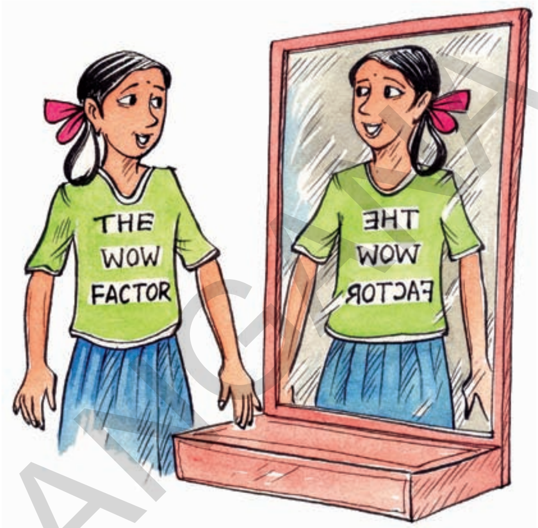
समममिति
(Symmetry)

12.1 परिचय

शिरीशा एक दिन जब आइने के सामने तैयार हो रही थी, तो उसने अपनी टी-शर्ट पर एक मजेदार चीज देखी।



उसकी टी-शर्ट पर तीन शब्द लिखे थे "THE WOW FACTOR" । उसने देखा कि "WOW" शब्द का प्रतिबिम्ब आइने में एक समान दिखाई दे रहा है।

अब वह कुछ और पुराने अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षर लेकर आइने के सामने रखकर और परीक्षण किया कि कौनसे अक्षर का प्रतिबिंब समान रहता है। शिरीशा ने आइने के साथ खेलना शुरु किया। कुछ अक्षरों को इस प्रकार पाया।

इसे करो

निम्न के प्रतिबिंबो की जोड़ियां बनाइए-

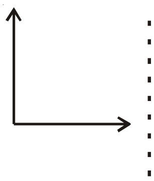
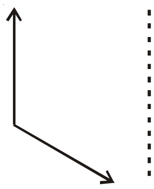
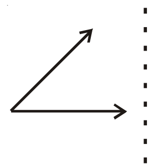
	अक्षर	प्रतिबिंब
(i)	B	Ь
(ii)	L	ᗺ
(iii)	N	W
(iv)	M	И
(v)	P	T
(vi)	T	⅃

इसी प्रकार क्या आप कुछ और अक्षर बता सकते हैं, जिनके प्रतिबिंब आइने में समान हों ?

SCERT TELANGANA

प्रयत्न करो

1. एक आइने को नीचे दिये गये बिंदुओं के समक्ष रखो और उनके प्रतिबिंब प्राप्त करो ?

(i)  (ii)  (iii) 

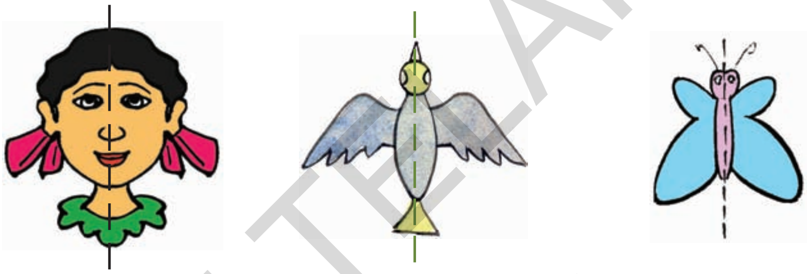
आपने क्या बदलाव देखा ?

क्या चित्रों में बने कोण उनके द्वारा बने प्रतिबिंबों के कोणों के बराबर हैं ?

