অধ্যায় - 7
ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

U2A6V7

7.1 সৰ্বাংগসম বস্তুবোৰ এটা আনটোৰ প্ৰতিৰূপ বা অবিকল। দুটা বস্তুৰ মাজৰ সৰ্বসম সম্পৰ্কটোৱে সৰ্বাংগসমতা। এই অধ্যায়ত আমি ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিম।

ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰাৰ আগতে আমি তলৰ চিত্ৰবোৰ চাওঁ আহা—

চিত্ৰ- 7.1

এখন ব্লেডৰ ওপৰত আন এখন ব্লেড ৰাখিলে, এটা ডাক টিকটৰ ওপৰত আন এটা একেধৰণৰ ডাক টিকট ৰাখিলে বা এখন পাঁচটকীয়া নোটৰ ওপৰত আন এখন পাঁচটকীয়া নোট ৰাখিলে এইবোৰ সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি নাযায়নে? ইহঁতে সৰ্বাংগসমতা দেখুৱাইছে। আমাৰ চাৰিওফালে সৰ্বাংগসমতা দেখুওৱা অনেক বস্তু আছে।

দুটা চিত্ৰৰ সৰ্বাংগসমতা চাবলৈ এটা চিত্ৰৰ ওপৰত আনটো চিত্ৰ ৰাখি মিলালে দুয়োটা অংগে অংগে মিলি যায়।

— সৰ্বাংগসম চিত্ৰৰ কালি সমান।

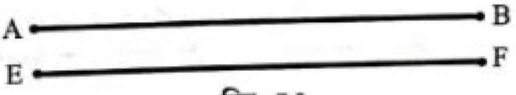
— অনুৰূপ কোণ আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ সমান।

— সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ডবোৰ সমান জোখৰ।

সৰ্বাংগসমতাক $\cong$ চিহ্নৰে লিখা হয়।

7.2 সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ড ঃ

যদি এডাল ৰেখাখণ্ড আন এডাল ৰেখাখণ্ডত সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি যায় তেন্তে ৰেখাখণ্ড দুডালক সৰ্বাংগসম বোলা হয়।



চিত্ৰ- 7.2

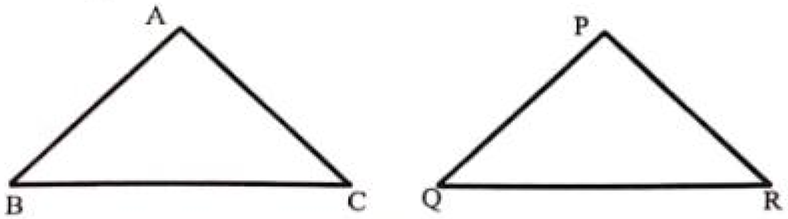
দুডাল ৰেখাখণ্ড সৰ্বাংগসম যদি সিহঁত সমান জোখৰ। চিত্ৰ (7.2) ত AB আৰু EF দুডাল ৰেখাখণ্ড। ইহঁত সমান জোখৰ গতিকে সৰ্বাংগসম। ইয়াক $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ দৰে লিখা হয়। $\overline{AB}$ সৰ্বাংগসম $\overline{EF}$ বুলি পঢ়া হয়।

7.3 কোণৰ সৰ্বাংগসমতা ঃ

চিত্ৰ 7.3 লৈ মন কৰা। $\angle ABC$ ৰ ওপৰত $\angle PQR$ এনেদৰে ৰাখা যাতে $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$ ৰ ওপৰত সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি যায়। কোণ দুটা সমান জোখত অঁকা বাবে ইয়াৰ $\overline{BC}$ ৰ ওপৰত $\overline{QR}$ মিলি যাব। ইয়াত $\angle ABC \cong \angle PQR$। অৰ্থাৎ সমান জোখৰ কোণবোৰ সৰ্বাংগসম।

