अध्याय 13

गणितीय संक्रियाएँ

किसी गणितीय व्यंजक के काल्पनिक चिह्नों /प्रतीकों को प्रश्न में दिए गए निर्देशों के अनुसार विभिन्न अंकगणितीय संक्रियाओं के माध्यम से सरलीकृत करने की प्रक्रिया 'गणितीय संक्रियाएँ' कहलाती हैं। इस परीक्षण के अन्तर्गत पूछे जाने वाले प्रश्नों में किसी गणितीय व्यंजक में संख्याओं के मध्य कुछ काल्पनिक चिह्न/प्रतीक तथा इनके स्थान पर प्रयुक्त होने वाले उपयुक्त गणितीय चिह्नों के विषय में कुछ निर्देश दिए होते हैं, जिनके आधार पर व्यंजक को हल अथवा सन्तुलित करना होता है।

संख्यात्मक संक्रियाओं पर आधारित प्रश्नों को हल करने हेतु आवश्यक है कि दिए गए निर्देशानुसार चिह्नों को परिवर्तित करें तत्पश्चात् BODMAS नियम का प्रयोग करते हुए दिए गए व्यंजक का मान ज्ञात करें।

किसी व्यंजक को सरल करने के लिए निम्नलिखित क्रम में क्रिया करनी चाहिए

1	2	3	4	5	6	7	8	9
कोष्ठक (B)								
रेखा कोष्ठक (V)	छोटा कोष्ठक (S)	मंझला कोष्ठक (M)	बड़ा कोष्ठक (L)	का (O)	भाग (D)	गुणा (M)	जोड़ (A)	घटाव (S)
—	( )	{ }	[ ]	×	÷	×	+	−

'का' का सामान्य अर्थ गुणा होता है। **जैसे** 5 का 5 = 5 × 5 किन्तु व्यंजक को सरल करते समय इसकी गणना, गुणा से पूर्व की जाती है।

परीक्षाओं में गणितीय संक्रियाओं पर आधारित निम्न तीन प्रकार के प्रश्न पूछे जाते हैं

1. संख्यात्मक संक्रियाओं पर आधारित
2. प्रतीकात्मक संक्रियाओं पर आधारित
3. ट्रिक पर आधारित

संख्यात्मक संक्रियाओं पर आधारित

इस पर आधारित प्रश्नों में किसी गणितीय व्यंजक में कुछ भ्रामक गणितीय चिह्न दिए होते हैं, जिन्हें निर्देशानुसार परिवर्तित करते हुए उस व्यंजक को हल/सन्तुलित करना होता है।

उदाहरण 1 किसी कोड भाषा में, + का मतलब '×' है, − का मतलब '+' है, × का मतलब '÷' है और ÷ का मतलब '−' है। निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर क्या है?

$$24 \times 6 - 8 + 2 = ?$$

(a) 25 (b) 50 (c) 40 (d) 20

हल *(d)* दी गई समीकरण, $? = 24 \times 6 - 8 + 2$

प्रश्नानुसार, चिह्न परिवर्तित करने पर समीकरण,

$$? = 24 \div 6 + 8 \times 2$$

$$\Rightarrow \quad ? = \frac{24}{6} + 8 \times 2 \Rightarrow ? = 4 + 16$$

$$\therefore \quad ? = 20$$

प्रतीकात्मक संक्रियाओं पर आधारित

इस पर आधारित प्रश्नों में किसी गणितीय व्यंजक में कुछ प्रतीक दिए होते हैं, जिन्हें निर्देशानुसार परिवर्तित करते हुए उस व्यंजक को हल करना होता है।

उदाहरण 2 यदि a का आशय × से हैं, b का आशय ÷ से हैं, c का आशय + से है और d का आशय − से है, तो

$$8\ a\ 3\ c\ 24\ b\ 12\ d\ 19 = ?$$

(a) 17 (b) 7 (c) 14 (d) 8

हल *(b)* प्रश्नानुसार,

$a \Rightarrow \times$	$b \Rightarrow \div$
$c \Rightarrow +$	$d \Rightarrow -$

$$8\ a\ 3\ c\ 24\ b\ 12\ d\ 19 = ?$$

$$\Rightarrow ? = 8 \times 3 + 24 \div 12 - 19$$

$$\Rightarrow ? = 24 + 2 - 19 = \boxed{7}$$

ट्रिक पर आधारित

इस प्रकार के प्रश्नों में ट्रिक पर आधारित कुछ समीकरण दिए जाते हैं। इसी काल्पनिक नियम को समझते हुए प्रश्न में दिए गए अपूर्ण समीकरण को पूरा करना होता है।