इस प्रकार प्रतिबिंबों को प्राप्त करते समय दाहिने हाथ का कोण बायें हाथ का कोण दिखायी देता है। इसी प्रकार क्षैतिज रेखा का अक्षीय रेखा पर प्रतिबिंब बनते समय ऊपरी और निचले हिस्से आपस मे बदल जाते हैं।

12.1 सममिति रेखा

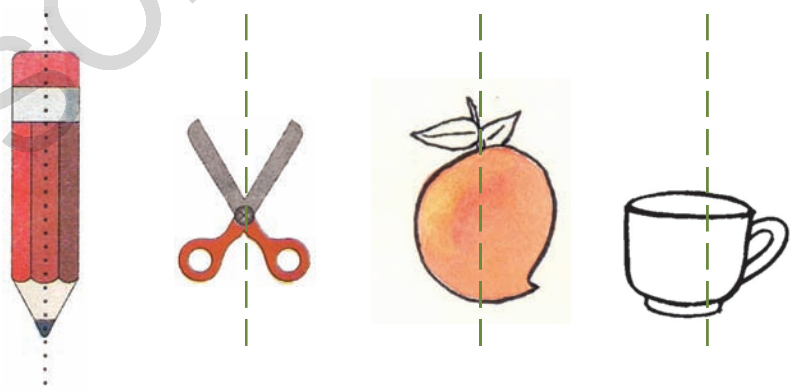
निम्न चित्रों का निरीक्षण कीजिए। आपने क्या पाया ?



उपरोक्त चित्रों में समरूपता के कारण वे आकर्षक दिखाई देते हैं। यदि इन आकृतियों को अंकित बिंदुओं पर मोड़ दिया जाए, जो दोनों ओर के हिस्से आपस में मिल जायेंगे। जिस रेखा पर पेपर को मोड़ा जाता है, उसे अक्षीय सममीत रेखा कहते हैं।

इसे करो

निम्न चित्रों में कौनसे चित्र सममीति हैं।



मोहित ने अंकित बिंदुओं पर आइना रखा और यह जानने की कोशिश की कि आकृति और प्रतिबिंब समान हैं या नहीं ? आपके विचार से मोहित की यह क्रिया सही है ?

क्या हम प्रत्येक आकृति की सममीति रेखा ज्ञात कर सकते हैं ?

SCERT TELANGANA

निम्न आकृतियों को ध्यानपूर्वक देखिए।

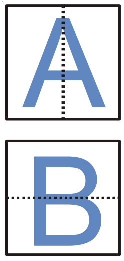
(i) M (ii) G (iii)

उपरोक्त आकृतियों में पहली और तीसरी आकृतियों में समरूपता है। पहली आकृति M में सममीति रेखा उर्ध्वाकार स्थिति में है और पक्षी में सममीति रेखा अक्षीय रूप में है।

किसी आकृति या चित्र को मोड़ने परवह रेखा जो चित्र या आकृति को दो समान भागों में बांट दे, उसे सममीति रेखा कहते हैं और यह रेखा उर्ध्वाकार का क्षैतीज यो कर्ण के रूप में हो सकती है।

वर्णमाला से खेलना

अंग्रेजी वर्णमाला A को पारदर्शक पेपर पर उतारो, इस पर उर्ध्वाकार बिंदु बनाओ और इन्हीं बिंदुओं पर पेपर की मोड़ दो। क्य यह इसे दो समान भागों में बांटेगी? इन बिंदुओं को सममीति रेखा कहते हैं, अतः A वर्णमाला में उर्ध्वाकार सममीति है।



इसी प्रकार वर्णमाला B को उतारो और आप देखेंगे कि B क्षैतिज सममीति है।

SCERT TELANGANA

इसे करो

अंग्रेजी भाषा की वर्णमाला A से Z तक लिखिए और ज्ञात कीजिए कि किस वर्णमाला की?

