



سیالوں کی میکانیکی خاصیتیں (MECHANICAL PROPERTIES OF FLUIDS)

10.1 تعارف (INTRODUCTION)

اس باب میں ہم رقیق اور گیس اشیا کی کچھ عام طبعی خاصیتوں کا مطالعہ کریں گے۔ رقیق اور گیس بہہ سکتے ہیں، اس لیے سیال (بہنے والے) کہلاتے ہیں۔ یہی وہ خاصیت ہے جو رقیق اور گیسوں کو بنیادی طور پر ٹھوس اشیا سے الگ کرتی ہے۔

ہمارے چاروں اطراف ہر جگہ سیال ہیں۔ زمین پر ہوا کا ایک غلاف ہے اور اس کا دو تہائی حصہ پانی سے گھرا ہوا ہے۔ پانی نہ صرف انسانی وجود کے لیے لازمی ہے، ہر پستاندار حیوان کے جسم کا زیادہ تر حصہ پانی ہوتا ہے۔ جاندار چیزوں میں، بہ شمول پیڑ پودے، ہونے والے تمام عمل پانی کے ذریعے ہوتے ہیں۔ اس لیے سیالوں کے برتاؤ اور ان کی خاصیتوں کو سمجھنا اہم ہے۔

سیال، ٹھوس اشیا سے کیے مختلف ہیں؟ رقیق اشیا اور گیسوں میں کیا مشترک ہے؟ ٹھوس کے برخلاف، ایک سیال کی کوئی اپنی شکل نہیں ہوتی۔ ٹھوس اور رقیق اشیا کا ایک معین حجم ہوتا ہے، جبکہ گیس، جس برتن میں رکھی جائے، اس کے پورے حجم کو گھیر لیتی ہے، ہم پچھلے باب میں سیکھ چکے ہیں کہ ٹھوس اشیا کے حجم کو ذر کے ذریعے تبدیل کیا جاسکتا ہے۔ ایک ٹھوس، رقیق یا گیس کا حجم اس پر لگ رہے ذر یا دباؤ کے تابع ہے۔ جب ہم ٹھوس یا رقیق کے معین حجم کی بات کرتے ہیں، تو ہمارا مطلب فضائی دباؤ کے زیر اثر اس کے حجم سے ہوتا ہے۔ گیسوں اور ٹھوس یا رقیق اشیا میں فرق یہ ہے کہ ٹھوس یا رقیق اشیا کے حجم میں، باہری دباؤ کی تبدیلی سے بہت کم تبدیلی ہوتی ہے۔ دوسرے لفظوں میں، رقیق اور ٹھوس اشیا کی داب پذیری، گیسوں کے مقابلے میں بہت کم ہوتی ہے۔

تحریف ذر، ایک ٹھوس کی شکل، اس کا حجم معین رکھتے ہوئے، تبدیل کر سکتا ہے۔ سیالوں کی کلیدی خاصیت یہ ہے کہ وہ تحریف ذر کی بہت کم مزاحمت کرتے ہیں۔ ان کی شکل، بہت چھوٹے تحریف ذر کے لگانے پر تبدیل ہو جاتی ہے۔ سیالوں کا تحریفی ذر، ٹھوس اشیا کے مقابلے میں تقریباً سو لاکھ گنا کم ہوتا ہے۔

10.1 تعارف

10.2 دباؤ

10.3 مستقل بہاؤ

10.4 برنولی کا اصول

10.5 لزوجت

10.6 سطحی تناؤ

خلاصہ

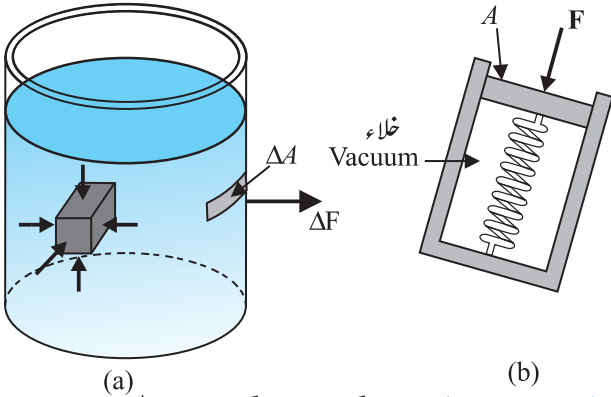
قابل غور نکات

مشق

اضافی مشق

ضمیمہ

اس آلہ کو سیال کے اندر ایک نقطہ پر رکھا جاتا ہے۔ سیال کے ذریعے پستون پر لگ رہی اندر کی سمت میں قوت، باہری اسپرنگ قوت کے ذریعے متوازن ہوتی ہے، اور اس طرح ناپی جاتی ہے۔



شکل 10.1 (a) بیکر میں رکھے سیال کے ذریعہ، ڈوبی ہوئی شے یا بیکر کی دیواروں پر لگائی گئی قوت، تمام نقاط پر سطح پر عمود ہے۔

(b) دباؤ کو ناپنے کا ایک مثالی آلہ

اگر رقبہ A کے پستون پر لگ رہی اس عمودی قوت کی عددی قدر F ہے، تب اوسط دباؤ P_{av} ، (Average Pressure) کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ اکائی رقبہ پر لگ رہی عمودی قوت ہے۔

$$P_{av} = \frac{F}{A} \quad (10.1)$$

اصولی طور پر، پستون کے رقبہ کو ہم جتنا چاہیں کم کر سکتے ہیں۔ اس لیے محدود طور پر دباؤ کی تعریف اس طرح کی جاسکتی ہے۔

$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (10.2)$$

دباؤ ایک غیر سمتی عددی (Scalar) مقدار ہے۔ ہم آپ کو یہ یاد دلانا چاہتے ہیں کہ یہ قوت کا وہ جزو ہے جو ملاحظہ کیے جا رہے رقبہ پر عمود ہے اور وہ سمتی قوت (Vector) نہیں ہے جو مساوات (10.1) اور (10.2) کے نسب نما (Numerator) میں ظاہر ہوتی ہے۔ اس کے ابعاد $[ML^{-1}T^{-2}]$ ہیں۔ دباؤ کی SI اکائی $N m^{-2}$ ہے۔ اسے سیال دباؤ پر تحقیق کرنے والے فرانسیسی سائنسدان، بلاس پاسکل (Blaise Pascal) (1623-1662) کے اعزاز میں پاسکل (Pascal, Pa) کا نام دیا گیا ہے۔ دباؤ کی ایک عام اکائی فضا

10.2 دباؤ (PRESSURE)

ایک نیکی سوئی کو اگر ہم اپنی کھال پر رکھ کر دبائیں تو وہ ہماری کھال کو چھید دیتی ہے لیکن اگر ہم ایک بے دھار (blunt) شے (جیسے چچہ کا پچھلا حصہ) سے جس کا رقبہ لمس (contact area) زیادہ ہے، اپنی کھال کو اتنی ہی قوت سے دبائیں، تو ہماری کھال ویسی ہی رہتی ہے۔ اگر ایک ہاتھی انسان کے سینے پر پیر رکھ دے، تو انسان کی پسلیاں ٹوٹ جائیں گی۔ ایک سرکس کا فنکار، جس کے سینے پر ایک بڑا، ہلکا مگر مضبوط لکڑی کا تختہ رکھ دیا جاتا ہے اور پھر اس پر سے ہاتھی گزرتا ہے تو فنکار اس طرح کے حادثے سے محفوظ رہتا ہے۔ اس طرح کہ روزمرہ کے واقعات سے ہمیں یقین ہوتا ہے کہ قوت اور وہ کتنے رقبہ پر لگ رہی ہے، دونوں اہم ہیں۔ قوت جتنے مقابلتہ کم رقبہ پر لگے گی، اس کا اثر اتنا زیادہ ہوگا۔ یہ اثر بطور دباؤ (Pressure) جانا جاتا ہے۔

جب ایک شے کو ساکت سیال میں ڈبویا جاتا ہے، تو سیال شے کی سطح پر ایک قوت لگاتا ہے۔ یہ قوت شے کی سطح کے ہمیشہ عمودی سمت میں ہوتی ہے۔ ایسا اس لیے ہوتا ہے کہ اگر اس قوت کا ایک جزو شے کی سطح کے متوازی بھی ہو، تو شے بھی سیال پر، اس کے متوازی ایک قوت لگائے گی، کیونکہ نیوٹن کے تیسرے قانون سے یہی نتیجہ حاصل ہوتا ہے۔ یہ قوت سیال کو سطح کے متوازی بہائے گی۔ کیونکہ سیال حالت سکون ہے، یہ نہیں ہو سکتا۔ اس لیے حالت سکون میں ہونے والے سیال کے ذریعے لگائی گئی قوت، اس کے لمس میں آئی سطح پر عمود ہی ہو سکتی ہے۔ اسے شکل 10.1 میں دکھایا گیا ہے۔

ایک نقطہ پر سیال کے ذریعے لگائی گئی عمودی قوت ناپی جاسکتی ہے۔ ایسے دباؤ ناپنے والے آلے کی ایک مثالی شکل، شکل (b) 10.1 میں دکھائی گئی ہے۔ یہ ایک ایسے خلا کیے ہوئے (Envacuated) خانہ یا جیمبر (Chamber) پر مشتمل ہوتا ہے، جس میں ایک اسپرنگ لگا ہوتا ہے۔ یہ اسپرنگ، پستون پر لگ رہی قوت کو ناپنے کے لیے پیمانہ بند کیا ہوا (Calibrated) ہوتا ہے۔

مثال 10.1 دوران کی ہڈیاں (عظم الفخذ Femurs)، جن میں سے ہر ایک کا تراشی رقبہ 10 cm^2 ہے، 40 kg کے ایک انسانی جسم کے اوپری حصہ کو سہارا دیتی ہیں۔ ہڈیوں کے ذریعہ برداشت کیے جا رہے اوسط دباؤ کا حساب لگائیے۔

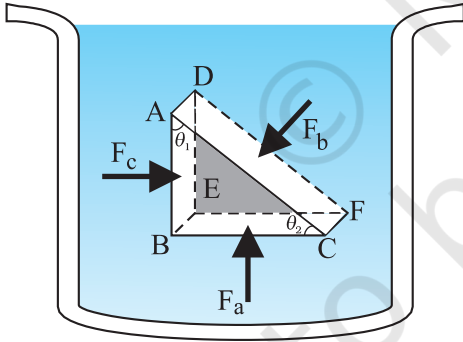
جواب: ران کی ہڈیوں کا کل تراشی رقبہ ہے، $A = 2 \times 10 \text{ cm}^2 = 20 \times 10^{-4} \text{ m}^2$

ان پر لگ رہی قوت ہے: $F = 40 \text{ kg wt} = 400 \text{ N}$ (لیتے ہوئے $g = 10 \text{ m s}^{-2}$)۔ یہ قوت عمودی سمت میں نیچے کی جانب لگ رہی ہے، اس لیے ران کی ہڈیوں پر عمود ہے۔ اس لیے اوسط دباؤ

$$P_{av} = \frac{F}{A} = 2 \times 10^5 \text{ N m}^{-2}$$

10.2.1 پاسکل کا قانون (Pascal's law)

فرانسیسی سائنسداں بلیس پاسکل (Blaise Pascal) نے مشاہدہ کیا کہ ایک رقیق میں جو حالت سکون میں ہے، ان تمام نقاط پر دباؤ یکساں ہوتا ہے جو ایک ہی اونچائی پر ہیں۔ اس حقیقت کا سادہ طور پر مظاہرہ کیا جاسکتا ہے۔



شکل 10.2 پاسکل کے قانون کا ثبوت: ایک ABC-DEF کے رقیق کے اندر کا جز ہے جو حالت سکون میں ہے۔ یہ جز ایک قائم زاوی منبثور کی شکل کا ہے۔ یہ جز چھوٹا ہے، اس لیے ارضی کشش (gravity) کے اثر کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، لیکن سمجھانے کے لیے اس کو بڑا بنایا گیا ہے۔

شکل 10.2 میں ایک ایسے رقیق کا اندرونی جز دکھایا گیا ہے، جو

یا اسٹموسفیر (Atmosphere) (atm) ہے، یعنی کہ، فضا کے ذریعے سطح سمندر پر لگنے والا دباؤ ($1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$)۔

ایک دوسری مقدار، جو سیالوں کو بیان کرنے میں نظر انداز نہیں کی جاسکتی، کثافت ρ ہے۔ ایک m کمیت کا سیال جو V حجم گھیرتا ہے، اس کے لیے

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (10.3)$$

کثافت کے ابعاد $[ML^{-3}]$ ہیں۔ اس کی SI اکائی kg m^{-3} ہے۔ یہ ایک مثبت لاسمٹی مقدار ہے۔ ایک رقیق بڑی حد تک غیر دبا پذیر ہے، اس لیے اس کی کثافت ہر دباؤ پر تقریباً مستقل ہوتی ہے۔ دوسری طرف، گیسوں کی کثافتوں میں دباؤ کے ساتھ کافی تبدیلی ہوتی ہے۔

4°C (277 K) پر پانی کی کثافت $1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔ ایک شے کی نسبتی کثافت (Relative density)، اس کی کثافت کی 4°C پر پانی کی کثافت سے نسبت ہے۔ یہ غیر ابعادی، مثبت، لاسمٹی مقدار ہے۔ مثال کے طور پر المونیم کی نسبتی کثافت 2.7 ہے۔ المونیم کی کثافت $2.7 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔ کچھ عام رقیقوں کی کثافتیں، جدول 10.1 میں دکھائی گئی ہیں۔

جدول 10.1 STP* پر کچھ عام رقیقوں کی کثافتیں

رقیق	$\rho (\text{kg m}^{-3})$
پانی	1.00×10^3
بحری پانی	1.03×10^3
پارہ	13.6×10^3
ایتھائل الکوحل	0.806×10^3
کل خون	1.06×10^3
ہوا	1.29
آکسیجن	1.43
ہائیڈروجن	9.0×10^{-2}
بین نجمی فضا (Interstellar Space)	$\approx 10^{-20}$

STP* کا مطلب ہے معیاری درجہ حرارت (0°C) اور 1 atm دباؤ

10.2.2 گہرائی کے ساتھ دباؤ کی تبدیلی

(Variation of pressure with depth)

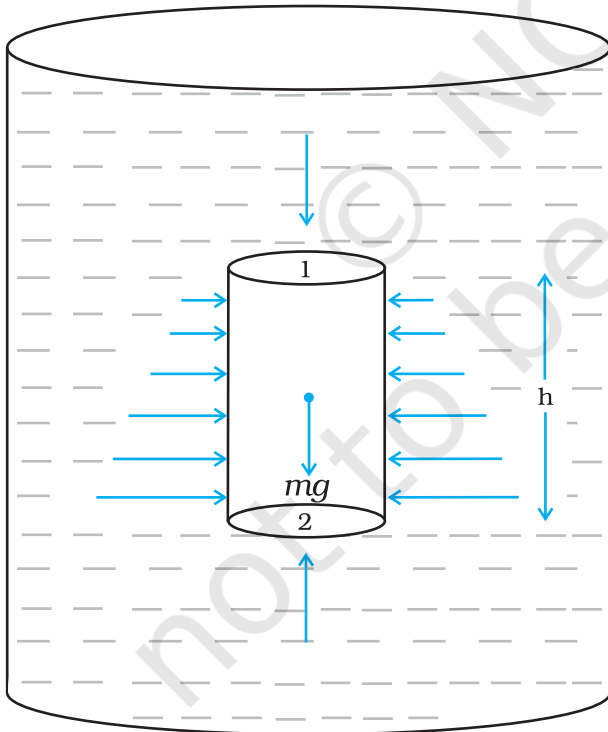
فرض کیجیے کہ ایک برتن میں ایک سیال رکھا ہوا ہے۔ سیال حالت سکون میں ہے۔ شکل 10.3 میں نقطہ 1، نقطہ 2 سے بلندی h پر ہے۔ نقطہ 1 اور نقطہ 2 پر دباؤ، بالترتیب، P_1 اور P_2 ہیں۔ سیال کا ایک استوانی جزو لیجیے، جس کا ساسی رقبہ A اور اونچائی h ہے۔ کیونکہ سیال حالت سکون میں ہے، اس لیے ماحصل (Resultant) افقی قوتیں صفر ہونا چاہئیں اور ماحصل انتصابی قوتوں کو جزو کے وزن کو متوازن کرنا چاہئیں۔ انتصابی سمت میں لگ رہی قوتیں، اوپری سرے پر $(P_1 A)$ سیال کے دباؤ کی وجہ سے ہیں۔ جو اوپر کی طرف کام کر رہا ہے۔ اگر استوانے میں سیال کا وزن mg ہے، تو ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$(P_2 - P_1) A = mg \quad (10.5)$$

اب اگر ρ سیال کی کمیت کثافت ہے، تو سیال کی کمیت ہوگی: $m = \rho V = \rho h A$

اس طرح

$$(P_2 - P_1) = \rho gh \quad (10.6)$$



شکل 10.3: ارضی کشش کے زیر اثر سیال۔ ارضی کشش کے اثر کو ایک انتصابی استوانی کالم پر دباؤ کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔

حالت سکون میں ہے۔ یہ جز (element) ABC-EF ایک قائم زاویہ منشور (right-angled prism) کی شکل کا ہے۔ اصولی طور پر یہ منشوری جز بہت چھوٹا ہے، تاکہ اس کا ہر حصہ رقیق کی سطح سے یکساں گہرائی پر مانا جاسکے اور اس لیے اس کے ان تمام نقاط پر کشش ارضی کا اثر یکساں ہے۔ لیکن وضاحت کے خیال سے ہم نے اسے بڑا دکھایا ہے۔ اس جزو پر لگ رہی قوتیں وہ ہیں جو باقی رقیق کے ذریعے لگائی جا رہی ہیں، اس لیے اور انہیں اس جزو کی سطح پر عمودی ہونا لازمی ہے، جیسا کہ پہلے بحث کی جا چکی ہے۔ اس لیے باقی رقیق اس جزو پر دباؤ P_o ، P_s اور P_c لگاتا ہے جو عمودی قوتوں، F_a ، F_b اور F_c کے مطابق ہیں۔ جیسا کہ شکل 10.2 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ قوتیں بالترتیب جز کے رخوں ADEB اور ADFC، BEFC پر لگ رہی ہیں۔ جنہیں (بالترتیب) A_c اور A_b ، A_a سے ظاہر کیا گیا ہے۔ تب

$$F_b \sin \theta = F_c, \quad F_b \cos \theta = F_a \quad (\text{توازن سے})$$

$$A_b \sin \theta = A_c, \quad A_b \cos \theta = A_a \quad (\text{جیومیٹری سے})$$

اس لیے

$$\frac{F_b}{A_b} = \frac{F_c}{A_c} = \frac{F_a}{A_a}; \quad P_b = P_c = P_a \quad (10.4)$$

اس لیے، اس رقیق پر جو حالت سکون میں ہے، لگایا گیا دباؤ ہر سمت میں یکساں ہے۔ یہ پھر ہمیں یاد دلاتا ہے کہ ذر کی دوسری قسموں کی طرح، دباؤ بھی ایک سمتی مقدار نہیں ہے۔ اسے کوئی سمت نہیں تفویض کی جاسکتی ہے۔ رقیق کے اندر (یا اسے گھیرنے والے) کسی بھی رقبہ پر لگ رہی قوت، اگر رقیق حالت سکون میں ہے اور دباؤ کے زیر اثر ہے، رقبہ کے تعین سمت (Orientation) کا لحاظ کے بغیر، رقبہ پر عمود ہے۔

اب ایک ایسا رقیق جزو لیجیے جو ہموار تراش کی افقی چھڑکی کی شکل کا ہے۔ چھڑ تو وزن میں ہے۔ اس کے دونوں کناروں پر لگ رہی افقی قوتیں لازمی طور پر متوازن ہونا چاہئیں یا دونوں کناروں پر دباؤ مساوی ہونا چاہیے۔ اس سے ثابت ہوتا ہے کہ ایک ایسے رقیق کے لیے جو توازن میں ہے، ایک افقی مستوی (Horizontal Plane) میں، تمام نقاط پر، دباؤ یکساں ہے، فرض کیجیے کہ سیال کے مختلف حصوں میں دباؤ مساوی نہیں ہوتا، تب سیال کا ایک بہاؤ ہوگا، کیونکہ اس پر ایک کل قوت کام کر رہی ہوگی۔ اس لیے بہاؤ کی غیر موجودگی میں، سیال میں ہر جگہ دباؤ افقی سطح میں یکساں ہونا ضروری ہے۔

مثال 10.2: اُس تیراک پر کتنا دباؤ ہوگا، جو ایک جھیل میں سطح جھیل سے 10m نیچے ہے۔

جواب: یہاں،

$$h = 10 \text{ m}, \quad \rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}, \quad g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

مساوات (10.7) سے

$$P = P_a + \rho gh$$

$$= 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 10 \text{ m}$$

$$= 2.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\approx 2 \text{ atm}$$

یہ سطح جھیل کے دباؤ سے 100% اضافہ ہے۔ 1 Km کی گہرائی پر، دباؤ میں اضافہ، 100 atm ہوگا۔ پن ڈبیوں (Submarines) کا ڈیزائن اس طرح تیار کیا جاتا ہے کہ وہ اتنے بڑے دباؤ کو برداشت کر سکیں۔

10.2.3 فضائی دباؤ اور گیج دباؤ

(Atmospheric pressure and gauge pressure)