চিত্ৰ- 7.3

7.4 সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ ঃ



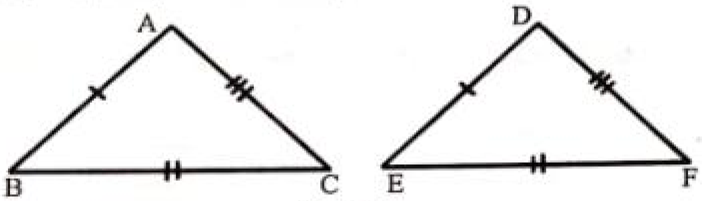
চিত্ৰ- 7.4

চিত্ৰ 7.4 দিয়া ত্ৰিভুজ দুটালৈ মন কৰা। প্ৰথম চিত্ৰটো দ্বিতীয়টোৰ ওপৰত মিলাই দিওঁতে ত্ৰিভুজ দুটা সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি গ'ল। আমি ক'ব পাৰিম ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হ'ব। ইয়াক আমি $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ হিচাপে লিখিম আৰু 'ত্ৰিভুজ ABC সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ PQR' বুলি পঢ়িম।

চিত্ৰ দুটা মিলাই দিলে দেখা যাব $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ আৰু $\angle C = \angle R$ আকৌ $\overline{AB} = \overline{PQ}$, $\overline{BC} = \overline{QR}$, $\overline{AC} = \overline{PR}$।

7.5 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ চৰ্তাৱলী ঃ

7.5.1. বাহু - বাহু - বাহু চৰ্ত (S-S-S Criteria) ঃ



চিত্ৰ- 7.5

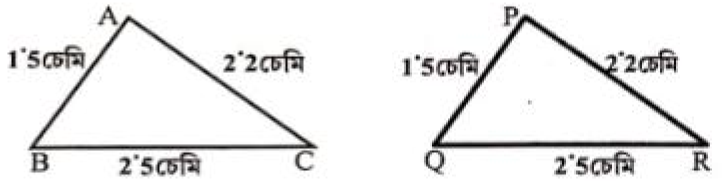
ΔABC আৰু ΔDEF ৰ যদি

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

তেন্তে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হ'লে ত্ৰিভুজ দুটা বাহু বাহু বাহু সৰ্বসমতাৰ চৰ্তমতে সৰ্বাংগসম হ'ব।

উদাহৰণ 1 : ΔABC আৰু ΔPQR ৰ $AB = 1.5$ চে মি, $BC = 2.5$চে মি, $AC = 2.2$চে মি, $PQ = 1.5$চে মি, $QR = 2.5$চে মি, $PR = 2.2$চে মি, ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰি চোৱা। যদি হয় সৰ্বসম সম্বন্ধটো প্ৰতীক ৰূপত লিখা।



সমাধান :

ইয়াত $AB = PQ = 1.5$ চে মি

$BC = QR = 2.5$ চে মি

$AC = PR = 2.2$ চেমি

আমি দেখিলো এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আনটো ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সমান। সেইকাৰণে বাহু-বাহু-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম। ইয়াৰ পৰা সমতাৰ তিনিটা সম্বন্ধ লিখিব পাৰি।

অনুৰূপ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ মিলি যায়। অৰ্থাৎ,

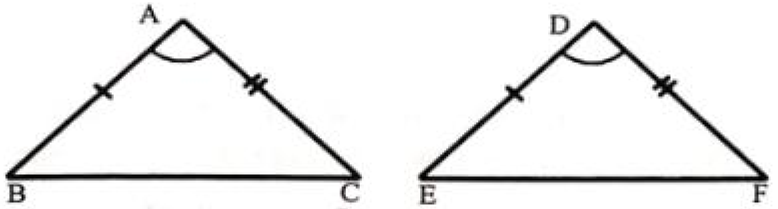
$A \leftrightarrow P$, $B \leftrightarrow Q$, $C \leftrightarrow R$

অনুৰূপ কোণবোৰ মিলি যায়, $\angle A \leftrightarrow \angle P$, $\angle B \leftrightarrow \angle Q$ আৰু $\angle C \leftrightarrow \angle R$

আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ মিলি যায়, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{PQ}$, $\overline{BC} \leftrightarrow \overline{QR}$, $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{PR}$

7.5.2. বাহু - কোণ - বাহু চৰ্ত (S-A-S Criteria) :

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ আনটো ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা বাহু-কোণ-বাহু সৰ্বসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী সৰ্বাংগসম।



