سبق : 12

الجبرا

12.1 تمہید:۔

ابھی تک ہم نے اعداد کی مدد لیکر روزمرہ کے مختلف مسائل کو حل کرنے کی کوشش کی ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم نے اعداد کا مطالعہ کیا علم ہندسہ (Arithmetic) کہلاتا ہے۔ ریاضی کی وہ شاخ جس میں ہم شکل و شباہت یا شکل (ہیئت) کا مطالعہ کرتے ہیں (Geometry) علم اقلیدس کہلاتا ہے۔ اب ہم ریاضی کی دیگر شاخ کا مطالعہ کرنے جا رہے ہیں جو الجبرا کہلاتا ہے۔

اس نئی شاخ کی خاص بات یہ ہے کہ اس میں حروف کا استعمال کرکے ہم اصولوں اور فارمولوں (Formuloe) کو وسیع شکل میں لکھ پانے کے قابل ہو جائینگے۔ حروف کے اس استعمال سے ہم صرف ایک خاص عدد کی ہی بات نہ کرکے کسی بھی عدد کی بات کر سکتے ہیں۔ دوسری بات یہ ہے کی حروف نا معلوم اعداد کے مقام پر بھی کئے جا سکتے ہیں۔ نا معلوم اعداد (uknowns) کو متعین کرنے کے طریقوں کو سیکھ کر ہم روز مرّہ کی زندگی سے متعلق مختلف مسائل کو حل کرنے کے موثر ذرائع حاصل کر سکتے ہیں۔

تیسری بات یہ ہے کی یہ حروف اعداد کے مقام پر استعمال کئے جاتے ہیں۔

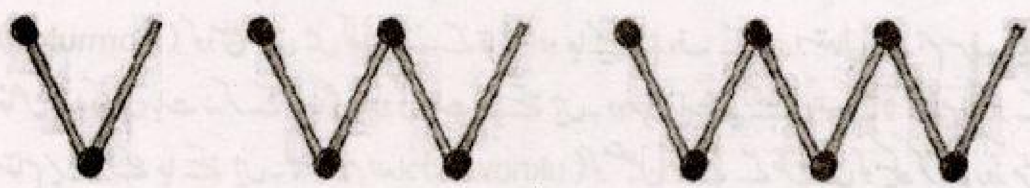
اس لئے ان کے ساتھ اعداد کی طرح اعمال بھی کئے جا سکتے ہیں۔ اس سے ہم الجبرائی عبارتوں Algebric Expression اور ان کے خاصیتوں کے مطالعہ کی طرف پیش قدمی کرتے ہیں۔

بھاسکر آچاریہ کی کتاب میں ایک باب الجبرا پر ہے۔ بھاسکر نے نامعلوم اعداد کے لئے 'پنچ' 'ورن' وغیرہ نام دیئے اور انہیں ظاہر کرنے کے لئے رنگوں کے ناموں کے پہلے حروف کا استعمال کیا۔ جیسے کالا سے 'کا' نیلا سے 'نی' وغیرہ۔ انہوں نے الجبرا کے میدان برہم گپت کے کاموں کو آگے بڑھاتے ہوئے مساوات کو حل کرنے کیلئے چکروال کا طریقہ تلاش کیا

آیئے اپنے مطالعہ سے آسان مثالوں کے ذریعہ شروع کرکے یہ دیکھتے ہیں کی الجبرا کیسے مسائل کو حل کرنے میں کس طرح فائدہ مند رہتا ہے۔

12.2 ماچس کی تیلیوں سے بنے خاکے

رام اور شیام ماچس کی تیلیوں سے خاکے یا میزان (Pattern) بنا نا چاہتے ہیں۔ انہوں نے انگریزی حروف تہجی کے آسان خاکے بنانے کا فیصلہ کیا۔ رحیم دو تلیاں لیکر حرف V بناتا ہے۔ جیسا کی بناوٹ (a) میں دکھایا گیا ہے۔ پھر شیام بھی دو تلیاں لیتا ہے اور دوسرا V بنا کر رام کے ذریعہ بنائے گئے V کے آگے رکھ دیتا ہے جیسا کی بناوٹ (b) میں دکھایا گیا ہے۔



(a) (b) (c)

بناوٹ - ا

پھر شیام ایک اور V بنا کر آگے رکھ دیتا ہے اور یہ سلسلہ آگے جاری رہتا ہے۔ جیسا کہ بناوٹ (c) میں دکھایا گیا ہے۔

تبھی سلمیٰ وہاں آجاتا ہے۔ وہ اس خاکے کو دیکھتی ہے۔ سلمیٰ ان دونوں سے پوچھتی ہے کہ آٹھ

V بنانے کے لئے کتنی تیلیوں کی ضرورت ہوگی ؟ رام اور شیام منظم طریقہ سے کام کرتے ہیں وے ,1V
2V, 3Vوغیرہ سے خاکے بناتے رہتے ہیں اور ایک جدول بناتے ہیں۔

جدول-1

بنائے گئے V کی تعداد	1	2	3	4	5	6	7	8	-	-
ضروری تیلیوں کی تعداد	2	4	6	8	10	12	14	16	-	-

سلمی کو جدول۔1 سے اپنا جواب حاصل ہو جاتا ہے۔ آٹھ V بنانے کے لئے 16 تیلیوں کی ضرورت ہوگی۔

جدول بناتے وقت یہ تجربہ کرتا ہے کی ضروری تیلیوں کی تعداد بنائے گئے V کی تعداد کی دوگنی ہے یا ضروری تیلیوں کی تعداد V x 2 کی تعداد ۔ ہم آسانی کے لئے V کی تعداد کیلئے n لکھ سکتے ہیں۔

اگر ایک V بنایا جاتا ہے تو n = 1 ہے

اگر دو 2Vبنایا جاتا ہے تو n = 2 ہے وغیرہ

اسی طرح n کوئی طبعی اعداد ..... ,5 ,4 ,3 ,2 ,1وغیرہ ہوسکتی ہیں ۔

یعنی ہم لکھتے ہیں۔ضروری تیلیوں کی تعداد = 2 x n

2 x n = لکھنے کے مقام پر ہم اسے 2n لکھتے ہیں دھیاد دیجئے 2n اور 2 x n ایک ہی ہے۔

شیام اپنے دوستوں سے کہتا ہے کی اسکا یہ طریقہ کسی بھی عدد میں Vبنانے کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد بتا سکتا ہے۔

اسطرح n = 1 کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 2 x 1 = 2

n = 2 کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 2 x 2 = 4

n = 3 کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد : = 2 x 3 =6 وغیرہ

رام کہتا ہے یہ قاعدہ بہت کارگر ہے۔ اس طریقہ کا استعمال کرکے میں 100 V بنانے میں ضروری

تیلیوں کی تعداد بھی بتا سکتا ہوں ۔ ایک بار قاعدہ معلوم ہو جائے تو مجھے خاکہ کھینچنے یا جدول بنانے کی ضرورت نہیں ہوگی۔

کیا آپ رام کے قول سے متفق ہیں؟

12.3 متغیر:(Variable)

اوپر کے مثالوں میں ہم نے V کے ایک شکل بنانے میں ضروری تیلیوں کی تعداد معلوم کرنے کے لئے ایک قاعدہ معلوم کیا تھا۔ یہ قاعدہ تھا۔

