

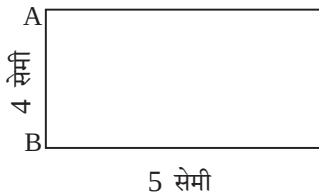
12. परिमिति और क्षेत्रफल

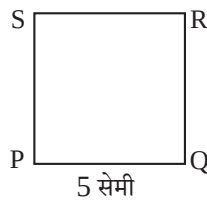


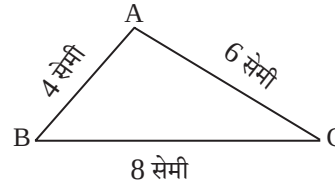
□ परिमिति : पुनरावर्तन

किसी बंद आकृति की ही परिमिति होती है। तुम जानते हो कि किसी बंद आकृति की सभी भुजाओं की लंबाइयों के योगफल (जोड़) को उस आकृति की परिमिति (परिमाप) कहते हैं।

नीचे दिए गए प्रश्नों के चौखटों में सही उत्तर लिखो।

- 

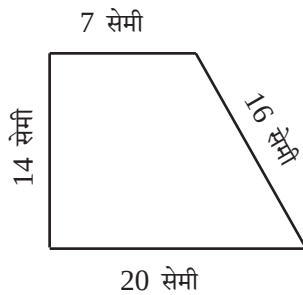
D आयत ABCD की संलग्न भुजाओं की लंबाइयाँ दी गई हैं।
आयत ABCD की परिमिति सेमी है।
C तुम्हारे ध्यान में यह तो है न कि आयत की अभिमुख भुजाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं।
- किसी आयत की संलग्न भुजाओं की लंबाइयाँ 10 सेमी तथा 7 सेमी हैं। उस आयत की परिमिति सेमी होगी।
- 

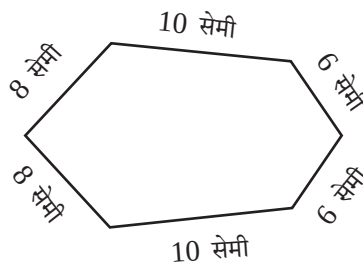
वर्ग PQRS की भुजा की लंबाई 5 सेमी है।
इस वर्ग PQRS की परिमिति सेमी है।
- 

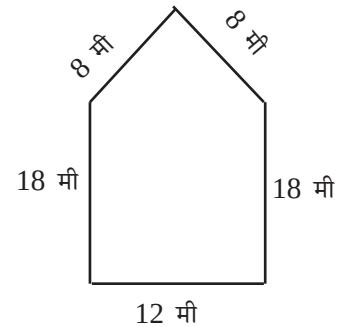
त्रिभुज ABC की भुजा AB की लंबाई 4 सेमी, भुजा BC की लंबाई 8 सेमी तथा भुजा CA की लंबाई 6 सेमी है, तो त्रिभुज ABC की परिमिति सेमी होगी।

प्रश्नसंग्रह 48

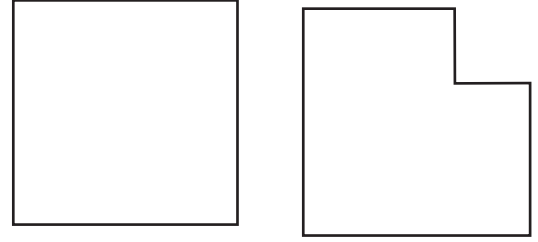
- नीचे दी गई प्रत्येक आकृति की परिमिति, आकृति के नीचेवाली चौखट में लिखो।



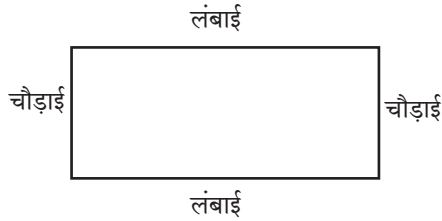




2. संलग्न वर्ग की भुजा की लंबाई 3 सेमी है। इस वर्ग के एक कोने में से 1 सेमी भुजावाला वर्ग काट लिया गया। (आकृति देखो।) बची हुई आकृति की परिमिति कितनी होगी ?