उदाहरण 3 यदि $3 @ 3 * 3 = 3$ तथा $48 @ 4 * 3 = 36$ है, तो $91 @ 13 * 2 = ?$

(a) 4 (b) 8 (c) 10 (d) 14

हल *(d)* जिस प्रकार, $3 @ 3 * 3 \rightarrow 3 \div 3 \times 3 = 1 \times 3 = 3$

$48 @ 4 * 3 \rightarrow 48 \div 4 \times 3 = 12 \times 3 = 36$

उसी प्रकार, $91 @ 13 * 2 \rightarrow 91 \div 13 \times 2 = 7 \times 2 = \boxed{14}$

✓ अभ्यास के लिए प्रश्न

✓ संख्यात्मक संक्रियाओं पर आधारित

1. यदि '+' का अर्थ '÷', '÷' का अर्थ '–', '–' का अर्थ '×' और '×' का अर्थ '+' हो, तो $12 + 6 + 3 - 2 \times 8$ का मान होगा
(a) 8 (b) $9\frac{1}{3}$ (c) 4 (d) – 2

2. यदि '+' का अर्थ है '–', '–' का अर्थ है '×', '×' का अर्थ है '÷' और '÷' का अर्थ है '+', तो $15 \times 5 \div 10 + 5 - 3$ का मान होगा
(a) 24 (b) 0 (c) 9.5 (d) – 2

3. यदि '+' का अर्थ '×', '–' का अर्थ '÷', '÷' का अर्थ '+' और '×' का अर्थ '–' हो, तो $20 \div 40 - 4 \times 5 + 6$ का मान होगा
(a) 0 (b) 60 (c) 167 (d) 150

4. यदि '+' का अर्थ '÷', '×' का अर्थ '–', '÷' का अर्थ '×' और '–' का अर्थ '+' हो, तो निम्नलिखित व्यंजक का मान क्या होगा?
$25 + 5 \times 10 \div 2 - 15$
(a) 10 (b) 0 (c) 5 (d) 15

5. यदि '×' का अर्थ '÷', '–' का अर्थ '×', '÷' का अर्थ '+' और '+' का अर्थ '–' हो, तो $(3 - 15 \div 11) \times 8 + 6$ का मान होगा
(a) 1 (b) 4
(c) 0 (d) 8

6. चिह्नों के किस अदल-बदल से निम्नलिखित समीकरण सही हो जाएगी?
$30 - 6 \div 4 + 2 \times 3 = 7$
(a) + और × (b) – और +
(c) – और ÷ (d) + और –

7. निम्नलिखित प्रश्नों में आपको निम्नलिखित प्रतीकों के अनुसार दिए गए विकल्पों मे से सही उत्तर चुनना है
12 3 4 8 = 0
(a) – + + (b) ÷ + ÷
(c) – – – (d) ÷ + –

8. गणित की एक काल्पनिक संक्रिया में '–' से भाग का अभिप्राय हो, '+' का अर्थ गुणा करना हो, '÷' का अर्थ घटाना हो और '×' का अर्थ जोड़ना हो, तो नीचे दिए गए समीकरणों में से कौन-सा सही है?
(a) $6 \div 20 \times 12 + 7 - 1 = 70$
(b) $6 + 20 - 12 \div 7 \times 1 = 62$
(c) $6 - 20 \div 12 \times 7 + 1 = 57$
(d) $6 + 20 - 12 \div 7 - 1 = 38$

✓ प्रतीकात्मक संक्रियाओं पर आधारित

9. यदि T का अर्थ है '×', U का अर्थ है '–', V का अर्थ है '÷' और W का अर्थ है '+', तो निम्नलिखित व्यंजक का मान क्या होगा?
(50 V 2) W (28 T 4)
(a) 142 (b) 152 (c) 137 (d) 163