ضروری تیلیوں کی تعداد = 2 n

یہاں n ,V کی شکل کی تعداد ہے اور n کے قیمت ..... 4 ,3 ,2 ,1 ہو سکتے ہیں۔

آیئے جدول ۔1 کو پھر دیکھتے ہیں جب n کی قیمت بڑھتی ہے تو اسکے موافق ضروری تیلیوں کی تعداد بھی بڑھتی جاتی ہے۔

Variable)n) متغیر کی ایک مثال ہے۔ اسکی قیمت طئے (Fixed) نہیں ہے یہ کوئی بھی قیمت... 4 ,3 ,2 ,1 ہوسکتا ہے۔ ہم نے ضروری تیلیوں کی تعداد کے لئے متغیر n کا استعمال کر کے قاعدہ لکھا۔

متغیر لفظ کا مطلب ہے بدلنے والا یا جس کی قیمت طئے نہیں ہے ۔یہ مختلف قیمت لے سکتا ہے ۔ ہم نے تغیر کو ظاہر کرنے کے لئے n کا استعمال کیا۔ رمیش پوچھتا ہے m کیوں نہیں؟ سرینا نے کہا n میں کوئی خاص بات نہیں ہے۔ کسی بھی حرف کو استعمال کیا جا سکتا ہے۔

اس طرح ایک متغیر کو ظاہر کرنے کے لئے ہندی انگریزی حروف تہجی کے کسی بھی لفظ جیسے ا، ب ، س ، د، یا، ک، خ ،گ ، گھ، یا a, b, c, یا p.q.r یا x , y, z وغیرہ کا استعمال کیا جا سکتا ہے۔ انہی حروف کو ہم متغیر عدد یا الجبرائی رکن (Algebria ferm) بھی کہتے ہیں۔

مثال : 1

بازار کے ایک جنرل اسٹور سے پروین، کشور اور منی ٹافی کا ایک ایک پیکٹ خرید کر اپنے دوست روی کے یوم پیدائش پر بطور تحفہ صورت میں دینا چاہتے ہیں۔ ٹافی کے ہر پیکٹ میں 20 ٹافیاں ہیں۔ لیکن ٹافیا الگ الگ قسم کی ہیں کیسے پتہ کریں کہ کون سی ٹافی وہ خرید سکتے ہیں؟۔ ہم پتہ کرسکتے ہیں کی ٹافی کا پیکٹ خریدنے کے لئے کتنے رقم کی ضرورت ہوگی۔؟

اگر ٹافی کی قیمت 1 روپے ہے تو پیکٹ کی قیمت $1 \times 20 = 20$ روپے ہوں گے۔

اگر ٹافی کی قیمت 2روپے ہے تو پیکٹ کی قیمت $2 \times 20 = 40$ روپے ہوگا

ہم سب مل کر ایک جدول بناتے ہیں۔

جدول۔2

ٹافی کی قیمت روپیوں میں	1	2	3	-	x	y	......
پیکٹ کی قیمت روپے میں	20	40	60	-	$20x$	20y	......

ٹافی کی قیمت x یا y روپے کی شرح سے ہوتو پورے پیکٹ کی قیمت روپے میں

(جب ایک ٹافی کی قیمت x روپے ہو) $20x=$

(جب ایک ٹافی کی قیمت y روپے ہو) $20y=$

ان کے پاس کتنا روپیہ ہے، اس کی بنیاد پر طئے کرسکتے ہیں کہ کون سی ٹافی لیں x روپیہ فی ٹافی یا y روپیہ فی ٹافی یا کوئی دیگر

اوپر کی مثال میں ایک متغیر کو ایک عدد سے ضرب کیا گیا ہے لیکن حالت ایسی بھی ہوسکتی ہے جہاں تعداد کو متغیر میں جوڑ یا متغیر میں سے گھٹایا جائے۔اسکے لئے دوسرا مثال لیں۔

مثال:2

راکیش مکیش سے 5 سال بڑا ہے اگر مکیش کی عمر 10 سال ہے تو راکیش کی عمر 15 سال ہوگی اس طرح مکیش کی عمر کچھ بھی ہو، راکیش کی عمر اس سے 5 سال زیادہ ہوگی ۔

ہم راکیش کی عمر کو X سے ظاہر کریں گے۔ یہاں X ایک متغیر ہے جو قیمت 4 ,3 ,2 ,1 ..... لے سکتا ہے۔ X کا استعمال کر ہم لکھ سکتے ہیں کہ راکیش کی عمر x + 5 = ہے۔(x + 5) کو n (plus) 5 پڑھا جاتا ہے۔

الجبرائی عبارت (X + 5) کو اور زیادہ آسان نہیں کیا جا سکتا ہے۔ (X + 5) کو 5X نہیں کیا جاسکتا ہے۔ دونوں الگ الگ ہیں۔5X میں X کو 5 سے ضرب کیا گیا ہے (X + 5) میں 5 کو X میں جوڑا گیا ہے۔آؤ ہم اسکی جانچ X کے کچھ قیمت لے کر کرتے ہیں۔

سوالات - 12.1

.1 تیلیوں سے ذیل شکل بنانے کیلئے ضروری تیلیوں کی تعداد تیلیوں کی تعداد کیلئے طریقہ معلوم کیجئے۔ قاعدہ لکھنے کے لئے متغیر کا استعمال کریں۔

(a) حرف U کا ⊔ کی صورت میں تیلیوں سے مشابہ

(b) حرف Z کا Z کی صورت میں تیلیوں سے مشابہ

(c) حرف B کا B کی صورت میں تیلیوں کا خاکہ

(d) حرف S کا S کی صورت میں تیلیوں کا خاکہ

(e) حرف A کا A کے صورت میں تیلیوں کا خاکہ

2. یوم جمہوریہ کے موقع پر بچے اجتماعی ڈریل کا مظاہرہ کر رہے ہیں۔
ایک قطار میں 10 بچے ہیں۔ اگر قطاروں کی تعداد معلوم ہو تو بچوں کی تعداد حاصل کرنے کے لئے کیا قاعدہ ہے؟ قطاروں کی تعداد کے لئے متغیر کا استعمال کیجئے۔)

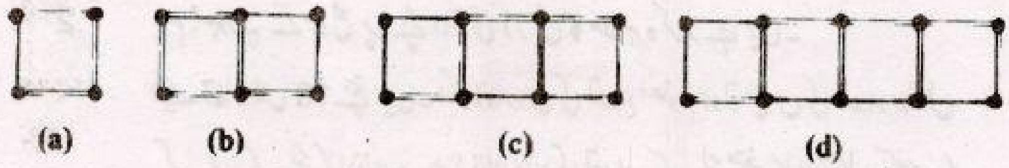
3. ایک ٹوکری میں 60 کیلے ہیں آپ ٹوکریوں کی تعداد کے فقروں میں کیلے کی کل تعداد کو کس طرح لکھیں گے۔(ٹوکریوں کی تعداد کے لئے ......b...... کا استعمال کیجئے)

4. رانی اپنی جماعت کے ہر ایک طالب علم کو یوم پیدائش کے موقع پر 2 ٹافیاں بانٹتی ہے۔ طلب علموں کی تعداد معلوم ہونے پر کیا آپ کل ٹافیوں کی تعداد کے لئے فارمولا بتا سکتے ہیں۔ (طالب علموں کی تعداد کے لئے m کا استعمال کیجئے۔)