کسی بھی نقطہ پر فضا کا دباؤ، اس نقطہ سے فضا کی چوٹی تک کے، اکائی تراشی رقبے والے، ہوا کے کالم کے وزن کے مساوی ہے۔ سطح سمندر پر یہ $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ (1 atm) ہے۔ اطالوی سائنس دان ایوان جی لتاٹرسللی (Evangelista Torricelli), (1608-1647) نے سب سے پہلے فضائی دباؤ ناپنے کا طریقہ بتایا۔ ایک لمبی شیشے کی ٹیوب کو، جس کا ایک سرا بند ہوتا ہے اور جس میں پارہ بھرا ہوتا ہے، پارہ بھرے برتن میں الٹا کھڑا کیا جاتا ہے، جیسا کہ شکل (a) 10.5 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ آلہ پارہ میٹر کہلاتا ہے۔ ٹیوب میں پارہ کے کالم سے اوپر کی جگہ میں صرف پارہ کے اخراجات ہوتے ہیں، جن کا دباؤ اتنا کم ہوتا ہے کہ اسے نظر انداز کیا جاسکتا ہے۔ لہذا 0 = نقطہ A پر دباؤ کالم کے اندر نقطہ B پر دباؤ لازمی طور پر نقطہ C پر دباؤ کے مساوی ہوگا، جو کہ فضائی دباؤ P_a ہے۔

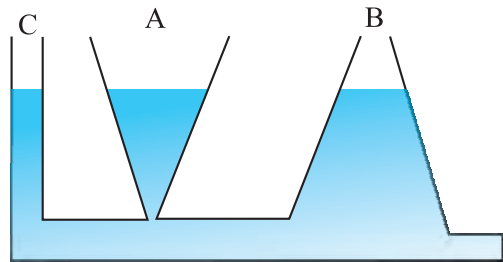
$$P_a = \text{فضائی دباؤ} = \text{نقطہ B پر دباؤ}$$

$$P_a = \rho gh \quad (10.8)$$

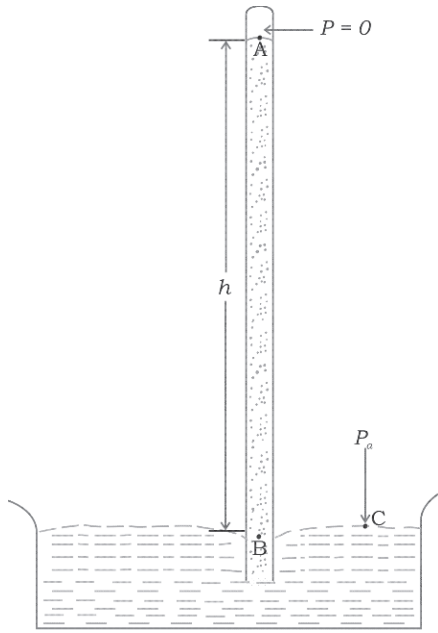
دباؤ فرق، نقاط (1 اور 2) کے درمیان انتصابی فاصلے h ، سیال کی کثافت اور مادی کشش اسراع g تابع ہے۔ اگر زیر بحث نقطہ 1 کو سیال (فرض کیا پانی) کی اوپری سطح پر منتقل کر دیا جائے، جو فضا کے لیے کھلا ہوا ہے، تو P_1 کو فضائی دباؤ (P_a) سے تبدیل کیا جاسکتا ہے اور ہم P_2 کو P سے تبدیل کر دیتے ہیں۔ تب مساوات 10.6 سے حاصل ہوتا ہے۔

$$P = P_a + \rho gh \quad (10.7)$$

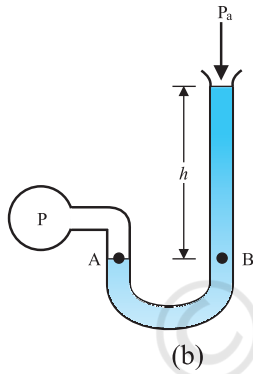
اس لیے، ایک ایسے سیال میں جو فضا کے لیے کھلا ہوا ہے، اس کی اوپری سطح سے نیچے گہرائی میں دباؤ p ، فضائی دباؤ سے ρgh مقدار میں زیادہ ہوتا ہے۔ گہرائی h پر زائد دباؤ، ($P - P_a$)، اس نقطہ پر گیج دباؤ (Gauge Pressure) کہلاتا ہے۔ مساوات (10.7) میں مطلق (Absolute) دباؤ کی عبارت میں، استوائی رقبہ شامل نہیں ہے۔ اس لیے سیال کالم کی اونچائی اہمیت رکھتی ہے، تراشی رقبہ یا اساسی رقبہ یا برتن کی شکل اہمیت نہیں رکھتی۔ یکساں افقی سطح (یکساں گہرائی) پر تمام نقاط پر سیال کا دباؤ یکساں ہوتا ہے۔ آب سکوتی متناقضہ (Hydrostatic Paradox) کی مثال کے ذریعے اس نتیجے کو مزید سمجھا جاسکتا ہے۔ تین برتن A، B اور C لیجیے (شکل 10.4) جو مختلف شکلوں کے ہیں۔ ان کے پینڈوں کو ایک افقی پائپ کے ذریعے جوڑ دیا گیا ہے۔ ان میں پانی بھرنے پر، تینوں میں پانی کی سطح یکساں ہے، حالانکہ تینوں میں پانی کی مقدار الگ الگ ہے۔ ایسا اس لیے ہے کیونکہ پینڈے پر پانی کا دباؤ برتن کے ہر تراشہ کے نیچے، یکساں ہے۔



شکل 10.4 آب سکوتی متناقضہ کا اظہار۔ تین برتنوں A، B اور C، میں پانی کی مقدار مختلف ہے، لیکن پانی کی سطح یکساں بلندی پر ہے۔



(a) پارہ بیرو میٹر



(b)

شکل 10.5 (b) کھلی ٹیوب والا مینو میٹر

اور دباؤ کی تبدیلی سے بہت زیادہ تبدیلی ہوتی ہے۔ اس لیے گیسوں کے برخلاف، ہم رقیقوں کو غیر داب پذیر مانتے ہیں۔

مثال 10.3: سطح سمندر پر فضا کی کثافت 1.29 kg/m^3 ہے۔ فرض کیجیے کہ یہ بلندی کے ساتھ تبدیل نہیں ہوتی۔ تو فضا کی وسعت کتنی بلندی تک ہے؟

جواب: ہم مساوات (10.7) استعمال کرتے ہیں۔

$$\rho gh = 1.29 \text{ kg m}^{-3} \times 9.8 \text{ m s}^{-2} \times h \text{ m} = 1.01 \times 10^{-5} \text{ Pa}$$

$$\therefore h = 7989 \text{ m} \approx 8 \text{ km}$$

حقیقت میں، ہوا کی کثافت، بلندی کے ساتھ کم ہوتی جاتی ہے اور g کی قدر بھی بلندی کے ساتھ کم ہوتی ہے۔ فضائی غلاف، دباؤ کم ہوتے ہوئے

جہاں ρ پارہ کی کثافت اور h ٹیوب میں پارہ کے کالم کی اونچائی ہے۔

اس تجربے میں یہ معلوم ہوا کہ بیرومیٹر (دب پیم Barometer) میں پارہ کے کالم کی اونچائی سطح سمندر پر، تقریباً 76 cm ہے، جو ایک ایٹموسفیر (atmosphere) کے مرادف (equivalent) ہے۔ یہ مساوات (10.8) میں ρ کی قدر رکھ کر بھی حاصل کیا جاسکتا ہے۔ دباؤ کو ظاہر کرنے کا ایک عام طریقہ یہ ہے کہ اسے پارہ (Hg) کے cm یا mm کی شکل میں ظاہر کیا جائے۔ 1 mm کے مرادف (equivalent) دباؤ کو ٹار (Torr) کہا جاتا ہے (ٹورسلی کے نام پر)۔

$$1 \text{ torr} = 133 \text{ Pa}$$

Hg کے mm اور torr علم طب (Medicine) اور علم افعال الاعضاء (Physiology) میں استعمال ہوتے ہیں۔ جب کہ موسمیات (Meteorology) میں استعمال ہونے والی عام اکائیاں بار (bar) اور ملی بار (Millibar) ہیں۔

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

ایک کھلی ٹیوب والا مینو میٹر (Manometer)، دباؤ کے فرق کو ناپنے کا ایک کارآمد آلہ ہے۔ یہ ایک U-ٹیوب پر مشتمل ہوتا ہے، جس میں ایک مناسب رقیق بھرا ہوتا ہے۔ چھوٹے دباؤ فرق کو ناپنے کے لیے کم کثافت والا رقیق (جیسے تیل) استعمال کیا جاتا ہے اور بڑے دباؤ کے فرق کو ناپنے کے لیے زیادہ کثافت والا رقیق (جیسے پارہ) استعمال کیا جاتا ہے۔ ٹیوب کا ایک سر اٹھلا ہوتا ہے اور اس طرح فضا سے لمس میں ہوتا ہے، جب کہ دوسرے سرے کو اس نظام سے منسلک کر دیا جاتا ہے، جس پر دباؤ ناپنا ہے۔ [دیکھیے شکل (b) 10.5]۔ A پر دباؤ P_a ، نقطہ B پر دباؤ کے مساوی ہے۔ ہم عام طور سے جو ناپتے ہیں وہ گنج دباؤ ہوتا ہے، جو $P - P_a$ ہے، اور مساوات (10.8)

سے دیکھا جاسکتا ہے کہ یہ مینو میٹر کی اونچائی h کے متناسب ہے۔

رقیق بھری U-ٹیوب میں دونوں طرف یکساں سطح پر دباؤ یکساں ہوگا۔ رقیقوں کی کثافت میں دباؤ اور درجہ حرارت کی تبدیلی کی کافی بڑی وسعت (Range) میں بھی بہت کم تبدیلی ہوتی ہے۔ اس لیے ہم اپنے کام کے لیے کثافت کو مستقل مان سکتے ہیں۔ جب کہ گیس کی کثافت میں درجہ حرارت

$$P - P_a = \rho gh = P_g \quad (b) \text{ گنج دباؤ ہے:}$$

$$P - P_a = \rho gh = P_g$$

$$P_g = 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ ms}^{-2} \times 1000 \text{ m}$$

$$= 103 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\approx 103 \text{ atm}$$

(c) پن ڈبی کے باہر دباؤ ہے: $P = P_a + \rho gh$ اور پنڈبی کے اندر دباؤ

ہے: $P_a = \rho gh$ ۔ اس لیے کھڑکی پر لگ رہا کھل دباؤ، گنج دباؤ ہے: $P_g = \rho gh$ ،

کیونکہ کھڑکی کا رقبہ $A = 0.04 \text{ m}^2$ اس لیے کھڑکی پر لگ رہی قوت:

$$F = P_g A = 103 \times 10^5 \text{ Pa} \times 0.04 \text{ m}^2 = 4.12 \times 10^5 \text{ N}$$

تقریباً 100 Km تک پھیلا ہوا ہے۔ ہمیں یہ بھی نوٹ کرنا چاہئے کہ سطح سمندر پر فضائی دباؤ ہمیشہ پارہ کے 760 mm نہیں ہوتا ہے۔ Hg کی سطح میں 10 mm یا اس سے زیادہ کی گراوٹ، آنے والے طوفان کی نشانی ہے۔

مثال 10.4: ایک سمندر میں 1000 mm کی گہرائی پر (a) مطلق

دباؤ کتنا ہوگا؟ (b) گنج دباؤ کتنا ہوگا؟ (c) اس گہرائی پر ایک پن ڈبی کی

کھڑکی پر لگنے والی قوت معلوم کیجیے۔ کھڑکی کا رقبہ $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$

ہے۔ پن ڈبی کے اندر سطح سمندر فضائی دباؤ کو قائم رکھا گیا ہے۔ (سمندری

پانی کی کثافت $1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ، $g = 10 \text{ m s}^{-2}$ ہے۔)

جواب: یہاں $h = 1000 \text{ m}$ اور $\rho = 1.0 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$

(a) مساوات (10.6) سے مطلق دباؤ

$$P = P_a + \rho gh$$

$$= 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$+ 1.03 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3} \times 10 \text{ m s}^{-2} \times 1000 \text{ m}$$

$$= 104.01 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$\approx 104 \text{ atm}$$

10.2.4 آبی مشینیں (Hydraulic machines)

آئیے اب ملاحظہ کریں کہ جب ہم ایک برتن میں رکھے ہوئے سیال پر دباؤ

تبدیل کرتے ہیں، تو کیا ہوتا ہے۔ ایک افقی استوانہ لیجیے، جس میں پسٹن لگا

ہو اور تین مختلف نقاط پر تین انتصابی ٹیوب لگی ہوں (شکل (a) 10.6)۔ افقی استوانہ

میں دباؤ کی نشاندہی، انتصابی ٹیوبوں میں رقیق کالم کی اونچائی سے ہوتی ہے۔ یہ لازمی

آرشمیدس کا اصول (Archimedes' Principle)

ایسا لگتا ہے کہ سیال، ان کے اندر رکھی ہوئی اشیاء کو جزوی سہارا فراہم کرتے ہیں۔ جب ایک جسم ایسے سیال میں جو حالت سکون پر ہو، جزوی طور پر ڈوبایا جاتا ہے، تو سیال جسم کی اس

سطح پر جو اس سے لمس میں ہوتی ہے، ایک دباؤ لگاتا ہے۔ جسم کی چلی سطحوں پر دباؤ، جسم کی اوپری سطحوں سے زیادہ ہوتا ہے، کیونکہ سیالوں میں دباؤ، گہرائی کے ساتھ بڑھتا ہے۔ ان تمام

قوتوں کا ماحصل ایک اوپری سمت میں قوت ہے، جو قوت اچھال (buoyant force) کہلاتی ہے۔ فرض کیجیے کہ ایک استوانی جسم کو سیال میں ڈوبایا گیا ہے۔ جسم کے پینڈے پر اوپر

کی جانب لگ رہی قوت، اس کے اوپری سرے پر نیچے کی جانب لگ رہی قوت سے زیادہ ہے۔ یہ سیال جسم پر ایک ماحصل، اوپر کی جانب، قوت یا قوت اچھال لگاتا ہے جو

(شکل 10.3) کے مساوی ہے۔ ہم مساوات 10.4 میں دیکھ چکے ہیں $(P_2 - P_1) A = \rho gh A$ ، اب Ah ٹھوس کا حجم ہے اور $\rho h A$ اس کے مترادف

سیال کے حجم کی کمیت ہے۔ $(P_2 - P_1) A = mg$ ۔ اس لیے اوپر کی جانب لگائی گئی قوت ہٹائے ہوئے سیال کے وزن کے مساوی ہے۔

یہ نتیجہ بلا لحاظ شے کی شکل صادق ہے اور یہاں استوانی شے صرف سہولیت کے لیے لی گئی ہے۔ یہ آرشمیدس کا اصول ہے۔ پوری ڈوبی ہوئی اشیاء کے لیے، شے کے ذریعے ہٹائے گئے

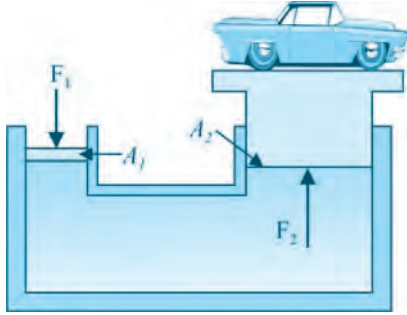
سیال کا حجم، شے کے حجم کے مساوی ہے اگر ڈوبی ہوئی شے کی کثافت سیال کی کثافت سے زیادہ ہے تو شے ڈوب جائے گی، کیونکہ جسم کا وزن اوپری دھکے (Thrust) سے زیادہ ہے۔ اگر

ڈوبی ہوئی شے کی کثافت، سیال کی کثافت سے کم ہے تو وہ جزوی طور پر ڈوبی ہوئی سیال میں تیرے گی۔ ڈوبے ہوئے جسم کا حساب لگانے کے لیے فرض کیجیے شے کا کل حجم V_s اور اس کا

ایک حصہ V_p سیال میں ڈوبا ہے۔ تب اوپر کی جانب قوت جو ہٹائے ہوئے سیال کا وزن ہے، $\rho_s g V_p$ جسے جسم کے وزن کے برابر ہونا چاہئے: $\rho_s g V_p = \rho_s g V_s$ یا $\rho_s / \rho_f = V_p / V_s$ تیرے ہوئے جسم کا ظاہری وزن صفر ہوتا ہے۔

اصول کا خلاصہ اس طور پر بیان کیا جاسکتا ہے: ایک ڈوبے ہوئے جسم (جزوی یا کلی) کے وزن میں آنے والی کمی اس کے ذریعے ہٹائے گئے سیال کے وزن کے برابر ہوتی ہے۔

ٹرک کا بڑا وزن، جو ایک پلیٹ فارم پر رکھا ہو، $F_2 = PA_2 = \frac{F_1 A_2}{A_1}$ ، A_1 پر قوت کو تبدیل کر کے، پلیٹ فارم کو اوپر یا نیچے کیا جاسکتا ہے۔ اس طرح لگائی گئی قوت کو $\frac{A_2}{A_1}$ جز ضربی (Factor) سے بڑھا دیا گیا ہے اور یہ جز ضربی اس آلہ کا میکانیکی فائدہ (Mechanical Advantage) ہے۔ نیچے دی ہوئی مثال، اس کی وضاحت کرتی ہے۔



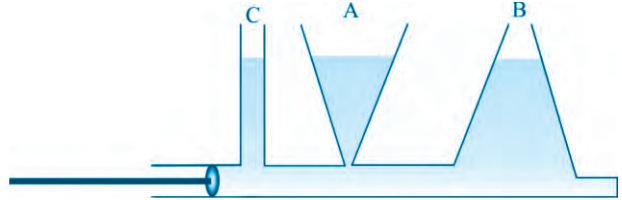
شکل (b) 10.6: بھاری وزن اٹھانے والے آلے، ہائیڈرولک لفٹ (آبی لفٹ) کسی کار کردگی کے پیچھے کار فرما اصول کی وضاحت کرتی ہوئی خاکہ ڈائیگرام

مثال 10.5: دو مختلف تراشوں کی سرنجیں (سویوں کے بغیر) پانی سے بھری گئیں اور ایک پانی سے بھری ہوئی ربر ٹیوب میں مضبوطی سے لگادی گئیں۔ مقابلتا چھوٹے اور بڑے پسٹنوں کے قطر، بالترتیب، 1.0 cm اور 3.0 cm ہیں۔ (a) جب مقابلتا چھوٹے پسٹن پر 10N قوت لگائی جاتی ہے، تو بڑے پسٹن پر کتنی قوت لگے گی؟ (b) اگر مقابلتا چھوٹا پسٹن 6.0 cm دھکیلا جاتا ہے تو بڑا پسٹن باہر کی طرف کتنی حرکت کرے گا؟

جواب: (a) کیونکہ دباؤ بغیر کم ہوئے، پورے سیال میں ترسیل ہوتا ہے،

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1 = \frac{\pi (3/2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi (1/2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \times 10 \text{ N} = 90 \text{ N}$$

طور پر سب میں یکساں ہوگی۔ اگر ہم پسٹن کو دھکیلتے ہیں، تو ہر ٹیوب میں رقیق کی سطح اونچی ہو جاتی ہے اور پھر ہر ایک میں رقیق کی ایک ہی سطح ہوتی ہے۔

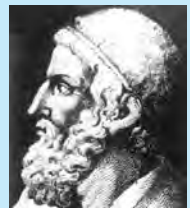


شکل (a) 10.6: جب کبھی کسی برتن میں رکھے مائع کے کسی بھی حصے پر باہری دباؤ ڈالا جاتا ہے تو یہ دباؤ تمام سمتوں میں مساوی طور پر پھیل جاتا ہے۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ جب استوائی پر دباؤ بڑھایا گیا، تو یہ ہموار طور پر پورے استوائی پر تقسیم ہوا۔ ہم کہہ سکتے ہیں کہ جب ایک برتن میں رکھے ہوئے رقیق کے کسی بھی حصے پر باہری دباؤ ڈالا جاتا ہے تو اس کی ترسیل، بنا کم ہوئے، ہر سمت میں مساوی ہوتی ہے۔ یہ پاسکل قانون کی دوسری شکل ہے، اور اس کے روزانہ زندگی میں بہت سے استعمال ہیں۔

بہت سے آلات، جیسے آبی لفٹ (Hydraulic Lift) اور آبی بریک (Hydraulic Brakes) وغیرہ پاسکل کے قانون پر مبنی ہیں۔ ان آلات میں دباؤ کی ترسیل کے لیے سیال استعمال کیے جاتے ہیں۔ ایک آبی لفٹ میں، جیسا کہ شکل 10.6(b) میں دکھایا گیا ہے، دو پسٹنوں کو ان کے درمیان کی جگہ ایک سیال سے بھر کر، ایک دوسرے سے جدا کیا جاتا ہے۔ ایک کم تراشی رقبہ A_1 کا پسٹن P_1 ، رقیق برابراہ راست، قوت F_1 ، لگانے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ دباؤ: $P = \frac{F_1}{A_1}$ پورے رقیق میں ترسیل ہوتا ہے اور بڑے استوائی پر بھی جس میں بڑا پسٹن، رقبہ A_2 کا، لگا ہوتا ہے۔ جس کے نتیجے میں اوپر کی جانب قوت $P \times A_2$ حاصل ہوتی ہے۔ اس لیے، پسٹن اس قابل ہو جاتا ہے کہ ایک بڑی قوت کو سہار سکے (مثلاً ایک کار یا ایک

آرشمیدس (ق 212-287)

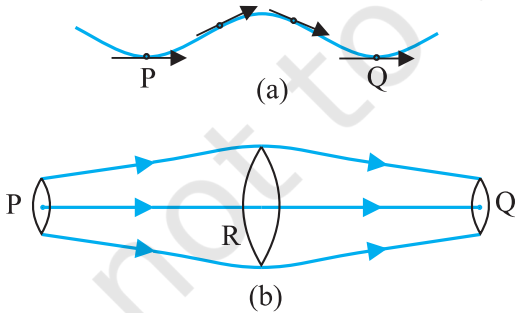
آرشمیدس ایک یونانی فلسفی، ریاضی داں، سائنس داں اور انجینیر تھے۔ انہوں نے غلیل (Catapult) ایجاد کی، بھاری وزنوں کو اٹھانے اور لے جانے کے لیے گراہیوں اور لیول (Lever) کے نظام بنائے۔ ان کے وطن شہر سیراکوس کے بادشاہ، ہائیرو II نے ان سے کہا کہ وہ یہ معلوم کریں کہ اس کے سونے سے بنے تاج میں کسی اور سستی دھات کی آمیزش، جیسے چاندی، تو نہیں کی گئی ہے، لیکن تاج کو نقصان پہنچائے بغیر۔ اپنے نہانے کے ٹب میں بیٹھے ہوئے، جب انہیں جزوی وزن میں کمی کا احساس ہوا، تو اس مسئلے کا حل ان کی سمجھ میں آ گیا۔ وہ سیراکوس کی گلیوں سے بغیر کپڑے پہنے، چلاتے ہوئے بھاگے۔ یوریکا، یوریکا — میں نے معلوم کر لیا، میں نے معلوم کر لیا۔