□ आयत की परिमिति का सूत्र

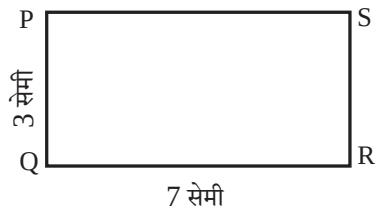


आयत की परिमिति = लंबाई + चौड़ाई + लंबाई + चौड़ाई
आयत की अभिमुख भुजाओं की लंबाइयाँ समान होती हैं।

$$\begin{aligned}\text{अतः आयत की परिमिति} &= \text{दुगुनी लंबाई} + \text{दुगुनी चौड़ाई} \\ &= 2 \times \text{लंबाई} + 2 \times \text{चौड़ाई}\end{aligned}$$

$$\text{आयत की परिमिति} = 2 \times \text{लंबाई} + 2 \times \text{चौड़ाई}$$

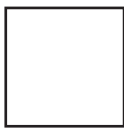
- उदा. (1) नीचे दिए गए आयत की लंबाई 7 सेमी तथा चौड़ाई 3 सेमी है। इस आयत की परिमिति ज्ञात करो।



$$\begin{aligned}\text{आयत PQRS की परिमिति} &= 2 \times \text{लंबाई} + 2 \times \text{चौड़ाई} \\ &= 2 \times 7 + 2 \times 3 \\ &= 14 + 6 \\ &= 20\end{aligned}$$

अतः इस आयत की परिमिति 20 सेमी है।

□ वर्ग की परिमिति का सूत्र



वर्ग की सभी (चारों) भुजाओं की लंबाई समान होती है।

अतः वर्ग की परिमिति = एक भुजा की लंबाई का चौगुना

$$\text{वर्ग की परिमिति} = 4 \times \text{एक भुजा की लंबाई}$$

- उदा. (1) किसी वर्ग की भुजा की लंबाई 6 सेमी है। उस वर्ग की परिमिति ज्ञात करो।

वर्ग की परिमिति उसकी भुजा की लंबाई की चौगुनी होती है।

$$\begin{aligned}\text{अतः वर्ग की परिमिति} &= 4 \times \text{एक भुजा की लंबाई} \\ &= 4 \times 6 \\ &= 24\end{aligned}$$

अतः वर्ग की परिमिति 24 सेमी है।

6 सेमी



□ शाब्दिक प्रश्न

उदा. (1) किसी आयताकार बाग की लंबाई 100 मी तथा चौड़ाई 80 मी है। उस आयत की परिमिति कितनी होगी ?

$$\begin{aligned}\text{आयत की परिमिति} &= 2 \times \text{लंबाई} + 2 \times \text{चौड़ाई} \\ &= 2 \times 100 + 2 \times 80 \\ &= 200 + 160 \\ &= 360\end{aligned}$$

अतः आयत की परिमिति 360 मीटर होगी।

उदा. (2) 30 मीटर भुजावाली किसी वर्गाकार जगह में तार की बाड़ के तीन फेरे लगाने के लिए कितने मीटर तार लगेगा ? ₹ 70 प्रति मीटर की दर से बाड़ लगाने का खर्च कितना आएगा ?

एक फेरा बाड़ लगाने के लिए वर्गाकार जगह की परिमिति ज्ञात करनी पड़ेगी।

$$\text{वर्गाकार जगह की परिमिति} = 4 \times \text{एक भुजा की लंबाई} = 4 \times 30 = 120$$