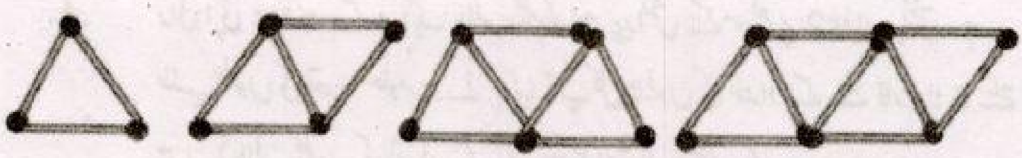
5. سیما، گڑیا کی بڑی بہن ہے۔ سیما گڑیا سے 5 سال بڑی ہے۔
(a) سیما کی عمر گڑیا کی عمر کے فقروں میں
(b) جب گڑیا کی عمر x سال ہے تو سیما کی عمر بتایئے۔

6. امرود کی بڑی ٹوکریوں میں سے چھوٹی ٹوکریوں میں امرود کو رکھا جاتا ہے۔ جب ایک بڑی ٹوکری کو خالی کیا جاتا ہے تو اسکے امرودوں سے 3 چھوٹی ٹوکریاں بھر جاتی ہیں اور پھر بھی 25 امرود باقی رہ جاتے ہیں۔ اگر ایک چھوٹی ٹوکری میں امرودں کی تعداد کو X لیا جائے تو بڑی ٹوکری میں امرودوں کی تعداد کیا ہے۔

7 (a) نیچے تیلیوں سے بنے مشابہ کا ایک سلسلہ مربعوں (شکل -2) کو دیکھئے یہ مربعے الگ الگ نہیں ہے۔ دو منسلک مربعوں میں ایک تلی مشترک ہیں۔ اس مشابہت کو دیکھئے اور قاعدہ معلوم کیجئے۔ جو مربعوں کی تعداد کے فقروں میں ضروری تیلیوں کی تعداد دیتا ہے۔



(b) تیلیوں سے بنامشابہ مثلثوں کا ایک سلسلہ (شکل ۔ 3) ظاہر کر رہا ہے ۔اصول معلوم کیجئے۔ جو مثلثوں کے فقروں میں ضروری تیلیوں کی تعداد دیتا ہے۔



شکل -3

12.4- عام قاعدوں میں متغیر کا استعمال۔

آیئے اب ہم سب دیکھیں کی حساب کی دوسری شاخ سے متعلق کچھ ایسے عام قاعدہ جنہیں ہم پہلے ہی پڑھ چکے ہیں۔ کس طرح متغیر کا استعمال کرتے ہوئے واضح کیے جا سکتے ہیں۔

12.4.1 : علم ہندسہ کا قاعدہ

1. دو اعداد کے جوڑ کی ترتیب

ہم جانتے ہیں کہ $8 = 3 + 5$ اور $8 = 5 + 3$ ہے۔

$$3 + 5 = 5 + 3$$

جیسا کہ ہم مکمل اعداد کے باب میں دیکھ چکے ہیں کسی بھی دو مکمل اعداد کیلئے یہ صحیح ہے۔ اعداد کی یہ صفت اعداد کے جوڑ کا ترتیب تبادلہ (Commutativity) کہلاتا ہے۔ ترتیب تبادلہ کا مطلب ہے ۔ ترتیب بدلنا جوڑ میں اعداد کی ترتیب کو بدلنے سے ان کے جوڑ میں کوئی بدلاؤ نہیں آتا ہے ۔متغیر کا استعمال،

اس صفت کو ایک مختصر شکل میں ظاہر کرتا ہے ۔مان لیجئے a اور b دو متغیر (Variab leand) ہیں جو کسی بھی عدد کی قیمت لے سکتے ہیں۔

تب a+b=b+a ہوتا ہے۔

ایک بار جب ہم اس ضابطہ کو اس شکل میں لکھ لیتے ہیں تو اس میں سبھی خاص حالتیں شامل ہوجا تی ہیں اگر a = 3 اور b = 6 ہے تو ہمیں 3+6=6+3 حاصل ہوتا ہے ۔ اگر a =7 اور b = 5 ہے تو ہمیں 7+5=5+7 حاصل ہوتا ہے ۔وغیرہ

2. دو اعداد کا ضربی ترتیب تبادلہ

ہم مکمل اعداد کے باب میں پڑھ چکے ہیں کہ دو مکمل اعداد کے ضرب میں جن دو اعداد کا ضرب کیا جاتا ہے تو ان کی ترتیب کو الٹنے سے حاصل ضرب پر کوئی اثر نہیں پڑتا ہے۔

مثال کے طور پر 30 = 5 x 6 اور 30 = 6 x 5 ہے

یعنی 5 x 6 = 6 x 5 ہے

اعداد کی یہ صفت اعداد کے ضرب کا ترتیب تبادلہ کہلاتا ہے ۔ضرب میں ترتیب کو بدلنے پر حاصل ضرب میں کوئی تبدیلی نہیں آتا ہے ۔ جوڑ کی طرح متغیر a اور b کا استعمال کر کے ہم دو اعداد کے ضرب کے ترتیب تبادلہ کو a x b = b x a کی شکل میں ظاہر کر سکتے ہیں۔ دھیان دیجئے کہ یہاں a اور b کسی بھی عدد کی قیمت لے سکتا ہے۔اس عام اصول کے ذریعہ سبھی خاص حالتیں جیسے :

3 x 5 = 5 x 3 یا 7 x 5 = 5 x 7

وغیرہ حاصل ہو جاتے ہیں۔

3. اعداد کا بٹن

ہم جانتے ہیں

$$5 \times 48 = 5 \times (40 + 8)$$
$$= 5 \times 40 + 5 \times 8$$
$$= 200 + 40 = 240$$
$$5 \times (40 + 8) = (5 \times 40) + (5 \times 8)$$

یعنی ضرب کو 40 اور 8 کے جوڑ پر تقسیم (Distribute) کیا جا سکتا ہے ۔ یہ 5,40 اور 8 ہی نہیں کسی بھی 3 اعداد کیلئے صحیح ہے۔ یہ صفت اعداد کے جوڑ پر ضرب کی تقسیم

(Distributivity of Multi plication over addition of number) یا بٹن

اصول کہلاتے ہے ۔ہم متغیر کا استعمال کر کے اعداد کے اس صفت کو بھی عام ضابطہ کی صورت میں لکھ سکتے ہیں۔

مان لیجئے کہ a, b اور c کوئی تین متغیر ہیں ان میں سے ہر ایک کسی بھی عدد کی قیمت حاصل کر سکتا ہے تب ax(b+c)=axb+(axc) ہوتا ہے۔ اعداد کے صفت خاصے دلچسپ ہوتے ہیں۔ متغیر کا استعمال ہمیں ان صفتوں کو وسیع اور مختصر صورت میں ظاہر کرنے کے قابل بناتا ہے۔

اعداد کے ایسے ہی کچھ اور صفت معلوم کیجئے اور انہیں تغیر پذیر کا استعمال کرتے ہوئے وسیع صورت میں ظاہر کیجئے۔

12.3.2 علم المساحت (رقبہ) کے فارمولے

ہم علم المساحت (Mensuration) کے باب میں مربع کے احاطہ اور مستطیل کے احاطہ کے بارے میں پہلے ہی پڑھ چکے ہیں۔ اب انہیں ایک فارمولہ کی شکل میں لکھنے کیلئے واپس چلتے ہیں۔

مربع کا احاطہ: ہم یہ جانتے ہیں کہ ایک کثیر الاضلاع (3 یا زیادہ خط مستقیم سے بنی بند شکل) کا احاطہ (perimeter) اس کے اضلاع کی لمبائیوں کا جوڑ ہوتا ہے ۔ مربع میں چار اضلاع ہوتے ہیں اور

