পঞ্চদশ অধ্যায়

তৰংগ
(Waves)

15.1 আগকথা

15.2 অনুপ্ৰস্থ আৰু অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ

15.3 প্ৰগামী তৰংগত সৰণৰ প্ৰকাশৰাশি

15.4 গতিশীল তৰংগৰ দ্ৰুতি

15.5 তৰংগৰ অধ্যাৰোপন নীতি

15.6 তৰংগৰ প্ৰতিফলন

15.7 স্বৰ কম্প

15.8 ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া

সাৰাংশ

মন কৰিবলগীয়া

অনুশীলনী

অতিৰিক্ত অনুশীলনী

15.1 আগকথা (Introduction)

আগৰ অধ্যায়ত আমি অকলশৰীয়া বস্তুৰ দোলন (বা স্পন্দন) গতি সম্পৰ্কে আলোচনা কৰিলো। এইবাৰ অকলশৰীয়া বস্তুৰ সলনি যদি কেইবাটাও স্পন্দনশীল বস্তু (অৰ্থাৎ স্পন্দনশীল বস্তু প্ৰণালী) বিবেচনা কৰো তেতিয়া কি দেখিম? পদাৰ্থ মাধ্যম একাধিক বস্তুৰে (আচলতে অণু-পৰমাণুৰে) গঠিত এটা প্ৰণালী। এনে প্ৰণালীত থকা পদাৰ্থ কণিকাসমূহৰ প্ৰতিটো কণা পৰস্পৰৰ সৈতে স্থিতিস্থাপক বলৰ দ্বাৰা যুক্ত হৈ থাকে। ফলস্বৰূপে তাৰ একোটা কণাৰ গতিয়ে আনবোৰৰ গতিক প্ৰভাৱিত কৰে। সৰু শিলগুটি এটা পুখুৰীৰ স্থিৰ পানীত পেলাই দিলে পানীৰ পৃষ্ঠভাগ আলোড়িত হৈ উঠে। সেই আলোড়ন শিলগুটিটো পৰা ঠাইখিনিতে সীমাবদ্ধ হৈ নাথাকে— সি বৃত্তাকাৰে বাহিৰ ফাললৈ সঞ্চাৰিত হয়। যদি পুখুৰীটোৰ পানীৰ ওপৰত এটাৰ পিছত এটাকৈ শিল পেলায়েই থকা হয় তেন্তে শিলবোৰ পৰা ঠাইৰ পৰা বৃত্তবোৰ খৰতকীয়াকৈ বাহিৰৰ পিনলৈ ওলাই গৈ থকা দেখা পোৱা যায়। আলোড়িত পানীপৃষ্ঠত কেইটুকুৰমান কৰ্ক ৰাখিলে দেখা যায় যে কৰ্কৰ টুকুৰাবোৰ বাহিৰৰ ফাললৈ আঁতৰি নগৈ নিজৰ ঠাইতে উঠা-নমা কৰি থাকে। ইয়াৰ পৰানো কি বুজিব পাৰি? বুজিব পাৰি যে বৃত্তবোৰৰ লগতে পানী বাহিৰৰ ফাললৈ গৈ নাথাকে; বৰং একোটা গতিশীল আলোড়নহে সৃষ্টি হয়। সেইদৰে আমি কথা ক'লে তাৰ শব্দ আমাৰ পৰা আঁতৰলৈ গৈ থাকে, কিন্তু সি মাধ্যমৰ বায়ু এঠাইৰ পৰা আন এঠাইলৈ বোৱাই নিদিয়ে। কথা কওঁতে হোৱা শব্দই বায়ু মাধ্যমত যি আলোড়ন সৃষ্টি কৰে তাক আমাৰ কাণ নতুবা মাইক্ৰ'ফ'নেহে ধৰা পেলাব পাৰে। এনেদৰে মাধ্যমৰ কণাসমূহৰ অৱস্থানৰ পৰিৱৰ্তন নঘটোৱাকৈ গতি কৰা পৰিঘটনাটোৱেই হৈছে **তৰংগ**। এই অধ্যায়ত আমি এনেকুৱা তৰংগৰ বিষয়েই আলোচনা কৰিম।

তৰংগই শক্তি কঢ়িয়াই নিয়ে। আমাৰ সকলোধৰণৰ যোগাযোগ তৰংগৰ যোগেদি সংকেত প্ৰেৰণৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। কথা ক'লে বায়ু

মাধ্যমত শব্দ তৰংগৰ সৃষ্টি হয়। কথা শুনাটোৱে সেই শব্দ তৰংগবোৰ ধৰা পেলোৱা বুজায়। যোগাযোগত সাধাৰণতে বিভিন্ন তৰংগ জড়িত হৈ থাকে। উদাহৰণস্বৰূপে, শব্দ তৰংগক পোনতে বৈদ্যুতিক সংকেতলৈ ৰূপান্তৰ কৰা হয়, তাৰ পিছত সেই সংকেতক বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় সংকেতত পৰিণত কৰি তাক আলোকীয় কেব্‌ল নতুবা কৃত্ৰিম উপগ্ৰহৰ যোগেদি প্ৰেৰণ কৰা হয়। প্ৰেৰিত মূল সংকেতটো পুনৰুদ্ধাৰ কৰিবলৈ হ'লে উল্লেখিত আটাইবোৰ পৰ্যায় ঠিক বিপৰীতক্ৰমে কৰি যাব লাগিব।

সঞ্চাৰিত হ'বলৈ সকলো তৰংগকে মাধ্যমৰ প্ৰয়োজন নহ'বও পাৰে। পোহৰ তৰংগ মহাশূন্যৰ মাজেদিও পাৰ হৈ যায়। আমাৰ পৰা শ শ আলোকবৰ্ষ আঁতৰত থকা নক্ষত্ৰসমূহৰ পৰা পোহৰ আহে আন্তঃনাক্ষত্ৰিক মহাকাশেদি; সেই আন্তঃনাক্ষত্ৰিক মহাকাশ কাৰ্যতঃ মহাশূন্য।

ৰছী এডালত সৃষ্টি হোৱা তৰংগ, পানীৰ তৰংগ, শব্দ তৰংগ, ভূমিকম্পৰ তৰংগ— আমাৰ পৰিচিত এনেবোৰ তৰংগক **যান্ত্ৰিক তৰংগ** (mechanical wave) বোলা হয়। যান্ত্ৰিক তৰংগবোৰ সঞ্চাৰিত হ'বলৈ মাধ্যমৰ প্ৰয়োজন, মহাশূন্যৰ মাজেদি সেইবোৰে গতি কৰিব নোৱাৰে। তেনেবোৰ তৰগংত মাধ্যমৰ কণাসমূহৰ স্পন্দন ঘটে। যান্ত্ৰিক তৰংগবোৰৰ স্পন্দনৰ প্ৰকৃতি মাধ্যমটোৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। দ্বাদশ শ্ৰেণীত শিকিবলগীয়া বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তৰংগ এক বিশেষ ধৰণৰ তৰংগ। বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তৰংগ সঞ্চাৰিত হ'বৰ বাবে পদাৰ্থ মাধ্যম নহ'লেও হয়; তেনে তৰংগ মহাশূন্যৰ মাজেদিও গতি কৰিব পাৰে। পোহৰ, ৰেডিঅ' তৰংগ, এক্স-ৰশ্মি—এই আটাইবোৰেই বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তৰংগ। মহাশূন্যত সকলো প্ৰকাৰৰ বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তৰংগৰে বেগ (c) সমান। তাৰ মান হৈছে–

$$c = 299,\ 792,\ 458\ \text{ms}^{-1} \qquad (15.1)$$

তৃতীয় প্ৰকাৰৰ তৰংগ হৈছে পদাৰ্থ তৰংগ। এনে তৰংগ ইলেক্ট্ৰন, প্ৰট'ন, নিউট্ৰন, অণু আৰু পৰমাণু—পদাৰ্থৰ এই উপাদানসমূহৰ সৈতে জড়িত। পিছলৈ জানিবা যে কোৱাণ্টামৰ বলবিদ্যাইহে পদাৰ্থ-তৰংগৰ কথা ব্যাখ্যা কৰিব পাৰে। যান্ত্ৰিক বা বিদ্যুৎ-চুম্বকীয় তৰংগৰ তুলনাত পদাৰ্থ তৰংগৰ ধাৰণাটো জটিল; হ'লেও আধুনিক প্ৰযুক্তিবিদ্যাৰ ভালেমান বুনিয়াদী আহিলাৰ ক্ষেত্ৰত পদাৰ্থ তৰংগৰ ধাৰণাটো ব্যৱহৃত হৈছে। উদাহৰণস্বৰূপে, ইলেক্ট্ৰন অণুবীক্ষণত ইলেক্ট্ৰনৰ সৈতে জড়িত পদাৰ্থ তৰংগৰ প্ৰয়োগ কৰা হৈছে।

এই অধ্যায়ত আমি যান্ত্ৰিক তৰংগৰ কথাকে অধ্যয়ন কৰিম; এনে তৰংগ সঞ্চাৰিত হ'বলৈ হ'লে পদাৰ্থ মাধ্যম অনিবাৰ্য।

তৰংগৰ সৌন্দৰ্যই শিল্প আৰু সাহিত্যৰ ওপৰত বহু প্ৰাচীন কালৰে পৰা প্ৰভাৱ বিস্তাৰ কৰি আহিছে। আনহাতে তৰংগ গতিৰ প্ৰথম বৈজ্ঞানিক বিশ্লেষণ সপ্তদশ শতিকাতহে আৰম্ভ হয়। তৰংগ গতিৰ অধ্যয়ন পৰিক্ৰমাৰ সৈতে জড়িত কেইগৰাকীমান নামজ্বলা পদাৰ্থ বিজ্ঞানী হৈছে খ্ৰীষ্টিয়ান হাইজেন্স (1629-1695), ৰবাৰ্ট হুক আৰু ছাৰ আইজাক নিউটন। তৰংগৰ বিষয়ে সম্যক জ্ঞান লাভ কৰিবৰ উদ্দেশ্যে দুটা কথাৰ সহায় ল'ব পাৰি ঃ এডাল স্প্ৰিঙৰ এমূৰত ওলোমাই লোৱা কোনো এটা ভৰৰ দোলন আৰু দ্বিতীয়তে সৰল দোলকৰ গতি। পৰ্যাবৃত্ত দোলনৰ সৈতে স্থিতিস্থাপক মাধ্যমত সৃষ্টি হোৱা তৰংগৰ ওতঃপ্ৰোত সম্পৰ্ক আছে। (টানি ৰখা তাঁৰ, পকাই থোৱা স্প্ৰিং, বায়ু ইত্যাদি স্থিতিস্থাপক মাধ্যমৰ উদাহৰণ।) সাধাৰণ উদাহৰণৰ দ্বাৰা তেনে সম্পৰ্কৰ বিষয়ে বুজিব পাৰি।

ধৰা হ'ল চিত্ৰ 15.1ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ কেইডালমান স্প্ৰিং পৰস্পৰ সংযোগ কৰি ৰখা হৈছে। সংযুক্ত স্প্ৰিংকেইডালৰ এটা মূৰত ধৰি টানি হঠাতে এৰি দিলে দেখা যাব যে সেই আলোড়নটো আনটো মূৰ

চিত্ৰ 15.1 *এডালৰ সৈতে আনডাল যুক্ত হৈ এলানি স্প্ৰিং। A মূৰটোত ধৰি হঠাতে টানি দিলে এটা আলোড়ন সৃষ্টি হয়- আলোড়নটো আনটো মূৰলৈ সঞ্চাৰিত হয়।*

পাইছেগৈ। এই ক্ষেত্ৰতনো কি ঘটিছে? — প্ৰথম স্প্ৰিংডালৰ স্বাভাৱিক দৈৰ্ঘ্য বঢ়া-টুটা হৈছে। দ্বিতীয় স্প্ৰিংডাল প্ৰথম ডালৰ সৈতে সংযুক্ত— সেয়ে তাৰো দীঘৰ হ্ৰাস-বৃদ্ধি ঘটিছে। এনেদৰে প্ৰতিডাল স্প্ৰিঙৰে দীঘ কম-বেছি হৈ আছে আৰু তেনেদৰে আলোড়নটো এটা মূৰৰ পৰা আনটো মূৰ পাইছেগৈ। কিন্তু প্ৰতিডাল স্প্ৰিং তাৰ সাম্য অৱস্থান সাপেক্ষে নিচেই সামান্য পৰিমাণেহে দোলে। এই অৱস্থাৰ কাৰ্যকৰী উদাহৰণ হিচাপে ৰে'ল ষ্টেচন এটাত বৈ থকা ৰে'ল গাড়ীৰ কথাকে লোৱা যাওক। ৰে'ল গাড়ীখনৰ ডবাসমূহৰ এটা আনটোৰ সৈতে একোডাল স্প্ৰিং সংযোজকৰ সহায়ত সংযুক্ত হৈ থাকে। ডবাসমূহৰ এমূৰে যেতিয়া ইঞ্জিন এটা লগোৱা হয় তেতিয়া ইঞ্জিনটোৱে তাৰ ঠিক পিছতে থকা ডবাটোৰ ওপৰত এটা ঠেলা প্ৰয়োগ কৰে; ঠেলাটো এটা ডবাৰ পৰা আনটোলৈ বিয়পি পৰে— অথচ ৰে'লগাড়ীখন নিজৰ ঠাইৰ পৰা লৰচৰেই নকৰে।

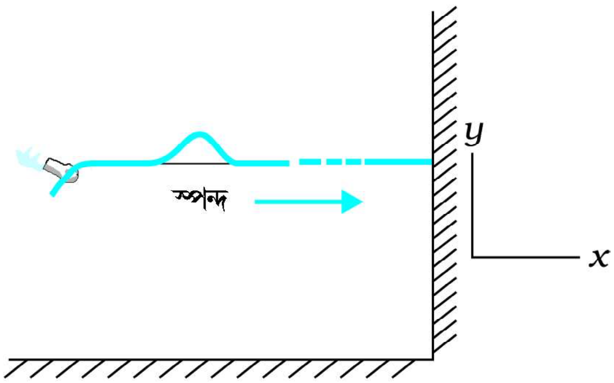
শব্দনো বায়ুমাধ্যমৰ মাজেদি কেনেদৰে গতি কৰে?— বায়ুৰ মাজেদি গতি কৰি থাকোতে তৰংগ এটাই বায়ুৰ সামান্য এটা অংশ হয় সংকুচিত কৰে, নহ'লে প্ৰসাৰিত কৰে। ফলত সেই অংশটোত ঘনত্বৰ পৰিৱৰ্তন ঘটে। ধৰা হ'ল, ঘনত্বৰ পৰিৱৰ্তনৰ পৰিমাণ $\delta\rho$; ঘনত্বৰ এই পৰিৱৰ্তনৰ ফলত সেই অংশৰ δp পৰিমাণে চাপৰো পৰিৱৰ্তন ঘটে। চাপ হৈছে প্ৰতি একক পৰিমাণৰ কালিত বলৰ পৰিমাণ। গতিকে স্প্ৰিং এডালত হোৱাৰ নিচিনাকৈ **আলোড়নৰ সমানুপাতিকভাৱে এটা প্ৰত্যানয়নী বলৰ** (restoring force) **সৃষ্টি হয়**। এইক্ষেত্ৰত বায়ুৰ সেই অংশৰ ঘনত্বৰ পৰিৱৰ্তনেই স্প্ৰিং এডালৰ সংকোচন প্ৰসাৰণৰ লেখিয়া হৈ পৰে। কোনো এটা অংশ সংকুচিত হ'লে তাত থকা অণুসমূহ যথেষ্ট ওচৰা-ওচৰি হয় লগতে সেই অণুবোৰে দুয়োপিনে থকা অংশৰ পিনলৈ গতি কৰিবলৈ লয়। তেতিয়া সেই দুয়ো অংশত ঘনত্ব বাঢ়ে আৰু তেনেদৰে তাত সংকোচন সৃষ্টি হয়। ফলত পূৰ্বৰ অংশটোৰ বায়ু পাতল হৈ পৰে। অৰ্থাৎ তাত প্ৰসাৰণ সৃষ্টি হয়। তেতিয়া সেই অংশটোলৈ দাঁতিকাষৰ পৰা বায়ু বৈ আহে; আৰু তেনেদৰে প্ৰসাৰণটো নিকটৱৰ্তী অংশলৈ গতি কৰে। এইদৰে সংকোচন আৰু প্ৰসাৰণ বায়ুৰ এটা অংশৰ পৰা আন এটা অংশলৈ গতি কৰি থাকে। অন্য ভাষাত আলোড়নটো সংকোচন প্ৰসাৰণ হিচাপে বায়ু মাধ্যমৰ মাজেদি সঞ্চাৰিত হৈ থাকে।

কঠিন পদাৰ্থ মাধ্যমৰ বেলিকাও একে কথাই প্ৰযোজ্য হয়। স্ফটিকীয় কঠিন পদাৰ্থত পৰমাণুবোৰ বা পৰমাণুৰ থুপবোৰ পৰ্যাবৃত্ত জালিত সজ্জিত হৈ থাকে। তাত চৌপিনৰ অণুবোৰে প্ৰয়োগ কৰা বলৰ প্ৰভাৱত প্ৰতিটো পৰমাণু অথবা পৰমাণু থুপ সাম্যাৱস্থাত থাকে। আনবোৰ পৰমাণু নিজৰ স্থানতে ৰাখি কোনো এটা পৰমাণুক যদি নিজৰ স্থানৰ পৰা বিচ্যুত কৰা হয়, তেন্তে তাত স্প্ৰিং এডালত সৃষ্টি হোৱাৰ নিচিনাকৈ প্ৰত্যানয়নী বলৰ উদ্ভৱ হয়— স্ফটিকীয় জালিত থকা পৰমাণুবোৰ যেন স্প্ৰিং এডালৰ এটা মূৰ আৰু প্ৰতিযোৰ পৰমাণুৰ মাজত যেন একোডাল স্প্ৰিংহে আছে।

এই অধ্যায়ৰ পিছৰ অনুচ্ছেদবিলাকত আমি তৰংগৰ বিভিন্ন বৈশিষ্ট্যমূলক ধৰ্মৰ কথা আলোচনা কৰিম।

15.2 অনুপ্ৰস্থ আৰু অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ (Transverse and Longitudinal Waves)

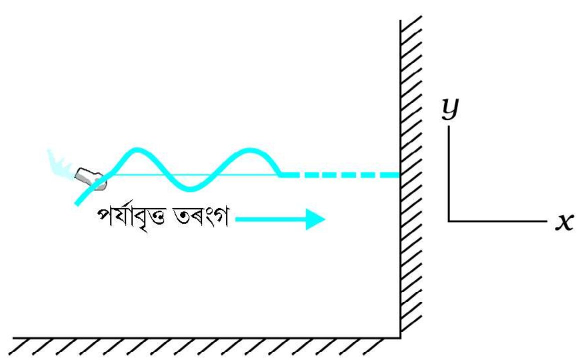
যান্ত্ৰিক তৰংগৰ গতি যে মাধ্যমৰ উপাদানসমূহৰ কম্পনৰ সহায়ত সৃষ্টি হয় সেই কথা বুজা গ'ল। যদি মাধ্যমৰ উপাদানসমূহৰ কম্পন তৰংগটো গতি কৰা দিশৰ লম্বভাৱে ঘটে তেন্তে তৰংগক **অনুপ্ৰস্থ তৰংগ** (transverse wave) বোলা হয়। আনহাতে যদি



চিত্ৰ 15.2 *এটা স্পন্দ টানি ৰখা তাঁৰ এডালেহি দীঘে দীঘে গতি কৰিলে (x-দিশত) তাঁৰডালৰ কণাবোৰ তল-ওপৰকৈ অৰ্থাৎ উলম্বভাৱে (y-দিশত) দুলিবলৈ ধৰে।*

উপাদানসমূহৰ কম্পন তৰংগৰ গতিৰ দিশতহে হয়, তেন্তে তেনে তৰংগক **অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ** (longitudinal wave) বোলা হয়।

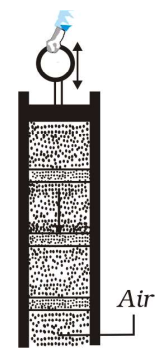
চিত্ৰ 15.2ত ৰছী এডালত সৃষ্টি হোৱা এটা অকলশৰীয়া স্পন্দ (pulse) গতি কৰি থকা দেখুওৱা হৈছে। স্পন্দটো সৃষ্টি কৰা হৈছে ৰছীডালৰ এটা মূৰ এবাৰ তল-ওপৰকৈ জোকাৰি দি। স্পন্দটোৰ আকাৰৰ তুলনাত যদি ৰছীডাল যথেষ্ট দীঘলীয়া হয় তেন্তে ৰছীডালৰ আনটো মূৰ গৈ পোৱাৰ পূৰ্বেই স্পন্দটো



চিত্ৰ 15.3 *টানি ৰখা তাঁৰ এডালেদি গতি কৰা পৰ্যাবৃত্ত (ছাইন আকৃতিক) তৰংগ অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ এটা উদাহৰণ। তাঁৰডালৰ যি অংশত তৰংগটো হৈ থাকে তাৰ একোটা কণাই তাৰ সাম্যৱস্থান সাপেক্ষে দোলে। সেই দোলন তৰংগৰ সঞ্চাৰণৰ দিশত লম্ব।*

অৱমন্দিত হৈ নিশ্চিহ্নপ্ৰায় হ'ব। ফলত সিটো মূৰৰ পৰা স্পন্দটো প্ৰতিফলিত নহ'বই বুলিব পাৰি।

চিত্ৰ 15.3 তো একেধৰণৰ অৱস্থাকে দেখা গৈছে। অৱশ্যে এই চিত্ৰত ৰছীডালৰ এটা মূৰ বাহ্যিক কাৰকটোৱে অনবৰত পৰ্যাবৃত্তভাৱে তল-ওপৰকৈ লৰাই আছে। সেয়ে হ'লে ৰছীডালত এটা ছাইনুছয়ডীয় (sinusoidal) (ছাইন আকৃতিক) তৰংগৰ সৃষ্টি হ'ব। উভয়ক্ষেত্ৰতে তৰংগটো ৰছীডালেদি গতি কৰি থাকোতে ৰছীডালৰ উপাদানসমূহ সাম্য অৱস্থান সাপেক্ষে দুলি থাকে। সেই দোলন তৰংগটোৰ গতিৰ লম্ব দিশত ঘটে। সেয়ে ই এটা অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ উদাহৰণ।



চিত্ৰ 15.4 *পিষ্টনটো অগা-পিছা কৰি বায়ুপূৰ্ণ নলীত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ (শব্দ) সৃষ্টি কৰা হৈছে। বায়ুভাগ তৰংগ সঞ্চাৰণৰ সমান্তৰাল দিশত দোলে।*

আমি তৰংগ এটাক দুই ধৰণে চাব পাৰো ঃ প্ৰথমতে সময়ৰ কোনো মুহূৰ্তত তৰংগটো স্থান সাপেক্ষে চিত্ৰিত কৰিব পাৰো। তেনেদৰে আমি তৰংগটোৰ এটা সামগ্ৰিক আকৃতি দেখা পাব পাৰো। আন এটা ধৰণ এনেকুৱা— ৰছীডালৰ কোনো অৱস্থানত মনোযোগ স্থিৰ কৰি লৈ সময় সাপেক্ষে তাৰ দোলন গতি লক্ষ্য কৰিব পাৰো।

চিত্ৰ 15.4ত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ প্ৰকৃতি দেখুওৱা হৈছে— যাৰ চিনাকি উদাহৰণ হৈছে শব্দ তৰংগৰ সঞ্চাৰণ। চিত্ৰত এডাল দীঘল, বায়ুপূৰ্ণ নলী দেখা গৈছে। নলীডালৰ এমূৰে এটা পিষ্টন। পিষ্টনটো হঠাতে আগলৈ ঠেলি পিছ মুহূৰ্ততে ওচৰ ফাললৈ টানিলে

বায়ুখিনিত সংকোচন আৰু প্ৰসাৰণৰ এটা স্পন্দ সৃষ্টি হ'ব। সংকোচনত বায়ুখিনিৰ ঘনত্ব বাঢ়ে আৰু প্ৰসাৰণত কমে। পিষ্টনটো যদি পৰ্যাবৃত্তভাৱে অবিৰাম টনা-ঠেলা কৰি থকা হয় তেন্তে কি হ'ব— তাত এটা ছাইনুছয়ডীয় বা ছাইন আকৃতিক তৰংগৰ সৃষ্টি হ'ব; সেই তৰংগটো নলীডালৰ দীঘৰ দিশত সঞ্চাৰিত হ'ব। এয়া অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ এটা উদাহৰণ।