वर्गाकार जगह की परिमिति 120 मीटर होगी। बाड़ के तीन फेरे लगाने हैं।

$$\therefore \text{कुल } 3 \times 120 = 360 \text{ मीटर लंबा तार लगेगा।}$$

अब हम तार पर किया गया खर्च ज्ञात करेंगे।

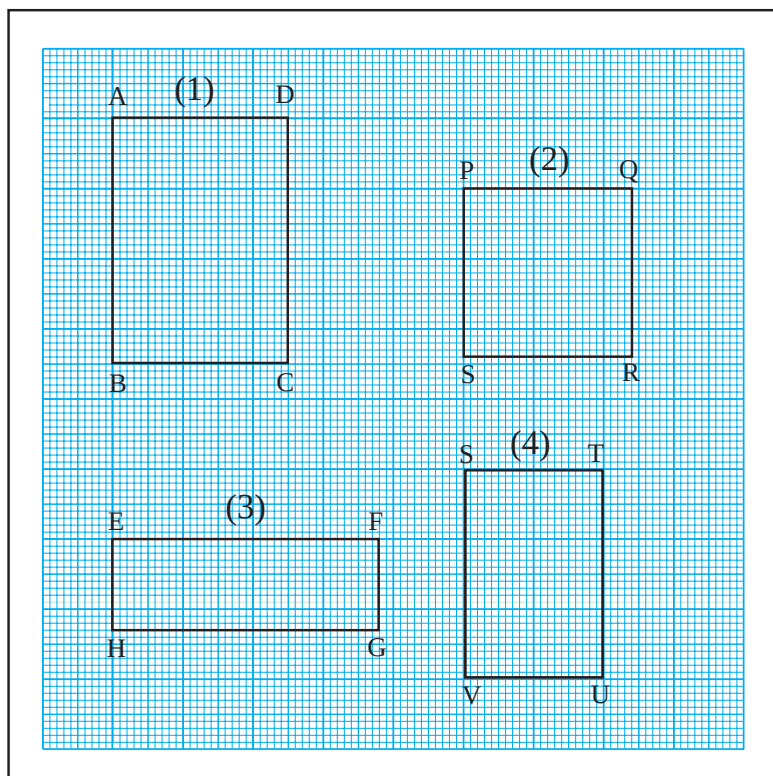
$$1 \text{ मीटर लंबे तार का मूल्य ₹ 70 है। अतः } 360 \text{ मीटर लंबे तार का मूल्य } 360 \times 70 = 25,200$$

अतः वर्गाकार जगह में बाड़ के तीन फेरे लगाने का खर्च ₹ 25,200 होगा।

प्रश्नसंग्रह 49

- 7 सेमी लंबाई तथा 4 सेमी चौड़ाईवाला आयत बनाने में कितनी लंबाईवाला तार लगेगा ?
- किसी आयत की लंबाई 20 मी तथा चौड़ाई 12 मी हो, तो उसकी परिमिति कितनी होगी ?
- किसी वर्ग की भुजा की लंबाई 9 मी हो, तो उस वर्ग की परिमिति ज्ञात करो।
- 160 मीटर लंबे तथा 90 मीटर चौड़े किसी आयताकार मैदान के चारों ओर 4 चक्कर लगाने पर कुल कितने किलोमीटर दूरी चलनी पड़ेगी ?
- राजीव किसी वर्गाकार बाग के चारों ओर प्रतिदिन 12 चक्कर लगाता है। यदि बाग की भुजा की लंबाई 120 मीटर हो, तो ज्ञात करो कि वह प्रतिदिन कितनी दूरी तय करता है, मीटर में लिखो।
- किसी आयताकार खेत की लंबाई 50 मी तथा चौड़ाई 30 मीटर है। उसके किनारों पर तार की बाड़ के तीन फेरे लगवाने हैं। यदि तार का मूल्य 60 रुपये प्रतिमीटर हो, तो बाड़ लगवाने पर कुल कितने रुपये खर्च करना पड़ेगा ?
- खेल में एक वर्गाकार मैदान के चारों ओर दौड़ना पड़ता है। मैदान की भुजा की लंबाई 20 मीटर है। मैदान के 5 चक्कर करने वाला खिलाड़ी कुल कितने मीटर की दौड़ लगाएगा ?
- 60 मीटर लंबे तथा 40 मीटर चौड़े किसी आयताकार खेत में बाड़ के 4 फेरे लगाए जाते हैं। उसके लिए कुल कितने मीटर लंबा तार लगेगा ?
- किसी त्रिभुज की भुजाओं की लंबाइयाँ क्रमशः 24.7 सेमी, 20.4 सेमी तथा 10.5 सेमी हों, तो उस त्रिभुज की परिमिति कितनी होगी ?

10. नीचे आलेख कागज पर बनी आकृतियाँ देखो । आलेख के रेखाखंडों की सहायता से उनकी भुजाओं के माप ज्ञात करो । प्रत्येक आयत की परिमिति उससे संबंधित चौखट में लिखो ।



