দ্বিঘাত সমীকৰণ (Quadratic Equations)

চতুৰ্থ অধ্যায়

4.1 অৱতাৰণা (Introduction)

দ্বিতীয় অধ্যায়ত তোমালোকে বিভিন্ন ধৰণৰ বহুপদ অধ্যয়ন কৰিছা। ইয়াৰ এটা ধৰণ আছিল $ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত বহুপদ। এই বহুপদটোক যেতিয়া আমি 0ৰে সমান কৰো, আমি এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ পাওঁ। বাস্তৱ জীৱনৰ বহু পৰিস্থিতিৰ সন্মুখীন হওঁতে এনে দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰ আহি পৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, ধৰা এটা জনকল্যাণ ন্যাসে প্ৰাৰ্থনা সভাঘৰ বান্ধিবৰ সিদ্ধান্ত লৈছে, যাৰ দৈৰ্ঘ্য প্ৰস্থৰ দুগুণতকৈ এক মিটাৰ বেছি আৰু মজিয়াৰ কালি 300 বৰ্গ মিটাৰ। সভাঘৰটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ কিমান হ'ব লাগিব?

চিত্ৰ 4.1

ধৰা ঘৰটোৰ প্ৰস্থ x মিটাৰ। তেন্তে ইয়াৰ দীঘ হ'ব লাগিব $(2x + 1)$ মিটাৰ। আমি এই তথ্যখিনি চিত্ৰ 4.1ত দেখুওৱাৰ দৰে চিত্ৰ আঁকি প্ৰকাশ কৰিব পাৰো।

এতিয়া, সভাঘৰটোৰ কালি $= (2x + 1)x$ বৰ্গমিটাৰ $= (2x^2 + x)$ বৰ্গমিটাৰ

গতিকে $2x^2 + x = 300$ (দিয়া আছে)

সেয়েহে $2x^2 + x - 300 = 0$

গতিকে ঘৰটোৰ প্ৰস্থই $2x^2 + x - 300 = 0$ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰিব লাগিব, যিটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

বহুত মানুহেই ভাবে যে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান প্ৰথমে বেবিলনীয়সকলেই কৰিছিল। উদাহৰণস্বৰূপে, দুটা যোগাত্মক সংখ্যাৰ যোগফল আৰু পূৰণফল দিয়া থাকিলে সংখ্যা দুটা কিদৰে উলিয়াব লাগে তেওঁলোকে জানিছিল। এই সমস্যাটো $x^2 - px + q = 0$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ এটা

সমাধান কৰাৰ সমতুল্য। গ্ৰীক গণিতজ্ঞ ইউক্লিডে দীঘ নিৰ্ণয় কৰাৰ বাবে এটা জ্যামিতিক উপায় উদ্ভাৱন কৰিছিল, যিটো আমাৰ আজিৰ দিনৰ পৰিভাষাত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান। সাধাৰণ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান কাৰ্যক প্ৰায়েই আদিম ভাৰতীয় গণিতজ্ঞসকলৰ কৃতিত্ব বুলি কোৱা হয়। প্ৰকৃততে $ax^2 + bx = c$ আৰ্হিৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ স্পষ্ট সূত্ৰ এটা ব্ৰহ্মগুপ্তই (খ্ৰীষ্টাব্দ 598–665) দিছিল। পিছলৈ বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে দ্বিঘাত সমীকৰণ সমাধান কৰাৰ পদ্ধতি এটা শ্ৰীধৰ আচাৰ্যই (খ্ৰীষ্টাব্দ 1025) উদ্ভাৱন কৰিছিল, যি আজিকালি দ্বিঘাত সূত্ৰৰূপে জনাজাত (দ্বিতীয় ভাস্কৰাচাৰ্যই উল্লেখ কৰা মতে)। আৰবী গণিতজ্ঞ অল্-খোৱাৰিজ্মিয়েও (খ্ৰীষ্টাব্দ প্ৰায় 800) বিভিন্ন ধৰণৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ অধ্যয়ন কৰিছিল। 1145 খ্ৰীষ্টাব্দত ইউৰোপত প্ৰকাশিত 'লিবাৰ এম্বাডোৰাম' (Liber embadorum) নামৰ তেওঁৰ কিতাপত আব্ৰাহাম বৰ হিস্যা হা-নাচিয়ে বিভিন্ন দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সম্পূৰ্ণ সমাধান দিছিল।