অনুপ্ৰস্থই হওক নতুবা অনুদৈৰ্ঘ্যই হওক, ওপৰত আলোচনা কৰা তৰংগসমূহ মাধ্যমৰ এটা অংশৰ পৰা আন এটা অংশলৈ গতি কৰে। সেয়ে তেনেবোৰ তৰংগক গতিশীল বা **প্ৰগামী তৰংগ** (progressive wave) বোলা হয়। অৱশ্যে মন কৰিব লাগিব, ইতিমধ্যে কোৱাৰ দৰে তৰংগৰ লগতে পদাৰ্থ মাধ্যমটোৱে গতি নকৰে। পানীৰ নিজৰা এটাত পানীখিনিৰ সামগ্ৰিক সঞ্চালন হয়। আনহাতে পানীপৃষ্ঠৰ তৰংগত আলোড়নৰ সঞ্চালন হয়, পানীখিনিৰ নহয়। একেদৰে, বতাহ বলোতে বায়ুখিনি বৈ যায়, কিন্তু বায়ুৰ মাজেদি শব্দ তৰংগ গতি কৰিলে বায়ুখিনি স্থিৰ হৈ থাকে, শব্দ তৰংগৰ আলোড়নবোৰহে বায়ু মাধ্যমত চাপৰ পৰিৱৰ্তনৰ ৰূপত গতি কৰে।

যান্ত্ৰিক তৰংগবোৰৰ সৈতে মাধ্যমৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ সম্বন্ধ আছে। অনুপ্ৰস্থ তৰংগত মাধ্যমৰ কণাবোৰ তৰংগটোৰ গতিৰ লম্বদিশত কঁপে; ফলত মাধ্যমৰ আকৃতিৰ পৰিৱৰ্তন ঘটে। তাৰ অৰ্থ হ'ল, মাধ্যমৰ উপাদানবোৰৰ ৰূপ বিকৃতি ঘটে। কঠিন পদাৰ্থ আৰু ৰছীয়ে ৰূপ বিকৃতি বহন কৰিব পাৰে। তৰলৰ নিজা আকৃতি নাই; সেয়ে তৰলৰ ৰূপবিকৃতি নঘটে। এইবাবে কঠিন মাধ্যম আৰু টানি ৰখা ৰছীত অনুপ্ৰস্থ তৰংগ সম্ভৱ হয়। কঠিন আৰু তৰল উভয়েৰে আয়তন স্থিতিস্থাপকতা আছে। অৰ্থাৎ সিবিলাকে সংকোচন বিকৃতি বহন কৰিব পাৰে। অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ সংকোচন প্ৰতিচাপৰ (চাপ) সৈতে জড়িত; সেয়ে অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ কঠিন আৰু তৰল উভয় মাধ্যমৰ মাজেদি সঞ্চাৰিত হয়। তীখাৰ দণ্ড এডালৰ আয়তন আৰু ৰূপ স্থিতিস্থাপকতা উভয়ে আছে। সেইবাবে ই অনুদৈৰ্ঘ্য আৰু অনুপ্ৰস্থ দুয়ো ধৰণৰ তৰংগকে সঞ্চাৰিত হ'বলৈ দিয়ে। আনহাতে বায়ু মাধ্যমে কেৱল অনুদৈৰ্ঘ্য চাপ তৰংগহে (শব্দ) সঞ্চাৰণ কৰে। মন কৰিব লাগিব যে তীখাৰ দণ্ডডালৰ নিচিনা মাধ্যমত অনুদৈৰ্ঘ্য আৰু অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ বেগ ভিন ভিন; কিয়নো, তৰংগ দুবিধ দুটা ভিন ভিন প্ৰকৃতিৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ ফলতহে উদ্ভৱ হয়।

▶**উদাহৰণ 15.1** তলত কেইটামান তৰংগ গতিৰ উদাহৰণ দিয়া হৈছে। প্ৰতিক্ষেত্ৰতে তৰংগটো অনুপ্ৰস্থ, নে অনুদৈৰ্ঘ্য নে দুয়োটাই, উল্লেখ কৰা।

(ক) অনুদৈৰ্ঘ্য স্প্ৰিং এডালৰ এটা মূৰ এদাঁতিলৈ টানি নি এৰি দিলে যি ভাঁজ (kink) সৃষ্টি হয় তাৰ গতি।

(খ) জুলীয়া পদাৰ্থ ভৰোৱা চুঙা এটাত পিষ্টনটো অগা-পিছা কৰিলে সৃষ্টি হোৱা তৰংগ।

(গ) পানীৰ ওপৰেদি চলি গৈ থকা যন্ত্ৰচালিত নাও এখনে সৃষ্টি কৰা তৰংগ।

(ঘ) কম্পনশীল কোৱাৰ্টজ স্ফটিক এটাই বায়ুত সৃষ্টি কৰা অতিশব্দ তৰংগ।

উত্তৰ ঃ (ক) অনুপ্ৰস্থ আৰু অনুদৈৰ্ঘ্য

(খ) অনুদৈৰ্ঘ্য

(গ) অনুপ্ৰস্থ আৰু অনুদৈৰ্ঘ্য

(ঘ) অনুদৈৰ্ঘ্য

15.3 প্ৰগামী তৰংগত সৰণৰ প্ৰকাশ ৰাশি (Displacement Relation in a Progressive Wave)

প্ৰগামী তৰংগ এটাক গাণিতিকভাৱে বুজিবলৈ অৱস্থান x আৰু সময় t উভয়ৰে ফলন এটাৰ আৱশ্যক। ফলনটোৱে কোনো মুহূৰ্তত তৰংগটোৰ আকৃতি কি ধৰণৰ হ'ব বুজাব লাগিব। লগতে ফলনটোৱে প্ৰতিটো

নিৰ্দিষ্ট স্থানত মাধ্যমৰ উপাদানবোৰৰ গতিবো বিৱৰণ দিব পাৰিব লাগিব। যদি আমি চিত্ৰ 15.3 ত দেখুওৱাৰ নিচিনা এটা গতিশীল ছাইনুছয়ডীয় তৰংগ বুজাব বিচাৰো তেন্তে সংশ্লিষ্ট ফলনটোও ছাইনুছয়ডীয় হ'ব লাগিব। সহজ কৰিববলৈ আমি তৰংগটো অনুপ্ৰস্থ বুলি ধৰি লওঁহক। যদি x- এৰে মাধ্যমৰ উপাদানৰ অৱস্থান সূচোৱা হয়, তেন্তে সাম্য অৱস্থানৰ পৰা তাৰ সৰণ y-ৰে বুজাব পৰা যায়। তেতিয়াহ'লে ছাইনুছয়ডীয় গতিশীল তৰংগ এটা এনেদৰে বুজাব পাৰি—

$$y(x,t) = a\sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.2)$$

ইয়াত ছাইন ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰত থকা ϕ পদটোৱে সমাৰ্থকভাৱে বুজায় যে আমি ছাইন আৰু ক'ছাইন ফলনৰ এটা ৰৈখিক সংযুতিহে লৈছো। অৰ্থাৎ—

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t) + B\cos(kx - \omega t) \quad (15.3)$$

সমীকৰণ (15.2) আৰু (15.3) ৰ পৰা,

$$a = \sqrt{A^2 + B^2} \text{ আৰু } \phi = \tan^{-1}\left(\frac{B}{A}\right)$$

সমীকৰণে (15.2) এটা ছাইনুছয়ডীয় তৰংগ বুজায়; তাকে বুজিবৰ কাৰণে এটা নিৰ্দিষ্ট ক্ষণ বিবেচনা কৰা হওঁক। ধৰা হ'ল, সেয়া $t = t_0$, তেতিয়া সমীকৰণ (15.2) ৰ ছাইন ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰ হ'বগৈ kx + ধ্ৰুৱক। এনেদৰে কোনো মুহূৰ্তত x ৰ ফলন হিচাপে তৰংগটোৰ ৰূপ হ'ব এটা ছাইন তৰংগ। আকৌ, এটা নিৰ্দিষ্ট অৱস্থান (ধৰা হ'ল, $x = x_0$) লোৱা হওক। তেতিয়া সমীকৰণ (15.2) ৰ ছাইন ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰটো ধ্ৰুৱক হ'ব; সি হ'ব -ωt এনেদৰে কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট অৱস্থানত সৰণ y সময়ৰ সৈতে ছাইনুছয়ডীয় ৰূপে সলনি হৈ থাকিব। অৰ্থাৎ মাধ্যমৰ ভিন ভিন অৱস্থানত থকা উপাদানসমূহে সৰল পৰ্যাবৃত্ত গতিত দুলি থাকিব। শেষত সময় বাঢ়ি যোৱাৰ লগে লগে x ও ধনাত্মক দিশত বাঢ়ি যাবই, যাতে $kx - \omega t + \phi$ ধ্ৰুৱক হৈ থাকে।

মুঠতে সমীকৰণ (15.2) য়ে x-অক্ষত ধনাত্মক দিশত গতি কৰি থকা এটা ছাইনুছয়ডীয় (পৰ্যাবৃত্ত) তৰংগ বুজায়। আনহাতে কিন্তু

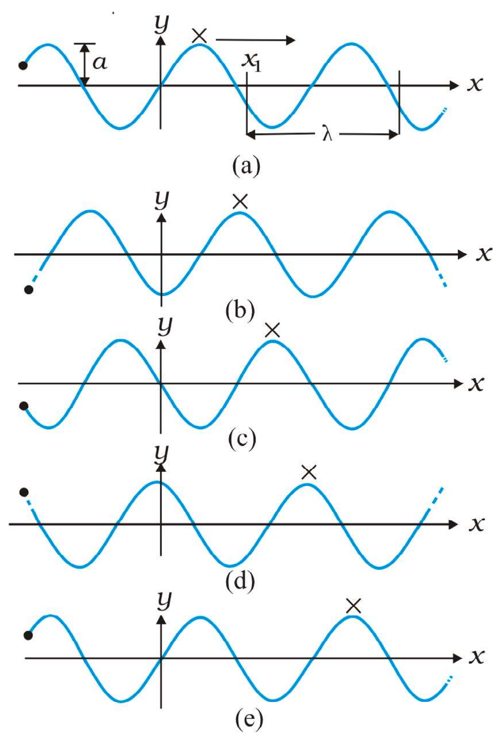
$$y(x,t) = a\sin(kx + \omega t + \phi) \qquad (15.4)$$

সমীকৰণটোৱে x-অক্ষত ঋণাত্মক দিশতহে গতি কৰি থকা তৰংগ বুজায়। চিত্ৰ (15.5) ত সমীকৰণ (15.2) ত থকা বিভিন্ন ভৌতিক ৰাশিৰ পৰিচয় দিয়া হৈছে ঃ

$y(x,t)$	ঃ	স্থান x আৰু সময় t ৰ ফলনৰ ৰূপত সৰণ
a	ঃ	তৰংগ এটাৰ বিস্তাৰ
ω	ঃ	তৰংগটোৰ কৌণিক কম্পনাংক
k	ঃ	কৌণিক তৰংগ সংখ্যা
$kx–\omega t+f$	ঃ	প্ৰাৰম্ভিক দশা কোণ ($a+x = 0, t = 0$)

চিত্ৰ 15.5 *চিত্ৰ (15.2)ত থকা প্ৰতীকসমূহৰ অৰ্থ।*

চিত্ৰ 15.6 ত সময়ৰ সমান সমান অন্তৰাল লৈ সমীকৰণ (15.2) ৰ লেখ দেখুওৱা হৈছে। তৰংগ এটাত তৰংগ শীৰ্ষ হৈছে ধনাত্মক দিশত সৰ্বাধিক সৰণ আৰু তৰংগখাদ হৈছে ঋণাত্মক দিশত সৰ্বাধিক সৰণ। তৰংগ কেনেদৰে গতি



চিত্ৰ 15.6 *বেলেগ বেলেগ সময়ত ধনাত্মক x- দিশত গতি কৰি থকা এটা পৰ্যাবৃত্ত তৰংগ।*

কৰে সেই কথা বুজিবৰ উদ্দেশ্যে আমি কোনো এটা তৰংগ শীৰ্ষৰ ওপৰত দৃষ্টি স্থিৰ কৰি লৈ সিনো সময়ৰ লগে লগে কেনেদৰে আগবাঢ়ি যায় লক্ষ্য কৰি থাকিব পাৰো। চিত্ৰত তৰংগ শীৰ্ষটো পূৰণ চিন (×) দি দেখুওৱা হৈছে। এনেদৰে আমি কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট অৱস্থানত মাধ্যমৰ এটা নিৰ্দিষ্ট কণাৰ গতি লক্ষ্য কৰিব পাৰো; সেই নিৰ্দিষ্ট অৱস্থান x-অক্ষত মূলবিন্দুও হ'ব পাৰে। তাক এটা স্পষ্ট ডটেৰে (•) দেখুওৱা হৈছে। চিত্ৰত দেখা গৈছে যে মূলবিন্দুত থকা উক্ত ডট (•) টোৱে সময়ৰ সৈতে পৰ্যাবৃত্তভাৱে গতি কৰি থাকে, অৰ্থাৎ তৰংগটো গতি কৰি থকাৰ লগে লগে মূলবিন্দুত থকা কণাটোও তাৰ সাম্য অৱস্থান সাপেক্ষে (তল-ওপৰকৈ) দুলি থাকে। এই কথাটো অন্যান্য অৱস্থানত থকা কণাবোৰৰ ক্ষেত্ৰতো সত্য। দেখা যায় যে ডটটোৱে এটা দোলন সম্পূৰ্ণ কৰা সময়ছোৱাৰ ভিতৰত তৰংগ শীৰ্ষটোৱে এটা নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে।

চিত্ৰ 15.6 ৰ লেখচিত্ৰসমূহ ব্যৱহাৰ কৰি আমি সমীকৰণ (15.2) ত থকা বিভিন্ন ৰাশিসমূহৰ সংজ্ঞা নিৰ্ধাৰণ কৰিব পাৰো।

15.3.1 বিস্তাৰ আৰু দশা (Amplitude and Phase)

সমীকৰণ (15.2) লৈ মন কৰিলে দেখা যায়, যিহেতু ছাইন ফলনৰ মান +1 ৰ পৰা –1ৰ মাজত থাকে, সৰণ $y\ (x,t)$ ৰ মানো $+a$ আৰু $-a$ ৰ মাজত থাকে। a ক ধনাত্মক ধ্ৰুৱক বুলি ধৰি ল'ব পাৰি। a য়ে সাম্য অৱস্থাৰ পৰা মাধ্যমৰ কণিকাসমূহৰ সৰ্বোচ্চ সৰণ সূচায়। মন কৰিব লাগিব যে সৰণ y ধনাত্মকো হ'ব পাৰে, ঋণাত্মকো হ'ব পাৰে; কিন্তু a সদায় ধনাত্মক। a ক তৰংগটোৰ **বিস্তাৰ** (amplitude) বোলা হয়। সমীকৰণ (15.2) ৰ ছাইন ফলনৰ স্বতন্ত্ৰ চৰত থকা ($kx - \omega t + \phi$) ৰাশিটো হৈছে তৰংগটোৰ **দশা** (phase)। বিস্তাৰ a জনা থাকিলে দশাই কোনো মুহূৰ্তত কোনো এক অৱস্থানত তৰংগটোৰ সৰণ কিমান তাক নিৰূপণ কৰিব পাৰে। স্পষ্টতঃ $x = 0$ আৰু $t = 0$ ত দশা হৈছে ϕ; সেয়ে ϕ ক **প্ৰাৰম্ভিক দশাকোণ** বোলা হয়। মূলবিন্দু (x-অক্ষত) আৰু প্ৰাৰম্ভিক সময় সুবিধাজনকভাৱে ধৰি লৈ ϕ ৰ মান 0 কৰিব পাৰি। সেই অনুযায়ী সমীকৰণ (15.2) ত $\phi = 0$ কৰি লোৱাত কোনো বিসংগতি নাথাকে।

15.3.2 তৰংগ দৈৰ্ঘ্য আৰু কৌণিক তৰংগ সংখ্যা (Wavelength and Angular Wave Number)

কোনো তৰংগৰ একে দশাত থকা দুটা বিন্দুৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্বই হৈছে তৰংগ দৈৰ্ঘ্য (wavelength)। তৰংগ দৈৰ্ঘ্যক সাধাৰণতে λ আখৰেৰে বুজোৱা হয়। একে দশাৰ বিন্দু হিচাপে আমি তৰংগশীৰ্ষ বা তৰংগখাদকে ল'ব পাৰো। তেতিয়া দুটা সন্নিহিত তৰংগশীৰ্ষ বা তৰংগখাদৰ মাজৰ দূৰত্বই হ'ব এটা তৰংগদৈৰ্ঘ্য। সমীকৰণ (15.2)ত $\phi = 0$ ধৰিলে $t = 0$ সময়ত সৰণ হ'ব—

$$y(x,0) = a\sin kx \qquad (15.5)$$

যিহেতু প্ৰতি 2π কোণৰ অন্তৰে অন্তৰে ছাইন ফলনৰ মানৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে, আমি পাওঁ,

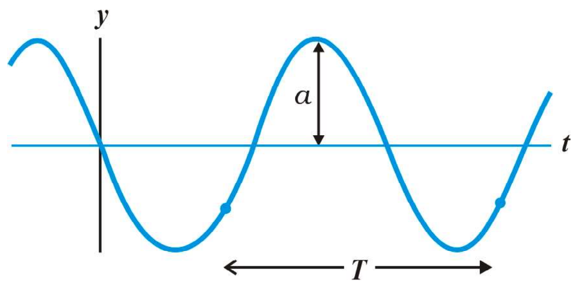
$$\sin kx = \sin(kx + 2n\pi) = \sin k\left(x + \frac{2n\pi}{k}\right)$$

ইয়াৰ পৰা দেখা গ'ল যে x আৰু $x + \dfrac{2n\pi}{k}$ বিন্দুবোৰত থকা কণাসমূহৰ সৰণ সমান হ'ব।

ইয়াত $n = 1,2,3,...$। কোনো মুহূৰ্তত একে সৰণযুক্ত দুটা বিন্দুৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব $n = 1$ ধৰিলেই পোৱা যায়। তেতিয়া λ হ'ব

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \text{নতুবা} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (15.6)$$

k ক কৌণিক তৰংগ সংখ্যা বা সঞ্চাৰণ ধ্ৰুৱক বোলে। ইয়াৰ এছ আই একক ৰেডিয়ান প্ৰতি মিটাৰ চমুকৈ (rad m^{-1})।



চিত্ৰ 15.7 *তৰংগটো ওপৰেদি পাৰ হৈ যোৱাৰ পৰত তাঁৰডালৰ স্থিৰ কণা একোটাৰ দোলন ঘটে; দোলনৰ বিস্তাৰ a আৰু পৰ্যায়কাল T।*

15.3.3 পৰ্যায়কাল, কৌণিক কম্পনাংক আৰু কম্পনাংক (Period, Angular Frequency and Frequency)

চিত্ৰ 15.7 ত পুনৰ এটা ছাইনুছয়ডীয় লেখ দেখুওৱা হৈছে। লেখটোৱে অকল যে কোনো মুহূৰ্তত তৰংগটোৰ আকৃতিহে দেখুৱাইছে তেনে নহয়— লগতে কোনো অৱস্থানত মাধ্যমৰ উপাদানৰ (কণাৰ) সৰণক সময়ৰ ফলন হিচাপেও দেখুৱাইছে।

সহজতে বুজিবলৈ হ'লে সমীকৰণ (15.2) ত $\phi = 0$ ধৰি $x = 0$ অৱস্থানত থকা কণাটোৱে কেনেদৰে গতি কৰে লক্ষ্য কৰিব পাৰি। তেতিয়া পোৱা যাব,

$$y(0,t) = a\sin(-\omega t) = -a\sin\omega t$$

মাধ্যমৰ কোনো কণিকাই এটা দোলন সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ যিমান সময়ৰ প্ৰয়োজন সেয়া তৰংগটোৰ **পৰ্যায়কাল** বা **দোলন কাল** (time period), অৰ্থাৎ

$$-a\sin\omega t = -a\sin\omega(t+T)$$
$$= -a\sin(\omega t + \omega T)$$

যিহেতু প্ৰতি 2π কোণৰ ব্যৱধানত ছাইন ফলনৰ পুনৰাবৃত্তি ঘটে, সেয়ে

$$\omega T = 2\pi \quad \text{or} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad (15.7)$$

ইয়াত ωক তৰংগটোৰ **কৌণিক কম্পনাংক** (angular frequency) বোলা হয়। ইয়াৰ এছ আই একক হৈছে ৰেডিয়ান প্ৰতি ছেকেণ্ড (rad s^{-1})। কম্পনাংক ν হৈছে প্ৰতি ছেকেণ্ডত দোলনশীল কণাটোৱে সম্পূৰ্ণ কৰা দোলনৰ সংখ্যা। সেয়ে,

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad (15.8)$$

ν ৰ প্ৰচলিত একক হাৰ্টজ (hertz)।

ওপৰৰ আলোচনাত সকলো ক্ষেত্ৰতে ৰছী এডালেদি গতি কৰা অৰ্থাৎ অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ প্ৰসংগহে উল্লেখ কৰি অহা হৈছে। অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগত মাধ্যমৰ কণিকাৰ সৰণ তৰংগৰ গতিৰ দিশৰ সমান্তৰাল দিশত ঘটে। সমীকৰণ (15.2) ত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ এটাৰ সৰণৰ ফলনটো এনেদৰে লিখা হয়,

$$s(x, t) = a\sin(kx - \omega t + \phi) \qquad (15.9)$$

ইয়াত $s(x, t)$ হৈছে তৰংগটোৰ সঞ্চাৰণৰ দিশত x অৱস্থানত আৰু t সময়ত মাধ্যমৰ কণিকা এটাৰ সৰণ। a য়ে সৰণৰ বিস্তাৰ বুজাইছে। অন্যান্য ৰাশিবোৰৰো অৰ্থ অনুপ্ৰস্থ তৰংগত থকা অনুৰূপ ৰাশিবোৰৰ সৈতে একেই, কেৱল সৰণৰ ফলনটো $y(x, t)$ ৰ সলনি এইক্ষেত্ৰত $s(x, t)$ লিখা হৈছে।

▶**উদাহৰণ 15.2** ৰছী এডালেদি গতি কৰি থকা তৰংগ এটা এনেধৰণৰ ঃ

$y(x, t) = 0.005 \sin(80.0\, x - 3.0\, t)$,

ইয়াত সাংখ্যিক ধ্ৰুৱকসমূহ এছ আই এককত আছে। তৰংগটোৰ (ক) বিস্তাৰ, (খ) তৰংগদৈৰ্ঘ্য আৰু (গ) পৰ্যায়কাল আৰু কম্পনাংক হিচাপ কৰি উলিওৱা। লগতে $x = 30.0$ cm আৰু $t = 20$ s ত তৰংগটোৰ সৰণ y হিচাপ কৰা।

উত্তৰ ঃ প্ৰদত্ত সৰণ সমীকৰণটোক সমীকৰণ (15.2) ৰ লগত ৰিজাই আমি পাওঁ—

(ক) তৰংগটোৰ বিস্তাৰ হ'ব 0.005 m = 5 mm.

