$ বর্গ সেমি.

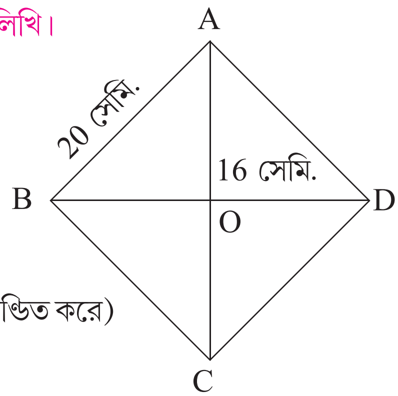
$\therefore$ 10টি সবুজ রঙের টুকরোর ক্ষেত্রফল= $10 \times 200\sqrt{6}$ বর্গ সেমি.

$= 2000\sqrt{6}$ বর্গ সেমি.

ছাতা তৈরি করতে মোট $2000\sqrt{6}$ বর্গ সেমি. পরিমাণ কাপড় লেগেছে।

38 শাকিল একটি রম্বস আকারের কার্ড তৈরি করল যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 16 সেমি. ও 12 সেমি.। হিসাব করে শাকিলের তৈরি রম্বস আকারের কার্ডটির ক্ষেত্রফল লিখি। (নিজে হিসাব করে লিখি)

39 মৈনাক একটি রম্বস আকারের রঙিন কার্ড তৈরি করেছে যার পরিসীমা 80 সেমি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 32 সেমি.। কার্ডটির অন্য কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



ABCD রম্বসের পরিসীমা 80 সেমি.।

$\therefore$ AB $= \frac{80}{4}$ সেমি. = $\square$ সেমি.

ধরি, AC কর্ণ = 32 সেমি.

$\therefore$ AO = 16 সেমি.

$\angle AOB = 90^0$ (যেহেতু, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করে)

$\therefore OB^2 + OA^2 = AB^2$

সুতরাং, $OB^2 = AB^2 - AO^2$

বা, $OB^2 = (20\text{সেমি.})^2 - (16\text{সেমি.})^2$

বা, $OB^2 = 144$ বর্গ সেমি.

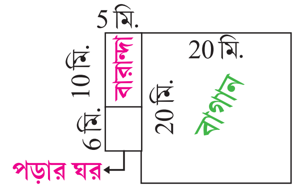
$\therefore$ OB = $\square$ সেমি.

সুতরাং, BD = 12 × 2 সেমি. = $\square$ সেমি.

$\therefore$ রম্বস ABCD ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times 32 \times 24$ বর্গ সেমি.

= $\square$ বর্গ সেমি.

কষে দেখি— 15.1



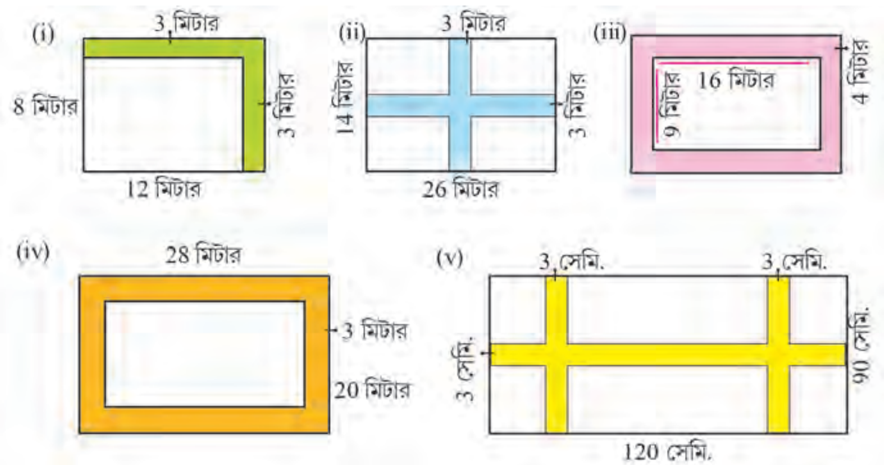
1. আমি কামালদের বাড়ির ছবি দেখি ও উত্তর খুঁজি।

(i) কামালদের বাগানের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

(ii) প্রতি বর্গমিটারে 30 টাকা হিসাবে কামালদের বারান্দার মেঝে মেরামত করতে কত খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

(iii) কামাল তার পড়ার ঘরের মেঝেতে টালি বসাতে চায়। যদি প্রতিটি টালি 25সেমি. × 25 সেমি. হয়, তবে তার পড়ার ঘরের মেঝেতে টালি বসাতে কতগুলি টালি লাগবে হিসাব করে লিখি।

2. নীচের ছবি দেখি ও রঙিন অংশের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি



3. বিরাটি মহাজাতি সঙ্ঘের আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 4 : 3; মাঠটির চারদিকে একবার হেঁটে এলে 336 মিটার পথ অতিক্রম করা যায়। মাঠের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

4. প্রতি বর্গ মিটারে 3.50 টাকা হিসাবে সমরদের একটি বর্গাকার জমি চাষ করতে খরচ হয় 1400 টাকা। প্রতি মিটারে 8.50 টাকা হিসাবে সমরদের জমিটির চারধারে একই উচ্চতার তারের বেড়া দিতে কত খরচ হবে হিসাব করি।

5. সুহাসদের আয়তাকার জমির ক্ষেত্রফল 500 বর্গ মিটার। জমিটির দৈর্ঘ্য 3 মিটার কমালে এবং প্রস্থ 2 মিটার বাড়ালে জমিটি বর্গাকার হয়। সুহাসদের জমির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ হিসাব করে লিখি।

6. আমাদের গ্রামে একটি বর্গাকার জমির প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 300 মিটার। এই বর্গাকার জমির চারধার একই উচ্চতার 3 ডেসিমিটার চওড়া দেয়াল দিয়ে ঘিরব। হিসাব করে দেখি প্রতি 100 বর্গ মিটার জমিতে 5000 টাকা হিসাবে দেয়ালের জন্য কত খরচ পড়বে।

7. রেহানাদের আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য 14 মিটার এবং প্রস্থ 12 মিটার। বাগানটির ভিতরে চারদিকে সমান চওড়া একটি রাস্তা তৈরি করতে প্রতি বর্গ মিটারে 20 টাকা হিসাবে মোট 1380 টাকা খরচ হলে, রাস্তাটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি।

8. 1200 বর্গসেমি. ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির দৈর্ঘ্য 40 সেমি. হলে, তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

9. একটি হলঘরের দৈর্ঘ্য 4 মিটার, প্রস্থ 6 মিটার এবং উচ্চতা 4 মিটার। ঘরটিতে তিনটি দরজা আছে যাদের প্রত্যেকটি 1.5মি. ×1মি. এবং চারটি জানালা আছে যাদের প্রত্যেকটি 1.2 মি. ×1 মি.। ঘরটির চার দেয়াল প্রতি বর্গ মিটারে 70 টাকা হিসাবে রঙিন কাগজ দিয়ে ঢাকতে কত খরচ হবে।

10. একটি ঘরের চার দেয়ালের ক্ষেত্রফল 42 বর্গ মিটার এবং মেঝের ক্ষেত্রফল 12 বর্গ মিটার। ঘরটির দৈর্ঘ্য 4 মিটার হলে, ঘরটির উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

11. সুজাতা 84 বর্গ সেমি. ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি আয়তাকার কাগজে ছবি আঁকবে। কাগজটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর 5 সেমি.। সুজাতার কাগজটির পরিসীমা হিসাব করি।

12. সিরাজদের বর্গাকার বাগানের বাইরের চারদিকে 2.5 মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল 165 বর্গ মিটার। বাগানটির ক্ষেত্রফল এবং কর্ণের দৈর্ঘ্য হিসাব করি। ($\sqrt{2} = 1.414$)

13. যে বর্গাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য $20\sqrt{2}$ মিটার তার চারধার পাঁচিল দিয়ে ঘিরতে কত মিটার দৈর্ঘ্যের পাঁচিল দিতে হবে হিসাব করে লিখি। প্রতি বর্গমিটারে 20 টাকা হিসাবে ঘাস বসাতে কত খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

14. আমাদের আয়তাকার বাগানের একটি কর্ণ বরাবর একটি বেড়া দেব। আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ যথাক্রমে 12 মিটার ও 7 মিটার হলে, বেড়ার দৈর্ঘ্য হিসাব করে দেখি । বেড়াটি আয়তাকার বাগানকে যে দুটি ত্রিভুজে ভাগ করবে তার পরিসীমা লিখি।

15. মৌসুমীদের বাড়ির আয়তাকার বড় হলঘরের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অনুপাত 9:5 এবং পরিসীমা 140 মিটার। মৌসুমীরা হলঘরের মেঝেতে 25 সেমি. × 20 সেমি. আকারের আয়তাকার টালি বসাতে চায়। প্রতি 100 টালির দাম 500 টাকা হলে, মৌসুমীদের হলঘরের মেঝেতে টালি বসাতে কত খরচ হবে হিসাব করি।

16. 18 মিটার দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি বড়ো হলঘরে কার্পেট দিয়ে মুড়তে 2160 টাকা খরচ হয়। যদি হলঘরের প্রস্থ 4 মিটার কম হতো তাহলে 1620 টাকা খরচ হতো। হলঘরের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

17. একটি আয়তাকার জমির কর্ণের দৈর্ঘ্য 15 মিটার এবং দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের অন্তর 3 মিটার। জমিটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।

18. 385 মিটার × 60 মিটার পরিমাপের একটি আয়তাকার চাতাল পাকা করতে সর্ববৃহৎ কত মাপের বর্গাকার টাইলস ব্যবহার করা যাবে এবং সেক্ষেত্রে টাইলসের সংখ্যা কত হবে হিসাব করি।

19. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q):

(i) একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য $12\sqrt{2}$ সেমি.। বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল

(a) 288 বর্গ সেমি. (b) 144 বর্গ সেমি. (c)72 বর্গ সেমি. (d) 18 বর্গ সেমি.

(ii) যদি একটি বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A_1 বর্গ একক এবং ওই বর্গক্ষেত্রের কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল A_2 বর্গ একক হয়,তাহলে $A_1:A_2$ হবে

(a) 1: 2 (b) 2:1 (c) 1:4 (d) 4:1

(iii) 6 মিটার লম্বা ও 4 মিটার চওড়া একটি আয়তাকার জায়গা 2 ডেসিমি. বর্গ টালি দিয়ে বাঁধাতে হলে টালি লাগবে

(a) 1200 (b) 2400 (c) 600 (d) 1800

(iv) সমান পরিসীমাবিশিষ্ট একটি বর্গক্ষেত্র এবং একটি আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল যথাক্রমে S এবং R হলে,

(a) S = R (b) S>R (c) S<R

(v) একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং ক্ষেত্রফল 62.5 বর্গ সেমি. হলে, আয়তক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থের সমষ্টি

(a) 12 সেমি. (b) 15 সেমি. (c) 20 সেমি. (d) 25 সেমি.

20. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন:

(i) একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি করলে, বর্গক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে?

(ii) একটি আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য 10% বৃদ্ধি এবং প্রস্থ 10 % হ্রাস করা হলে, ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি বা হ্রাস পাবে?

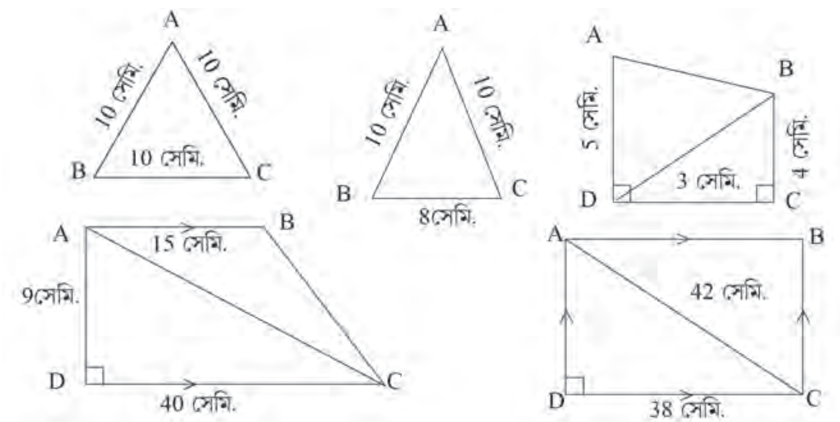
(iii) একটি আয়তক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 5 সেমি.। কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু থেকে আয়তক্ষেত্রের একটি প্রস্থের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য 2 সেমি.। আয়তক্ষেত্রের প্রস্থের দৈর্ঘ্য কত?

(iv) একটি বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু থেকে তার যে-কোনো বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{2}$ সেমি. হলে, বর্গক্ষেত্রটির প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

(v) একটি আয়তক্ষেত্রের পরিসীমা 34 সেমি. এবং ক্ষেত্রফল 60 বর্গ সেমি.। আয়তক্ষেত্রের প্রতিটি কর্ণের দৈর্ঘ্য কত?

