Statistics – II

Ex. 6.1

1. **वाहतुकीची विविध साधने व ती वापरणारी विद्यार्थीसंख्या ही सामग्री पुढे दिलेली आहे:**

वाहतुकीचे साधन	सायकल	बस	पायी	रेल्वे	मोटार
विद्यार्थी संख्या	140	100	70	40	10

वरील सामग्री वृत्तालेखाचा वापर करून दर्शवा. [3 गुण]

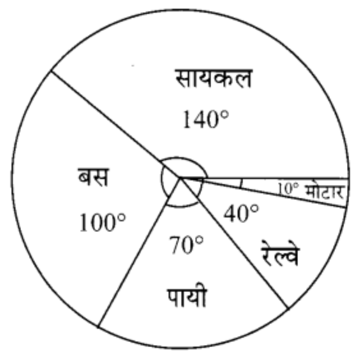
उकल :

$$\text{केंद्रीय कोनाचे माप } (\theta) = \frac{\text{घटकांची किंमत}}{\text{सर्व घटकांची एकूण किंमत}} \times 360^\circ$$

या सूत्रावरून आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

वाहतुकीचे साधन	विद्यार्थी संख्या	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
सायकल	140	$\frac{140}{360} \times 360^\circ = 140^\circ$
बस	100	$\frac{100}{360} \times 360^\circ = 100^\circ$ [मार्च 14]
पायी	70	$\frac{70}{360} \times 360^\circ = 70^\circ$
रेल्वे	40	$\frac{40}{360} \times 360^\circ = 40^\circ$
मोटार	10	$\frac{10}{360} \times 360^\circ = 10^\circ$
एकूण :	**360**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



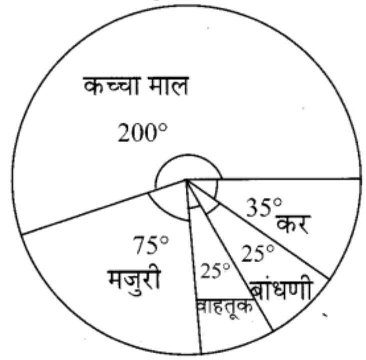
2. **एक वस्तू तयार करण्यासाठी प्रत्येक घटकावर झालेला खर्च पुढीलप्रमाणे आहे. त्यावरून वृत्तालेख काढा.** [3 गुण]

घटक	खर्च (₹)
कच्चा माल	800
मजुरी	300
वाहतूक	100
बांधणी	100
कर	140

उकल :

घटक	खर्च (₹)	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
कच्चा माल	800	$\frac{800}{1440} \times 360° = 200°$
मजुरी	300	$\frac{300}{1440} \times 360° = 75°$
वाहतूक	100	$\frac{100}{1440} \times 360° = 25°$
बांधणी	100	$\frac{100}{1440} \times 360° = 25°$
कर	140	$\frac{140}{1440} \times 360° = 35°$
एकूण :	**1440**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



3. **एका खेड्यातील, विविध पिकांखालील क्षेत्र खाली दिलेले आहे. ते वृत्तालेखाद्वारे दर्शवा.**

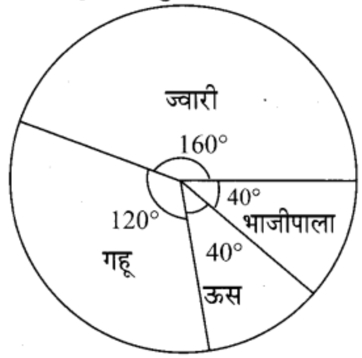
पिके	ज्वारी	गहू	ऊस	भाजीपाला
क्षेत्र (हेक्टरमध्ये)	**8000**	**6000**	**2000**	**2000**

[3 गुण]

उकल :

पिके	क्षेत्र (हेक्टर मध्ये)	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
ज्वारी	8000	$\frac{8000}{18,000} \times 360° = 160°$
गहू	6000	$\frac{6000}{18,000} \times 360° = 120°$
ऊस	2000	$\frac{2000}{18,000} \times 360° = 40°$
भाजीपाला	2000	$\frac{2000}{18,000} \times 360° = 40°$
एकूण :	**18,000**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