پیڈل پر لگائی گئی ایک کم قوت پہیوں پر ایک بڑی منفی اسرعی (Retarding) قوت پیدا کرتی ہے۔ اس نظام کا ایک اہم فائدہ یہ ہے کہ پیڈل دبانے سے پیدا ہونے والا دباؤ کی چاروں پہیوں سے جڑے ہوئے استوائوں تک مساوی ترسیل ہوتی ہے، اس طرح بریک لگانے کی کوشش چاروں پہیوں پر برابر ہوتی ہے۔

10.3 مستقل بہاؤ (STREAMLINE FLOW)

اب تک ہم نے ان سیالوں کا مطالعہ کیا ہے جو حالت سکون پر ہیں۔ حرکت کرتے ہوئے سیالوں کا مطالعہ سیال حرکیات (Fluid Dynamics) کہلاتی ہے۔ جب پانی کی ٹوٹی کو آہستہ سے کھولا جاتا ہے تو شروع میں پانی کا بہاؤ ہموار ہوتا ہے، لیکن جب بہاؤ کی رفتار بڑھائی جاتی ہے، تو یہ ہمواریت نہیں رہتی۔ سیالوں کی حرکت کا مطالعہ کرنے میں ہم اپنی توجہ اس بات پر مرکوز کرتے ہیں کہ سیال کے مختلف ذرات پر فضا کے مخصوص نقاط و مخصوص وقت پر کیا ہو رہا ہے۔ ایک سیال کے بہاؤ کو ہم اس وقت قائم (Steady) کہتے ہیں، اگر کسی دیے ہوئے نقطے سے گزرنے والے سیال کے ہر ذرے کی رفتار وقت کے ساتھ مستقل ہو۔ اس کا یہ مطلب نہیں کہ فضا (Space) کے مختلف نقاط پر رفتار یکساں ہے۔ ایک مخصوص ذرے کی رفتار، ایک نقطے سے دوسرے نقطے تک حرکت کرنے میں تبدیل ہو سکتی ہے۔ یعنی کہ کسی دوسرے نقطے پر ذرے کی رفتار مختلف ہو سکتی ہے، لیکن ہر ایک ذرہ جو دوسرے نقطے سے گزرتا ہے، بالکل پچھلے ذرے کی طرح ہی برتاؤ کرتا ہے۔ ہر ذرہ ایک ہموار راستے سے گزرتا ہے اور ذرات کے راستے ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے۔



شکل 10.7 مستقل بہاؤ خطوط کے معنی (a) سیال کے ایک ذرے کا مخصوص خط حرکت۔
(b) مستقل بہاؤ کا ایک علاقہ۔

(b) پانی کو مثالی غیر داب، پذیر سمجھا جاتا ہے۔ اس لیے مقابلتا چھوٹے پسٹن کے ذریعے اندر کی طرف طے کیا گیا حجم، بڑے پسٹن کے ذریعے باہر کی طرف طے کیے گئے حجم کے مساوی ہوگا۔

$$L_1 A_1 = L_2 A_2$$

$$L_2 = \frac{A_1}{A_2} L_1 = \frac{\pi (1/2 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi (3/2 \times 10^{-2} \text{ m})^2} \times 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\approx 0.67 \times 10^{-2} \text{ m} = 0.67 \text{ cm}$$

نوٹ کریں کہ فضائی دباؤ دونوں پسٹنوں کے لیے مشترک ہے، اس لیے اسے نظر انداز کر دیا گیا ہے۔

مثال 10.6: ایک کار لفٹ میں داب شدہ (Compressed) ہوا، 5.0 cm نصف قطر کے مقابلتا چھوٹے پسٹن پر ایک قوت F_1 لگاتی ہے۔ اس دباؤ کی ترسیل 15 cm نصف قطر کے دوسرے پسٹن پر ہوتی ہے۔ (شکل 10.7)۔ اگر جس کار کو اٹھایا جانا ہے، اس کی کمیت 1350 Kg ہے، تو F_1 کا حساب لگائیے۔ اس کام کو کرنے کے لیے کتنا دباؤ ضروری ہے۔

جواب: کیونکہ دباؤ بغیر کم ہوئے پورے سیال میں ترسیل ہوتا ہے،

$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2 = \frac{\pi (5 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{\pi (15 \times 10^{-2} \text{ m})^2} (1350 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2})$$

$$= 1470 \text{ N}$$

$$\approx 1.5 \times 10^3 \text{ N}$$

وہ ہوا کا دباؤ جو یہ قوت پیدا کرے گا

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1.5 \times 10^3 \text{ N}}{\pi (5 \times 10^{-2})^2 \text{ m}} = 1.9 \times 10^5 \text{ Pa}$$

یہ فضائی دباؤ کا تقریباً دو گنا ہے۔

گاڑیوں میں لگے سیالی بریک بھی اسی اصول پر کام کرتے ہیں۔ جب ہم پیڈل پر اپنے پیر سے تھوڑی قوت لگاتے ہیں، تو ماسٹر استوائ کے اندر ماسٹر پسٹن حرکت کرتا ہے، اور پیدا ہوا دباؤ بریک تیل میں ترسیل ہو کر بڑے رقبے کے پسٹن پر لگتا ہے۔ اس پسٹن پر ایک بڑی قوت کم کرتی ہے اور یہ پسٹن نیچے کی طرف دھکیلا جاتا ہے اور بریک لانگ پر بریک شوز پھیل جاتے ہیں۔ اس طرح

$$\rho_P A_P v_P \Delta t = \rho_R A_R v_R \Delta t = \rho_Q A_Q v_Q \Delta t \quad (10.9)$$

غیر داب پذیر سیالوں کے لیے: $\rho_P = \rho_R = \rho_Q$

اس لیے مساوات (10.9) ہو جاتی ہے

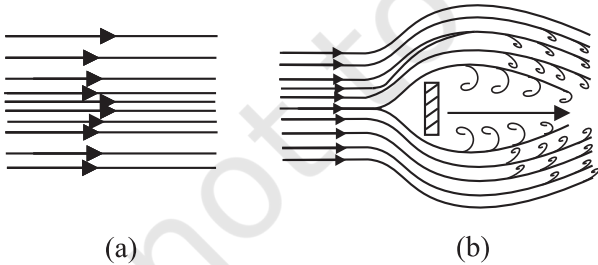
$$A_P v_P = A_R v_R = A_Q v_Q \quad (10.10)$$

جو تسلسل کی مساوات (equation of continuity) کہلاتی ہے اور یہ غیر داب پذیر سیالوں کے بہاؤ میں کمیت کی بقا کا بیان ہے۔ عمومی شکل میں:

$$Av = \text{مستقلہ} \quad (10.11)$$

Av، حجم فلکس (volume flux) یا بہاؤ کی شرح (flow rate) دیتا ہے اور پورے بہاؤ کے پائپ میں مستقل رہتا ہے۔ اس لیے پتلے حصوں پر، جہاں مستقل بہاؤ خطوط، نزدیک نزدیک ہوتے ہیں، رفتار بڑھ جاتی ہے اور اس کے برخلاف بھی۔ شکل (b) 10.7 سے یہ ظاہر ہے کہ $A_R > A_Q$ یا $V_R < V_Q$ ۔ یہ افقی پائپوں سے سیالوں کے بہنے میں دباؤ کی تبدیلی سے منسلک ہے۔

قائم بہاؤ، بہاؤ کی کم رفتاروں پر حاصل ہوتا ہے۔ ایک حدی قدر (Limiting Value)، جو فاصل قدر کہلاتی ہے، سے یہ بہاؤ آگے اپنی قائمیت (Steadiness) کھودیتا ہے اور آشوبی (Turbulent) ہو جاتا ہے۔ ایسا اس وقت دیکھنے میں آتا ہے جب ایک تیز بہتی ہوئی دھار چٹان سے ٹکراتی ہے۔ یا چھوٹے، جھاگ والے بھنور جیسے علاقوں سے گذرتی ہے۔ مثال کے طور پر شکل (a) 10.8 ایک ورتی بہاؤ (Laminar flow) کو دکھاتی ہے جہاں سیال میں مختلف نقاط پر رفتاروں کی عددی قدریں مختلف ہو سکتی ہیں لیکن ان کی سمتیں متوازی ہیں۔ شکل (b) 10.8 میں ایک آشوبی بہاؤ کا خاکہ دکھایا گیا ہے۔



(a)

(b)

شکل 10.8(a) سیال کے بہاؤ کے لیے کچھ مستقل بہاؤ خطوط ہوا کا ایک جھونکا (Jet) جو اس کے عمودی رکھی ہوئی پلیٹ سے ٹکراتا ہے۔ یہ آشوبی بہاؤ کی ایک مثال ہے۔

قائم بہاؤ کے دوران، سیال کے ایک ذرے کے ذریعے اختیار کیا گیا راستہ ایک مستقل بہاؤ خط (Streamline) ہے۔ اس کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ وہ منحنی ہے، جس کے کسی بھی نقطے پر کھینچا گیا مماس (Tangent)، اس نقطے پر سیال کی رفتار کی سمت میں ہو۔ ایک ذرے کے راستہ ملاحظہ کیجیے، جیسا کہ شکل (a) 10.7 میں دکھایا گیا ہے، منحنی یہ بیان کرتا ہے کہ ایک ذرہ سیال وقت کے ساتھ کیسے حرکت کرتا ہے۔ منحنی PQ، سیال کے بہاؤ کا ایک مستقل نقشہ ہے، جو نشان دہی کرتا ہے کہ سیال کا مستقل بہاؤ کیسا ہوتا ہے۔ دو مستقل بہاؤ خطوط کبھی ایک دوسرے کو قطع نہیں کر سکتے اس لیے کہ اگر وہ ایسا کریں گے تو ان کے پیچھے آنے والا ذرہ سیال ان میں سے ایک کے راستے پر بھی جا سکتا ہے اور دوسرے کے راستے پر بھی اور پھر بہاؤ قائم نہیں رہے گا۔ اس لیے ایک قائم بہاؤ میں، بہاؤ کا نقشہ وقت کے ساتھ ساکت رہتا ہے۔ ہم ایک دوسرے کے بہت نزدیکی مستقل بہاؤ خطوط کیسے پہنچتے ہیں؟ اگر ہم ہر بہنے والے ذرے کا مستقل بہاؤ خط دکھانا چاہیں تو ہمیں خطوط کا ایک سلسلہ (Continuum) ملے گا۔ سیال کے بہنے کی سمت کے عمودی مستوی لیجیے، مثلاً (b) 10.7 میں تین نقاط P، R اور Q پر مستوی کے ٹکڑے اس طرح منتخب کیے جاتے ہیں کہ ان کی حدود (Boundaries)، مستقل بہاؤ خطوط کے یکساں سیٹ سے معلوم کی جا سکیں۔ اس کا مطلب ہوا کہ R، P اور Q پر دکھائی گئی سطحوں سے گزرنے والے سیال کے ذرات کی تعداد یکساں ہے۔ اگر ان نقاط پر تراشی رقبے A_P ، A_R اور A_Q ہیں۔ اور سیال کی رفتاریں v_P ، v_R اور v_Q ہیں، تو چھوٹے وقفہ وقت Δt میں A_P سے گزرنے والے سیال کی کمیت Δm_P ہوگی: $\rho_P A_P v_P \Delta t$ اس طرح چھوٹے وقفہ وقت Δt میں A_R سے گزرنے والے سیال کے ذرات کی کمیت Δm_R ہوگی: $\rho_R A_R v_R \Delta t$ اور A_Q سے گزرنے والی سیال کے ذرات کی کمیت Δm_Q ہوگی: $\rho_Q A_Q v_Q \Delta t$ ۔ تمام صورتوں میں ایک نقطہ تک بہہ کر آنے والے سیال کی کمیت اور اس نقطہ سے بہہ کر جانے والے سیال کی کمیت مساوی ہوگی۔ اس لیے:

10.4 برنولی کا اصول

(BERNOULLI'S PRINCIPLE)

سیالوں کا بہاؤ ایک پیچیدہ مظہر ہے۔ لیکن ہم توانائی کی بقا کو استعمال کر کے، قائم یا مستقل بہاؤ کے لیے کچھ کارآمد خاصیتیں حاصل کر سکتے ہیں۔

ایک ایسا سیال تصور کیجیے جو ایک ایسے پائپ میں سے بہ رہا ہے، جس کا تراشی رقبہ مختلف مقامات پر مختلف ہے۔ فرض کیجیے کہ پائپ مختلف اونچائیوں پر ہے، جیسا کہ شکل 10.9 میں دکھایا گیا ہے۔ اب ہم فرض کرتے ہیں کہ ایک غیر داب پذیر سیال اس پائپ میں ایک قائم بہاؤ کے ساتھ بہہ رہا ہے۔ تسلسل کی مساوات کے مطابق اس کی رفتار لازمی طور پر بدلنا چاہیے۔ اس اسراع کو پیدا کرنے کے لیے ایک قوت درکار ہوگی، جو اس سیال کے ذریعے لگ رہی ہے جو اسے گھیرے ہوئے ہے۔ مختلف علاقوں میں دباؤ بھی مختلف ہوگا۔ برنولی مساوات ایک عمومی ریاضیاتی عبارت ہے جو پائپ کے دو نقاط پر دباؤ کے فرق میں اور رفتار کی تبدیلی (حرکی توانائی تبدیلی) اور بلندی (اونچائی) کی تبدیلی (توانائی بالقوۃ تبدیلی) دونوں میں، رشتہ دیتی ہے، سوئز طبیعیات داں ڈینیئل برنولی نے یہ رشتہ 1738 میں دیا۔

دو علاقوں، علاقہ I (یعنی BC) اور علاقہ 2 (یعنی DE) میں بہاؤ دیکھیں۔ B اور D کے درمیان سیال کو پہلے لیں، جو ایک لامحدود خفیف وقفہ وقت Δt میں بہتا ہے۔ فرض کیجیے کہ B پر رفتار V_1 ہے۔ اور D پر V_2 تب وہ سیال جو شروع میں B پر تھا، اس نے C تک فاصلہ $V_1 \Delta t$ طے کیا ہے۔ $(V_1 \Delta t)$ اتنا چھوٹا ہے کہ BC پر تراش کو مستقل مانا جاسکتا ہے۔ اسی وقفہ وقت Δt میں وہ سیال جو D پر تھا، E تک حرکت کرتا ہے، اور یہ فاصلہ $V_2 \Delta t$ کے مساوی

ہے۔ دباؤ P_1 اور P_2 اس طرح کام کرتے ہیں، جیسا کہ رقبہ A_1 اور A_2 کے مستوی رخنوں پر دکھائے گئے ہیں، اور دونوں علاقوں کو آپس میں باندھتے ہیں۔ بائیں سرے (BC) پر سیال پر کیا گیا کام ہے :
 $W_1 = P_1 A_1 (v_1 \Delta t) = P_1 \Delta V$ ، کیونکہ یکساں حجم ΔV دونوں علاقوں سے گذرتا ہے (تسلسل کی مساوات سے)، سیال کے ذریعے دوسرے سرے (DE) پر کیا گیا کام ہے :
 $W_2 = P_2 A_2 (v_2 \Delta t) = P_2 \Delta V$ یا سیال پر کیا گیا کام ہے : $P_2 \Delta V$ ۔

اسی طرح سیال پر کیا گیا کل کام ہوا ہے :

$$W_1 - W_2 = (P_1 - P_2) \Delta V$$

اس کام کا کچھ حصہ سیال کی حرکی توانائی تبدیل کرنے میں لگتا ہے اور کچھ حصہ کشش ارضی توانائی بالقوۃ تبدیل کرنے میں۔ اگر سیال کی کثافت ρ ہے اور $\Delta m = \rho A_1 v_1 \Delta t = \rho \Delta V$ وہ کمیت ہے جو وقفہ وقت Δt میں پائپ سے گذرتی ہے، تب کشش ارضی توانائی بالقوۃ (gravitational potential Energy) میں تبدیلی ہے۔

$$\Delta U = \rho g \Delta V (h_2 - h_1)$$

اس کی حرکی توانائی میں تبدیلی ہے

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2}\right) \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2)$$

ہم سیال کے اس حجم کے لیے کام۔ توانائی مسئلہ (Theorem) استعمال کر سکتے ہیں (دیکھیے باب 6)، اور اس سے حاصل ہوتا ہے
 $(P_1 - P_2) \Delta V = \left(\frac{1}{2}\right) \rho \Delta V (v_2^2 - v_1^2) + \rho g \Delta V (h_2 - h_1)$
 اب ہم ہر رکن کو ΔV سے تقسیم کرتے ہیں، تو حاصل ہوتا ہے

ڈینیئل برنولی (1700-1782)

ڈینیئل برنولی ایک سوئز سائنس داں اور ماہر ریاضی تھے جنہیں لیونارڈ ایولر کے ہمراہ ریاضی کے لیے فرانسیسی اکیڈمی کا انعام دس بار حاصل کرنے کا اعزاز ملا۔ انہوں نے علم طب کی تعلیم بھی حاصل کی اور کچھ عرصے باسل، سوئٹزرلینڈ میں اناتومی اور نباتات کے پروفیسر کی حیثیت سے ذمہ داری نبھائی۔ ان کا سب سے زیادہ معروف کام آبی حرکیات میں ہے، جس مضمون کی انہوں نے ایک واحد اصول کے ذریعے نشوونما کی۔ یہ واحد اصول توانائی کی بقا ہے۔ ان کے کام میں، کیکولس، نظریہ احتمال، ارتعاشی دور کا نظریہ اور عملی ریاضی شامل ہیں۔ انہیں ریاضیاتی طبیعیات کا بانی کہا جاتا ہے۔



پرتیں (layers) مختلف رفتاروں کے ساتھ بہتی ہیں۔ یہ پرتیں ایک دوسرے پر گزرتی لگتی ہیں، جس کے نتیجے میں توانائی کا زیاں ہوتا ہے۔ سیال کی یہ خاصیت لزوجت (Viscosity) کہلاتی ہے، اور اس پر تفصیلی بحث بعد کے حصے میں کی جائے گی۔ سیال کی ضائع ہوئی حرکی توانائی، حرارتی توانائی میں تبدیل ہو جاتی ہے۔ اس لیے، برنولی کی مساوات، مثالی شکل میں، ان سیالوں کے لیے درست ہے، جن کی لزوجت صفر ہو یا جو غیر لزوجی سیال ہیں۔ برنولی مساوات کے استعمال پر دوسری پابندی یہ ہے کہ سیال غیر داب پذیر ہونا چاہیے، کیونکہ سیال کی چمک توانائی کو بھی نظر انداز کر دیا گیا ہے۔ عملی طور پر اس کے بہت سے استعمال ہیں اور کم لزوجت والے غیر داب پذیر سیالوں کے مختلف النوع مظاہر کی وضاحت کرنے میں یہ مساوات مدد کرتی ہے۔ برنولی کی مساوات، غیر قائم (non steady) اور آشوبی بہاؤ کے لیے بھی درست نہیں ہے، اس لیے کہ ایسی حالت میں رفتار اور دباؤ وقت کے ساتھ تیزی سے تبدیل ہوتے رہتے ہیں۔

جب سیال حالت سکون میں ہو، یعنی کہ اسکی رفتار ہر جگہ صفر ہو، تو برنولی مساوات ہو جاتی ہے:-

$$P_1 + \rho gh_1 = P_2 + \rho gh_2$$

$$(P_1 - P_2) = \rho g (h_2 - h_1)$$

جو مساوات (10.6) کے یکساں ہے۔

10.4.1 باہر کی جانب بہاؤ کی رفتار: ٹارسللی کا قانون

(Speed of efflux: torricelli's law)

لفظ (efflux) کا مطلب ہے سیال کا باہر کی جانب بہاؤ۔ ٹارسللی نے دریافت کیا کہ ایک کھلے ہوئے ٹینکی سے سیال کے باہر کی جانب بہاؤ کی رفتار ایک ایسے فارمولے سے دی جاسکتی ہے جو آزادانہ طور پر گرتے ہوئے اجسام (freely falling bodies) کے فارمولے سے متماثل (identical) ہے۔ ایک ٹینکی لیجیے جس میں کثافت کا رقیق بھرا ہے، اور اس کی ایک دیوار میں ٹینکی کی تلی سے اونچائی y_1 پر ایک سوراخ ہے۔ (دیکھیے شکل 10.10)۔ رقیق کے اوپر کی ہوا کا دباؤ P ہے۔ رقیق کی اوپری سطح اونچائی y_2 پر ہے۔

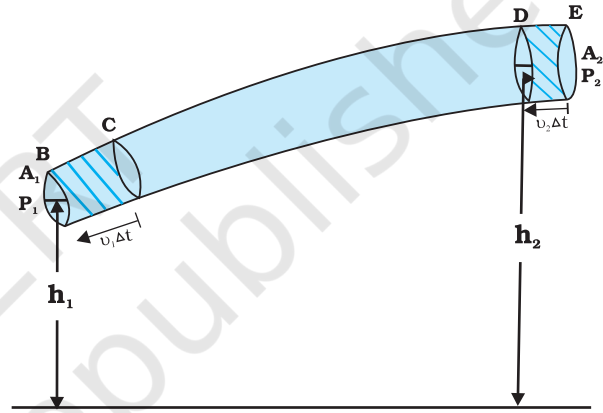
$$(P_1 - P_2) = \left(\frac{1}{2}\right) \rho (v_2^2 - v_1^2) + \rho g (h_2 - h_1)$$