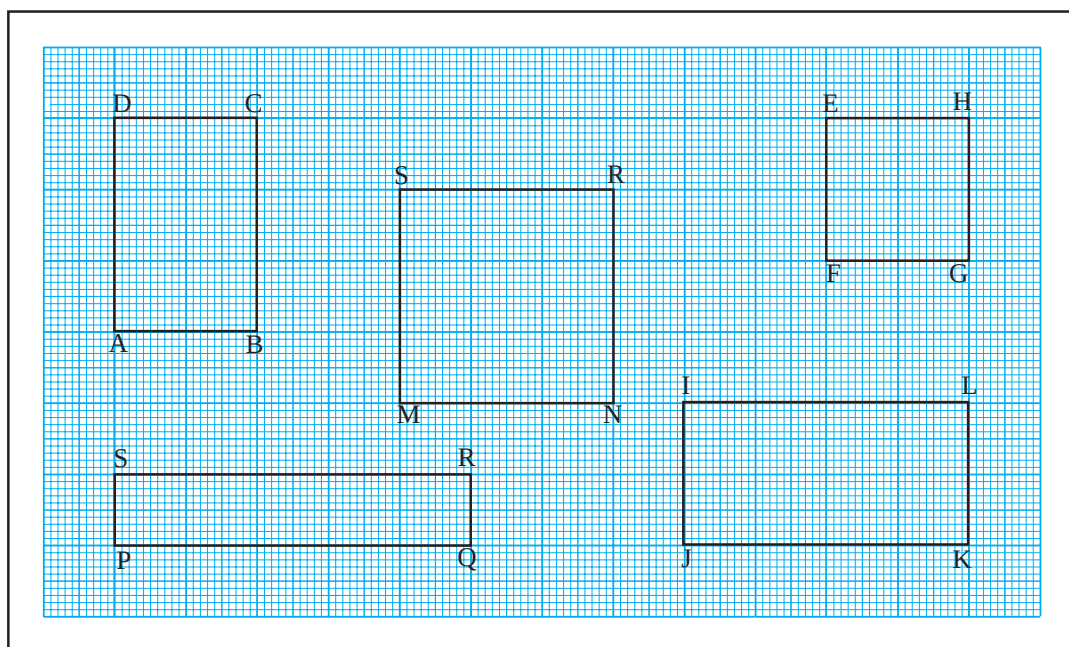
(1) आयत ABCD की परिमिति
= सेमी

(2) आयत EFGH की परिमिति
= सेमी

(3) वर्ग PQRS की परिमिति
= सेमी

(4) आयत STUV की परिमिति
= सेमी

□ क्षेत्रफल : पुनरावर्तन



ऊपर बनाई गई आकृतियों में आयत ABCD में 1 सेमी लंबी भुजावाले कुल 6 वर्ग हैं । अतः आयत ABCD का क्षेत्रफल 6 वर्ग सेमी है ।

इसी प्रकार अन्य आकृतियों के वर्गों की संख्या गिनो और प्रत्येक आकृति का क्षेत्रफल लिखो :

- (1) वर्ग MNRS का क्षेत्रफल = वर्ग सेमी (2) वर्ग EFGH का क्षेत्रफल = वर्ग सेमी
 (3) वर्ग PQRS का क्षेत्रफल = वर्ग सेमी (4) आयत IJKL का क्षेत्रफल = वर्ग सेमी

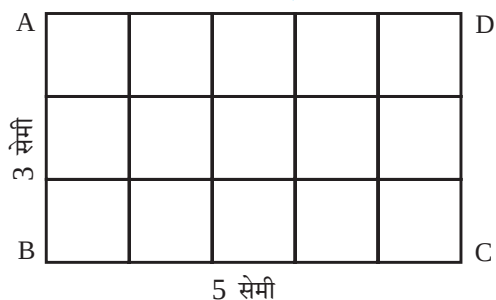
अतुल : सर, क्षेत्रफल की इकाई वर्ग सेमी में क्यों लिखी जाती है ? हम भुजा तो सेंटीमीटर में नापते हैं ।

शिक्षक : सेंटीमीटर, लंबाई की मानक इकाई (मात्रक) हैं। क्षेत्रफल नापने के लिए क्षेत्रफल की भी मानक इकाई होनी चाहिए । उसके लिए 1 सेमी भुजावाले वर्ग के क्षेत्रफल को मानक इकाई के रूप में लेते हैं । इसे संक्षेप में **वर्ग सेमी** लिखते हैं ।

खेतों, बागों, खेल के मैदानों इत्यादि बड़े क्षेत्रों के क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए 1 मीटर भुजावाले वर्ग, अर्थात् **1 वर्ग मीटर** नामक मानक इकाई (मात्रक) का उपयोग करते हैं ।

तहसील, जिले इत्यादि के क्षेत्रफल नापने के लिए 1 किलोमीटर भुजावाले वर्ग अर्थात् **1 वर्ग किमी** नामवाली मानक इकाई का उपयोग करते हैं ।