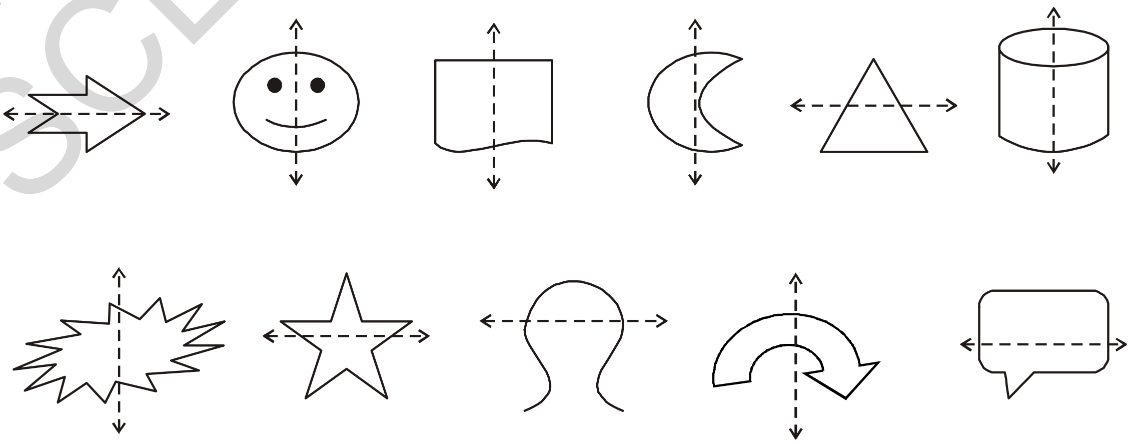
(i) उर्ध्वाधर रेखीय सममीति है

(ii) क्षैतिज रेखीय सममीति है

(iii) रैखीय सममीति नहीं है।

प्रयत्न करो

नीचे दी गयी आकृतियों में बिंदुओं से अंकित रेखायें सममीति रेखायें कौनसी हैं?



प्रयत्न करो

किन्हीं पांच आकृतियों को बनाइये, जिनकी सममीति रेखायें हों।

किन्हीं पांच आकृतियों को बनाइये, जिनकी सममीति रेखायें न हों।

क्रियाकलाप

एक कागज का टुकड़ा लेकर उसे बीच से मोड़ो।

कुछ स्याही की बूंदे उस पर डालो और कागज को फिर से मोड़ दो।

दोनों आधे कागज को दबाओ। अब उसे खोलो।

अब क्या आपको समभाजित सममित आकृति दिखाई दी ?

इस आकृति की सममीत रेखा खींचिए।

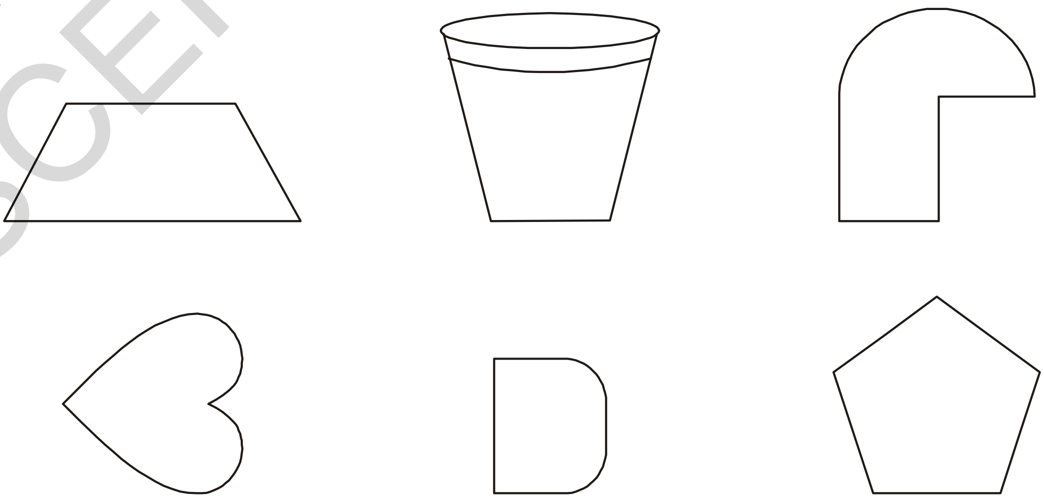
आप अन्य रंगों का उपयोग करते हुए समभाजित सममित आकृतियां बनाइये।

