CHAPTER **11**

लघुगणक
[LOGARITHM]

परिचय (*Introduction*)

लघुगणक (Logarithm)—किसी धनात्मक संख्या का लघुगणक जिसका आधार इकाई को छोड़कर कोई दूसरी धनात्मक संख्या हो, उस घात का घातांक है जिसे यदि आधार पर रखा जाए, तो उसका मान अभीष्ट संख्या के बराबर हो जाए।

यदि a, x, N तीन ऐसी संख्याएँ हों कि $a^x = N$ $(a > 0, a \neq 1)$ तो घातांक x आधार a पर N का लघुगणक कहलाता है और इसे इस प्रकार लिखा जाता है—

$$x = \log_a N$$

इसको $x = a$ आधार पर N का लघुगणक पढ़ा जाता है।

कुछ विशेष परिस्थितियाँ :

(i) यदि आधार शून्य को जोड़कर कोई परिमित राशि हो, तो 1 का लघुगणक सदैव शून्य के बराबर होता है।

$$\because \quad a^0 = 1, \quad \therefore \quad \log_a 1 = 0$$

(ii) किसी संख्या का लघगुणक जिसका आधार वही संख्या हो, 1 के बराबर होता है।

$$\because \quad a^1 = a, \quad \therefore \quad \log_a a = 1$$

लघुगणक के कुछ नियम :

(i) $\log_a (m \times n) = \log_a m + \log_a n$

(ii) $\log_a \frac{m}{n} = \log_a m - \log_a n$

(iii) $\log am^n = n\log_n m$

(iv) $\log_b a = \frac{1}{\log_n b}$

(v) $\log_b a = \frac{\log a}{\log b}$

(vi) $\log_{(a^k)} N = \frac{1}{k} . \log_a N$ [यदि $a > 0$]

महत्वपूर्ण प्रश्न (*Important Questions*)

1. निम्नलिखित में से क्या असत्य होगा ?

(1) $\log_{100} 1 = 0$ (2) $\log_e e = 1$

(3) $\log_a 1 = 1$ (4) $\log_{10} 10 = 1$

[BPSC, 2002]

2. $\frac{\log x}{\log a} = ?$

(1) $\log_x a$ (2) $\log_a x$

(3) xla (4) $x - a$ **[BPSC, 2002]**

3. $\log m + \log n$ किसके बराबर है ?

(1) $\log\left(\frac{m}{n}\right)$ (2) $\log (m \times n)$

(3) $\log (m^n)$ (4) $\log (n^m)$

[RRB चण्डीगढ़, 2003]

4. $\log_2 64$ का मान किसके बराबर है ?

(1) 2 (2) 4

(3) 6 (4) 8

[RRB चण्डीगढ़, 2003]

5. $\log_{12} 144 + \log_{13} 169 = ?$

(1) 4 (2) 6

(3) 8 (4) 5 **[BPSC, 2002]**

6. $\log_{10} 100 + \log_{10} 1000$ का उत्पाद है—

(1) 5 (2) 10

(2) 8 (4) 4 **[BPSC, 2002]**

7. यदि $\log_{10} 125 + \log_{10} 8 = x$, तो $x = ?$

(1) 3 (2) -3

(3) $\frac{1}{3}$ (4) इनमें से कोई नहीं

[VLW, 2002]

8. $2\log\left(\frac{11}{13}\right)+2\log\left(\frac{130}{33}\right)-\log\left(\frac{4}{9}\right)$ का मान है—

(1) 2.4431 (2) $2\log 2$

(3) $\log\frac{26}{11}$ (4) $2\log 5$

[RRB गोरखपुर, 2001]

9. $\frac{1}{2}\log_{10}25-2\log_{10}3+\log_{10}18$ का सरलतम मान है—

(1) 18 (2) 1

(2) $\log 10^3$ (4) इनमें से कोई नहीं

[सब-इन्सपेक्टर, (U.P.), 2002]

10. $[\log_{10}50+\log_{10}40+\log_{10}20+\log_{10}(2.5)]=?$

(1) 3 (4) 4

(3) 5 (4) 10

[RRB भोपाल, 2001]

11. $\log\frac{75}{16}-2\log\frac{5}{9}+\log\frac{32}{243}$ का मान होगा—

(1) 0 (2) 1

(3) $\log 2$ (4) –1

[BPSC, 2002]

12. $\log 5+\log 20+\log 24+\log 25-\log 600=?$

(1) 0 (2) 2

(3) 3 (4) 4

[BPSC, 2002]

13. $\log_{10}\left(\frac{25}{46}\right)-\log_{10}\left(\frac{65}{69}\right)+\log_{10}\left(\frac{26}{33}\right)=?$

(1) 0 (2) 1

(3) 2 (4) 3 **[BPSC, 2002]**

14. $[\log\frac{3}{5}+\log\frac{5}{36}+\log 12]$ का मान किसके समान है ?