এই অধ্যায়ত, তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণ আৰু সিহঁতৰ মূল নিৰ্ণয় কৰাৰ বিভিন্ন উপায় সম্বন্ধে অধ্যয়ন কৰিব পাৰিবা। দৈনন্দিন জীৱনৰ পৰিস্থিতিত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ কিছুমান প্ৰয়োগো তোমালোকে দেখিবলৈ পাবা।

4.2 দ্বিঘাত সমীকৰণ (Quadratic Equations)

x চলকত এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ হ'ল $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিত থকা এটা সমীকৰণ য'ত a, b, c বোৰ বাস্তৱ সংখ্যা আৰু $a \neq 0$।

উদাহৰণস্বৰূপে $2x^2 + x - 300 = 0$ এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ। একেদৰে $2x^2 - 3x + 1 = 0$, $4x - 3x^2 + 2 = 0$ আৰু $1 - x^2 + 300 = 0$ আদিও দ্বিঘাত সমীকৰণ।

প্ৰকৃততে যদি $p(x)$ এটা 2 মাত্ৰাৰ বহুপদ, তেন্তে $p(x) = 0$ আৰ্হিৰ যি কোনো এটা সমীকৰণেই দ্বিঘাত সমীকৰণ। কিন্তু যেতিয়া আমি $p(x)$ৰ পদবোৰক সিহঁতৰ মাত্ৰাৰ অধঃক্ৰমত লিখো, তেতিয়া আমি সমীকৰণটোক আদৰ্শ ঠাঁচত পাওঁ; অৰ্থাৎ $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ক এটা দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আদৰ্শ ঠাঁচ বুলি কোৱা হয়।

আমাৰ পৃথিৱীৰ কেউফালে থকা অনেক পৰিস্থিতিত আৰু গণিতৰ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত দ্বিঘাত সমীকৰণৰ প্ৰৱেশ ঘটে। আমি কেইটামান উদাহৰণ বিবেচনা কৰোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 : তলৰ অৱস্থিতি কেইটাৰ গাণিতিকভাৱে প্ৰদৰ্শন কৰা :

(i) জন আৰু জিয়ন্তী দুয়োৰে 45 টা মাৰ্বল আছে। তেওঁলোকৰ প্ৰত্যেকে 5 টাকৈ মাৰ্বল হেৰালে আৰু এতিয়া তেওঁলোকৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যাৰ গুণফল 124। আমি উলিয়াব লাগে, আৰম্ভণিতে তেওঁলোকৰ কেইটাকৈ মাৰ্বল আছিল।

(ii) এটা কুটীৰ শিল্পই এদিনত এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক পুতলা তৈয়াৰ কৰে। দেখা গ'ল প্ৰতিটো পুতলা উৎপাদনৰ খৰছ (টকাত) 55 বিয়োগ এদিনত উৎপাদিত পুতলাৰ সংখ্যা। এটা বিশেষ দিনত সমুদায় উৎপাদনৰ খৰচ আছিল 750। আমি নিৰ্ণয় কৰিব লাগে সিদিনাখন উৎপাদন হোৱা পুতলাৰ সংখ্যা কিমান।

সমাধান :

(i) জনৰ মাৰ্বলৰ সংখ্যা ধৰা x,

গতিকে জিয়ন্তীৰ মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= 45 - x$ (কিয়?)

জনে যেতিয়া 5 টা মাৰ্বল হেৰায়, তেওঁৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= x - 5$

জিয়ন্তীয়ে যেতিয়া 5 টা মাৰ্বল হেৰায়, তেওঁৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= 45 - x - 5$

$= 40 - x$

এতেকে সিহঁতৰ গুণফল $= (x - 5)(40 - x)$

$= 40x - x^2 - 200 + 5x$

$= -x^2 + 45x - 200$

গতিকে $-x^2 + 45x - 200 = 124$ (পূৰণফলটো 124 বুলি দিয়া আছে)

অৰ্থাৎ $-x^2 + 45x - 324 = 0$

অৰ্থাৎ $x^2 - 45x + 324 = 0$

গতিকে জনৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যাই $x^2 - 45x + 324 = 0$ এই দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে, যিটো সমীকৰণেই সমস্যাটোৰ গাণিতিকভাৱে দেখুৱাবলগীয়া নিৰ্ণেয় প্ৰদৰ্শন।