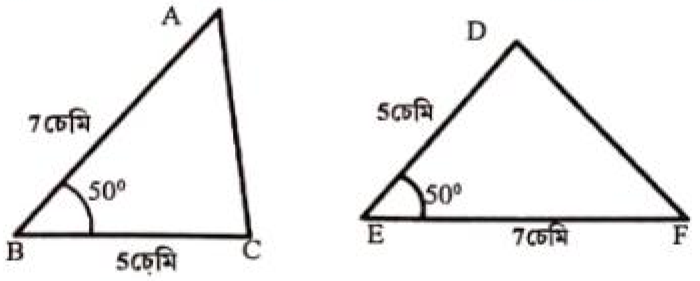
চিত্ৰ- 7.6

ΔABC আৰু ΔDEF ৰ যদি

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

তেন্তে $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

উদাহৰণ 2 ঃ চিত্ৰত ABC আৰু DEF ৰ দুটা ত্ৰিভুজ, AB = 7চেমি, BC = 5চেমি, $\angle B = 50^0$, DE = 5চে মি, EF = 7চে মি, $\angle E = 50^0$ ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।



সমাধান ঃ

দিয়া আছে, AB = FE = 7চে মি

BC = ED = 5চে মি

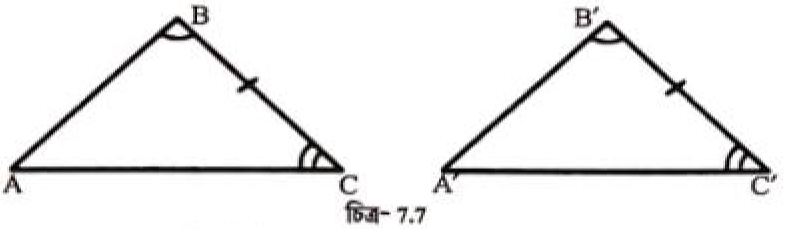
$\angle B = 50^0 = \angle E = 50^0$

গতিকে বাহু-কোণ-বাহু চৰ্তমতে

$\Delta ABC \cong \Delta FED$

7.5.3. কোণ-বাহু-কোণ চৰ্ত (A-S-A Criteria) ঃ

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ উমৈহতীয়া বাহুটো অন্য এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু উমৈহতীয়া বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।



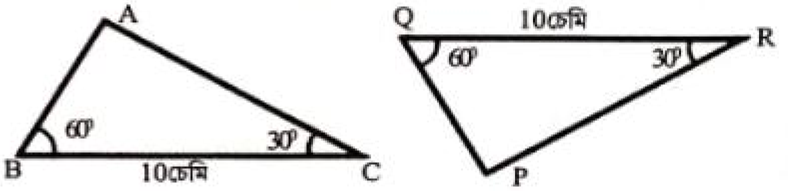
চিত্ৰ- 7.7

চিত্ৰত ΔABC আৰু $\Delta A'B'C'$ ৰ

যদি $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ আৰু $\angle C = \angle C'$

তেন্তে, $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$

উদাহৰণ 3 ঃ ΔABC আৰু ΔPQR ৰ BC = 10চে মি, $\angle B = 60^0$, $\angle C = 30^0$, QR = 10 চে মি, $\angle Q = 60^0$, $\angle R = 30^0$ কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে পৰীক্ষা কৰা।



সমাধানঃ

ইয়াত $\overline{BC} = \overline{QR} = 10$চে মি

$\angle B = \angle Q = 60^0$

$\angle C = \angle R = 30^0$

গতিকে কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে

$\Delta ABC \cong \Delta PQR$

7.5.4. **সমকোণ অতিভুজ বাহু সৰ্বাংগসমতা চৰ্ত** (R-H-S Criteria)**ঃ**

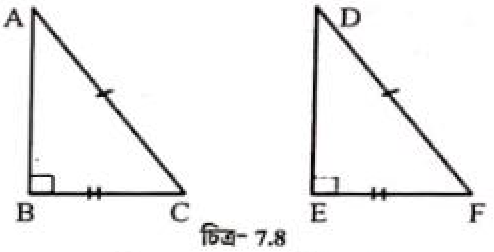
যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু যথাক্ৰমে আন এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু অনুৰূপ বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।