10. यदि □ = 12, Δ = 15, ⬠ = 6, ☁ = 4, ○ = 3, तो प्रतीक में उत्तर लिखिए
Δ + ○ – □ = ?
(a) ☁ (b) ⬠
(c) △ (d) ○

11. कुछ प्रतीकों को अक्षरों द्वारा नीचे दर्शाया गया है
+ – × ÷ = > <
B G E C D A F
चार विकल्पों से केवल एक अभिव्यक्ति में ही सही सम्बन्ध है। उसको पहचानिए
(a) 18F 3B 6E 8G 4E 12
(b) 18C 3G 6B 8B 4D 12
(c) 18A 3E 6B 8G 4B 12
(d) 18C 3D 6B 8C 4G 12

12. यदि A का अर्थ '×', D से अभिप्राय है '+' और G द्योतक है '–' का, तो 7A4D4A3G2 का मान ज्ञात करें
(a) 28 (b) 38 (c) 44 (d) 48

13. यदि 'a' का अर्थ है '÷', 'b' का अर्थ है '+', 'c' से अभिप्राय है '–' और 'd' द्योतित करता है '×', तो 24a6d4b9c8 = ?
(a) 2 (b) 17 (c) 34 (d) 19

14. यदि L = +, M = –, N = ×, P = ÷, तो 5 N 5 P 5 L 5 M 5 = ?
(a) 0 (b) 5 (c) 10 (d) 15

✓ ट्रिक पर आधारित

निर्देश (प्र. सं. 15-18) *किसी प्रणाली के आधार पर कुछ समीकरण हल किए गए हैं। विकल्प के रूप में दिए गए चार उत्तरों में से प्रत्येक प्रश्न के हल न किए गए समीकरण का उचित उत्तर खोजिए।*

15. $3 + 8 - 4 = 6$, $4 + 6 - 8 = 3$, $2 + 8 - 8 = 2$, $5 + 8 - 4 = ?$
(a) 8 (b) 9
(c) 10 (d) 11

16. $8 \times 8 = 72$, $6 \times 6 = 42$, $7 \times 7 = 56$ $5 \times 5 = ?$
(a) 25 (b) 20
(c) 30 (d) 10

17. $4 \times 6 \times 2 = 351$, $3 \times 9 \times 8 = 287$, $9 \times 5 \times 6 = ?$
(a) 270 (b) 845 (c) 596 (d) 659

18. $7 \times 6 \times 9 = 976$, $5 \times 9 \times 4 = 459$, $6 \times 3 \times 8 = ?$
(a) 638 (b) 368 (c) 144 (d) 863

✓ विगत् वर्षों के प्रश्न

19. यदि $2 = 0$, $3 = 3$, $4 = 6$, $5 = 9$ हो, तो $7 = ?$ **[SSC कांस्टेबल, 2015]**
(a) 16 (b) 12 (c) 18 (d) 15

20. यदि ÷, × के लिए है ×, – के लिए है –, + के लिए है और +, ÷ के लिए है, तो $48 + 6 - 12 \div 2 + 10 = ?$
(बोडमास के नियम के तहत नहीं बल्कि क्रम के अनुसार हल कीजिए) **[SSC कांस्टेबल, 2015]**
(a) 14 (b) 16 (c) 9 (d) 4

21. निम्नलिखित समीकरण का सही उत्तर ज्ञात कीजिए।
$5 \times 6 \times 3 = 356$, $1 \times 0 \times 5 = 510$, $5 \times 6 \times 7 = ?$ **[SSC कांस्टेबल, 2013]**
(a) 567 (b) 657 (c) 210 (d) 756

निर्देश (प्र. सं. 22 और 23) *निम्न प्रश्नों में कुछ समीकरण किसी विशेष प्रणाली के आधार पर हल किए गए हैं। इसी आधार पर हल न किए गए समीकरण का सही उत्तर ज्ञात कीजिए।* **[SSC कांस्टेबल, 2012]**

22. $5 \times 6 \times 9 = 659$, $4 \times 7 \times 3 = 743$, $9 \times 2 \times 8 = ?$
(a) 928 (b) 298 (c) 982 (d) 829