(ii) ধৰা সেই দিনটোত উৎপাদন কৰা পুতলাৰ সংখ্যা $= x$

গতিকে, প্ৰতিটো পুতলাৰ সেইদিনত উৎপাদনৰ খৰচ (টকাত) $= 55 - x$

গতিকে, সেইদিনত উৎপাদনৰ মুঠ খৰচ (টকাত) $= x(55 - x)$

সেয়েহে, $x(55 - x) = 750$

বা $55x - x^2 = 750$

বা $-x^2 + 55x - 750 = 0$

বা $x^2 - 55x + 750 = 0$

গতিকে সিদিনা উৎপাদিত পুতলাৰ সংখ্যাই

$x^2 - 55x + 750 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে, যিটো সমীকৰণ সমস্যাটোৰ গাণিতিকভাবে দেখুৱাবলগীয়া নির্ণেয় প্রদর্শন।

উদাহৰণ 2 : তলৰবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

(i) $(x-2)^2 + 1 = 2x - 3$ (ii) $x(x+1) + 8 = (x+2)(x-2)$

(iii) $x(2x+3) = x^2 + 1$ (iv) $(x+2)^3 = x^3 - 4$

সমাধান :

(i) বাওঁপক্ষ $= (x-2)^2 + 1 = x^2 - 4x + 4 + 1 = x^2 - 4x + 5$

গতিকে $(x-2)^2 + 1 = 2x - 3$, ইয়াক লিখিব পাৰি

$x^2 - 4x + 5 = 2x - 3$

বা $x^2 - 6x + 8 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে, প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

(ii) যিহেতু $x(x+1) + 8 = x^2 + x + 8$ আৰু $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$

গতিকে $x^2 + x + 8 = x^2 - 4$

বা $x + 12 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ নহয়

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

(iii) ইয়াত, বাওঁপক্ষ $= x(2x+3) = 2x^2 + 3x$

গতিকে, $x(2x+3) = x^2 + 1$ ক এনেদৰে লিখিব পাৰি

$2x^2 + 3x = x^2 + 1$

গতিকে আমি পাওঁ, $x^2 + 3x - 1 = 0$

এইটো $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

(iv) ইয়াত, বাওঁপক্ষ $= (x+2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

গতিকে $(x+2)^3 = x^3 - 4$ ক এইদৰে লিখিব পাৰি

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8 = x^3 - 4$$

বা $6x^2 + 12x + 12 = 0$ বা $x^2 + 2x + 2 = 0$

ই $ax^2 + bx + c = 0$ আৰ্হিৰ।

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ।

মন্তব্য : সাৱধান হোৱাটু ওপৰৰ (ii)ত প্ৰদত্ত সমীকৰণটো দেখাত এটা দ্বিঘাত সমীকৰণ যেন লাগে, কিন্তু ই দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয়।

ওপৰৰ (iv)ত প্ৰদত্ত সমীকৰণটো এটা ঘনক সমীকৰণ (3 মাত্ৰাৰ এটা সমীকৰণ) যেন লাগে আৰু দ্বিঘাত সমীকৰণ নহয় যেন লাগে। কিন্তু ই দ্বিঘাত সমীকৰণত পৰিণত হ'ল। তুমি চাব পাৰা যে, এটা প্ৰদত্ত সমীকৰণ দ্বিঘাত হয়নে নহয় তাক সিদ্ধান্ত কৰাৰ আগেয়ে আমি প্ৰায়েই ইয়াক সৰল কৰিবলগীয়াত পৰে।

অনুশীলনী 4.1

1. তলৰবোৰ দ্বিঘাত সমীকৰণ হয়নে পৰীক্ষা কৰা :

(i) $(x+1)^2 = 2(x-3)$ (ii) $x^2 - 2x = (-2)(3-x)$

(iii) $(x-2)(x+1) = (x-1)(x+3)$ (iv) $(x-3)(2x+1) = x(x+5)$

(v) $(2x-1)(x-3) = (x+5)(x-1)$ (vi) $x^2 + 3x + 1 = (x-2)^2$

(vii) $(x+2)^3 = 2x(x^2-1)$ (viii) $x^3 - 4x^2 - x + 1 = (x-2)^3$

2. তলৰ পৰিস্থিতিকেইটাক দ্বিঘাত সমীকৰণৰ আৰ্হিত প্ৰদৰ্শন কৰা :