□ आयत के क्षेत्रफल का सूत्र



(1) संलग्न आकृति के आयत ABCD की प्रत्येक भुजा पर 1 सेमी की दूरी पर चिह्न बनाओ । आकृति में दिखाए अनुसार अभिमुख भुजाओं पर बने आमने-सामनेवाले चिह्नों को मिलाओ । इस प्रकार बने प्रत्येक वर्ग की भुजा 1 सेमी है । अतः प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल 1 वर्ग सेमी है ।

आयत ABCD में, प्रत्येक कतार 5 वर्ग हैं और ऐसी 3 कतारें बन रही हैं ।

इस आधार पर आयत ABCD में बने वर्गों की संख्या $3 \times 5 = 15$ है । अतः आयत ABCD का क्षेत्रफल 15 वर्ग सेमी है ।

यहाँ आयत की लंबाई 5 सेमी तथा चौड़ाई 3 सेमी है । ध्यान दो कि 5 तथा 3 का गुणनफल 15 है ।

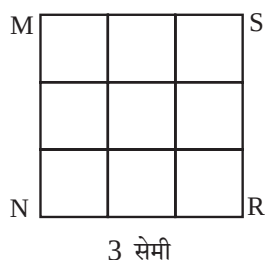
(2) संलग्न आयत की भुजाओं की लंबाई 4 सेमी तथा 2 सेमी है । ऊपर की तरह इस आयत में भी 1 वर्ग सेमी क्षेत्रफलवाले वर्ग तैयार करो । वर्गों की संख्या गिनो ।



ध्यान दो कि इसमें भी आयत की लंबाई तथा चौड़ाई के गुणनफल के बराबर वर्ग तैयार होते हैं ।

इस आधार पर, **आयत का क्षेत्रफल = लंबाई $\times$ चौड़ाई**

□ वर्ग के क्षेत्रफल का सूत्र :



(1) संलग्न वर्ग की आकृति ध्यान से देखो । वर्ग की भुजा 3 सेमी है । इस वर्ग में 1 वर्ग सेमी क्षेत्रफलवाले 9 वर्ग तैयार हुए हैं । अतः इस वर्ग का क्षेत्रफल 9 वर्ग सेमी है ।

इसमें प्रत्येक कतार में 3 की दर से 3 कतारों में $3 \times 3 = 9$ वर्ग हैं ।

वर्ग की प्रत्येक भुजा की लंबाई 3 सेमी है ।

भुजाओं की लंबाई दर्शाने वाली संख्याओं का गुणनफल $3 \times 3 = 9$ आता है ।

- (2) इसी विधि द्वारा 5 सेमी भुजावाले वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करके देखो । यह 25 वर्ग सेमी आएगा ।
ध्यान दो कि $5 \times 5 = 25$ होता है ।

इस आधार पर, **वर्ग का क्षेत्रफल = भुजा की लंबाई $\times$ भुजा की लंबाई**

दिए गए किसी आयत अथवा वर्ग का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए ऊपर की भाँति प्रत्येक बार वर्गों में विभाजित करना आवश्यक नहीं है । सूत्र का यह लाभ है कि सूत्र में मान रखकर क्षेत्रफल ज्ञात किया जा सकता है ।

□ शाब्दिक उदाहरण

उदा. (1) एक आयत की लंबाई 20 सेमी तथा चौड़ाई 15 सेमी है । उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो ।

$$\begin{aligned}\text{आयत का क्षेत्रफल} &= \text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई} \\ &= 20 \times 15 = 300\end{aligned}$$

अतः उस आयत का क्षेत्रफल 300 वर्ग सेमी है ।

उदा. (2) 4 मीटर लंबी तथा 3 मीटर चौड़ी एक दीवार पर रंग लगवाना है । यदि 1 वर्ग मीटर रंग लगवाने की मजदूरी 25 रुपये हो, तो रंग लगवाने के लिए कुल कितनी मजदूरी देनी पड़ेगी ?

सबसे पहले रंग लगाई गई दीवार का क्षेत्रफल ज्ञात करना पड़ेगा ।

$$\begin{aligned}\text{दीवार का क्षेत्रफल} &= \text{दीवार की लंबाई} \times \text{दीवार की चौड़ाई} \\ &= 4 \times 3 = 12\end{aligned}$$

अतः दीवार का क्षेत्रफल 12 वर्ग मीटर है ।

एक वर्ग मीटर के लिए मजदूरी 25 रुपये है ।

अतः 12 वर्ग मीटर दीवार पर रंग लगाने की मजदूरी

$$\begin{aligned}&= 12 \times 25 \\ &= 300\end{aligned}$$

अतः दीवार पर रंग लगवाने के लिए 300 रुपये मजदूरी देनी पड़ेगी ।

उदा. (3) 15 सेमी भुजावाले वर्ग का क्षेत्रफल कितना होगा ?