কষে দেখি— 15.2

1. নীচের ছবিগুলির ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



2. কোনো সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 48 সেমি. হলে, তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

3. ABC সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতা $5\sqrt{3}$ সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পরিসীমা ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

4. ΔABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদুটির প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 4 সেমি. হলে, ΔABC -এর ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

5. যদি কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির দৈর্ঘ্য 12 সেমি. এবং সমান বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হয়, তবে ওই সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

6. কোনো সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা 544 সেমি. এবং সমান বাহুর প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য ভূমির দৈর্ঘ্যের $\frac{5}{6}$ অংশ; ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

7. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য $12\sqrt{2}$ সেমি. হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

8. পৃথা একটি সামান্তরিক এঁকেছে যার কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 6 সেমি. ও 8 সেমি. এবং কর্ণদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণগুলির প্রত্যেকটি 90^0; সামান্তরিকের বাহুগুলির দৈর্ঘ্য লিখি ও সামান্তরিকটির বৈশিষ্ট্য লিখি।

9. আমাদের পাড়ার ত্রিভুজাকৃতি একটি পার্কের বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2:3:4; পার্কটির পরিসীমা 216 মিটার।
   (i) হিসাব করে পার্কটির ক্ষেত্রফল লিখি।
   (ii) পার্কটির বৃহত্তম বাহুর বিপরীত কৌণিক বিন্দু থেকে ওই বাহুতে সোজাসুজি যেতে কত পথ হাঁটতে হবে হিসাব করে লিখি।

10. পহলমপুর গ্রামের ত্রিভুজাকৃতি মাঠের তিনদিকের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 26 মিটার, 28 মিটার ও 30 মিটার।
   (i) প্রতি বর্গমিটারে 5 টাকা হিসাবে ত্রিভুজাকৃতি মাঠে ঘাস লাগাতে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।
   (ii) ওই ত্রিভুজাকৃতি মাঠে প্রবেশের গেট তৈরির জন্য 5 মিটার জায়গা ছেড়ে বাকি চারধার বেড়া দিয়ে ঘিরতে প্রতি মিটার 18 টাকা হিসাবে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

11. শাকিল একটি সমবাহু ত্রিভুজ PQR এঁকেছে। আমি ওই সমবাহু ত্রিভুজের অন্তস্থঃ কোনো বিন্দু থেকে ত্রিভুজের বাহুগুলির উপর তিনটি লম্ব অঙ্কন করেছি যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 10 সেমি., 12 সেমি. ও 8 সেমি.। হিসাব করে ΔPQR-এর ক্ষেত্রফল লিখি।

12. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি. এবং ওই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 45^0 হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

13. একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি. এবং ওই বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ 30^0 হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

14. একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা $(\sqrt{2}+1)$ সেমি. হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

15. মারিয়া ঘন্টায় 18 কিমি. বেগে সাইকেল চালিয়ে 10 মিনিটে একটি সমবাহু ত্রিভুজাকার মাঠের পরিসীমা বরাবর ঘুরে এল। ত্রিভুজটির একটি কৌণিক বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর মধ্যবিন্দু পর্যন্ত সোজা যেতে মারিয়ার কত সময় লাগবে হিসাব করে লিখি। $(\sqrt{3} \approx 1.732)$

16. একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 1 মিটার বৃদ্ধি করলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $\sqrt{3}$ বর্গমিটার বৃদ্ধি পায়। সমবাহু ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

17. একটি সমবাহু ত্রিভুজ এবং বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত $\sqrt{3} : 2$; বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য 60 সেমি. হলে, সমবাহু ত্রিভুজটির পরিসীমা হিসাব করে লিখি।

18. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য এবং পরিসীমা যথাক্রমে 13 সেমি. এবং 30 সেমি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

19. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 12 সেমি. এবং 5 সেমি.। সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি (3 দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্নমান)

20. 3সেমি., 4সেমি. ও 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের বাহুবিশিষ্ট একটি সমকোণী ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র থেকে একটি সর্ববৃহৎ বর্গাকারক্ষেত্র এমনভাবে কেটে নেওয়া হলো যার একটি শীর্ষবিন্দু ত্রিভুজটির অতিভুজের উপর অবস্থিত। বর্গাকারক্ষেত্রটির বাহুর দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

21. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

(i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির উচ্চতার পরিমাপ

(a) $4\sqrt{3}$ সেমি. (b) $16\sqrt{3}$ সেমি. (c) $8\sqrt{3}$ সেমি. (d) $2\sqrt{3}$ সেমি.

(ii) একটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যার সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য a একক। ত্রিভুজটির পরিসীমা

(a) $(1+\sqrt{2})a$ একক (b) $(2+\sqrt{2})a$ একক (c) 3a একক (d) $(3+2\sqrt{2})a$ একক

(iii) একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, পরিসীমা এবং উচ্চতা যথাক্রমে a, s এবং h হলে, $\frac{2a}{sh}$ -এর মান

(a) 1 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{1}{3}$ (d) $\frac{1}{4}$

(iv) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 5সেমি. এবং ভূমির দৈর্ঘ্য 6 সেমি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

(a) 18 বর্গ সেমি. (b) 12 বর্গ সেমি. (c) 15 বর্গ সেমি. (d) 30 বর্গ সেমি.

(v) ABC ত্রিভুজের AC বাহুর উপর D এমন একটি বিন্দু যে AD:DC=3:2; ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 40 বর্গসেমি. হলে BDC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

(a) 16 বর্গ সেমি. (b) 24 বর্গ সেমি. (c) 30বর্গ সেমি. (d) 36 বর্গ সেমি.

(vi) একটি ত্রিভুজের অর্ধপরিসীমা থেকে প্রতিটির বাহুর দৈর্ঘ্যের অন্তর যথাক্রমে 8 সেমি., 7 সেমি. ও 5 সেমি.। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল

(a) $20\sqrt{7}$ বর্গ সেমি. (b) $10\sqrt{14}$ বর্গ সেমি. (c) $20\sqrt{14}$ বর্গ সেমি. (d) 140 বর্গ সেমি.

22. সংক্ষিপ্ত উত্তর ভিত্তিক প্রশ্ন:

(i) একটি সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও উচ্চতার সাংখ্যমান সমান। ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য কত?

(ii) একটি ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি হয়?

(iii) একটি ত্রিভুজের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্য তিনগুণ করলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল শতকরা কত বৃদ্ধি হয়?

(iv) একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য (x–2) সেমি., x সেমি. এবং (x+2) সেমি.। ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত?

(v) একটি সমবাহু ত্রিভুজের উচ্চতার উপর একটি বর্গক্ষেত্র অঙ্কন করা হলো। ত্রিভুজ ও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত কত?

কষে দেখি— 15.3

1. রাতুল একটি সামান্তরিক এঁকেছে যার ভূমির দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং উচ্চতা 4 সেমি.। রাতুলের আঁকা সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

2. একটি সামান্তরিকের ভূমি তার উচ্চতার দ্বিগুণ। যদি সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 98 বর্গ সেমি. হয়, তাহলে সামান্তরিকটির দৈর্ঘ্য ও উচ্চতার পরিমাপ হিসাব করি।

3. আমাদের বাড়ির পাশে একটি সামান্তরিক আকারের জমি আছে যার সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 15 মিটার ও 13 মিটার। যদি এই জমির একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 14 মিটার হয়, তবে হিসাব করে সামান্তরিক আকারের জমির ক্ষেত্রফল লিখি।

4. পৃথা একটি সামান্তরিক এঁকেছে যার সন্নিহিত বাহুগুলির দৈর্ঘ্য 25সেমি. ও 15 সেমি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 20 সেমি.। হিসাব করে 25 সেমি. বাহুর উপর সামান্তরিকের উচ্চতার পরিমাপ লিখি।

5. একটি সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য 15সেমি. ও 12সেমি.। ক্ষুদ্রতর বাহু দুটির দূরত্ব 7.5 সেমি. হলে, বৃহত্তর বাহু দুটির দূরত্ব হিসাব করি।

6. একটি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের পরিমাপ 15 মিটার ও 20 মিটার হলে, উহার পরিসীমা, ক্ষেত্রফল ও উচ্চতা হিসাব করে লিখি।

7. একটি রম্বসের পরিসীমা 440 মিটার এবং সমান্তরাল বাহুদুটির মধ্যে দূরত্ব 22 মিটার হলে, রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

8. যদি একটি রম্বসের পরিসীমা 20 সেমি. এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য 6 সেমি. হয়, তবে ওই রম্বসের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

9. একটি ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 1400 বর্গ ডেকামিটার। উহার সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে লম্ব দূরত্ব 20 ডেকামিটার এবং সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:4 হলে, ওই বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

10. 8 সেমি বাহুবিশিষ্ট সুষম ষড়ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি (সংকেত ঃ সুষম ষড়ভুজের কর্ণগুলি আঁকা হলে ছয়টি সর্বসম সমবাহু ত্রিভুজ পাব)

11. ABCD চতুর্ভুজের AB= 5 মিটার, BC= 12মিটার, CD = 14 মিটার, DA = 15 মিটার এবং $\angle ABC = 90°$ হলে, ABCD চতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

12. সাহিন ABCD একটি ট্রাপিজিয়াম এঁকেছে, যার BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 11সেমি. এবং A ও C বিন্দু থেকে BD কর্ণের উপর দুটি লম্ব এঁকেছে যাদের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 11 সেমি.। হিসাব করে ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্র ABCD -এর ক্ষেত্রফল লিখি।

13. ABCDE একটি পঞ্চভুজ যার BC বাহুটি AD কর্ণের সমান্তরাল। EP, BC -এর উপর লম্ব এবং EP, AD -কে Q বিন্দুতে ছেদ করেছে। BC = 7সেমি., AD=13সেমি., PE= 9 সেমি., এবং $PQ = \frac{4}{9}$ PE হলে, ABCDE পঞ্চভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

14. একটি রম্বসের বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান এবং বর্গক্ষেত্রটির কর্ণের দৈর্ঘ্য $40\sqrt{2}$ সেমি.। যদি রম্বসের কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 3:4 হয়, তাহলে রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

15. একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 10 সেমি. এবং সমান্তরাল বাহুদুটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5 সেমি. ও 17 সেমি.। ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য ও ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

16. একটি ট্রাপিজিয়ামের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 19 সেমি. ও 9 সেমি. এবং তির্যক বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 8 সেমি. ও 6 সেমি.। ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

17. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)

(i) একটি সামান্তরিকের উচ্চতা ভূমির এক-তৃতীয়াংশ। সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 192 বর্গসেমি. হলে, সামান্তরিকটির উচ্চতা

(a) 4 সেমি. (b) 8 সেমি. (c) 16 সেমি. (d) 24সেমি.

(ii) একটি রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6সেমি. এবং একটি কোণের পরিমাপ 60^0 হলে, রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল

(a) $9\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. (b) $18\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. (c) $36\sqrt{3}$ বর্গ সেমি. (d) $6\sqrt{3}$ বর্গ সেমি.

(iii) একটি রম্বসের একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য অপর কর্ণটির দৈর্ঘ্যের তিনগুণ। যদি রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ সেমি. হয়, তাহলে বড় কর্ণটির দৈর্ঘ্য

(a) 8 সেমি. (b) 12 সেমি. (c) 16 সেমি. (d) 24 সেমি.

(iv) একটি রম্বস ও একটি বর্গক্ষেত্র একই ভূমির উপর অবস্থিত। বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল x^2 বর্গ একক এবং রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল y বর্গ একক হলে,

(a) $y > x^2$ (b) $y < x^2$ (c) $y = x^2$

(v) একটি ট্রাপিজিয়াম আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 162 বর্গ সেমি. এবং উচ্চতা 6 সেমি.। ট্রাপিজিয়ামটির একটি সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য 23 সেমি. হলে, অপর সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ্য

(a) 29 সেমি. (b) 31সেমি. (c) 32 সেমি. (d) 33 সেমি.

18. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

(i) ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 96 বর্গ সেমি. ও BD কর্ণের দৈর্ঘ্য 12 সেমি। A বিন্দু থেকে BD কর্ণের উপর লম্বের দৈর্ঘ্য কত?

(ii) একটি সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং 3সেমি.। বৃহত্তর বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব 2সেমি. হলে, ক্ষুদ্রতর বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?

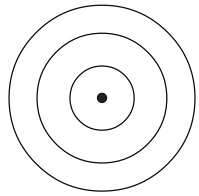
(iii) একটি রম্বসের উচ্চতা 4 সেমি. এবং বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি.। রম্বস আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

(iv) একটি সমদ্বিবাহু ট্রাপিজিয়ামের যেকোনো সমান্তরাল বাহু সংলগ্ন একটি কোণ 45^0; ট্রাপিজিয়ামের তির্যক বাহুর দৈর্ঘ্য 62 সেমি. হলে, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব কত?

(v) ABCD সামান্তরিকের AB= 4 সেমি., BC = 6 সেমি. এবং $\angle ABC = 30°$ হলে, ABCD সামান্তরিক আকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

16 বৃত্তের পরিধি
(CIRCUMFERENCE OF CIRCLE)

এক সপ্তাহ পরে আমাদের রবীন্দ্রনগরের বড়ো মাঠে দৌড় প্রতিযোগিতা হবে। মাঠে বৃত্তাকার পথ তৈরি করতে হবে। তাই আমরা মাঠে চুন দিয়ে অনেকগুলি ছোটো বড়ো এককেন্দ্রীয় বৃত্ত তৈরি করেছি।

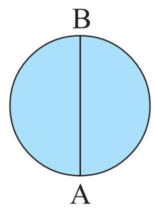


কিন্তু আমরা যদি এই ছোটো বড়ো বৃত্তের প্রতিটি বৃত্ত বরাবর সম্পূর্ণ দৌড়াই তাহলে কতটা পথ দৌড়াবো। এই পথের দৈর্ঘ্য কীভাবে পাব? অর্থাৎ প্রতিটি বৃত্তের পরিধি কীভাবে পাব। আমরা প্রথমে হাতেকলমে বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করে তার পরিধি কত জানার চেষ্টা করি।

হাতেকলমে

আজ আমরা বন্ধুরা 10টি মোটা কাগজের ছোটো বড়ো বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করেছি। এই বৃত্তাকার চাকতিগুলির পরিধি জানার চেষ্টা করি।

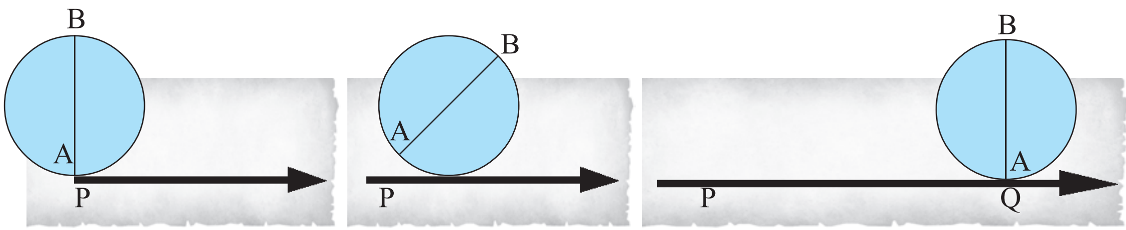
(1) প্রথমে 1টি বৃত্তাকার চাকতি সমান দু-ভাঁজ করে এবং দু-ভাঁজ খুলে একটি রেখাঙ্কিত ভাঁজ AB পেলাম এবং A বিন্দুতে একটি দাগ দিয়ে চিহ্নিত করলাম।



(2) এবার কাগজে একটি রশ্মি আঁকলাম যার প্রান্তবিন্দু P

(3) এবার কাগজের উপর বৃত্তাকার চাকতিটি এমনভাবে রাখলাম যাতে বৃত্তাকার চাকতির A বিন্দু রশ্মির P বিন্দুর সঙ্গে মিশে থাকে।