(1) $\log 5$ (2) $\log 3$

(3) $\log 2$ (4) 0

[RRB मंगलोर, 2004]

15. $\log\frac{26}{51}+\log\frac{119}{91}$ का मान होगा—

(1) $\log 26-51$ (2) $\log 3-\log 2$

(3) $\log 2-\log 3$ (4) $2\log\left(\frac{26}{51}\right)$

(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1990]**

16. $\log_{25}125-\log_8 4$ का मान होगा ?

(1) 1 (2) 0

(3) $\frac{5}{6}$ (4) $\frac{25}{16}$ **[SSC, 2003]**

17. $\log\frac{x^2}{y^2}+\log\frac{y^2}{z^2}+\log\frac{z^2}{x^2}$ का मान होगा—

(1) 0 (2) 1

(3) –8 (4) $\log x^2y^3z^2$ **[LIC, 1999]**

18. यदि $\log_3 x=-2$, तो x का मान है—

(1) –9 (2) –6

(3) –8 (4) $\frac{1}{9}$ **[Clerk Grade, 2005]**

19. समीकरण $a^x=b^{2x-3}$ में x का मान है—

(1) $\frac{3\log b}{\log a-2\log b}$ (2) $\frac{3\log b}{2\log b-\log a}$

(3) $\frac{2\log b}{3\log b-\log a}$ (4) $\frac{3\log b}{\log a-3\log b}$

[RRB गोरखपुर, 2001]

20. यदि $\log_2(x^2-4)=5$ हो, तो x होगा—

(1) 6 (2) –1

(3) 1 तथा 2 दोनों (4) 2 **[BPSC, 2002]**

21. दिया गया है $\log_{\sqrt{2}}(x+1)=2$, तो x होगा—

(1) 0 (2) –1

(3) 0 (4) 2 **[BPSC, 2002]**

22. यदि $\log(2+3+x)=\log 2+\log 3+\log x$ हो, तो x होगा—

(1) 0 (2) 1

(3) 10 (4) इनमें से कोई नहीं

[BPSC, 2002]

23. यदि $3\log 2+2\log 3+\log 5=\log k$ हो, तो k का मान होगा—

(1) 360 (2) 420

(3) 480 (4) इनमें से कोई नहीं

[BPSC, 2002]

24. यदि $\log_4 x + \log_2 x = 6$, तो $x = ?$
(1) 2 (2) 4
(3) 8 (4) 16 **[VLW, 2002]**

25. यदि $\log_{10} x + \log_{10} 5 = 2$, तो x का मान है—
(1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{5}{2}$
(3) 10 (4) 20 **[BPSC, 2002]**

26. यदि $\log_{10}(x^2 - 6x + 45) = 2$ हो, तो x का मान है—
(1) 10,5 (2) 11, –5
(3) 6,9 (4) 9, – 5
[RRB इलाहाबाद (ASM), 2002]

27. $\log_a 2^{(x+4)} = \log_a 512$, तो x का मान होगा—
(1) 2 (2) 5
(3) 0 (4) $\frac{2}{5}$ **[MAT, 2001]**

28. $\log 3^{x-2} = \log 81$, तो x का मान होगा—
(1) 6 (2) 3
(3) 2 (4) $\frac{2}{9}$ **[SSC, 2002]**

29. यदि $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 11$, तो x का मान होगा—
(1) 7 (2) 128
(3) 25 (4) 27
(5) इनमें से कोई नहीं **[IB, 2003]**

30. यदि $\log x - 5 \log 3 = -2$, तो x का मान होगा—
(1) 0.81 (2) 1.25
(3) 2.43 (4) 3.20
[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]

31. $\log_{1296} 6$ का मान होगा—
(1) 5 और 6 के बीच (2) 4
(3) 0.25 (4) 216
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1990]**