(i) আয়তাকাৰ মাটি এটুকুৰাৰ কালি 528 বৰ্গ মিটাৰ। মাটি টুকুৰাৰ দীঘ ইয়াৰ পথালিৰ দুগুণতকৈ 1 (মিটাৰত) বেছি। আমি মাটি টুকুৰাৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিয়াব লাগে।

(ii) দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক অযুগ্ম সংখ্যাৰ পূৰণফল 106। আমি সংখ্যা দুটা উলিয়াব লাগে।

(iii) ৰোহনৰ মাক তেওঁতকৈ 26 বছৰ ডাঙৰ। তেওঁলোকৰ বয়সৰ পূৰণফল (বছৰত) আজিৰ পৰা 3 বছৰ পিছত হ'বগৈ 360। ৰোহনৰ বৰ্তমান বয়স আমি উলিয়াব লাগে।

(iv) এখন ট্ৰেইনে 480 কিলোমিটাৰ পথ এটা সমান দ্ৰুতিত ভ্ৰমণ কৰে। যদি এই দ্ৰুতি প্ৰতি ঘণ্টাত 8 কি.মি. কম হ'লহেঁতেন, তেন্তে একে সমান দূৰত্ব অতিক্ৰমিবলৈ 4 ঘণ্টা বেছি ল'লেহেঁতেন। আমি ট্ৰেইনখনৰ দ্ৰুতি উলিয়াব লাগে।

4.3 উৎপাদকীকৰণেৰে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Quadratic Equation by Factorisation)

$2x^2 - 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো লোৱা। যদি এই সমীকৰণটোৰ বাওঁহাতে x ৰ ঠাইত 1 বহুৱাও, আমি পাওঁ, বাওঁপক্ষ $= (2 \times 1^2) - (3 \times 1) + 1 = 0 =$ সমীকৰণটোৰ সোঁপক্ষ। আমি ক'ম যে $2x^2 - 3x + 1 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ 1 এটা মূল। ইয়ে এইটোও সূচায় যে $2x^2 - 3x + 1$ দ্বিঘাত বহুপদটোৰ 1 এটা শূন্য।

সাধাৰণতে এটা বাস্তৱ সংখ্যা αক $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ এই দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল বোলে যদি $a\alpha^2 + b\alpha + c = 0$। আমি এইটোও কওঁ যে, দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ $x = \alpha$ এটা সমাধান, বা α ই দ্বিঘাত সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰে। মন কৰা যে, $ax^2 + bx + c$ বহুপদটোৰ শূন্য আৰু $ax^2 + bx + c = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ একে।

দ্বিতীয় অধ্যায়ত তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছা যে এটা দ্বিঘাত বহুপদৰ খুব বেছি দুটা শূন্য থাকিব পাৰে। সেয়ে যিকোনো দ্বিঘাত সমীকৰণৰ খুব বেছি দুটা মূল থাকিব পাৰে।

নৱম শ্ৰেণীত তোমালোকে শিকিছা, কিদৰে মধ্যপদটোক দুভাগ কৰি দ্বিঘাত বহুপদবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব লাগে। দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল নিৰ্ণয়ৰ বাবে আমি এই জ্ঞান ব্যৱহাৰ কৰিম।

উদাহৰণ 3 : উৎপাদক পদ্ধতিৰে $2x^2 - 5x + 3 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : আমি মধ্যপদ $-5x$ক $-2x$ $-3x$ হিচাপে ভাগো আহা

[কাৰণ $(-2x) \times (-3x) = 6x^2 = (2x^2) \times 3$]

গতিকে $2x^2 - 5x + 3 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 = 2x(x - 1) - 3(x - 1) = (2x - 3)(x - 1)$

এতিয়া $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ক $(2x - 3)(x - 1) = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

গতিকে xৰ যিবোৰ মানৰ বাবে $2x^2 - 5x + 3 = 0$, সেইবোৰ $(2x - 3)(x - 1) = 0$ ৰ বাবেও একে অৰ্থাৎ হয়, $2x - 3 = 0$ বা $x - 1 = 0$।

এতিয়া $2x - 3 = 0$ য়ে দিয়ে $x = \frac{3}{2}$ আৰু $x - 1 = 0$ য়ে দিয়ে $x = 1$।