ہر ایک کی لمبائی برابر ہوتی ہے۔(شکل۔4)

مربع کے اضلاع کی لمبائی کا جوڑ =

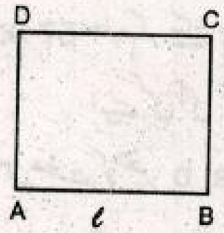
$= \ell + \ell + \ell + \ell$

$= 4\ell$

اس طرح ہم مربع کے احاطہ کا ایک فارمولہ حاصل کرتے ہیں۔تغیر پذیر ℓ کا استعمال کر کے ہم ایک عام قاعدہ لکھ پاتے ہیں۔

2 مستطیل کا احاطہ:

ہم جانتے ہیں کہ ایک مستطیل کے چار اضلاع ہوتے ہیں۔مثال کیلئے مستطیل ABCD کے چار اضلاع AB, BC, CD اور DA ہے۔



ایک مستطیل کے سامنے کے اضلاع ہمیشہ برابر ہوتے ہیں۔اس لئے آیئے مستطیل ABCD کی اضلع AB اور CD کی لمبائی کو ℓ سے ظاہر کریں اور اضلاع AD اور BC کی لمبائی کو b سے ظاہر کرتے ہیں۔

یعنی مستطیل کا احاطہ =AB کی لمبائی + BC کی لمبائی + CD کی لمبائی + AD کی لمبائی

$= \ell + b + \ell + b$

$= (\ell + \ell) + (b+b)$

$= 2\ell + 2b$

مستطیل کا احاطہ $2\ell + 2b$ جہاں ℓ اور b بالترتیب مستطیل کی لمبائی اور چوڑائی ہے۔

$b = \ell$ ہونے پر کیا ہوگا؟ اگر مستطیل کے احاطہ کو تغیر پذیر P سے ظاہر کریں تو مستطیل کے احاطہ ہوگا۔

$p = 2\ell + 2b = 2\ell + 2\ell = 4\ell$

جو کہ مربع کا احاطہ ہے۔

سوالنامہ - 12.2

1 اصول معاونت (Associative)

1. تین اعداد 15,28 اور 14 کے جوڑ پر غور کیجئے۔ ہم یہ جوڑ دو طرح سے حاصل کر سکتے ہیں۔

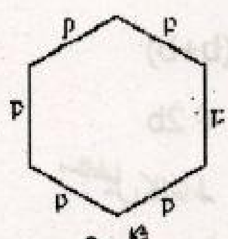
(a) ہم پہلے 15 اور 28 کو جوڑ کر 43 حاصل کر سکتے ہیں اور 43 میں 14 جوڑ کر کل جوڑ حاصل 57 معلوم کر سکتے ہیں۔ یا

(b) ہم پہلے 28 اور 14 کو جوڑ کر 42 حاصل کر سکتے ہیں۔ اور پھر اسے 15 میں جوڑ کر کل جوڑ 57 معلوم کر سکتے ہیں اس طرح $(15 + 28) + 14 = 15 + (28 + 14)$ ہوا۔

ایسے کسی بھی تین اعداد کیلئے کیا جا سکتا ہے۔ یہ صفت اعداد کے جوڑ کا معاونت کاصفت کہلاتا ہے۔
اس صفت کو متغیر a, b اور c کا استعمال کرتے ہوئے ایک وسیع صورت میں ظاہر کیجئے۔

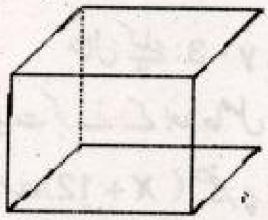
2. مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع کو K سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اس مثلث متساوی الاضلاع کے احاطہ کو K کا استعمال کرتے ہوئے ظاہر کیجئے۔

3. ایک منظم سدس (Regular hexagon) شکل - 6 کا ایک ضلع کو p سے ظاہر کیا گیا ہے۔ p کا استعمال کرتے ہوئے اس منظم سدس کے احاطہ کو معلوم کیجئے۔

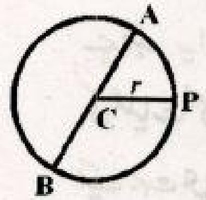


شکل-6

اشارہ : ایک منظم سدس کے سبھی اضلاع کے برابر ہوتے ہیں اور سبھی زاویہ برابر ہوتے ہیں۔



4. مکعب (cube) ایک سہ سمتی (Three dimensional) شکل جیسا ہے۔ کہ (شکل -7) میں دیکھا یا گیا۔ اس کے 6 سطح ہوتے ہیں اور یہ سبھی مماثل (identical) مربع ہوتے ہیں۔ مکعب کے ایک کنارے کی لمبائی l سے دی جاتی ہے۔



مکعب کے کناروں کی کل لمبائی کیلئے ایک فارمولا معلوم کیجئے۔

5. دائرہ کا قطر جو دائرہ پر واقع دو نقطوں کو جوڑتا ہے اور اس کے مرکز سے ہو کر جاتا ہے۔ دائرہ کا نصف قطر r اس پر واقعہ کسی نقطہ p کو مرکز c سے جوڑنے والے قطعہ خط کی لمبائی ہے۔ منسلک شکل 8 میں AB دائرہ کا قطر ہے اور C اس کا مرکز ہے۔ دائرہ کا قطر d کو r کے فقروں میں ظاہر کیجئے۔

12.6 متغیر کے ساتھ عبارتیں

آیئے ہم کچھ ریاضیاتی عبارتوں (expressions) کا مثال لیں:

$2 \times 10 + 3$, $\quad - 4 \times 3 - 5$

$8 - 5 + 2$, $\quad 14 - (5 - 2)$

$3 \times 6 - 5$, $\quad 5 \times 7 - 3 \times 4$

یہ مندرجہ عبارتیں 8 ,7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 وغیرہ جیسے اعداد سے بنتے ہیں۔
ایسی عبارتوں کو بنانے کیلئے چاروں اعمال، گھٹاؤ، ضرب، تقسیم کا استعمال کیا جاتا ہے

عبارتوں کو متغیر کا استعمال کر کے بھی حاصل کیا جا سکتا ہے۔

مثال کیلئے : y - 3 , x + 4 , 2n وغیرہ متغیر والی عبارتیں ۔ متغیر پر جوڑ ضرب ، گھٹاؤ اور تقسیم کی عملیات کرنے کے بعد حاصل ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر n متغیر n کو 2 سے ضرب کرنے پر بنتا ہے۔ علامت(X + 12) متغیر پر x میں 12 جوڑنے پر بنتا ہے وغیرہ۔

ہم جان چکے ہیں کہ متغیر قیمت لے سکتے ہیں ان کی کوئی طئے قیمت نہیں ہوتی ہے جبکہ یہ اعداد ہیں ۔ اسی وجہ سے اعداد کی ہی طرح ان پر جوڑ ،گھٹاؤ ،ضرب اور تقسیم کی عملیات بھی کی جا سکتی ہے۔

ایک بہت ہی خاص بات دھیان دینے لائق ہے کہ ہندوسوں والی عبارت جیسے جیسے (5 X 4 + 6) کی قیمت نکالی جا سکتی ہے۔