32. $\log_2 16$ का मान होगा—
(1) 16 (2) 4
(3) 8 (4) $\frac{8}{1}$
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1990 RRB 2009]**

33. $\log_{16} 2$ का मान होगा—
(1) 0.25 (2) 0.50
(3) 0.75 (4) 1 **[BPSC, 2002]**

34. $16 \log_4 5$ का मान होगा—
(1) 5 (2) 16
(3) 25 (4) इनमें से कोई नहीं
[VLW, 2002]

35. $\log_b a \times \log_c b \times \log_a c = ?$
(1) 0 (2) 1
(3) *abc* (4) 11 *abc* **[VLW, 2002]**

36. यदि $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log(a+b)$, तो—
(a) $a = b$ (2) $a^2 + b^2 = 1$
(3) $a + b = 1$ (4) $a - b = 1$
[BPSC, 2002]

37. यदि $1 \log (a + b) = \log 9 + \log a + \log b$, तो $a^2 + b^2$ का मान होगा—
(1) 7 *ab* (2) 5 *ab*
(3) 9 *ab* (4) 11 *ab*
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1990]**

38. $\log a + \log b = \log (a + b)$, तो होगा—
(1) $b = a$ (2) $b = 2a$
(3) $b = \frac{a}{a-1}$ (4) $b = \frac{a}{1-a}$
(5) इनमें से कोई नहीं
[असिस्टेंट ग्रेड 1990 SSC 2008]

39. यदि $f(x) = \log_e x$, तो $f(e^{100})$ का मान कितना होगा ?
(1) 1 (2) 2
(3) 10 (4) 100 **[BTC 2002, SSC 2009]**

40. $\left[1 + \frac{1}{2}\log_{10} 16 - 3\log_{10} 2\right]$ का मान होगा—
(1) $\log_{10} 5$ (2) $\log_{10} 4$
(3) $\log_{10} 2$ (4) 1 **[BPSC, 2002]**

41. $\frac{\log 8 - \log 4}{\log 12 - \log 6} = ?$
(1) 0 (2) 1
(3) 3 (4) 4 **[BPSC, 2002]**

42. यदि $\log_{10} 2 = 0.3010$, तो $\log_2 10$ है—
(1) 3.3220 (2) 5
(3) 0.3322 (4) 3.2320
[RRB इलाहाबाद (ASM), 2002]

43. यदि $\log 2 = 0.30103$ और $\log 3 = 0.47712$, तो $\log 18$ का मान होगा—
(1) 1.25527 (2) 1.23172
(3) 0.77815 (4) 1 **[CBI, 2005]**

44. यदि $\log_{10} 3 - 0.4771$, तो $\log_{10} 30^4$ का मान होगा—
(1) 4.771 (2) 1.9084
(3) 5.9084 (4) 19.084
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1990]**

45. यदि $\log 8 = 0.9031$ और $\log 9 = 0.9542$, तो $\log 6$ का मान होगा—
(1) 0.7781 (2) 0.4532
(3) 1.729 (4) 2.729
[Clerk Grade, 2001]

46. यदि $\log 2 = 0.3010$ और $\log 3 = 0.4771$, तो $\log (3240)$ का मान होगा—
(1) 0.6020 (2) 2.9084
(3) 3.5104 (4) 4.5321
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 2001]**

47. यदि $\log 8 = 0\ 0.9031$ और $\log 9 = 0.9542$, तो $2 \log 6$ का मान होगा—
(1) 0.3010 (2) 0.4771
(3) 0.7781 (4) 1
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]**

48. यदि $\log 27 = 1.431$ है, तो $\log 9$ बराबर है—
(1) 0.934 (2) 0.945
(3) 0.954 (4) 0.958
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1993 MBA 2008]**

49. $\log 8 + \log \frac{1}{8}$ बराबर होगा—
(1) $6 \log 2$ (2) $\log 2$
(3) 0 (4) 1
(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड 1991, RRb 2006]**

50. यदि $\log_8 m + \log_8 \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ हो, तो m का मान है—
(1) 24 (2) 18
(3) 12 (4) 4 **[NDA, 2003]**

51. यदि $a^x = b^y = c^z$ हो तो $\log_b a = \log_c b$ हो, तो निम्नलिखित में से कौन-सा एक सही है ?
(1) $y^2 = xz$ (2) $x^2 = yz$
(3) $z^2 = xy$ (4) $y = xz$ **[NDA, 2003]**