(4) এবার বৃত্তাকার চাকতিটিকে রশ্মি বরাবর সম্পূর্ণ একবার ঘোরালাম যাতে A বিন্দুটি পুনরায় রশ্মিকে স্পর্শ করে। ধরি, চাকতির A বিন্দুটি রশ্মিকে পুনরায় Q বিন্দুতে স্পর্শ করল।



PQ সরলরেখাংশের দৈর্ঘ্যই হল বৃত্তাকার চাকতির পরিধি।

আমি সাদা কাগজে রশ্মি এঁকে একইভাবে ওই বৃত্তাকার চাকতিটির পরিধি তিন-চারবার দেখলাম। এবার 5টি বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধ ও ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও পরিধি জেনে নীচের ছকটি পূরণ করি।

বৃত্ত	ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য	ব্যাসের দৈর্ঘ্য	পরিধি	অনুপাত $= \frac{\text{পরিধি}}{\text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য}}$
1 নং	7 সেমি.	14 সেমি.	44 সেমি.	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} \approx 3.14$
2 নং	10.5 সেমি.	21 সেমি.	66 সেমি.	$\frac{66}{21} = \frac{22}{7} \approx 3.14$
3 নং	5 সেমি.	10 সেমি.	31 সেমি.	$\frac{31}{10} = 3.1$
4 নং	8 সেমি.	16 সেমি.	50.5 সেমি.	$\frac{50.5}{16} \approx 3.16$
5 নং	10 সেমি.	☐ সেমি.	☐ সেমি.	$\frac{☐}{☐}$ = ☐

বাকিগুলি গোলাকার চাকতির মাপ নিয়ে নিজে লিখি।

দেখছি, প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির পরিধি তার ব্যাসের ☐ [1/2/3] গুণের চেয়ে কিছু বেশি।

অর্থাৎ,উপরের ছক থেকে পাই, প্রতিটি বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অনুপাত একটি নির্দিষ্ট সংখ্যা। এই নির্দিষ্ট সংখ্যাটিকে π (পাই) চিহ্ন দ্বারা লেখা হয় এবং π এর মান $\frac{22}{7}$ (প্রায়) বা ☐ (প্রায়)

এখন ধরি, একটি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = r একক

সুতরাং, বৃত্তটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 2r একক

$$\therefore \frac{\text{বৃত্তের পরিধি}}{\text{ব্যাসের দৈর্ঘ্য}} = \pi$$

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি = π × ব্যাসের দৈর্ঘ্য = $\pi \times 2r$ একক = $2\pi r$ একক

যেখানে π -এর মান $\frac{22}{7}$ বা 3.14 (প্রায়)

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি = π × ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 2 × π × ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য

1 যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 12 সেমি., তার পরিধি হিসাব করি।

বৃত্তের পরিধি = π × 12 সেমি. = 3.14 × 12 সেমি. = ☐ সেমি.

2 দুটি বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 14 সেমি.ও 20 সেমি.। তাদের পরিধি হিসাব করে দেখি।[নিজে করি]

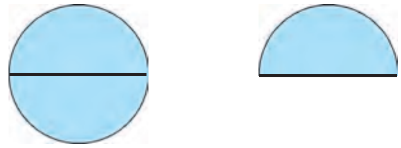
3 খেলার মাঠের এককেন্দ্রিক বৃত্তগুলির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 14 মিটার, 15 মিটার, 16 মিটার হলে, সেই বৃত্তগুলি বরাবর সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ালে, প্রতিটি বৃত্তাকার পথের জন্য কতটা পথ দৌড়াতে হবে হিসাব করে লিখি।

যদি বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 14 মিটার হয়, তাহলে, পরিধি = 2 × $\frac{22}{7}$ ×14 মিটার = ☐ মিটার

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 14 মিটার হলে, ওই বৃত্তে সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ালে 88 মিটার দৌড়াতে হবে।

বাকি বৃত্তগুলিতে সম্পূর্ণ একপাক দৌড়ালে কতটা পথ দৌড়াতে হবে আমি হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

4 আমি কোনো বৃত্তাকার চাকতিকে যদি সমান দুটি ভাগে ভাগ করি তখন প্রতিটি ভাগের পরিসীমা কী হবে ছবি এঁকে হিসাব করি।



ধরি, বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক।

$\therefore$ বৃত্তের পরিধি = □ একক

বৃত্তের অর্ধ পরিধি = $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ একক = πr একক

বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = □ একক

$\therefore$ অর্ধবৃত্তাকার চাকতির পরিসীমা = $(\pi r + 2r)$ একক

$\therefore$ অর্ধবৃত্তের পরিসীমা = $\pi r + 2r$

5 যে অর্ধবৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10.5 সেমি., তার পরিসীমা = $(\pi \times 10.5 + 2 \times 10.5)$ সেমি. = □ সেমি.। [নিজে করি]

6 রামু অর্ধবৃত্তাকার জমির চারধার বেড়া দিয়ে ঘিরবে। যদি অর্ধবৃত্তাকার জমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 9 মিটার হয়, তবে প্রতি মিটার 22 টাকা হিসাবে রামুর জমির চারধার বেড়া দিয়ে ঘিরতে মোট কত টাকা খরচ হবে হিসাব করে লিখি।

রামুদের অর্ধবৃত্তাকার জমির পরিসীমা

= $\frac{22}{7} \times 9$ মিটার + □ মিটার = □ মিটার

$\therefore$ জমির চারধারে বেড়া দিতে খরচ হবে = □ × □ টাকা = □ টাকা

7 মিতাদের অর্ধবৃত্তাকার জমি বেড়া দিয়ে ঘিরতে 162 মিটার লম্বা রেলিং প্রয়োজন। ব্যাসের দিকে মিতাদের জমির দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

ধরি, মিতাদের অর্ধবৃত্তাকার জমির ব্যাসার্ধ r মিটার।

$\therefore$ অর্ধবৃত্তাকার জমির পরিসীমা = $(\pi r + 2r)$ মিটার = $(\frac{22}{7} r + 2r)$ মিটার

= $\frac{22r + 14r}{7}$ মিটার = $\frac{36r}{7}$ মিটার

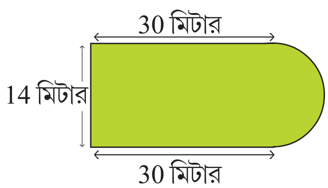
শর্তানুসারে, $\frac{36r}{7} = 162$

বা, $r = \frac{162 \times 7}{36}$ $\therefore r =$ □

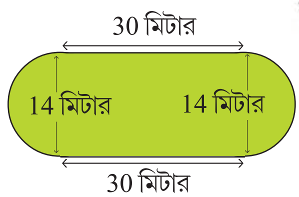
$\therefore$ মিতাদের জমির ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 2r মিটার = □ মিটার

8 নীচের প্রত্যেকটি জমির পরিসীমা লিখি।

(a)



(b)



(a) জমির অর্ধবৃত্তাকার অংশের পরিসীমা = π × ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য

= $\pi \times \frac{14}{2}$ মিটার

= $\frac{22}{7} \times \frac{14}{2}$ মিটার = 22 মিটার

$\therefore$ নির্ণেয় জমির পরিসীমা = 30 মিটার + 14 মিটার + 30 মিটার + 22 মিটার = □ মিটার

একইভাবে হিসাব করে দেখছি (b) জমির পরিসীমা = □ মিটার [নিজে করি]

9 একটি ইঞ্জিনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 70 সেমি. এবং পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 168 সেমি.। যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা 600 বার ঘোরে, সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের চাকা কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি।

ইঞ্জিনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 70 সেমি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = $\frac{70}{2}$ সেমি. = 35 সেমি.

সামনের চাকাটি একবার ঘুরলে তার পরিধির সমান দৈর্ঘ্য অতিক্রম করবে। হিসাব করে দেখি সামনের চাকা একবার ঘুরলে কতটা পথ অতিক্রম করবে।

সামনের চাকার পরিধি = $2 \times \pi \times 35$ সেমি.

= $2 \times \frac{22}{7} \times 35$ সেমি. = ☐ সেমি.

$\therefore$ সামনের চাকা 1 বার ঘুরলে যায় = 220 সেমি.

$\therefore$ সামনের চাকা 600 বার ঘুরলে যায় = 220×600 সেমি.

কিন্তু পিছনের চাকা 220×600 সেমি. পথ অতিক্রম করতে কতবার ঘুরবে হিসাব করে দেখি।

পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য = ☐ সেমি.

$\therefore$ ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = ☐ সেমি.

$\therefore$ পরিধি = $2 \times \frac{22}{7} \times 84$ সেমি. = 44×12 সেমি.

$\therefore$ পিছনের চাকা ঘুরবে = $\frac{220 \times 600}{44 \times 12}$ বার = ☐ বার

$\therefore$ যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা 600 বার ঘুরবে, সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের চাকা 250 বার ঘুরবে।

10 যদি ইঞ্জিনের সামনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 80 সেমি. এবং পিছনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 224 সেমি. হয়, তাহলে যে দূরত্ব অতিক্রম করতে সামনের চাকা 700 বার ঘোরে, সেই দূরত্ব অতিক্রম করতে পিছনের চাকা কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

11 আমাদের বৃত্তাকার পার্কের চারধার ঘিরে সমান চওড়া একটি পথ আছে। পথটির বাইরের প্রান্তের পরিধি 500 মিটার এবং ভিতরের প্রান্তের পরিধি 478 মিটার হলে, পথটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি।

ধরি, রাস্তাসহ পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য R মিটার এবং পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

সুতরাং পথটি (R – r) মিটার চওড়া।

প্রশ্নানুসারে, $2\pi R = 500$

$2\pi r = 478$

$2\pi R - 2\pi r = 500 - 478$

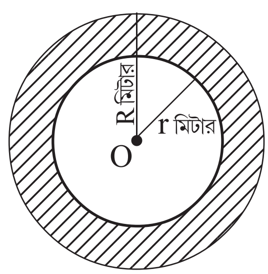
বা, $2\pi (R - r) = 22$

বা, $2 \times \frac{22}{7}(R - r) = 22$

বা, $R - r = \frac{22 \times 7}{2 \times 22}$

$\therefore$ $R - r = 3.5$

$\therefore$ পথটি 3.5 মিটার চওড়া।

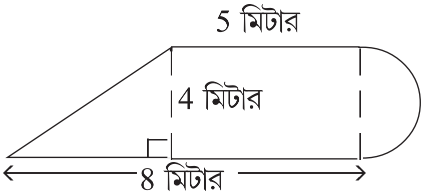


12 যদি বৃত্তাকার পার্কের ভিতরের দিকের পরিধি 132 মিটার এবং বাইরের দিকের পরিধি 154 মিটার হয়, তবে রাস্তাটি কত চওড়া হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

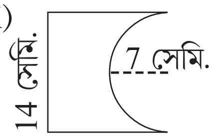
কষে দেখি – 16

1. **নীচের ছবিগুলির পরিসীমা হিসাব করে লিখি—**

(i)



(ii)



2. 35 মিটার দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার তারের রিং তৈরি করতে কত লম্বা তার নেব হিসাব করে লিখি।
3. একটি ট্রেনের চাকার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 0.35 মিটার। 1 মিনিটে চাকাটি 450 বার ঘুরলে ট্রেনটির গতিবেগ ঘণ্টায় কত কিমি. হিসাব করে লিখি।
4. আমোদপুর গ্রামের একটি বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 280 মিটার। চৈতালি প্রতি ঘণ্টায় 5.5 কিমি. বেগে হেঁটে মাঠটি পরিক্রমা করতে চায়। হিসাব করে দেখি মাঠটি একবার প্রদক্ষিণ করতে চৈতালির কত সময় লাগবে?
5. তথাগত একটি তামার তার আয়তাকারে বেঁকিয়েছে যার দৈর্ঘ্য 18 সেমি. এবং প্রস্থ 15 সেমি.। আমি এই তামার তারটি বেঁকিয়ে বৃত্ত তৈরি করলাম। হিসাব করে এই বৃত্তাকার তামার তারটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য লিখি।
6. একটি অর্ধবৃত্তাকার মাঠের পরিসীমা 108 মিটার হলে, মাঠের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
7. একটি চাকার পরিধি ও ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অন্তর 75 সেমি. হলে, ওই চাকার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।
8. 28 মিটার দৈর্ঘ্যের ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তাকার ট্র্যাকে পূজা ও জাকির একই জায়গা থেকে একই সময়ে প্রতিযোগিতা শুরু করে। পূজা যখন 4 পাক ঘুরে প্রতিযোগিতা শেষ করে জাকির তখন এক পাক পিছনে থাকে। প্রতিযোগিতাটি কত মিটারের ছিল এবং পূজা জাকিরকে কত মিটারে পরাজিত করেছে হিসাব করে লিখি।
9. আমাদের পাড়ার একটি পাতকুয়োর পরিধি 440 সেমি.। এই পাতকুয়োর চারধারে সমান চওড়া একটি পাথরের পাড় আছে। যদি বেধসমেত পাতকুয়োর পরিধি 616 সেমি. হয়, তবে পাথরের পাড় কত চওড়া হিসাব করে লিখি।
10. গ্রামের নিয়ামতচাচা একটি মোটরের চাকার সঙ্গে বেল্ট দিয়ে একটি মেশিনের চাকা যুক্ত করেছেন। মোটরের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি. এবং মেশিনের চাকার ব্যাসের দৈর্ঘ্য 94.5 সেমি.। মোটরের চাকা যদি প্রতি সেকেন্ডে 27 বার ঘোরে, তবে মেশিনের চাকা ঘণ্টায় কতবার ঘুরবে হিসাব করে লিখি।
11. আমাদের ক্লাব ঘরের ঘড়িটির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 8.4 সেমি. ও 14 সেমি.। একদিনে প্রতিটি কাঁটা কতটা দূরত্ব অতিক্রম করবে হিসাব করে লিখি।

> সংকেত : ঘণ্টার কাঁটা 12 ঘণ্টায় অতিক্রম করবে $= 2 \times \frac{22}{7} \times 8.4$ সেমি.
>
> মিনিটের কাঁটা 1 ঘণ্টায় অতিক্রম করবে $= 2 \times \frac{22}{7} \times 14$ সেমি.