مثال کے طور پر $5 \times 4 + 6 = 20 + 6 = 26$

لیکن (5x + 6) جیسی عبارت جس میں ایک متغیر x آرہا ہے ۔ کی قیمت نکالنا ممکن نہیں ہے ۔ اگر متغیر x کی قیمت دی ہو، صرف تبھی عبارت کی قیمت نکالی جا سکتی ہے۔ مثال کے طور پر جب x= 4 ہے تو

$5x + 6 = 5 \times 4 + 6 = 26$ ہیں۔ جو پہلے بھی حاصل ہوا تھا۔

نیچے ہم دیکھیں گے کہ عبارت کیسے بنائے جاتے ہیں : ۔

کیسے بنایا گیا	علامت
x میں 5 جوڑنے پر	(a) x + 5
y میں 4 گھٹانے پر	(b) y - 4

m کو 5 سے تقسیم کرنے پر (d) $\frac{m}{5}$

پہلے x میں 2 سے ضرب کرکے حاصل ضرب میں سے 4 گھٹانے پر

(e) $2x - 4$

اسی طرح کے دس دوسری آسان عبارتیں لکھیے اور بتایئے کہ وہ کس طرح بنائے گئے ہیں۔ ہمیں عبارت کوتب ہی بنانا چاہئے جب یہ اشارے دیئے جائیں کہ اسے کیسے بنانا ہے۔ حسب ذیل مثالوں کو دیکھئے۔

(a) y میں 7 جوڑنے پر ملا عدد $y + 7$

(b) 10 میں X گھٹانے پر ملا عدد $10 - x$

(c) y کا 5 گنا عدد $5y =$

(d) X میں 8 سے تقسیم دینے پر ملا عدد $\frac{x}{8}$

(e) m کا 5- سے ضرب کرنے پر ملا عدد $-5m$

(f) y میں 10 سے ضرب اور پھر حاصل ضرب میں 7 جوڑنا $10y + 7$

ایسے ہی دس اور طریقے لکھئے اور ان سے بنی عبارت لکھئے

سوالنامہ- 12.3

1. آپ تین اعداد 10,7 اور 12 سے اعداد والے (متغیر نہیں) جتنی عبارت بنا سکتے ہیں بنایئے۔ ایک عدد کا ایک سے زیادہ بار استعمال نہیں کیا جانا چاہیے۔ صرف جوڑ، گھٹاؤ اور ضرب عملیات کا ہی استعمال کریں۔

مثال کے طور پر $(10 + 7 - 12)$

2. مندرجہ ذیل میں سے کون صرف اعداد والے عبارت ہیں۔

(a) x + 5 (d) 7y

(b) 10 x 9- 7 (e) 9- 9z

(c) 5 x 4 - zy (f) 5 x 17 - 4 x 16 + 3

3. ذیل علامتوں کو بنانے میں استعمال عملیات (جوڑ، گھٹاؤ ضرب ، تقسیم) دیکھئے اور بتایئے کہ یہ علامت کس طرح بنائے گئے ہیں۔؟

4. مندرجہ ذیل حالتوں کیلئے علامت دیجئے:

(a) a میں 5 جوڑنا

(b) a میں 5 گھٹانا

(c) a کو 5 سے ضرب کرنا

(d) a کو 5 سے تقسیم دینا

(e) m- میں سے 7 گھٹانا

(f) m- کو 7 ضرب کرنا

(g) m- کو 7 سے تقسیم دینا

(h) m کو 5 - سے ضرب کرنا

5. مندرجہ ذیل حالتوں کیلئے علامت دیجئے۔

(a) m کے 7 سے ضرب میں 6 جوڑنا

(b) a 2 میں 13 جوڑنا

(c) n کا 5- سے ضرب کرنا

(d) n کو -5 سے ضرب کرکے جواب میں 10 جوڑنا

(a) n + 9 (b) n- 9 (c) By (d) Y

(e) 2y + 15 (f) 2y-15 (g) 7p

(l) - 7p + 2 (l) - 7p - 3

(e) n کو 5 سے ضرب کرکے جواب میں 15 گھٹانا

(f) y کو -5 سے ضرب کرکے جواب کو 18 میں جوڑنا

6 : (a) k اور 9 کا استعمال کرکے الگ الگ عبارت بنایئے۔ ہرایک عبارت میں دونوں ایک ایک بار استعمال ہونا چاہئے۔

(b) m،5 اور 7 کا استعمال کرکے عبارت بنایئے۔ ہر ایک عبارت میں m ضرور ہونا چاہئے۔ ہر عبارت میں صرف دو الگ الگ عملیات کا استعمال کریں۔

12 . 5 : عملی شکل میں عبارت کا استعمال:

ہماری زندگی میں کوئی ایسی صورتحال آتی ہے جہاں عبارتوں کا استعمال کرنا ضروی ہے۔ آیئے ،ایسی حالتوں کو جاننے کی کوشش کریں۔

نمبر شمار	حالتوں میں بیان عام زبان میں بیان	متغیر	علامتوں کا استعمال ہوئے قول
1	سونو کی عمر مونو سے 5 سال زیادہ ہے۔	مان لیجئے مونو کی عمر x سال ہے	سونو کی عمر (x-5) سال ہے
2	گڑیا سیما سے 3 سال چھوٹی ہے	مان لیجئے سیما کی عمر x سال ہے	گڑیا کی عمر (x-3) سال ہے

3	راکیش کے والد کی عمر راکیش کی عمر کے دوگنے سے 10 سال زیادہ ہے	مان لیجئے راکیش کی عمر x سال ہے	راکیش کے والد کی عمر (2x+10) سال ہے۔
4	ویکاس کی عمر منوج کی عمر کی عمر تین گونی ہے	مان لیجئے منوج کی عمر x سال ہے	ویکاس کی عمر 3x سال ہے
5	آج سے 7 سال پہلے رادھا کی عمر کیا تھی؟	مان لیجئے رادھا کی فی الوقت عمر y سال ہے	آج سے 7 سال پہلے رادھا کی عمر (y-7) سال تھی۔
6	آج فی لیٹر تیل کی قیمت فی کیلوگرام چاول کے قیمت کا چار گنا ہے۔	مان لیجئے چاول کا فی کیلوگرام قیمت p روپئے ہے۔	فی لیٹر تیل کا قیمت 4p روپئے ہے۔
7	چاول کا فی کیلوگرام قیمت گیہوں کا فی کیلوگرام قیمت سے 2 روپئے زیادہ ہے	مان لیجئے فی کیلوگرام گیہوں کی قیمت p روپئے ہے۔	چاو کا فی کیلوگرام قیمت (P+2) روپئے ہے۔
8	ایک کار کی رفتار اسی سڑک پر جاتے ہوئے ایک بس کی رفتار سے 20 کیلو میٹر / گھنٹہ زیادہ ہے	مان لیجئے بس کی رفتار x کیلو میٹر / گھنٹہ ہے	کار کی رفتار (20 + x) کیلو میٹر / گھنٹہ ہے۔

ایسے ہی کچھ دوسرے حالتوں کو معلوم کرنے کی کوشش کیجئے۔ آپ تجربہ کریں گے کہ عام زبان میں ایسے کئی قول آپ کو دیکھنے کو ملیں گے جن کو آپ متغیر کا استعمال کرتے ہوئے عبارتوں میں بدل سکتے ہیں۔

سوالات 12.4

.1 مندرجہ ذیل سوالات کا جواب دیجئے

(a) سوشیلا کی فی الوقت عمر x سال لیجئے

(i) بتائیے 5 سال پہلے اس کی عمر کتنی تھی؟

(ii) بتائیے 4 سال بعد اس کی عمر کیا ہوجائیگی؟

(iii) منیش کے داداجی کی عمر شیلا کی عمر کی 7 گنی ہے۔ اس کے دادا جی کی عمر کیا ہے؟