(খ) কৌণিক তৰংগ সংখ্যা k আৰু কৌণিক কম্পনাংক ω হ'ব ক্ৰমে

$k = 80.0 \ \ m^{-1}$ আৰু $\omega = 3.0 \ s^{-1}$

এতিয়া, $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{80.0 \ m^{-1}}$

$= 7.85$ cm

(গ) T আৰু ω ৰ সম্বন্ধ হৈছে,

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3.0 \ s^{-1}}$$

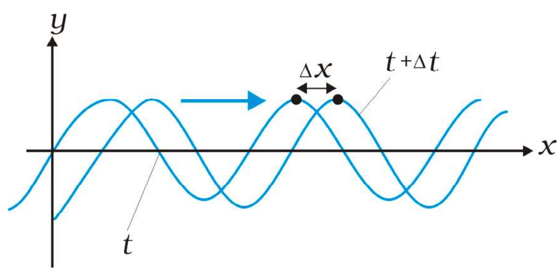
$= 2.09$ s

আৰু কম্পনাংক $\nu = \frac{1}{T} = 0.48$ হাৰ্টজ। $x = 30.0$ cm আৰু $t = 20$ s ত সৰণৰ মান হ'ব

$$y = (0.005 \text{ m}) \sin (80.0 \times 0.3 - 3.0 \times 20)$$
$$= (0.005 \text{ m}) \sin (-36 + 12\pi)$$
$$= (0.005 \text{ m}) \sin (1.699)$$
$$= (0.005 \text{ m}) \sin (97^0) \simeq 5 \text{ mm}$$

15.4 গতিশীল তৰংগৰ দ্ৰুতি (Speed of a Travelling Wave)

গতিশীল তৰংগৰ দ্ৰুতি নিৰূপণ কৰিবলৈ হ'লে আমি তৰংগটোৰ কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুত দৃষ্টি ৰাখি (দশাৰ কোনো মান বিবেচনা কৰি) সময় সাপেক্ষে বিন্দুটো কেনেদৰে গতি কৰে তাক লক্ষ্য কৰিব পাৰো। তাৰ বাবে তৰংগ শীৰ্ষ এটাৰ গতি লক্ষ্য কৰাটোৱেই সুবিধাজনক। চিত্ৰ 15.8 ত নিচেই কম সময়ৰ ব্যৱধানৰ দুটা মুহূৰ্তত তৰংগটোৰ আকৃতি কেনেকুৱা দেখুওৱা হৈছে। ধৰা হ'ল, সময়ৰ ব্যৱধান Δt ত দেখা গৈছে যে তৰংগৰ চানেকিটোৱে সোঁফাললৈ (অৰ্থাৎ x-অক্ষত ধনাত্মক দিশত) Δx পৰিমাণৰ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিছে। বিশেষকৈ ডট্ চিনেৰে (.) দেখুওৱা তৰংগশীৰ্ষটো Δt সময়ত Δx দূৰত্বলৈ আঁতৰি গৈছে। গতিকে তৰংগটোৰ দ্ৰুতি হ'ব $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ ডট্ (.) চিনটো তৰংগটোৰ অন্য কোনো দশাত থকা বিন্দুতো দিব পাৰি। সিও একে দ্ৰুতিৰেই (v) গতি কৰিব; অন্যথাই তৰংগৰ চানেকিটো একে হৈ নাথাকিব। তৰংগটোৰ ওপৰৰ কোনো এক নিৰ্দিষ্ট দশা বিশিষ্ট বিন্দুৰ গতিৰ সমীকৰণ হ'ব



চিত্ৰ **15.8** *t মুহূৰ্তৰ পৰা $t + \Delta t$ মুহূৰ্তৰ ভিতৰত পৰ্যাবৃত্ত তৰংগ এটা কেনেদৰে আগবাঢ়ে। (Δt সময়ৰ অতি ক্ষুদ্ৰ অংশ) তৰংগৰ আৰ্হিটো সামগ্ৰিকভাৱে সোঁফাললৈ চ্যুত হয়। Δt সময়ৰ ভিতৰত তৰংগশীৰ্ষটো (বা নিৰ্দিষ্ট দশাৰ যিকোনো বিন্দু) Δx পৰিমাণে সোঁফাললৈ গতি কৰে।*

$$kx - \omega t = \text{ধ্ৰুৱক} \qquad (15.10)$$

সময় (t) সলনি হ'লে নিৰ্দিষ্ট দশা বিশিষ্ট বিন্দুটোৰ অৱস্থানৰ (x) পৰিৱৰ্তন হ'বই লাগিব, তেতিয়াহে দশা একে থাকিব। অৰ্থাৎ

$$kx - \omega t = k(x+\Delta x) - \omega(t+\Delta t)$$

বা $k \ \Delta x - \omega \ \Delta t = 0$

যদি Δx আৰু Δt অত্যন্ত কম মানৰ হয়, তেন্তে

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k} = v \qquad (15.11)$$

ω ক T ৰ সৈতে আৰু k ক λ ৰ সৈতে সংযুক্ত কৰিলে পোৱা যাব। যিহেতু, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ আৰু $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, গতিকে (15.12) সমীকৰণৰ পৰা তৰংগৰ বেগ

$$v = \frac{\lambda}{T} \qquad (15.12)$$

সমীকৰণ (15.12) সকলো ধৰণৰ প্ৰগামী তৰংগ বুজোৱা এটা সাধাৰণ সমীকৰণ। ইয়াৰ পৰা দেখা যায়, মাধ্যমৰ যিকোনো কণাই এটা দোলন সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ যি সময় লয় সেই সময়ৰ ভিতৰত তৰংগ চানেকিটোৱে এক তৰংগদৈৰ্ঘ্যৰ সমান দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে।

মন কৰিব লাগিব যান্ত্ৰিক তৰংগৰ দ্ৰুতি নিৰূপণ কৰা হয় মাধ্যমটোৰ জড়তা আৰু স্থিতিস্থাপকতা ধৰ্মৰ দ্বাৰা।

ইয়াত জড়তা বোলোতে তাঁৰৰ ক্ষেত্ৰত একক দৈৰ্ঘ্যৰ ভৰ আৰু সাধাৰণ ক্ষেত্ৰত ভৰ ঘনত্ব বুজাইছে। স্থিতিস্থাপক ধৰ্ম বোলোতে স্থিতিস্থাপক গুণাংক বুজোৱা হৈছে। তৰংগৰ দ্ৰুতি মাধ্যমৰ প্ৰকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। সমীকৰণ (15.12)টো নিৰ্দিষ্ট এক তৰংগ বেগৰ কাৰণে তৰংগদৈৰ্ঘ্য আৰু কম্পনাংকৰ মাজৰ সম্বন্ধ বা প্ৰকাশ ৰাশি। পূৰ্বতে উল্লেখ কৰি অহা হৈছে যে একেটা মাধ্যমতে অনুপ্ৰস্থ তৰংগয়ো গতি কৰিব পাৰে, অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগয়ো গতি কৰিব পাৰে। অৱশ্যে দুয়ো প্ৰকাৰৰ তৰংগৰ দ্ৰুতি ভিন ভিন হয়। এই অধ্যায়ৰ পিছৰফালে আমি কোনো মাধ্যমত যান্ত্ৰিক তৰংগৰ দ্ৰুতিৰ প্ৰকাশ ৰাশি উলিয়াম।

15.4.1 টানি বন্ধা তাঁৰত অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ দ্ৰুতি (Speed of a Transverse Wave on Stretched String)

যান্ত্ৰিক তৰংগ কোনো মাধ্যমেদি গতি কৰোতে সেই মাধ্যমত এটা আলোড়ন (disturbance) সৃষ্টি হয়। ই মাধ্যমটোত এটা প্ৰত্যানয়নী বলৰ জন্ম দিয়ে। তৰংগটোৰ দ্ৰুতি এই প্ৰত্যানয়নী বল আৰু মাধ্যমটোৰ জড়তা ধৰ্মৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। ইয়াত জড়তা ধৰ্ম বুলি ভৰ ঘনত্বক বুজোৱা হৈছে। তৰংগৰ দ্ৰুতি প্ৰত্যানয়নী বলৰ প্ৰত্যক্ষ অনুপাতী আৰু ভৰ ঘনত্বৰ ব্যস্তানুপাতী বুলি অনুমান কৰিব পাৰি। তাঁৰ এডালেদি গতি কৰা তৰংগৰ ক্ষেত্ৰত আৱশ্যকীয় প্ৰত্যানয়নী বলৰ যোগান ধৰে তাঁৰডালত সৃষ্টি হোৱা টানে (tension)।

তাঁৰ এডালৰ বেলিকা জড়তা ধৰ্ম বুজায় তাৰ ৰৈখিক ভৰ ঘনত্বই (μ) অৰ্থাৎ তাৰ প্ৰতি একক দৈৰ্ঘ্যৰ ভৰে। এই ৰৈখিক ভৰ আৰু ঘনত্ব পোৱা যাব তাঁৰডালৰ ভৰক (m) তাৰ দীঘেৰে (L) হৰণ কৰি।

নিউটনৰ গতি সূত্ৰসমূহ প্ৰয়োগ কৰি তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা তৰংগৰ দ্ৰুতিৰ এটা যথাযথ সূত্ৰ গণনা কৰি উলিয়াব পাৰি। কিন্তু এই কিতাপৰ পৰিসৰৰ ভিতৰত তেনে কৰাৰ সুবিধা নহ'ব। সেয়ে আমি তাৰ বাবে মাত্ৰিক বিশ্লেষণ পদ্ধতিহে ব্যৱহাৰ কৰিমহঁক। আমি ইতিমধ্যেই জানো যে কেৱল মাত্ৰিক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে কেতিয়াও যথাযথ সূত্ৰ এটা উলিয়াব পৰা নাযায়। মাত্ৰিক বিশ্লেষণত মাত্ৰাহীন ধ্ৰুৱকটো সদায় অনিৰূপিত হৈ থাকি যায়।

μ ৰ মাত্ৰা $[ML^{-1}]$, T ৰ মাত্ৰা বলৰ সৈতে একে, অৰ্থাৎ $[MLT^{-2}]$, দ্ৰুতিৰ মাত্ৰা $[LT^{-1}]$ পাবৰ কাৰণে আমি এই দুটা ৰাশিৰ মাত্ৰা লগ লগাব লাগিব। সাধাৰণভাৱে লক্ষ্য কৰিলেই দেখা যায় T/μ ৰ মাত্ৰা হ'ব

$$\frac{\left[MLT^{-2}\right]}{\left[ML^{-1}\right]} = \left[L^2T^{-2}\right]$$

যদি তৰংগৰ দ্ৰুতিৰ প্ৰকাশৰ বাবে T আৰু μ য়েই উপযুক্ত ভৌতিক ৰাশি হয় তেন্তে

$$v = C\sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (15.13)$$

ইয়াত C হৈছে মাত্ৰিক বিশ্লেষণৰ অনিৰূপিত ধ্ৰুৱক। যথাযথ সূত্ৰটোত $C=1$। গতিকে টানি ৰখা তাঁৰ এডাল সৃষ্টি হোৱা অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ দ্ৰুতিৰ সূত্ৰ হৈছে

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (15.14)$$

বিশেষভাৱে মন কৰিব পাৰি যে v ৰ মান অকল T আৰু μ ৰ মানৰ ওপৰতহে নিৰ্ভৰ কৰে, তৰংগদৈৰ্ঘ্য (λ) নতুবা কম্পনাংকৰ (ν) ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে। অৱশ্যে উচ্চস্তৰৰ পাঠ্যত এনেকুৱা কেতবোৰ তৰংগ পোৱা যাব যিবোৰৰ দ্ৰুতি তৰংগটোৰ কম্পনাংকৰ ওপৰতো নিৰ্ভৰ কৰে।

মাধ্যমত তৰংগ এটাৰ দ্ৰুতি আৰু কম্পনাংক জনা থাকিলে সমীকৰণ (15.12) ৰ পৰা তৰংগদৈৰ্ঘ্য নিৰূপণ কৰিব পৰা যায়। অৰ্থাৎ

$$\lambda = \frac{\upsilon}{\nu} \quad (15.15)$$

▶ **উদাহৰণ 15.3** 0.72 m দীঘল তীখাৰ তাঁৰ এডালৰ ভৰ 5.0×10^{-3} kg। যদি তাঁৰডালত 60 N ৰ টান প্ৰয়োগ কৰা থাকে, তেন্তে তাঁৰডালত সৃষ্টি হোৱা অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ দ্ৰুতি কিমান হ'ব?

উত্তৰ ঃ তাঁৰ ডালৰ একক দৈৰ্ঘ্যৰ ভৰ

$$\mu = \frac{5.0 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{0.72\ \text{m}}$$

$$= 6.9 \times 10^{-3}\ \text{kg m}^{-1}$$

টান, $T = 60$ N

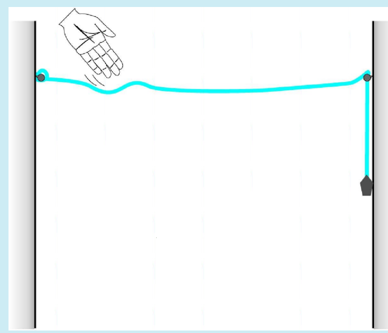
তাঁৰডালত সৃষ্টি হোৱা তৰংগৰ দ্ৰুতি

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{60\ \text{N}}{6.9 \times 10^{-3}\ \text{kg m}^{-1}}} = 93\ \text{m s}^{-1}$$

15.4.2 অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতি ঃ শব্দৰ দ্ৰুতি (Speed of a Longitudinal Wave : Speed of Sound)

অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগত মাধ্যমৰ কণিকাসমূহ তৰংগৰ গতিৰ দিশতে ইফাল-সিফালকৈ দুলি থাকে। আমি ইতিমধ্যেই বুজিছো যে শব্দ তৰংগবোৰে বায়ুৰ ক্ষুদ্ৰ আয়তনৰ ভিতৰত সংকোচন আৰু প্ৰসাৰণৰ ৰূপত গতি কৰে। আয়তন সংকোচনৰ বাবে, মাধ্যমত যি প্ৰতিচাপ সৃষ্টি

ৰছীয়েদি স্পন্দনৰ সঞ্চাৰণ



ৰছী এডালেদি স্পন্দন এটানো কেনেদৰে গতি কৰে সহজতে চাই ল'ব পাৰা। স্পন্দনটো কেনেদৰে দৃঢ় প্ৰান্ত (rigid boundary) এটাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হয় তাকো দেখা পাব পাৰিবা। লগতে স্পন্দনটোৰ বেগো নিৰূপণ কৰিব পাৰিবা। ইয়াৰ বাবে তোমাক লাগিব 1 ৰ পৰা 3 cm ব্যাসৰ এডাল ৰছী, দুটা হুক আৰু কেইটামান দগা। পৰীক্ষাটো শ্ৰেণীকোঠা নাইবা পৰীক্ষাগাৰতে কৰি চাব পাৰা।

1 ৰ পৰা 3 cm ব্যাসৰ দীঘলীয়া ৰছী এডাল অথবা মোটা তাঁৰ এডাল, কোঠালিৰ দুখন পৰস্পৰ বিপৰীত বেৰত লগাই ৰখা হুকত বান্ধি লোৱা। বেৰ দুখন 3 ৰ পৰা 5m ব্যৱধানত অৱস্থিত হ'লে ভাল। ৰছীডালৰ এটা মূৰ এটা হুকৰ ওপৰেদি পাৰ কৰি নিবা। এতিয়া সেই মূৰটোৰ পৰা কিবা দগা (1 ৰ পৰা 5 kg ওজনৰ ভিতৰৰ) ওলোমাই দিয়া।

এডাল মাৰি বা দণ্ডৰে ৰছীডালৰ এটা মূৰৰ পিনে জোৰেৰে কোবাই দিয়া। তাকে কৰিলে ৰছীডালত এটা স্পন্দ সৃষ্টি হ'ব আৰু সি ৰছীডালেদি গতি কৰিব। তেতিয়া দেখিবলৈ পাবা যে স্পন্দনটো ৰছীডালৰ সিটো মূৰলৈ গৈ তাৰ পৰা উভতি আহিব। আপতিত স্পন্দন আৰু প্ৰতিফলিত স্পন্দনৰ মাজত দশাৰ সম্বন্ধ কেনেকুৱা তাকো চাই ল'ব পাৰিবা। স্পন্দটো বিলুপ্ত হৈ পৰাৰ আগতে তাৰ দুবাৰ বা তিনিবাৰ প্ৰতিফলন ঘটা দেখিবলৈ পাবা। দুখন বেৰৰ মাজৰ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ স্পন্দনটোক কিমান সময়ৰ প্ৰয়োজন হয় ষ্টপঘড়ী এটাৰ সহায়ত নিৰ্ণয় কৰি তাৰ পৰা স্পন্দটোৰ বেগৰ মান হিচাপ কৰি উলিয়াব পৰা যাব। সমীকৰণ (15.14) ৰ সহায়ত উলিওৱা বেগৰ মানৰ সৈতে এই মানটো ৰিজাই চোৱা।

বাদ্যযন্ত্ৰৰ পাতল ধাতৰ তাঁৰটো একে কথাই খাটে। অৱশ্যে দুয়োটাৰ মাজত এটা ডাঙৰ প্ৰভেদো আছে ঃ মোটা ৰছীডালৰ তুলনাত পাতল তাঁৰডালৰ একক দৈৰ্ঘ্যৰ ভৰ বহুত কম। সেইবাবে ৰছীডালৰ তুলনাত তাঁৰ এডালত স্পন্দনৰ বেগ ভালেখিনি বেছি। ৰছীডালত সৃষ্টি হোৱা স্পন্দনৰ বেগ কম কাৰণে আমি স্পন্দনটোৰ গতি লক্ষ্য কৰিব পাৰো আৰু তাৰ বেগৰ জোখ-মাখো সুন্দৰভাৱে কৰিব পাৰো।

হ'ব তাৰ সৈতে মাধ্যমৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ আয়তন গুণাংকৰ সম্পৰ্ক আছে। সি হৈছে (অধ্যায় 9 দ্ৰষ্টব্য)

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} \qquad (15.16)$$

ইয়াত বুজোৱা হৈছে যে ΔP পৰিমাণৰ চাপৰ পৰিৱৰ্তনৰ ফলত মাধ্যমৰ V আয়তনৰ ΔV পৰিমাণে পৰিৱৰ্তন ঘটে; তেন্তে আয়তন বিকৃতি হ'ব $\frac{\Delta V}{V}$ স্থিতিস্থাপকতাৰ আয়তন গুণাংক B ৰ মাত্ৰা চাপৰ মাত্ৰাৰ সৈতে একে। এছ আই পদ্ধতিত B ৰ একক হৈছে পাস্কেল (Pascal)। কোনো তৰংগ সঞ্চাৰিত হ'বলৈ মাধ্যমৰ নিৰ্ভৰযোগ্য ধৰ্ম বুজোৱা এটা ৰাশি হৈছে তাৰ ভৰ ঘনত্ব (ρ); তাৰ মাত্ৰা ML^{-3}, B/ρ ৰ মাত্ৰা হ'ব,

$$\frac{[\mathrm{M\,L^{-1}\,T^{-2}}]}{[\mathrm{M\,L^{-3}}]} = [\mathrm{L^2\ T^{-2}}] \qquad (15.17)$$

যদি B আৰু ρ কে একমাত্ৰ নিৰ্ভৰযোগ্য ৰাশি বুলি বিবেচনা কৰা হয় তেন্তে, দ্ৰুতি

$$v = C\sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.18)$$

ইয়াতো C মাত্ৰিক বিশ্লেষণৰ অনিৰূপিত ধ্ৰুৱক। সম্বন্ধটো যথাযথভাৱে উলিয়ালে দেখা যায়, $C=1$। গতিকে কোনো মাধ্যমত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতিৰ সাধাৰণ সূত্ৰ হৈছে,

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad (15.19)$$

গোটা মাৰি এডালৰ নিচিনা ৰৈখিক মাধ্যমৰ পাৰ্শ্বীয় প্ৰসাৰণ নিচেই কম। সেয়ে তাৰ অনুদৈৰ্ঘ্য বিকৃতিহে বিবেচনা কৰিব পাৰি। এইক্ষেত্ৰত স্থিতিস্থাপকতাৰ যথোপযুক্ত গুণাংক হ'ব ইয়ং গুণাংক। ইয়াৰ মাত্ৰা আয়তন গুণাংকৰ মাত্ৰাৰ সৈতে একে। ওপৰত কৰাৰ দৰে মাত্ৰিক বিশ্লেষণৰ পৰা ইয়াৰো সমীকৰণ (15.18) ৰ দৰে এটা সম্বন্ধ পোৱা যায়। আনকি C ৰ মানো একক। এনেদৰে, গোটাদণ্ড এডালত সৃষ্টি হোৱা অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতি হ'ব

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad (15.20)$$

Y য়ে দণ্ডডালৰ পদাৰ্থৰ ইয়ং গুণাংক বুজাইছে। তালিকা 15.1ত কেইটামান মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি দেখুওৱা হৈছে।

তালিকা 15.1 কেতবোৰ মাধ্যমত শব্দৰ বেগ

মাধ্যম	বেগ ms^{-1}
গেছীয়	
বায়ু (0°C)	331
বায়ু (20°C)	343
হিলিয়াম	965
হাইড্ৰ'জেন	1284
জুলীয়া	
পানী (0°C)	1402
পানী (20°C)	1482
সাগৰৰ পানী	1522
কঠিন	
এলুমিনিয়াম	6420
তাম	3560
তীখা	5941
গ্ৰেনাইট	6000
ভালকেনাইজ্‌ড ৰবৰ	54

গেছীয় মাধ্যমতকৈ জুলীয়া আৰু কঠিন মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি বেছি। (মন কৰিব লাগিব, কঠিন মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি বোলোতে তাত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতিহে বুজোৱা হৈছে।) ইয়াৰ কাৰণনো কি? ইয়াৰ কাৰণ এই যে গেছ যিমান সহজে সংকুচিত হয়, জুলীয়া আৰু কঠিন পদাৰ্থ সিমান সহজে নহয়। সেইবোৰ মাধ্যম

সংকুচিত কৰিবলৈ যথেষ্ট টান। গতিকে জুলীয়া আৰু কঠিনৰ আয়তন গুণাংকৰ মানো যথেষ্ট বেছি। আনহাতে গেছৰ তুলনাত জুলীয়া আৰু কঠিনৰ ঘনত্ব বেছি হ'লেও উক্ত দুটা মাধ্যমৰ আয়তন গুণাংকৰ মানেই সামগ্ৰিকভাৱে শব্দৰ দ্ৰুতিৰ মান বৃদ্ধি কৰে।

আদৰ্শ গেছৰ আসন্নতাৰ সহায়ত কোনো গেছীয় মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি হিচাপ কৰি উলিয়াব পাৰি। আদৰ্শ গেছ এটাৰ চাপ *(P)*, আয়তন *(V)* আৰু উষ্ণতাৰ *(T)* ৰ মাজত এটা সম্বন্ধ আছে। (অধ্যায় 11দ্ৰষ্টব্য)

$$PV = Nk_BT \qquad (15.21)$$

ইয়াত N য়ে V আয়তনত থকা অণুৰ সংখ্যা k_B যে ব'ল্ট্জমেন ধ্ৰুৱক আৰু T য়ে গেছটোৰ কেলভিন উষ্ণতা সূচাইছে। গতিকে গেছটোৰ সমোষ্ণী পৰিৱৰ্তনৰ কাৰণে সমীকৰণ (15.21) ৰ পৰা

$$V\Delta P + P\Delta V = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = P$$

এই সম্বন্ধটো সমীকৰণ (15.16) ত কৰিলে

$$B = P$$

গতিকে সমীকৰণ (15.19) ৰ পৰা, আদৰ্শ গেছৰ মাজেদি প্ৰৱাহিত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতি,

$$v = \sqrt{\frac{P}{\rho}} \qquad (15.22)$$

পোনতে আইজাক নিউটনে এই সম্বন্ধটো উলিয়াইছিল। সেয়ে ইয়াক নিউটনৰ সূত্ৰ বুলি কোৱা হয়।

▶উদাহৰণ 15.4 প্ৰমাণ উষ্ণতা আৰু চাপত বায়ু মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি হিচাপ কৰি উলিওৱা। দিয়া আছে, 1 ম'ল বায়ুৰ ভৰ 29.0×10^{-3} kg

উত্তৰ ঃ আমি জানো, প্ৰমাণ উষ্ণতা আৰু চাপত (প্ৰ.উ.চা) 1 ম'ল পৰিমাণৰ যিকোনো গেছৰে আয়তন 22.4 লিটাৰ। সেয়ে প্ৰ.উ.চাত বায়ুৰ ঘনত্ব হ'ব,

$$\rho_o = \frac{\text{1 ম'ল বায়ুৰ ভৰ}}{\text{1 ম'ল বায়ুৰ আয়তন (প্ৰ.উ.চা.ত)}}$$

$$v = \frac{29.0 \times 10^{-3}\ \text{kg}}{22.4 \times 10^{-3}\ \text{m}^3} = 1.29\ \text{kg m}^{-3}$$

নিউটনৰ সূত্ৰ অনুযায়ী, প্ৰ.উ.চাত বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি হ'ব,

$$= \left[\frac{1.01 \times 10^5\,\text{Nm}^{-2}}{1.29\,\text{kgm}^{-3}}\right] = 280\ \text{m s}^{-1} \qquad (15.23)$$

আনহাতে প্ৰ.উ.চাত বায়ু মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতিৰ পৰীক্ষালব্ধ মান 331ms^{-1} । অৰ্থাৎ সমীকৰণ (15.23) ত দেখুওৱা মানটো পৰীক্ষালব্ধ মানতকৈ 15% কম। (তালিকা 15.1ত কেতবোৰ মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি দেখুওৱা হৈছে। তেনেহ'লে ভুল ক'ত হ'বলৈ পালে? — নিউটনে ধৰি লৈছিল যে শব্দ তৰংগ সঞ্চাৰণ প্ৰক্ৰিয়াত মাধ্যমত ঘটা চাপৰ পৰিৱৰ্তন (অৰ্থাৎ সংকোচন-প্ৰসাৰণ) সমোষ্ণী; তাৰ মানে সেই প্ৰক্ৰিয়াত উষ্ণতাৰ পৰিৱৰ্তন নঘটে। কিন্তু পৰীক্ষাৰ পৰা দেখা যায়, নিউটনৰ সেই অনুমান শুদ্ধ নহয়।