ΔABC আৰু ΔDEF ৰ

$\angle B = \angle E = 90^0$

$\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

গতিকে, $\Delta ABC \cong \Delta DEF$



চিত্ৰ- 7.8

উদাহৰণ 4 ঃ ΔPQR আৰু ΔMNL ৰ, $\angle Q = 90^0$, $\overline{QR} = 3$চেমি, PR = 5চেমি, $\angle N = 90^0$, $\overline{NL}$ 3cm, $\overline{ML} = 5$ চে মি। R-H-S সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত মতে ত্ৰিভুজ দুটাৰ সৰ্বাংগসমতাৰ পৰীক্ষা কৰা।

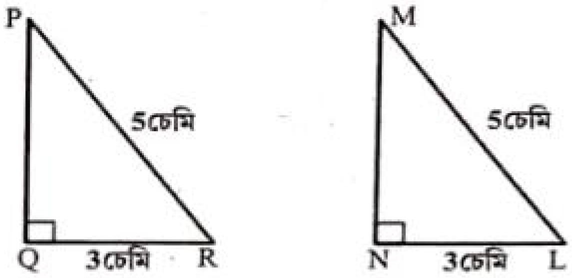
সমাধানঃ

দিয়া আছে, $\angle Q = \angle N = 90^0$

$\overline{QR} = \overline{NL} = 3$চে মি

$\overline{PR} = \overline{ML} = 5$চে মি

$\angle C = \angle R = 30^0$



∴ সমকোণ-অতিভুজ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম।

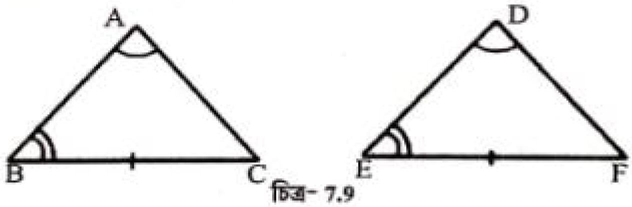
অনুসিদ্ধান্ত ঃ কোণ-কোণ-বাহু ঃ

দুটা ত্ৰিভুজক কোণ কোণ বাহু চৰ্ত সাপেক্ষে সৰ্বাংগসম বুলি কোৱা হ'ব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু এডাল বাহুৰ সমান।