ہم اوپر دیے ہوئے ارکان کو دوبارہ ترتیب دے کر حاصل کرتے ہیں

$$P_1 + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v_2^2 + \rho gh_2 \quad (10.12)$$

یہ برنولی مساوات ہے۔ کیونکہ 1 اور 2 پائپ کے کن ہی دو مقامات کی نشاندہی کرتے ہیں، اس لیے ہم اس ریاضیاتی عبارت کو عمومی شکل میں لکھ سکتے ہیں:

$$P + \left(\frac{1}{2}\right) \rho v^2 + \rho gh = \text{مستقلہ} \quad (10.13)$$



شکل 10.9: تبدیل ہوئے تراش کے پائپ میں سے ایک مثالی سیال کا بہاؤ وقفہ Δt میں، لمبائی $v_2 \Delta t$ کے حصہ سے سیال لمبائی $v_2 \Delta t$ کے حصہ تک حرکت کرتا ہے۔

دوسرے الفاظ میں برنولی کے رشتے کو مندرجہ ذیل طور پر بیان کیا جاسکتا ہے: ہم جب ایک مستقل بہاؤ خط پر حرکت کرتے ہیں، تو دباؤ (P) ، حرکی توانائی فی اکائی حجم $\left(\frac{\rho v^2}{2}\right)$ ، اور توانائی بالقوۃ فی اکائی حجم (ρgh) کا حاصل جمع مستقل رہتا ہے۔

نوٹ کریں کہ توانائی کی بقا کے اصول کو استعمال کرنے میں ایک مفروضہ یہ ہے کہ رگڑ کی وجہ سے کوئی توانائی ضائع نہیں ہو رہی ہے۔ لیکن حقیقت میں جب سیال بہتے ہیں تو کچھ توانائی اندرونی رگڑ کی وجہ سے ضرور ضائع ہوتی ہے۔ ایسا اس لیے ہوتا ہے، کیونکہ ایک سیال کے بہاؤ میں سیال کی مختلف

تسلسل کی مساوات [مساوات (10.10)] سے ہمیں حاصل ہوتا ہے:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2$$

$$v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$$

سطح فضا کے لمس میں ہو، تو $P = P_a$ اور

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad (10.15)$$

یہ ایک آزادانہ گرتے ہوئے جسم کی رفتار ہے۔ مساوات (10.15) تارسی کا قانون ظاہر کرتی ہے۔

10.4.2 وینچوری میٹر (Venturi-meter)

وینچوری میٹر غیر داب پذیر سیال کی رفتار ناپنے کا ایک آلہ ہے۔ یہ چوڑے قطر کی ایک ٹیوب پر مشتمل ہوتا ہے، جس کے بیچ میں ایک چھوٹا انقباض (Constriction) ہوتا ہے، جیسا کہ شکل (10.11) میں دکھایا گیا ہے۔ ایک U-ٹیوب کی شکل کا مونیومیٹر بھی اس سے منسلک ہوتا ہے جس کا ایک بازو چوڑی گردن کے نقطے سے منسلک ہوتا ہے اور دوسرا انقباض سے، جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ مونیومیٹر میں کشافت ρ_m کا رقیق بھرا ہوتا ہے۔ چوڑی گردن کے رقبے A سے بہنے والے رقیق کی رفتار v_1 ہے۔ تسلسل کی

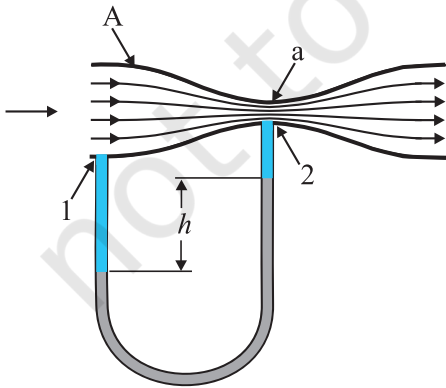
$$v_2 = \frac{A}{a} v_1 \quad (10.10) \text{ سے انقباض پر رقیق کی رفتار } v_2 \text{ ہے:}$$

پھر، $h_1 = h_2$ کے لیے برنولی کی مساوات (10.12) استعمال کرتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے

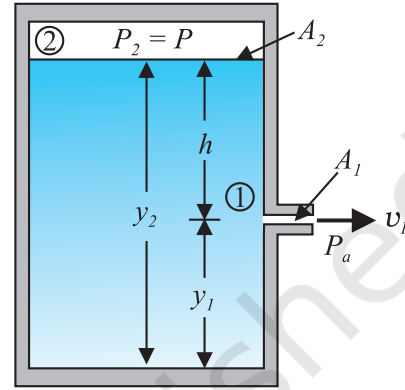
$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho v_1^2 \left(\frac{A}{a} \right)^2$$

اس طرح

$$P_1 - P_2 = \rho v_1^2 \left[\left(\frac{A}{a} \right)^2 - 1 \right] \quad (10.16)$$



شکل 10.11 وینچوری میٹر کی خاکہ ڈائیگرام



شکل 10.10 تارسی کا قانون: ٹنکی کی دیوار سے باہر کی

جانب بہاؤ کی رفتار v_1 ، برنولی مساوات کو استعمال کر کے حاصل کی جاسکتی ہے۔ اگر ٹنکی اوپر سے کھلی ہوئی ہے اور اوپری سطح فضا سے لمس میں ہے، تو $v_1 = \sqrt{2gh}$

اگر ٹنکی کا تراشی رقبہ A_2 ، سوراخ کی تراشی رقبہ سے بہت بڑا ہے ($A_2 \gg A_1$)، تب ہم ٹنکی کی اوپر کی سطح کے رقیق کو تقریباً حالت سکون میں مان سکتے ہیں، یعنی کہ: $v_2 = 0$ اب نقاط 1 اور 2 پر برنولی مساوات استعمال کرتے ہوئے اور یونٹ کرتے ہوئے کہ سوراخ پر P_a ، $P_1 = P_a$ ، فضائی دباؤ ہے، ہمیں مساوات (10.12) سے حاصل ہوتا ہے:

$$P_a + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

$$y_2 - y_1 = h \text{ لیتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے:}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh + \frac{2(P - P_a)}{\rho}} \quad (10.14)$$

جب $P \gg P_a$ اور $2gh$ کو نظر انداز کیا جاسکتا ہو، تو باہر کی جانب بہاؤ کی رفتار ٹنکی کے دباؤ سے معلوم کی جاسکتی ہے۔ ایسی صورت راکٹ کو داغنے میں پیش آتی ہے۔ دوسری طرف اگر ٹنکی کھلی ہوئی ہو اور رقیق کی اوپری

مساوات (10.17) استعمال کر کے، ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 24 \text{ Pa}}{1060 \text{ kg m}^{-3} \times (2^2 - 1)}} = 0.123 \text{ ms}^{-1}$$

10.4.3 خون کا بہاؤ اور دل کا دورہ

(Blood flow and heart attack)

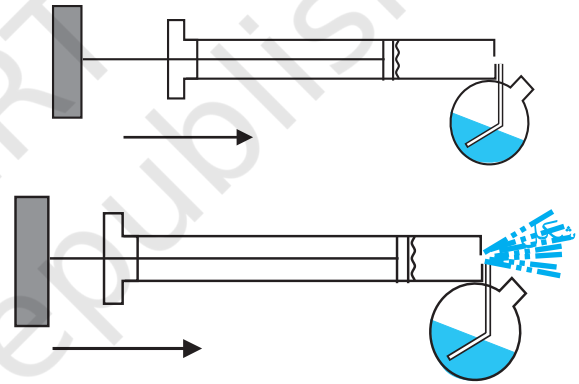
برنولی کا اصول شریان میں خون کے بہاؤ کی وضاحت کرنے میں ہماری مدد کرتا ہے۔ شریان، اپنی اندرونی دیوار پر داد اکٹھا ہو جانے کی وجہ سے سکڑ سکتی ہے۔ اس سکڑی ہوئی جگہ سے خون کو گزرنے کے لیے، دل کی فعالیت پر زیادہ زور پڑتا ہے۔ اس علاقہ میں سے خون کے بہنے کی رفتار بڑھ جاتی ہے، جس کی وجہ سے اندر کی طرف دباؤ کم ہو جاتا ہے یا اور شریان باہری دباؤ کی وجہ سے پچک سکتی ہے۔ دل اس شریان کو کھولنے کے لیے مزید دباؤ ڈالتا ہے اور خون کو گزرنے کے لیے قوت لگاتا ہے۔ جب سوراخ سے خون تیزی سے بہتا ہے، اندرونی دباؤ پھر دوبارہ، انہی وجوہات سے کم ہو جاتا ہے اور پھر شریان اور پچک جاتی ہے۔ اس سے دل کا دورہ پڑ سکتا ہے۔

10.4.4 حرکی اٹھاؤ (Dynamic lift)

حرکی اٹھاؤ وہ قوت ہے جو ایک جسم، جیسے ہوائی جہاز کے پرایک آب روک تپہ (hydrofoil) یا گھومتی ہوئی گیند، پر اس کے سیال میں سے گزرنے کی وجہ سے لگتی ہے۔ بہت سے کھیلوں، جیسے کرکٹ، ٹینس، بیس بال یا گولف، میں ہم دیکھتے ہیں کہ ایک اسپن کرتی ہوئی گیند جب ہوا سے گزرتی ہے تو اپنے مکانی حرکت خط (Parabolic Trajectory) سے منحرف ہو جاتی ہے۔ یہ انحراف جزوی طور پر، برنولی اصول کی مدد سے سمجھا جاسکتا ہے۔

(i) بغیر اسپن کے حرکت کرتی ہوئی گیند: شکل (a) 10.13 میں ایک ایسی گیند کے گرد مستقل بہاؤ خطوط دکھائے گئے ہیں جو بغیر اسپن کیے ایک سیال کی مناسبت سے حرکت کر رہی ہے۔ مستقل بہاؤ خطوط کے تشاکل سے یہ ظاہر ہے کہ سیال (ہوا) کی رفتار، گیند کے اوپر اور نیچے، مطابق نقاط پر یکساں ہے، جس کے نتیجے میں دباؤ فرق صفر ہے۔ اس

اس میٹر کی کارکردگی کے پیچھے کارفرما اصول کے بہت سے استعمال ہیں۔ گاڑیوں کے کاربورایٹر میں ایک وینچوری ٹنگی ہوتی ہے، جس میں سے ہوا تیز رفتار سے بہتی ہے۔ پھر پتلی گردن پر دباؤ کو کم کیا جاتا ہے اور پٹرول، خانہ میں اوپر کھینچ جاتا ہے، جس سے احتراق کے لیے ضروری ہوا اور ایندھن کا درست آمیزہ حاصل ہوتا ہے۔ فلٹر پمپ اور بادکش (ہوا باہر کھینچنے کا آلہ) بنسن چولھے (Bunsen Burner)، عرق پاش آلے (وہ آلہ جس سے رقیق کی باریک پھواریں پیدا کی جاتی ہیں) (Atomiser)، پرفیوم چھڑکنے کے لیے استعمال ہونے والے آلے (Sprayer) اور جراثیم کش دواؤں کے چھڑکنے کے آلے اسی اصول پر کام کرتے ہیں۔



شکل 10.12: چھڑکنے کی گن (Spray gun)۔ پسٹن بڑی رفتار پر ہوا کو دھکیلتا ہے، جس سے برتن کی گردن پر دباؤ کم ہو جاتا ہے

مثال 10.7: خون کی رفتار: ایک بے ہوش (استھیا کے زیر اثر) گتے کی بڑی شریان (Artery) سے وینچوری میٹر کے ذریعے خون کے بہاؤ کو دوسری سمت میں موڑا جاتا ہے۔ میٹر مقابلتا چوڑے حصے کا تراشی رقبہ، شریان کے تراشی رقبہ کے مساوی ہے۔ $A = 8 \text{ mm}^2$ ، مقابلتا پتلے حصے کا رقبہ، $a = 4 \text{ mm}^2$ ۔ شریان میں دباؤ میں کمی 24 Pa ہے۔ شریان میں خون کی رفتار کیا ہے؟

جواب: ہم جدول 10.1 سے خون کی کثافت حاصل کرتے ہیں جو $1.06 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔ رقبوں کی نسبت ہے: $\left(\frac{A}{a}\right) = 2$ ،

مخالف حرکت کرتا ہے تو بہاؤ کے لحاظ سے، پر کی تشریق (Orientation) مستقل بہاؤ خطوط کو پر کے اوپر، پر کے نیچے کے مقابلے میں زیادہ ایک جگہ اکٹھا کر دیتی ہے۔ اس کے اوپر بہاؤ کی رفتار، اس کے نیچے بہاؤ کی رفتار کے مقابلے میں زیادہ ہوتی ہے۔ اس لیے اوپر کی جانب ایک قوت لگتی ہے، جس سے حرکی اٹھاؤ پیدا ہوتا ہے، جو جہاز کے وزن کو متوازن کرتا ہے۔ مندرجہ ذیل مثال اس کی وضاحت کرتی ہے۔

◀ مثال 10.8 ایک بھرے ہوئے ہوائی جہاز کی کمیت $3.3 \times 10^5 \text{ kg}$ ہے۔ اس کے پروں کا کل رقبہ 500 m^2 ہے۔ یہ 960 km/h کی رفتار کے ساتھ ہموار اڑان کر رہا ہے۔ (a) پروں کی اوپری سطح اور نچلی سطح کے درمیان دباؤ فرق معلوم کیجیے۔ (b) پر کی نچلی سطح کے مقابلے میں اوپری سطح پر ہوا کی رفتار میں کسری اضافہ معلوم کیجیے۔

جواب (a) ہوائی جہاز کے وزن کو دباؤ فرق کی وجہ سے لگنے والی اوپر کی سمت میں قوت، متوازن کرتی ہے۔

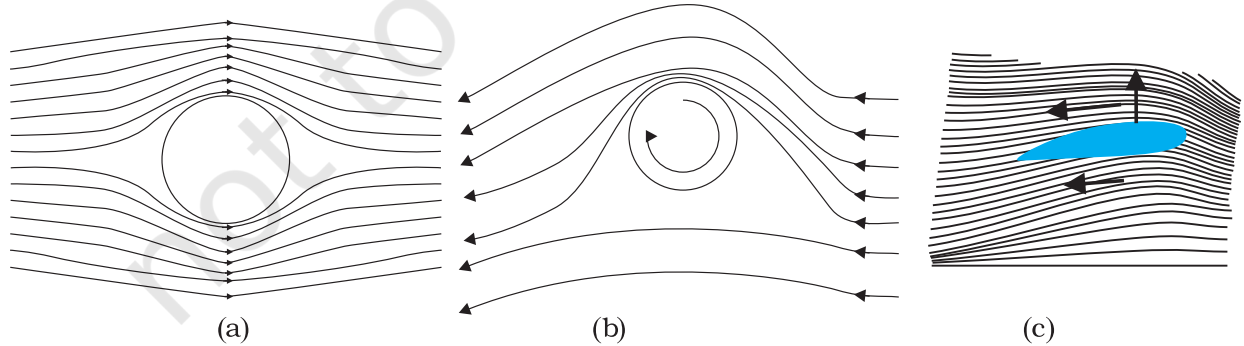
$$\Delta P \times A = 3.3 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8$$

$$\Delta P = (3.3 \times 10^5 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m s}^{-2}) / 500 \text{ m}^2$$

$$= 6.5 \times 10^3 \text{ Nm}^{-2}$$

(b) ہم مساوات (10.12) میں، اوپری اور نچلی سطح کے درمیان اونچائی کے معمولی فرق کو نظر انداز کر دیتے ہیں۔ تو ان کے درمیان دباؤ فرق ہے۔

$$\Delta P = \frac{\rho}{2} (v_2^2 - v_1^2)$$



شکل 10.13: (a) سیال جو ایک ساکت کرہ سے بہہ کر گذر رہا ہے (b) ایک ایسے کرہ کے گرد مستقل بہاؤ خطوط جو گھڑی کی سمت میں اسپن کرتے ہوئے سیال سے گذر رہا ہے۔ (c) ایک ایرو فائل سے گذر کر بہتی ہوئی ہوا۔

لیے ہوا، گیند پر اوپر یا نیچے کی سمت میں کوئی قوت نہیں لگاتی۔ (ii) اسپن کے ساتھ حرکت کرتی ہوئی گیند: ایک گیند جو اسپن کر رہی ہے، اپنے ساتھ ہوا کو کھینچتی ہے۔ اگر سطح کھردری ہو تو زیادہ ہوا کھینچتی ہے۔ شکل 10.13(b) میں ایسی گیند کے مستقل بہاؤ خطوط دکھائے گئے ہیں جو ایک ہی وقت میں اسپن بھی کر رہی ہے اور حرکت بھی کر رہی ہے۔ گیند آگے کی جانب حرکت کر رہی ہے اور گیند کی مناسبت سے ہوا پیچھے کی طرف حرکت کر رہی ہے۔ اس لیے گیند کی مناسبت سے ہوا کی رفتار گیند کے اوپر مقابلتا زیادہ ہے اور گیند کے نیچے مقابلتا کم ہے (دیکھیے حصہ 10.3)۔ اس لیے مستقل بہاؤ خطوط اوپر قریب قریب ہو جاتے ہیں۔ اور نیچے ایک دوسرے سے دور ہٹ جاتے ہیں۔

ہوا کی رفتاروں میں یہ فرق گیند کے نچلے اور اوپری رخوں کے درمیان دباؤ فرق پیدا کرتا ہے اور گیند پر ایک کل قوت اوپر کی سمت میں لگتی ہے۔ اسپن کرنے کی وجہ سے پیدا ہونے والا یہ حرکی اٹھاؤ، میگنٹس اثر (Magnus effect) کہلاتا ہے۔

ہوا روک پتیرا ہوائی جہاز کے پروں پر اٹھاؤ: شکل 10.13(c) میں ایک ہوا روک پتیرا (Aerofoil) دکھایا گیا ہے۔ جو ایک ٹھوس ٹکڑا ہے، جس کی شکل ایسی بنائی جاتی ہے کہ جب وہ ہوا میں سے افقی حرکت کرے تو اوپر کی سمت میں حرکی اٹھاؤ مہیا کرے۔ ایک ہوائی جہاز کے پروں کی تراش کی شکل کچھ کچھ شکل 10.13(c) میں دکھائے گئے ایرو فائل جیسی ہوتی ہے۔ شکل میں اس کے گرد مستقل بہاؤ خطوط بھی دکھائے گئے ہیں۔ جب ایرو فائل ہوا کے

رفتار) سے اوپری ترین پرت (v رفتار) تک ہموار طور پر بڑھتی ہیں۔ رقیق کی کسی بھی پرت کو اس سے اوپر والی پرت آگے کی طرف ڈھکیلتی ہے، جب کہ ٹنچلی پرت اسے پیچھے کی طرف کھینچتی ہے۔ اس کے نتیجے میں تہوں کے درمیان قوت کام کرتی ہے۔ اس قسم کے بہاؤ کو رقیق بہاؤ (laminar flow) کہتے ہیں۔ رقیق کی تہیں ایک دوسرے کے اوپر اسی طرح پھسلتی ہیں، جس طرح اگر ایک کتاب کو میز پر رکھ دیا جائے اور اس کے اوپر کے صفحے پر افقی قوت لگائی جائے تو کتاب کے صفحے پھسلتے ہیں۔ جب ایک سیال ایک پائپ یا ٹیوب میں سے بہ رہا ہوتا ہے، تو ٹیوب کے محور پر سے گزرنے والی سیال کی پرت کی رفتار سب سے زیادہ ہوتی ہے اور یہ رفتار ہم جیسے جیسے دیوار کی طرف حرکت کرتے ہیں، بتدریج کم ہوتی جاتی ہے، اور دیوار پر صفر ہو جاتی ہے، شکل 10.14(b)۔ ایک ٹیوب میں ایک استوانی سطح پر رفتار مستقل ہوتی ہے۔

اس حرکت کی وجہ سے، رقیق کا ایک حصہ جس کی ایک وقت پر شکل ABCD تھی، مختصر وقفہ وقت Δt کے بعد، اس کی شکل AEFD ہو جاتی ہے۔ اس وقفہ وقت کے دوران، رقیق میں $\Delta x/l$ تحریفی بگاڑ ہوا ہے، کیونکہ ایک بہتے ہوئے رقیق میں بگاڑ وقت کے ساتھ لگاتار بڑھتا رہتا ہے، اس لیے ٹھوس کے برخلاف، تجرباتی طور پر ذرر، بگاڑ کی تبدیلی کی شرح یا بگاڑ شرح، یعنی $\Delta v / \Delta t$ یا $\Delta x / (l \Delta t)$ کے متناسب ہوتا ہے، خود بگاڑ کے متناسب نہیں ہوتا۔ ایک سیال کے لیے لزوجت کے ضریب η (جس کا تلفظ ایٹا ہے) کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے η کہ تحریفی ذرر کی بگاڑ شرح سے نسبت ہے۔

$$\eta = \frac{F/A}{v/l} = \frac{Fl}{vA} \quad (10.18)$$

لزوجت کی SI اکائی پوائزل (PI) ہے۔ اس کی دوسری اکائیاں Nsm^{-2} یا Pas ہیں۔ لزوجت کے ابعاد $[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$ ۔ عام طور سے پتلے رقیق جیسے پانی، الکحل وغیرہ، گاڑھے رقیقوں جیسے تارکول، خون، گلیسرین وغیرہ کے مقابلے میں کم لزج ہوتے ہیں۔ کچھ عام سیالوں کے لیے لزوجت کے ضریب، جدول 10.2 میں دیے گئے ہیں۔ ہم پانی اور خون کے بارے میں دو حقیقتوں کی نشاندہی کر رہے ہیں، جو آپ کو دلچسپ معلوم ہوگی۔ جیسا کہ جدول 10.2