12. আমি ও বন্ধু মিহির দুটি বৃত্ত এঁকেছি যাদের ব্যাসের দৈর্ঘ্যের অনুপাত ☐ : ☐। হিসাব করে দেখছি আমাদের বৃত্তের পরিধির অনুপাত হয় ☐ : ☐।

13. রহিমের একটি বৃত্তাকার মাঠের পুরোটা একবার দৌড়াতে যে সময় লাগে, ব্যাস বরাবর একপ্রান্ত থেকে আর একপ্রান্তে যেতে তার থেকে 40 সেকেন্ড কম সময় লাগে। রহিমের গতিবেগ 90 মিটার প্রতি মিনিট হলে, মাঠের ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

14. দুটি বৃত্তের পরিধির অনুপাত 2:3 এবং তাদের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অন্তর 2 সেমি.। বৃত্ত দুটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

15. 196 বর্গ সেমি. ক্ষেত্রফলের একটি বর্গাকার পিতলের পাত থেকে চারটি সর্ববৃহৎ বৃত্তাকার পাত কেটে নেওয়া হলো। প্রতিটি বৃত্তাকার পাতের পরিধি হিসাব করে লিখি।

16. একটি বৃত্তাকার মাঠের বৃত্ত বরাবর একপ্রান্ত থেকে অপরপ্রান্তে যেতে নাসিফার যে সময় লাগে, মাঠের ব্যাস বরাবর অতিক্রম করতে তার থেকে 45 সেকেন্ড সময় কম লাগে। নাসিফার গতিবেগ মিনিটে 80 মিটার হলে, মাঠটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

17. মহিম সাইকেলে চেপে 7 মিটার 5 ডেসিমি. চওড়া একটি বৃত্তাকার পথের বাইরের ও ভিতরের ধার বরাবর সম্পূর্ণ একবার ঘুরতে যথাক্রমে 46 সেকেন্ড ও 44 সেকেন্ড নেয়। ভিতরের ধার বরাবর বৃত্তটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য হিসাব করি।

18. একজন সাইকেল আরোহীর একটি বৃত্তাকার পথে বাইরের ও ভিতরের ধার বরাবর সম্পূর্ণ একবার ঘুরতে সময়ের অনুপাত 20:19; যদি পথটি 5 মিটার চওড়া হয়, তবে ভিতরের বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য লিখি।

19. বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.):

(i) একটি ঘড়ির ঘণ্টার কাঁটা ও মিনিটের কাঁটার গতিবেগের অনুপাত

(a) 1:12 (b) 12:1 (c) 1:24 (d) 24:1

(ii) একটি বৃত্তাকার পার্ক সম্পূর্ণ একবার পরিক্রমা করতে সোমার $\frac{\pi x}{100}$ মিনিট সময় লাগে। পার্কটি সোজাসুজি ব্যাস বরাবর অতিক্রম করতে সোমার সময় লাগবে

(a) $\frac{x}{200}$ মিনিট (b) $\frac{x}{100}$ মিনিট (c) $\frac{\pi}{100}$ মিনিট (d) $\frac{\pi}{200}$ মিনিট

(iii) একটি বৃত্ত একটি বর্গক্ষেত্রে অন্তর্লিখিত। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য

(a) 10 সেমি. (b) 5সেমি. (c) 20 সেমি. (d) $10\sqrt{2}$ সেমি.

(iv) একটি বৃত্ত একটি বর্গক্ষেত্রে পরিলিখিত। বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে, বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য

(a) $5\sqrt{2}$ সেমি. (b) $10\sqrt{2}$ সেমি. (c) 5 সেমি. (d) 10 সেমি.

(v) একটি বৃত্তাকার বলয় 5 সেমি. চওড়া। বৃত্তের বহির্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও অন্তর্ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের অন্তর

(a) 5সেমি. (b) 2.5 সেমি. (c) 10 সেমি. (d) কোনোটিই নয়।

20. সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন:

(i) একটি অর্ধবৃত্তের পরিসীমা 36সেমি. হলে, অর্ধবৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?

(ii) একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 7 সেমি.। 90^0 কোণ ঘুরতে মিনিটের কাঁটা কত দৈর্ঘ্য ঘুরবে?

(iii) কোনো বর্গক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্ত ও পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের অনুপাত কত?

(iv) একটি ঘড়ির মিনিটের কাঁটার দৈর্ঘ্য 7 সেমি.। 15 মিনিটে কাঁটাটি কত দৈর্ঘ্য ঘুরবে?

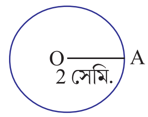
(v) একটি বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য এবং একটি বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান হলে, তাদের পরিসীমার অনুপাত কত?

17 সমবিন্দু সংক্রান্ত উপপাদ্য
(THEOREMS ON CONCURRENCE)

প্রতি বছরের মতো এবছরেও আমাদের স্কুলে পরিবেশ দিবস পালন করা হবে। এবছরে আমরা ঠিক করেছি পরিবেশ সচেতনতার ছবিগুলি আলাদা আলাদা পিচবোর্ডে না রেখে একটা বড়ো পিচবোর্ডে আলাদা আলাদা বৃত্ত এঁকে বৃত্তাকারক্ষেত্রে একসঙ্গে রাখব।

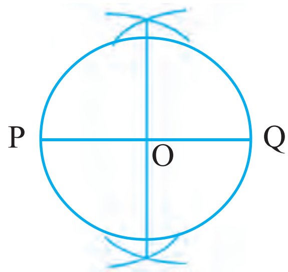
প্রথমে ছবি অনুযায়ী পিচবোর্ডটিকে কতকগুলি বৃত্তাকার ক্ষেত্রে ভাগ করার চেষ্টা করব। তাই আজ আমরা আমাদের স্কুলের ব্ল্যাকবোর্ডে বিভিন্ন মাপের বৃত্ত আঁকার চেষ্টা করব। কিন্তু একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকার জন্য একটি নির্দিষ্ট কেন্দ্র ও একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ প্রয়োজন।

আমি প্রথমে ব্ল্যাকবোর্ডে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু O-কে কেন্দ্র করে 2 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের বৃত্ত পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে আঁকলাম।



সুমিতা কিন্তু বোর্ডে দুটি বিন্দু P ও Q আঁকল।

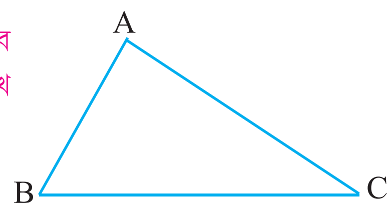
আমি P ও Q বিন্দুগামী একটি বৃত্ত আঁকার চেষ্টা করি, যার ব্যাসের দৈর্ঘ্য PQ



প্রথমে P ও Q যোগ করে PQ সরলরেখাংশ পেলাম।

এবার PQ সরলরেখাংশকে পেনসিল কম্পাসের সাহায্যে সমদ্বিখণ্ডিত করে কেন্দ্র O পেলাম। O-কে কেন্দ্র করে OP বা OQ দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত আঁকলাম যার একটি ব্যাস PQ

আমার বন্ধু রশিদ কিন্তু এবার বোর্ডে তিনটি অসমরেখ বিন্দু A, B ও C আঁকল।



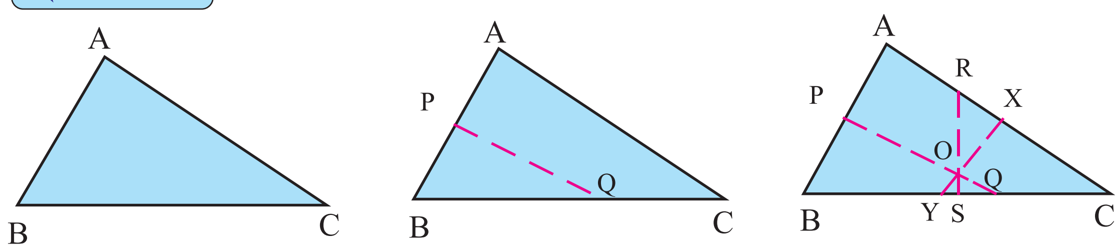
কিন্তু তিনটি অসমরেখ বিন্দুর সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত কীভাবে পাব? অর্থাৎ একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকার চেষ্টা করি যা এই তিনটি অসমরেখ A, B ও C বিন্দুগামী।

A , B; B, C; ও C, A যোগ করে ΔABC পেলাম,

∴ একটি নির্দিষ্ট বৃত্ত আঁকব যা Δ ABC -এর শীর্ষবিন্দুগামী।

নির্দিষ্ট বৃত্তের কেন্দ্র পাওয়ার জন্য প্রথমে হাতেকলমে একটি বিন্দু নির্ণয়ের চেষ্টা করব যা A, B ও C থেকে সমদূরবর্তী।

হাতেকলমে



(I) খাতায় একটি যে কোনো ত্রিভুজ ABC এঁকে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি কেটে নিলাম।

(II) এবার AB বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে A বিন্দু B বিন্দুর সাথে মিলে যায় এবং ভাঁজ খুলে PQ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক পেলাম।

(III) একইভাবে ভাঁজ করে BC ও CA বাহুর দুটির লম্ব সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে RS ও XY পেলাম।

দেখছি, PQ, RS এবং XY লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

∴ হাতেকলমে পেলাম, ΔABC-এর AB, BC ও CA-র লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

দুটির বেশি ভিন্ন ভিন্ন সরলরেখার একটি সাধারণ বিন্দু থাকলে সরলরেখাগুলিকে সমবিন্দু সরলরেখা (Concurrent lines) বলা হয়।

মেপে দেখছি, O বিন্দুটি A, B ও C থেকে সমদূরবর্তী। অর্থাৎ, OA = OB = OC

তাই O-কে কেন্দ্র করে OA বা OB বা OC দৈর্ঘ্যের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটি A, B ও C বিন্দুগামী হলো।

O বিন্দুটিকে কী বলা হয়?

O বিন্দুটিকে ΔABC -এর **পরিকেন্দ্র** বলা হয় এবং O বিন্দুকে কেন্দ্র করে যে বৃত্ত পেলাম যা ΔABC-এর শীর্ষবিন্দুগামী, তাকে ΔABC -এর **পরিবৃত্ত** বলা হয়। OA বা OB বা OC হলো ΔABC-এর **পরিব্যাসার্ধ**।

আমি আমার খাতায় ΔPQR এঁকে ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি কেটে নিলাম এবং একইভাবে হাতে কলমে কাগজ ভাঁজ করে PQ, QR ও RP-এর লম্বসমদ্বিখণ্ডক নির্ণয় করলাম।

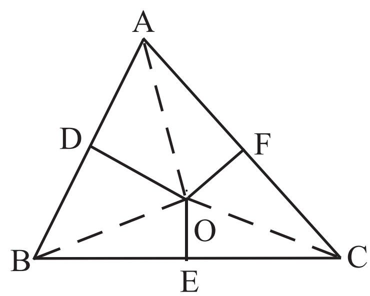
দেখছি, PQ, QR ও RP-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক তিনটি ☐ [নিজে করি]

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য - 27 ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

ধরি, ΔABC -এর AB, BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দুগুলি যথাক্রমে D, E ও F; D ও E বিন্দুতে যথাক্রমে AB ও BC বাহুর উপর লম্ব দুটি O বিন্দুতে মিলিত হয় (যেহেতু AB ও BC বাহু সমান্তরাল নয়)। O, F যুক্ত করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে: D, E ও F বিন্দুতে যথাক্রমে AB, BC ও CA-এর উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি সমবিন্দু। অর্থাৎ OF, AC বাহুর উপর লম্ব প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে ত্রিভুজের লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।



অঙ্কন : O,A ; O, B ; O, C যোগ করলাম।

প্রমাণ : ΔAOD ও ΔBOD -এর মধ্যে

AD = BD [∵ D, AB বাহুর মধ্যবিন্দু]

∠ADO = ∠BDO = 1 সমকোণ [∵ OD ⊥ AB]

OD সাধারণ বাহু

∴ ΔAOD ≅ ΔBOD [সর্বসমতার S – A – S শর্তানুসারে]

∴ OA = OB [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] .... (i)

অনুরূপভাবে, সর্বসমতার S-A-S শর্তানুসারে, △BOE ≅ △COE

∴ OB = OC .... (ii)

$\therefore$ (i) ও (ii) থেকে পেলাম OA = OC .... (iii)

এবার $\triangle$AFO এবং $\triangle$CFO-এর মধ্যে,

OA = OC

AF = CF [$\because$ F, AC বাহুর মধ্যবিন্দু]

OF সাধারণ বাহু

$\therefore$ $\triangle AFO \cong \triangle CFO$ [সর্বসমতার S-S-S শর্তানুসারে]

$\therefore$ $\angle AFO = \angle CFO$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

দেখছি, AC সরলরেখাংশের উপর OF দণ্ডায়মান হওয়ার ফলে উৎপন্ন সন্নিহিত কোণদুটি সমান।

$\therefore$ OF, AC বাহুর উপর লম্ব।

সুতরাং, $\triangle$ABC-এর বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

আমি উপরের উপপাদ্যে $\triangle$ABC-এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু F না ধরে O থেকে AC-এর উপর লম্ব অঙ্কন করে প্রমাণ করি যে লম্বটি AC-এর মধ্যবিন্দুগামী। [নিজে করি]

নিজে করি-17.1

(1) আমি PQR একটি সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজ আঁকি ও প্রমাণ করি যে PQ, QR ও RP-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু। এক্ষেত্রে $\triangle$PQR-এর পরিকেন্দ্রটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত [ভিতর/বাহিরে/বাহুর উপর] লিখি।

(2) আমি ABC একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ আঁকি ও বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু প্রমাণ করি। $\triangle$ABC-এর পরিকেন্দ্রটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত (ভিতরে/বাহিরে/বাহুর উপর) লিখি।

(3) রীতা XYZ একটি সমকোণী ত্রিভুজ এঁকেছে। আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, Δ XYZ-এর বাহুর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু এবং XYZ ত্রিভুজের পরিকেন্দ্রটির অবস্থান ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় (ভিতরে/বাহিরে/কোনো বাহুর উপর কোনো বিন্দুতে) লিখি।

প্রয়োগ: একটি ত্রিভুজের দুটি ক্ষুদ্রতর বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমষ্টি বৃহত্তম বাহুর দৈর্ঘ্যের বর্গের সমান হলে ত্রিভুজটি সমকোণী হয়।