লাপ্লাছে (Laplace) দেখুৱাইছিল যে শব্দ তৰংগ সঞ্চাৰণত সৃষ্টি হোৱা চাপৰ পৰিৱৰ্তন ইমান খৰতকীয়া যে তাৰ বাবে মাধ্যমৰ উষ্ণতা সলনি নহৈ নোৱাৰে। তাৰ অৰ্থ হৈছে, বায়ুত শব্দ তৰংগ সঞ্চাৰণত সৃষ্টি হোৱা চাপৰ পৰিৱৰ্তন সমোষ্ণী নহয়— ই ৰুদ্ধতাপ প্ৰক্ৰিয়াহে। ৰুদ্ধতাপ প্ৰক্ৰিয়াৰ বাবে আদৰ্শ গেছে মানি চলা সম্বন্ধ হৈছে,

$$PV^{\gamma} = \text{ধ্ৰুৱক}$$

অৰ্থাৎ $\quad \Delta(PV^{\gamma}) = 0$

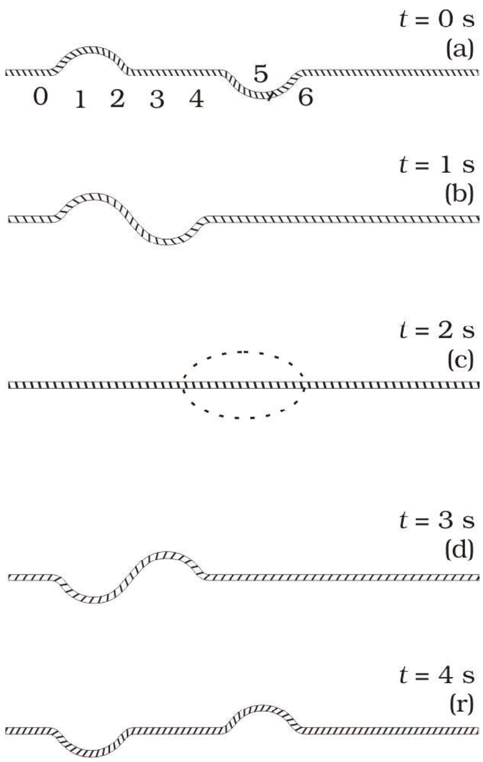
বা $\quad P\gamma V^{\gamma-1}\Delta V + V^{\gamma}\Delta P = 0$

ইয়াৰ পৰা, ৰুদ্ধতাপ প্ৰক্ৰিয়া ঘটা আদৰ্শ গেছৰ বাবে আয়তন গুণাংক (B') হ'ব

$$B' = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V} = \gamma P$$

ইয়াত γ হৈছে গেছৰ দুই আপেক্ষিক তাপৰ অনুপাত, $\left(=\frac{C_p}{C_v}\right)$ গতিকে শব্দৰ দ্ৰুতিৰ প্ৰকাশ ৰাশি হ'ব—

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad (15.24)$$



চিত্ৰ 15.9 *সমান আৰু বিপৰীত সৰণৰ দুটা স্পন্দ পৰস্পৰ বিপৰীত দিশলৈ গতি কৰিছে; (c) বক্ৰত দুটা ওপৰা-ওপৰিকৈ পৰা স্পন্দৰ লব্ধ সৰণ শূন্য হোৱা দেখা গৈছে।*

নিউটনৰ সূত্ৰৰ এই সংশোধনক লাপ্লাছৰ সংশোধন বোলা হয়। বায়ু মাধ্যমৰ বাবে $\gamma = 7/5$। এই মান সমীকৰণ (15.24) ত ব্যৱহাৰ কৰি প্ৰ.উ.চা (STP)ত বায়ু মাধ্যমত শব্দৰ দ্ৰুতি পোৱা যায় 331.3 m s^{-1}। এই মান পৰীক্ষালব্ধ মানৰসৈতে মিলে।

15.5 তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ নীতি (The Principle of Superposition of Waves)

যদি দুটা পৰস্পৰ বিপৰীত দিশত গতি কৰা তৰংগ স্পন্দৰ (wave pulse) এটা আনটোৰ ওপৰত পৰেহি তেতিয়া কি হ'ব? দেখা যায়, দুয়োটা তৰংগই নিজস্ব পৰিচয় বজাই ৰাখিব বিচাৰে। পিছে এটাৰ ওপৰত আনটো পৰা সময়ছোৱাৰ ভিতৰত তৰংগ-স্পন্দ দুটাৰ নিজৰ আকৃতি নাথাকে, লব্ধ তৰংগটোৰ আকৃতি বহু বেলেগ হৈ পৰে। দুটা সদৃশ তৰংগ-স্পন্দ পৰস্পৰ বিপৰীতমুখে গতি কৰিলে কেনেকুৱা হ'ব তাক চিত্ৰ 15.9 ত দেখুওৱা হৈছে। দুটা তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ (superposition) ঘটিলে কোনো বিন্দুত লব্ধ সৰণ হ'ব সেই বিন্দুত গাইগুটীয়া তৰংগ দুটাৰ নিজা নিজা সৰণৰ বীজগণিতীয় যোগফল। ইয়াক তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ নীতি বোলা হয়। এই নীতি অনুসাৰে প্ৰতিটো তৰংগ-স্পন্দ এনেভাৱে গতি কৰে যেন ওচৰে-পাজৰে আন কোনো তৰংগ নাই। সেয়েহে মাধ্যমৰ কণিকাসমূহৰ সৰণ দুয়োটা তৰংগ-স্পন্দই ঘটায়। সৰণ ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক উভয় প্ৰকৃতিৰ হ'ব পাৰে; গতিকে লব্ধ সৰণ হ'ব দুয়োটা সৰণৰ বীজগণিতীয় যোগফল।

চিত্ৰ 15.9 ত সময় সাপেক্ষে তৰংগৰ আকৃতি কেনেকুৱা হয় দেখুওৱা হৈছে। লেখ (c)ত এটা নাটকীয় পৰিঘটনা দেখা গৈছে— দুটা তৰংগস্পন্দৰ প্ৰতিটোৰে বাবে যি সৰণ হ'ব সেয়া একেবাৰে সমান আৰু বিপৰীত। সেয়ে মাধ্যমৰ সকলো অংশতে লব্ধ সৰণ শূন্য হৈ পৰিব। অধ্যাৰোপণৰ পৰিঘটনা গাণিতিকভাৱে আলোচনা কৰাৰ উদ্দেশ্যে, ধৰা হ'ল তৰংগ দুটাৰ সৰণ ক্ৰমে $y_1(x,t)$ আৰু $y_2(x,t)$ তৰংগ দুটা একে সময়তে মাধ্যমৰ কোনো এঠাইত লগ হ'লে লব্ধ সৰণ $y(x,t)$ হ'ব,

$$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) \qquad (15.25)$$

যদি মাধ্যমটোত দুটা বা ততোধিক তৰংগ গতি কৰোতে অধ্যাৰোপণ ঘটে তেন্তে সিবোৰৰ লব্ধ তৰংগটো হ'ব স্বতন্ত্ৰ তৰংগফলন সমূহৰ যোগফলৰ সমান। ধৰোহক প্ৰৱাহমান তৰংগবোৰৰ ফলনসমূহ হ'ল,

$$y_1 = f_1(x-vt),$$
$$y_2 = f_2(x-vt),$$
....
....
$$y_n = f_n(x-vt)$$

তেতিয়া হ'লে মাধ্যমটোত সৃষ্টি হোৱা আলোড়ন সূচক তৰংগ ফলনটো হ'ব ঃ

$$y = f_1(x - vt) + f_2(x - vt) + \ldots + f_n(x - vt)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} f_i(x - vt) \quad (15.26)$$

অধ্যাৰোপণ পৰিঘটনাটো সমাৰোপণ (interference)ৰ পৰিঘটনা।

কথাটো আমি সৰলভাৱে বুজিবলৈ চেষ্টা কৰো। আমি টানি ৰখা তাঁৰ এডালেদি গতি কৰা দুটা পৰ্যাবৃত্ত তৰংগ বিবেচনা কৰিব পাৰো। ধৰা হ'ল, তৰংগ দুটাৰ কৌণিক কম্পনাংক ω আৰু তৰংগ সংখ্যা k একে। গতিকে সিহঁতৰ তৰংগ দৈৰ্ঘ্য λ ও সমান; আনকি বেগো একে হ'ব। তদুপৰি ধৰি লওঁ, দুয়োটা তৰংগৰ বিস্তাৰো সমান আৰু সিহঁত যেন x-অক্ষত ধনাত্মক দিশত গতি কৰি আছে। তৰংগ দুটাৰ মাত্ৰ প্ৰাৰম্ভিক দশাৰহে পাৰ্থক্য আছে। তেন্তে সমীকৰণ (15.2) অনুসাৰে তৰংগ দুটাৰ ফলন হ'ব ঃ

$$y_1(x, t) = a \sin (kx - \omega t) \quad (15.27)$$

আৰু $y_2(x, t) = a \sin (kx - \omega t + \phi)$ (15.28)

অধ্যাৰোপণ নীতি অনুসাৰে লব্ধ সৰণ হ'ব,

$$y(x, t) = a \sin (kx - \omega t) + a \sin (kx - \omega t + \phi) \quad (15.29)$$

$$= a\left[2\sin\left[\frac{(kx-\omega t)+(kx-\omega t+\phi)}{2}\right]\cos\frac{\phi}{2}\right] \quad (15.30)$$

ইয়াত আমি আমাৰ চিনাকি $\sin A + \sin B$ৰ ত্ৰিকোণমিতিৰ অভেদৰ সহায় লৈছো। তেতিয়া হ'লে পোৱা যাব—

$$y(x,t) = 2a \cos\frac{\phi}{2} \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right) \quad (15.31)$$

সমীকৰণ (15.31) য়েও x-অক্ষত ধনাত্মক দিশত গতি কৰা পৰ্য্যাবৃত্ত তৰংগ বুজাইছে। তাৰো কম্পনাংক আৰু তৰংগদৈৰ্ঘ্য পূৰ্বৰ তৰংগ দুটাৰ কম্পনাংক আৰু তৰংগদৈৰ্ঘ্যৰ সৈতে সমান। অৱশ্যে এই লব্ধ তৰংগটোৰ প্ৰাৰম্ভিক দশা হ'ব $\frac{\phi}{2}$। কেৱল মন কৰিবলগীয়া এইটোৱেই যে তাৰ বিস্তাৰ হ'ব যি দুটা তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ ঘটি সেই তৰংগৰ সৃষ্টি হৈছে সেই তৰংগ দুটাৰ মাজৰ দশান্তৰ ϕ ৰ ফলন।

অৰ্থাৎ $A(\phi) = 2a \cos\frac{\phi}{2}$ (15.32)

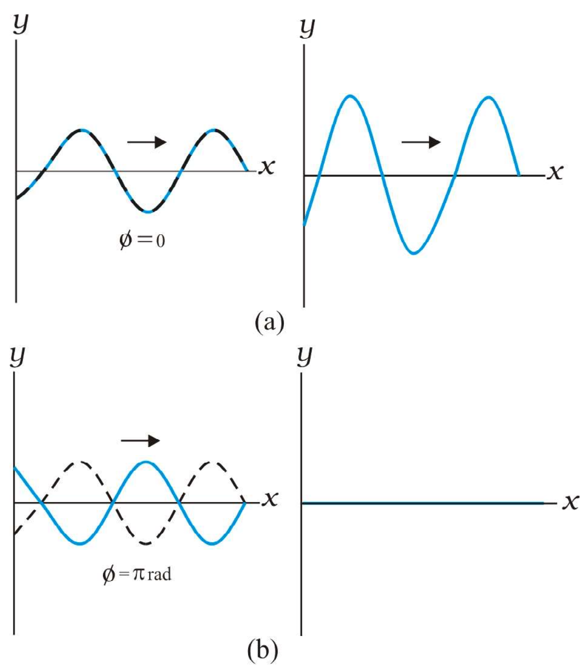
$\phi = 0$ হ'লে, অৰ্থাৎ তৰংগ দুটাৰ প্ৰাৰম্ভিক দশা একে হ'লে,

$$y(x,t) = 2a \sin(kx - \omega t) \quad (15.33)$$

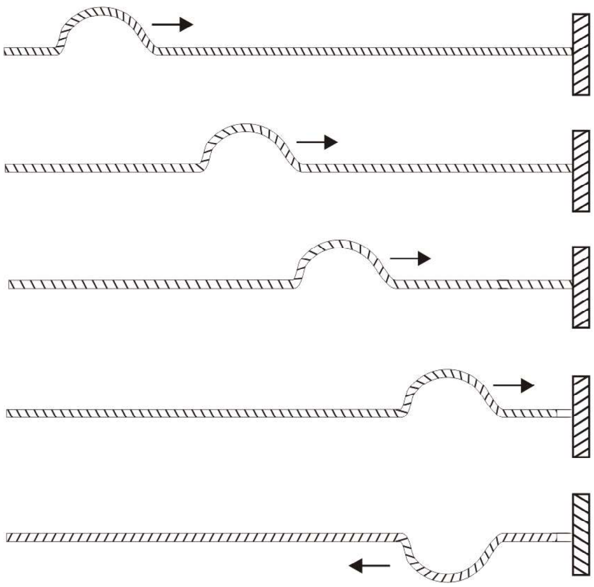
ইয়াৰ পৰা স্পষ্ট যে লব্ধ তৰংগটোৰ বিস্তাৰ 2a ই A ৰ সৰ্বোচ্চ মান। $\phi = \pi$ হ'লে তৰংগ দুটাৰ দশা পৰস্পৰ বিপৰীত হয়। তেতিয়া সকলো সময়তে সকলো বিন্দুত তৰংগটোৰ সৰণ শূন্য হৈ পৰে।

অৰ্থাৎ $y(x, t) = 0$ (15.34)

সমীকৰণ (15.33) য়ে তৰংগ দুটাৰ গঠনাত্মক (constructive) সমাৰোপণ সূচায়। এনে সমাৰোপণত স্বতন্ত্ৰ তৰংগ দুটাৰ বিস্তাৰবোৰ পৰস্পৰ যোগ হয়।



চিত্ৰ 15.10 *অধ্যাৰোপণ নীতি অনুসাৰে সমান বিস্তাৰ আৰু সমান তৰংগদৈৰ্ঘ্যৰ দুটা পৰ্যাবৃত্ত তৰংগৰ লব্ধ তৰংগ। তাৰ বিস্তাৰ দশান্তৰৰ (ϕ) ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে; চিত্ৰ (a)ত দশান্তৰ 0 আৰু (b) ত π.*



চিত্ৰ 15.11 *দৃঢ়সীমাৰ পৰা স্পন্দৰ প্ৰতিফলন।*

আকৌ, সমীকৰণ (15.34) য়ে তৰংগ দুটাৰ ধ্বংসাত্মক (destructive) সমাৰোপণ বুজায়; এইক্ষেত্ৰত তৰংগ দুটাৰ এটাৰ বিস্তাৰ আনটোৰ পৰা বিয়োগ হয়। চিত্ৰ 15.10 ত অধ্যাৰোপণ নীতি অনুযায়ী সৃষ্টি হোৱা এই দুয়ো ধৰণৰ সমাৰোপণ দেখুওৱা হৈছে।

15.6 তৰংগৰ প্ৰতিফলন (Reflection of Waves)

ইমানলৈকে আমি সীমাহীন মাধ্যমতহে তৰংগৰ সঞ্চাৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰি আছো। এতিয়া এটা কথা চিন্তা কৰোঁহক— কোনো স্পন্দ নতুবা তৰংগই যদি কোনো সীমা ঢুকি পায়গৈ, তেতিয়া কি হ'ব? যদি সীমাটো দৃঢ় হয় তেন্তে স্পন্দটো বা তৰংগটো তাত ঠেকা খাই তাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হ'ব। এনে দৃঢ় সীমাৰ পৰা প্ৰতিফলন ঘটাৰ উদাহৰণ হৈছে প্ৰতিধ্বনি (echo)। যদি সীমাটো সম্পূৰ্ণ দৃঢ় নহয়, নতুবা যদি সি দুটা ভিন ভিন স্থিতিস্থাপক মাধ্যমৰ আন্তঃপৃষ্ঠ (interface) হয় তেন্তে কথাটো কিছু জটিল হৈ পৰে। তেতিয়া আপতিত তৰংগৰ এটা অংশহে প্ৰতিফলিত হয় আৰু আনটো অংশ দ্বিতীয় মাধ্যমটোলৈ প্ৰেৰিত হয়। তৰংগটো দুটা মাধ্যমৰ আন্তঃপৃষ্ঠৰ ওপৰত তিৰ্যক দিশত আপতিত হ'লে প্ৰেৰিত তৰংগটোক প্ৰতিসৰিত তৰংগ বুলি কোৱা হয়। আপতিত আৰু প্ৰতিসৰিত তৰংগই প্ৰতিসৰণৰ স্নেলৰ সূত্ৰ মানি চলে। আকৌ, আপতিত আৰু প্ৰতিফলিত তৰংগই প্ৰতিফলনৰ সাধাৰণ নিয়ম মানি চলে।

চিত্ৰ 15.11 ত টানি ৰখা ৰছী এডালেদি গতি কৰা স্পন্দ এটা সীমাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হোৱা দেখুওৱা হৈছে। সীমাত শক্তিৰ শোষণ নঘটে বুলি ধৰি ল'ব পাৰি, সেয়ে হ'লে প্ৰতিফলিত স্পন্দটোৰ আকৃতি আপতিত স্পন্দটোৰ আকৃতিৰ সৈতে একেই থাকে; কিন্তু প্ৰতিফলনত স্পন্দটোৰ π বা 180° পৰিমাণে দশাৰ পৰিৱৰ্তন ঘটিছে। সীমাটো দৃঢ় কাৰণেই তেনে ঘটিছে। তদুপৰি সীমাত সকলো সময়তে আলোড়নটোৰ সৰণ শূন্য হ'ব লাগিব। অধ্যাৰোপণৰ নীতি অনুসাৰে, প্ৰতিফলিত আৰু আপতিত তৰংগ দুটাৰ মাজত দশাৰ পাৰ্থক্য π হ'লেহে (যাতে লব্ধ সৰণ শূন্য হয়), সেয়া সম্ভৱ।

কথাটো গতিবিদ্যাৰ সহায়তো বুজিব পৰা যায়। স্পন্দটো কোনো বাধাত আপতিত হ'লে ই বাধাটোৰ ওপৰত এটা বল প্ৰয়োগ কৰে। নিউটনৰ গতি বিষয়ক তৃতীয় সূত্ৰ অনুসৰি বাধাটোৱেও ৰছীডালৰ ওপৰত এটা সমান আৰু বিপৰীতমুখী বল প্ৰয়োগ কৰে। তাৰ ফলত ৰছীডালত π দশা পাৰ্থক্যৰ প্ৰতিফলিত তৰংগটো সৃষ্টি হয়।

আনহাতে সীমাটো যদি দৃঢ় নহয়, লৰচৰ কৰি থাকিব পৰাহে হয় (দণ্ড এডালেদি মুক্তভাৱে আহ-যাহ কৰিব পৰা আঙুঠি এটাৰ সৈতে ৰছীডাল বান্ধি ৰাখিলে তেনে হ'ব) তেন্তে কি হ'ব? শক্তিৰ যদি অপচয় নহয়, আপতিত তৰংগ-স্পন্দৰ দশা আৰু বিস্তাৰ যি হ'ব, প্ৰতিফলিত তৰংগ-স্পন্দৰ দশা আৰু বিস্তাৰো ঠিক সেয়াই হ'ব। সীমাতলত তাৰ লব্ধ সৰণৰ সৰ্বোচ্চ মান হ'ব প্ৰতিটো স্পন্দৰ নিজা বিস্তাৰৰ দুগুণ।

অৰ্গেন পাইপৰ বা বাঁহীৰ খোলা মূৰটো অদৃঢ় সীমাৰ এটা উদাহৰণ।

মুঠতে দৃঢ় সীমাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হ'লে গতিশীল

তৰংগ বা স্পন্দটোৰ দশাৰ পৰিৱৰ্তন ঘটে; তাৰ পৰিমাণ π। আনহাতে অদৃঢ় সীমাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হ'লে দশাৰ পৰিৱৰ্তন নঘটে।

গাণিতিকভাৱে, ধৰা হ'ল আপতিত গতিশীল তৰংগটো

$$y_2(x,t) = a\sin(kx - \omega t)$$

দৃঢ় সীমাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হোৱা তৰংগটো হ'ব

$$y_r(x,\ t) = a\ \sin\ (kx - \omega t + \pi).$$

$$= -\ a\ \sin\ (kx - \omega t) \qquad (15.35)$$

অদৃঢ় সীমাতলৰ পৰা প্ৰতিফলিত তৰংগটো হ'ব

$$y_r(x,\ t) = a\ \sin\ (kx - \omega t + 0).$$

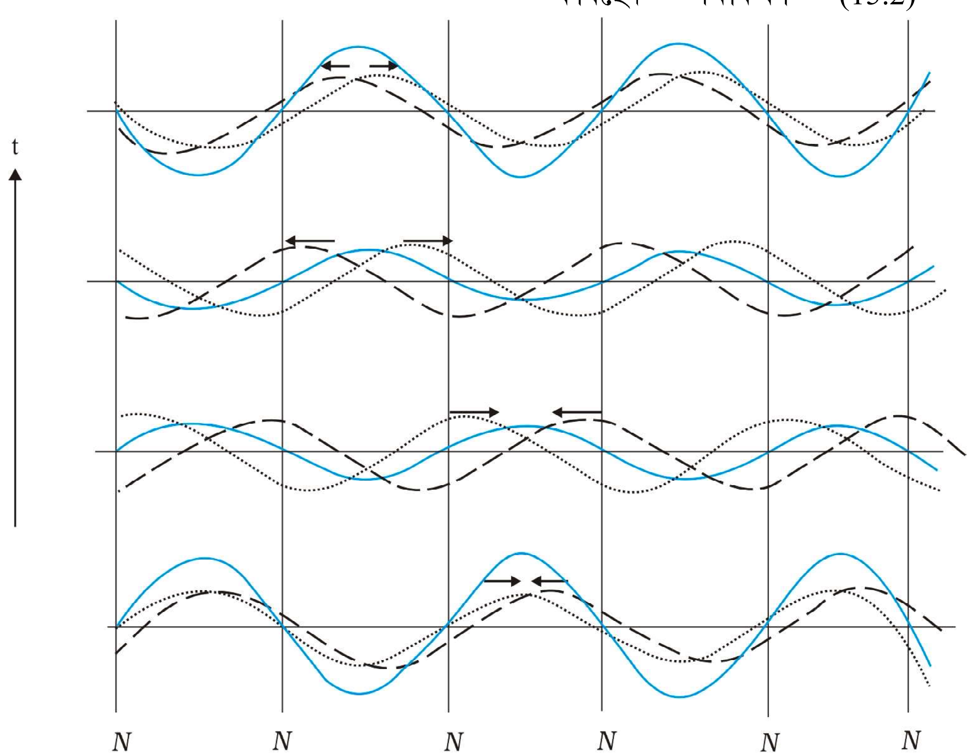
$$= a\ \sin\ (kx - \omega t) \qquad (15.36)$$

স্পষ্টতঃ সুদৃঢ় সীমাত সকলো সময়তে $y = y_2 + y_r = 0$

15.6.1 স্থানু তৰংগ আৰু স্বাভাৱিক কম্পন (Standing Waves and Normal Modes)

ওপৰত আমি এটাহে সীমাৰ পৰা তৰংগৰ প্ৰতিফলনৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিলো। কিন্তু আমাৰ কে'বাটাও এনেকুৱা চিনাকি ক্ষেত্ৰ আছে য'ত তৰংগৰ প্ৰতিফলন দুটা বা ততোধিক সীমাৰ পৰা ঘটে। দুই মূৰ বান্ধি ৰখা এডাল তাঁৰ, নতুবা দুই মূৰ বন্ধ বায়ুপূৰ্ণ নলী ইয়াৰ উদাহৰণ। তাঁৰ এডালত তৰংগ এটা যদি সোঁ ফাললৈ গতি কৰিছে, সি এটা মূৰৰ পৰা প্ৰতিফলিত হৈ উভতি আহিব আৰু গৈ গৈ আনটো মূৰত ঠেকা খাই তাৰ পৰাও প্ৰতিফলিত হ'বহি। যেতিয়ালৈকে তাঁৰডালত এটা সুস্থিৰ তৰংগ চানেকি সৃষ্টি নহয়, তেতিয়ালৈকে তাঁৰডালত এই প্ৰক্ৰিয়া চলি থাকিব। এনেকুৱা তৰংগ চানেকিক **স্থানু তৰংগ** (standing waves or stationary waves) বোলা হয়।

গাণিতিকভাৱে বুজিবৰ উদ্দেশ্যে আমি ধৰি লওঁহক যেন x-অক্ষত ধনাত্মক দিশত তৰংগটো গতি কৰি আছে আৰু যেন একে বিস্তাৰ আৰু একে তৰংগদৈৰ্ঘ্যৰ প্ৰতিফলিত তৰংগটো x-অক্ষত ঋণাত্মক দিশলৈ গতি কৰিছে। সমীকৰণ (15.2) আৰু (15.4)ত



চিত্ৰ 15.12 *পৰস্পৰ বিপৰীত দিশত গতি কৰা দুটা পৰ্যাবৃত্ত তৰংগৰ অধ্যাৰোপণৰ ফলত সৃষ্টি হোৱা স্থানু তৰংগ। মন কৰিব পাৰি যে শূন্য সৰণৰ (নিষ্কম্প বিন্দু) অৱস্থানবোৰ সকলো সময়তে নিৰ্দিষ্ট হৈ থাকে।*