52. $\log_5 \left(\frac{\sqrt[4]{125} \times \sqrt[3]{3125}}{\sqrt[3]{625} \times \sqrt[4]{5}} \right)$ का हल है—
(1) $\frac{6}{5}$ (2) $\frac{5}{6}$
(3) $\log_5 2$ (4) $\log_5 \sqrt{2}$
[RRB इलाहाबाद, 2003]

53. यदि $\log_{10} 7 = a$ हो, तो $\log_{10} \left(\frac{1}{70} \right)$ का मान है—
(1) $\frac{a}{10}$ (2) $\frac{1}{10a}$
(3) $(1 + a)^{-1}$ (4) $-(1 + a)$
[CDS, 2003]

54. यदि $\log 2 = 7$, तो $\log 80$ का मान ज्ञात करें—
(1) 18 (2) 16
(3) 22 (4) 14
[RRB अहमदाबाद, 2004]

55. यदि a, b, c तीनों क्रमिक (लगातार) पूर्णांक है, तब $\log (1 + ac)$ बराबर है—
(1) $\log (2b)$ (2) $\log \left(\frac{b}{2} \right)$
(3) $2 \log b$ (4) $\frac{1}{2} \log b$
[RRB महेन्द्रघाट, 2004]

56. $\frac{\log \sqrt{7}}{\log 7}$ का मान है—
(1) 1 (2) $\frac{1}{2}$
(3) 2 (4) $\frac{1}{\sqrt{7}}$
(5) इनमें से कोई नहीं **[क्लर्क ग्रेड 1990, SSC 2009]**

57. यदि $\log_2 a = 4$, तो a का मान होगा—
(1) 12 (2) 81
(3) 64 (4) 32
(5) इनमें से कोई नहीं

58. यदि $\log_5 [\log_2 (\log_3 x)] = 0$ तो x का मान होगा—
(1) 9 (2) 15
(3) 1 (4) 2
(5) इनमें से कोई नहीं **[SSC, 2006]**

59. $\log_a \sqrt{3} = \frac{1}{6}$, तो a का मान होगा—

(1) $\sqrt{81}$ (2) 9 (3) 27 (4) 3

60. यदि $\log_{10} 2 = a$ और $\log_{10} 3 = b$, तो $\log 5^{12}$ बराबर होगा—

(1) $\frac{a+b}{1+a}$ (2) $\frac{2a+b}{1+a}$

(3) $\frac{a+2b}{1+a}$ (4) $\frac{2a+b}{1-a}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]**

61. $\log_5\left(\frac{(125)(625)}{25}\right)$ का मान होगा—

(1) 5 (2) 6

(3) 725 (4) 3135

(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]**

62. $\log_4 8 \times \log_8 4$ का मान होगा—

(1) 1 (2) 2

(3) 0 (4) 4

(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]**

63. यदि $\log m = b \log 10 - \log n$, तो m बराबर होगा—

(1) bn (2) $10n - 10^b n$

(3) $b - 10^n$ (4) $\frac{10^b}{n}$

(5) इनमें से कोई नहीं **[असिस्टेंट ग्रेड, 1991]**

संक्षिप्त उत्तर (Short Answer)

1. (3)	2. (2)	3. (2)	4. (3)	5. (1)
6. (1)	7. (1)	8. (4)	9. (2)	10. (3)
11. (3)	12. (2)	13. (1)	14. (4)	15. (3)
16. (3)	17. (1)	18. (4)	19. (2)	20. (3)
21. (3)	22. (2)	23. (1)	24. (4)	25. (4)
26. (2)	27. (2)	28. (1)	29. (5)	30. (3)
31. (3)	32. (2)	33. (1)	34. (3)	35. (2)
36. (3)	37. (1)	38. (3)	39. (4)	40. (1)
41. (2)	42. (1)	43. (1)	44. (3)	45. (1)
46. (3)	47. (5)	48. (3)	49. (3)	50. (1)
51. (1)	52. (2)	53. (4)	54. (3)	55. (3)
56. (2)	57. (2)	58. (1)	59. (3)	60. (4)
61. (1)	62. (1)	63. (4)		

उत्तर व्याख्यासहित (Answer with Explanation)