যেমন, 3 সেমি., 4 সেমি. ও 5 সেমি. বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজটি সমকোণী ত্রিভুজ। কারণ, $3^2 + 4^2 = 5^2$ । এই ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র অতিভুজের ☐ অবস্থিত। [নিজে লিখি]

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি।

যেহেতু সমকোণী ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দুতে অবস্থিত, তাই ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{5}{2}$ সেমি. = 2.5 সেমি.।

আমরা রসিদের আঁকা তিনটি বিন্দু A, B ও C দিয়ে একটি বৃত্ত আঁকতে পেরেছি এবং আমরা আরও লক্ষ্য করেছি যে, যে-কোনো ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্বসমদ্বিখন্ডক তিনটি সমবিন্দু।

নিজে করি-17.2

(1) একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.,8 সেমি. ও 10 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি।

(2) একটি সমকোণী ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 10 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির অতিভুজের দৈর্ঘ্য কত হবে তা লিখি।

প্রয়োগ 1 ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O হলে, $\angle BOC$ এবং $\angle BAC$-এর সম্পর্ক কী হবে তা নির্ণয় করি।

প্রদত্ত : ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O

প্রমাণ করতে হবে যে: $\angle BOC$ এবং $\angle BAC$-এর সম্পর্ক নির্ণয়।

অঙ্কন : A, O যুক্ত করে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করলাম।

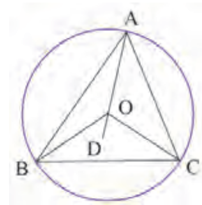
প্রমাণ : ΔAOB-তে, AO=OB (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ) $\therefore \angle OAB = \angle OBA$

বহিঃস্থ $\angle BOD = \angle OAB + \angle OBA = 2\angle OAB$ ($\because \angle OAB = \angle OBA$) .... (1)

Δ AOC-তে, OA = OC (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ) $\therefore \angle OAC = \angle OCA$

বহিঃস্থ $\angle COD = \angle OAC + \angle OCA$

$= 2\angle OAC$ ($\because \angle OAC = \angle OCA$) .... (2)



(1) ও (2) যোগ করে পাই,

$\angle BOD + \angle COD = 2\angle OAB + 2\angle OAC$

বা, $\angle BOC = 2(\angle OAB + \angle OAC)$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BAC$

সুতরাং, $\angle BOC$, $\angle BAC$ -এর দ্বিগুণ

প্রয়োগ 2 O পরিকেন্দ্রবিশিষ্ট ABC ত্রিভুজের $\angle ABC = 85^\circ$, $\angle ACB = 75^\circ$ হলে, $\angle BOC$ এবং $\angle OBC$ এর পরিমাপ কত তা লিখি।

$\angle BAC = 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$

$= 180^\circ - (85^\circ + 75^\circ) = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$

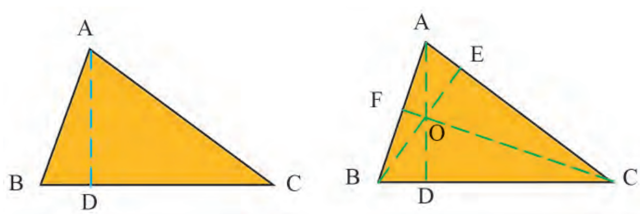
$\angle BOC = 2\angle BAC$

$\therefore \angle BOC = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$

$\angle OBC = \angle OCB$ ($\because OB = OC$) $\qquad \therefore \angle OBC = \dfrac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

কিন্তু যদি কোনো ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর লম্ব টানি, তবে ওই তিনটি লম্ব কী সমবিন্দু হবে? ত্রিভুজ এঁকে ও কেটে নিয়ে হাতে কলমে যাচাই করি।

হাতেকলমে



(i) প্রথমে যে কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকলাম ও ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রটি কেটে নিলাম।

(ii) এবার A শীর্ষবিন্দু বরাবর BC বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে B বিন্দুটি BC বাহু বরাবর এবং BC বাহুর উপরে থাকে। ভাঁজ খুলে AD সরলরেখাংশ পেলাম। অর্থাৎ হাতেকলমে A বিন্দু থেকে BC-এর উপর লম্ব AD পেলাম।

(iii) একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে B ও C শীর্ষবিন্দু থেকে যথাক্রমে AC ও AB-এর উপর দুটি লম্ব BE ও CF পেলাম।

দেখছি, AD, BE ও CF লম্ব তিনটি পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

অর্থাৎ হাতেকলমে পেলাম, ΔABC-এর শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি সমবিন্দু।

আমি অন্য যে কোনো একটি ত্রিভুজ PQR অঙ্কন করলাম। হাতেকলমে কাগজ ভাঁজের মাধ্যমে ΔPQR-এর শীর্ষবিন্দু P, Q ও R থেকে যথাক্রমে বিপরীত বাহু QR, RP, ও PQ-এর উপর তিনটি লম্ব পেলাম।

দেখছি, এই লম্ব তিনটি সমবিন্দু। [নিজে করি]

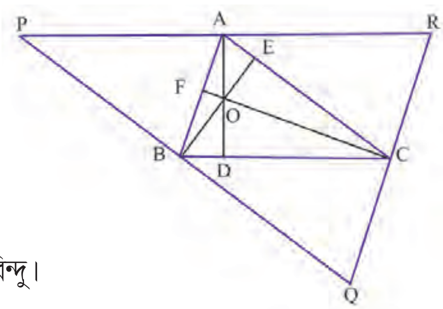
উপপাদ্য - 28 আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, "ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলির উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি সমবিন্দু"।

প্রদত্ত: ধরি, ΔABC-এর শীর্ষবিন্দু A, B ও C থেকে বিপরীত বাহু BC, CA ও AB-এর উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি যথাক্রমে AD, BE ও CF

প্রমাণ করতে হবে যে: AD, BE ও CF সমবিন্দু।

অঙ্কন: A, B ও C বিন্দু দিয়ে যথাক্রমে BC, CA ও AB বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা অঙ্কন করলাম যারা পরস্পরকে যথাক্রমে P, Q ও R বিন্দুতে ছেদ করল। সুতরাং, একটি ত্রিভুজ PQR গঠিত হলো।

প্রমাণ: অঙ্কনানুসারে, APBC, ABCR ও ABQC প্রত্যেকেই সামান্তরিক।



সামান্তরিক APBC ও সামান্তরিক ABCR থেকে পাই,

AP = BC এবং AR = BC

$\therefore$ AP = AR

অর্থাৎ, PR বাহুর মধ্যবিন্দু A

একইভাবে পাই, B ও C যথাক্রমে PQ ও QR -এর মধ্যবিন্দু।

আবার, PR $\parallel$ BC [অঙ্কনানুসারে] এবং AD $\perp$ BC,

$\therefore$ AD $\perp$ PR ($\because$ PR $\parallel$ BC এবং AD ভেদক $\therefore \angle ADC + \angle DAR = 180^0$, $\because \angle ADC = 90^0$, $\therefore \angle DAR = 90^0$)

একইভাবে পাই, BE $\perp$ PQ এবং CF $\perp$ QR

$\therefore$ পেলাম, AD, BE ও CF যথাক্রমে ΔPQR-এর PR, PQ ও QR বাহু তিনটির লম্বসমদ্বিখণ্ডক।

একটি ত্রিভুজের বাহু তিনটির লম্বসমদ্বিখণ্ডকত্রয় সমবিন্দু।

সুতরাং, AD, BE ও CF সমবিন্দু।

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের A, B ও C বিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলি BC, CA এবং AB বাহু তিনটির উপর লম্বগুলি সমবিন্দু। [প্রমাণিত]

পেলাম, ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি সমবিন্দু। অর্থাৎ লম্ব তিনটি একটি বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

এই সাধারণ বিন্দুকে কী বলা হয়?

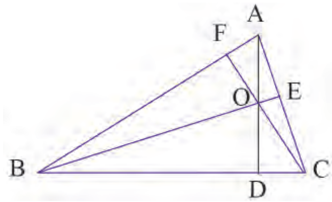
অঙ্কিত লম্বগুলি যে বিন্দুতে মিলিত হয় সেই বিন্দুকে লম্ববিন্দু বলা হয়।

∴ O, Δ ABC- এর লম্ববিন্দু।

ABC ত্রিভুজের D,E,F বিন্দুগুলি পরপর যুক্ত করে যে DEF ত্রিভুজটি পাওয়া যায়, সেই ত্রিভুজটিকে পাদ ত্রিভুজ (Pedal Triangle) বলে।

প্রয়োগ: 3 ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দু O; ∠BOC= 80° হলে, ∠BAC-এর পরিমাপ কত তা লিখি।

AFOE চতুর্ভুজের, ∠OFA= 90°, ∠OEA=90° ;
∠BOC = বিপ্রতীপ ∠EOF ∴ ∠EOF= 80°
∠BAC= 360°– (90°+90°+80°)=360°–260°=100°
(∵ চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি 360°)



ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বকে ত্রিভুজের উচ্চতা বলে। সুতরাং এই ধর্মটিকে এভাবেও বলতে পারি যে, ত্রিভুজের উচ্চতা তিনটি সমবিন্দু। উচ্চতাগুলির সাধারণ ছেদবিন্দুকে লম্ববিন্দু বলে।

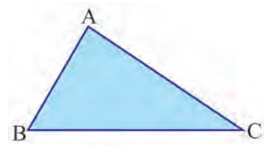
আমি একটি সূক্ষ্মকোণী, একটি সমকোণী ও একটি স্থূলকোণী ত্রিভুজ আঁকি ও প্রতিক্ষেত্রে প্রমাণ করি যে শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বগুলি সমবিন্দু। প্রতিক্ষেত্রে দেখি লম্ববিন্দুটি ত্রিভুজের কোথায় অবস্থিত। [নিজে করি]

ত্রিভুজের অন্য ধর্ম হাতে কলমে যাচাই-এর জন্য তমাল আর্ট পেপার এনে অনেকগুলি নানান ধরনের ত্রিভুজ আঁকল ও ক্ষেত্রগুলি কেটে আলাদা করে রাখল। তৃষা একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রে হাতে কলমে কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক পাওয়ার চেষ্টা করতে লাগল।

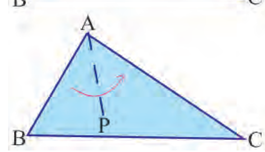
আমিও তৃষার মতো একটি ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র ABC নিয়ে হাতে কলমে কাগজ ভাঁজ করে ∠A, ∠B ও ∠C-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক পাওয়ার চেষ্টা করি ও কী পাই দেখি।

হাতে কলমে

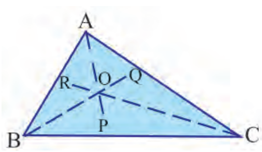
(1) প্রথমে যে-কোনো একটি ত্রিভুজ ABC আঁকলাম ও কেটে নিয়ে ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র পেলাম।



(2) এবার ∠BAC-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক হাতে কলমে পাওয়ার জন্য ∠BAC শীর্ষবিন্দু বরাবর ∠BAC-কে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে AB বাহু AC বাহুর উপর মিশে যায়। ভাঁজ খুলে ∠BAC-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক AP পেলাম।



3. একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে হাতে কলমে ∠ABC ও ∠ACB-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক দুটি যথাক্রমে BQ ও CR নির্ণয় করলাম।



দেখছি, Δ ABC এর ∠A, ∠B, ও ∠C-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AP, BQ ও CR পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

অর্থাৎ হাতে কলমে পেলাম, Δ ABC-এর কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডকগুলি সমবিন্দু।

আমি যে কোনো একটি Δ PQR এঁকে ক্ষেত্রটি কেটে নিলাম। PQR ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কাগজ ভাঁজ করে একইভাবে হাতে কলমে দেখছি Δ PQR-এর কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডকগুলি সমবিন্দু। [নিজে করি]

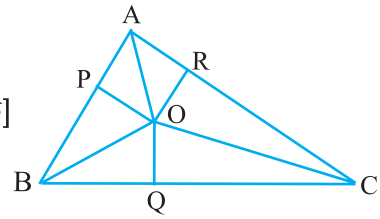
যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য - 29 ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

ধরি, ABC একটি ত্রিভুজ। মনে করি, ∠B ও ∠C-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক দুটি পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করেছে। A,O যোগ করলাম।

প্রমাণ করতে হবে যে: ∠A, ∠B, ∠C-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু। অর্থাৎ AO, ∠BAC-এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে ত্রিভুজের তিনটি কোণের অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

অঙ্কন: OP ⊥AB, OQ⊥ BC এবং OR⊥AC অঙ্কন করলাম।



প্রমাণ: ΔBOQ ও ΔBOP-এর মধ্যে,

∠OBQ= ∠OBP [যেহেতু,BO,∠B -এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক]

∠OQB= ∠OPB [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

এবং BO সাধারণ বাহু

∴ Δ BOQ ≅ Δ BOP [সর্বসমতার A-A-S শর্তানুসারে]

সুতরাং, OQ= OP [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু] ---------------------- (i)

একইভাবে প্রমাণ করতে পারি যে, Δ COQ ≅ Δ COR

∴ OQ = OR [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]................(ii)

∴ (i) নং ও (ii) নং থেকে পাই, OP = OR ....(iii)

এবার, সমকোণী ত্রিভুজ Δ APO ও Δ ARO-এর মধ্যে,

∠OPA = ∠ORA [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

অতিভুজ AO সাধারণ বাহু

OP = OR [(iii) নং থেকে পাই]

∴ Δ APO ≅ Δ ARO [সর্বসমতার R-H-S শর্তানুসারে]

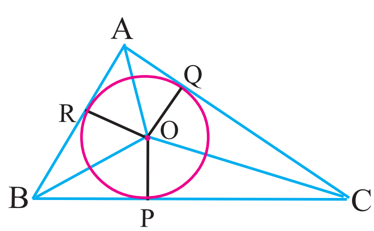
সুতরাং, ∠ PAO = ∠ RAO [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ]

∴ AO, ∠A-এর সমদ্বিখণ্ডক।

∴ Δ ABC-এর কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু। [প্রমাণিত]

উপরের উপপাদ্যটি যুক্তি সহকারে প্রমাণ করার সময় পেলাম, OP = OQ = OR; অর্থাৎ O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OP-এর সমান দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের বৃত্ত আঁকলে বৃত্তটি P,Q ও R বিন্দু দিয়ে যাবে।

এই বৃত্তকে কী বলা হয়?