ΔABC আৰু ΔDEF ৰ

যদি $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, BC = EF

$\Delta ABC \cong \Delta DEF$



চিত্ৰ- 7.9

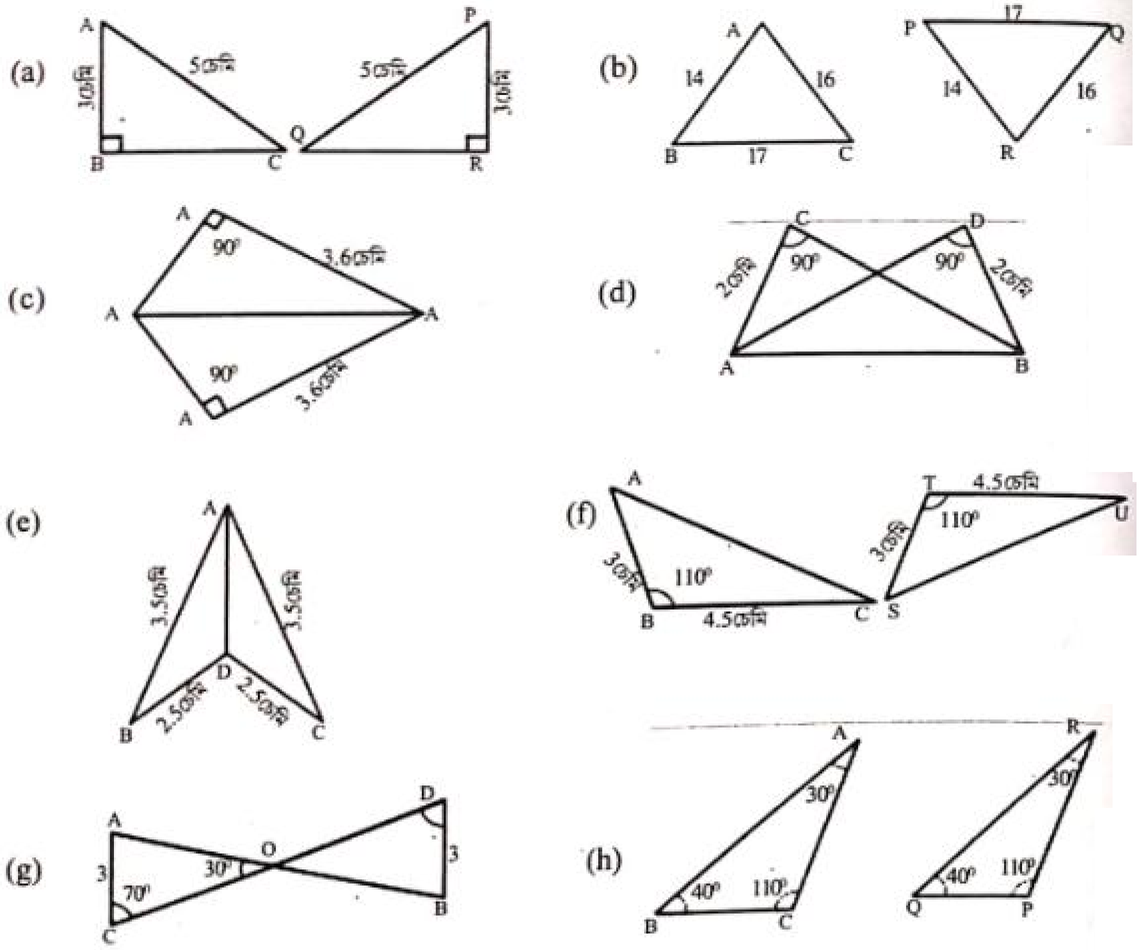
টোকা ঃ

→ AAS হ'ল A-S-A ৰ এটা বিশেষ অৱস্থা।

→ মনত ৰাখিবা যে A-A-A অৰ্থাৎ কোণ-কোণ-কোণ দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বাংগসম হোৱাৰ চৰ্ত নহয়। কিয়নো এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণ আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমান হ'লে ইহঁতৰ অনুৰূপ বাহু তিনিডাল পৰস্পৰ সমান নহ'বও পাৰে।

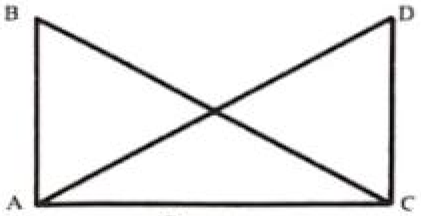
অনুশীলনী- 7.1

1. চিত্ৰত ত্ৰিভুজৰ যোৰসমূহৰ জোখবোৰ দিয়া আছে। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজৰ যোৰবোৰ সৰ্বাংগসম। সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত উল্লেখ কৰা।

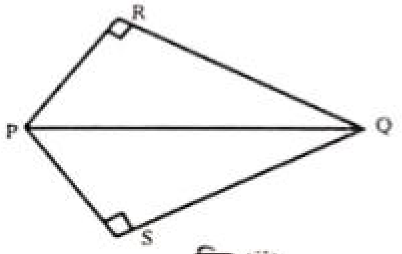


2. চিত্ৰত (i) $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে $\Delta ADC \cong \Delta CBA$

3. চিত্ৰত (ii) ΔPQR আৰু ΔPSQ ৰ $\overline{PR} = \overline{PS}$ আৰু $\overline{RQ} = \overline{SQ}$ প্ৰমাণ কৰা যে $\Delta PRQ \cong \Delta PSQ$.

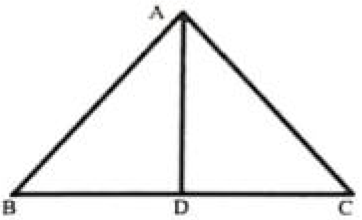


চিত্ৰ (i)

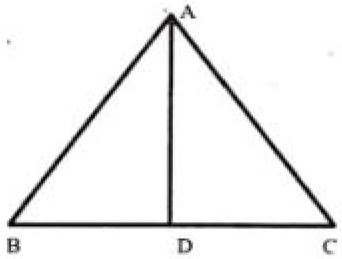


চিত্ৰ (ii)

4. তলৰ চিত্ৰতΔABC সমদ্বিবাহু য'ত $\overline{AB} = \overline{AC}$ আৰু $\overline{AD}$ মধ্যমা। প্ৰমাণ কৰা যে $\Delta ABD \cong \Delta ACD$.