1. (3) $\because \log_a 1 = 0$

$\therefore \log_a 1 = 1$ असत्य है।

2. (2) $\frac{\log x}{\log a} = \log_a x$

3. (2) माना $\log_e m = a$ और $\log_e n = b$

$\therefore m = e^a$ और $n = e^b$

$\because (m \times n) = e^a \times e^b = e^{a+b}$

$\therefore a + b = \log_e (m \times n)$

या, $\log_e m + \log_e n = \log_e (m \times n)$

4. (3) $\log_2 64 = \log_2 (2)^6 = 6 \times 1 = 6$

$[\because \log_a a = 1]$

5. (1) $\log_{12} 144 + \log_{13} 169$

$= \log_{12} 12^2 + \log_{13} 13^2 = 2 + 2 = 4$

6. (1) $\log_{10} 100 + \log_{10} 1000$

$= \log_{10} 10^2 + \log_{10} 10^3 = 2 + 3 = 5$

7. (1) $x = \log_{10} 125 + \log_{10} 8$

$= \log_{10} (125 \times 8)$

$= \log_{10} 1000 = \log_{10} 10^2 = 3$

8. (4) $2\log\left(\frac{11}{13}\right) + 2\log\left(\frac{130}{33}\right) - \log\left(\frac{4}{9}\right)$

$= \log\left(\frac{11\times11}{13\times13} \times \frac{130\times130}{33\times33} \times \frac{9}{4}\right)$

$= \log 25 = \log 5^2 = 2 \log 5$

9. (2) $\frac{1}{2}\log_{10} 25 - 2\log_{10} 3 + \log_{10} 18$

$= \log_{10} (25)^{\frac{1}{2}} - \log_{10} 3^2 + \log_{10}{}^{18}$

$= \log_{10}{}^{5} - \log_{10}{}^{9} + \log_{10}{}^{18}$

$= \log_{10}\left(\frac{5}{9} \times 18\right) = \log_{10}{}^{10} = 1$

10. (3) $\log_{10}{}^{50} + \log_{10}{}^{40} + \log_{10}{}^{20} + \log_{10}(2.5)$

$= \log_{10} (50 \times 40 \times 20 \times 2.5)$

$= \log_{10} 100000 = \log_{10} 10^5 = 5 \times 1 = 5$

11. (3) $\log\frac{75}{16}-2\log\frac{5}{9}+\log\frac{32}{243}$

$=\log\frac{75}{16}-\log\left(\frac{5}{9}\right)^2+\log\frac{32}{243}$

$=\log\frac{75\times81\times32}{16\times25\times243}=\log 2$

12. (2) $\log 5+\log 20+\log 24+\log 25-\log 600$

$=\log_{10}\left(\frac{5\times20\times24\times25}{600}\right)$

$=\log_{10}100=\log_{10}10^2=2$

13. (1) $\log_{10}\left(\frac{55}{46}\right)-\log_{10}\left(\frac{65}{69}\right)+\log_{10}\left(\frac{26}{33}\right)$

$=\log_{10}\frac{55\times69\times26}{46\times65\times33}=\log_{10}1=0$

14. (4) $[\log\frac{3}{5}+\log\frac{5}{36}+\log 12]$

$=\log\left[\frac{3}{5}\times\frac{5}{36}\times12\right]=\log 1=0$

15. (3) $\log\frac{26}{51}+\log\frac{119}{91}$

$=\log 26-\log 51+\log 119-\log 91$

$=\log(13\times2)-\log(3\times17)+$

$\log(17\times7)-\log(7\times13)$

$=\log 13+\log 2-\log 3-\log 17+$

$\log 17+\log 7-\log 7-\log 13$

$=\log 2-\log 3$

दूसरी विधि :

$\log\frac{26}{51}+\log\frac{119}{91}$

$=\log\left[\frac{26}{51}\times\frac{119}{61}\right]$

$=\log\left[\frac{2}{3}\right]=\log 2-\log 3$

16. (3) $\log_{25}125-\log_8 4$

$=\frac{\log 125}{\log 25}-\frac{\log 4}{\log 8}=\frac{\log 5^3}{\log 5^2}-\frac{\log 2^2}{\log 2^3}$