جہاں v_2 اوپری سطح کے اوپر ہوا کی رفتار ہے اور v_1 نچلی سطح کے نیچے ہوا کی رفتار ہے۔

$$(v_2 - v_1) = \frac{2\Delta P}{\rho(v_2 + v_1)}$$

اوسط رفتار لیتے ہوئے

$$v_{av} = \left(\frac{v_2 + v_1}{2} \right) = 960 \text{ km/h}$$

$$= 267 \text{ m s}^{-1}$$

اب ہمارے پاس ہے

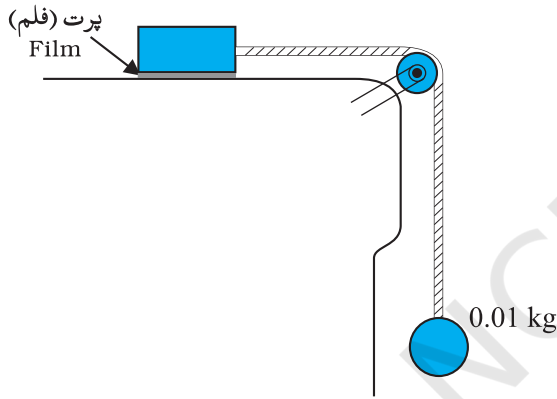
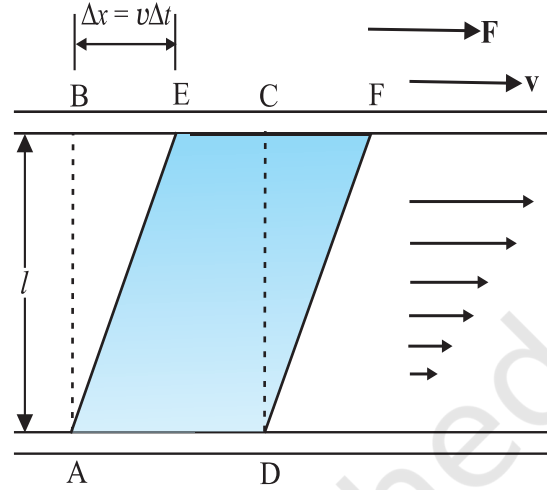
$$(v_2 - v_1) / v_{av} = \frac{\Delta P}{\rho v_{av}^2} \approx 0.08$$

اس لیے پروں کے اوپر ہوا کی رفتار، پروں کے نیچے ہوائی رفتار سے صرف 8% زیادہ ہونی چاہیے۔

10.5 لزوجت (VISCOSITY)

زیادہ تر سیال، مثالی نہیں ہوتے اور حرکت کو کچھ مزاحمت فراہم کرتے ہیں۔ سیال کی حرکت کی یہ مزاحمت ایک اندرونی رگڑ کی طرح ہے جو ایک ٹھوس کے ایک سطح پر حرکت کرنے میں رگڑ کے مشابہ ہے۔ اسے لزوجت (Viscosity) کہتے ہیں۔ یہ قوت اس وقت پائی جاتی ہے، جب رقیق کی پرتوں کے درمیان ایک دوسرے کی بہ نسبت حرکت ہو۔ فرض کیجیے ہم ایک سیال، جیسے تیل، مان لیتے ہیں۔ جو دو شیشے کی پلیٹوں کے درمیان گھرا ہوا ہے، جیسا کہ شکل 10.14 (a)۔ نچلی پلیٹ قائم (fixed) ہے۔ جب کہ اوپری پلیٹ، ٹنچلی پلیٹ کی بہ نسبت v مستقل رفتار سے حرکت کرتی ہے۔ اگر تیل کی جگہ شہد لیا جائے، تو پلیٹ کو یکساں رفتار سے حرکت دینے کے لیے مقابلاً زیادہ قوت چاہیے ہوگی۔ اس لیے ہم کہتے ہیں کہ شہد، تیل کے مقابلے میں زیادہ لزوجی (Viscous) ہے۔ ایک سیال جو سطح کے ساتھ لمس میں ہو، اس کی رفتار وہی ہوگی جو سطح کی ہے۔ اس لیے سیال کی وہ پرت جو اوپری سطح کے ساتھ لمس میں ہے، رفتار v کے ساتھ حرکت کرتی ہے اور سیال کی وہ پرت جو قائم سطح کے ساتھ لمس میں ہے، ساکت ہے۔ پرتوں کی رفتاریں ٹنچلی ترین پرت (صفر)

مثال 10.9: دھات کے ایک مستطیل ٹکڑے کو، جس کا رقبہ 0.10m ہے، ایک رسی کے ذریعے جو ایک گراری سے گزر رہی ہے، ایک 0.010kg کمیت سے منسلک کیا گیا ہے۔ (رسی کی کمیت اور رگڑ کو صفر مانا جاتا ہے)، جیسا کہ شکل 10.15 میں دکھایا گیا ہے۔ ایک رقیق، جس کی فلم (پرت) موٹائی 0.30mm ہے، ٹکڑے اور میز کے درمیان رکھا جاتا ہے۔ چھوڑے جانے پر ٹکڑا مستقل رفتار 0.085ms^{-1} کے ساتھ دائیں طرف حرکت کرتا ہے۔ رقیق کا لزوجت کا ضرب معلوم کیجیے۔



شکل 10.15: رقیق کی لزوجت کی پیمائش۔

جواب: رسی میں تناؤ کی وجہ سے، دھات کا ٹکڑا دائیں طرف حرکت کرتا ہے۔ سی کے تناؤ T، کی عددی قدر لڑکائی گئی کمیت m کے وزن کے مساوی ہے۔ اس لیے لاسستی قوت F ہے۔

$$F = T = mg = 0.010\text{kg} \times 9.8\text{ms}^{-2} = 9.8 \times 10^{-2}\text{N}$$

$$\text{سیال پرتخیزی ذرر} = \frac{F}{A} = \frac{0.085}{0.30 \times 10^{-3}} \text{N/m}^2$$

$$\text{بگاڑ شرح} = \frac{v}{l} = \frac{0.085}{0.30 \times 10^{-3}}$$

$$\eta = \text{بگاڑ شرح} / \text{ذرر} = \text{s}^{-1}$$

$$= \frac{(9.8 \times 10^{-2}\text{N})(0.30 \times 10^{-3}\text{m})}{(0.085\text{ms}^{-1})(0.10\text{m}^2)}$$

$$= 3.46 \times 10^{-3}\text{Pa s}$$

شکل 10.14: (a) رقیق کی ایک پرت جو دو متوازی شیشے کی پلیٹوں کے درمیان ہے، جن میں سے نچلی پلیٹ اپنی جگہ قائم رہتی ہے اور اوپری پلیٹ رفتار v سے دائیں طرف حرکت کرتی ہے۔ (b) ایک پائپ میں لزجی بہاؤ کے لیے رفتار تقسیم

سے ظاہر ہوتا ہے، خون پانی کے مقابلے میں گاڑھا (زیادہ لزج) ہوتا ہے۔ مزید یہ کہ خون کی اضافی لزوجت (η/η_{water})، 0°C سے 37°C تک کے درمیان مستقل رہتی ہے۔

رقیقوں کی لزوجت درجہ حرارت کے ساتھ کم ہوتی ہے، جب کہ گیسوں کے لیے یہ بڑھتی ہے۔

منفی اسرعی قوت بھی برہتی ہے۔ آخر میں، جب لزج قوت اور قوت اچھال مل کر ارضی کشش کی قوت کے برابر ہو جاتی ہیں، تو کل قوت صفر ہو جاتی ہے اور اسرعی بھی صفر ہو جاتا ہے۔ کرہ (بارش کا قطرہ) پھر ایک مستقل رفتار سے نیچے گرنے لگتا ہے۔ اس لیے حالت توازن میں، یہ ختمی رفتار (Terminal Velocity) V_t دی جاتی ہے:

$$6\pi\eta av_t = (4\pi/3) a^3 (\rho - \sigma)g$$

جہاں ρ اور σ حسب ترتیب، کرہ اور سیال کی کمیت کثافتیں ہیں۔ ہمیں حاصل ہوتا ہے

$$v_t = 2a^2 (4\pi/3) (9\eta)$$

اس طرح، ختمی رفتار v_t ، کرہ کے نصف قطر کے مربع کے راست متناسب اور ویسکے لزجیت کے مقلوب متناسب ہے۔

آپ اس تناظر میں مثال (6.2) پر دوبارہ غور کرنا چاہیں گے۔

مثال 10.10: 2mm نصف قطر کی تانبہ کی گیند کی 20°C پر ایک تیل کی ٹنکی سے گرتے ہوئے ختمی رفتار 6.5 cm s^{-1} ہے۔ 20°C پر تیل کی لزجیت کا حساب لگائیے۔ تیل کی کثافت $1.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے اور تانبہ کی کثافت $8.9 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ ہے۔

جواب: ہمارے پاس ہے:

$$v_t = 6.5 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}, a = 2 \times 10^{-3} \text{ m},$$

$$g = 9.8 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-2}, \rho = 8.9 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$\sigma = 1.5 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}, \text{ مساوات (10.20) سے،}$$

$$\eta = \frac{2}{9} \times \frac{(2 \times 10^{-3})^2 \text{ m}^2 \times 9.8 \text{ ms}^{-2}}{6.5 \times 10^{-2} \text{ ms}^{-1}} \times 7.4 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$$

$$= 9.9 \times 10^{-1} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$$

جدول 10.2 کچھ سیالوں کی لزجیت قدریں

سیال	T (°C)	لزجیت
پانی	20	1.0
	100	0.3
خون	37	2.7
مشین کا تیل	16	113
	38	34
گلیسرین	20	830
شہد		200
ہوا	0	0.017
	40	0.019

10.5.1 اسٹوکس کا قانون (Stokes' law)

جب ایک جسم ایک سیال سے گذرتا ہے تو وہ سیال کی اس پرت کو جو اس کے لمس میں ہوتی ہے، اپنے ساتھ کھینچتا ہے۔ اس طرح سیال کی مختلف پرتوں میں ایک دوسرے کی مناسبت سے حرکت پیدا ہو جاتی ہے اور جسم ایک منفی اسرعی قوت محسوس کرتا ہے۔ ایک بارش کے قطرے کا گرنا یا ایک پنڈولم کا ڈولنا، ایک ایسی حرکت کی عام مثالیں ہیں۔ یہ دیکھا گیا ہے کہ لزج قوت، شے کی رفتار کے متناسب ہوتی ہے اور حرکت کی سمت کی مخالف سمت میں ہوتی ہے۔ دوسری مقداریں جن کے یہ قوت تابع ہے، سیال کی لزجیت η اور کرہ کا نصف قطر a ۔ ایک انگریز سائنس داں، سر جارج جی۔ اسٹوکس (1819-1903) نے بتایا کہ یہ لزج کشید قوت (viscous drag force) F دی جاتی ہے:

$$F = 6\pi\eta av \quad (10.19)$$

یہ اسٹوکس قانون کے بطور جانا جاتا ہے۔ ہم اسٹوکس قانون کو مشتق نہیں کریں گے۔ یہ قانون ایک منفی اسرعی قوت کی دلچسپ مثال ہے۔ جو رفتار کے متناسب ہے۔ ہم ایک لزج وسیلے سے گرتے ہوئے جسم پر اس کے نتائج کا مطالعہ کریں گے۔ ہم ہوا میں ایک بارش کا قطرہ تصور کرتے ہیں۔ شروعات میں یہ ارضی کشش کے سبب اسرعی پذیر ہوتا ہے۔ جیسے جیسے رفتار بڑھتی ہے،

مالیکیولوں کی تعداد اور تقسیم پر منحصر ہوتی ہے۔ لیکن تمام مالیکیولوں کے ایک مجموعے (یعنی رقیق) کو لے کر اگر ان کی تیخیر کرنے کے لیے انہیں ایک دوسرے سے دور دور کرنا ہو تو درکار تیخیر کی حرارت کافی زیادہ ہوتی ہے۔ پانی کے لیے یہ 40 kJ/mol کے درجے کی ہے۔

اب ہم ایک مالیکیول سطح کے قریب تصور کرتے ہیں، شکل (b) 10.16۔ اس کی صرف نچلا نصف حصہ ہی رقیق کے مالیکیول سے گھرا ہوا ہے۔ ان کی وجہ سے کچھ منفی توانائی بالقوہ ہوگی لیکن ظاہر ہے کہ یہ اس مالیکیول کی منفی توانائی بالقوہ سے کم ہوگی جو پوری طرح رقیق کے اندر ہے۔ یہ تقریباً اس کی نصف ہوگی۔ رقیق کی سطح کے مالیکیولوں میں رقیق کے اندر کے مالیکیول کے مقابلے میں کچھ زائد توانائی ہوتی ہے۔ اس لیے ایک رقیق وہ کم سے کم سطحی رقبہ اختیار کرنے کی کوشش کرتا ہے، جو باہری شرائط کے مطابق ممکن ہو۔ سطحی رقبے کو بڑھانے کے لیے توانائی درکار ہوگی۔ زیادہ تر سطحی مظاہر کو اس حقیقت کی روشنی میں سمجھا جاسکتا ہے۔ ایک مالیکیول کو سطح پر رکھنے کے لیے کتنی توانائی درکار ہوگی۔ جیسا پہلے بیان کیا جا چکا ہے، یہ تقریباً اس توانائی کی نصف ہوگی۔ جو اس مالیکیول کو رقیق سے مکمل طور پر علیحدہ کرنے کے لیے چاہئے، یعنی کہ تیخیری حرارت کی نصف ہوگی۔

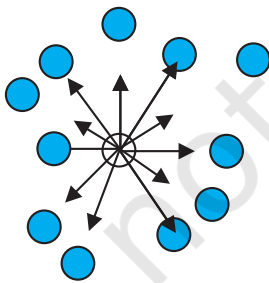
آخری سوال، ایک سطح کیا ہے؟ کیونکہ رقیق ایسے مالیکیول پر مشتمل ہے جو ادھر ادھر حرکت کر رہے ہیں، اس لیے اس کی کوئی واضح سطح نہیں ہو سکتی۔ ہم جب شکل (c) 10.16 میں دکھائی گئی سمت میں جاتے ہیں تو $z=0$ کے گرد رقیق کی کثافت اتنی تیزی سے گرتی ہے کہ چند مالیکیولی ناپوں کے درجے کے فاصلے میں ہی صفر ہو جاتی ہے۔

10.6 سطحی تناؤ (SURFACE TENSION)

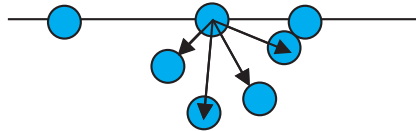
آپ نے دیکھا ہوگا کہ تیل اور پانی آپس میں نہیں ملتے، پانی مجھے اور آپ کو گلیا کر دیتا ہے، لیکن ہٹخوں کو گلیا نہیں کرتا، پارہ گلاس کو گلیا نہیں کرتا، لیکن پانی اس سے چپک جاتا ہے، تیل ایک سوئی مٹی میں کشش ارضی کے باوجود اوپر چڑھ جاتا ہے، عرق اور پانی درختوں کی پتیوں کے اوپری سرے تک چڑھ جاتے ہیں، ایک رنگ کرنے کے برش کے بال جب سوکھے ہوتے ہیں اور یہاں تک کہ جب انہیں پانی میں ڈبوایا جاتا ہے، تب بھی ایک دوسرے سے نہیں ملتے، لیکن پانی سے باہر نکالنے پر آپس میں مل کر ایک باریک نوک بنا لیتے ہیں۔ یہ تمام اور ایسے اور بہت سے تجربات رقیق کی آزاد سطحوں سے متعلق ہیں۔ کیونکہ رقیق اشیا کی کوئی معین شکل نہیں ہوتی، لیکن ان کا حجم معین ہوتا ہے، اس لیے جب انہیں ایک برتن میں انڈیلا جاتا ہے تو انہیں ایک آزاد سطح چاہئے ہوتی ہے۔ ان سطحوں میں کچھ اضافی توانائی ہوتی ہے۔ یہ مظہر سطحی تناؤ کہلاتا ہے۔ اور اس کا مشاہدہ صرف رقیق اشیا میں کیا جاسکتا ہے۔ کیونکہ گیسوں میں آزاد سطحیں نہیں ہوتیں۔ آئیے اس مظہر کو سمجھیں۔

10.6.1 سطحی توانائی (Surface energy)

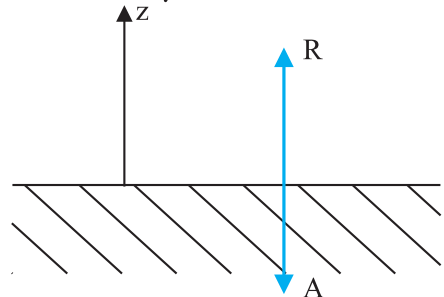
ایک رقیق اپنے مالیکیولوں کے درمیان آپسی کشش کی وجہ سے ایک ساتھ رہ پاتا ہے۔ رقیق کے خوب اندر کا ایک مالیکیول تصور کیجیے۔ بین مالیکیولیائی فاصلے ایسے ہیں کہ یہ ان تمام مالیکیولوں کے ذریعے کشش کیا جاتا ہے، جن سے یہ گھرا ہوا ہے۔ [شکل (a) 10.16]۔ اس کشش کی وجہ سے مالیکیول کے لیے ایک منفی توانائی بالقوہ پیدا ہوتی ہے جو اس منتخب کیے گئے مالیکیول کے گرد



(a)



(b)



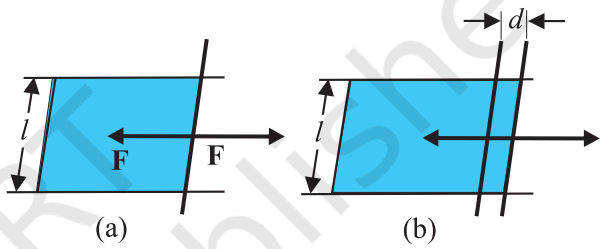
(c)

شکل 10.6: ایک رقیق کے اندرونی مالیکیول، سطح کے مالیکیول اور قوتوں کے توازن کا خاکہ (a) رقیق کے اندرونی مالیکیول: ایک مالیکیول پر دوسرے مالیکیولوں کے ذریعے لگ رہی قوتیں دکھائی گئی ہیں۔ تیروں کے نشان کی سمت کشش یا دفاع کو ظاہر کرتی ہے۔ (b) یہی بات سطح کے مالیکیول کے لیے (c) کششی (A) اور دفاعی (R) قوتوں کا توازن

10.6.2 سطحی توانائی اور سطحی تناؤ

(Surface energy and surface tension)

جیسا کہ ہم پہلے بحث کر چکے ہیں کہ رقیقوں کی سطح سے ایک زائد توانائی منسلک ہوتی ہے، اس لیے مزید سطح تخلیق کرنے (سطح کو پھیلانا) کے لیے، دوسری چیزیں جیسے حجم کو معین رکھتے ہوئے، مزید توانائی درکار ہوتی ہے۔ اسے سمجھنے کے لیے، ایک افقی رقیق فلم تصور کیجیے جو ایک ایسی چھڑ پر ختم ہو رہی ہے جو متوازی چھڑوں کے کھانچے پر آزادانہ پھسل سکتی ہے۔ (شکل 10.17)



شکل 10.17 ایک فلم کو کھینچنا (a) ایک فلم جو توازن میں ہے (b) فلم جسے زائد فاصلے تک کھینچا گیا ہے۔

فرض کیجیے ہم چھڑ کو ایک چھوٹے فاصلے d سے حرکت دیتے ہیں، جیسا کہ دکھایا گیا ہے۔ کیونکہ نظام کا رقبہ بڑھ جاتا ہے، اس لیے نظام میں اب زیادہ توانائی ہے، اس کا مطلب ہوا کہ ایک اندرونی قوت کے خلاف کچھ کام کیا گیا ہے۔ فرض کیجیے کہ یہ اندرونی قوت F ہے، اس لیے لگائی گئی قوت کے ذریعے کیا گیا کام ہے $F \cdot d = Fd$ ، توانائی کی بقا سے، یہ فلم میں بہ طور زائد توانائی ذخیرہ (جمع) ہو جاتی ہے۔ اگر فلم کی سطحی توانائی فی اکائی رقبہ s ہے، اور زائد رقبہ $2dl$ ہے۔ ایک فلم کے دو اطراف ہوتے ہیں اور رقیق ان کے درمیان ہوتا ہے، اس لیے دو سطحیں ہیں، اور زائد توانائی ہے۔

$$S (2dl) = Fd \quad (10.23)$$

یا

$$S = Fd / 2dl = F / 2l \quad (10.24)$$

یہ مقدار سطحی توانائی کی عددی قدر ہے۔ یہ رقیق کے درمیانی رخ (Interface) کی قوت فی اکائی رقبہ کے مساوی ہے اور متحرک چھڑ پر رقیق

کے ذریعے لگائی گئی قوت فی اکائی لمبائی کے بھی مساوی ہے۔

ابھی تک ہم نے ایک رقیق کی سطح کے بارے میں بات کی ہے۔ عام طور سے ہمیں ایسی رقیق کی سطح دیکھنی ہوتی ہے جو دوسرے سیالوں یا ٹھوس سطحوں سے لمس میں ہوتی ہے۔ اس صورت میں سطحی توانائی سطح کے دونوں طرف کے مادوں پر منحصر ہوتی ہے۔ مثلاً، اگر دونوں اشیاء کے مالکیول ایک دوسرے کو کشش کرتے ہیں، تو سطحی توانائی کم ہو جاتی ہے اور اگر وہ ایک دوسرے کو دفع کرتے ہیں، تو سطحی توانائی بڑھ جاتی ہے۔ اس لیے، زیادہ درست طور پر، سطحی توانائی، دو مادی اشیاء کے درمیانی رخ کی توانائی ہے اور دونوں کے تابع ہے۔