(iv) سوشیلا کی بڑی بہن کی عمر سوشیلا کی عمر کی دوگنا سے 3 سال کم ہے۔ اس کی بڑی بہن کی عمر کیا ہے؟

(b) ایک مستطیل نما ہال کی لمبائی اس کی چوڑائی کے دو گنے سے 5 میٹر زیادہ ہے۔ اگر چوڑائی b میٹر ہے تو لمبائی کیا ہے؟

(c) ایک مستطیل نما بکس کی اونچائی h سنٹی میٹر ہے۔ اس کی لمبائی، اونچائی کی تین گنی ہے اور چوڑائی لمبائی سے 7 سنٹی میٹر کم ہے۔ بکس کی لمبائی اور چوڑائی کو اونچائی کے فقروں میں ظاہر کیجئے۔

(d) ایک بس x کیلومیٹر فی گھنٹہ کی رفتار سے چل رہی ہے۔ یہ پٹنہ سے راجگیر کے طرف جارہی ہے۔ بس کے تین گھنٹے چلنے کے بعد بھی راجگیر کی دوری 22 کیلومیٹر بچی رہ جاتی ہے۔ کیا آپ x کا استعمال کرتے ہوئے پٹنہ سے راجگیر کی دوری بتا سکتے ہیں؟ تو بتائیے۔

.2 عبارتوں کے استعمال سے بنے ذیل قولوں کو عام زبان کے قولوں میں بدلئے:

مثال کے طور پر ہمارے درجہ میں x طالب العلم ہیں اور اسکول میں 15x طالب علم ہیں۔
عام زبان میں اسکول میں طالب علموں کی کل تعداد ہمارے درجہ کے طالب علموں کی 15 گنی ہے۔

(a) راکھی کے پاس x روپے ہیں۔ اس کی سہیلی کے پاس 3x روپے ہیں۔

(b) ایک مشقی کتاب کی قیمت p روپے ہے۔ ایک کتاب کی قیمت 4p روپے ہے۔

(c) سریش کے پاس y بکریاں ہیں۔ رمیش کے پاس $\frac{y}{4}$ بکریاں ہیں۔

(d) موہن کی عمر r سال ہے۔ اس کے باپ کی عمر 6r سال ہے اور اسکی ماں کی عمر (4r-5) سال ہے

3. (a) سپنا کی عمر x برس دی ہوئی ہے۔ بتایئے (x + 5) اور (x -3) کیا ظاہر کریں گے؟

(b) دیا ہوا ہے کہ ایک جماعت کے m طالب علم ٹیلی ویژن دیکھنا پسند کرتے ہیں 3m کیا ظاہر کرے گا؟ $\frac{m}{2}$ کیا ظاہر کرسکتا ہے؟

12.8 ایک مساوات (equation) کیا ہے؟

آیئے شکل 1 میں دی ہوئی تیلیوں سے بنے حرف V سے مشابہ خاکوں کو یاد کریں۔
اپنی آسانی کیلیے ہم نے یہاں شکل -1 پھر بنائی ہے۔ نیچے دکھایا گیا ہے۔

(a) (b) (c)

جدول- 1

مختلف اعداد کے V بنانے کے لئے ضروری تیلیوں کی تعداد جدول-1 میں دیئے گئے ہیں۔ ہم اس خاکہ کو پھر یہاں بنا رہے ہیں۔

جدول-1

بنائے گئے V کا عدد	1	2	4	4	5	6	......	......
ضروری تیلیوں کی تعداد	2	4	6	8	10	12	......	......

ہم جان گئے ہیں کہ ضروری تیلیوں کی تعداد کو حسب ذیل قاعدے سے حاصل کیا جاسکتا ہے۔
2n اگر n بنائے گئے V کا عدد ہے۔

سلمٰی پوچھتی ہے کہ V کی تعداد دی ہوئی ہے تو ضروری تیلیوں کی تعداد کس طرح معلوم کی جاسکتی ہے۔؟ اور اس کے برخلاف اگر ماچس کی تیلیوں کی تعداد دی ہوئی ہے تو V کی تعداد کیسے معلوم کی جاسکتی ہے۔ہم اپنے آپ سے پوچھتے ہیں ۔ اگر 12 تیلیاں دی ہوئی ہوں تو کتنے V بنیں گے؟ ہم کہہ سکتے ہیں
(1) ...... 2n = 12 دیا ہوا ہے۔

یہاں ہم ایک شرط حاصل کرتے ہیں ۔جو متغیر n کے ذریعہ مطمئن ہونا چاہئے۔ یہ رکاوٹ مساوات (Equation) کی ایک مثال ہے۔

ہمارے سوال کا جواب جدول-1 کو دیکھ کر حاصل کیاجاسکتا ہے۔ n کی مختلف قیمتوں کو دیکھئے۔
اگر n = 1 تو تیلیوں کی تعداد 2 ہے۔ ظاہر ہے شرط مطمئن نہیں ہے ۔ اس طرح ہم اس کی جانچ کر سکتے ہیں ۔

n	2n	کیا شرط پابند ہے ؟ ہاں/نہیں
2	4	نہیں

نہیں	6	3
نہیں	8	4
نہیں	10	5
ہاں	12	6
نہیں	14	7

ہم پاتے ہیں کہ صرف n = 6 کے لئے درج ذیل بالا شرط یا مساوات 2n = 12 مطمئن ہوجاتا ہے۔ 6 کے علاوہ کسی بھی دوسری قیمت کے لئے یہ مساوات مطمئن نہیں ہوتا ہے آیئے ایک دیگر مثال کو دیکھیں:۔

مونو سونو سے 3 برس چھوٹا ہے سونو کی عمر X برس لینے پر مونو کی عمر (X - 3) سال ہوگی۔ مان لیجئے کہ مونو کی عمر 9 سال ہے۔ تب دیکھیں کہ کس طرح ہم سونو کی عمر معلوم کرتے ہیں۔

ہمیں مونو کی عمر n-3 = 9 ....(2) حاصل ہے۔

یہ تغیر پذیر X میں ایک مساوات ہے ہم X کی مختلف قیمتوں کے لئے (X-3) کی قیمتوں کا ایک جدول بناتے ہیں۔

x	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	-	-

جن خانوں کو خالی چھوڑا گیا ہے۔ انہیں پورا کیجئے۔ جدول سے ہم دیکھتے ہیں کہ صرف X = 12 کیلئے شرط x - 3 = 9 سے مطمئن ہوتا ہے۔ دیگر کسی بھی قیمت جیسے X = 13 یا X = 11 کے لئے شرط مطمئن نہیں ہوتا ہے۔ اس لئے سونو کی عمر 12 سال ہے۔

مندرجہ بالا مثالوں سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ ایک متغیر کے ساتھ ایک شرط ہوتا ہے۔ یہ متغیر کے ایک خاص قیمت کیلئے ہی مطمئن ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر مساوات 12 = 2n متغیر n کی قیمت 6 سے ہی مطمئن ہوتا ہے۔ مساوات 9 = 3 - X تغیر پذیر X کے قیمت 12 سے ہی مطمئن ہوتا ہے۔