$=\frac{3}{2}-\frac{2}{3}=\frac{9-4}{6}=\frac{5}{6}$

17. (1) $\log\frac{x^2}{y^2}+\log\frac{y^2}{z^2}+\log\frac{z^2}{x^2}$

$=\log\left(\frac{x^2.y^2.z^2}{y^2.z^2.x^2}\right)=\log 1=0$

18. (4) $\because\ \log_3 x=-2$

$\therefore\ 3^{-2}=x$

या $x=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$

19. (2) $\because\ a^x=b^{2x-3}$

या, $x\log a=(2x-3)\log b$

$=2x\log b-3\log b$

या, $2x\log b-x\log a=3\log b$

या, $x(2\log b-\log a)=3\log b$

$\therefore\ x=\frac{3\log b}{2\log b-\log a}$

20. (3) $\because\ \log_2(x^2-4)=5$

या, $(x^2-4)=2^5$

या, $x^2=36\qquad\therefore\quad x=\pm6$

21. (3) $\because\ \log_{\sqrt{2}}(x+1)=2$

या, $x+1=(\sqrt{2})^2=2$

या, $x=2-1=1$

22. (2) $\log(2+3+x)=\log 2+\log 3+\log x$

या, $\log(5+x)=\log(2\times3\times x)$

या, $5x=5\qquad$ या, $x=1$

23. (1) $\because\ \log 2^3.3^2.5=\log k$

या, $k=8\times9\times5=360$

24. (4) $\log_4 x+\log_2 x=6$

या, $\frac{\log_2 x}{\log_2 4}+\log_2 x=6$

या, $\frac{3\log_2 x}{2}=6$

या, $\log_2 x=\frac{6\times2}{3}=4$

या, $x=2^4=16$

दूसरी विधि :

$\log_4 x + \log_2 x = 6$

या, $\log_2 2x + \log_2 x = 6$

या, $\frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x = 6$

या, $\frac{3}{2}\log_2 x = 6$

या, $\log_2 x = 4 \quad \therefore \quad x = 2^4 = 16$

तीसरी विधि :

माना कि $\log_4 x = y$ या, $4^7 = x$

तथा $\log_2 x = 6 - y$ या, $2^{6-y} = x$

$\therefore \quad 4^7 = 2^{6-7}$ या, $y = 2$

फिर $\log_4 x = y$ में y का मान रखने पर,

$\log_4 x = 2$ या, $x = 4^2 = 16$

25. (4) $\log_{10} x + \log_{10} 5 = 2$

या, $\log_{10} 5x = \log_{10} 10^2$

या, $5x = 10^2 = 100$

$\therefore \quad x = 20$

26. (2) $\log_{10}(x^2 - 6x + 45) = 2$

या, $(x^2 - 6x + 45) = 10^2 = 100$

या, $x^2 - 6x - 55 = 0$

या, $(x - 11)(x + 5) = 0$

या, $x = 11$ या -5

27. (2) $\log_a 2^{(x+4)} = \log_a 512 = \log_a 2^9$

या, $(x + 4)\log_a 2 = 9 \log_a 2$

या, $(x + 4) = 9$

$\therefore \quad x = 9 - 4 = 5$

28. (1) $\log 3^{x-2} = \log 81 = \log 3^4$

या, $x - 2 = 4$

$\therefore x = 6$

29. (5) $\log_8 x + \log_4 x + \log_2 x = 11$

या, $\log_{2^3} x + \log_{2^2} x + \log_2 x = 11$

या, $\frac{1}{3}\log_2 x + \frac{1}{2}\log_2 x + \log_2 x = 11$

या, $\frac{11}{6}\log_2 x = 11$

या, $\log_2 x = 6 \quad \therefore x = 2^6 = 64$

30. (3) $\log x = 5 \log 3 - 2 \log 10$

$= \log 3^5 - \log 10^2$

$= \log 243 - \log 100 = \log \frac{234}{100}$

$\therefore x = 2.43$

31. (3) $\log_{1296} 6 = \frac{\log_{10} 6}{\log_{10} 1296} = \frac{\log_{10} 6}{\log_{10} 6^2}$

$= \frac{\log_{10} 6}{4 \log_{10} 6} = \frac{1}{4} = 0.25$

दूसरी विधि :

$\log_{1296} 6 = \log_{6^4} 6 = \frac{1}{4}\log_6 6 = \frac{1}{4}\log = 0.25$

32. (2) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4\log_2 2 = 4$

33. (1) $\because \log_{16} 2$

$= \frac{1}{\log_2 16} = \frac{1}{\log_2 2^4} = \frac{1}{4} = 0.25$

दूसरी विधि :