23. $7 \times 4 \times 8 = 4498$, $3 \times 6 \times 5 = 695$, तो $5 \times 9 \times 4 = ?$
(a) 9254 (b) 9144
(c) 954 (d) 949

24. यदि 'P' का अर्थ है '–', 'Q' का अर्थ है '×', 'R' का अर्थ है '÷' और 'S' का अर्थ है '+' तो दिए गए समीकरण का मान क्या होगा?
14 Q 3 P 12 S 4 R 2 = ?
[SSC कांस्टेबल, 2011]
(a) 17 (b) 32 (c) 28 (d) 6

उत्तरमाला

1 (b)	2 (d)	3 (a)	4 (b)	5 (a)
6 (c)	7 (d)	8 (a)	9 (c)	10 (b)
11 (b)	12 (b)	13 (b)	14 (b)	15 (c)
16 (c)	17 (b)	18 (d)	19 (d)	20 (d)
21 (d)	22 (b)	23 (a)	24 (b)	

संकेत एवं हल

1. (b) $12 + 6 + 3 - 2 \times 8$

$= 12 \div 6 \div 3 \times 2 + 8$

$= 12 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times 2 + 8$

$= \frac{4}{3} + 8 = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$

2. (d) $15 \times 5 \div 10 + 5 - 3$

$= 15 \div 5 + 10 - 5 \times 3$

प्रश्नानुसार, गणितीय चिह्न बदलने पर,

$= 3 + 10 - 15$

$\therefore \quad ? = 13 - 15 = -2$

3. (a) $20 \div 40 - 4 \times 5 + 6$

$= 20 + 40 \div 4 - 5 \times 6$

$= 20 + 10 - 30 = 0$

4. (b) $25 + 5 \times 10 \div 2 - 15$

$= 25 \div 5 - 10 \times 2 + 15$

$= 5 - 20 + 15 = 0$

5. (a) $(3 - 15 \div 11) \times 8 + 6$

$= (3 \times 15 + 11) \div 8 - 6$

$= 56 \div 8 - 6 = 7 - 6 = 1$

6. (c) विकल्प (c) से,

$30 \div 6 - 4 + 2 \times 3 = 7$

$\Rightarrow \quad 5 - 4 + 6 = 7$

$\Rightarrow \quad 7 = 7$

7. (d) विकल्प (d) से,

12 3 4 8 = 0

$\Rightarrow \quad 12 \div 3 + 4 - 8 = 0$

$\Rightarrow \quad 4 + 4 - 8 = 0$

8. (a) विकल्प (a) से,

$\Rightarrow \quad 6 \div 20 \times 12 + 7 - 1 = 70$

प्रश्नानुसार, गणितीय चिह्नों को परिवर्तित करने पर,

$6 - 20 + 12 \times 7 \div 1 = 70$

$\Rightarrow \quad 6 - 20 + 12 \times 7 = 70$

$\Rightarrow \quad 6 - 20 + 84 = 70$

$\Rightarrow \quad 90 - 20 = 70$

$\Rightarrow \quad 70 = 70$

9. (c) प्रश्नानुसार,

$T \Rightarrow \times$	$U \Rightarrow -$
$V \Rightarrow \div$	$W \Rightarrow +$

$(50\ V\ 2)\ W\ (28\ T\ 4)$

$= (50 \div 2) + (28 \times 4)$

$= 25 + 112 = 137$

10. (b) $\Delta + \bigcirc - \square \Rightarrow 15 + 3 - 12$

$= 18 - 12 = 6 = \pentagon$

11. (b) विकल्प (b) में प्रश्नानुसार चिह्नों को रखने पर,

$18 \div 3 - 6 + 8 + 4 = 12$

$\Rightarrow \quad 6 - 6 + 8 + 4 = 12$

$\Rightarrow \quad 12 = 12$

12. (b) 7 A 4 D 4 A 3 G 2 = ?

प्रश्नानुसार, अक्षरों को गणितीय चिह्नों में बदलने पर,

$7 \times 4 + 4 \times 3 - 2 = ?$

$\therefore \quad ? = 28 + 12 - 2 = 40 - 2 = 38$

13. (b) 24 a 6 d 4 b 9 c 8 = ?