स्याही के धागे से निर्मित नमूने

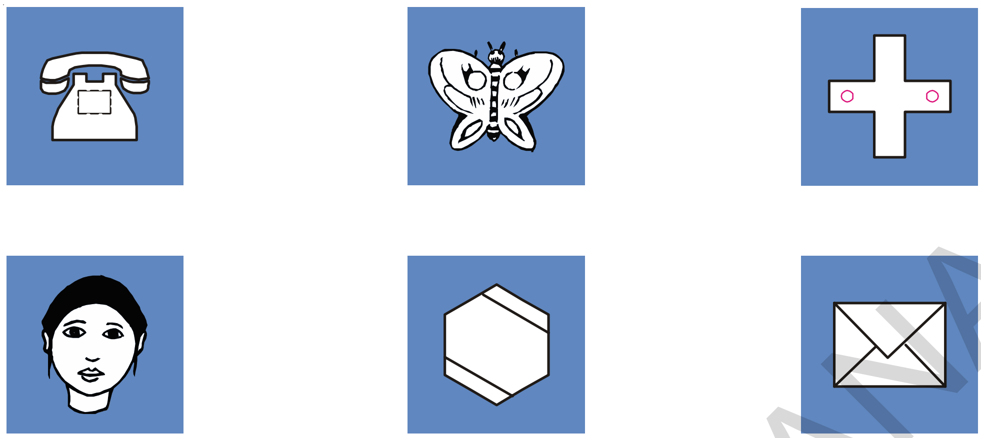
एक कागज के टुकड़े को बीच से मोड़कर फिर सीधा करो। आधे मुड़े हुए कागज पर स्याही या विभिन्न रंगों में डूबे धागे रखो। अब दोनों आधे कागज के भाग आपस में मिलाओ और फिर से खोल लो। प्राप्त आकृति क्या सममीत है ? पहचानो और सममीत रेखा खींचो।

अभ्यास 12.1

1. निम्न चित्रों की सममीत है या नहीं ? पहचानों और उनकी सममित रेखा खींचिए ?

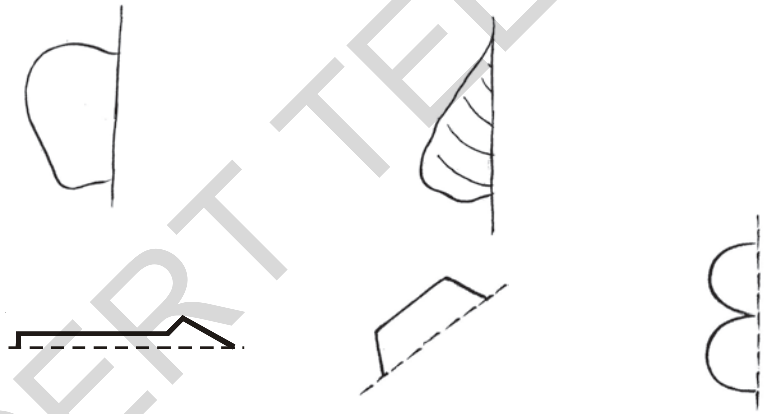


2. नीचे दी गयी आकृतियों की सममीत रेखाएं खींचीये। जहाँ संभव हो।



3. नीचे दिये चित्र में L सममीत रेखा है, सममित चित्र बनाने के लिए चित्र को पूरा कीजिए।

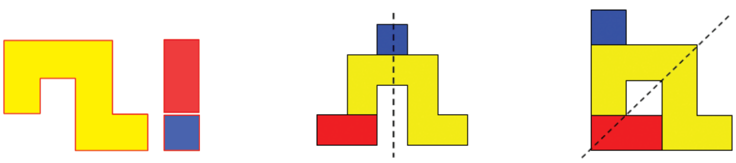
4. नीचे दिये ये चित्रों में यदि अंकित बिंदु सममित रेखाओं को दर्शाते हों, तो चित्रों को पूरा कीजिए।