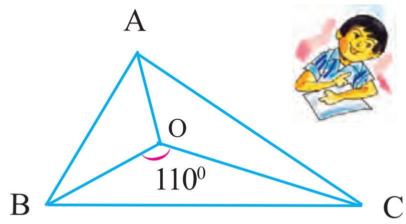


O কে কেন্দ্র করে OP-এর সমান ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য নিয়ে অঙ্কিত বৃত্তটিকে Δ ABC-এর **অন্তর্বৃত্ত** বলা হয়। OP কে **অন্তর্ব্যাসার্ধ** এবং বৃত্তের কেন্দ্র O-কে **অন্তঃকেন্দ্র** বলা হয়।

আমি সূক্ষ্মকোণী, সমকোণী ও স্থূলকোণী ত্রিভুজ আঁকি এবং ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডকগুলি এঁকে দেখি প্রতিক্ষেত্রে অন্তঃকেন্দ্র ত্রিভুজের কোথায় অবস্থিত। [নিজে করি]

আমি একটি যেকোনো ত্রিভুজ PQR আঁকি ও Δ PQR-এর কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডকগুলি সমবিন্দু—যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি। [নিজে করি]

প্রয়োগ: 4 ABC ত্রিভুজের O অন্তঃকেন্দ্র। $\angle BOC = 110^\circ$ হলে, $\angle BAC$ এর পরিমাপ কত তা লিখি।



Δ OBC-তে $\angle OBC + \angle OCB + \angle BOC = 180^\circ$

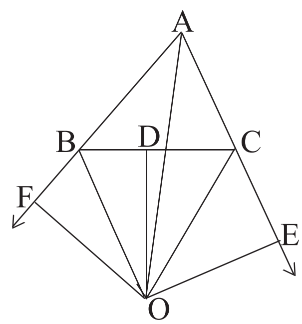
বা, $\angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

বা, $2\angle OBC + 2\angle OCB = 140^\circ$

$\therefore \quad \angle ABC + \angle ACB = 140^\circ$

সুতরাং, $\angle BAC = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

প্রয়োগ : 5 প্রমাণ করি যে, একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসমদ্বিখণ্ডক এবং একটি কোণের অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক সমবিন্দু।



ABC ত্রিভুজের $\angle ABC$ ও $\angle ACB$-এর বহিঃসমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে BO এবং CO, O বিন্দুতে ছেদ করেছে। A,O যুক্ত করি।

প্রমাণ করতে হবে যে: $\angle ABC$, $\angle ACB$ এর বহিঃসমদ্বিখণ্ডকদ্বয় এবং $\angle BAC$ -এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু। অর্থাৎ AO, $\angle BAC$ -এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে যে একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসমদ্বিখণ্ডক এবং একটি কোণের অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক সমবিন্দু।

অঙ্কন : O বিন্দু থেকে BC, বর্ধিত AB এবং বর্ধিত AC বাহুর উপর যথাক্রমে OD, OF এবং OE লম্ব অঙ্কন করি।

প্রমাণ: Δ BOD ও Δ BOF -এর মধ্যে,

$\angle OBD = \angle OBF$ [BO, $\angle$ FBD-এর সমদ্বিখণ্ডক]

$\angle ODB = \angle OFB$ [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

OB সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta BOD \cong \Delta BOF$ [A-A-S সর্বসমতার শর্তানুসারে]

$\therefore OD = OF$

অনুরূপে, $\Delta OCD \cong \Delta OCE$ $\quad \therefore OD = OE$ সুতরাং, OE = OF

সমকোণী Δ AOE ও Δ AOF -এর মধ্যে, $\angle AEO = \angle AFO$ [প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ]

অতিভুজ AO সাধারণ বাহু

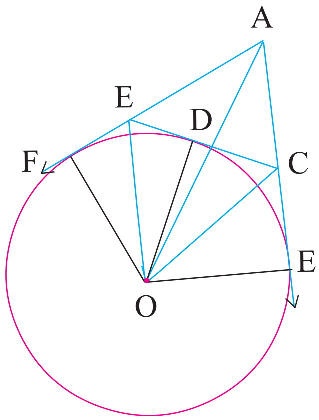
OE = OF

$\therefore \quad \Delta AOE \cong \Delta AOF$ [R-H-S সর্বসমতার শর্তানুসারে]

সুতরাং, $\angle OAE = \angle OAF$ $\therefore$ AO, $\angle$ BAC -এর অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক

$\therefore$ একটি ত্রিভুজের দুটি কোণের বহিঃসমদ্বিখন্ডক এবং একটি কোণের অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক সমবিন্দু।

যেহেতু OD = OE = OF, সুতরাং O বিন্দুকে কেন্দ্র করে OD দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্ত অঙ্কন করলে বৃত্তটি D, E, F বিন্দু দিয়ে যাবে।



এই ধরনের বৃত্তকে কি বলব?

এই ধরনের বৃত্তকে **বহির্বৃত্ত** বলে। OD, OE, OF, -কে **বহির্ব্যাসার্ধ** বলে। O -কে **বহিঃকেন্দ্র** বলে।

একটি ত্রিভুজে কটি বহিঃকেন্দ্র ও বহির্বৃত্ত পাওয়া যাবে [নিজে লিখি]।

একটি ত্রিভুজাকারক্ষেত্রের কতগুলি বিন্দু ত্রিভুজের বাহুগুলি থেকে সমদূরবর্তী তা নিজে লিখি।

আমরা হাতেকলমে ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করে ত্রিভুজের কী কী ধর্ম জানতে পেরেছি লিখি।

(i) ত্রিভুজের বাহুগুলির লম্ব সমদ্বিখণ্ডক তিনটি সমবিন্দু।

(ii) ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু থেকে বিপরীত বাহুগুলির উপর অঙ্কিত লম্ব তিনটি সমবিন্দু।

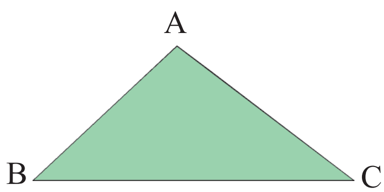
(iii) ত্রিভুজের কোণগুলির অন্তর্সমদ্বিখণ্ডক তিনটি ☐।

কিন্তু ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটিও কি সমবিন্দু হবে?

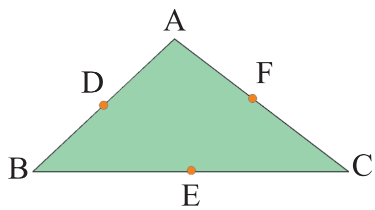
হাতেকলমে কাগজ ভাঁজ করে যাচাই করি।

হাতেকলমে

(i) প্রথমে যে -কোনো একটি ত্রিভুজ ABC এঁকে কেটে নিয়ে ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র পেলাম।

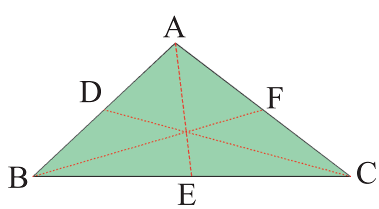


(ii) এবার Δ ABC-এর AB বাহুকে এমনভাবে ভাঁজ করলাম যাতে A বিন্দু B বিন্দুর সঙ্গে মিলে যায় এবং ভাঁজ খুলে AB বাহুর মধ্যবিন্দু D পেলাম। একইভাবে কাগজ ভাঁজ করে Δ ABC-এর BC ও CA বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে E ও F পেলাম।



(iii) এবার কাগজ ভাঁজ করে AE, BF ও CD মধ্যমা পেলাম। দেখছি, Δ ABC-এর AE, BF ও CD মধ্যমা তিনটি পরস্পর O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

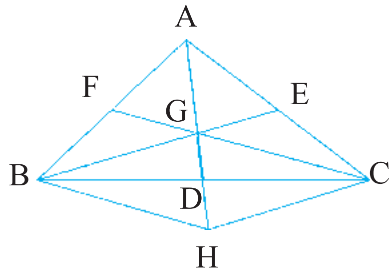
অর্থাৎ, **হাতেকলমে পেলাম,** Δ ABC-এর মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।



আমি অন্য যে কোনো একটি ত্রিভুজ PQR এঁকে কেটে নিয়ে PQR ত্রিভুজাকার ক্ষেত্র পেলাম। এবার হাতেকলমে কাগজ ভাঁজ করে যাচাই করি যে ΔPQR-এর মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু। [নিজে করি]

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য - 30 ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।



ধরি, Δ ABC-এর BE ও CF মধ্যমা দুটি G বিন্দুতে ছেদ করেছে। A, G যুক্ত করে বর্ধিত করা হলো। বর্ধিত AG, BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে: ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।

অর্থাৎ D, BC বাহুর মধ্যবিন্দু প্রমাণ করলেই প্রমাণিত হবে যে, ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু।

অঙ্কন: AD কে H বিন্দু পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করা হলো যেন AG = GH হয়।

B, H এবং C, H যোগ করলাম।

প্রমাণ: ΔABH-এর AB বাহুর মধ্যবিন্দু F [প্রদত্ত]

AH বাহুর মধ্যবিন্দু G [অঙ্কনানুসারে]

∴ FG || BH [∵ ত্রিভুজের দুটি বাহুর মধ্যবিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশ তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল।]

সুতরাং, GC || BH

আবার একইভাবে, ΔACH-এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E [প্রদত্ত]

এবং AH বাহুর মধ্যবিন্দু G [অঙ্কনানুসারে]

∴ GE || HC; অর্থাৎ, BG || HC

∴ পেলাম, BGCH চতুর্ভুজের GC || BH এবং BG || HC

∴ BGCH একটি সামান্তরিক যার কর্ণ BC ও GH

∴ D, BC-এর মধ্যবিন্দু [∵ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

সুতরাং, ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি সমবিন্দু। [প্রমাণিত]

দেখছি এই উপপাদ্যটি প্রমাণের জন্য BH, GC অর্থাৎ FG-এর সমান্তরাল হওয়ার প্রয়োজন। AG = GH না ধরে B বিন্দু দিয়ে FG-এর সমান্তরাল সরলরেখাংশ অঙ্কন করে যা বর্ধিত AD-কে H বিন্দুতে ছেদ করবে এবং H, C যোগ করব।

এইভাবেও উপপাদ্যটি প্রমাণ করতে পারি। [নিজে করি]

কিন্তু যে বিন্দুতে ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি মিলিত হয়েছে তাকে কী বলা হয়?

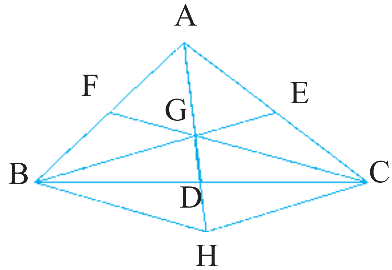
যে বিন্দুতে ত্রিভুজের মধ্যমা তিনটি মিলিত হয়েছে তাকে **ভরকেন্দ্র** বলা হয়।

বুঝেছি, ΔABC-এর AD, BE ও CF মধ্যমা তিনটি G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

$\therefore$ G , ΔABC-এর **ভরকেন্দ্র**।

কিন্তু ভরকেন্দ্র G, AD মধ্যমাকে কী অনুপাতে বিভক্ত করে? অর্থাৎ AG : GD কী হবে হিসাব করে দেখি।

BGCH সামান্তরিকের BC ও GH কর্ণদুটি পরস্পরকে D বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।



$\therefore GD = \frac{1}{2} GH$ সুতরাং, $GH = 2GD$

অঙ্কনানুসারে, $AG = GH$ $\therefore AG = 2GD$

সুতরাং, $\frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$ $\therefore AG : GD = 2 : 1$

একইভাবে দেখানো যায় যে, $BG : GE = 2 : 1$ এবং $CG : GF = 2 : 1$

অর্থাৎ যে-কোনো মধ্যমা শীর্ষবিন্দুর দিক থেকে ভরকেন্দ্রে 2 : 1 অনুপাতে বিভক্ত হয়।

আমি অন্যভাবে কী পাই দেখি, $AG = GH$

আবার, $AG + GD = AD$

বা, $GH + GD = AD$

বা, $2GD + GD = AD$

বা, $3GD = AD$

$\therefore GD = \frac{1}{3} AD$

এবং $AG = AD - GD$

$= AD - \frac{1}{3} AD = \frac{2}{3} AD$

একইভাবে পাব, $FG = \frac{1}{3} CF$

এবং $CG = \frac{2}{3} CF$

$EG = \frac{1}{3} BE$

এবং $BG = \frac{2}{3} BE$

$\therefore$ পেলাম, ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমত্রিখণ্ডক বিন্দুতে ছেদ করে।

নিজে করি

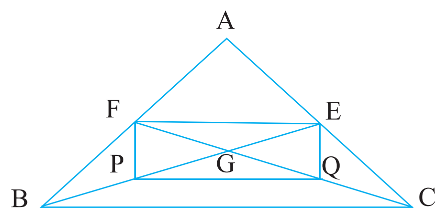
(1) আমি PQR একটি ত্রিভুজ আঁকি ও যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, ΔPQR-এর মধ্যমাত্রয় সমবিন্দু।

(2) আমি সূক্ষ্মকোণী, সমকোণী ও স্থূলকোণী ত্রিভুজ আলাদা আলাদা এঁকে, তাদের ভরকেন্দ্র ত্রিভুজের কোথায় অবস্থিত দেখি।

প্রয়োগ : 6 ΔABC-এর BE ও CF মধ্যমা দুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। BG ও CG-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q; P, F এবং Q, E যুক্ত করা হলো।

প্রমাণ করি যে, (i) PQEFএকটি সামান্তরিক
(ii) G বিন্দু BE ও CF কে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে

প্রদত্ত : ΔABC-এর BE ও CF মধ্যমা দুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে। BG ও CG-এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q
P, F এবং Q, E যুক্ত করা হলো।



প্রমাণ করতে হবে যে: (i) PQEFএকটি সামান্তরিক
(ii) G বিন্দু BE ও CF কে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করে

প্রমাণ : ΔABC-এর AB ও AC বাহুদুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে F ও E

$\therefore$ FE || BC ও FE $= \frac{1}{2}$BC

আবার, ΔGBC-এর GB ও GC বাহু দুটির মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q