یہاں دھیان دیجئے کہ مساوات کے دونوں اطراف کے بیچ میں مساوی کا نشان (=) ہوتا ہے۔ مساوات بتاتا ہے کہ بائیں طرف (LHS) کی قیمت دائیں طرف (RHS) کی قیمت کے برابر ہے۔

اگردایاں حصہ یابایاں حصہ کے برابر نہ ہوتو ہمیں مساوات حاصل نہیں ہوتا۔

جیسے یہ قول کہ 2n عدد 12 سے بڑا ہے۔ یعنی 2n>12 یہ ایک مساوات نہیں ہے۔ اس طرح یہ قول کہ 2n عدد 12 سے چھوٹا ہے یا یعنی 2n<12 بھی ایک مساوات نہیں ہے۔ اب 9 = 3 - 12 پر غور کریں۔

یہاں بھی دائیں اور بائیں حریف کے بیچ مساوات کا نشان (=) ہے۔ دونوں حریفوں متغیر عدد نہیں ہے۔ یہاں دونوں حریفوں میں صرف اعداد ہیں۔ ہم انہیں عددی مساوات کہہ سکتے ہیں۔

عام طور سے مساوات لفظ کا استعمال صرف ایک یا اس سے زائد متغیر ہونے پر ہی کیا جاتا ہے۔

بتایئے کہ مندرجہ ذیل میں سے کون کون سے قول مساوات ہیں۔ مساوات میں متغیر بھی بتایئے۔

(a) $X - 5 = 15$ (ہاں X)

(b) $7 \times 3 = 21$ (نہیں۔ یہ ایک عددی مساوات ہے)

(c) $2m > 20$ (نہیں)

(d) $2p = 8$ (ہاں p)

(e) $\frac{k}{9} < 10$ (نہیں)

مساوات کے کچھ مثال نیچے دیے جا رہے ہیں (کچھ مساوات میں شامل متغیر بھی دیے جا رہے ہیں۔)

ضروری خالی جگہوں کو بھریے

جیسے:

(3) $x + 17 = 27$ (متغیر x)

(4) $p + \frac{m}{5} = 9$ (متغیر p)

(5) $3k = 15$ (متغیر.....)

(6) $= 4$ (متغیر.....)

(7) $3l + 5 = 20$ (متغیر.....)

(8) $5n - 16 = 16$ (متغیر.....)

12.8.1 مساوات کا حل:

ہم پہلے اقتباس میں دیکھ چکے ہیں کہ مساوات (ا) ,12 = 2n ، =n سے پابند ہوگئی تھی۔ n کی کوئی بھی دیگر قیمت اس مساوات (ا) کو پابند یا مطمئن نہیں کرتا ہے۔دونوں حریف کو برابر کرتا ہے اس مساوات کا حل یعنی مساوات میں متغیر کی وہ قیمت جو (solution) کہلاتا ہے۔

اس طرح $n = 6$ مساوات $2n = 12$ کا حل ہے۔

دھیان دیجئے کہ $n = 5$ مساوات $2n = 12$ کا حل نہیں ہے کیونکہ $n = 5$ کیلئے $2n = 2 \times 5 = 10$ ہے اور یہ 12 نہیں ہے۔

مساوات $x - 3 = 9$..... (2) کو لیں۔ یہ مساوات $x = 12$ سے مطمئن ہوجاتا ہے۔ کیونکہ $x = 12$ کے لئے مساوات کا بایاں حریف $12 - 3 = 9$ = دایاں حریف ہے۔ یہ مساوات x

13 = سے مطمئن نہیں ہوتا ہے کیونکہ 13 = x کے لئے مساوات کا بایاں حریف 10 = 3 - 13 = ہے جو دایاں حریف کے برابر نہیں ہے۔

اس طرح 12 = X مساوات 9 = 3 - X کا حل ہے لیکن 13 = X اس مساوات کا حل نہیں ہے۔ 13 = x مساوات کا حل کیوں نہیں ہے؟ آپ اپنے لفظوں میں واضح کیجئے۔

اب آپ مندرجہ ذیل جدول کی خالی جگہوں کو پورا کیجئے تیسرے قطعہ میں ظاہر کیجئے کہ ہرایک حصہ کے لئے آپ کا جواب ہاں اور نہیں کیوں ہے؟

ترتیب نمبر	مساوات	متغیر کا نام	حل ہاں/نہیں	وجہ
1	X + 5 =15	X = 5	نہیں	5+5=10=15
2	X + 5 =15	X = 8	نہیں	
3	X + 5 =15	X = 10	ہاں	
4	p - 7 = 1	p = 6	نہیں	
5	p - 7 = 1	p = 7	....	
6	p - 7 = 1	p = 8	....	
7	3n = 24	n = 5	....	
8	3n = 24	n = 8	....	
9	=3	k = 20	....	
10	= 3	k = 21	....	
11	2 *l* +5 = 13	*l* =3	....	
12	2*l* + 5 = 13	*l* = 4	....	

12.8.2 کسی مساوات کا حل معلوم کرنا:

مساوات 12 = 2n کا حل معلوم کرنے کے لئے ہم نے n کے کئی مختلف قیمتوں کا ایک جدول تیار کیا تھا اور اس جدول سے n کی وہ قیمت معلوم کیا جو مساوات کا حل تھا (یا مساوات کو مطمئن کرتا تھا) ہم نے کوشش اور جانچ طریقہ (a Trial and Error Method) سے اسے کیا اب ہم مساوات کو حل کرنے کیلئے سیدھا طریقہ اپناتے ہیں۔ اگلی جماعت میں ہم مساوات حل کرنے کا ترتیب طریقہ کا مطالعہ کرینگے۔ فی الوقت ہم صرف نیچے دیئے گئے آسان مساوات کے بارے میں ہی بات کریں گے۔

(i) $X + 5 = 15$ (ii) $X - 3 = 9$

(iii) $2n = 12$ (iv) = 3

(i) $X + 5 = 15$ کو حل کرنا

پچھلی جماعت سے آپ کو جان چکے ہیں کہ ایسے قول جن میں 15 = 5 + (......) ہو میں خالی خانوں کے عدد کو کیسے معلوم کیا جاتا ہے۔

x کیلئے مساوات (a) ---- $X + 5 = 15$

اور (b) ------ $(......) + 5 = 15$

اگر ہم b میں خالی جگہ پر X لکھیں تو ہمیں مساوات حاصل ہوجاتا ہے اس کا مطلب ہے کہ خالی خانے کے لئے وہ عدد معلوم کرنا ہے جس سے مساوات مطمئن ہوجاتا ہے۔ خانے میں ایک ایسا عدد آئے گا جسے 5 میں جوڑنے پر 15 حاصل ہوگا۔

یہ 15 میں سے 5 گھٹانے کے برابر ہے یا 10 ہے۔ اس طرح مساوات کا حل $X = 10$ ہے۔

ہم اس حل کی جانچ بھی کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف 15 = 5 + 10 = $X + 5$ = بایاں حریف

(ii) $X - 3 = 9$ کو حل کرنا

$x - 3 = 9$ کا موازنہ (......) $- 3 = 9$ سے کیجئے

اس کا مطلب ہے کہ مساوات کو حل کرنے کے لئے خالی خانے کا عدد معلوم کرنا ہے۔ یہاں خالی خانے کا عدد جوڑ سے معلوم ہوتا ہے جو $(-----) = 3 + 9 = 12$ ہے۔

یعنی مساوات $X - 3 = 9$ کا حل $X = 12$ ہے۔ جسے ہم پہلے سے بھی جانتے ہیں۔

اس حل کی جانچ بھی کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف $= 9 = 3 - 12 = 3 - X =$ بایاں حریف۔