ہم مندرجہ بالا بحث سے مندرجہ ذیل نکات اخذ کر سکتے ہیں۔

(i) سطحی توانائی قوت فی اکائی لمبائی (یا توانائی فی اکائی رقبہ) ہے جو رقیق کے مستوی اور کسی دوسری مادی شے کے درمیانی رخ کے مستوی پر لگتی ہے، یہ وہ زائد توانائی بھی ہے جو درمیانی رخ کے مالکیولوں میں اندرونی مالکیولوں کے مقابلے میں ہوتی ہے۔

(ii) حد کے علاوہ، درمیانی رخ کے کسی بھی نقطے پر، ہم ایک خط کھینچ سکتے ہیں اور درمیانی رخ کے مستوی میں، خط کے عمودی سمت میں لگتی ہوئی، دو مساوی اور مخالف سطحی قوتیں S فی اکائی لائن کی لمبائی تصور کر سکتے ہیں۔ یہ خط حالت توازن میں ہے۔ زیادہ مخصوص طور پر سمجھنے کے لیے، سطح پر ایٹموں یا مالکیولوں کا ایک خط تصور کریں۔ اس کے بائیں طرف کے ایٹم اسے اپنی طرف کھینچتے ہیں، اور دائیں طرف کے ایٹم سے اپنی طرف کھینچتے ہیں۔ اس لیے ایٹموں کا یہ خط، تناؤ کے زیر اثر حالت توازن میں ہے۔ اگر یہ خط، درمیانی رخ کے بالکل خاتمے پر ہے (جیسا کہ شکل 10.16 (a) اور (b) میں دکھایا گیا ہے۔ تو صرف اندر کی طرف قوت S فی اکائی لمبائی لگ رہی ہے۔

جدول 10.3 میں مختلف رقیق اشیاء کے سطحی تناؤ کی قدریں دی گئی ہیں۔ سطحی تناؤ کی قدر درجہ حرارت کے تابع ہے۔ لزوجت کی طرح سطحی تناؤ میں بھی درجہ حرارت بڑھنے سے کمی آتی ہے۔

جدول 10.3: کچھ رقیقوں کے نشان دہی کیے گئے درجات حرارت پر، سطحی تناؤ کی قدریں معہ تبخیری حرارت

رقیق	درجہ حرارت (°C)	سطحی تناؤ (N/m)	تبخیر کی حرارت (kJ/mol)
ہیلمیم	-270	0.000239	0.115
آکسیجن	-183	0.0132	7.1
استھانول	20	0.0227	40.6
پانی	20	0.0727	44.16
پارہ	20	0.4355	63.2

10.6.3 لمس کا زاویہ: (Angle of contact)

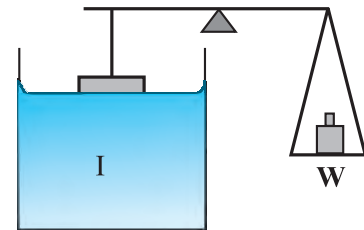
ایک رقیق کی سطح، دوسرے وسیلے سے لمس کے مستوی کے قریب، عام طور پر خمیدہ ہوتی ہے۔ نقطہ لمس پر رقیق کی سطح پر کھینچنے گئے مماس اور رقیق کے اندر ٹھوس سطح کے درمیان بنے زاویے کو زاویہ لمس کہتے ہیں۔ اسے θ سے ظاہر کرتے ہیں۔ یہ رقیق اور ٹھوس اشیا کے مختلف جوڑوں کے درمیانی رخ پر مختلف ہوتا ہے۔ θ کی قدر سے یہ طے ہوتا ہے کہ رقیق، ٹھوس کی سطح پر پھیل جائے گا یا اس پر قطرے بنیں گے۔ مثال کے طور پر پانی کنول کی پتی پر قطرے بناتا ہے، جیسا کہ شکل 10.19(a) میں دکھایا گیا ہے اور پلاسٹک کی پلیٹ پر پھیل جاتا ہے، جیسا کہ شکل 10.19(b) میں دکھایا گیا ہے۔

ہم تینوں باہر رخوں پر تینوں باہمی رخوں کے تناؤ لیتے ہیں، جو باہمی رخ ہیں: رقیق۔ ہوا، ٹھوس۔ ہوا، اور ٹھوس۔ رقیق اور تناؤ ہیں بالترتیب S_{sl} ، S_{sa} ، S_{la} ، جیسا کہ شکل 10.19(a) اور (b) میں دکھایا گیا ہے۔ لمس کے خط پر، تینوں وسیلوں کے درمیان سطحی قوتوں کا توازن میں ہونا لازم ہے۔ شکل 10.19(a) سے مندرجہ ذیل رشتہ با آسانی مشتق کیا جاسکتا ہے۔

$$S_{la} \cos \theta + S_{sl} = S_{sa}$$

اگر $S_{sl} > S_{sa}$ ہو، جیسا کہ پانی پتی درمیانی رخ میں ہوتا ہے، تو لمس زاویہ ایک منفرجہ زاویہ (Obtuse angle) ہوتا ہے اور اگر $S_{sl} < S_{sa}$ ، جیسا کہ پانی۔ پلاسٹک درمیانی رخ میں ہوتا ہے، تو یہ حادہ زاویہ (Acute angle) ہوتا ہے۔ جب θ ایک منفرجہ زاویہ ہوتا ہے تو رقیق کے مالیکول آپس میں بہت زیادہ کشش کرتے ہیں اور ٹھوس سطح کے مالیکولوں سے ان کی کشش کمزور ہوتی ہے۔ اس لیے رقیق۔ ٹھوس سطح تخلیق کرنے کے لیے بہت زیادہ توانائی

ایک رقیق ایک ٹھوس سطح سے اس وقت چپکے گا اگر رقیق اور ٹھوس کے درمیان سطحی توانائی، ٹھوس۔ ہوا اور رقیق۔ ہوا کے درمیان سطحی توانائی کے مجموعے سے کم ہو۔ اب ٹھوس سطح اور رقیق کے درمیان باہم کشش ہے۔ اس کو تجربہ کے ذریعے براہ راست ناپا جاسکتا ہے، جیسا کہ نقشہ شکل 10.18 میں دکھایا گیا ہے۔ ایک چوٹی، عمودی شیشہ کی پلیٹ، جس کے نیچے کسی رقیق سے بھرا برتن رکھا ہے، ترازو کا ایک پلڑا تشکیل کرتا ہے۔ پلیٹ کو دوسری طرف کے اوزان سے اس طرح حالت توازن میں لایا جاتا ہے کہ اس کا افقی کنارہ، پانی کے بالکل اوپر ہو۔ برتن کو تھوڑا سا اوپر اٹھایا جاتا ہے، یہاں تک کہ رقیق شیشہ کی پلیٹ سے چھو جائے اور سطحی تناؤ کی وجہ سے اسے تھوڑا سے نیچے کھینچ لے۔ پھر دوسری طرف پلڑے میں اتنا وزن بڑھایا جاتا ہے کہ پلیٹ پانی سے باہر آجائے۔



شکل 10.18: سطحی تناؤ کی پیمائش

10.6.4 قطرے اور بلبے (Drops and bubbles)

سطحی تناؤ کا ایک نتیجہ یہ ہے کہ پانی کے آزاد قطرے اور بلبے، کروی شکل کے ہوتے ہیں، اگر ارضی کشش کے اثرات کو نظر انداز کیا جاسکے۔ آپ نے تیز رفتار چھڑکاؤ میں یہ چھوٹے قطرے بنتے ہوئے ضرور دیکھے ہوں گے اور بچپن میں صابن کے بلبے بھی بنائے ہوں گے۔ قطرے اور بلبے کروی کیوں ہوتے ہیں؟ صابن کے جھاگ کو کیا چیز مستحکم رکھتی ہے؟

ہم بار بار یہ کہہ رہے ہیں کہ ایک رقیق۔ ہوا درمیانی رخ میں توانائی ہوتی ہے، اس لیے ایک دیے ہوئے حجم کے لیے سب سے کم توانائی کی سطح وہ ہوگی، جس کا سطحی رقبہ سب سے کم ہو۔ کرہ کی یہ خاصیت ہوتی ہے۔ حالانکہ یہ اس کتاب کے معیار کے دائرہ سے باہر ہے، آپ خود جانچ سکتے ہیں کہ کرہ اس معاملے میں کم سے کم کعب سے تو بہتر ہے۔ اس لیے اگر ارضی کشش اور دوسری قوتیں (مثلاً ہوا کی رگڑ) غیر موثر ہوں تو رقیق کے قطرے کروی ہوں گے۔

سطحی تناؤ کا ایک دوسرا دلچسپ نتیجہ یہ ہے کہ ایک کروی قطرے کے اندرون دباؤ، شکل (a) 10.20، قطرے کے باہر کے دباؤ سے زیادہ ہوتا ہے۔ فرض کیجیے کہ نصف قطرہ 'r' کا ایک کری قطرہ توازن میں ہے۔ اگر اس کے نصف قطر میں Δr کا اضافہ ہو تو زائد سطحی توانائی ہے:

$$[4\pi(r + \Delta r)^2 - 4\pi r^2] S_{la} = 8\pi r \Delta r S_{la} \quad (10.27)$$

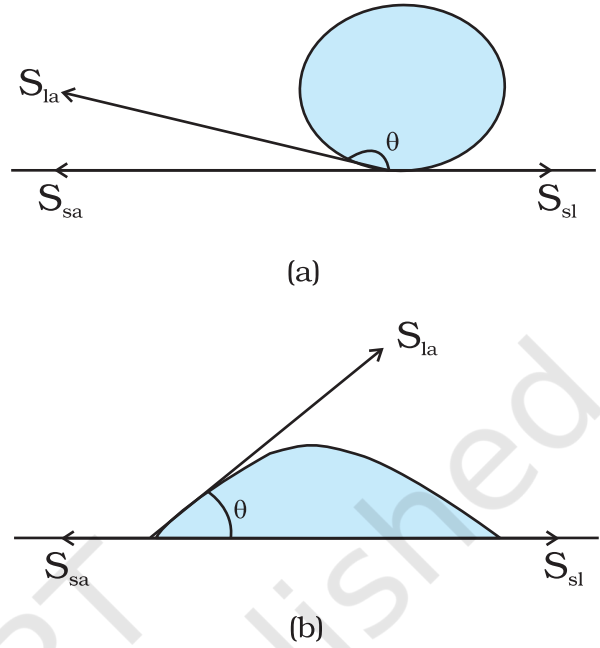
اگر قطرہ حالت توازن میں ہو، تو یہ توانائی، اس توانائی سے متوازن ہوگی جو بلبے کے اندر اور باہر کے دباؤ فرق $(P_i - P_o)$ کے زیر اثر پھیلنے میں حاصل ہوتی ہے۔

$$W = (P_i - P_o) 4\pi r^2 \Delta r \quad (10.28) \quad \text{کیا گیا کام}$$

اس طرح

$$(P_i - P_o) = (2 S_{la} / r) \quad (10.29)$$

عمومی طور پر، ایک رقیق۔ گیس درمیانی رخ کے لیے، حد بلبی طرف، جوئی طرف سے زیادہ دباؤ ہوتا ہے۔ مثلاً ایک رقیق میں ایک ہوا کے بلبے میں اندر کی طرف زیادہ دباؤ ہوگا۔ دیکھیے شکل 10.20(b)



شکل 10.19 درمیانی رخوں کے تناؤ کے ساتھ پانی کے قطروں کی مختلف شکلیں (a) ایک کنول کی پنی پر (b) ایک صاف پلاسٹک کی پلیٹ پر

چاہیے ہوتی ہے، اور اس لیے رقیق، ٹھوس کو گیلانہیں کرتا۔ پانی کے ساتھ مومی یا تیل والی (چکنی) سطحوں پر ایسا ہی ہوتا ہے، اور پارہ کے ساتھ ایسا ہر سطح پر ہوتا ہے۔ دوسری طرف، اگر رقیق کے مالیکیولوں اور ٹھوس کے مالیکیولوں کے درمیان کشش بہت زیادہ ہوتی ہے، تو S_{s-l} کم ہو جائے گا اور اس لیے $\cos \theta$ بڑھ سکتا ہے، یا θ کم ہو سکتا ہے۔ اس صورت میں θ ایک حادہ زاویہ ہے۔ یہی پانی کے ساتھ شیشے پر یا پلاسٹک پر ہوتا ہے اور مٹی کے تیل کے ساتھ تقریباً ہر چیز پر (مٹی کا تیل فوراً پھیل جاتا ہے)۔ صابن، ڈٹرجنٹ (Detergent) اور رنگنے کی اشیاء گیلانے والے ایجنٹ ہیں۔ جب انہیں شامل کیا جاتا ہے تو لمس زاویہ چھوٹا ہو جاتا ہے تاکہ یہ اندر تک داخل ہو سکیں اور موثر ہو سکیں۔ دوسری طرف وہ ایجنٹ جو واٹر پروف (پانی سے حفاظت کرنے کے لیے) بنانے کے لیے استعمال ہوتے ہیں، شامل کیے جانے پر پانی اور ریشموں کے درمیان بڑا زاویہ لمس بناتے ہیں۔

مطلب ہوا کہ سب سے اوپر کی سطح کے دونوں طرف دباؤ میں فرق ہے۔ یہ فرق دیا جاتا ہے:

$$(P_i - P_o) = (2S/r) = 2S/(a \sec \theta) \quad (10.31)$$

$$= (2S/a) \cos \theta$$

اس لیے ٹیوب کے اندر، بالکل ہلالی سطح (meniscus) پر (ہوا۔ پانی درمیانی رخ) پانی کا دباؤ، فضائی دباؤ سے کم ہے۔ شکل (a) 10.21 میں دو نقاط A اور B لیجیے۔ انہیں ایک ہی دباؤ پر ہونا چاہئے۔

$$P_o + h \rho g = P_i = P_A \quad (10.32)$$

جہاں P پانی کی کثافت ہے اور h شعری چڑھاؤ (Capillary rise) کہلاتا ہے۔ (شکل (a) 10.21)۔ مساوات (10.31) اور مساوات (10.32) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$h \rho g = (P_i - P_o) = (2S \cos \theta)/a \quad (10.33)$$

یہاں مساوات (10.28) اور مساوات (10.29) کے ساتھ دی گئی بحث سے یہ واضح ہو جاتا ہے کہ شعری چڑھاؤ کی وجہ سے سطحی تناؤ ہے۔ یہ مقابلتا چھوٹے a کے لیے مقابلتا زیادہ ہوگا۔ باریک شعری نلیوں کے لیے یہ کچھ سینٹی میٹر کے درجہ کا ہوتا ہے۔ مثلاً، اگر (a=0.05cm)، پانی کے سطحی تناؤ کی قدر (جدول 10.3) استعمال کرتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے،

$$h = 2S/(\rho g a)$$

$$= \frac{2 \times (0.073 \text{ Nm}^{-1})}{(10^3 \text{ kg m}^{-3})(9.8 \text{ ms}^{-2})(5 \times 10^{-4} \text{ m})}$$

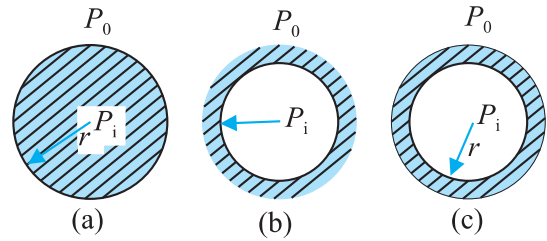
$$= 2.98 \times 10^{-2} \text{ m} = 2.98 \text{ cm}$$

نوٹ کریں کہ اگر رقیق کی ہلالی سطح حدب (Convex) ہے، جیسے کہ پارہ کی ہوتی ہے، یعنی کہ اگر $\cos \theta$ منفی ہے، تب مساوات (10.32) سے یہ واضح ہے کہ رقیق کی سطح شعری نلی میں نیچی ہوگی۔

10.6.6 میل کاٹ (ڈٹرجنٹ) اور سطحی تناؤ

(Detergents and surface tension)

سوتی اور دوسرے کپڑوں پر جب چکنائی تیل وغیرہ کے دھبے لگ جاتے ہیں یا وہ میلے ہو جاتے ہیں تو انہیں دھونے کے لیے ہم پانی میں میل کاٹ



شکل 10.20: نصف قطر، r کا قطرہ، جوف اور بلبہ

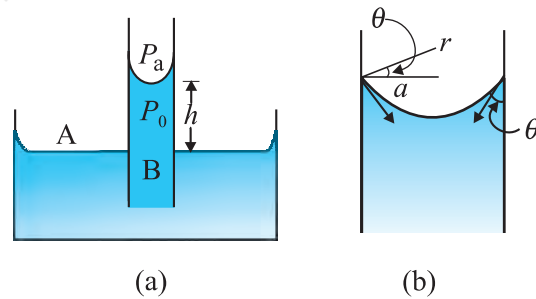
ایک بلبہ (شکل (c) 10.20) ایک قطرہ یا جوف سے اس طور پر مختلف ہے کہ اس میں دو درمیانی رخ ہوتے ہیں۔ مساوات (10.29) کی طرح، اب بلبے کے لیے ہم لکھ سکتے ہیں:

$$(P_i - P_o) = (4 S_{la} / r) \quad (10.30)$$

اسی لیے شاید آپ کو بلبے بنانے کے لیے زور سے، لیکن بہت زور سے نہیں، پھونکنا پڑتا ہے۔ کیونکہ اندر تھوڑا سا زائد ہوا کا دباؤ درکار ہوتا ہے۔

10.6.5 شعری چڑھاؤ (Capillary rise)

ایک خمیدہ رقیق۔ ہوا درمیانی رخ کے اطراف میں دباؤ کے فرق کے ہونے کا ایک معروف اثر یہ ہے کہ پانی ایک پتلی ٹیوب میں، ارضی کشش کے باوجود، اوپر چڑھ جاتا ہے۔ لاطینی میں لفظ Capilla کے معنی میں بال، اگر ٹیوب بال جیسی باریک ہو، تو چڑھاؤ بہت اوپر تک ہوگا۔ اسے دیکھنے کے لیے، ایک



شکل 10.21: شعری چڑھاؤ (a) ایک پتلی ٹیوب کا خاکہ جو پانی میں ڈوبی ہوئی ہے۔ (b) درمیانی رخ کے قریب، تکبیر شدہ تصویر

دائری تراشی رقبہ (نصف قطر a) کی ایک شعری نلی لیجیے، جسے پانی کے کھلے برتن میں عمودی کھڑا کر دیجیے۔ (شکل 10.21) پانی اور شیشہ کے درمیان لمس زاویہ، حادیہ ہے، اس لیے شعری نلی میں پانی کی سطح جونی ہوگی۔ اس کا

دوسرا چکنائی تیل یا موم کے مالیکیول سے۔ اس طرح یہ پانی۔ تیل درمیان رخوں کو بناتا ہے۔ اس کا نتیجہ شکل (10.22) میں شکلوں کے ایک سلسلے کے ذریعے دکھایا گیا ہے۔

ہم اپنی زبان میں کہیں گے کہ میل کاٹ ملا دینے سے، جس کے مالیکیول ایک سرے پر پانی کو کشش کرتے ہیں اور دوسرے سرے پر میل، جیسے تیل، کو۔ سطحی تناؤ (پانی۔ تیل) بہت کم ہو جاتا ہے۔ اور ایسے درمیانی رخوں کا بننا، توانائی کی مناسبت سے سازگار بھی ہو سکتا ہے، جیسے گندگی کے کڑے جو تیل کاٹ سے گھرے ہوتے ہیں اور پھر پانی سے گھرے ہوتے ہیں۔ اس طرح کے عمل جن میں سطحی فعال میل کاٹ استعمال ہوتے ہیں، صرف صفائی کرنے کے لیے اہم نہیں ہیں بلکہ تیل اور کچے دھات وغیرہ حاصل کرنے میں بھی ان کا استعمال ہوتا ہے۔

مثال 10.11: ایک بیکر میں شعری نلی کا پھلا پانی کی سطح سے 8.00cm نیچے تک ڈبویا گیا ہے۔ نلی کا قطر 2.00mm ہے۔ نلی کے پان میں ڈوبے سرے پر ایک نصف کری بلبلہ پیدا کرنے کے لیے نلی میں کتنا دباؤ چاہیے ہوگا؟ تجربہ کے درجہ حرارت پر پانی کا سطحی تناؤ $7.30 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ ہے۔ $1 = 1.01 \times 10^5 P_a$ فضائی، 1000 Kg/m^3 پانی کی کثافت، $g = 9.80 \text{ ms}^{-2}$ زائد دباؤ کا بھی حساب لگائیے۔

جواب: ایک رقیق میں ایک گیس کے بلبلے میں زائد دباؤ $2S/r$ سے دیا جاتا ہے، جہاں S ، رقیق۔ گیس درمیانی رخ کا سطحی تناؤ ہے۔ آپ کو یہ نوٹ کرنا چاہیے کہ اس صورت میں رقیق کی صرف ایک سطح ہے (ایک گیس میں ایک رقیق کے بلبلے کے لیے دو رقیق سطحیں ہوتی ہیں، اور زائد دباؤ کے لیے، اس صورت میں فارمولا ہے $(4S/r)$ ۔ اب بلبلے کے باہر دباؤ P_0 فضائی دباؤ اور 8.00cm پانی کے کالم کی وجہ سے دباؤ کے حاصل جمع کے مساوی ہے۔

$$P_0 = (1.01 \times 10^5 P_a + 0.08 \text{ m} \times 1000 \text{ kg m}^{-3} \times 9.80 \text{ ms}^{-2})$$

$$= 1.01784 \times 10^5 P_a$$

(Detergent) یا صابن ملاتے ہیں، پھر کپڑوں کو اس پانی میں ڈوباتے ہیں اور انہیں رگڑتے ہیں۔ آئیے اس عمل کو بہتر طور پر سمجھیں۔