$\therefore$ PQ || BC এবং PQ $= \frac{1}{2}$ BC

যেহেতু, PQEF চতুর্ভুজের একজোড়া বিপরীত বাহু সমান ও সমান্তরাল,

সুতরাং, PQEF একটি সামান্তরিক [(i) নং প্রমাণিত]

PQEF সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে।

$\therefore$ PG = GE এবং QG = GF [$\because$ সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]

সুতরাং, BP = PG = GE

$\therefore$ G বিন্দু BE মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে।

আবার, CQ = QG = GF

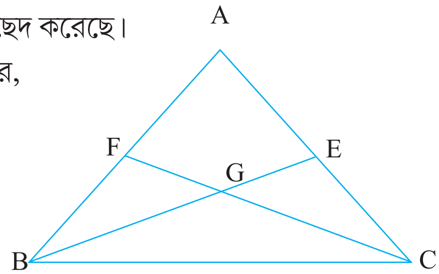
$\therefore$ CG : GF = 2:1

সুতরাং, G বিন্দু CF মধ্যমাকে 2:1 অনুপাতে বিভক্ত করেছে। [(ii) প্রমাণিত]

প্রয়োগ : 7 আমি যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি যে, একটি ত্রিভুজের দুইটি মধ্যমা সমান হলে ত্রিভুজটি সমদ্বিবাহু হবে।

প্রদত্ত: ধরি, ΔABC-এর BE ও CF মধ্যমাদুটি সমান।

প্রমাণ করতে হবে যে: ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।



প্রমাণ: মনে করি, BE ও CF মধ্যমাদুটি পরস্পরকে G বিন্দুতে ছেদ করেছে।

যেহেতু ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয় সমত্রিখণ্ডক বিন্দুতে ছেদ করে,

$\therefore EG = \frac{1}{3}BE$ এবং $FG = \frac{1}{3}CF$

কিন্তু, $BE = CF$ $\quad \therefore EG = FG$ ——— (i)

এবং $BG = CG$ ——— (ii)

এখন, ΔFGB ও ΔEGC-এর মধ্যে,

$BG = CG$ [(ii) থেকে পেলাম]

$\angle FGB =$ বিপ্রতীপ $\angle EGC$

এবং $FG = EG$ [(i) থেকে পেলাম]

$\therefore \Delta FGB \cong \Delta EGC$ [S-A-S সর্বসমতার শর্ত অনুসারে]

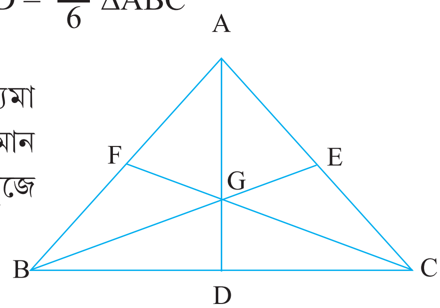
সুতরাং, $BF = CE$ [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু]

বা, $2BF = 2CE$ $\quad \therefore AB = AC$; সুতরাং, ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ [প্রমাণিত]

প্রয়োগ : 8 ΔABC-এর মধ্যমা তিনটি AD,BE ও CF পরস্পর G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।
প্রমাণ করি যে, (i) $\Delta GBC = \frac{1}{3}\Delta ABC$ (ii) $\Delta GBD = \frac{1}{6}\Delta ABC$

প্রদত্ত: ΔABC-এর তিনটি মধ্যমা AD,BE ও CF পরস্পর G বিন্দুতে মিলিত হয়েছে।

প্রমাণ করতে হবে যে: (i) $\Delta GBC = \frac{1}{3}\Delta ABC$ (ii) $\Delta GBD = \frac{1}{6}\Delta ABC$



প্রমাণ: ΔABC-এর AD মধ্যমা,

$\therefore \Delta ABD = \Delta ACD$ ——— (i) ($\because$ ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজটিকে দুটি সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজে বিভক্ত করে)

আবার, ΔGBC-এর GD মধ্যমা,

$\therefore \Delta GBD = \Delta GCD$ ——— (ii)

(i) – (ii) থেকে পাই,

$\Delta ABD - \Delta GBD = \Delta ACD - \Delta GCD$

$\therefore \Delta AGB = \Delta AGC$

একইভাবে প্রমাণ করা যায় যে, $\Delta AGB = \Delta BGC$

$\therefore \Delta AGB = \Delta BGC = \Delta AGC = \frac{1}{3}(\Delta AGB + \Delta BGC + \Delta AGC) = \frac{1}{3}\Delta ABC$ [(i) প্রমাণিত]

আবার, $\Delta GBD = \frac{1}{2}\Delta BGC$ [$\because$ ΔBGC-এর GD মধ্যমা]

$= \frac{1}{2}(\frac{1}{3}\Delta ABC)$ $\qquad \therefore \Delta GBD = \frac{1}{6}\Delta ABC$ [(ii) প্রমাণিত]

কষে দেখি - 17

1. ABC ত্রিভুজে $\angle B$ ও $\angle C$-এর অন্তসমদ্বিখণ্ডক I বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করি, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{\angle BAC}{2}$
2. একটি ত্রিভুজের তিনটি মধ্যমার দৈর্ঘ্য সমান হলে প্রমাণ করি যে, ত্রিভুজটি সমবাহু।
3. প্রমাণ করি যে, সমবাহু ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র, অন্তঃকেন্দ্র, ভরকেন্দ্র ও লম্ববিন্দু সমাপতিত হয়।
4. ABC ত্রিভুজের AD, BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করি যে, ABC ও DEF ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র একই বিন্দু।
5. প্রমাণ করি যে, একটি ত্রিভুজের দুটি মধ্যমার দৈর্ঘ্যের সমষ্টি তৃতীয় মধ্যমার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা বৃহত্তর।
6. ABC ত্রিভুজের AD, BE ও CF মধ্যমা। প্রমাণ করি যে,
   (i) $4(AD + BE + CF) > 3(AB + BC + CA)$ (ii) $3(AB + BC + CA) > 2(AD + BE + CF)$
7. ΔABC-এর AD, BE ও CF মধ্যমা তিনটি G বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করেছে। ΔABC-এর ক্ষেত্রফল 36 বর্গ সেমি. হলে, (i) ΔAGB-এর ক্ষেত্রফল (ii) ΔCGE-এর ক্ষেত্রফল (iii) চতুর্ভুজ BDGF-এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করি।
8. ABC ত্রিভুজের AD, BE ও CF মধ্যমা। যদি $\frac{2}{3}AD = BC$ হয়, তাহলে প্রমাণ করি যে, অপর দুটি মধ্যমার অন্তর্ভুক্ত কোণের পরিমাপ 90°।
9. ABCD সামান্তরিকের BC এবং CD বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P এবং Q ; AP এবং AQ কর্ণ BD-কে যথাক্রমে K ও L বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করি যে, BK = KL = LD
10. **বহু বিকল্পীয় প্রশ্ন (M.C.Q.)**

(i) ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O ; $\angle BOC = 80^\circ$ হলে, $\angle BAC$-এর পরিমাপ
(a) 40° (b) 160° (c) 130° (d) 110°

(ii) ABC ত্রিভুজের লম্ববিন্দু O ; $\angle BAC = 40^\circ$ হলে, $\angle BOC$-এর পরিমাপ
(a) 80° (b) 140° (c) 110° (d) 40°

(iii) ABC ত্রিভুজের অন্তঃকেন্দ্র O ; $\angle BAC = 40^\circ$ হলে, $\angle BOC$-এর পরিমাপ
(a) 80° (b) 110° (c) 140° (d) 40°

(iv) ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G; GBC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 12 বর্গ সেমি. হলে, ABC ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
(a) 24 বর্গ সেমি. (b) 6 বর্গ সেমি. (c) 36 বর্গ সেমি. (d) কোনোটিই নয়

(v) ABC সমকোণী ত্রিভুজের পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 5 সেমি. হলে, অতিভুজের দৈর্ঘ্য
(a) 2.5সেমি. (b) 10সেমি. (c) 5 সেমি. (d) কোনোটিই নয়।

11. **সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন।**

(i) একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি, 8 সেমি. ও 10 সেমি. হলে, ত্রিভুজটির পরিকেন্দ্র ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের কোথায় অবস্থিত তা লিখি।

(ii) ABC সমবাহু ত্রিভুজের AD মধ্যমা এবং G ভরকেন্দ্র। ত্রিভুজটির বাহুর দৈর্ঘ্য $3\sqrt{3}$ সেমি. হলে AG-এর দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।

(iii) একটি ত্রিভুজের কয়টি বিন্দু ত্রিভুজের বাহুগুলি থেকে সমদূরবর্তী তা লিখি।

(iv) ABC সমবাহু ত্রিভুজের পাদ ত্রিভুজ DEF; $\angle FDA$ -এর পরিমাপ কত তা লিখি।

(v) ABC সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের $\angle ABC = \angle ACB$ এবং মধ্যমা $AD = \frac{1}{2}BC$। যদি $AB = \sqrt{2}$ সেমি. হয়, তাহলে ত্রিভুজটির পরিব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য কত তা লিখি।

18 বৃত্তের ক্ষেত্রফল
(AREA OF CIRCLE)

আমরা দৌড় প্রতিযোগিতার জন্য রবীন্দ্রনগরের বড়ো মাঠে অনেকগুলি এককেন্দ্রীয় বৃত্তাকার পথ তৈরি করেছি। এবার আমরা ঠিক করেছি যে মাঠের মাঝের বৃত্তাকার জায়গাটি রং করব। কতটা জায়গা রং করব হিসাব করি।

কতটা বৃত্তাকার জায়গা রং করব তার জন্য ওই বৃত্তাকার জায়গার ☐ [পরিধি/ক্ষেত্রফল] জানতে হবে।

মেপে দেখছি, বৃত্তাকার জায়গাটির ব্যাসের দৈর্ঘ্য 196 সেমি.।

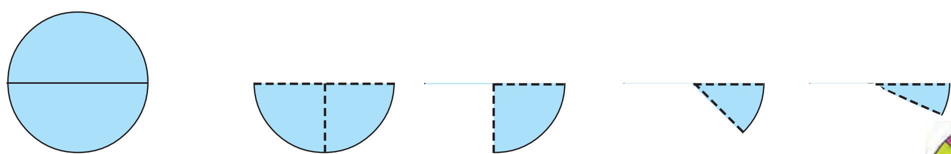
∴ বৃত্তাকার জায়গাটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = ☐ সেমি.।

কিন্তু বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কীভাবে মাপব?

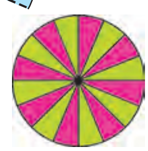
হাতেকলমে আমরা বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করে হাতেকলমে চাকতির ক্ষেত্রফল মাপার চেষ্টা করি।

আমরা একই ব্যাসার্ধ নিয়ে অর্থাৎ একই মাপের 2টি বৃত্তাকার চাকতি মোটা কাগজ দিয়ে তৈরি করেছি।

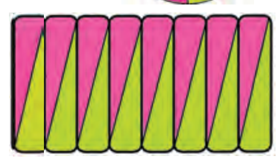
(1) বৃত্তাকার চাকতি দুটি নীচের ছবির মতো ভাঁজ করলাম,



(2) বৃত্তাকার চাকতি দুটির ভাঁজ খুলে দিলাম এবং প্রত্যেকটি চাকতির16 টি খণ্ড পাশের ছবির মতো রঙিন করলাম। একটি বৃত্তাকার চাকতিপিচবোর্ডে আটকে দিলাম।



(3) অন্য বৃত্তাকার চাকতির 16 টি রঙিন খণ্ড কেটে পাশের ছবির মতো পিচবোর্ডে আটকালাম।



16 টি খণ্ড সাজানোর পরে প্রায় আয়তক্ষেত্র পাচ্ছি। বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক

এই আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য= $\frac{1}{2}$ × বৃত্তের পরিধি = $\frac{1}{2} \times 2\pi r$ একক= ☐ একক

বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য =r একক ধরলে, এই আয়তক্ষেত্রের প্রস্থ = r একক

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\pi r \times r$ বর্গ একক = ☐ বর্গ একক

∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল = π × (ব্যাসার্ধ)^2

1 আমরা 98 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের যে বৃত্তাকার জায়গা সিমেন্ট দিয়ে বাঁধাব তার ক্ষেত্রফল হিসাব করি।

বৃত্তাকার জায়গাটির ক্ষেত্রফল= $\pi \times (98)^2$ বর্গ সেমি. = $\frac{22}{7} \times 98 \times 98$ বর্গ সেমি. = ☐ বর্গ সেমি.

2 যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 28 সেমি., তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য = 28 সেমি.

ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = ☐ সেমি.

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = πr^2

সুতরাং, বৃত্তের ক্ষেত্রফল = $\frac{22}{7} \times 14^2$ বর্গ সেমি. = $\frac{22}{7} \times 14 \times 14$ বর্গ সেমি. = 616 বর্গ সেমি.

3 যে বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 42 সেমি. তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

4 যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল 1386 বর্গ মিটার তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।

ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

$\therefore$ বৃত্তের ক্ষেত্রফল πr^2 বর্গ মিটার

$= \frac{22}{7} r^2$ বর্গ মিটার

শর্তানুসারে, $\frac{22}{7} r^2 = 1386$

বা, $r^2 = 1386 \times \frac{7}{22} = 63 \times 7$

বা, $r^2 = 7 \times 9 \times 7$

বা, $r = \sqrt{7 \times 3 \times 3 \times 7}$

বা, $r = 7 \times 3$

$\therefore r = 21$

$\therefore$ বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 21 মিটার।

5 যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল 1 বর্গ মিটার 54 বর্গ ডেসিমিটার,তার ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য হিসাব করে লিখি।(নিজে করি)

6 আমাদের পাড়ার বৃত্তাকার পার্কের পরিধি 264 মিটার। হিসাব করে পার্কের ক্ষেত্রফল লিখি।

ধরি, বৃত্তাকার পার্কের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

শর্তানুসারে, $2\pi r = 264$

$\therefore r = \square$

বৃত্তাকার পার্কের ক্ষেত্রফল $= \pi \times r^2$ বর্গ মিটার

$= \frac{22}{7} \times 42 \times 42$ বর্গ মিটার $= \square$ বর্গ মিটার

7 যে বৃত্তাকার জমির পরিধি 44 মিটার, তার ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

8 আমাদের পাড়ার ক্লাব ঘরে বলয়াকৃতি একটি লোহার পাত আছে যার ভিতরের ও বাহিরের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 18 সেমি. এবং 32 সেমি.। বলয়টিতে কত বর্গ সেমি. লোহার পাত আছে ছবি এঁকে হিসাব করি।

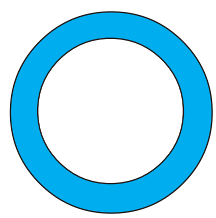
বলয়াকৃতি লোহার পাতের ভিতরের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 18 সেমি.