$\log_{16} 2 = \log_{2^4} 2 = \frac{1}{4}\log_2 2 = \frac{1}{4} = 0.25$

34. (3) माना $16 \log_4 5 = k$

दोनों पक्षों का log लेने पर,

$\log_4 k = \log_4 5 . \log_4 16 = 2 \log_4 5$

$= \log_4 5^2 = \log_4 25$

$\therefore k = 25$

[$\because \log_4 16 = \log_4 4^2 = 2 \log_4 4 = 2 \times 1 = 2$]

35. (2) $\log_b a \times \log_c b \times \log_a c$

$= \frac{\log_{10} a}{\log_{10} b} \times \frac{\log_{10} b}{\log_{10} c} \times \frac{\log_{10} c}{\log_{10} a} = 1$

36. (3) $\log \frac{a}{b} + \log \frac{b}{a} = \log(a + b)$

या, $\log\left(\frac{a}{b} \times \frac{b}{a}\right) = \log(a + b)$

या, $a + b = 1$

37. (1) $2 \log (a + b) = \log 9 + \log a + \log b$

$\log (a + b)^2 = \log 9ab$

$\therefore (a + b)^2 = 9ab$

या, $a^2 + b^2\ 2ab = 9ab$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 7ab$

38. (3) $\log a + \log b = \log (a + b)$

या, $\log ab = \log a + b$

या, $ab = a + b$

या, $ab - b = a$

$\therefore\quad b = \dfrac{a}{a-1}$

39. (4) $f(x) = \log_e x$

$\therefore\ f(e^{100}) = \log_e e^{100} = 100$

40. (1) $[1 + \dfrac{1}{2}\log_{10} 16 - 3\log_{10} 2]$

$= [1 + \log_{10}(16)^{\frac{1}{2}} - \log_{10}(2)^3]$

$= [\log_{10} 10 + \log_{10} 4 - \log_{10} 8]$

$= \log_{10}\left(\dfrac{10\times 4}{8}\right) = \log_{10} 5$

41. (2) $\dfrac{\log 8 - \log 4}{\log 12 - \log 6} = \dfrac{\log 8/4}{\log 12/6} = \dfrac{\log 2}{\log 2} = 1$

42. (1) $\log_{10} 2 = 0.3010$

या, $2 = 10^{0.3010}$

या, $\log_2 2 = \log_2 10^{0.3010}$

या, $1 = 0.3010 \times \log_2 10$

$\therefore\ \log_2 10 = \dfrac{1}{0.3010} = \dfrac{1000}{301} = 3.32225$

दूसरी विधि :