پانی کے ساتھ دھونے سے چکنائی کے دھبے نہیں صاف ہوتے۔ کیونکہ پانی چکنی گندگی کو گیلانا نہیں کرتا۔ اگر پانی چکنائی کو گیلانا کر سکتا ہو تو پانی کا بہاؤ کچھ چکنائی بہا لے جاتا۔ اس طرح کی کچھ کامیابی پانی میں میل کاٹ ملا دینے سے حاصل ہوتی ہے۔ میل کاٹ کے مالیکیولوں کی شکل بالوں میں لگانے کی پن (Hair pin) کی شکل جیسی ہوتی ہے، جس کا ایک سر پانی سے جڑا ہوتا ہے اور



گندگی صابن کے مالیکیولوں سے گھری ہوئی لگی رہتی ہے۔

شکل 10.22: میل کاٹ کے مالیکیول جو کرتے ہیں، اس کی شکل میں میل کاٹ کا عمل

اس لیے، بلب کے اندر دباؤ ہے

$$P_i = P_o + 2S/r$$

$$= 1.01784 \times 10^5 \text{ Pa} + (2 \times 7.3 \times 10^{-2} \text{ Pa m} / 10^{-3} \text{ m})$$

$$= (1.01784 + 0.00146) \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$= 1.02 \times 10^5 \text{ Pa}$$

جہاں بلب کے نصف قطر کو شعری نلی کے نصف قطر کے مساوی لیا گیا ہے، کیونکہ بلب نصف کری ہے۔ جواب تین قابل لحاظ ہندسوں تک درست ہے۔ بلبے میں زائد دباؤ 146 Pa ہے۔

خلاصہ

1. ایک رقیق کی بنیادی خاصیت یہ ہے کہ وہ بہہ سکتا ہے۔ سیال اپنی شکل کی تبدیلی کی کوئی مزاحمت نہیں کرتے۔ اس لیے سیال کی شکل وہی ہوتی جو اس برتن کی ہوتی ہے، جس میں سیال رکھا جاتا ہے۔
2. رقیق غیر داب پذیر ہے اور اس کی اپنی ایک آزاد سطح ہوتی ہے۔ گیس داب پذیر ہے اور جتنی جگہ اس کے لیے موجود ہوتی ہے، وہ اس سب جگہ میں پھیل جاتی ہے۔
3. اگر ایک سیال کے ذریعے رقبہ A پر لگائی گئی عمودی قوت F ہو تو اوسط دباؤ کی تعریف یہ طور قوت کی رقبہ سے نسبت کی جاتی ہے:

$$P_{av} = \frac{F}{A}$$

4. دباؤ کی اکائی پاسکل (Pa) ہے۔ یہ Nm^{-2} کے یکساں ہے۔ دباؤ کی دوسری عام اکائیاں ہیں۔

$$1 \text{ atm} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}, 1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ mm of Hg} = 1 \text{ torr} = 133 \text{ Pa} \text{ torr} = 133 \text{ Pa} = 0.133 \text{ kPa}$$

5. پاسکل کے قانون کا بیان ہے: ایک سیال، جو حالت سکون میں ہو، اس کے ان تمام نقاط پر دباؤ یکساں ہوتا ہے جو یکساں بلندی پر ہوتے ہیں۔ ایک گھرے ہوئے سیال پر لگائے گئے دباؤ میں کی گئی تبدیلی، بغیر کسی کمی کے سیال کے ہر نقطہ اور اس برتن کی دیواروں پر ترسیل ہو جاتی ہے۔

6. ایک سیال میں دباؤ، گہرائی h کے ساتھ مندرجہ ذیل ریاضیاتی عبارت کے مطابق تبدیل ہوتا ہے: $P = P_a + \rho gh$ ، جہاں ρ ، سیال کی کثافت ہے، جسے یکساں مانا گیا ہے۔

7. ایک قائم بہاؤ میں ایک غیر یکساں تراش کے پائپ میں سے کسی بھی نقطہ پر ایک سیکنڈ میں گزرنے والے غیر داب پذیر سیال کا حجم یکساں ہوتا ہے۔

$$\text{مستقلہ } VA = (V \text{ رفتار ہے اور } A \text{ تراشی رقبہ ہے})$$

یہ مساوات، غیر داب پذیر سیال کے بہاؤ میں کمیت کی بقا کا نتیجہ ہے۔

8. برنولی کے اصول کا بیان ہے: ہم جب مستقل بہاؤ خط پر حرکت کرتے ہیں، تو دباؤ (P)، حرکی توانائی فی اکائی حجم $(\rho v^2 / 2)$

اور توانائی بالقوۃ فی اکائی حجم (ρgy) کا حاصل جمع ایک مستقل ہوتا ہے:

$$P + \rho v^2 / 2 + \rho gy = \text{مستقلہ}$$

یہ مساوات، قائم بہاؤ میں غیر لزج سیال کی حرکت پر توانائی کی بقا کے اطلاق کا نتیجہ ہے۔ کیونکہ ایسا کوئی سیال نہیں ہے جس کی لزوجت صفر ہو، یہ بیان نزدیکی طور پر ہی درست ہے۔ لزوجت، رگڑ کی طرح ہے اور حرکی توانائی کو حرارتی توانائی میں تبدیل کر دیتی ہے۔

9. حالانکہ ایک ایسا سیال تحریفی بگاڑ کے لیے تحریفی ذر کی ضرورت نہیں ہوتی، لیکن جب ایک سیال پر تحریفی ذر لگایا جاتا ہے، تو ایسی حرکت پیدا ہوتی جو تحریفی بگاڑ میں وقت کے ساتھ اضافہ کرتی جاتی ہے۔ تحریفی ذر کی تحریفی بگاڑ کی شرح وقت سے نسبت، لزوجت کا ضریب η کہلاتی ہے۔

$$\eta = \frac{Fl}{vA}$$

جہاں علامتیں اپنے عام معنوں میں استعمال ہوئی ہیں اور متن میں معروف کی جا چکی ہیں۔

10. اسٹوکس کے قانون کا بیان ہے کہ لزوجت η والے سیال میں رفتار v سے گزرتے ہوئے، نصف قطر ' a ' کے کرہ پر لگنے والی لزج کشید قوت F ہے:

$$\mathbf{F} = -6\pi\eta a \mathbf{v}$$

11. سطحی تناؤ، وہ قوت فی اکائی لمبائی (یا سطحی توانائی فی اکائی رقبہ) ہے جو رقیق اور اسے گھیرنے والی سطح کے درمیانی رخ کے مستوی میں لگتی ہے۔ یہ وہ زائد توانائی ہے جو ایک درمیانی رخ کا مالکیول، رقیق کے اندر کے مالکیول کے مقابلے میں رکھتا ہے۔

قابل غور نکات:

1. دباؤ ایک غیر سمتی (عددی) مقدار ہے۔ دباؤ کی تعریف بہ طور ”قوت فی اکائی رقبہ“ یہ غلط فہمی پیدا کر سکتی ہے کہ دباؤ ایک سمتی ہے۔ اس تعریف کے شمار کنندہ میں ”قوت“ دراصل قوت کا وہ جزو ہے جو اس رقبہ پر عمود ہے، جس پر وہ دباؤ لگایا گیا ہے۔ سیالوں کو بیان کرنے کے لیے، ذراتی اور استوار جسم میکانیت کے تصورات سے الگ ہٹ کر سوچنا ضروری ہے۔ یہاں ہم ان خاصیتوں کی بات کر رہے ہیں جو سیال میں ایک نقطہ سے دوسرے نقطہ پر تبدیل ہو جاتی ہیں۔
2. ہمیں ایک سیال کے دباؤ کے بارے میں یہ نہیں سوچنا چاہئے کہ یہ دباؤ صرف ایک ٹھوس، جیسے برتن کی دیواروں یا سیال میں ڈوبے ہوئے مادے کے ٹھوس ٹکڑے پر ہی لگ رہا ہے۔ دباؤ سیال کے ہر نقطے پر موجود ہوتا ہے۔ سیال کا ایک جزو (جس طرح کا شکل 10.2 میں دکھایا گیا ہے) توازن میں اس لیے ہوتا ہے کیونکہ مختلف رخوں پر لگ رہے دباؤ مساوی ہوتے ہیں۔

3. دباؤ کے لیے ریاضیاتی عبارت $P = P_a + \rho gh$ صادق ہے، اگر سیال غیر داب پذیر ہو۔ عملی شکل میں یہ رقیق اشیا کے لیے درست ہے، جو بڑی حد تک غیر داب پذیر ہوتی ہیں، اور اس لیے دباؤ ایک اونچائی کے لیے مستقل ہے۔
4. گنج دباؤ، اصل دباؤ اور فضائی دباؤ کا فرق ہے: $P - P_a = P_g$ ۔ ان میں ٹائر دباؤ گنج اور خون دباؤ گنج بھی شامل ہیں۔
5. ایک مستقل بہاؤ خط، سیال کے بہنے کا نقشہ ہے۔ ایک قائم بہاؤ میں دو مستقل بہاؤ خطوط ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے، کیونکہ ایسا کرنے کے معنی ہوں گے کہ اس نقطہ پر سیال کے ذرہ کی دو ممکنہ رفتاریں ہوں گی۔
6. اگر رقیق پر لزج کشید (Viscous Drag) کام کر رہی ہو تو برنولی کا اصول درست نہیں ہے۔ اس صورت میں، اس اسرانی قوت (Dissipative force) کے ذریعے کیے گئے کام کو بھی حساب میں لینا ہوگا اور P_2 (شکل 10.9)، مساوات (10.12) سے دی جانے والے قدر سے کم ہوگا۔
7. جیسے جیسے درجہ حرارت میں اضافہ ہوتا ہے، رقیق کے ایٹموں کی حرکت میں بھی اضافہ ہوتا ہے اور لزجیت کا ضریب η کم ہو جاتا ہے۔ ایک گیس میں درجہ حرارت میں اضافہ، ایٹموں کی بے ترتیب حرکت میں اضافہ کرتا ہے اور η بڑھ جاتا ہے۔
8. آشوبیت کی شروعات کے لیے، فاصلہ رینالڈس عدد کی سعت (Range) 1000 سے 10000 ہے، جو بہاؤ کی جیومیٹری کے تابع ہے۔ زیادہ تر صورتوں میں $Re < 1000$ کے معنی ہوتے ہیں کہ بہاؤ درتی بہاؤ ہوگا، $1000 < Re < 2000$ کے غیر مستقل بہاؤ اور $Re > 2000$ آشوبی ہوگا۔
9. سطحی تناؤ، رقیق کے اندرون ایک مالیکیول کی توانائی بالقوۃ کے مقابلے میں، رقیق کی سطح پر مالیکیول کی زائد توانائی بالقوۃ کی وجہ سے پیدا ہوتا ہے۔ ایسی سطحی توانائی دو اشیا کو جدا کرنے والے اس درمیانی رخ پر پائی جاتی ہے، جن میں سے کم از کم ایک رقیق ہو۔ یہ صرف ایک تہا رقیق کی خاصیت نہیں ہے۔

طبیعی مقدار	علامت	ابعاد	اکائی	ریمارک
دباؤ	P	$[ML^{-1}T^{-2}]$	پاسکل (Pa)	لاستی، $1 atm = 1.013 \times 10^5 pa$
کثافت	ρ	$[ML^{-3}]$	Kgm^{-3}	لاستی
نوعی کثافت		نہیں	نہیں	لاستی، شے ρ / پانی ρ
لزجیت کا ضریب	η	$[ML^{-1}T^{-1}]$	PaS یا پوائے سی لیس (PL)	لاستی
رینالڈس عدد	Re	نہیں	نہیں	لاستی، $Re = \frac{\rho v d}{\eta}$
سطحی تناؤ	S	$[MT^{-2}]$	Nm^{-1}	لاستی

مشق

10.1 وضاحت کیجیے کہ کیوں

- (a) انسانوں میں دماغ کے مقابلے میں پیروں پر خون کا دباؤ زیادہ ہوتا ہے۔
 (b) 6Km کی بلندی پر، فضائی دباؤ کی قدر، اس کی سطح سمندر پر قدر کی تقریباً آدھی رہ جاتی ہے، جب کہ فضا کی بلندی 100Km سے زیادہ ہے۔

10.2 وضاحت کیجیے کیوں

- (a) شیشے کے ساتھ پارہ کا زاویہ لمس، منفرد ہے جب کہ شیشے کے ساتھ پانی کا زاویہ لمس، حارہ ہے۔
 (b) پانی ایک صاف شیشے کی سطح پر پھیل جاتا ہے، جبکہ پارہ اسی سطح پر قطرے بنالیتا ہے۔ (دوسرے الفاظ میں: پانی شیشے کو گیلیا کر دیتا ہے، جبکہ پارہ نہیں کرتا)

- (c) رقیق کا سطحی تناؤ، سطح کے رقبہ کے تابع نہیں ہے۔
 (d) ایک ایسے پانی کے، جس میں میل کاٹ گھلا ہوا ہو، لمس کے زاویے چھوٹے ہونا چاہئیں۔
 (e) ایک ایسے رقیق کے قطرے کی شکل، جس پر کوئی باہری قوت نہیں لگ رہی ہو، ہمیشہ کروی ہوتی ہے۔
 ہریان کے ساتھ دی ہوئی فہرست میں سے لفظ منتخب کر کے خالی جگہوں کو پر کیجیے۔

10.3

- (a) درجہ حرارت کے ساتھ، رقیق اشیاء کا سطحی تناؤ، عام طور سے (بڑھتا ہے، کم ہوتا ہے)
 (b) درجہ حرارت کے ساتھ، گیسوں کی لزوجت جبکہ رقیق اشیاء کی لزوجت درجہ حرارت کے ساتھ
 (بڑھتی ہے، کم ہوتی ہے)
 (c) تحریفی مٹھاس والی ٹھوس اشیا کے لیے، تحریفی قوت کے متناسب ہے، جبکہ سیالوں کے لیے یہ
 کے متناسب ہے (تحریفی بگاڑ، تحریفی بگاڑ کی شرح)
 (d) ایک سیال کے لیے، جو قائم بہاؤ کے ساتھ بہہ رہا ہو، پائپ کے پتلے مقام پر بہاؤ کی رفتار میں اضافہ
 کے تحت ہوتا ہے (کمیت کی بقا / برنولی کا اصول)
 (e) ایک جہاز کے اس ماڈل میں جو ہوائی سرنگ میں ہو، آشوبیت اس رفتار پر پیدا ہوتی ہے جو ایک اصل جہاز میں آشوبیت پیدا ہونے کی رفتار سے ہوتی ہے (کم / زیادہ)

10.4 وضاحت کیجیے کیوں

- (a) ایک کاغذ کے ٹکڑے کو افقی رکھنا چاہتے ہوں تو اس کے اوپر پھونکنا چاہیے، اس کے نیچے نہیں۔
 (b) جب ہم پانی کی ٹونٹی کو اپنی انگلیوں سے بند کرنے کی کوشش کرتے ہیں تو ہماری انگلیوں کے درمیان سے پانی تیزی سے بہتا ہے۔

(c) ایک انجکشن لگاتے وقت ڈاکٹر کے ذریعے انگوٹھے سے لگائے گئے دباؤ کے مقابلے میں سرنج کی سوئی کا ناپ بہاؤ کی شرح کو بہتر طور پر کنٹرول کرتا ہے۔

(d) ایک برتن کے ایک چھوٹے سوراخ میں سے باہر بہتا ہوا سیال، برتن پر پیچھے کی جانب ایک دھکا لگاتا ہے۔

(e) ایک اسپن کرتی ہوئی کرکٹ کی گیند کا، ہوا میں گذرتے ہوئے، خط حرکت مکانی نہیں ہوتا۔

10.5 اونچی ایڑی کے جوتے پہنے ہوئے ایک 50Kg کمیت کی لڑکی خود کو ایک ایڑی پر حالت توازن میں لاتی ہے۔ ایڑی کی شکل دائری ہے اور اس کا قطر 1.0cm ہے۔ افقی فرش پر ایڑی کے ذریعے کتنا دباؤ لگے گا؟

10.6 ٹوریسیلی کے بیرومیٹر میں پارہ استعمال کیا جاتا ہے۔ پاسکل نے اس کی جگہ 984 kg m^{-3} کثافت والی فرانسیسی شراب استعمال کی۔ نارل فضائی دباؤ کے لیے شراب کے کالم کی اونچائی معلوم کیجیے۔

10.7 سمندر کے کنارے ایک تصصی عمارت بنائی گئی جو زیادہ سے زیادہ 10^9 Pa ذر برداشت کر سکتی ہے۔ کیا یہ عمارت سمندر میں ایک تیل کے کنویں کے اوپر کھڑی کی جانے کے لیے مناسب ہے؟ سمندر کی گہرائی تقریباً 3Km مان لیجیے اور سمندر کی لہروں کو نظر انداز کر دیجیے۔

10.8 ایک آبی لفٹ کو اس طرح ڈیزائن کیا گیا ہے کہ وہ زیادہ سے زیادہ 3000Kg کمیت کی گاڑیوں کو اٹھا سکے۔ وزن اٹھانے والے پسٹن کا تراشی رقبہ 450 cm^2 ہے۔ چھوٹے پسٹن کو زیادہ سے زیادہ کتنا دباؤ برداشت کرنا ہوگا؟

10.9 ایک U-ٹیوب میں پانی اور میتھائل کیا ہوا اسپرٹ ہے، جن کو ایک دوسرے سے پارہ کے ذریعے علیحدہ کیا گیا ہے۔ ٹیوب کے پانی والی بازو میں پارہ کی سطح 10.0cm اور پانی کے ساتھ ہے اور اسپرٹ والے بازو میں پارہ کی سطح 12.0cm اسپرٹ کے ساتھ ہے۔ اسپرٹ کی نوعی کثافت کیا ہے؟

10.10 اگر اوپر والے مسئلے (10.9) میں پانی والے بازو میں 15.0cm مزید پانی اور اسپرٹ والے بازو میں مزید 15.0cm اسپرٹ ملا دیا جائے تو دونوں بازوؤں میں پارہ کی سطح میں کیا فرق ہوگا؟ (پارہ کی نوعی کثافت 13.6 ہے)

10.11 کیا برنولی مساوات کا استعمال ایک دریا میں ایک ڈھلان سے بہتے ہوئے پانی کے بہاؤ کو بیان کرنے کے لیے کیا جاسکتا ہے؟ وضاحت کیجیے۔

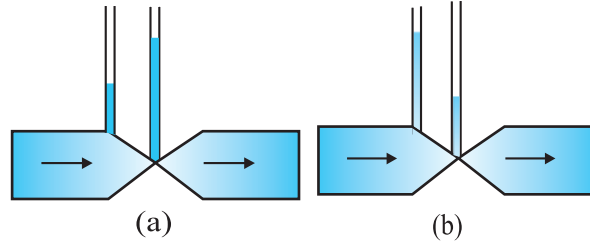
10.12 اگر ہم برنولی مساوات میں مطلق دباؤ کی جگہ گجج دباؤ کی قدریں استعمال کریں تو کیا کوئی فرق پڑتا ہے؟ وضاحت کیجیے۔

10.13 گلیسرین ایک 1.5cm لمبی اور 1.0cm نصف قطر کی افقی ٹیوب میں قائم بہاؤ کے ساتھ بہتی ہے۔ اگر ایک سیکنڈ میں سرے پر اکٹھا کی جانے والی گلیسرین کی مقدار $4.0 \times 10^{-3} \text{ Kgs}^{-1}$ تو ٹیوب دونوں سروں کے درمیان دباؤ فرق کتنا ہے؟ $1.3 \times 10^{-3} \text{ Km}^{-1} =$ گلیسرین کی کثافت، $0.83 \text{ Pas} =$ گلیسرین کی لزوجت [آپ یہ بھی جانچنا چاہیں گے کہ ٹیوب میں وقتی بہاؤ کا مفروضہ درست ہے یا نہیں]

10.14 ایک جہاز کے ماڈل کو جانچنے کے لیے ایک ہوائی سرنگ میں کیے گئے تجربے میں، پرکی اوپری اور نچلی سطحوں پر بہاؤ کی رفتاریں، بالترتیب 70 m s^{-1} اور 63 m s^{-1} ہیں۔ پرپر لگ رہی اٹھان (لفٹ) کیا ہوگی اگر اس کا رقبہ

2.5 m^2 ہے؟ ہوا کی کثافت 1.3 K gm^{-3} مان لیجیے۔

10.15 شکل 10.23(a) اور شکل 10.23(b) ایک غیر لزج سیال کے قائم بہاؤ کو دکھاتی ہیں۔ دونوں میں سے کون سی درست ہے؟ کیوں؟

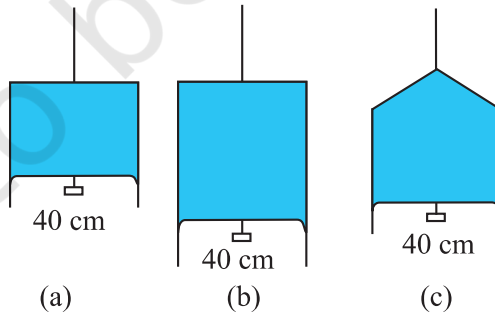


شکل 10.23.

10.16 ایک چھڑکاؤ کرنے کے پمپ (Spray Pump) کی استوانی ٹیوب کا تراشی رقبہ 8.0 cm^2 ہے۔ اس کے ایک سرے پر 40 باریک باریک سوراخ ہیں۔ ہر سوراخ کا قطر 1.00 mm ہے۔ اگر ٹیوب کے اندر رقیق کے بہاؤ کی رفتار 1.5 m min^{-1} ہے، تو سوراخوں سے رقیق کے باہر نکلنے کی رفتار کیا ہوگی؟

10.17 ایک U شکل کے تار کو صابن کے محلول میں ڈبویا گیا اور باہر نکال لیا گیا۔ تار اور ایک ہلکے پھسلواں (Slider) کے درمیان بنی پتلی صابن کی فلم $1.5 \times 10^{-2} \text{ N}$ وزن کو سہارا دیتی ہے، جس میں پھسلواں کا وزن بھی شامل ہے۔ پھسلواں کی لمبائی 30 cm ہے۔ فلم کا سطحی تناؤ کیا ہے؟

10.18 شکل 10.24(a) میں ایک پتلی فلم دکھائی گئی ہے جو ایک چھوٹے وزن، $4.5 \times 10^{-2} \text{ N}$ کو سہارا دے رہی ہے۔ اسی رقیق کی اسی درجہ حرارت پر شکل (b) اور شکل (c) میں دکھائی گئی فلمیں کتنے وزن کو سہارا دے سکتی ہیں؟ اپنے جواب کی طبعی طور پر وضاحت کیجیے۔



شکل 10.24.