$\phi = 0$ বহুৱাই,

$y_1(x, t) = a \sin(kx - \omega t)$

$y_2(x, t) = a \sin(kx + \omega t)$

অধ্যাৰোপণৰ নীতি অনুযায়ী তাঁৰডালত সৃষ্টি হোৱা লব্ধ তৰংগটো হ'ব,

$y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$

$= a [\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)]$

আমি জানো,

$\sin(A + B) + \sin(A - B)$

$= 2 \sin A \cos B$

∴ ওপৰৰ পৰা

$$y(x, t) = 2a \sin kx \cos \omega t \qquad (15.37)$$

সমীকৰণ (15.2) অথবা (15.4) য়ে সৃষ্টি কৰা তৰংগ চানেকিৰ সৈতে সমীৰণ (15.37)য়ে সৃষ্টি কৰা চানেকিৰ পাৰ্থক্য লক্ষ্য কৰা যাওক ঃ সমীকৰণ (15.37)ত kx আৰু ωt পদ দুটা পৃথক পৃথককৈ দেখা গৈছে; কিন্তু সমীকৰণ (15.2) আৰু (15.4)ত পদ দুটা $kx - \omega t$ হিচাপে আছে। সমীকৰণ (15.37) ত থকা তৰংগটোৰ বিস্তাৰ $2a \sin kx$ দেখদেখকৈ তৰংগটোৰ প্ৰতিটো বিন্দুতে বিস্তাৰ ভিন ভিন; কিন্তু তাঁৰডালৰ প্ৰতিটো কণাৰে কৌণিক কম্পনাংক একে, বা পৰ্যায়কালো একে। তৰংগটোৰ ভিন ভিন কণাৰ কম্পনৰ মাজত দশান্তৰ সৃষ্টি নহয়। গোটেই তাঁৰডালৰ কম্পনৰ দশা একে, অথচ ভিন ভিন বিন্দুত তাৰ বিস্তাৰ ভিন ভিন। চানেকিটোৱে সোঁফাল বাওঁফাল কোনোফালে গতি কৰা নাই। সেয়ে তাক স্থানু বা স্থিৰ তৰংগ বোলা হয়। কোনো এক নিৰ্দিষ্ট অৱস্থানত এনে তৰংগৰ বিস্তাৰ সুনিৰ্দিষ্ট, কিন্তু পূৰ্বতে উল্লেখ কৰাৰ দৰেই, ভিন ভিন অৱস্থানত তৰংগটোৰ বিস্তাৰ ভিন ভিন। যিবোৰ বিন্দুত বিস্তাৰ শূন্য হয় (অৰ্থাৎ যিবোৰ বিন্দুত কোনো গতি নাথাকে) সেইবোৰক **নিষ্কম্প বিন্দু** (node) বোলা হয়; আনহাতে যিবোৰ বিন্দুত বিস্তাৰ সৰ্বাধিক সেইবোৰক সুকম্প বিন্দু (antinode) বোলা হয়। চিত্ৰ 15.12 ত দুটা পৰস্পৰ বিপৰীত দিশত গতি কৰা তৰংগৰ অধ্যাৰোপণৰ ফলত সৃষ্টি হোৱা তৰংগ চানেকি দেখা গৈছে।

স্থানু তৰংগৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ বৈশিষ্ট্য হৈছে এই যে তাৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্য আৰু কম্পনাংক কিমান হ'ব সেয়া সি মানি চলা সীমা নিৰ্ণায়ক চৰ্তসমূহৰ ওপৰতহে নিৰ্ভৰ কৰে। তাৰ কম্পনাংক যিকোনো হ'ব নোৱাৰে (কথাটো গতিশীল পৰ্যাবৃত্ত তৰংগৰ সৈতে তুলনা কৰি চাব পাৰি) — তাৰ, অৰ্থাৎ স্থানু তৰংগ প্ৰণালীটোৰ দোলনৰ কেতবোৰ **স্বাভাৱিক ধৰণ** (normal mode) থাকে, বা আন ভাষাত তাৰ দোলনৰ কেতবোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক থাকে। দুই মূৰ বান্ধি টানি ৰখা তাঁৰ এডালৰ কম্পনৰ বেলিকা তেনে স্বাভাৱিক ধৰণ কেনেকুৱা হ'ব নিৰ্ণয় কৰা যাওক।

সমীকৰণ (15.37)ৰ পৰা বুজিব পৰা যায়, নিষ্কম্প বিন্দুসমূহৰ অৱস্থান পাবৰ বাবে পূৰণ হ'বলগা চৰ্ত,

$\sin kx = 0$.

$kx = n\pi; \quad n = 0, 1, 2, 3, ...$

যিহেতু $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$,

$$x = \frac{n\lambda}{2} \; ; n = 0, 1, 2, 3, ... \qquad (15.38)$$

সমীকৰণ (15.38)ৰ পৰা স্পষ্টকৈ বুজা যায় যে যিকোনো দুটা সন্নিহিত নিষ্কম্প বিন্দুৰ মাজৰ ব্যৱধান $\dfrac{\lambda}{2}$। একেদৰে সুকম্প বিন্দুসমূহৰ অৱস্থান (য'ত বিস্তাৰৰ মান সৰ্বোচ্চ) পোৱা যায় $\sin kx$ ৰ সৰ্বোচ্চ মানৰ পৰা,

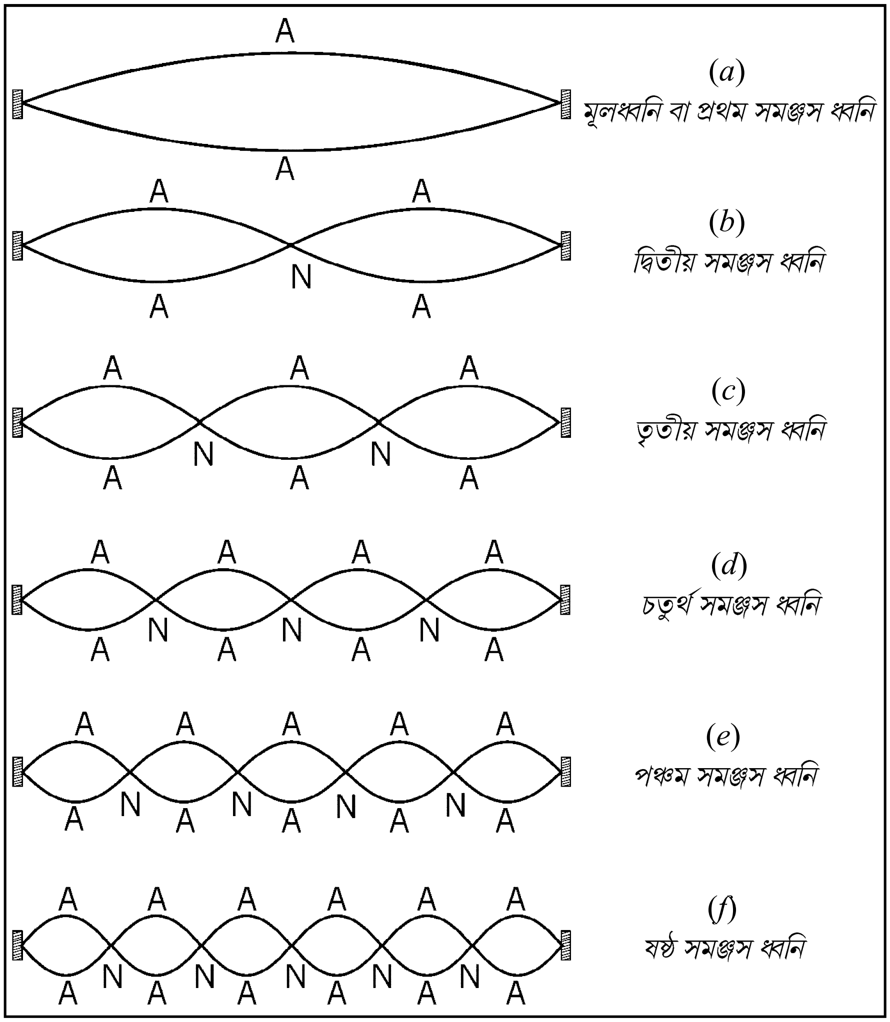
$|\sin kx| = 1$

$kx = (n + \frac{1}{2})\pi \; ; n = 0, 1, 2, 3, ...$

এতিয়া $k = 2\pi/\lambda$ বহুৱাই

$$x = (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}; \; n = 0, 1, 2, 3, ... \qquad (15.39)$$

আকৌ, দুই সন্নিহিত সুকম্প বিন্দুৰ মাজৰ ব্যৱধানো $\dfrac{\lambda}{2}$। দুটা মূৰ বান্ধি টানি ৰখা L দৈৰ্ঘ্যৰ তাঁৰ এডালৰ



চিত্ৰ 15.13 *দুই মূৰ স্থিৰ কৰি টানি ৰখা তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা প্ৰথম ছটা সমঞ্জস কম্পন।*

ক্ষেত্ৰত সমীকৰণ (15.38) প্ৰয়োগ কৰিব পাৰি। $x = 0$ অৱস্থানত এটা মূৰ স্থিৰ কৰি ৰাখিলে $x = 0$ আৰু $x = L$ অৱস্থান দুটা নিষ্কম্প বিন্দু হ'ব। $x = 0$ আৰু $x = L$ হৈছে দুটা সীমা নিৰ্ণায়ক চৰ্ত। $x = 0$ চৰ্তটো ইতিমধ্যেই পূৰণ হৈছে। $x = L$ নিষ্কম্প বিন্দু চৰ্তটো পূৰণ হ'বলৈ হ'লে L ৰ সৈতে λ ৰ সম্বন্ধ হ'ব,

$$L = n\,\frac{\lambda}{2}; \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.40)$$

গতিকে স্থানু তৰংগৰ সম্ভাব্য তৰংগদৈৰ্ঘ্যৰ বাবে সম্বন্ধটো হ'ব লাগিব,

$$\lambda = \frac{2L}{n}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (15.41)$$

ইয়াৰ সৈতে জড়িত কম্পনাংকসমূহ হ'ব,

$$\nu = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots. \qquad (15.42)$$

একেদৰে আমি কম্পনৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকসমূহ অৰ্থাৎ স্থানু তৰংগ প্ৰণালীটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনৰ ধৰণসমূহ পাও। স্থানু তৰংগ প্ৰণালী এটাৰ সৰ্বনিম্ন কম্পনাংকক তাৰ **মূল ধ্বনি** (fundamental mode of vibration) অথবা **প্ৰথম সমঞ্জস ধ্বনি** (first harmonic) বোলা হয়। কোনো এটা মূৰ স্থিৰ কৰি টানি বন্ধা তাঁৰৰ ক্ষেত্ৰত তেনে কম্পনৰ কম্পনাংক $\upsilon = \frac{v}{2L}$, সমীকৰণ (15.42)ত $n = 1$ বহুৱালে এই সম্বন্ধটো পোৱা যায়। ইয়াত v য়ে তৰংগটোৰ দ্ৰুতি বুজাইছে। v ৰ মান মাধ্যমটোৰ প্ৰকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। $n = 2$ বহুৱালে ν ৰ যিটো মান পোৱা যায় সি হৈছে দ্বিতীয় সমঞ্জস ধ্বনি, $n = 3$ ৰ বাবে পোৱা মান তৃতীয় সমঞ্জস ধ্বনি, ইত্যাদি। বিভিন্ন সমঞ্জস ধ্বনিসমূহক আমি ν_n ($n = 1, 2, \ldots$) ৰে চিহ্নিত কৰিব পাৰো।

চিত্ৰ 15.13 ত দুই মূৰ টানি বান্ধি ৰখা তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা প্ৰথম ছটা সমঞ্জস ধ্বনি দেখুওৱা হৈছে। তাঁৰ এডালে যে এই ছটা কম্পনৰ কোনো এটাতহে কঁপিব লাগিব তেনে নহয়। সাধাৰণতে তাঁৰ এডালৰ

কম্পন বিভিন্ন কম্পনৰ অধ্যাৰোপণৰ ফলত সৃষ্টি হয়। কম্পনৰ কোনো কোনো ধৰণ আন কেইটামান ধৰণৰ তুলনাত অধিক প্ৰকট হয়, আন কেইটামান আকৌ যথেষ্ট কম পৰিমাণেহে প্ৰকট হয়। চেটাৰ, ভায়'লিন প্ৰভৃতি বাদ্যযন্ত্ৰ এই নীতিৰ ওপৰত প্ৰতিস্থিত। বাদ্যযন্ত্ৰৰ তাঁৰ এডাল টানি এৰি দিয়া প্ৰকৃতিৰ নে ধেনুৰে (bow) বজোৱা প্ৰকৃতিৰ তাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিহে কোনটো কম্পন আনবোৰৰ তুলনাত অধিক প্ৰকট হ'ব ক'ব পৰা যায়।

এইবাৰ আমি এমূৰ বন্ধ নলী এটাৰ ভিতৰত থকা বায়ুস্তম্ভৰ স্বাভাৱিক কম্পনৰ প্ৰসংগলৈ আহোঁ। এটা কাঁচৰ নলীৰ এটা অংশলৈ পানী ভৰাই দিলেই এনে বায়ুস্তম্ভ পোৱা যায়। বায়ুস্তম্ভৰ যিটো মূৰ নলীৰ ভিতৰত পানীৰ সংস্পৰ্শত আছে তাত নিষ্কম্প বিন্দু (node) সৃষ্টি হয় আৰু আনটো মূৰত অৰ্থাৎ খোলা মূৰটোত সুকম্প বিন্দু (antinode) সৃষ্টি হয়। নিষ্কম্প বিন্দুত চাপৰ পৰিৱৰ্তন সৰ্বাধিক অথচ তৰংগটোৰ সৰণ সৰ্বনিম্ন (শূন্য)। আনহাতে খোলা মূৰটোত ইয়াৰ ঠিক বিপৰীত— তাত সুকম্প বিন্দু সৃষ্টি হয়, চাপৰ পৰিৱৰ্তন হয় সৰ্বনিম্ন আৰু সৰণৰ বিস্তাৰ সৰ্বাধিক। পানীপৃষ্ঠৰ সংস্পৰ্শত থকা মূৰটোত $x = 0$ ধৰিলে সমীকৰণ (15.38) ত থকা নিষ্কম্প বিন্দুৰ চৰ্ত ইতিমধ্যেই পূৰণ হৈছে। যদি $x = L$ দূৰত্বত থকা আনটো মূৰ সুকম্প বিন্দুৰ অৱস্থান হয়, তেন্তে সমীকৰণ (15.39) ৰ পৰা পোৱা যাব ঃ

$$L = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2}, \text{ for } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

তেতিয়া সম্ভৱপৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্যবোৰ তলৰ সম্বন্ধটোৰ পৰা পোৱা যাব ঃ

$$\lambda = \frac{2L}{(n + 1/2)}, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots) \quad (15.43)$$

তন্ত্ৰটোৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংকসমূহ হ'ব—

$$\nu = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{v}{2L}; \ (n = 0, 1, 2, 3, \ldots) \quad (15.44)$$

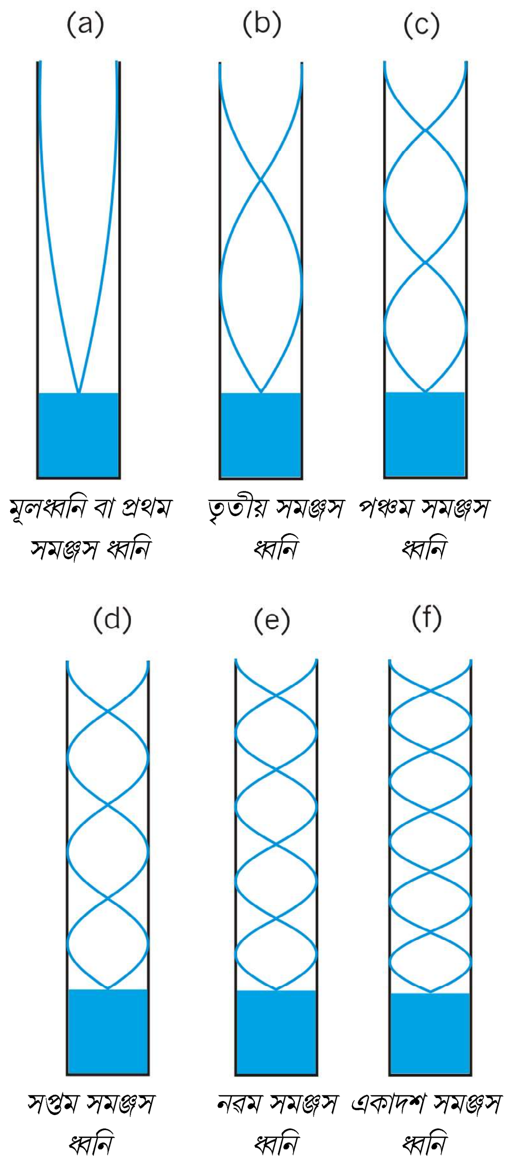
মূলধ্বনিৰ কম্পনাংকৰ বাবে $n = 0$, গতিকে সি হ'ব $\frac{v}{4L}$। তাতকৈ উচ্চস্তৰৰ কম্পনাংকসমূহ হৈছে, $3\frac{v}{4L}$, $5\frac{v}{4L}$ ইত্যাদি। অৰ্থাৎ উচ্চস্তৰৰ কম্পনাংক সমূহ মুলধ্বনিৰ 3, 5, 7 আদি অযুগ্ম গুণিতক। তাৰমানে এই কম্পনসমূহে **অযুগ্ম সমঞ্জসধ্বনি** (odd harmonics) সৃষ্টি কৰে।

চিত্ৰ 15.14 ত এমূৰ বন্ধ (বা এমূৰ খোলা) নলীৰ বায়ুস্তম্ভৰ কম্পনৰ প্ৰথম ছটা অযুগ্ম সমঞ্জস ধ্বনি দেখুওৱা হৈছে। দুই মূৰ খোলা নলীৰ বেলিকা নলীডালৰ দুয়োটা মূৰতেই সুকম্প বিন্দুৰ সৃষ্টি হয়। সহজে দেখুৱাব পাৰি যে দুই মূৰ খোলা নলীৰ বায়ুস্তম্ভৰ ক্ষেত্ৰত সকলোবোৰ সমঞ্জস ধ্বনি পোৱা যাব (চিত্ৰ15.15 দ্ৰষ্টব্য)।

ওপৰত আলোচনা কৰা তাঁৰ আৰু বায়ুস্তম্ভবোৰৰ আৰোপিত কম্পনো সৃষ্টি কৰিব পাৰি (অধ্যায় 14 দ্ৰষ্টব্য)। যদি আৰোপিত কম্পন সৃষ্টি কৰা বাহ্যিক কাৰকৰ কম্পনাংক উক্ত তন্ত্ৰসমূহৰ কোনো স্বাভাৱিক কম্পনাংকৰ সমান হয় তেন্তে তন্ত্ৰসমূহত **অনুনাদ** (resonance) ঘটে।

তবলা আদি কেতবোৰ বাদ্যযন্ত্ৰত ছালৰ পৰ্দা (membrane) এখন বৃত্ত এটাত স্থিৰভাৱে লাগি থাকে। তেনে বৃত্তাকাৰ পৰ্দা এখনৰ স্বাভাৱিক কম্পনৰ প্ৰকৃতি এটা চৰ্তৰ দ্বাৰা নিয়ন্ত্ৰিত। চৰ্তটো হ'ল যিটো বৃত্তীয় পৰিধিত পৰ্দাখন দৃঢ়ভাৱে লাগি আছে তাৰ কোনো বিন্দুয়েই কঁপিব নালাগিব। এনে তন্ত্ৰৰ স্বাভাৱিক কম্পনাংক নিৰূপণ কৰাটো জটিল। এইক্ষেত্ৰত তৰংগৰ সঞ্চাৰণ দ্বিমাত্ৰিক। অৱশ্যে ইয়াৰো পশ্চাৎপটৰ বিজ্ঞান একেই।

> **▶উদাহৰণ 15.5** *30.0 cm দীঘল নলী এটাৰ দুয়োটা মূৰ খোলা আছে। নলীটোৰ কোনটো সমঞ্জস ধ্বনিৰ কম্পনাংকই 1.1 kHz কম্পনাংকৰ উৎস এটাৰ সৈতে অনুনাদ সৃষ্টি কৰিব? যদি নলীটোৰ এটা মূৰ বন্ধ কৰি দিয়া হয়, তেন্তে একেটা উৎসৰ সৈতে নলীটোত থকা বায়ুস্তম্ভৰ অনুনাদ সৃষ্টি হ'বনে? দিয়া আছে বায়ুত শব্দৰ বেগ 330 m s^{-1}।*



চিত্ৰ 15.14 *এমূৰ বন্ধ, আনটো মূৰ খোলা বায়ুস্তম্ভৰ স্বাভাৱিক কম্পন। মাত্ৰ অযুগ্ম সমঞ্জস ধ্বনিবোৰহে পোৱা যায়।*

উত্তৰ ঃ মূলধ্বনিৰ কম্পনাংক

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{2L} \qquad \text{(দুই মূৰ খোলা নলী)}$$

ইয়াত L হৈছে নলীটোৰ দীঘ। ইয়াৰ nতম সমঞ্জস ধ্বনি কম্পনাংক

$$\nu_n = \frac{nv}{2L}, \quad (n = 1, 2, 3, ...)$$

গতিকে 15.15 ত খোলা নলী এটাৰ বায়ুস্তম্ভৰ প্ৰথম কেইটামান কম্পন-প্ৰকৃতি দেখুওৱা হৈছে।

যেতিয়া L = 30.0 cm, v = 330 m s^{-1}

$$\nu_n = \frac{n \times 330\ (\text{m s}^{-1})}{0.6\ (\text{m})} = 550\ n\ \text{s}^{-1}$$

গতিকে 1.1 কিল'হাৰ্টজ কম্পনাংকৰ উৎস এটাৰ সৈতে ν_2ৰ কম্পনাংকৰ অৰ্থাৎ দ্বিতীয় সমঞ্জসৰ অনুনাদ ঘটিব। এতিয়া যদি নলীটোৰ এটা মূৰ বন্ধ কৰি দিয়া হয় (চিত্ৰ 15.14), তেন্তে সমীকৰণ (15.50) ৰ পৰা পাব পৰা যায়, মূলধ্বনিৰ কম্পনাংক

$$\nu_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{v}{4L} \quad \text{(এমূৰ বন্ধ নলী)}$$

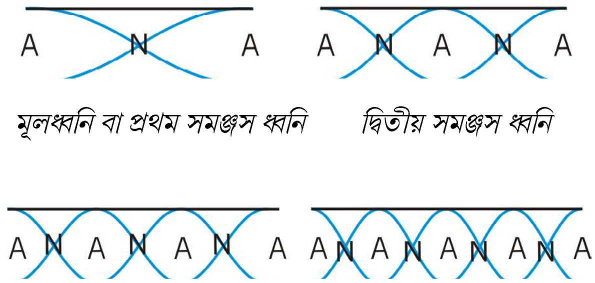
ইয়াত মাত্ৰ অযুগ্ম সমঞ্জস ধ্বনিবোৰহে থাকে ঃ

$$\nu_3 = \frac{3v}{4L}, \quad \nu_5 = \frac{5v}{4L}, \text{ ইত্যাদি}$$

L = 30 cm আৰু v = 330 m s^{-1} হ'লে, এমূৰ বন্ধ নলীৰ মূলধ্বনিৰ কম্পনাংক হ'ব 275 হাৰ্টজ; তেতিয়া উৎসৰ কম্পনাংক চতুৰ্থ সমঞ্জস ধ্বনিৰ সৈতে মিলিব। কিন্তু এমূৰ বন্ধ নলীত এইটো সমঞ্জস ধ্বনি উদ্ভৱ নহয়। সেয়ে, নলীটোৰ এটা মূৰ বন্ধ কৰি দিয়া মুহূৰ্তৰ পৰাই উৎসৰ সৈতে তাৰ অনুনাদ নাইকিয়া হৈ পৰে।

15.7 স্বৰকম্প (Beats)

তৰংগৰ সমাৰোপণৰ ফলস্বৰূপে 'স্বৰকম্প' নামৰ এটা আমোদজনক পৰিঘটনাৰ উৎপত্তি হয়। দুটা প্ৰায় সমান (সম্পূৰ্ণ সমান নহয়) কম্পনাংকৰ পৰ্যাবৃত্ত শব্দ তৰংগ একেলগে সঞ্চাৰিত হৈ থাকিলে আমি প্ৰায় সদৃশ কম্পনাংকৰ শব্দ শুনিবলৈ পাওঁ। (সদৃশ কম্পনাংক



মূলধ্বনি বা প্ৰথম সমঞ্জস ধ্বনি — দ্বিতীয় সমঞ্জস ধ্বনি — তৃতীয় সমঞ্জস ধ্বনি — চতুৰ্থ সমঞ্জস ধ্বনি