खेल

नीचे तीन आकृतियां दी गयी हैं।

मीनाक्षी और राहुल इन चित्रों की सहायता से भिन्न–भिन्न सममीत आकृतियां बनाना चाहते हैं।



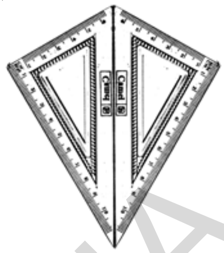
आकार | सममित आकार (i) | सममित आकार (ii)

तीन आकृतियों को पारदर्शक पेपर द्वारा बनाओ और अपने मित्रों को दिखाइए।

SCERT TELANGANA

12.3 विभिन्न रेखाओं की समरूपता

एक पतंग



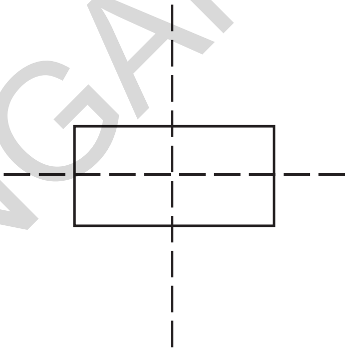
आपके ज्यामिति सेट में उपलब्ध दो समकोणक है जिसमें एक $30^o, 60^o, 90^o$ के कोण माप सकते हैं या बना सकते हैं।

मान लो दो समकोणक लिये गये और चित्र के अनुसार उन्हें व्यस्थित किया गया।

इस आकार में कितने सममित रेखा है?

क्या यह संभव है कि किसी आकृति में एक से अधिक रेखाओं की समरूपता होती है। आइए विचार करें।

आयत (Rectangle)

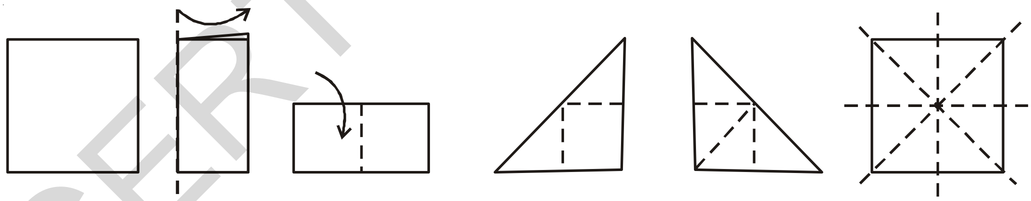


एक आयतकार पोस्ट कार्ड लो और उसे लम्बाई की ओर से इस प्रकार मोड़ों कि दोनों सिरे आपस में मिले। क्या प्रत्येक हिस्से की रेखा सममित होगी ? क्यों ? यह दो रेखाएँ, सममित रेखाएँ है?

अब एक वर्गाकार कार्ड बोर्ड लीजिए और इसे उर्ध्वाधर आकार में मोड़ो। इसे खोलने पर हम देखेंगे कि यह वर्गाकार कार्ड बोर्ड दो समान आकारों में विभाजित हो गया (जो कि समरूप होंगे) कार्ड बोर्ड का केंद्र सममित रेखा होगी। अब इस कार्ड को अलग-अलग कोणों से मोड़ो और सममित रेखा को पहचानिये।