$\therefore$ ভিতরের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 9 সেমি.

$\therefore$ বলয়াকৃতি লোহার পাতের ভিতরের ক্ষেত্রফল $= \frac{22}{7}(9)^2$ বর্গ সেমি.

বলয়াকৃতি লোহার পাতের বাহিরের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 32 সেমি.

$\therefore$ বাহিরের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য = 16 সেমি.



$\therefore$ বলয়াকৃতি লোহার পাতের বাহিরের ক্ষেত্রফল $= \frac{22}{7}(16)^2$ বর্গ সেমি.

$\therefore$ বলয়টিতে লোহা আছে $\left[\frac{22}{7}(16)^2 - \frac{22}{7}(9)^2\right]$ বর্গ সেমি.

$= \frac{22}{7}[16^2 - 9^2]$ বর্গ সেমি.

$= \frac{22}{7} \times (16 + 9)(16 - 9)$ বর্গ সেমি. $= \square$ বর্গ সেমি.

9 যদি লোহার বলয়টির ভিতরের ও বাহিরের ব্যাসের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 70 সেমি. ও 42 সেমি. হতো, তাহলে বলয়টিতে কত বর্গ সেমি. লোহার পাত থাকত হিসাব করে লিখি। [নিজে করি]

10 সোমাদের পাড়ার বৃত্তাকার মাঠের বাইরে চারদিকে সমান চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির বাইরের সীমারেখার দৈর্ঘ্য ভিতরের সীমারেখার দৈর্ঘ্য অপেক্ষা 132 মিটার বেশি এবং পথটির ক্ষেত্রফল 9702 বর্গ মিটার। হিসাব করে মাঠটির ক্ষেত্রফল লিখি।

ধরি, রাস্তাবাদে মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার এবং রাস্তাসহ মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য R মিটার।

∴ রাস্তা বাদে মাঠের পরিধি = $2\pi r$ মিটার এবং রাস্তা বাদে মাঠের ক্ষেত্রফল = πr^2 বর্গ মিটার।

আবার, রাস্তাসহ মাঠের পরিধি = ☐ মিটার

এবং ক্ষেত্রফল = ☐ বর্গ মিটার

শর্তানুসারে, $2\pi R - 2\pi r = 132$ ———— (i)

এবং $\pi R^2 - \pi r^2 = 9702$ ———— (ii)

(i) থেকে পাই, $2\pi R - 2\pi r = 132$

বা, $2\pi(R - r) = 132$

বা, $2 \times \frac{22}{7}(R - r) = 132$

বা, $R - r = 132 \times \frac{7}{2 \times 22}$

∴ $R - r = 21$ ———— (iii)

আবার (ii) থেকে পাই, $\pi R^2 - \pi r^2 = 9702$

বা, $\pi(R^2 - r^2) = 9702$

বা, $R^2 - r^2 = 9702 \times \frac{7}{22}$

বা, $(R+r)(R-r) = 441 \times 7$

বা, $(R+r) \times 21 = 441 \times 7$ [(iii) থেকে পাই]

বা, $(R+r) = \frac{441 \times 7}{21}$

∴ $R + r = 147$ ------------- (iv)

(iii) ও (iv) থেকে পেলাম,

$R + r$ = ☐

এবং $R - r$ = ☐

অপনয়ন পদ্ধতির সাহায্যে R ও r -এর মান নির্ণয়ের চেষ্টা করি।

$R + r = 147$

$R - r = 21$

$2R = 168$

$R = \frac{168}{2}$ = ☐

আবার, $R+r = 147$

∴ $r = 147 - 84$

সুতরাং, $r = 63$

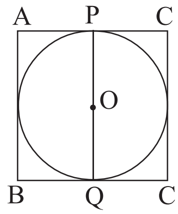
সুতরাং রাস্তাসহ বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 84 মিটার এবং রাস্তাবাদে বৃত্তাকার মাঠের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 63 মিটার।

∴ সোমাদের বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল = $\frac{22}{7} \times 63 \times 63$ বর্গ মিটার

= ☐ বর্গ মিটার

11 যদি বৃত্তাকার মাঠে সমান চওড়া রাস্তাটির বাইরের সীমারেখার দৈর্ঘ্য ভিতরের সীমারেখার দৈর্ঘ্যের থেকে 220 মিটার বেশি হতো এবং পথটির ক্ষেত্রফল 19250 বর্গ মিটার হতো, তাহলে বৃত্তাকার মাঠের ক্ষেত্রফল কত হতো হিসাব করে লিখি [নিজে করি]

12 সীমা একটি বৃত্ত আঁকল। সে ওই বৃত্তের একটি পরিলিখিত বর্গক্ষেত্র আঁকল। বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 154 বর্গ সেমি. হলে, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



ধরি, বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r সেমি.।

শর্তানুসারে, $\pi r^2 = 154$

বা, $r^2 = 154 \times \frac{7}{22}$

$\therefore$ $r = 7$

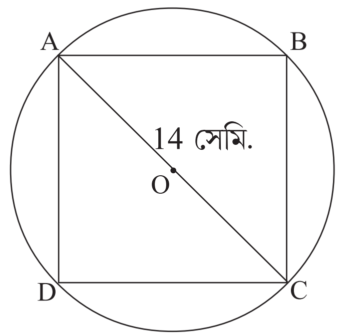
সুতরাং, $2r = 14$

এক্ষেত্রে, বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য ও বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য সমান।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য 14 সেমি.।

$\therefore$ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 14×14 বর্গ সেমি. = 196 বর্গ সেমি.

13 আয়েশা ওই বৃত্তের একটি অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্র আঁকল। আয়েশার আঁকা বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



বৃত্তের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 14 সেমি.।

বৃত্তে অন্তর্লিখিত বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য বৃত্তের ব্যাস।

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের কর্ণের দৈর্ঘ্য 14 সেমি.।

ধরি, বর্গক্ষেত্রের বাহুর দৈর্ঘ্য x সেমি.

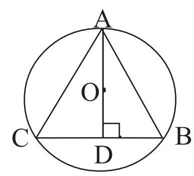
পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে, $x^2 + x^2 = 14^2$

বা, $2x^2 = 196$

বা, $x^2 = \frac{196}{2}$ $\therefore$ $x^2 = 98$

সুতরাং, বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল 98 বর্গ সেমি.।

14 পীযুষ একটি সমবাহু ত্রিভুজ আঁকল যার একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.। আবুল ওই ত্রিভুজের একটি পরিবৃত্ত আঁকল। পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও বৃত্তাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।



সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য 6 সেমি.।

সমবাহু ত্রিভুজটির উচ্চতা $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 6$ সেমি. = $3\sqrt{3}$ সেমি.

অর্থাৎ, লম্ব AD = $3\sqrt{3}$ সেমি.

সমবাহু ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র O ত্রিভুজের উচ্চতা AD -এর উপর অবস্থিত। $AO = \frac{2}{3}AD$

সুতরাং, $AO = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3}$ সেমি.

$\therefore AO = 2\sqrt{3}$ সেমি.

সমবাহু ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য AO

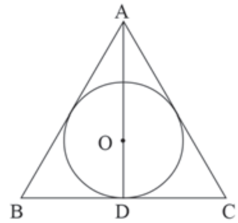
সুতরাং, ওই ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $2\sqrt{3}$ সেমি.

পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = πr^2 [যেখানে r বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য]

$= \frac{22}{7} \times (2\sqrt{3})^2$ বর্গ সেমি.

$= \frac{22}{7} \times 4 \times 3$ বর্গ সেমি. $= \frac{264}{7}$ বর্গ সেমি. $= 37\frac{5}{7}$ বর্গ সেমি.

15 যদি আবুল ওই সমবাহু ত্রিভুজের একটি অন্তর্বৃত্ত আঁকত, তাহলে ওই অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য ও বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত হতো তা হিসাব করি।



সমবাহু ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য OD

$OD = \frac{1}{3}\ AD \quad \therefore OD = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3}$ সেমি. $= \sqrt{3}$ সেমি.

$\therefore$ অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\sqrt{3}$ সেমি.

অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= \pi (\sqrt{3})^2$ বর্গ সেমি.

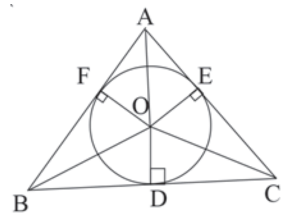
$= \frac{22}{7} \times 3$ বর্গ সেমি. $= \frac{66}{7}$ বর্গ সেমি. $= 9\frac{3}{7}$ বর্গ সেমি.

16 একটি ত্রিভুজাকার পিচবোর্ডের পরিসীমা 24 মিটার এবং ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের পরিধি 44 মিটার হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল কত হিসাব করে দেখি।

ধরি, ABC একটি ত্রিভুজ যার পরিসীমা 24 মিটার। AO, BO এবং CO যথাক্রমে ∠BAC, ∠ABC ও ∠ACB -এর অন্তঃসমদ্বিণ্ডক। অন্তঃসমদ্বিখণ্ডক তিনটি O বিন্দুতে মিলিত হয়েছে। O বিন্দু থেকে BC, CA এবং AB বাহুর উপর লম্ব যথাক্রমে OD,OE এবং OF; OD = OE = OF

সুতরাং, ত্রিভুজটির অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য OD; ধরি, অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r মিটার।

শর্তানুসারে,



$2\pi r = 44$

বা, $2 \times \frac{22}{7} \times r = 44$

বা, $r = \frac{44 \times 7}{44} \qquad \therefore r = 7$

ΔABC-এর ক্ষেত্রফল $= \Delta BOC$-এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta COA$ -এর ক্ষেত্রফল $+ \Delta AOB$ -এর ক্ষেত্রফল

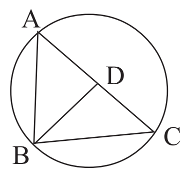
$= \frac{1}{2}.BC.\ r + \frac{1}{2}.CA.\ r + \frac{1}{2}\ .AB.r$

$= \frac{1}{2}.(BC + CA + AB)\ .r$ বর্গ মিটার

$= \frac{1}{2} \times 24 \times 7$ বর্গমিটার $= 84$ বর্গ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল 84 বর্গ মিটার

17 একটি ত্রিভুজের বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 9 সেমি ., 12 সেমি. ও 15 সেমি.। ত্রিভুজটির পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হিসাব করি।



$9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = (15)^2$ সুতরাং, ত্রিভুজটি সমকোণী।

ত্রিভুজের AB = 9 সেমি., BC = 12 সেমি. এবং CA = 15 সেমি.

$\therefore \quad \angle ABC = 90^\circ$

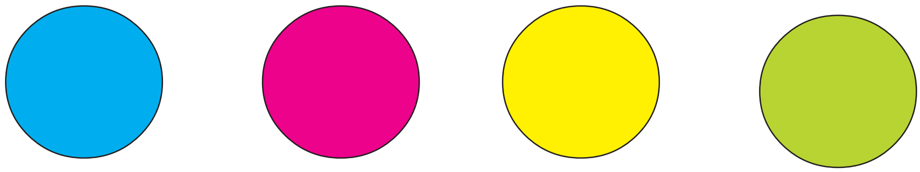
ধরি, BD, ABC ত্রিভুজের মধ্যমা। BD = AD = DC

$\therefore$ ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য $\frac{15}{2}$ সেমি.

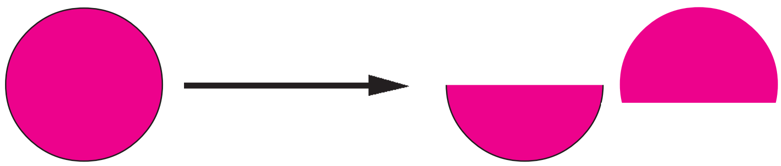
সুতরাং, ABC ত্রিভুজের পরিবৃত্তের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\pi \times (\frac{15}{2})^2$ বর্গ সেমি.

$= \frac{22}{7} \times \frac{225}{4}$ বর্গ সেমি. $= 176\frac{11}{14}$ বর্গ সেমি.

রফিকুল ও মেহের একই মাপের অনেকগুলি নানান রঙের বৃত্তাকার চাকতি তৈরি করেছে।



আমার বোন লাল রঙের বৃত্তটি সমান দু-ভাঁজ করে কাঁচি দিয়ে কেটে সমান দু-ভাগ করল অর্থাৎ দুটি অর্ধবৃত্ত পেল।



18 প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির অর্ধপরিধি ও অর্ধবৃত্তের ক্ষেত্রফল হিসাব করে লিখি।

ধরি প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক।

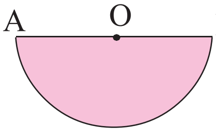
$\therefore$ প্রতিটি বৃত্তাকার চাকতির পরিধি ☐ [$2\pi r/\pi r^2$] একক ।

বৃত্তাকার চাকতিটির কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণগুলির সমষ্টি 360°

$\therefore$ APB অর্ধবৃত্তাকার চাকতির $\angle AOB = 180°$ ।(যেখানে O, বৃত্তাকার চাকতির কেন্দ্র)

আমরা জানি, চাপের দৈর্ঘ্য ও কেন্দ্রে উৎপন্ন কোণ সরল সমানুপাতী।

সুতরাং, $\dfrac{\overset{\frown}{APB} \text{ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য}}{\text{বৃত্তের পরিধি}} = \dfrac{180}{360}$



$\therefore \overset{\frown}{APB}$ বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $= \dfrac{180}{360} \times$ বৃত্তের পরিধি

$= \dfrac{1}{2} \times 2\pi r$ একক $= \pi r$ একক, যেখানে অর্ধবৃত্তের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য r একক।

অন্যভাবে, কেন্দ্রে 360° কোণ করলে বৃত্তের পরিধি $2\pi r$ একক।

1° কোণ উৎপন্ন করা বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $= \dfrac{2\pi r}{360}$ একক।

180° কোণ উৎপন্ন করা বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য $= \dfrac{2\pi r}{360} \times 180$ একক।

$= \pi r$ একক।