$\log_2 10 = \dfrac{1}{\log_{10} 2} = \dfrac{1}{0.3010} = 3.32225$

43. (1) $\log 18 = \log (2 \times 9)$

$= \log (2 \times 3^2)$

$= \log 2 + \log 3^2$

$= 0.30103 + 2 \times 0.47712$

$= 0.30103 + 0.95424$

$= 1.25527$

44. (3) $\log_{10} 30^4 = 4 \log_{10} 30 = 4 \log_{10} (3 \times 10)$

$= 4[\log_{10} 3 + \log_{10} 10]$

$= 4[0.4771 + 1] = 4 \times 1.4771 = 5.9084$

45. (1) $\log 8 = \log (2)^3 = 3 \log 2$

$\therefore\ 3 \log 2 = 0.9031$

$\therefore\ \log 2 = \dfrac{0.9031}{3} = 0.3010$

पुनः $\log 9 = \log (3)^2 = 2 \log 3$

$\therefore\ 2 \log 3 = 0.9542$

या, $\log 3 = 0.4771$

फिर, $\log 6 = \log (2 \times 3)$

$= \log 2 + \log 3$

$= 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$

46. (3) $\log 3240 = 1 + \log 324$

$= 1 + 2 \log 18$

$= 1 + 2 \log (2 \times 3 \times 3)$

$= 1 + 2 [\log 2 + 2 \log 3]$

$= 1 + 2 \log 2 + 4 \log 3$

$= 1 + 0.6020 + 1.9084$

$= 3.5104$

47. (5) $\log 2^3 = 0.9031$ या, $3 \log 2 = 0.9031$

$\therefore\ \log 2 = 0.3010$

तथा $\log 3^2 = 0.9542$ या, $2 \log 3 = 0.9542$

$\therefore\ \log 3 = 0.4771$

अब, $\log 6 = \log (2 \times 3)$

$= \log 2 + \log 3$

$= 0.3010 + 0.4771 = 0.7781$

$\therefore\ 2 \log 6 = 2 \times 0.7781 = 1.5562$

48. (3) $\because\ \log 27 = 1.431$

या, $\log 3^3 = 1.431$

या, $3 \log 3 = 1.431$

या, $\log 3 = \dfrac{1.431}{3}$

या, $2 \log 3 = \dfrac{1.431}{3} \times 2$

$\therefore\ \log 9 = 0.954$

49. (3) $\log 8 + \log \dfrac{1}{8}$

$= \log 8 + \log 1 - \log 8 = 0$

50. (1) $\log_8 m + \log\frac{1}{6} = \frac{2}{3}$

या, $\log_8\left(\frac{m}{6}\right) = \frac{2}{3}$

या, $\frac{m}{6} = (8)^{\frac{2}{3}} = 4$

$\therefore\ m = 24$

51. (1) $a^x = b^y = c^z$

या, $x \log a = y \log b = z \log c$

$\therefore\ \frac{\log a}{\log b} = \frac{y}{x}$ और $\frac{\log b}{\log c} = \frac{z}{y}$

या, $\log_b a = \frac{y}{x}$ और $\log_x b = \frac{z}{y}$

प्रश्नानुसार,

$\log_b a = \log_c b$

या, $\frac{y}{x} = \frac{z}{y}$ या, $y^2 = xz$

52. (2) $\log_5\left[\frac{\sqrt[4]{125}\times\sqrt[3]{3125}}{\sqrt[3]{625}\times\sqrt[4]{5}}\right]$

$= \log_5\left[\frac{(5^3)^{1/4}\times(5^5)^{1/5}}{(5^4)^{1/3}\times(5)^{1/4}}\right]$

$= \log_5\left[\frac{5^{3/4+5/3}}{5^{4/3+1/4}}\right]$

$= \log_5(5)^{\frac{29-19}{12}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

53. (4) $\because\ \log_{10} 7 = a$

$\therefore\ \log_{10}\left(\frac{1}{70}\right) = \log_{10} 1 - \log_{10}(7\times10)$

$= 0 - \log_{10} 7 - \log_{10} 10$

$= 0 - a - 1 = -(1 + a)$

54. (3) $\because\ \log 2 = 7$

$\therefore\ \log 80 = \log 2^2 \times 10$

$= 3 \log 2 + \log 10$

$= 3 \times 7 + 1 = 22$

55. (3) $a = a,\ b = a + 1$ तथा $c = a + 2$

$\therefore\ \log(1 + ac) = \log[1 + a(a + 2)]$

$= \log[a^2 + 2a + 1]$

$= \log[a + 1]^2 = 2 \log(a + 1) = 2 \log b$

56. (2) $\frac{\log\sqrt{7}}{\log 7} = \frac{\frac{1}{2}\log 7}{\log 7} = \frac{1}{2}$

57. (2) $\log_3 a = 4$

या, $3^4 = a\ \ \therefore\ a = 81$

58. (1) $\log_5[\log_2(\log_3 x)] = 0$

या, $\log_2(\log_3 x) = 5^0 = 1$

या, $(\log_3 x) = 2^1 = 2$

$\therefore\ \ x = 3^2 = 9$

59. (3) $\log_a\sqrt{3} = \frac{1}{6}$

या, $a^{1/6} = \sqrt{3}$

$\therefore\ a = \left(\sqrt{3}\right)^6 = 3^3 = 27$

60. (4) $\log_5 12 = \frac{\log 12}{\log 5} = \frac{\log 12}{\log\frac{10}{2}}$

$= \frac{\log 12}{\log 10 - \log 2} = \frac{\log(2\times2\times3)}{1 - \log 2}$

$= \frac{2\log 2 + \log 3}{1 - \log 2} = \frac{2a + b}{1 - a}$

61. (1) $\log_5(125 \times 25)$

$= \log_5(5)^5 = 5 \log_5 5 = 5$

62. (1) $\log_4 8 \times \frac{1}{\log_4 8} = 1$

63. (4) $\log m = b \log 10 - \log n$

$= \log\frac{10^b}{n}$ $\therefore\ m = \frac{10^b}{n}$

□