वर्ग में कितने मोड़ संभव है।

वर्ग में चार मोड़ संभव हैं, इसलिए वर्ग की चार सममित रेखाएं होंगी।

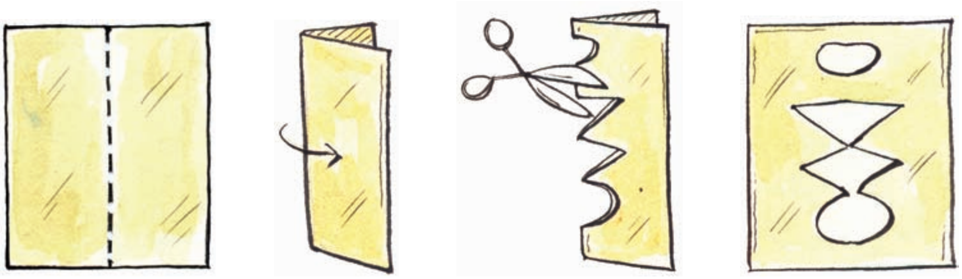


मान लो समद्विबाहु और समबाहु त्रिभुज हैं, तो इन आकृतियों की कितनी सममितिरेखायें होंगी।

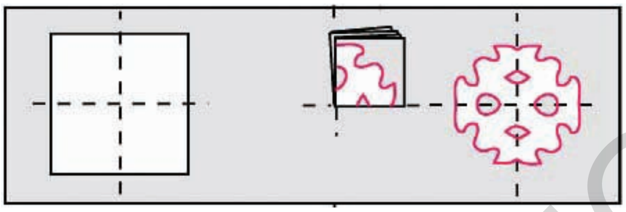
पेपर कटिंग द्वारा सममित

स्वतंत्रता दिवस या गणतन्त्र दिवस के अवसर पर जब आप अपनी कक्षा को सजाते हैं, विभिन्न रंगों के पेपरों से अलग-अलग डिजाइनों में काट कर। क्या आपको पता है कि यह डिजाइन किस प्रकार बनाये जाते हैं ? एक वर्गाकार पेपर लेकर मध्य से उसे उर्ध्वाधर आकार में मोड़ो। इस मुड़े हिस्से पर डिजाइन बनाइए, जैसे कि चित्र में दिखाया गया है। अब सिरों से पेपर को काटिये। अब खोलकर सममित रेखाएँ देखिए।

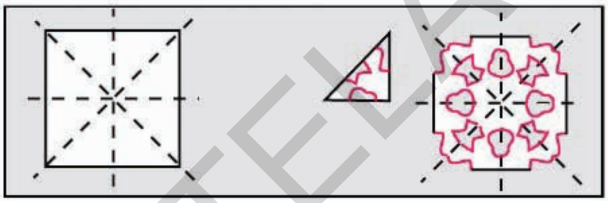
SCERT TELANGANA



एक वर्गाकार पेपर लीजिए और इसके बीच से इसे उर्ध्वाधर एवं क्षैतिज स्थिति में मोड़िए। चित्र में दिखाये अनुसार इस पर आकार बनाइए और अब सिरों से पेपर को काटिये। अंत में पेपर खोलने पर उसमें 2 सममिति रेखायें दिखायी देंगी।



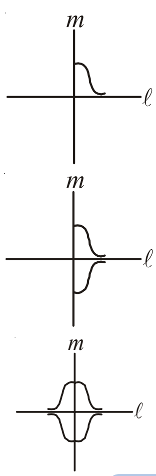
अब एक वर्गाकार कागज का टुकड़ा लेकर उसे उर्ध्वाधर, क्षैतिज एवं कर्णाकार रूप में मोड़ो। जैसे कि चित्र में दिखाया गया है। अब इस पर डिजाइन बनाइए और फिर कागज के सिरों से कागज को काटिये। कागज को खोल कर देखने पर हमें 4 सममिति दिखायी देंगी।



सोचो, विचार करो और लिखो

1. यदि कागज के टुकड़े को चार बार मोड़ा जाए, तो कितनी सममिति रेखायें प्राप्त होंगी।
2. एक कागज को मोड़कर उसके मुड़े हुए हिस्सों को चार समान आकृतियों में काटने के लिए आपको कितने मोड़ों की आवश्यकता है।