4. **शेतकऱ्यांकडून पिकांना पाणी देण्यासाठी दिवसाच्या विविध भागात वापरलेल्या विजेची माहिती पुढे दिली आहे.**

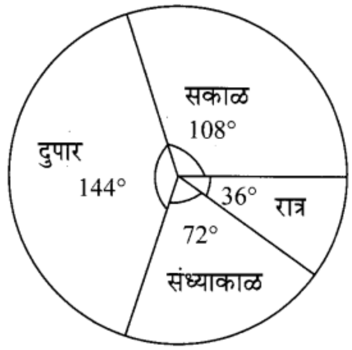
दिवसातील भाग	सकाळ	दुपार	संध्याकाळ	रात्र
वीज वापराची टक्केवारी	**30**	**40**	**20**	**10**

वरील माहिती सादर करण्यासाठी वृत्तालेख तयार करा. **[जुलै 15][3 गुण]**

उकल :

दिवसातील भाग	वीज वापराची टक्केवारी	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
सकाळ	30	$\frac{30}{100} \times 360° = 108°$
दुपार	40	$\frac{40}{100} \times 360° = 144°$
संध्याकाळ	20	$\frac{20}{100} \times 360° = 72°$
रात्र	10	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
एकूण :	**100**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



5. एका शहरातील काही रहिवाशांनी केलेल्या आर्थिक गुंतवणुकीची माहिती पुढील सारणीमध्ये दिलेली आहे:

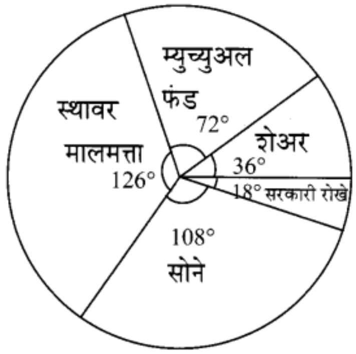
गुंतवणुकीचा प्रकार	शेअर	म्युच्युअल फंड	स्थावर मालमत्ता	सोने	सरकारी रोखे
रहिवाशांची टक्केवारी	10	20	35	30	5

या सामग्रीचा वृत्तालेख काढा. **[3 गुण]**

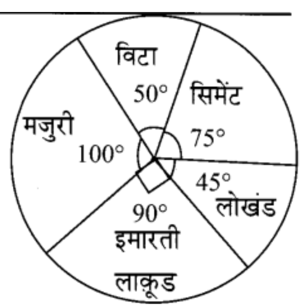
उकल :

गुंतवणुकीचा प्रकार	रहिवाशांची टक्केवारी	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
शेअर	10	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
म्युच्युअल फंड	20	$\frac{20}{100} \times 360° = 72°$
स्थावर मालमत्ता	35	$\frac{35}{100} \times 360° = 126°$
सोने	30	$\frac{30}{100} \times 360° = 108°$
सरकारी रोखे	5	$\frac{5}{100} \times 360° = 18°$
एकूण :	**100**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



6. इमारत बांधताना झालेल्या विविध बाबींवरील खर्चाचा वृत्तालेख पुढे दिलेला आहे. त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या:



a. जर बांधकामाचा एकूण खर्च 5,40,000 ₹ असेल तर प्रत्येक बाबींवरील खर्च काढा.

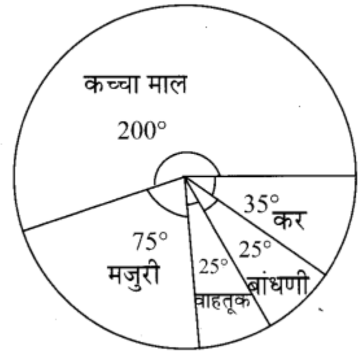
b. कोणत्या बाबींवर सर्वांत जास्त खर्च झालेला आहे?

c. कोणत्या बाबींवर सर्वांत कमी खर्च झालेला आहे? **[3 गुण]**

उकल :