চিত্ৰ 15.15 *খোলা নলীত সৃষ্টি হোৱা স্থিৰ তৰংগৰ প্ৰথম চাৰিটা সমঞ্জস ধ্বনি।*

বোলোতে উক্ত শব্দ তৰংগ দুটাৰ কম্পনাংকৰ গড়মান বুজাইছে)। কিন্তু অকল সেয়াই নহয়, তাৰ বাহিৰেও অন্য এটা কথা লক্ষ্য কৰা যায় ঃ শব্দৰ প্ৰাৱল্য পৰ্যাবৃত্তভাৱে বঢ়া-টুটা হৈ থকাও শুনিবলৈ পোৱা যায়। প্ৰাৱল্যৰ বঢ়া-টুটা কথাটো প্ৰতি ছেকেণ্ডত কিমানবাৰলৈ ঘটে? বা অন্য ভাষাত, প্ৰাৱল্যৰ বঢ়া-টুটাৰ কম্পনাংক কিমান? দেখা যায়, তৰংগ দুটাৰ নিজৰ কম্পনাংকৰ পাৰ্থক্য যিমান, উক্ত বঢ়া-টুটাৰ কম্পনাংকও সিমান। সংগীতশিল্পীসকলে তেওঁলোকৰ বাদ্যযন্ত্ৰসমূহ পৰস্পৰ সুৰ মিলাওতে বা 'টিউনিং' কৰোতে এই পৰিঘটনাটো ব্যৱহাৰ কৰে। তেওঁলোকৰ সুবেদী কাণবোৰে যেতিয়ালৈকে এটাও স্বৰকম্প নুশুনা নহয়গৈ, তেতিয়ালৈকে তেওঁলোকে যন্ত্ৰবোৰ টিউনিং কৰি গৈ থাকে।

পৰিঘটনাটো গাণিতিকভাৱে বুজিবৰ উদ্দেশ্যে আমি মোটামুটিভাৱে সমান ω_1 আৰু ω_2 কৌণিক কম্পনাংকৰ দুটা পৰ্যাবৃত্ত শব্দ তৰংগ বিবেচনা কৰোঁহক। লগতে সুবিধাৰ খাতিৰত তৰংগ দুটাৰ অৱস্থান $x = 0$ ধৰি লওঁহক। সমীকৰণ (15.2) ত প্ৰতিটো তৰংগৰে দশা $\phi = \pi/2$ আৰু বিস্তাৰ সমান বুলি ধৰি লৈ আমি পাওঁ,

$$s_1 = a \cos \omega_1 t \quad \text{আৰু} \quad s_2 = a \cos \omega_2 t \qquad (15.45)$$

ইয়াত সৰণক y ৰ সলনি s এৰে লিখা হৈছে। কিয়নো আমি এইবাৰ অনুপ্ৰস্থৰ সলনি অনুদৈৰ্ঘ্য সৰণহে পাম। ধৰা হ'ল, ω_1 ৰ মান ω_2 তকৈ সামান্য বেছি।

সংগীত স্তম্ভ

প্ৰায়বোৰ মন্দিৰতে কিছুমান স্তম্ভত বাদ্যযন্ত্ৰ বজাই থকা ভংগিৰে মানুহৰ অৱয়ব খোদিত কৰা থাকে। কিন্তু স্তম্ভবোৰে নিজে সংগীত সৃষ্টি কৰাটো বিৰল। তামিলনাডুৰ নেল্লায়াপ্পাৰ মন্দিৰত একেডোখৰ প্ৰকাণ্ড প্ৰস্তৰৰ পৰা কাটি উলিওৱা ভালেমান স্তম্ভ আছে; সেইবোৰৰ গাত মৃদুকৈ টোকৰ মাৰিলে ভাৰতীয় ধ্ৰুপদী সংগীতৰ মৌলিক স্বৰ সা, ৰে, গা, মা, পা, ধা, নি, সা সৃষ্টি হয়। এই স্তম্ভসমূহৰ কম্পনৰ প্ৰকৃতি প্ৰস্তৰটোৰ স্থিতিস্থাপকতা, ঘনত্ব আৰু আকৃতিৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে।

সংগীত স্তম্ভ তিনি প্ৰকাৰৰ পোৱা যায় ঃ প্ৰথম প্ৰকাৰৰ স্তম্ভই মৌলিক 'স্বৰ' সমূহ সৃষ্টি কৰিব পাৰে, তেনেবোৰক **শ্ৰুতিস্তম্ভ** বোলা হয়। দ্বিতীয় প্ৰকাৰৰ স্তম্ভবোৰৰ নাম **গান টুংগল** — এইবোৰে 'ৰাগ' গঠন কৰা মৌলিক সুৰ উৎপন্ন কৰে। তৃতীয়টো হৈছে **লয় টুংগল**। এইসমূহত টোকৰ মাৰিলে তালৰ (beats) সৃষ্টি হয়। নেল্লায়াপ্পাৰ মন্দিৰত থকা স্তম্ভবোৰ শ্ৰুতি আৰু লয়— এই দুয়ো প্ৰকাৰৰ সমাহাৰ।

পুৰাতত্ববিদসকলে নেল্লায়াপ্পাৰ মন্দিৰটো খ্ৰীষ্টীয় সপ্তম শতিকাৰ বুলি ঠাৱৰ কৰিছে। তেওঁলোকৰ মতে পাণ্ড্য বংশৰ একাদিক্ৰমিক শাসকসকলে এই মন্দিৰটো নিৰ্মাণ কৰিছিল।

নেল্লায়াপ্পাৰ লগতে হাম্পি (চিত্ৰ), কন্যা কুমাৰী আৰু তিৰুৱনন্তপুৰম্ প্ৰভৃতি দক্ষিণ ভাৰতৰ কেতবোৰ ঠাইৰ মন্দিৰত থকা সংগীত স্তম্ভসমূহ অকল আমাৰ ভাৰততে নহয় পৃথিৱীৰ ভিতৰতে অনন্য সম্পদ।

এতিয়া অধ্যাৰোপণৰ নীতি অনুসাৰে তৰংগ দুটাৰ লব্ধ সৰণ হ'ব,

$$s = s_1 + s_2$$
$$= a\,(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t)$$

খোলা নলীত শব্দৰ প্ৰতিফলন

খোলা নলী এটাৰ মাজেদি যেতিয়া উচ্চ চাপৰ বায়ুস্পন্দ এটা গতি কৰি নলীটোৰ আনটো মূৰ পায়গৈ, তেতিয়া স্পন্দটোৰ ভৰবেগে নলীৰ ভিতৰৰ বায়ুখিনি বাহিৰলৈ ঠেলি পঠিয়ায়। সেই মুহূৰ্তত বায়ুখিনিৰ চাপ অতি দ্ৰুতভাৱে কমিগৈ বায়ুমণ্ডলীয় চাপৰ সমান হয়গৈ। ফলত স্পন্দটোৰ পিছে পিছে নলীৰ ভিতৰলৈ গৈ থকা বায়ুখিনি বাহিৰ ওলাই যায়। নলীৰ এমূৰত সৃষ্টি হোৱা নিম্ন চাপৰ বাবে নলীটোৰ ওপৰ ভাগৰ পৰা খোলামূৰৰ পিনলৈ বায়ু বৈ আহে। তেতিয়া নিম্নচাপৰ অঞ্চলটো ওপৰ পিনলৈ গতি কৰে। ফলস্বৰূপে নলীটোৰেদি নামি যোৱা উচ্চ চাপৰ বায়ুস্পন্দ নলীটোৰেদি উঠি অহা নিম্নচাপৰ বায়ুস্পন্দত পৰিণত হয়। অৰ্থাৎ এনেদৰে এটা চাপ তৰংগ 180^0 দশাৰ পৰিৱৰ্তন ঘটি খোলা মূৰটোৰ পৰা প্ৰতিফলিত হয়। এই পৰিঘটনাৰ ফলতে বাঁহী আদিৰ দৰে খোলা নলীত স্থানু তৰংগৰ সৃষ্টি হয়।

ইয়াৰ বিপৰীতে উচ্চ চাপৰ স্পন্দ এটা এমূৰ বন্ধ নলীৰ বন্ধ মূৰত উপস্থিত হ'লে কি হ'ব? স্পন্দটোৱে নলীৰ বন্ধ মূৰত ঠেকা খাই তাৰ বায়ুখিনি বিপৰীত দিশলৈ ঠেলি দিয়ে। ইয়াৰ অৰ্থ এই যে এনেদৰে দশাৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নঘটাকৈ চাপ তৰংগটো প্ৰতিফলিত হৈছে।

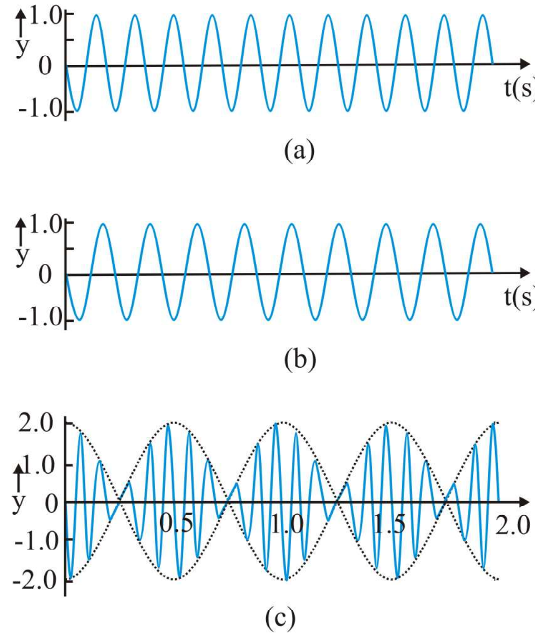
$\cos A + \cos B$, ত্ৰিকোণমিতীয় অভেদটোৰ সহায়ত,

$$= 2\,a \cos\frac{(\omega_1 - \omega_2)t}{2}\ \cos\frac{(\omega_1 + \omega_2)t}{2} \qquad (15.46)$$

$$s = [2\,a\ \cos\omega_b t]\cos\omega_a t \qquad (15.47)$$

যদি $|\omega_1 - \omega_2| << \omega_1, \omega_2$ হয় তেন্তে $\omega_a >> \omega_b$ হ'ব য'ত

$$\omega_b = \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{2} \text{ আৰু } \omega_a = \frac{(\omega_1 + \omega_2)}{2}$$



চিত্ৰ 15.16 *দুটা পৰ্যাবৃত্ত তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ এটাৰ কম্পনাংক 11 হাৰ্টজ [চিত্ৰ (a) আৰু আনটোৰ 9 হাৰ্টজ [চিত্ৰ(b)]; ইহঁতে 2 হাৰ্টজ কম্পনাংক স্বৰকম্প সৃষ্টি কৰে [চিত্ৰ (c)]।*

এতিয়া $|\omega_1 - \omega_2| << \omega_1$ ধৰিলে $\omega_a >> \omega_b$ হ'ব। সেয়া হ'লে সমীকৰণ (15.47) ৰ অৰ্থ হ'ব এনেধৰণৰ ঃ লব্ধ তৰংগটো ω_a গড় কৌণিক কম্পনাংকত দুলি থাকে; অৱশ্যে বিশুদ্ধ পৰ্যাবৃত্ত তৰংগৰ ক্ষেত্ৰত থকাৰ নিচিনাকৈ তাৰ বিস্তাৰ সময় সাপেক্ষে **একে হৈ নাথাকে**। $\cos\omega_b t$ ৰ প্ৰান্তীয় মান +1 অথবা –1 হ'লে বিস্তাৰ সৰ্বোচ্চ হয়। আন ভাষাত ক'লে, লব্ধ তৰংগটোৰ প্ৰাবল্য $2\omega_b$ (বা $\omega_1 - \omega_2$) কম্পনাংকত বঢ়া-টুটা হৈ থাকে। আমি জানো, $\omega = 2\pi\nu$, গতিকে স্বৰকম্পৰ বাৰম্বাৰতা (অৰ্থাৎ প্ৰতি ছেকেণ্ডত স্বৰকম্পৰ সংখ্যা) হ'ব

$$\nu_{beat} = \nu_1 - \nu_2 \qquad (15.48)$$

চিত্ৰ 15.16 ত কম্পনাংক 11 হাৰ্টজ আৰু 9 হাৰ্টজৰ দুটা পৰ্য্যাবৃত্ত তৰংগই সৃষ্টি কৰা স্বৰকম্প দেখুওৱা হৈছে। লব্ধ তৰংগৰ বিস্তাৰৰ পৰা দেখা যায় যে সৃষ্টি হোৱা স্বৰকম্পৰ বাৰম্বাৰতা 2 হাৰ্টজ।

▶**উদাহৰণ 15.6** *চেটাৰৰ A আৰু B তাঁৰ দুডালৰ পৰা 'ধা' স্বৰটো নিৰ্গত হওঁতে 5 হাৰ্টজ বাৰম্বাৰতাৰ স্বৰকম্পৰ সৃষ্টি হৈছে। B তাঁৰডালৰ টান সামান্যভাৱে বৃদ্ধি কৰাত স্বৰকম্পৰ বাৰম্বাৰতা 3 হাৰ্টজলৈ হ্ৰাস পালে। যদি A ৰ কম্পনাংক 427 হাৰ্টজ হয় তেন্তে B ৰ প্ৰাথমিক কম্পনাংক কিমান?*

সমাধান ঃ টান বৃদ্ধি কৰিলে তাঁৰ এডালৰ কম্পনাংক বাঢ়ে। যদি B ৰ প্ৰাথমিক কম্পনাংক A তকৈ বেছি হ'লহেঁতেন, তেন্তে ν_B বৃদ্ধি কৰিলে স্বৰকম্পৰ বাৰম্বাৰতা বাঢ়িলহেঁতেন; কিন্তু দিয়া মতে কমিছেহে। ইয়াৰ পৰা বুজা যায় যে $\nu_B < \nu_A$

এতিয়া $\nu_A - \nu_B = 5$ হাৰ্টজ

আৰু $\nu_A = 427$ হাৰ্টজ

গতিকে $\nu_B = 427 - 5$ হাৰ্টজ $= 422$ হাৰ্টজ

15.8 ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া (Doppler Effect)

বেগাই গতি কৰি থকা ৰে'লগাড়ী এখন আমাৰ পৰা আঁতৰি গ'লে তাৰ হুইছেলৰ তীক্ষ্ণতা (বা কম্পনাংক) কমে। আমাৰ প্ৰায়ভাগ লোকৰে এনে অভিজ্ঞতা আছে। যদি বৈ থকা শব্দৰ উৎস এটাৰ পিনলৈ বেগাই গতি কৰা হয় তেন্তে উৎসটোৱে নিৰ্গত কৰা শব্দৰ তীক্ষ্ণতাৰ তুলনাত শ্ৰোতাজনে শুনা শব্দৰ তীক্ষ্ণতা বেছি যেন লাগিব। আনহাতে যদি শ্ৰোতাজন উৎসৰ পৰা আঁতৰিহে যায়, তেওঁ শুনিবলৈ পোৱা শব্দৰ কম্পনাংক উৎসৰ প্ৰকৃত কম্পনাংকতকৈ কম যেন লাগিব। এনে গতিনিৰ্ভৰশীল কম্পনাংক পৰিৱৰ্তনৰ প্ৰক্ৰিয়াটোকে ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া বুলি জনা যায়। জ'হান খ্ৰীষ্টিয়ান ডপলাৰ (Johann Christian Doppler) নামৰ অষ্ট্ৰিয়াদেশীয় পদাৰ্থ বিজ্ঞানী এগৰাকীয়ে 1842 চনতে এই প্ৰক্ৰিয়াটোৰ কথা পোনতে ঘোষণা কৰিছিল। হলেণ্ডৰ বুইজ বেল' (Buys Ballot) নামে এগৰাকী লোকে 1845 চনত ইয়াক পৰীক্ষাৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰিছিল।

ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়াটো তৰংগ সম্বন্ধীয় প্ৰক্ৰিয়া; ই কেৱল শব্দ তৰংগৰ ক্ষেত্ৰতে নহয়, বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তৰংগৰ ক্ষেত্ৰতো খাটে। অৱশ্যে ইয়াত অকল শব্দ তৰংগৰ ক্ষেত্ৰতহে কথাটো আলোচনা কৰাৰ সুবিধা হ'ব।

কম্পনাংক পৰিৱৰ্তনৰ কথাটো আমি তিনিটা ভিন ভিন অৱস্থা সাপেক্ষে বিশ্লেষণ কৰিব পাৰো ঃ

(1) পৰ্যবেক্ষক স্থিৰ, উৎস গতিশীল

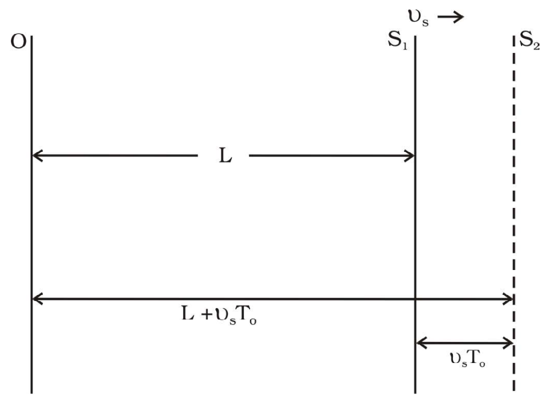
(2) পৰ্যবেক্ষক গতিশীল, উৎস স্থিৰ, আৰু

(3) পৰ্যবেক্ষক আৰু উৎস উভয়ে গতিশীল।

পৰ্যবেক্ষক আৰু মাধ্যমৰ মাজত আপেক্ষিক গতি থকা আৰু নথকাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি ওপৰৰ 1নং আৰু 2 নং অৱস্থা দুটাৰ পৰস্পৰৰ মাজত পাৰ্থক্য সৃষ্টি হয়। প্ৰায়ভাগ তৰংগকে সঞ্চাৰণৰ বাবে এটা মাধ্যমৰ প্ৰয়োজন হয়; অৱশ্যে বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তৰংগবোৰ মাধ্যম অবিহনেই সঞ্চাৰিত হ'ব পাৰে। কোনো মাধ্যম নহ'লে উৎসই গতি কৰক অথবা পৰ্যবেক্ষকেই গতি কৰক, ডপলাৰ বিচ্যুতি (কম্পনাংকৰ পৰিৱৰ্তনৰ পৰিমাণ) সমান; কিয়নো মাধ্যম অবিহনে উক্ত দুই অৱস্থাৰ মাজত প্ৰভেদ উলিয়াব নোৱাৰি।

15.8.1 উৎস গতিশীল ঃ পৰ্যবেক্ষক স্থিৰ (Source Moving : Observer Stationary)

ধৰ হওঁক, স্থিৰ অৱস্থাত থকা এজন পৰ্যবেক্ষকৰ পিনলৈ S উৎসটো v_s বেগেৰে গতি কৰি আছে। পৰ্যবেক্ষকৰ লগতে মাধ্যমো স্থিৰ অৱস্থাত আছে। ধৰা হ'ল, মাধ্যম সাপেক্ষে স্থিৰ অৱস্থাত থকা এজন পৰ্যবেক্ষকে জুখি উলিওৱা মতে ω_0 কৌণিক কম্পনাংক আৰু T_0, পৰ্যায়কালৰ তৰংগ এটাৰ দ্ৰুতি v_0 ধৰি ল'ব পাৰো পৰ্যবেক্ষকজনৰ এনে এটা সংসূচক যন্ত্ৰ (detector) আছে; যন্ত্ৰটোত কোনো তৰংগলানিৰ প্ৰতিটো তৰংগশীৰ্ষ আহি পৰিলেই যন্ত্ৰটোৱে তাক গণনা কৰে।



চিত্ৰ 15.17 *মাধ্যম সাপেক্ষে পৰ্যবেক্ষক স্থিৰ আৰু উৎস গতিশীল হৈ থাকোঁতে উদ্ভৱ হোৱা ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া — য'ত তৰংগৰ কম্পনাংক সলনি হয়।*

চিত্ৰ15.17 ত দেখুওৱাৰ দৰে $t = 0$ সময়ত উৎসটো পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা L দূৰত্বৰ S_1 বিন্দুত আছে আৰু তাত থাকি এটা তৰংগশীৰ্ষ নিৰ্গত কৰিছে। এই তৰংগশীৰ্ষটো $t_1 = L/v$ সময়ত আহি পৰ্যবেক্ষকৰ যন্ত্ৰটো পাইছেহি। $t = T_o$ সময়ৰ ভিতৰত উৎসটোৱে $v_s T_o$ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰি S_2 বিন্দু পাইছেগৈ। S_2 বিন্দুটো পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা $L + v_s T_o$ দূৰত্বত অৱস্থিত। S_2 ত থাকোতে উৎসটোৱে দ্বিতীয়টো তৰংগশীৰ্ষ নিৰ্গত কৰে। এই তৰংগশীৰ্ষ পৰ্যবেক্ষকৰ ওচৰ পাওঁতে সময় লাগে

$$t_2 = T_0 + \frac{(L + \upsilon_s T_0)}{v}$$

$n\ T_o$ সময়ত উৎসই $(n{+}1)$ তম তৰংগশীৰ্ষ নিৰ্গত কৰে। সেইটো গৈ পৰ্যবেক্ষকৰ যন্ত্ৰটো পাবলৈ সময় লাগে,

$$t_{n+1} = n\ T_0 + \frac{(L + n\upsilon_s T_0)}{v}$$

ইয়াৰ পৰা বুজা গ'ল, $\left[nT_0 + \frac{(L + nv_s T_0)}{v} - \frac{L}{v}\right]$ সময়ৰ অন্তৰালত পৰ্যবেক্ষকৰ যন্ত্ৰটোৱে n সংখ্যক তৰংগশীৰ্ষ গণনা কৰে। পৰ্যবেক্ষকে পোৱা মতে তৰংগটোৰ পৰ্যায়কাল হ'ব—

$$T = \left[nT_0 + \frac{(L + nv_s T_0)}{v} - \frac{L}{v}\right]/n$$

$$= T_0 + \frac{v_s T_0}{v}$$

$$= T_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right) \quad (15.49)$$

এতিয়া যদি উৎস আৰু পৰ্যবেক্ষক উভয়ে স্থিৰে থকা অৱস্থাত শব্দ তৰংগটোৰ কম্পনাংক ν_0 হয়, আৰু পৰ্যবেক্ষক স্থিৰে থাকি উৎস v_s বেগেৰে গতি কৰি থকা অৱস্থাত শব্দ তৰংগৰ কম্পনাংক ν হয়, তেন্তে সমীকৰণ (15.49) ক এনেদৰেও লিখিব পাৰি ঃ

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right)^{-1} \quad (15.50)$$

যদি শব্দ তৰংগৰ বেগ v ৰ তুলনাত উৎসৰ বেগ v_s যথেষ্ট কম হয়, তেন্তে $\left(1 + \frac{v_s}{v}\right)^{-1}$ ৰাশিটোৰ দ্বিপদ প্ৰসাৰণত $\frac{v_s}{v}$ ৰ প্ৰথম ঘাতলৈকে বিবেচনা কৰিলেই হয়; তেতিয়া সমীকৰণ (15.50) ৰ পৰা ν ৰ আসন্নমান এনেধৰণৰ হয় ঃ

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{v_s}{v}\right) \quad (15.51)$$

আকৌ উৎস যদি পৰ্যবেক্ষকৰ ফাললৈহে গতি কৰে তেন্তে v_s ৰ সলনি $-v_s$ লিখি পোৱা যাব,

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_s}{v}\right) \quad (15.52)$$

এইদৰে, স্থিৰ অৱস্থাত থকা পৰ্যবেক্ষক এজনে বৈ থকা উৎস এটাৰ পৰা নিৰ্গত হোৱা যিমান কম্পনাংকৰ শব্দ শুনিবলৈ পায়, উৎসটো তেওঁৰ পৰা আঁতৰি গৈ থাকিলে তাতকৈ কম কম্পনাংকৰ শব্দহে শুনিবলৈ পায়; আকৌ, যদি উৎসটো তেওঁৰ পিনলৈহে আহে তেন্তে তেওঁ বেছি কম্পনাংকৰ শব্দহে শুনে।

15.8.2 পৰ্যবেক্ষক গতিশীল ঃ উৎস স্থিৰ (Observer Moving : Source Stationary)

স্থিৰ উৎস সাপেক্ষে v_o বেগত গতি কৰি থকা পৰ্যবেক্ষক এজনে লক্ষ্য কৰা ডপলাৰ চ্যুতি নিৰ্ণয় কৰিবৰ বাবে আমি অন্য এক ধৰণেহে আগবাঢ়িব