10.19 کمرہ درجہ حرارت پر 3.00 mm نصف قطر کے پارہ کے ایک قطرے کے اندر کتنا دباؤ ہوگا؟ اس درجہ حرارت پر (20°C) پارہ کا سطحی تناؤ $4.65 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-2}$ ہے۔ فضائی دباؤ $1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ہے۔ قطرہ کے اندرون زائد دباؤ بھی معلوم کیجیے۔

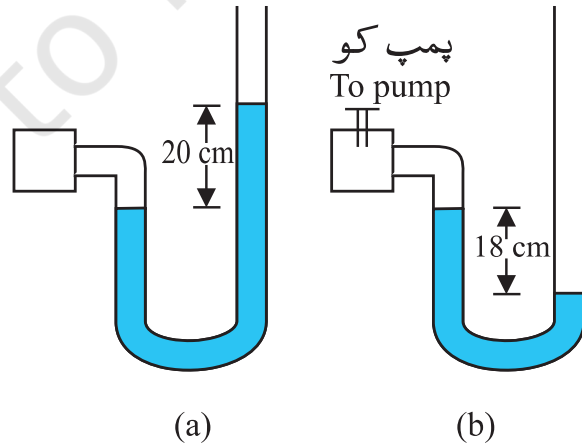
- 10.20** صابن کے محلول کے 5.00mm نصف قطر کے بلب کے اندرون زائد دباؤ کیا ہوگا؟ دیا ہے کہ صابن کے محلول کا اس (20°C) درجہ حرارت پر سطحی تناؤ $2.5 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ ہے۔ اگر انہیں ابعاد کا ایک ہوا کا بلبہ ایک ایسے برتن میں 40.0cm کی گہرائی پر بنتا ہے، جس میں 1.20 اضافی کثافت کا صابن کا محلول ہے، تو اس بلبے کے اندر زائد دباؤ کیا ہوگا۔ $(1 = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa}$ فضائی دباؤ)۔

اضافی مشق

- 10.21** ایک ٹینکی کو، جس کے مربع قاعدے کا رقبہ 1.0 m^2 ہے، ایک انتصابی تقسیم (Partition) کے ذریعے درمیان سے دو برابر حصوں میں بانٹ دیا گیا۔ تقسیم کے پینڈے پر ایک چھوٹا، قلابے سے اٹکا ہوا، 20 m^2 رقبہ کا دروازہ لگا ہے۔ ٹینکی کے ایک حصہ کو پانی سے بھر دیا گیا اور دوسرے حصے کو تیزاب سے (اضافی کثافت 1.7)۔ دونوں حصوں میں بھرے رقیق کی اونچائی 4.0m ہے۔ اس قوت کا حساب لگائیے، جو دروازے کو بند رکھنے کے لیے چاہیے ہوگی۔

- 10.22** ایک احاطہ بند گیس کا دباؤ ایک مونومیٹر سے پڑھا جاتا ہے، جیسا کہ شکل (a) 10.25 میں دکھایا گیا ہے۔ جب پمپ گیس کی کچھ مقدار کو ہٹا دیتا ہے تو مونومیٹر ریڈنگ وہ ہے جو شکل (a) 10.25 میں دکھائی گئی ہے۔ مونومیٹر میں استعمال کیا گیا رقیق پارہ ہے اور فضائی دباؤ پارہ کے 76cm ہیں۔

- (a) پارہ کے cm کی اکائی میں، صورت (a) اور (b) میں احاطہ کے اندر کی گیس کے مطلق اور گنج دباؤ معلوم کیجیے۔
 (b) صورت (b) میں سطحیں کیسے تبدیل ہوں گی، اگر مونومیٹر کے دائیں بازو میں 13.6cm پانی [جو پارے سے ناقابل امتزاج (immiscible) ہے] ڈال دیا جائے۔ (گیس کے حجم میں ہونے والی معمولی تبدیلی نظر انداز کر دیجیے)



شکل 10.25

10.23 دو برتنوں کا اساسی رقبہ یکساں ہے لیکن شکل مختلف ہے۔ اگر دونوں میں ایک مشترک اونچائی تک پانی بھرا جائے تو پہلے برتن میں دوسرے کے مقابلے میں پانی کا دو گنا حجم آتا ہے۔ کیا دونوں برتنوں میں پانی کے ذریعے اساس پر لگائی گئی قوت یکساں ہے؟ اگر ہاں، تو ایک ہی اونچائی تک بھرے ہوئے ان برتنوں کا وزن، وزن ناپنے کی ترازو مختلف کیوں بتاتی ہے؟

10.24 خون کی منتقلی کے دوران ایک رگ میں اس مقام پر سوئی داخل کی گئی جہاں گنج دباؤ 200 Pa ہے۔ خون جس برتن میں رکھا ہے اسے کس بلندی پر رکھا جائے کہ خون صرف رگ میں داخل ہو سکے۔ (خون کی کثافت جدول 10.1 سے حاصل کیجیے)

10.25 برنولی مساوات مشتق کرنے میں، ہم نے ٹیوب کے سیال پر کیے گئے کام کو اس کی بالقوۃ اور حرکی توانائی میں تبدیلی کے مساوی مانا تھا۔ (a) ایک $2 \times 10^{-2} \text{ m}$ نصف قطر کی شریان میں خون کے بہاؤ کی زیادہ سے زیادہ اوسط رفتار کیا ہو سکتی ہے کہ بہاؤ لازمی طور پر ورتی رہے؟ کیا جیسے جیسے رفتار میں اضافہ ہوتا ہے، اسرانی قوتیں زیادہ اہمیت اختیار کر لیتی ہیں؟ کیفیتاً طور پر (qualitatively) بحث کیجیے۔

10.26 (a) ایک $2 \times 10^{-3} \text{ m}$ نصف قطر کی شریان میں خون کے بہنے کی زیادہ سے زیادہ اوسط رفتار کیا ہو سکتی ہے کہ بہاؤ ورتی رہے؟ (b) اس کے مطابق بہاؤ شرح کیا ہوگی؟ خون کی لزوجت $2.084 \times 10^{-3} \text{ Pas}$ لیجیے۔

10.27 ایک جہاز جس کے دونوں میں سے ہر ایک پر کارقبہ 25 m^2 ہے، مستقلہ رفتار سے ہموار اڑان کر رہا ہے۔ اگر اس کے پروں کی نچی سطح پر ہوا کی رفتار 180 km/h اور اوپری سطح پر 234 km/h ہے، تو جہاز کی کمیت معلوم کیجیے۔ ہوا کی کثافت 1 kg m^{-3} لیجیے۔

10.28 ملیکن کے تیل کے قطرے کے تجربے میں، 2.0×10^{-5} نصف قطر اور $1.2 \times 10^3 \text{ Kgm}^{-3}$ کثافت والے تیل کے غیر چارج شدہ قطرے کی حتمی رفتار کیا ہوگی؟ تجربہ کے درجہ حرارت پر ہوا کی لزوجت $1.8 \times 10^{-5} \text{ Pas}$ لیجیے۔ اس رفتار پر قطرے پر لزج قوت کیا ہوگی؟ ہوا کی وجہ سے قطرے کے اچھال کو نظر انداز کر دیجیے۔

10.29 پارہ کا سوڈا لام شیشہ سے زاویہ لمس 140° ہے۔ 1.00 mm نصف قطر کی اس شیشہ کی بنی ہوئی پتلی نلی کو ایک پارہ سے بھرے گہرے برتن میں ڈبو دیا جاتا ہے۔ ٹیوب میں پارہ کی سطح، باہر کی پارہ کی سطح کے مقابلے میں کتنی نیچی ہوگی؟ تجربہ کے درجہ حرارت پر پارہ کا سطحی تناؤ 0.465 Nm^{-1} ہے، اور پارہ کی کثافت $13.6 \times 10^3 \text{ k gm}^{-3}$ ہے۔

10.30 3.0 mm اور 6.0 mm نصف قطر کی دو پتلی نالوں کو ملا کر ایک U-ٹیوب بنائی جاتی ہے۔ جو دونوں کناروں پر کھلی ہے۔ اگر U-ٹیوب میں پانی بھرا ہے تو دونوں ٹیوب کے دونوں بازوں میں پانی کی سطحوں میں کیا فرق ہے؟ تجربہ کے درجہ حرارت پر پانی کا سطحی تناؤ $7.3 \times 10^{-2} \text{ Nm}^{-1}$ ہے۔ زاویہ لمس کو صفر اور پانی کی کثافت $1.0 \times 10^3 \text{ Kgm}^{-3}$ لیجیے۔
($g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$)

کلکولیٹریا کمپیوٹر کی مدد سے حل کیا جانے والا مسئلہ

10.31 (a) یہ معلوم ہے کہ اونچائی کے ساتھ ہوا کی کثافت ρ مندرجہ ذیل رشتے کے مطابق کم ہوتی ہے:

$$\rho = \rho_0 e^{-y/y_0}$$

جہاں $\rho_0 = 1.25 \text{ kg m}^{-3}$ سطح سمندر پر ہوا کی کثافت ہے اور y_0 ایک مستقل ہے۔ یہ فرض کرتے ہوئے کہ فضا

کا درجہ حرارت مستقل ہے (ہم تپ شرائط)، مندرجہ بالا رشتہ حاصل کیجیے۔ g کی قدر کو بھی مستقل مان لیجیے۔

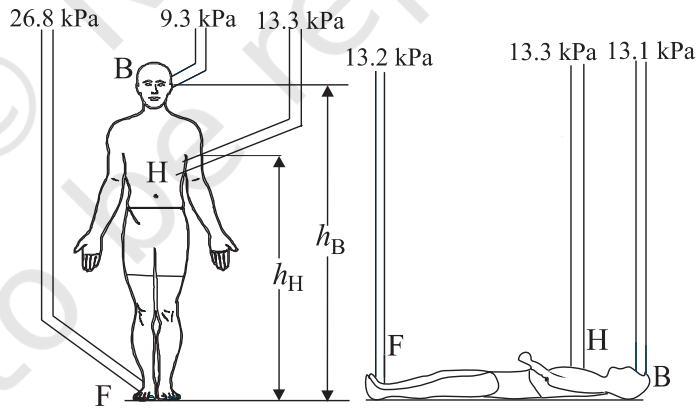
(b) 1425 m^3 حجم کا ایک بڑا غبارہ، 400 Kg وزن کو اٹھانے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔

یہ فرض کرتے ہوئے کہ اوپر اٹھانے میں غبارہ اپنے مستقل نصف قطر کو قائم رکھتا ہے بتائیے کہ یہ کتنا اوپر اٹھے گا؟

$$[\rho_{\text{He}} = 0.18 \text{ kg m}^{-3}, y_0 = 8000 \text{ m لیجیے}]$$

ضمیمہ 10.1: خون کا دباؤ کیا ہے؟

ارتقائی تاریخ میں ایک وقت ایسا آیا جب جانوروں نے اپنا قابل لحاظ وقت سیدھا کھڑے ہونے کی حالت میں گزارنا شروع کر دیا۔ اس نے خون کی گردش کے نظام سے کئی نئی مانگیں کیں۔ وریڈی (Venous) نظام میں، جو نچلے حصوں سے دل کو خون واپس پہنچاتا ہے، کئی تبدیلیاں آئیں۔ آپ کو یاد ہوگا کہ رگیں (Veins) وہ خون کی نلیاں ہیں، جن کے ذریعے خون، دل میں واپس پہنچتا ہے۔ انسان اور ذراف جیسے جانوروں نے خون کو کشش ارضی کے خلاف، اوپر کی سمت میں حرکت دینے کے مسئلے کے لیے خود کو ڈھال لیا۔ لیکن سانپ، چوہے اور خرگوش جیسے جانوروں کو اگر سیدھا کھڑا رکھا جائے تو وہ مرجائیں گے، کیونکہ خون نچلے حصوں میں ہی رہے گا اور ان کا وریڈی نظام اسے دل کی طرف حرکت نہیں کر سکے گا۔



شکل 10.26: کھڑے ہونے اور لیٹے ہونے کی حالت میں انسانی جسم کے مختلف حصوں میں رگوں میں گیج دباؤ کا ایک خاکہ دکھائے گئے دباؤ ایک دل کے دور پر اوسط کی گئی قدریں ہیں۔

شکل 10.26 میں انسانی جسم میں رگوں کے مختلف نقاط پر اوسط دباؤ دکھائے گئے ہیں۔ کیونکہ لزج اثرات بہت چھوٹے ہوتے ہیں، اس لیے ہم ان دباؤ کی قدروں کو سمجھنے کے لیے برنولی مساوات (10.13) استعمال کر سکتے ہیں۔

$$P + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g y = \text{مستقلہ}$$

حرکی توانائی رکن $(\rho v^2/2)$ کو نظر انداز کیا جاسکتا ہے، کیونکہ تینوں رگوں میں رفتاریں بہت چھوٹی ہیں $(\approx 0.1 \text{ m s}^{-1})$ اور مستقلہ ہیں۔ اس لیے دماغ پر گنج دباؤ P_B ، دل پر P_H اور پیرپر گنج دباؤ P_F میں رشتہ ہے:

$$P_F = P_H + \rho g h_H = P_B + \rho g h_B \quad (10.34)$$

جہاں ρ خون کی کثافت ہے۔

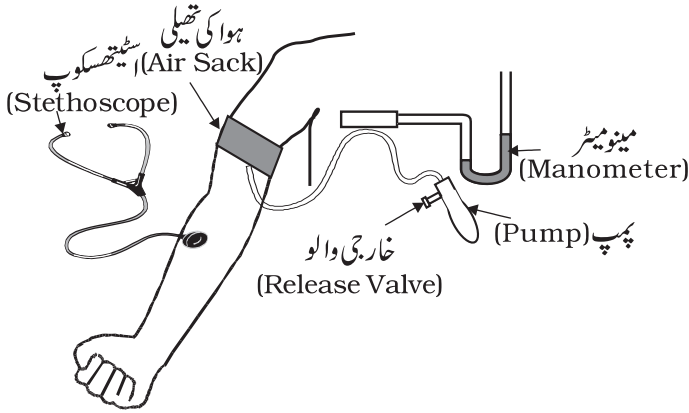
دل اور دماغ تک کی اونچائیوں کی خصوصی قدریں ہیں: $h_B = 1.7 \text{ m}$ ، $h_H = 1.3 \text{ m}$ ، $\rho = 1.06 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ لیتے ہوئے، ہمیں حاصل ہوتا ہے کہ $P_F = 26.8 \text{ kPa}$ اور $P_B = 9.3 \text{ kPa}$ اگر $P_H = 13.3 \text{ kPa}$ دیا ہو تو۔ اس لیے اگر ایک شخص کھڑا ہوا ہو تو اس کے جسم کے اوپری اور نچلے حصوں میں دباؤ بہت مختلف ہیں، لیکن اگر لیٹا ہوا ہو تو تقریباً مساوی ہیں۔ جیسا پہلے متن میں بتایا جا چکا ہے کہ حکمت میں عام طور سے استعمال ہونے والی دباؤ کی اکائیاں، Hg کے mm اور ٹور (Torr) ہیں۔

$$P_H = 13.3 \text{ kPa} = 100 \text{ mm of Hg} \text{ اس لیے دل پر اوسط دباؤ ہے: } 1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ torr} = 0.133 \text{ kPa}$$

انسانی جسم قدرت کی کارگیری کا کرشمہ ہے۔ جسم کے نچلے حصے کی رگوں میں والو لگے ہوتے ہیں جو اس وقت کھل جاتے ہیں، جب خون دل کی طرف بہتا ہے اور اس وقت بند ہو جاتے ہیں جب وہ نیچے کی طرف حرکت کرنے کی کوشش کرتا ہے۔ مزید یہ کہ خون، کم از کم جزوی طور پر، سانس لینے کے عمل سے منسلک پمپ کرنے کے عمل اور عضلات کے پھیلنے کے عمل کے ذریعہ واپس لوٹایا جاتا ہے۔ اس سے یہ وضاحت ہو جاتا ہے کہ ایک سپاہی جسے مستقل ”ہوشیار“ کی حالت میں کھڑا کر دیا جائے تو وہ کیوں بے ہوش ہو سکتا ہے۔ کیونکہ دل کی طرف ناکافی خون واپس لوٹتا ہے۔ اگر اسے لٹا دیا جائے، تو دباؤ مساوی ہو جاتے ہیں اور وہ ہوش میں آتا ہے۔

ایک آلہ جسے اسفائی گومیونومیٹر (Sphygmomanometer) کہتے ہیں، انسانوں کے خون کا دباؤ ناپنے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ یہ ایک تیزی سے، بغیر کسی درد کے اور بغیر کوئی مداخلت کتے ناپنے والا آلہ ہے جو ڈاکٹر کو مریض کی صحت کے بارے میں قابل بھروسہ تصور فراہم کرتا ہے۔ پیمائش کا عمل شکل 10.27 میں دکھایا گیا ہے۔ اوپری بازو کو استعمال کرنے کی دو وجوہات ہیں۔ پہلی یہ کہ یہ اسی سطح پر ہوتا ہے، جس پر دل ہے اور یہاں کی گئی پیمائش دل پر کی گئی پیمائش کی نزدیکی قدر دیتی ہے۔ دوسری یہ کہ اوپری بازو میں ایک ہی ہڈی ہوتی ہے اور اس لیے یہاں پر رگ کو دبانے میں سہولت ہوتی ہے۔ اس رگ کو عضوی شریان (Brachial artery) کہتے ہیں۔ ہم سب نے کلائی پر ہاتھ رکھ کر دھڑکن کی شرح ناپی ہے۔ ہر نبض ایک سیکنڈ سے کچھ کم وقفہ لیتی ہے۔ ہر نبض کے دوران دل میں دباؤ اور دوران خون کا نظام ایک از حد قدر سے گزرتا ہے، جب کہ دل ذریعے خون پمپ کیا جاتا ہے انقباضی دباؤ (Systolic Pressure) اور ایک کم ترین قدر سے گزرتا ہے جبکہ دل آرام کرتا ہے انبساط قلب دباؤ (Diastolic Pressure)۔ اسفائی گومیونومیٹر ایسا آلہ ہے جو یہ دونوں انتہائی دباؤ ناپتا ہے۔ یہ اس اصول پر کام کرتا ہے کہ عضوی شریان میں خون کے بہاؤ کو مناسب پچکاؤ (Compression) کے ذریعے وقتی سے آٹھو بی بنایا جاسکتا ہے۔ آٹھو بی بہاؤ اسرانی ہوتا ہے اور اس کی آواز اسٹیتھسکوپ کے ذریعے سنی جاسکتی ہے۔

اوپری بازو کے گرد لپیٹی گئی تھیلی گانج دباؤ ایک مونیومیٹر یا ایک ڈائل پر ریش گنج استعمال کر کے ناپا جاتا ہے (شکل 10.27)۔ تھیلی میں پہلے دباؤ کو اس وقت تک بڑھایا جاتا ہے جب تک رگ بند نہ ہو جائے۔ پھر تھیلی میں دباؤ کو آہستہ آہستہ کم کیا جاتا ہے اور تھیلے کے بالکل نیچے رکھا ہوا اسٹیتھسکوپ، عضوی شریان میں پیدا



شکل 10.27: اسفائیگومونومیٹر اور اسٹیتھسکوپ استعمال کرتے ہوئے خون کے دباؤ کی پیمائش

ہونے والی آوازوں کو سننے کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ جب دباؤ انقباضی دباؤ (ازحد قدر) سے ذرا سا کم ہوتا ہے تو شریان مختصر وقفے کے لیے کھلتی ہے۔ اس مختصر وقفہ میں، بہت زیادہ دبی ہوئی شریان میں خون کی رفتار زیادہ اور آشفٹی ہوتی ہے، اس لیے زیادہ آواز ہوتی ہے۔ پیدا ہونے والی آواز اسٹیتھسکوپ میں ٹپ ٹپ کی شکل میں سنائی دیتی ہے۔ جب تھیلی میں مزید دباؤ کم ہوتا ہے، تو شریان دل کے دور کے زیادہ وقفے کے لیے کھلی رہتی ہے۔ لیکن یہ دل کی دھڑکن کے انبساط قلب کے دور میں بند رہتی ہے۔ اس لیے ٹپ ٹپ کی آواز کا وقفہ لمبا ہوتا ہے۔ جب تھیلی میں دبا، انبساط قلب دباؤ پر پہنچ جاتا ہے تو شریان پورے دل کے دور میں کھلی رہتی ہے۔ لیکن اب بھی بہاؤ آشفٹی اور آواز پیدا کرنے والا ہوتا ہے۔ لیکن اب ٹپ ٹپ کی آواز کی جگہ ایک قائم مستقل آواز، اسٹیتھسکوپ میں سنائی دیتی ہے۔

ایک مریض کا دل کا دباؤ، (انبساط قلب / انقباضی) دباؤ کی نسبت کے ذریعے ظاہر کیا جاتا ہے۔ ایک آرام کر رہے تندرست بالغ کے لیے اس کی مخصوص قدر 120/80 (mm کے Hg) یا 120/80 torr ہوتی ہے۔ 140/90 سے زائد کے لیے طبی توجہ اور صلاح کی ضرورت ہوتی ہے۔ بڑھا ہوا خون کا دباؤ، دل، گردے اور دوسرے اعضا کو نقصان پہنچا سکتا ہے اور اس پر قابو پانا ضروری ہے۔