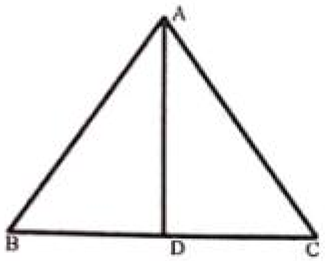
5. ABC সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ $\overline{AB} = \overline{BC}$ আৰু $\overline{AD}$ এডাল উন্নতি।



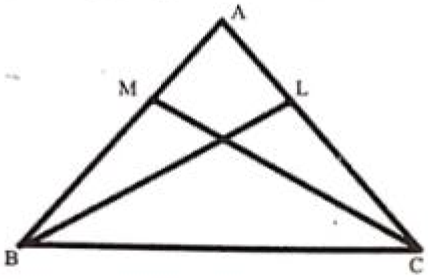
(i) ΔADB আৰু ΔADC ৰ তিনিটা সমান অংশ লিখা
(ii) $\Delta ABD \cong \Delta ADC$ হয়নে? কাৰণ দৰ্শোৱা।
(iii) $\angle B = \angle C$ হ'বনে?
(iv) $\overline{BD} = \overline{CD}$ হ'বনে? যুক্তি দিয়া।

6. ΔABC ৰ $\angle A = 30^0$, $\angle C = 110^0$ আৰু ΔPQR ৰ $\angle P = 30^0$, $\angle R = 110^0$। $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ (কোণ-বাহু-কোণ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী) হয়নে?

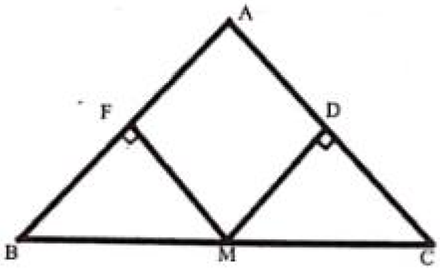
7. $\overline{AD}$ য়ে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। আকৌ ΔABC ৰ $\overline{AB} = \overline{AC}$। প্ৰমাণ কৰা যে সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণ দুটা সমান।



8. ΔABC ৰ $\angle B = \angle C$, $\overline{BL}$ আৰু $\overline{CM}$ ক্ৰমে $\angle B$ আৰু $\angle C$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক। প্ৰমাণ কৰা যে $\overline{BL} = \overline{CM}$।

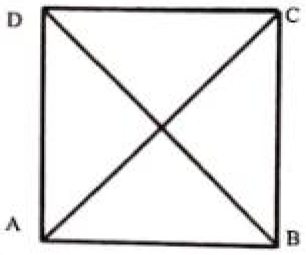


9. ΔABC ৰ ভূমি $\overline{BC}$ ৰ মধ্যবিন্দু M বাকী দুটা বাহুৰ পৰা সমদূৰবৰ্তী। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজ ABC সমদ্বিবাহু।

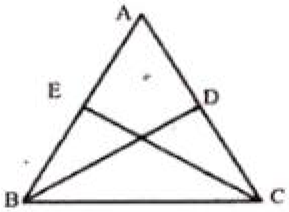


11. চিত্ৰত $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{CB} = \overline{AB}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ হ'লে ΔABC আৰু ΔDAB ৰ তিনিটা সমান অংশৰ নাম লিখা। দেখুওৱা হ'ল যে—

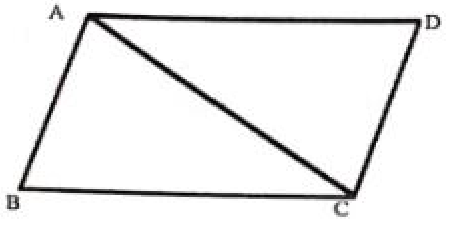
(i) $\Delta ABC \cong \Delta BAD$.



12. চিত্ৰত ΔABC ৰ BD আৰু CE দুডাল উন্নতি যাতে BD = CE,
(i) ΔCBD আৰু ΔBCE ৰ সমান অংশ তিনিটা লিখা।
(ii) $\Delta CBD \cong \Delta BCE$ হ'বনে?
(iii) $\angle DCB = \angle EBC$ হ'বনে? যদি নহয় কিয়?