प्रश्नानुसार, अक्षरों को गणितीय चिह्नों में बदलने पर,

$24 \div 6 \times 4 + 9 - 8 = ?$

$4 \times 4 + 9 - 8 = ?$

$\therefore \quad ? = 16 + 9 - 8 = 25 - 8 = 17$

14. (b) ? = 5 N 5 P 5 L 5 M 5

प्रश्नानुसार, अक्षरों को गणितीय चिह्नों में बदलने पर,

$? = 5 \times 5 \div 5 + 5 - 5 = 5 \times 1 + 5 - 5$

$= 5 + 5 - 5 = 10 - 5 = 5$

15. (c) जिस प्रकार, 3 + 8 – 4

$\Rightarrow (3 \times 8) \div 4 = 24 \div 4 = 6;$

$4 + 6 - 8 \Rightarrow (4 \times 6) \div 8$

$= 24 \div 8 = 3$

तथा 2 + 8 – 8

$\Rightarrow (2 \times 8) \div 8 = 16 \div 8 = 2$

उसी प्रकार, 5 + 8 – 4

$\Rightarrow (5 \times 8) \div 4 = 40 \div 4 = \boxed{10}$

अतः $? = 10$

16. (c) जिस प्रकार,

$8 \times 8 = 64 \Rightarrow 64 + 8 = 72$

$6 \times 6 = 36 \Rightarrow 36 + 6 = 42$

तथा $7 \times 7 = 49 \Rightarrow 49 + 7 = 56$

उसी प्रकार, $5 \times 5 = 25 \Rightarrow 25 + 5 = \boxed{30}$

अतः $? = \boxed{30}$

17. (b) जिस प्रकार,

$4 \times 6 \times 2$ तथा $3 \times 9 \times 8$

$\downarrow -1 \quad \downarrow -1 \quad \downarrow -1 \qquad \downarrow -1 \quad \downarrow -1 \quad \downarrow -1$

$3 \quad 5 \quad 1 \qquad 2 \quad 8 \quad 7$

उसी प्रकार, $9 \times 5 \times 6$

$\downarrow -1 \quad \downarrow -1 \quad \downarrow -1$

$\boxed{8 \quad 4 \quad 5}$

अतः ? = 845

18. (d) जिस प्रकार,

$7 \times 6 \times 9$ तथा $5 \times 9 \times 4$

$9 \quad 7 \quad 6 \qquad 4 \quad 5 \quad 9$

उसी प्रकार,

$6 \times 3 \times 8$

$\boxed{8 \quad 6 \quad 3}$

अतः $? = 863$

19. (d) प्रश्नानुसार,

2 3 4 5 6 7

0 3 6 9 12 [15]

+3 +3 +3 +3 +3

20. (d) $48 + 6 - 12 \div 2 + 10$

$= 48 \div 6 + 12 \times 2 \div 10 = 8 + 12 \times 2 \div 10$

$= 20 \times 2 \div 10$

$= 40 \div 10 = 4$

21. (d) जिस प्रकार,

$5 \times 6 \times 3 = 356$

तथा

$1 \times 0 \times 5 = 510$

उसी प्रकार,

$5 \times 6 \times 7 = 756$

22. (b) जिस प्रकार,

$5 \times 6 \times 9 \longrightarrow 6 \quad 5 \quad 9$

तथा

$4 \times 7 \times 3 \longrightarrow 7 \quad 4 \quad 3$

उसी प्रकार,

$9 \times 2 \times 8 \longrightarrow \boxed{2 \quad 9 \quad 8}$

23. (a) जिस प्रकार,

$7 \times 4 \times 8 \longrightarrow 4 \quad 49 \quad 8$

$(7)^2$

तथा

$3 \times 6 \times 5 \longrightarrow 6 \quad 9 \quad 5$

$(3)^2$

उसी प्रकार,

$5 \times 9 \times 4 \longrightarrow \boxed{9 \quad 25 \quad 4}$

$(5)^2$

24. (b) दिया गया समीकरण = 14 Q 3 P 12 S 4 R 2

प्रश्नानुसार, अक्षरों को चिह्नों से परिवर्तित करने पर,

$14 \times 3 - 12 + 4 \div 2 = 42 - 12 + 2$

$= 44 - 12 = 32$