घटक	खर्च (₹)	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
कच्चा माल	800	$\frac{800}{1440} \times 360° = 200°$
मजुरी	300	$\frac{300}{1440} \times 360° = 75°$
वाहतूक	100	$\frac{100}{1440} \times 360° = 25°$
बांधणी	100	$\frac{100}{1440} \times 360° = 25°$
कर	140	$\frac{140}{1440} \times 360° = 35°$
एकूण :	**1440**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



3. एका खेड्यातील, विविध पिकांखालील क्षेत्र खाली दिलेले आहे. ते वृत्तालेखाद्वारे दर्शवा.

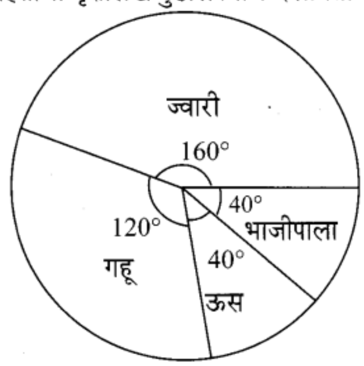
पिके	ज्वारी	गहू	ऊस	भाजीपाला
क्षेत्र (हेक्टरमध्ये)	8000	6000	2000	2000

[3 गुण]

उकल :

पिके	क्षेत्र (हेक्टर मध्ये)	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
ज्वारी	8000	$\frac{8000}{18,000} \times 360° = 160°$
गहू	6000	$\frac{6000}{18,000} \times 360° = 120°$
ऊस	2000	$\frac{2000}{18,000} \times 360° = 40°$
भाजीपाला	2000	$\frac{2000}{18,000} \times 360° = 40°$
एकूण :	**18,000**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



4. शेतकऱ्यांकडून पिकांना पाणी देण्यासाठी दिवसाच्या विविध भागात वापरलेल्या विजेची माहिती पुढे दिली आहे.

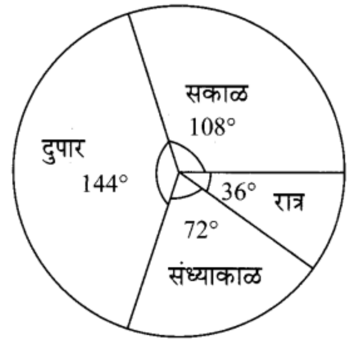
दिवसातील भाग	सकाळ	दुपार	संध्याकाळ	रात्र
वीज वापराची टक्केवारी	30	40	20	10

वरील माहिती सादर करण्यासाठी वृत्तालेख तयार करा. [जुलै 15][3 गुण]

उकल :

दिवसातील भाग	वीज वापराची टक्केवारी	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
सकाळ	30	$\frac{30}{100} \times 360° = 108°$
दुपार	40	$\frac{40}{100} \times 360° = 144°$
संध्याकाळ	20	$\frac{20}{100} \times 360° = 72°$
रात्र	10	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
एकूण :	**100**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:



5. **एका शहरातील काही रहिवाशांनी केलेल्या आर्थिक गुंतवणुकीची माहिती पुढील सारणीमध्ये दिलेली आहे:**

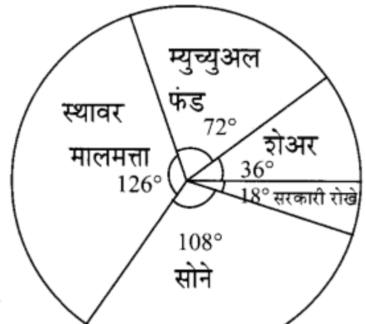
गुंतवणुकीचा प्रकार	शेअर	म्युच्युअल फंड	स्थावर मालमत्ता	सोने	सरकारी रोखे
रहिवाशांची टक्केवारी	10	20	35	30	5

या सामग्रीचा वृत्तालेख काढा. **[3 गुण]**

उकल :