12. চিত্ৰত $\overline{AB} = \overline{DC}$ আৰু $\overline{BC} = \overline{AD}$. দেখুওৱা যে $\Delta ABC \cong \Delta CDA$।



অনুশীলনী- 7.2

তলৰ উক্তিবোৰৰ কোনটো সত্য

1. ΔABC আৰু ΔPQR ৰ AB = 4cm, BC = 5cm, AC = 6cm, PQ = 4cm, QR = 5 cm, PR = 6cm তেন্তে তলৰ কোনটো সত্য।

   (a) $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ (b) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$
   (c) $\Delta ABC \cong \Delta PRQ$ (d) $\Delta ABC \cong \Delta QPR$

2. ΔABC ৰ $\angle A = 90^0$ আৰু $\overline{AB} = \overline{AC}$,

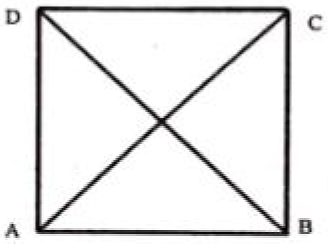
   (a) $\angle B = \angle C = 60^0$ (b) $\angle B = \angle C = 30^0$
   (c) $\angle B = \angle C = 45^0$ (d) $\angle B = \angle B = 50^0$

3. সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ—

   (a) 60^0 (b) 30^0 (c) 45^0 (d) 40^0

4. চিত্ৰত AB = CD , AD = CB, আৰু $\angle DAB = \angle BCD$

   (a) $\Delta ABC \cong \Delta ADC$
   (b) $\Delta ABC \cong \Delta ACD$
   (c) $\Delta BAD \cong \Delta DCB$
   (d) $\Delta ABC \cong \Delta CAD$



5 . ΔABC আৰু ΔPQR ৰ $AB = 3{\cdot}5$ চে মি, $BC = 7{\cdot}1$চে মি, $AC = 5$চে মি, $PQ = 7{\cdot}1$ চে মি, $QR = 5$চে মি আৰু $PR = 3{\cdot}5$চে মি তেন্তে তলৰ কোনটো সত্য

(a) $\Delta ABC \cong \Delta QRP$ (b) $\Delta ABC \cong \Delta PQR$

(c) $\Delta ABC \cong \Delta RPO$ (d) $\Delta ABC \cong \Delta OPR$

6 . ΔABC আৰু ΔDEF ৰ $AB = 7$চে মি, $BC = 5$চে মি, $\angle B = 50^0$, $DE = 5$চে মি, $EF = 7$cm, $\angle E = 50^0$ ৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ— কি চৰ্তত ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম।

(a) SAS (b) RHS (c) ASA (d) SSS

7 . ΔABC আৰু ΔPQR ৰ $\angle B = \angle P = 90^0$ আৰু $AB = RP$। ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হ'ব যদি

(a) $AC = RQ$ (b) $\angle A = \angle P$ (c) $BC = QR$ (d) $\angle R = \angle C$।

8 . যদি $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ আৰু $\angle A = 50^0$, $\angle E = 85^0$ তেন্তে $\angle C = ?$

(a) 50^0 (b) 45^0 (c) 85^0 (d) 40^0

আমি কি শিকিলোঁ

1. এটা ত্ৰিভুজৰ ওপৰত আন এটা ত্ৰিভুজ মিলাই দিলে যদি এটাৰ লগত আনটো সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি যায়, তেতিয়া আমি ত্ৰিভুজ দুটাক সৰ্বাংগসম বুলি কওঁ।
2. দুডাল ৰেখাখণ্ড সৰ্বাংগসম যদি ৰেখা দুডাল সমান জোখৰ।
3. দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বাংগসম হ'ব যদিহে —
   (i) এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিডাল আন এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিডালৰ সমান হয় (বাহু-বাহু-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
   (ii) দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণটো যদি আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণটোৰ সমান হয় (বাহু-কোণ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
   (iii) দুটা কোণ আৰু কোণ দুটাৰ সাধাৰণ বাহুটো আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সাধাৰণ বাহুৰ সমান হয় (কোণ-বাহু-কোণ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
   (iv) সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু আন এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু অনুৰূপ বাহুৰ সমান হয় (সমকোণ-অতিভুজ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
   (v) দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহুৰ সমান হয় (কোণ-কোণ-বাহু চৰ্ত)।