গতিকে, $x=\frac{3}{2}$ আৰু $x=1$ দুয়ো সমীকৰণটোৰ সমাধান।

অন্য ভাষাত, 1 আৰু $\frac{3}{2}$ দুয়ো সমীকৰণটোৰ মূল।

সত্যাপন কৰা যে ইহঁত সমীকৰণটোৰ মূল।

মন কৰা যে আমি $2x^2 - 5x + 3$ক দুটা বৈখিক উৎপাদকত বিশ্লেষণ কৰি আৰু প্ৰতিটো উৎপাদককে শূন্যৰ সমান কৰি $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ৰ মূলবোৰ পাইছোঁ।

উদাহৰণ 4 : $6x^2 - x - 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : আমি পাওঁ,

$$6x^2 - x - 2 = 6x^2 + 3x - 4x - 2$$
$$= 3x(2x+1) - 2(2x+1)$$
$$= (3x-2)(2x+1)$$

$6x^2 - x - 2 = 0$ৰ মূল xৰ সেইবোৰ মান যাৰ ক্ষেত্ৰত $(3x-2)(2x+1) = 0$

গতিকে, $3x - 2 = 0$ নাইবা $2x + 1 = 0$

অৰ্থাৎ $x = \frac{2}{3}$ নাইবা $x = -\frac{1}{2}$

গতিকে $6x^2 - x - 2 = 0$ ৰ মূল $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{1}{2}$। $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{1}{2}$ য়ে $6x^2 - x - 2 = 0$ ক যে সিদ্ধ কৰে সেইটো পৰীক্ষা কৰি আমি মূল দুটা সত্যাপন কৰিম।

উদাহৰণ 5 : $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটোৰ মূল উলিওৱা।

সমাধান : $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 = 3x^2 - \sqrt{6}x - \sqrt{6}x + 2$

$$= \sqrt{3}x\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right) - \sqrt{2}\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)$$
$$= \left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)$$

গতিকে সমীকৰণটোৰ মূল xৰ সেই মানবোৰ হ'ব যাৰ ক্ষেত্ৰত,

$$\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}x - \sqrt{2}\right) = 0$$

এতিয়া, $\sqrt{3}x-\sqrt{2}=0$ যদি $x=\sqrt{\frac{2}{3}}$

গতিকে এই মূলটো দুবাৰকৈ পুনৰাবৃত্তি কৰিব, এবাৰ প্ৰতিটো $\sqrt{3}x-\sqrt{2}$ উৎপাদকৰ ক্ষেত্ৰত।

গতিকে $3x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ ৰ মূলবোৰ $\sqrt{\frac{2}{3}}, \sqrt{\frac{2}{3}}$।

উদাহৰণ 6 : অনুচ্ছেদ 4.1ত আলোচনা কৰা প্ৰাৰ্থনা সভাঘৰটোৰ দীঘ প্ৰস্থ উলিওৱা।

সমাধান : অনুচ্ছেদ 4.1ত আমি পাইছিলো যে যদি সভাঘৰটোৰ প্ৰস্থ x মি., তেন্তে xয়ে $2x^2+x-300=0$ সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰে। উৎপাদক পদ্ধতিৰে, আমি এই সমীকৰণটো লিখো,

$$2x^2-24x+25x-300=0$$

বা $$2x(x-12)+25(x-12)=0$$

বা $$(x-12)(2x+25)=0$$

গতিকে প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ হ'ব $x=12$ বা $x=-\frac{25}{2}$। যিহেতু x ঘৰটোৰ প্ৰস্থ, ই বিয়োগাত্মক হ'ব নোৱাৰে।

গতিকে ঘৰটোৰ প্ৰস্থ 12 মি.। ইয়াৰ দৈৰ্ঘ্য $=2x+1=25$ মি.।

অনুশীলনী 4.2

1. উৎপাদকীকৰণ পদ্ধতিৰে তলৰ দ্বিঘাত সমীকৰণবোৰৰ মূলবোৰ উলিওৱা।

   (i) $x^2-3x-10=0$ (ii) $2x^2+x-6=0$

   (iii) $\sqrt{2}x^2+7x+5\sqrt{2}=0$ (iv) $2x^2-x+\frac{1}{8}=0$

   (v) $100x^2-20x+1=0$

2. উদাহৰণ 1ত দিয়া সমস্যা দুটা সমাধান কৰা।
3. দুটা সংখ্যা উলিওৱা যাৰ সমষ্টি 27 আৰু গুণফল 182।
4. দুটা ক্ৰমিক যোগাত্মক সংখ্যা উলিওৱা যাৰ বৰ্গৰ যোগফল 365।
5. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ উচ্চতা ইয়াৰ ভূমিতকৈ 7 চে.মি. কম। যদি অতিভুজটো 13 চে.মি., আন বাহু দুটা উলিওৱা।

