

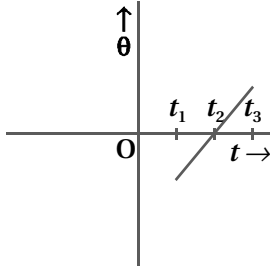
1. નાના પદાર્થો માટે પૃથ્વી પર તેનું ગુરુત્વકેન્દ્ર એ તેનાં દ્રવ્યમાન કેન્દ્ર પર સંપાત થાય છે. જ્યારે વિસ્તૃત (મોટા) પદાર્થ માટે આમ હોતું નથી. આ સંદર્ભમાં નાના અને મોટા પદાર્થનો ગુણાત્મક અર્થ શું છે ? નીચેના પૈકી કોના માટે બંને કેન્દ્રો સંપાત થશે ?

મકાન, તળાવ, સરોવર, પર્વત

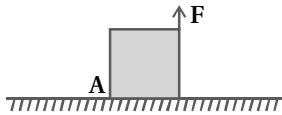
► પૃથ્વીની ત્રિજ્યાની સરખામણીમાં જો પૃથ્વીની સપાટીથી ઊંચાઈ (લંબાંતર) ખૂબ ઓછી હોય તો તે પદાર્થને નાનો ગણાય અન્યથા તેને વિસ્તૃત (મોટો) કહેવાય. આમ, મકાન અને તળાવ બંને નાના પદાર્થો ગણાય. જ્યારે પર્વત અને ઊંડું સરોવર એ બંને વિસ્તૃત પદાર્થો ગણાય. તેથી મકાન અને તળાવના ગુરુત્વકેન્દ્ર અનુદ્રવ્યમાનકેન્દ્ર એકબીજા પર સંપાત થયેલાં હોય છે.

2. સમાન દળ અને સમાન ત્રિજ્યા ધરાવતા એક પોલા નળાકાર અને નક્કર ગોળા પૈકી તેમની સંમિતિને આધારે મળતી અક્ષને અનુલક્ષીને જડત્વની ચાકમાત્રા નક્કર ગોળાની શાથી ઓછી હોય છે ?

- જડત્વની ચાકમાત્રા $I = \sum m_i r_i^2$, જ્યાં $i = 1, 2, 3 \dots n$
- પોલા નળાકારના કિસ્સામાં મોટા ભાગનું દળ તેની અક્ષથી ત્રિજ્યાના અંતરે હોય છે. જ્યારે નક્કર ગોળાનું સમગ્ર દળ તેની અક્ષથી ત્રિજ્યા જેટલા અંતરે હોતું નથી. નક્કર ગોળાના બધા કણો તેના કેન્દ્રથી જુદા જુદા અંતરે હોય છે તેથી નક્કર ગોળાની જડત્વની ચાકમાત્રા, પોલા નળાકારની જડત્વની ચાકમાત્રા કરતાં ઓછી હોય છે.
3. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ ચાકગતિ કરતાં પદાર્થના કણનો સમય સાથે કોણીય સ્થાનમાં ફેરફાર દર્શાવ્યો છે, તો પદાર્થની ચાકગતિ સમઘડી છે કે વિષમઘડી હશે ?



- $\theta \rightarrow t$ ના આલેખનો ઢાળ ધન છે અને ધન ઢાળ હોય તો ચાકગતિ વિષમઘડી દિશામાં હોય જેને ધન તરીકે ગણવાનો રિવાજ છે.
4. ઘર્ષણરહિત સમક્ષિતિજ સપાટી પર m દળ અને a બાજુવાળો સમઘન મૂકેલો છે. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર તેની સપાટી પર ચલ બળ F લગાડવામાં આવે છે, તો નીચે આપેલાં જોડકાં યોગ્ય રીતે જોડો.



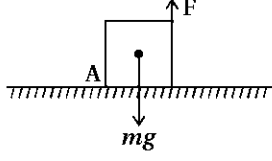
(a)	$\frac{mg}{4} < F < \frac{mg}{2}$	(i)	સમઘન ઉપર તરફગતિ કરશે.
(b)	$F > \frac{mg}{2}$	(ii)	સમઘન ઉપર તરફ ગતિ કરશે નહીં.
(c)	$F > mg$	(iii)	સમઘન ચાકગતિ કરશે અને A પાસે સરકશે.
(d)	$F = \frac{mg}{4}$	(iv)	A થી $\frac{a}{3}$ અંતરે અસરકારક લંબ પ્રતિક્રિયા બળ છે ગતિ નથી.

- આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર, A બિંદુને અનુલક્ષીને લાગતા બળ F ના લીધે લાગતું ટોર્ક $\vec{\tau}_1 = \vec{r} \times \vec{F}$ જે વિષમઘડી

દિશામાં છે.