$$\begin{aligned}\text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा की लंबाई} \times \text{भुजा की लंबाई} \\ &= 15 \times 15 \\ &= 225\end{aligned}$$

अतः इस वर्ग का क्षेत्रफल 225 वर्ग सेमी होगा ।

उदा. (4) किसी वर्गाकार कमरे की लंबाई 4 मीटर है । 35 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से उस कमरे की फर्श बनवाने के लिए कितनी मजदूरी देनी पड़ेगी ?

सबसे पहले वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल ज्ञात करना पड़ेगा ।

$$\text{वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल} = \text{भुजा की लंबाई} \times \text{भुजा की लंबाई} = 4 \times 4 = 16.$$

$\therefore$ वर्गाकार कमरे का क्षेत्रफल 16 वर्ग मीटर है ।

1 वर्ग मीटर के लिए मजदूरी 35 रुपये है ।

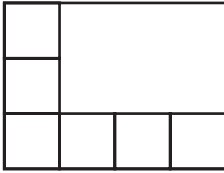
$\therefore$ 16 वर्ग मीटर के लिए मजदूरी $16 \times 35 = 560$ रुपये

अतः कुल 560 रुपये मजदूरी देनी पड़ेगी ।



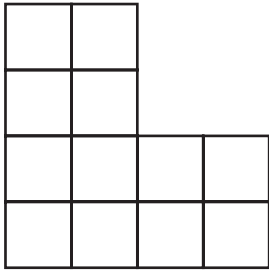
- प्रत्येक वर्ग की भुजा दी गई है। इसके आधार पर उसका क्षेत्रफल ज्ञात करो।
(1) 12 मीटर (2) 6 सेमी (3) 25 मीटर (4) 18 सेमी
- यदि एक वर्ग मीटर भूखंड का मूल्य 900 रुपये हो, तो 25 मीटर लंबे तथा 20 मीटर चौड़े आयताकार भूखंड का मूल्य ज्ञात करो।
- किसी वर्ग की भुजा 4 सेमी है। एक आयत की लंबाई 8 सेमी तथा चौड़ाई 2 सेमी है। इन दोनों आकृतियों की परिमिति तथा क्षेत्रफल ज्ञात करो।
- 80 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से 16 मीटर लंबे तथा 12 मीटर चौड़े सभागार की फर्श पर टाइलें लगवाने की कुल मजदूरी कितनी होगी ?

5.



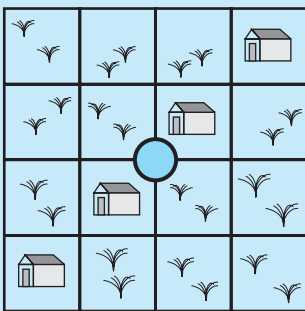
संलग्न आकृति में कुछ वर्ग दिखाए गए हैं। ज्ञात करो कि इस आकृति के खुले भाग में इन वर्गों के मापवाले और कितने वर्ग रखे जा सकते हैं।

6.



संलग्न आकृति में दिए गए वर्गों को 4 भागों में इस प्रकार विभाजित करो कि प्रत्येक भाग का क्षेत्रफल और आकार समान हो। इन भागों को अलग-अलग रंगों में रंगो।

सोचो और हल ज्ञात करो



संलग्न आकृति में यह दिखाया गया है कि किसी सरकारी वर्गाकार जगह पर चार मकान और उसके ठीक बीच में एक कुआँ है। सरकार उन घरों तथा भूखंडों को चार गरीब व्यक्तियों को नीचे दी गई शर्तों के अनुसार समान रूप में बाँटकर देना चाहती है।

- प्रत्येक व्यक्ति को केवल एक घर मिलना चाहिए।
- जमीन का क्षेत्रफल और उसका आकार भी समान होना चाहिए।
- प्रत्येक व्यक्ति किसी अन्य व्यक्ति की जगह में न जाते हुए, कुएँ का उपयोग कर सकता है।

यह बँटवारा कैसे किया जा सकेगा, इसे चार अलग-अलग रंगों में रंगकर दिखाओ।

उपक्रम

आलेख कागज का उपयोग करके अलग-अलग आयतों और वर्गों के क्षेत्रफल ज्ञात करो।