सममिति आकृति की रचना



(i) सामने दिये गये चित्रों को उतारें।

(ii) चित्र इस प्रकार से पूरा करें कि उसमें 2 सममिति रेखाएं ℓ और m हों।

(iii) आ स्वयं कुछ और आकृतियां बनाइये, जिसकी 2 समरूप रेखायें हो। कुछ ऐसी आकृतियां बनाइये जिनकी 6 सममिति रेखाएं हों।

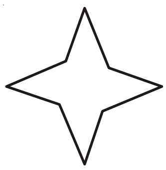
(iv) एक वक्र रेखा उतारो जो आयने के सामने की वक्र रेखा की सममिति रेखा m है। उसी तरह और रेखाओं को भी उतारकर उसके सममिति रेखा को पहचान कर उतारिए।

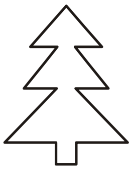
दो रेखाओं वाली कुछ और सममिति चित्र बनाने का प्रयत्न करो। छह रेखाओं वाली सममिति चित्रों के बारे में भी विचार करो।

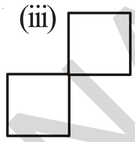
SCERT TELANGANA

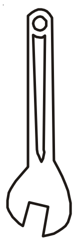
अभ्यास 12.2

1. मानव निर्मित कुछ ऐसी वस्तुओं के नाम लिखिए, जिनकी दो सममित रेखाएं हों।
2. कुछ ऐसी प्राकृतिक वस्तुओं के नाम लिखिए, जिनकी दो या दो से अधिक सममित रेखाएं हों।
3. नीचे दी गयी आकृतियों की सममिति रेखाएं ज्ञाम कीजिए।

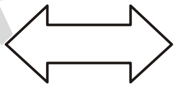
(i)


(ii)


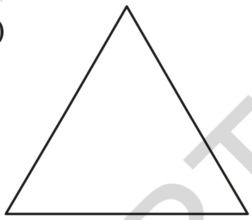
(iii)


(iv)


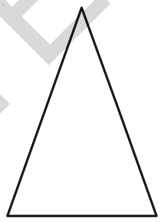
(v)

(vi)


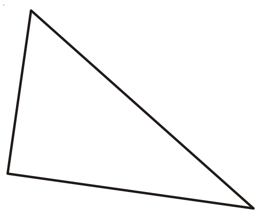
4. निम्न आकृतियों की संभावित समरूप रेखायें खींचिए।

(i)


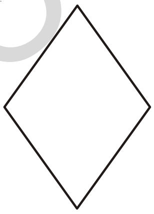
समबाहु त्रिभुज

(ii)


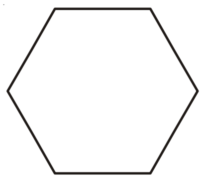
समद्विबाहु त्रिभुज

(iii)


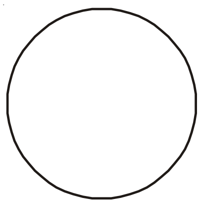
विषमबाहु त्रिभुज

(iv)


समचतुर्भुज

(v)


षटकोण

(vi)


वृत्त

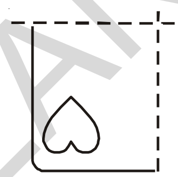
SCERT TELANGANA

5. उपरोक्त प्रश्न के आधार पर निम्न तालिका की पूर्ति कीजिए।

आकृति	**सममिति रेखाओं की संख्या**
1 समबाहु त्रिभुज	
2 समद्विबाहु त्रिभुज	
3 विषमबाहु त्रिभुज	
4 समचतुर्भुज	
5 षट्कोण	
6 वृत्त	

6. नीचे कुछ मोड़े हुए कागज पर डिजाइन बनाये गये हैं। इसी नमूने को लेकर आकृति को पूरा कीजिए।