(iii) $2n = 12$ کو حل کرنا۔

ہم یہ جانتے ہیں کہ $2n = 2 \times n$ ہے

یعنی جس مساوات کو ہم حل کرنا چاہتے ہیں وہ $2 \times n = 12$ ہے۔

اس کا موازنہ $2 \times (---) = 12$ سے کیجئے۔

n میں مساوات کو حل کرنے کا مطلب ہے کہ خالی خانہ میں عدد معلوم کرنا۔ ہم جانتے ہیں کہ خالی خانے کا عدد کو تقسیم کے ذریعہ معلوم کیا جاسکتا ہے۔

اس لئے $(=6)\frac{12}{6} = 6$ (......) ہے

یعنی مساوات $2n = 12$ کا حل $n = 6$ ہے۔ جسے ہم پہلے سے جانتے ہیں۔

ہم اس حل کی جانچ کرسکتے ہیں۔

بایاں حریف $12 = 2 \times 6 = 2 \times n =$ دایاں حریف

(iv) $\frac{K}{7} = 3$ کو حل کرنا

ہم $\frac{K}{7} = 3$ کا موازنہ $\frac{\square}{7} = 3$ سے کرتے ہیں۔

k میں مساوات حل کرنے کا مطلب وہی ہے جو خالی خانے میں عدد معلوم کرنے کا ہے۔

اب $21 = 3 \times 7 = \square$ ہے۔ مندرجہ بالا مساوات کا حل $k = 21$ ہے۔

ہم اس حل کی جانچ کرسکتے ہیں۔

دایاں حریف $3 = \frac{21}{7} = \frac{K}{7} =$ بایاں حریف

12.9 مساوات کا استعمال کرنا

پریتی، عائشہ اور رشیدہ بہت حوصلہ مند ہے۔ وہ سب جماعت میں بتاتی ہے کہ انہوں نے پہیلیاں حل کرنے کا طریقہ معلوم کرلیا ہے۔ وہ اسے پوری جماعت کو سمجھانا چاہتی ہیں۔

پہلے وہ سیما سے کہتی ہیں کہ وہ کوئی بھی عدد سوچ لیں۔ اس کے بعد وہ کہتی ہیں کہ اس عدد کو 5 سے ضرب کرکے نتیجہ بتا دے۔ وہ کہتی ہے، نتیجہ 60 ہے۔ رشیدہ فوراً کہتی ہے کہ سیما کا عدد 12 ہے۔ سیما اس جواب سے مطمئن ہوجاتی ہے۔ پوری جماعت کو تعجب ہوتا ہے۔ پریتی ، عائشہ کہتی ہے۔

سیما نے اپنے دل میں کوئی عدد سوچی وہ کچھ بھی ہوسکتا ہے۔ اسلئے ہم نے پہلے اس عدد کو x مان لیا۔ اب x کو 5 سے ضرب کرنے پر 5x حاصل ہوتا ہے۔ سیما نے بتایا کہ یہ 60 ہے۔ اس طرح ہمیں مساوات $5x = 60$ حاصل ہوگیا۔

یہ سہل مساوات ہے۔ ہم نے آسان سے قاعدہ سے اس مساوات کو حل کرلیا۔ ہم نے x کی جگہ پر $\square$ رکھ کر اسے مساوات $5 \times \square = 60$ لکھ لیا۔ ہمیں حاصل ہوتا ہے $12 = \frac{60}{5} = \square$

اس طرح 12 مطلوبہ حل ہے۔ یا سیما کے ذریعہ سوچا گیا عدد 12 تھا۔

پوری جماعت نے تالی بجائی ۔ انہوں نے سیکھا کہ مساوات کتنا سود مند ہوتا ہے۔ حساب کے استاد نے کہا اس پہیلی کے علاوہ کوئی اور پہیلی بنائی جاسکتی ہے ، یہ سب بھی مساوات کے ذریعہ حل کی جاسکتی ہے ۔ لیکن ایسا کرنے کے لئے ہمیں مساوات کو حل کرنے کا ایک مرتب قاعدہ سیکھنا ہوگا۔ ایسا قاعدہ ہم

اگلے سال سیکھیں گے۔

سوالات 12.5

1. مندرجہ ذیل میں کون سے قول مساوات (متغیر اعداد کے) ہیں؟ وجوہات کے ساتھ جواب دیجیے۔ مساوات میں شامل متغیر بھی لکھیے۔

(a) $15 = x + 18$

(b) $(k-8) > 5$

(c) $\frac{9}{3} = 3$

(d) $8 \times 5 - 12 = 28$

(e) $6 \times 7 - 10 = 2n$

(f) $2n + 3 = 13$

(g) $7 = 11 \times 5 - 12 \times 4$

(h) $\frac{3p}{2} < 5$

(i) $z + 8 > 12$

(j) $7 - x = 5$

2. جدول کے تیسرے کالم میں خانوں کو پورا کیجیے

ہاں/نہیں	تغیر پذیر تشفی بخش	متغیر کی قیمت	مساوات	سلسلہ وار نمبر
		$x = 3$	$5x = 25$	(a)
		$x = 4$	$5x = 25$	(b)
		$x = 5$	$5x = 25$	(c)
		$k = 10$	$k + 8 = 20$	(d)
		$k = 11$	$k + 8 = 20$	(e)
		$k = 12$	$k + 8 = 20$	(f)
		$m = 16$	$m - 5 = 9$	(g)
		$m = 15$	$m - 5 = 9$	(h)
		$m = 14$	$m - 5 = 9$	(i)
		$t = 47$	$7 = \frac{t}{7}$	(j)
		$t = 48$	$7 = \frac{t}{7}$	(k)
		$t = 49$	$7 = \frac{t}{7}$	(l)

3. ہر ایک مساوات کے سامنے قوسین میں دیے گئے قیمتوں میں سے مساوات کا حل چنئے۔
ظاہر کیجیے کہ دیگر قیمت مساوات کو مطمئن نہیں کرتے ہیں۔

(a) $4a = 24$ (5, 6, 9, 10)

(b) $k + 11 = 23$ (10, 11, 12, 13)

p - 7 = 8 (12, 13, 14, 15) (c)

k/7 = 7 (49, 48, 46, 44) (d)

m + 21 = 37 (14, 15, 16, 17) (e)

n + 5 = 2 (1, -2, -3, -4, 0) (f)

.4 (a) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی

مساوات x + 6 = 13 کا حل معلوم کیجئے:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+ 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(b) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی مساوات y - 6 = 4

حل معلوم کیجئے:

Y	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	-
Y - 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(c) نیچے دیے گئے جدول کو پورا کیجئے اور اس جدول کو دیکھ کر ہی مساوات 5t = 40 کا حل کیجئے:

t	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	-
5t	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

(d) جدول کو پورا کرتے ہوئے مساوات $\frac{Z}{3} = 4$ کا حل معلوم کیجئے:

z	8	9	10	11	12	13	14	15	-	-	-
$\frac{Z}{3}$	$2\frac{2}{3}$	3	$3\frac{1}{3}$	-	-	-	-	-	-	-	-

.5 حل کیجئے

x - 3 = 0 (g) $\frac{k}{8} = 12$ (e) 7p = 140 (c) y + 6 = 18 (a)

t + 50 - 75 (h) 9y = 81 (f) $\frac{2}{5} = 7$ (d) z - 7 = 20 (b)