6. এটা কুটীৰ শিল্পই দৈনিক এটা নিৰ্দিষ্ট সংখ্যক মাটিৰ বাচন তৈয়াৰ কৰে। এদিন দেখা গ'ল যে প্ৰতিটো বস্তুৰ উৎপাদনৰ খৰছ (টকাত) সিদিনাৰ উৎপাদিত বস্তুৰ সংখ্যাৰ দুগুণতকৈ 3 বেছি। যদি সিদিনা উৎপাদনৰ মুঠ ব্যয় 90 টকা, উৎপাদিত বস্তুৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিটো বস্তুৰ ব্যয় কিমান হ'ব উলিওৱা।

4.4 বৰ্গ-সম্পূৰণ পদ্ধতিৰে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of a Quadratic Equation by Completing the Square)

আগৰ অনুচ্ছেদত তোমালোকে দ্বিঘাত সমীকৰণৰ মূল নিৰ্ণয়ৰ এটা পদ্ধতি শিকিলা। এই অনুচ্ছেদত আমি আন এটা পদ্ধতি অধ্যয়ন কৰিম।

তলৰ পৰিস্থিতিটো বিবেচনা কৰা :

আজিৰ পৰা দুবছৰ আগৰ সুনীতাৰ বয়স (বছৰত) আৰু আজিৰ পৰা চাৰিবছৰ পিছত তাইৰ বয়সৰ পূৰণফলটো বৰ্তমান বয়সৰ দুগুণতকৈ 1 বেছি। তাইৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?

ইয়াৰ উত্তৰ দিবলৈ, ধৰা তাইৰ বৰ্তমান বয়স (বছৰত) x। তেন্তে আজিৰ পৰা দুবছৰ আগৰ আৰু চাৰিবছৰ পিছৰ বয়সৰ পূৰণফল হয় $(x-2)(x+4)$

গতিকে $\quad (x-2)(x+4) = 2x+1$

অৰ্থাৎ $\quad x^2 + 2x - 8 = 2x + 1$

অৰ্থাৎ $\quad x^2 - 9 = 0$

গতিকে সুনীতাৰ বৰ্তমান বয়সে $x^2 - 9 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে।

আমি ইয়াক $x^2 = 9$ হিচাপে লিখিব পাৰো। বৰ্গমূল লৈ আমি পাওঁ $x = 3$ বা $x = -3$। যিহেতু বয়সটো যোগাত্মক সংখ্যা গতিকে $x = 3$।

গতিকে সুনীতাৰ বৰ্তমান বয়স 3 বছৰ।

এতিয়া $(x+2)^2 - 9 = 0$ দ্বিঘাত সমীকৰণটো বিবেচনা কৰা। এইটো সমাধান কৰিবলৈ, আমি ইয়াক $(x+2)^2 - 9 = 0$ হিচাপে লিখিব পাৰো। বৰ্গমূল লৈ আমি পাওঁ, $x + 2 = 3$ বা $x + 2 = -3$ গতিকে $x = 1$ বা $x = -5$।

গতিকে $(x+2)^2 - 9 = 0$ সমীকৰণটোৰ মূলকেইটা 1 আৰু -5।

ওপৰৰ দুয়োটা উদাহৰণতে, x থকা ৰাশিটো সম্পূৰ্ণভাৱে এটা বৰ্গৰ ভিতৰত আছে, আৰু আমি মূলকেইটা বৰ্গমূল লৈ সহজে উলিয়াব পাৰিছিলো। কিন্তু আমাক যদি সোধা হয় $x^2 + 4x - 5 = 0$ সমীকৰণটো সমাধা কৰিবলৈ, তেন্তে কি হ'ব? সম্ভৱতঃ আমি উৎপাদকীকৰণ প্ৰয়োগ কৰি সেইটো