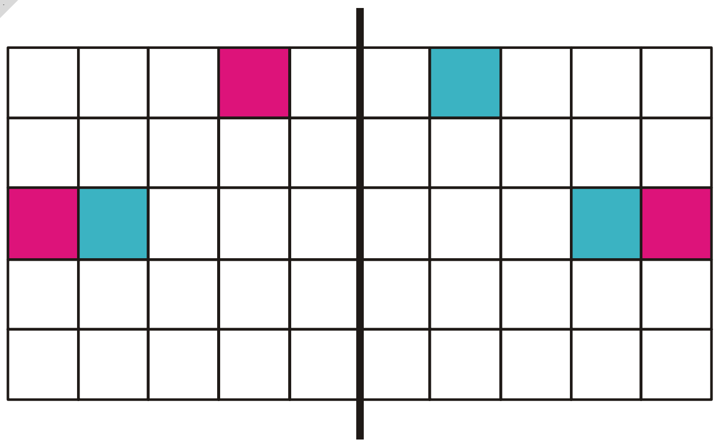
पेपर की उध्वाधर स्थिति में मोड़ा गया है।



पेपर को क्षैतिज और उर्ध्वाकार स्थिति में मोड़ा गया है

कक्षा परियोजना कार्य (आप यह क्रिया 8 के समूह में भी कर सकते हैं)

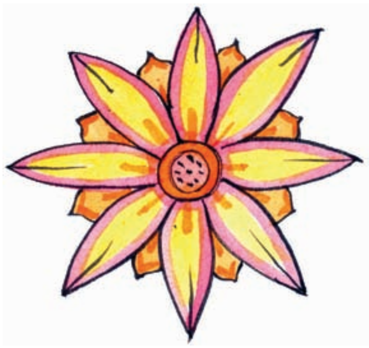
एक वर्गाकार रेखाओं से बना पेपर लिजिए (चार खाने वाला)। इस पर उर्ध्वाधर समरूप रेखा बनाइए। जैसे की चित्र में दिखाया गया है। उर्ध्वाधर अक्ष की ओर के वर्ग को रंग दो। अब अपने मित्र से कहें कि उस वर्ग को ज्ञात करें, जो कि इस रंगे वर्ग के सममीति हो और उसमें रंग भर दो। इसी प्रकार अन्य वर्गों को रंगो और अपने मित्र से फिर यही क्रिया करने के लिए कहें।



SCERT TELANGANA

गृह परियोजना

घर के आस-पास से कुछ सममिति आकृतियां जमा कीजिए और इन्हें अपनी पुस्तक में लगाइए। पुस्तक में कुछ रंगोली की भी आकृतियां बनाइए। इन आकृतियों की सममिति रेखाएं ज्ञात कीजिए, जो कि अपने अक्ष पर सममीति हो। उदाहरण नीचे दिये गये हैं।



हमने क्या सीखा

1. किसी भी आकृति को दो समान भागों में बांटा जा सकता है, जबकि उस आकृति में सममिति रेखा हो। इस रेखा को सममीति का अक्ष कहा जाता है।

2. किसी आकृति में एक-दो या विभिन्न सममीति रेखाएं हो सकती है। उदाहरणार्थ-

सममिति रेखाओं की संख्या	**उदाहरण**
कोई सममिति रेखा नहीं	विषमबाहु त्रिभुज
केवल एक सममिति रेख	समद्विबाहु त्रिभुज
केवल दो सममिति रेखाएं	आयत
केवल तीन सममिति रेखाएं	समबाहु त्रिभुज
अनंत सममिति रेखाएं	वृत्त

3. समरुप रेखा का घनिष्ठ संबंध आइने के परावर्तन से होता है। जब हम आइने के परावर्तन का उल्लेख करते हैं, तो हमें ↔ दिशा निर्देश को ध्यान में रखना पड़ता है।

4. सममिति का हमारे दैनिक जीवन में बहुत महत्व है। उदाहरण के लिए कपड़ा उद्योग में कपड़ों पर डिजाइन, ज्यामिति, रंगोली और चित्रकारी में इसका बहुत अधिक महत्व है।

SCERT TELANGANA