লাগিব। আমি গতিশীল পৰ্যবেক্ষকৰ প্ৰসংগ-প্ৰণালীৰ সহায় লওঁহক। এনে প্ৰসংগ-প্ৰণালীত উৎস আৰু মাধ্যম v_0 বেগেৰে আৰু তৰংগটোৰ $v_0 + v$ বেগেৰে ওচৰ চাপে। ইয়াৰ আগৰ আলোচনাত কৰাৰ নিচিনাকৈ একে ধৰণৰ পদ্ধতি অনুসৰণ কৰি পোৱা যাব— প্ৰথম আৰু $(n+1)$ তম তৰংগ শীৰ্ষ যন্ত্ৰটোত ধৰা পৰাৰ মাজত সময়ৰ ব্যৱধান হৈছে,

$$t_{n+1} - t_1 = n\,T_0 - \frac{nv_0T_0}{v_0 + v}$$

গতিকে পৰ্য্যবেক্ষকে নিৰ্ণয় কৰা মতে তৰংগটোৰ পৰ্য্যায়কাল হ'ব—

$$= T_0\left(1 - \frac{v_0}{v_0 + v}\right)$$

$$= T_0\left(1 + \frac{v_0}{v}\right)^{-1}$$

ইয়াৰ পৰা,

$$\nu = \nu_0\left(1 + \frac{v_o}{v}\right) \qquad (15.53)$$

$\frac{v_0}{v}$ ৰ মান নিচেই কম হ'লে পৰ্য্যবেক্ষকেই গতি কৰক বা উৎসটোৱেই গতি কৰক, ডপলাৰ চ্যুতি প্ৰায় একেই হয়। কিয়নো, সমীকৰণ (15.53) ৰ সৈতে সমীকৰণ (15.51) ৰ আসন্ন সম্বন্ধ একেই।

15.8.3 উৎস আৰু পৰ্যবেক্ষক উভয়ে গতিশীল (Both Source and Observer Moving)

এইবাৰ আমি শব্দৰ উৎস আৰু পৰ্যবেক্ষক উভয়ে গতি কৰি থকা অৱস্থাত হ'বলগা ডপলাৰ চ্যুতিৰ এটা সাধাৰণ প্ৰকাশৰাশি উলিয়াবলৈ লৈছো। আগতে ধৰি অহাৰ নিচিনাকৈ পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা উৎসৰ ফাললৈ যোৱা দিশটো ধনাত্মক দিশ বুলি ধৰি লওঁ।

চিত্ৰ (15.18) ত দেখুওৱাৰ নিচিনাকৈ উৎস আৰু পৰ্যবেক্ষক ক্ৰমে v_s আৰু v_o বেগত গতি কৰি আছে। ধৰা হওঁক, $t = 0$ সময়ত পৰ্যবেক্ষক O_1 বিন্দুত আৰু উৎসটো S_1 বিন্দুত আছে; O_1, S_1ৰ বাওঁফাললৈ আছে।

ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়াৰ প্ৰয়োগ

কোনো আপেক্ষিকভাৱে গতিশীল বস্তুৰ পৰা নিৰ্গত তৰংগৰ কম্পনাংকৰ পৰিৱৰ্তন (ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া) নিৰ্ণয় কৰি সামৰিক, চিকিৎসা বিজ্ঞান, জ্যোতিঃ পদাৰ্থ বিজ্ঞান প্ৰভৃতি ক্ষেত্ৰত গতিশীল বস্তুটোৰ বেগ নিৰূপণ কৰা হয়। অত্যধিক বেগত গতি কৰা গাড়ী ধৰা পেলাবলৈকো পুলিচে এই প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰে।

ইতিমধ্যে জানি থোৱা কম্পনাংকৰ এটা শব্দ তৰংগ অথবা বিদ্যুৎ চুম্বকীয় তৰংগ গতিশীল বস্তুটোৰ পিনলৈ পঠিয়াই দিয়া হয়। তৰংগটোৰ এটা অংশ বস্তুটোৰ পৰা প্ৰতিফলিত হৈ আহে। তাক পৰ্য্যবেক্ষণ কেন্দ্ৰ এটাত ধৰা পেলোৱা হয়। এই তৰংগৰ কম্পনাংক প্ৰেৰিত তৰংগৰ কম্পনাংকতকৈ বেলেগ। দুয়োটাৰ ব্যৱধানখিনিক **ডপলাৰ চ্যুতি** (Doppler shift) বোলা হয়।

বিমান বন্দৰত উৰাজাহাজক নিৰ্দেশ দিবৰ বাবে আৰু সামৰিক ক্ষেত্ৰত শত্ৰু পক্ষৰ বিমান চিনাক্ত কৰিবৰ বাবেও ডপলাৰ চ্যুতিৰ সহায় লোৱা হয়। জ্যোতিঃ পদাৰ্থবিদসকলে নক্ষত্ৰৰ বেগ নিৰূপণ কৰিবৰ কাৰণে এই প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰে।

ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়ত চিকিৎসা বিজ্ঞানীয়ে মানুহৰ হৃৎস্পন্দন আৰু শৰীৰৰ বিভিন্ন অংশত তেজৰ চলাচলৰ প্ৰকৃতি অধ্যয়ন কৰে। এইক্ষেত্ৰত অতিশব্দহে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। এনে অধ্যয়নক সাধাৰণতে **'ছ'ন'গ্ৰাফি'** বোলা হয়। যিজন লোকৰ ছ'ন'গ্ৰাফি কৰা হয়, তেওঁৰ শৰীৰৰ উপযুক্ত অংশলৈ অতিশব্দ তৰংগ মাৰি পঠিওৱা হয়। তাৰ এভাগ শৰীৰৰ পৰা প্ৰতিফলিত হয়। এই ভাগৰ পৰাই তেজৰ গতিবেগ, হৃৎপিণ্ডৰ ভাল্‌ভৰ স্পন্দন আৰু লগতে সন্তৰক্ষেত্ৰত ভ্ৰূণৰ হৃৎস্পন্দনৰ বিষয়ে জানিব পাৰি। হৃৎপিণ্ডৰ বেলিকা যি লেখচিত্ৰ পোৱা যায় তাক **'ইক'কাৰ্ডিঅ'গ্ৰাম'** (echocardiogram) বোলা হয়।

ধৰা হ'ল, উৎসৰ পৰা v বেগ, ν কম্পনাংক আৰু T_0 পৰ্যায়কালৰ তৰংগ নিৰ্গত হৈ আছে। মাধ্যম সাপেক্ষে স্থিৰ পৰ্যবেক্ষকজনে এই আটাইকেইটা ৰাশি নিৰূপণ কৰিছে। ধৰা হওক, $t = 0$ সময়ত অৰ্থাৎ উৎসই প্ৰথমটো তৰংগশীৰ্ষ নিৰ্গত কৰা সময়ত O_1 আৰু S_1 ৰ মাজৰ ব্যৱধান L। যিহেতু পৰ্যবেক্ষকে গতি কৰি আছে, পৰ্যবেক্ষক সাপেক্ষে তৰংগটোৰ বেগ হ'ব $v+v_0$। সেয়েহে প্ৰথমে তৰংগশীৰ্ষ গৈ পৰ্যবেক্ষকৰ অৱস্থান পাওঁতে সময় লাগিব $t_1 = L/(v+v_0)$. $t = T_0$ সময়ত পৰ্যবেক্ষক আৰু উৎস উভয়ে নতুন অৱস্থান O_2 আৰু S_2 পাইছেগৈ। এই $O_2\ S_2$ দূৰত্ব হ'বগৈ $L+(v_s-v_0)\ T_0$ S_2 অৱস্থানত উৎসটোৱে দ্বিতীয়টো তৰংগ শীৰ্ষ নিৰ্গত কৰে। ই পৰ্যবেক্ষকৰ অৱস্থান পাবলৈ সময় লাগিব

$$t_2 = T_o + [L + (v_s - v_o)T_o]\ /(v + v_o)$$

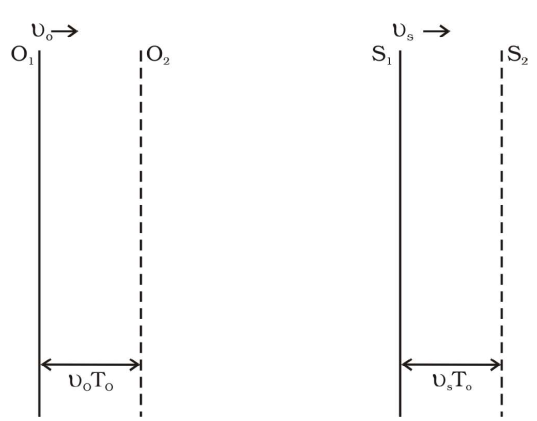
nT_o সময়ত উৎসটোৱে তাৰ $(n+1)$ তম তৰংগশীৰ্ষটো নিৰ্গত কৰে। সি পৰ্যবেক্ষকৰ অৱস্থান পাবলৈ সময় লাগে

$$t_{n+1} = nT_o + [L + n\ (v_s - v_o)T_o]\ /(v + v_o)$$

গতিকে, $t_{n+1} - t_1$ সময়ত অৰ্থাৎ

$$nT_o + [L + n\ (v_s - v_o)T_o)]\ /(v + v_o) - L\ /(v + v_o),$$

সময়ত n সংখ্যক তৰংগশীৰ্ষ গৈ পৰ্যবেক্ষকৰ যন্ত্ৰটোত



চিত্ৰ 15.18 *উৎস, পৰ্যবেক্ষক উভয়ে গতিশীল অৱস্থাত থাকোতে উদ্ভৱ হোৱা ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া।*

উপস্থিত হয়গৈ আৰু পৰ্যবেক্ষকে তৰংগটোৰ পৰ্যায়কাল *(T)* ৰেকৰ্ড কৰে। Tৰ প্ৰকাশ ৰাশি হয়গৈ—

$$T = T_0\left(1+\frac{v_s - v_o}{v + v_0}\right) = T_0\left(\frac{v+v_s}{v+v_0}\right) \qquad (15.54)$$

পৰ্যবেক্ষকে ধৰা পেলোৱা কম্পনাংক হ'ব

$$\nu = \nu_o\left(\frac{v+v_0}{v+v_s}\right) \qquad (15.55)$$

পোন ছিড়িৰ ওপৰেদি গৈ থকা ৰেলগাড়ী এখনৰ ভিতৰত বহি থকা যাত্ৰী এজনৰ কথা ধৰা হওক। তেওঁ ৰেলগাড়ীখনৰ হুইছেলৰ শব্দ শুনিব। তেওঁনো কি কম্পনাংকৰ শব্দ শুনিব বা জুখিব? আমি বিবেচনা কৰা ক্ষেত্ৰত পৰ্যবেক্ষক আৰু উৎস উভয়েই একে বেগতে গতি কৰি আছে। সেয়ে পৰ্য্যবেক্ষকে শুনা শব্দৰ কম্পনাংকৰ পৰিৱৰ্তন নঘটে অৰ্থাৎ যাত্ৰীগৰাকীয়ে হুইছেলৰ শব্দৰ কম্পনাংক স্বাভাৱিকেই পাব। আনহাতে ৰে'লৰ ছিড়ি সাপেক্ষে বাহিৰত স্থিৰ অৱস্থাত থকা পৰ্যবেক্ষক এগৰাকীয়ে হুইছেলৰ শব্দৰ কম্পনাংক সাল-সলনি হোৱা শুনিবলৈ পাব— যদি ৰে'লগাড়ীখন তেওঁৰ পিনলৈ আহে তেওঁ শুনা শব্দৰ কম্পনাংক বৃদ্ধি হোৱা শুনিব আৰু যদি ৰেলখন তেওঁৰ পৰা আঁতৰি যায় তেন্তে তেওঁ শুনা শব্দৰ কম্পনাংক হ্ৰাস হোৱা যেন পাব।

মন কৰিব লাগিব যে আমি পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা উৎসৰ পিনলৈ যোৱাৰ দিশটোক ধনাত্মক দিশ বুলি ধৰিম। গতিকে পৰ্য্যবেক্ষকে উৎসৰ ফাললৈ গতি কৰিলে v_0ৰ মান ধনাত্মক হ'ব; আনহাতে যদি উৎসৰ পৰা পৰ্যবেক্ষক আঁতৰি যায় তেন্তে v_0 ৰ মান ঋণাত্মক হ'ব। আকৌ, উৎস (S) পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা আঁতৰি গ'লে v_s ৰ মান ধনাত্মক আৰু যদি ই পৰ্যবেক্ষকৰ (O)ৰ ফাললৈহে গতি কৰে তেন্তে v_s ৰ মান ঋণাত্মক হ'ব। কোনো উৎসৰ পৰা নিৰ্গত শব্দ সকলো দিশলৈ গতি কৰে।

শব্দৰ যিটো অংশ পৰ্যবেক্ষকৰ ফাললৈ আহে তেওঁ ঠিক সেইখিনিহে গ্ৰহণ কৰিব পাৰে বা ধৰা পেলাব পাৰে। গতিকে সকলো ক্ষেত্ৰতে পৰ্যবেক্ষক সাপেক্ষে শব্দৰ আপেক্ষিক বেগ হ'ব $v + v_0$

> **▶উদাহৰণ 15.7** *এটা ৰকেট 200 m s⁻¹ বেগত এটা স্থিৰ লক্ষ্যৰ ফাললৈ গৈ আছে। তেনে অৱস্থাত ই 1000 হাৰ্টজৰ (Hz) এটা তৰংগ নিৰ্গত কৰে। তাৰ এভাগ লক্ষ্যৰ পৰা প্ৰতিফলিত হৈ প্ৰতিধ্বনি হিচাপে ৰকেটটোলৈ পুনৰ উভতি আহে। তেনেহ'লে (1) লক্ষ্যটোৱে ধৰা পেলোৱা শব্দৰ কম্পনাংক কিমান? (2) ৰকেটটোৱে ধৰা পেলোৱা প্ৰতিধ্বনিৰ কম্পনাংক কিমান?*

সমাধান (1) প্ৰশ্ন অনুসৰি পৰ্যবেক্ষক স্থিৰ অৱস্থাত আৰু উৎস 200 m s^{-1}বেগত গতি কৰি আছে। এই বেগ শব্দৰ বেগৰ (330 m s^{-1}) সৈতে তুলনা কৰিব পৰা ধৰণৰ। সেয়ে আমি আসন্ন সমীকৰণ (15.51) ৰ সলনি সমীকৰণ (15.50)টোহে ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব। উৎসটো এটা স্থিৰ লক্ষ্যৰ পিনলৈ গতি কৰি আছে। গতিকে $v_o = 0$ লগতে v_s ঋণাত্মক হ'ব।

$$\text{সেয়ে, } v = v_0\left(1 - \frac{v_s}{v}\right)^{-1}$$

$$v = 1000 \text{ Hz} \times [1 - 200 \text{ m s}^{-1}/330 \text{ m s}^{-1}]^{-1}$$

$$\cong 2540 \text{ Hz}$$

(2) এইবাৰ লক্ষ্যটো নিজেই উৎস হৈ পৰিছে (কিয়নো ই প্ৰতিধ্বনিৰ উৎস)। ৰকেটৰ সংসূচকটো হৈ পৰিছে পৰ্যবেক্ষক (কাৰণ, ইহে প্ৰতিধ্বনি ধৰা পেলাব)। সেয়ে $v_s = 0$ আৰু v_o ৰ মান ধনাত্মক। উৎসটোৱে (লক্ষ্য) নিৰ্গত কৰা শব্দৰ কম্পনাংক হৈছে ν হে, ν_o নহয়। গতিকে ৰকেটে ৰেকৰ্ড কৰা শব্দৰ কম্পনাংক হ'ল—

$$\nu' = \nu\left(\frac{v + v_0}{v}\right)$$

$$= 2540 \text{ Hz} \times \left(\frac{200 \text{ m s}^{-1} + 330 \text{ m s}^{-1}}{330 \text{ m s}^{-1}}\right)$$

$$\cong 4080 \text{ Hz}$$

সাৰাংশ

1. যান্ত্ৰিক তৰংগ সৃষ্টি হ'বৰ বাবে পদাৰ্থ মাধ্যমৰ প্ৰয়োজন; তেনে তৰংগই নিউটনৰ সূত্ৰ মানি চলে।
2. অনুপ্ৰস্থ তৰংগত মাধ্যমৰ কণাসমূহ তৰংগৰ গতিৰ লম্বদিশত কঁপে।
3. অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগত মাধ্যমৰ কণাসমূহ তৰংগৰ গতিৰ দিশতে কঁপে।
4. অগ্ৰগামী তৰংগই মাধ্যমৰ এটা বিন্দুৰ পৰা আন এটা বিন্দুলৈ গতি কৰি থাকে।
5. ধনাত্মক x দিশত সঞ্চাৰিত হোৱা ছাইনুছয়ডীয় তৰংগৰ সমীকৰণ

   $y(x, t) = a \sin(kx - \omega t + \phi)$

   য'ত y য়ে সৰণ বুজায় আৰু a হৈছে তৰংগটোৰ বিস্তাৰ, k কৌণিক তৰংগ সংখ্যা, ω কৌণিক কম্পনাংক,

   $(kx - \omega t + \phi)$ দশা আৰু ϕ হৈছে দশা ধ্ৰুৱক বা দশা কোণ।

6. অগ্ৰগামী তৰংগৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্য (λ) হৈছে কোনো সময়ত তৰংগটোৰ একে দশাত থকা দুটা সন্নিহিত বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব। স্থানু তৰংগৰ ক্ষেত্ৰত তৰংগদৈৰ্ঘ্য হৈছে দুটা সন্নিহিত নিষ্কম্প বিন্দু বা সুকম্প বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্বৰ দুগুণ।

7. মাধ্যমৰ কোনো কণাই এটা দোলন সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ যিমান সময় লাগে সেয়াই তৰংগৰ পৰ্য্যায়কাল (T)। কৌণিক কম্পনাংক ω ৰ সৈতে ইয়াৰ সম্বন্ধ হৈছে $T = \frac{2\pi}{\omega}$

8. তৰংগৰ কম্পনাংক ν হৈছে $\frac{1}{T}$; কৌণিক কম্পনাংকৰ সৈতে ইয়াৰ সম্বন্ধ, $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

9. অগ্ৰগামী তৰংগৰ দ্ৰুতি $v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$

10. টানি ৰখা তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ দ্ৰুতি তাঁৰডালৰ ধৰ্মৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। μ ৰৈখিক ঘনত্ববিশিষ্ট তাঁৰডালত যি তৰংগ সৃষ্টি হয় তাৰ দ্ৰুতি হ'ব $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

11. শব্দ তৰংগ হৈছে যান্ত্ৰিক অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগ। সি কঠিন, জুলীয়া আৰু গেছীয়, তিনিও প্ৰকাৰ মাধ্যমেদি গতি কৰিব পাৰে। B আয়তন গুণাংক আৰু ρ ঘনত্বৰ কোনো তৰল মাধ্যমত শব্দ তৰংগৰ দ্ৰুতি

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

ধাতৰ মাৰি এডালত অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ দ্ৰুতি

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

গেছীয় মাধ্যমৰ বাবে $B = \gamma P$, সেয়ে তাত শব্দ তৰংগৰ দ্ৰুতি $v = \sqrt{\frac{\gamma \rho}{\rho}}$

12. দুটা বা ততোধিক তৰংগ একে মাধ্যমেদি গতি কৰিলে মাধ্যমৰ কোনো এটা পদাৰ্থ কণাৰ সৰণ, প্ৰতিটো তৰংগই সৃষ্টি কৰা সৰণৰ বীজগণিতীয় যোগফলৰ সমান। ইয়াক তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ নীতি বোলা হয়।

$$y = \sum_{i=1}^{n} f_i(x - vt)$$

13. একেডাল তাঁৰেদি গতি কৰা দুটা ছাইনুছয়ডীয় তৰংগৰ সমাৰোপণ ঘটে। সমাৰোপণত অধ্যাৰোপণ নীতি অনুসৰি তৰংগৰ সৰণ দুটা যোগ হয় অথবা পৰস্পৰ নাকচ হয়। তৰংগ দুটা যদি একে দিশত গতি কৰে, সিবোৰৰ বিস্তাৰ আৰু কম্পনাংক যদি সমান হয়, কিন্তু দুয়োটা তৰংগৰ মাজৰ দশাৰ

পাৰ্থক্য ϕ থাকে, তেন্তে তাৰ ফলত একে কৌণিক কম্পনাংকৰ (ω) এটাহে মাত্ৰ তৰংগৰ সৃষ্টি হয়। তৰংগটো এনেধৰণৰ—

$$y\ (x,\ t) = \left[2a\cos\frac{1}{2}\phi\right]\sin\left(kx-\omega t+\frac{1}{2}\phi\right)$$

যদি $\phi = 0$ নাইবা 2π ৰ অখণ্ড গুণিতক হয়, তেন্তে তৰংগ দুটা একে দশাতে থাকে, তেনে সমাৰোপণ গঠনাত্মক। আনহাতে যদি $\phi = \pi$ হয়, তেন্তে তৰংগ দুটা সম্পূৰ্ণভাৱে দশাবিৰোধী; তেতিয়া সমাৰোপণটো হ'ব ধ্বংসাত্মক।

14. গতিশীল তৰংগ গৈ কোনো দৃঢ় প্ৰান্ত নতুবা বন্ধ মূৰত আপতিত হ'লে ই তাৰ পৰা প্ৰতিফলিত হয়; এনে প্ৰতিফলনত তৰংগটোৰ দশা প্ৰতিগমন (phase reversal) ঘটে। আনহাতে খোলা প্ৰান্তৰ পৰা প্ৰতিফলিত হ'লে তাৰ দশাৰ পৰিৱৰ্তন নঘটে।

$y_i\,(x,\ t) = a\ \sin\ (kx - \omega t\ )$

এই তৰংগটো যদি দৃঢ় প্ৰান্তৰ পৰা প্ৰতিফলিত হয়; তেন্তে প্ৰতিফলিত তৰংগটো হ'ব

$y_r\,(x,\ t) = -\ a\ \sin\ (kx + \omega t\ )$

খোলা প্ৰান্তৰ পৰা প্ৰতিফলিত হ'লে

$y_r\,(x,t\ ) = a\ \sin\ (kx + \omega t)$

15. দুটা পৰস্পৰ বিপৰীতমুখে গতি কৰা সদৃশ তৰংগৰ সমাৰোপণ ঘটিলে স্থানু তৰংগ সৃষ্টি হয়। দুই মূৰ টানি বন্ধা তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা স্থানু তৰংগৰ সমীকৰণ

$y\ (x,\ t) = (2a\ \sin\ kx)\ \cos\ \omega t$

স্থানু তৰংগত সৰ্বনিম্ন (শূন্য) সৰণ আৰু সৰ্বোচ্চ সৰণৰ নিৰ্দিষ্ট অৱস্থান থাকে; সেইবোৰক যথাক্ৰমে নিষ্কম্প বিন্দু (node) আৰু সুকম্প বিন্দু (antinode) বোলা হয়। দুটা সন্নিহিত নিষ্কম্প বিন্দু নাইবা দুটা সন্নিহিত সুকম্প বিন্দুৰ মাজৰ ব্যৱধান হৈছে $\lambda/2$.