A બિંદુને અનુલક્ષીને વજન mg ના કારણે મળતું ટોર્ક $\vec{\tau}_2 = m\vec{g} \times \frac{\vec{a}}{2}$ જે સમઘડી દિશામાં છે.

જો $\tau_1 = \tau_2$ હોય તો સમઘન ગતિ કરશે નહીં.



$$\therefore F \times a = mg \times \frac{a}{2}$$

$$\therefore F = \frac{mg}{2}$$

જો $\tau_1 > \tau_2$ હોય ત્યારે જ સમઘન ગતિ કરશે.

$$\therefore F \times a > mg \times \frac{a}{2}$$

$$\therefore F > \frac{mg}{2}$$

જો A બિંદુથી $\frac{a}{3}$ અંતરે અસરકારક લંબપ્રતિક્રિયા બળ ધારીએ તો સમઘન ચાકગતિ કરશે.

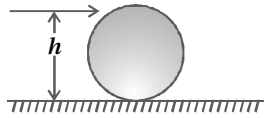
$$F \times a = mg \times \frac{a}{3}$$

$$\therefore F > \frac{mg}{3}$$

જો $F = \frac{mg}{4} < \frac{mg}{3}$ હોય તો ગતિ કરશે નહીં તેથી સાચાં જોડકાં નીચે મુજબ જોડાશે.

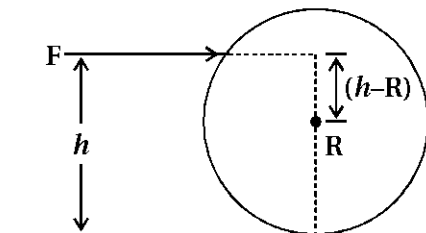
(a - ii), (b - iii), (c - i), (d - iv)

5. આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર m દળ અને R ત્રિજ્યા ધરાવતો નિયમિત ગોળો સમક્ષિતિજ ખરબચડી સપાટી પર મૂકેલો છે. તળિયેથી h ઊંચાઈએ ગોળાને સમક્ષિતિજ દિશામાં ત્રાટકવા (મારવા)માં આવે છે તો નીચેના જોડકાં સાચી રીતે જોડો.



(a)	$h = \frac{R}{2}$	(i)	અચળ વેગથી ગોળો સરક્યા સિવાય ગબડશે અને ઊર્જામાં કોઈ ઘટાડો થશે નહીં.
(b)	$h = R$	(ii)	ગોળો સમઘડી ચાકગતિ કરશે અને ઘર્ષણને લીધે ઊર્જા ગુમાવશે.
(c)	$h = \frac{3R}{2}$	(iii)	ગોળો વિષમઘડી ચાકગતિ કરશે અને ઘર્ષણના લીધે ઊર્જા ગુમાવશે.
(d)	$h = \frac{7R}{5}$	(iv)	ગોળો ફક્ત સ્થાનાંતરીય ગતિ ધરાવે છે અને ઘર્ષણના લીધે ઊર્જા ગુમાવે છે.

ઉપરની આકૃતિમાં m દળના અને R ત્રિજ્યાના ગોળાને ભૌંયતળિયાથી h ઊંચાઈએ સમક્ષિતિજ લટકાવેલું દર્શાવ્યું છે.



જ્યારે $\omega = \frac{v}{R}$ હોય ત્યારે ગોળો સરક્યા સિવાય ગબડશે. દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષીને ગોળાનું કોણીય વેગમાન

$$\therefore p(h - R) = I\omega$$

$$\therefore mv(h - R) = \frac{2}{5}mR^2 \times \frac{v}{R}$$

$$\therefore h - R = \frac{2}{5}R$$

$$\therefore h = \frac{2}{5}R + R = \frac{7}{5}R$$

તેથી જ્યારે $h = \frac{7}{5}R$ હશે ત્યારે ગોળો સરક્યા સિવાય ગબડશે અને તેનો વેગ અચળ રહેશે તથા ઊર્જાનો વ્યય થશે નહીં.

દ્રવ્યમાન કેન્દ્રને અનુલક્ષી બાહ્યબળ વડે થતું ટોર્ક $\tau = F(h - R)$

$$\text{જો } \tau = 0 \Rightarrow 0 = F(h - R)$$

$$\therefore 0 = h - R$$

$$\therefore h = R$$

તેથી ગોળો ફક્ત સ્થાનાંતરિય ગતિ કરશે તેથી ઘર્ષણના કારણે ઊર્જા ગુમાવશે.

જ્યારે $\tau > 0$ ત્યારે $h > R$ મળે આ સ્થિતિમાં ગોળો સમઘડી દિશામાં ચાકગતિ કરશે.

તેથી ઉપરના જોડકાંને સાચી રીતે જોડતાં,

(a - iii), (b - iv), (c - ii), (d - i)