দুই মূৰ টানি বন্ধা L দৈৰ্ঘ্যৰ তাঁৰ এডালৰ কম্পনৰ কম্পনাংকসমূহ হৈছে

$$\nu = \frac{1}{2}\ \frac{v}{2L}, \qquad n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

ওপৰৰ সম্বন্ধ অনুসৰি কম্পনাংকৰ যি সংহতি পোৱা যায় তাক তাঁৰডালৰ স্বাভাৱিক কম্পন বোলা হয়। এই সংহতিৰ নিম্নতম কম্পনাংকৰ কম্পনক মৌলিক কম্পন বা মূলধ্বনি অথবা প্ৰথম সমঞ্জস ধ্বনি হিচাপে জনা যায়। $n = 2$ হ'লে তাঁৰ ডালৰ কম্পনক দ্বিতীয় সমঞ্জস ধ্বনি বুলি কোৱা হয়। ইত্যাদি।

L দৈৰ্ঘ্যৰ এমূৰ বন্ধ বা এমূৰ খোলা (যেনে, বায়ুস্তম্ভ) নলী এটাত সৃষ্টি হোৱা কম্পনৰ কম্পনাংক হ'ব

$$\nu = (n+½)\ \frac{v}{2L},$$

$n = 0, 1, 2, 3, ...$

ওপৰৰ সম্বন্ধ অনুসৰি পোৱা কম্পনাংকৰ সংহতিটোক এনে তন্ত্ৰৰ স্বাভাৱিক কম্পন বোলা হয়। নিম্নতম কম্পনাংক $v/4L$ হৈছে মৌলিক কম্পন বা মূলধ্বনি নতুবা প্ৰথম সমঞ্জস ধ্বনি।

16. দুই মূৰ টানি বন্ধা L দৈৰ্ঘ্যৰ তাঁৰ নতুবা এটা মূৰ বন্ধ আৰু আনটো মূৰ খোলা বায়ুস্তম্ভ এটাই কেতবোৰ নিৰ্দিষ্ট কম্পনাংকত কঁপে— সেয়া তাৰ স্বাভাৱিক কম্পন। প্ৰত্যেকটো কম্পনাংকই তন্ত্ৰটোৰ অনুনাদ কম্পনাংক।

17. দুটা তৰংগৰ কম্পনাংক ν_1 আৰু ν_2 ৰ মাজৰ ব্যৱধান যদি নিচেই কম হয় আৰু যদি সিহঁতৰ বিস্তাৰো প্ৰায় সমান হয়, তেন্তে সিহঁতৰ অধ্যাৰোপণ ঘটিলে স্বৰকম্পৰ উদ্ভৱ হয়। স্বৰকম্পৰ বাৰংবাৰতা হ'ব।

$$\nu_{beat} = \nu_1 \sim \nu_2$$

18. কোনো মাধ্যম সাপেক্ষে উৎস (S) আৰু পৰ্যবেক্ষক (O) পৰস্পৰ আপেক্ষিক গতিত থাকিলে পৰ্য্যবেক্ষকে যি শব্দ শুনে তাৰ কম্পনাংক উৎসটোৰে নিৰ্গত কৰা কম্পনাংকতকৈ বেলেগ হয়। ইয়াক ডপলাৰ প্ৰক্ৰিয়া বোলা হয়। উৎসৰ কম্পনাংক ν_o হ'লে পৰ্য্যবেক্ষকে শুনা শব্দৰ কম্পনাংক হ'ব

$$\nu = \nu_o \left(\frac{v + v_0}{v + v_S}\right)$$

ইয়াত v হৈছে মাধ্যমটোত শব্দৰ দ্ৰুতি, v_o মাধ্যম সাপেক্ষে উৎসৰ দ্ৰুতি। এই সম্বন্ধটো ব্যৱহাৰ কৰোতে বেগৰ কাৰণে পৰ্যবেক্ষকৰ পৰা উৎসৰ পিনলৈ (OS) দিশটো ধনাত্মক হিচাপে আৰু তাৰ বিপৰীত দিশটো ঋণাত্মক হিচাপে ধৰিব লাগিব।

ভৌতিক ৰাশি	প্ৰতীক	মাত্ৰা	একক	মন্তব্য
তৰংগ দৈৰ্ঘ্য	λ	[L]	m	একে দশাত থকা দুটা সন্নিহিত বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব
সঞ্চাৰণ ধ্ৰুৱক	k	$[L^{-1}]$	m^{-1}	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$
তৰংগ দ্ৰুতি	v	$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$v = \nu\lambda$
স্বৰকম্পৰ বাৰংবাৰতা	ν_{beat}	$[T^{-1}]$	s^{-1}	অধ্যাৰোপণ ঘটা তৰংগ দুটাৰ (নিচেই কম ব্যৱধানৰ কম্পনাংকবিশিষ্ট) কম্পনাংকৰ পাৰ্থক্য

মন কৰিবলগীয়া

1. তৰংগই মাধ্যমৰ পদাৰ্থৰ সামগ্ৰিক গতি সৃষ্টি নকৰে। বতাহ আৰু বায়ুত শব্দ তৰংগৰ গতি দুয়োটা বেলেগ বেলেগ। বতাহত বায়ু এঠাইৰ পৰা আন এঠাইলৈ গতি কৰে। আনহাতে বায়ুৰ মাজেদি শব্দ তৰংগ গতি কৰোতে বায়ুত সংকোচন আৰু প্ৰসাৰণৰ সৃষ্টি হয়।
2. তৰংগত এটা বিন্দুৰ পৰা আন এটা বিন্দুলৈ শক্তিহে সঞ্চাৰিত হয়, পদাৰ্থ সঞ্চাৰিত নহয়।
3. মাধ্যমৰ নিকটৱৰ্তী দোলনক্ষম অংশবোৰৰ মাজত স্থিতিস্থাপক বলে পৰস্পৰ সংযোগ ঘটোৱাৰ ফলতহে শক্তিৰ সঞ্চাৰণ ঘটে।
4. যিবোৰ মাধ্যমৰ স্থিতিস্থাপকতাৰ দৃঢ়তা গুণাংক আছে, অনুপ্ৰস্থ তৰংগ সেইবোৰৰ মাজেদিহে সঞ্চাৰিত হ'ব পাৰে। অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগৰ সঞ্চাৰণৰ বাবে আয়তন গুণাংকৰ প্ৰয়োজন; সেয়ে তেনে তৰংগ কঠিন, জুলীয়া আৰু গেছীয় আটাইবোৰ মাধ্যমতে সঞ্চাৰিত হয়।
5. এক নিৰ্দিষ্ট মুহূৰ্তত নিৰ্দিষ্ট কম্পনাংকৰ পৰ্য্যাবৃত্ত অগ্ৰগামী তৰংগত মাধ্যমৰ সকলোবোৰ কণাৰে বিস্তাৰ সমান, কিন্তু দশা ভিন ভিন। আনহাতে স্থানু তৰংগত দুটা নিষ্কম্প বিন্দুৰ মাজৰ সকলো কণাৰে দশা একে হয়, কিন্তু বিস্তাৰ ভিন ভিন।
6. স্থিৰ অৱস্থাত থকা পৰ্যবেক্ষক সাপেক্ষে কোনো মাধ্যমত যান্ত্ৰিক তৰংগৰ দ্ৰুতি (v) সেই মাধ্যমৰ মাত্ৰ স্থিতিস্থাপকতা আৰু অন্যান্য (যেনে,ভৰঘনত্ব) ধৰ্মৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। ই তৰংগৰ উৎসৰ বেগৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে।
7. যদি কোনো পৰ্যবেক্ষক মাধ্যম সাপেক্ষে v_o বেগত গতি কৰি থাকে তেন্তে তৰংগ এটাৰ দ্ৰুতি স্বাভাৱিকতে v তকৈ বেলেগ হ'ব আৰু সি হ'ব $v \pm v_o$.

অনুশীলনী

15.1 2.50 kg ভৰৰ ৰছী এডালত 200 N পৰিমাণৰ টান প্ৰয়োগ কৰা হৈছে। ৰছীডালৰ দীঘ 20.0 m। ৰছীডালৰ এমূৰে অনুপ্ৰস্থভাৱে আঘাত কৰিলে, যি জোকাৰণি সৃষ্টি হ'ব সি আনটো মূৰ পাবলৈ কিমান সময় লাগিব?

15.2 300 m ওখ স্তম্ভ এটাৰ ওপৰৰ পৰা শিলগুটি এটা পেলাই দিলত সি স্তম্ভটোৰ গুৰিত থকা পুখুৰীৰ পানীত পৰিব। যদি বায়ুত শব্দৰ বেগ 340 m s^{-1} হয়, তেন্তে স্তম্ভটোৰ ওপৰৰ পৰা শিলগুটিটো পানীত পৰাৰ শব্দ শুনিবলৈ কিমান সময় লাগিব?

15.3 তীখাৰ তাঁৰ এডালৰ দীঘ 12.0 m আৰু ভৰ 2.10 kg। তাঁৰডালত কিমান টান প্ৰয়োগ কৰিলে তাত সৃষ্টি হোৱা অনুপ্ৰস্থ তৰংগৰ বেগ 20 °C উষ্ণতাত থকা শুকান বায়ুত শব্দৰ বেগৰ (= 343 m s^{-1}) সমান হ'ব?

15.4 $v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ সম্বন্ধটো ব্যৱহাৰ কৰি ব্যাখ্যা কৰা কিয় বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি

(a) চাপৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ নকৰে,

(b) উষ্ণতা বৃদ্ধি হ'লে বৃদ্ধি হয়,

(c) আৰ্দ্ৰতা বৃদ্ধি হ'লে বৃদ্ধি হয়।

15.5 তোমালোকে জানিলা যে এক দিশত গতি কৰা তৰংগ এটা $y = f(x, t)$ ফলনৰ দ্বাৰা বুজোৱা হয়— য'ত x আৰু t পৰস্পৰ এনেদৰে সংযুক্ত হৈ থাকে ঃ $x - v\,t$ নতুবা $x + v\,t$, অৰ্থাৎ $y = f(x \pm v\,t)$। ইয়াৰ বিপৰীত সম্বন্ধটো শুদ্ধনে? তলত দিয়া y ৰ ফলনসমূহে গতিশীল তৰংগ বুজাব পাৰে নেকি পৰীক্ষা কৰা ঃ

(a) $(x - vt)^2$

(b) $\log\left[\frac{(x+vt)}{x_0}\right]$

(c) $\frac{1}{(x+vt)}$

15.6 এটা বাদুলিয়ে বায়ুত 1000 kHz কম্পনাংকৰ অতিশব্দ তৰংগ নিৰ্গত কৰে। যদি সেই তৰংগ পানীৰ পৃষ্ঠতগৈ আপতিত হয়, তেন্তে (ক) প্ৰতিফলিত শব্দৰ, (খ) পানীৰ মাজেদি পাৰ হৈ যোৱা শব্দৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব? বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি 340 m s^{-1} আৰু পানীত শব্দৰ দ্ৰুতি 1486 m s^{-1}।

15.7 এখন চিকিৎসালয়ে শৰীৰৰ কলাত টিউমাৰৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবৰ উদ্দেশ্যে অতিশাব্দিক স্কেনাৰ যন্ত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰে। যদি শৰীৰৰ কলাৰ ভিতৰত শব্দৰ দ্ৰুতি 1.7 km s^{-1} হয়, তেন্তে কলাৰ ভিতৰত শব্দৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্য কিমান? স্কেনাৰটোৱে 4.2 kHz কম্পনাংকৰ শব্দ ব্যৱহাৰ কৰে।

15.8 ৰছী এডালত সৃষ্টি হোৱা অনুপ্ৰস্থ পৰ্য্যাবৃত্ত তৰংগ এটাৰ সমীকৰণ হৈছে,

$$y(x,t) = 3.0 \sin\left(36t + 0.018x + \frac{\pi}{4}\right)$$

ইয়াত x আৰু y ছেমি. ত আৰু t ছেকেণ্ডত আছে। x ৰ ধনাত্মক দিশ ধৰা হৈছে, বাওঁফালৰ পৰা সোঁফাললৈ।

(a) তৰংগটো গতিশীল নে স্থানু? যদি গতিশীল, তেন্তে দ্ৰুতি কিমান আৰু সঞ্চাৰণৰ দিশ কেনেকুৱা?

(b) তৰংগটোৰ বিস্তাৰ আৰু কম্পনাংক কিমান?

(c) মূলবিন্দুত তাৰ প্ৰাৰম্ভিক দশা কি?

(d) তৰংগটোৰ দুটা একাদিক্ৰমিক তৰংগশীৰ্ষৰ মাজৰ নিম্নতম দূৰত্ব কিমান?

15.9 অনুশীলনী 15.8 ত দিয়া তৰংগটোৰ x = 0, 2 আৰু 4 cm ৰ বাবে সৰণ (y) সময়ৰ (t) লেখ আঁকা। এই লেখসমূহৰ আকৃতি কেনেকুৱা? এটা বিন্দুৰ পৰা আনটো বিন্দুলৈ গতি কৰোতে গতিশীল তৰংগৰ দোলায়িত গতিৰ কোনবোৰ ধৰ্ম সলনি হয় ঃ বিস্তাৰ, কম্পনাংক নে দশা?

15.10 তলত এটা গতিশীল পৰ্য্যাবৃত্ত তৰংগৰ সমীকৰণ দিয়া হ'ল ঃ

$y(x, t) = 2.0 \cos 2\pi (10t - 0.0080\, x + 0.35)$

য'ত x আৰু y ছেমি. ত আৰু t ছেকেণ্ডত আছে।

(a) 4 m,

(b) 0.5 m,

(c) $\lambda/2$,

(d) $3\lambda/4$

ব্যৱধানৰ দুটা বিন্দুৰ দোলায়িত গতিৰ দশা পাৰ্থক্য নিৰ্ণয় কৰা।

15.11 দুয়োমূৰ বান্ধি থোৱা তাঁৰ এডালৰ অনুপ্ৰস্থ সৰণ এনেদৰে দিয়া আছে ঃ

$y(x, t) = 0.06 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right) \cos(120\ \pi t)$

য'ত x আৰু y মিটাৰত আৰু t ছেকেণ্ডত আছে। তাঁৰডালৰ দীঘ 1.5 m আৰু তাৰ ভৰ 3.0×10^{-2} kg.

এতিয়া তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) ফলনটোৱে গতিশীল নে স্থানু তৰংগ বুজাইছে?

(b) তৰংগটোক দুটা পৰস্পৰ বিপৰীতমুখী তৰংগৰ অধ্যাৰোপণ বুলি ভাবি লোৱা। তেনেহ'লে প্ৰতিটো তৰংগৰ তৰংগদৈৰ্ঘ্য, কম্পনাংক আৰু দ্ৰুতি নিৰ্ণয় কৰা।

(c) তাঁৰডালৰ টান কিমান হ'ব উলিওৱা।

15.12 (i) অনুশীলনী 15.11ত দিয়াৰ দৰে তাঁৰ এডালত সৃষ্টি হোৱা তৰংগটোৰ ক্ষেত্ৰত তাঁৰডালৰ সকলোবোৰ বিন্দু সমান (ক) কম্পনাংক, (খ) দশা আৰু (গ) বিস্তাৰত দুলি থাকেনে? উত্তৰ ব্যাখ্যা কৰা।

(ii) এটা মূৰৰ পৰা 0.375 m আঁতৰৰ বিন্দু এটাৰ বিস্তাৰ কিমান?

15.13 তলত স্থিতিস্থাপক তৰংগ এটাৰ অনুপ্ৰস্থ বা অনুদৈৰ্ঘ্য সৰণ বুজোৱা কেইটামান x আৰু t ৰ ফলন দিয়া হৈছে। সেইসমূহৰ কোন কেইটাই (i) গতিশীল তৰংগ বুজায়, (ii) স্থানু তৰংগ বুজায় আৰু (iii) এটাও নুবুজায়?

(a) $y = 2 \cos(3x) \sin(10t)$

(b) $y = 2\sqrt{x - vt}$

(c) $y = 3 \sin (5x - 0.5t) + 4 \cos (5x - 0.5t)$

(d) $y = \cos x \sin t + \cos 2x \sin 2t$

15.14 দুটা দৃঢ় আলমৰ মাজত টানি ৰখা তাঁৰ এডাল 45 Hz কম্পনাংকৰ মূল কম্পনেৰে কঁপে। তাঁৰডালৰ ভৰ 3.5×10^{-2} kg আৰু তাৰ ৰৈখিক ভৰ ঘনত্ব 4.0×10^{-2} kg m^{-1}।

(a) তাঁৰডালৰ অনুপ্ৰস্থ তৰংগটোৰ দ্ৰুতি কিমান?

(b) তাঁৰডালত কিমান টান প্ৰয়োগ কৰা হৈছে?

15.15 1m দীঘল এমূৰ খোলা নলী এটাৰ খোলা মূৰটোত এটা লৰচৰ কৰিব পৰা পিষ্টন আছে। নলীটোৰ 25.5 cm বা 79.3 cm দৈৰ্ঘ্যৰ সৈতে নিৰ্দিষ্ট কম্পনাংকৰ উৎস এটাৰ (340Hz কম্পনাংকৰ টিউনিং ফৰ্ক এডাল) অনুনাদ ঘটে। পৰীক্ষা চলোৱা সময়ৰ উষ্ণতাত বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি কিমান হিচাপ কৰা।

15.16 100 cm দীঘল তীখাৰ দণ্ড এডাল মাজভাগত ক্লেম্প লগাই ৰখা হৈছে। দণ্ডডালৰ অনুদৈৰ্ঘ্য কম্পনৰ মূল কম্পনাংক 2.53 kHz। তীখাত শব্দৰ দ্ৰুতি কিমান?

15.17 এমূৰ বন্ধ নলী এটাৰ দীঘ 20 cm। 430 Hz ৰ উৎস এটাই নলীটোত কোনটো সমঞ্জস ধ্বনিৰ অনুনাদ সৃষ্টি কৰিব? যদি নলীটোৰ দুয়োটা মূৰ খোলা থাকে, সেই একেটা উৎসই তাত অনুনাদ সৃষ্টি কৰিব পাৰিবনে? (বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি 340 m s^{-1})।

15.18 চেটাৰৰ দুডাল তাঁৰ A আৰু B য়ে 'গা' স্বৰটো বজাওঁতে নিচেই সামান্য পৰিমাণে সুৰবৰ্জিত হোৱা দেখা গ'ল আৰু 6 Hz বাৰংবাৰতাৰ স্বৰকম্প উদ্ভৱ হ'ল। A তাঁৰডালৰ টান কিঞ্চিৎভাৱে কমাই দিয়া হ'লত স্বৰকম্পৰ বাৰংবাৰতা 3 Hz নামিল। A ৰ মূল কম্পনাংক যদি 324 Hz হয় তেন্তে B ৰ মূল কম্পনাংক কিমান?

15.19 কিয় বা কেনেকৈ ব্যাখ্যা কৰা ঃ

(a) শব্দ তৰংগত সৰণ-নিষ্কম্পবিন্দু এটা চাপসুকম্প বিন্দু আৰু তাৰ বিপৰীত ক্ৰম।

(b) 'চকু' অবিহনেই বাদুলিয়ে কোনো প্ৰতিবন্ধকৰ দূৰত্ব, দিশ, প্ৰকৃতি আৰু আকাৰ নিৰূপণ কৰিব পাৰে।

(c) ভায়'লিন আৰু চেটাৰৰ কোনো স্বৰৰ কম্পনাংক একে হ'লেও দুয়োটাৰে প্ৰভেদ আমি বুজিব পাৰো।

(d) কঠিনৰ মাজেদি অনুদৈৰ্ঘ্য আৰু অনুপ্ৰস্থ উভয় তৰংগ পাৰ হৈ যাব পাৰে; কিন্তু গেছীয় মাধ্যমেদি মাত্ৰ অনুদৈৰ্ঘ্য তৰংগহে সঞ্চাৰিত হয়।

(e) বিক্ষেপক মাধ্যমৰ মাজেদি সঞ্চাৰিত হওতে স্পন্দৰ আকৃতি বিকৃত হয়।

15.20 ৰে'ল ষ্টেচনৰ বহিঃছিগনেল অৱস্থানত ৰৈ থাকি ৰে'লগাড়ী এখনে স্থিৰ বায়ুত 400 Hz ৰ হুইছেল বজাইছে।

(i) ৰে'লগাড়ীখনে যেতিয়া–

(a) 10 m s^{-1} দ্ৰুতিৰে প্লেটফৰ্মৰ ওচৰ চাপেহি,

(b) 10 m s^{-1} দ্ৰুতিৰে প্লেটফৰ্মৰ পৰা আঁতৰি গৈ থাকে, তেতিয়া প্লেটফৰ্মত ৰৈ থকা পৰ্যবেক্ষক এজনে সেই হুইছেলৰ কম্পনাংক কিমান পাব?

(ii) প্ৰতি ক্ষেত্ৰতে শব্দৰ দ্ৰুতি কিমান? দিয়া আছে, বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি 340 m s^{-1}।

15.21 ষ্টেচন ইয়াৰ্ডত ৰৈ থকা এখন ৰে'লগাড়ীয়ে স্থিৰ বায়ুত 400 Hz কম্পনাংকৰ এটা হুইছেল বজায়। ইয়াৰ্ডৰ পৰা ষ্টেচনৰ দিশলৈ 10 m s^{-1} দ্ৰুতিৰে বতাহ ব'বলৈ আৰম্ভ কৰিলে। ষ্টেচনৰ প্লেটফৰ্মত থিয় হৈ থকা পৰ্যবেক্ষক এজনৰ বাবে হুইছেলৰ শব্দৰ কম্পনাংক, তৰংগদৈৰ্ঘ্য আৰু দ্ৰুতি কিমান হ'ব? যদি বায়ু স্থিৰে থাকে আৰু পৰ্যবেক্ষকজন 10 m s^{-1} দ্ৰুতিৰে ইয়াৰ্ডৰ পিনলৈ দৌৰে তেন্তে উক্ত ৰাশিবোৰ সাইলাখ একে হ'বনে? ধৰি ল'ব পাৰি যে স্থিৰ বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতি 340 m s^{-1}।

অতিৰিক্ত অনুশীলনী

15.22 তাঁৰ এডালত গতিশীল পৰ্য্যাবৃত্ত তৰংগ এটাৰ সমীকৰণ এনেধৰণৰ ঃ

$y(x, t) = 7.5 \sin (0.0050x + 12t + \pi/4)$

(a) $x = 1$ cm আৰু $t = 1$ sত এটা বিন্দুৰ সৰণ আৰু দোলনৰ বেগ কিমান? এই বেগ তৰংগৰ সঞ্চাৰণৰ বেগৰ সমাননে?

(b) তাঁৰডালৰ যিবোৰ বিন্দুৰ অনুপ্ৰস্থ সৰণ আৰু বেগ $t = 2$ s, 5 s আৰু 11 s ত $x = 1$ ছেমি. বিন্দুটোৰ অনুপ্ৰস্থ সৰণ আৰু বেগৰ সমান, সেইবোৰ বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰূপণ কৰা।

15.23 সংকীৰ্ণ শব্দ স্পন্দ এটা মাধ্যমৰ মাজেদি পঠিয়াই দিয়া হ'ল। (a) স্পন্দটোৰ (i) কম্পনাংক, (ii) তৰংগৰ দৈৰ্ঘ্য, (iii) সঞ্চাৰণৰ দ্ৰুতি নিৰ্দিষ্ট নে?

(b) যদি স্পন্দ প্ৰেৰণৰ হাৰ প্ৰতি 20 ছেকেণ্ডত 1 বাৰ হয়, তেন্তে হুইছেলৰ পৰা সৃষ্টি হোৱা স্বৰৰ কম্পনাংক $\frac{1}{20}$ বা 0.05 Hz হয়নে?

15.24 8.0×10^{-3} kg m^{-1} ৰৈখিক ভৰ ঘনত্বৰ দীঘলীয়া তাঁৰ এডালৰ এটা মূৰ বিদ্যুৎ চালিত টিউনিংফৰ্ক এডালৰ সৈতে সংযুক্ত কৰা হৈছে। টিউনিংফৰ্কৰ কম্পনাংক 256 Hz। তাঁৰডালৰ আনটো মূৰ এটা কপিকলৰ (pulley) ওপৰেদি লৈ গৈ আৰু 90 kg ভৰ বহন কৰি থকা এখন পাল্লাৰ (pan) সৈতে বান্ধি ৰখা হৈছে। কপিকলৰ পিনে থকা মূৰটোৱে সকলো আপতিত শক্তি শোষণ কৰে; সেয়ে এই মূৰত

প্ৰতিফলিত তৰংগৰ বিস্তাৰ নিচেই নগণ্য। $t = 0$ সময়ত তাঁৰডালৰ টিউনিংফৰ্ক থকা মূৰটোৰ (যাৰ বাবে ($x = 0$) অনুপ্ৰস্থ সৰণ শূন্য ($y = 0$)। তৰংগটো ধনাত্মক y দিশত গতি কৰি আছে। তৰংগটোৰ বিস্তাৰ 5.0 cm। তাৰ অনুপ্ৰস্থ সৰণক (y) x আৰু t ৰ ফলন হিচাপে লিখা, যাতে সি তাঁৰডালত সৃষ্টি হোৱা তৰংগটো বুজায়।

15.25 ছাবমেৰিন এখনত থকা ছ'নাৰ যন্ত্ৰ এটাই 40.0 kHz কম্পনাংকৰ তৰংগ নিৰ্গত কৰে। শত্ৰুপক্ষৰ ছাবমেৰিন এখন ছ'নাৰৰ পিনলৈ বুলি 360 km h^{-1} বেগত আগবাঢ়ি আহি আছে। এই ছাবমেৰিনখনত প্ৰতিফলিত হোৱা শব্দৰ কম্পনাংক কিমান? পানীত শব্দৰ দ্ৰুতি 1450 m s^{-1} বুলি ধৰা।

15.26 ভূমিকম্পৰ ফলত পৃথিৱীৰ ভিতৰভাগত শব্দ তৰংগ উদ্ভৱ হয়। পৃথিৱীয়ে অনুপ্ৰস্থ (S) তৰংগ আৰু অনুদৈৰ্ঘ্য (P) শব্দ তৰংগ উভয়কে ধৰা পেলাব পাৰে। S তৰংগৰ দ্ৰুতি প্ৰায় 4.0 km s^{-1} আৰু P তৰংগৰ 8.0 km s^{-1}। ছিছম'গ্ৰাফ এটাই ভূমিকম্পৰ পৰা নিৰ্গত P আৰু S তৰংগ ৰেকৰ্ড কৰে। প্ৰথম P তৰংগটো প্ৰথম S তৰংগতকৈ 4 মিনিট আগতেই ধৰা পৰে। তৰংগসমূহে সৰলৰৈখিক দিশত গতি কৰে বুলি ধৰিলে, ভূমিকম্পটো কিমান দূৰত হৈছিল?

15.27 বাদুলি এটাই অতিশব্দৰ সহায়ত দিগনিৰ্ণয় কৰি এটা গুহাৰ ভিতৰত ইফালে সিফালে ঘূৰি ফুৰিছে। ধৰি লোৱা যে বাদুলিটোৱে নিৰ্গত কৰা শব্দৰ কম্পনাংক 40 kHz। সি এখন সমতলীয় বেৰৰ ফালে বায়ুত শব্দৰ দ্ৰুতিৰ 0.03 অংশৰ সমান দ্ৰুতিৰে চোঁচা লৈছে। বাদুলিটোৱে বেৰখনৰ পৰা প্ৰতিফলিত অতিশব্দ তৰংগৰ কম্পনাংক কিমান অনুভৱ কৰিব?