गुंतवणुकीचा प्रकार	रहिवाशांची टक्केवारी	केंद्रीय कोनाचे माप (θ)
शेअर	10	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
म्युच्युअल फंड	20	$\frac{20}{100} \times 360° = 72°$
स्थावर मालमत्ता	35	$\frac{35}{100} \times 360° = 126°$
सोने	30	$\frac{30}{100} \times 360° = 108°$
सरकारी रोखे	5	$\frac{5}{100} \times 360° = 18°$
एकूण :	**100**	**360°**

या माहितीचा वृत्तालेख पुढीलप्रमाणे दर्शविता येईल:

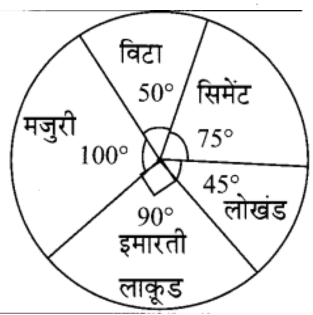


6. **इमारत बांधताना झालेल्या विविध बाबींवरील खर्चाचा वृत्तालेख पुढे दिलेला आहे. त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे द्या:**

   a. **जर बांधकामाचा एकूण खर्च 5,40,000 ₹ असेल तर प्रत्येक बाबींवरील खर्च काढा.**

   b. **कोणत्या बाबींवर सर्वांत जास्त खर्च झालेला आहे?**

   c. **कोणत्या बाबींवर सर्वांत कमी खर्च झालेला आहे?** **[3 गुण]**



उकल :

a. बांधकामाचा एकूण खर्च ₹ 5,40,000 आहे, म्हणजेच याच्या केंद्रीय कोनाचे माप = 360°

$\therefore$ सिमेंटचा खर्च $= \dfrac{\text{सिमेंटचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण खर्च} = \dfrac{75^\circ \times 540000}{360^\circ}$ = **₹ 1,12,500**

विटांवरील खर्च $= \dfrac{\text{सिमेंटचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण खर्च} = \dfrac{50^\circ \times 540000}{360^\circ}$ = **₹ 75,000**

मजुरीवरील खर्च $= \dfrac{\text{मजुरीचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण खर्च} = \dfrac{100^\circ \times 540000}{360^\circ}$ = **₹ 1,50,000**

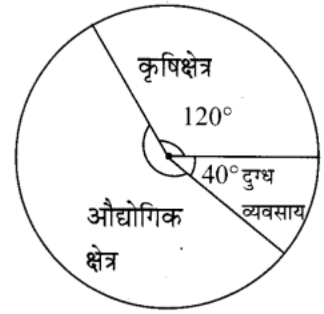
इमारती लाकडाचा खर्च $= \dfrac{\text{इमारती लाकडाचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण खर्च} = \dfrac{90^\circ \times 540000}{360^\circ}$ = **₹ 1,35,000**

लोखंडावरील खर्च $= \dfrac{\text{लोखंडाचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण खर्च} = \dfrac{45^\circ \times 540000}{360^\circ}$ = **₹ 67,500**

b. **मजुरीवर** सर्वांत जास्त (म्हणजेच ₹ 1,50,000) खर्च झालेला आहे.

c. **लोखंडावर** सर्वांत कमी (म्हणजेच ₹ 67,500) खर्च झालेला आहे.

7. एका बँकेने विविध विभागांवर कोटी रुपयांमध्ये दिलेल्या कर्जाबाबतचा वृत्तालेख पुढे दिलेला आहे. त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा:



a. जर दुग्धव्यवसायासाठी ₹ 20 कोटी मिळाले असतील तर एकूण किती कर्जाचे वाटप केले होते? [ऑक्टोबर 12]

b. कृषिक्षेत्रासाठी व औद्योगिक क्षेत्रासाठी किती रकमांचे कर्ज दिले ते काढा.

c. औद्योगिक क्षेत्रासाठी कृषिक्षेत्रापेक्षा किती जास्त रक्कम मिळाली?

[4 गुण]

उकल :

a. दुग्धव्यवसायासाठी ₹ 20 कोटी मिळाले ही गोष्ट दिलेली आहे.

परंतु, दुग्धव्यवसायासाठी मिळालेली कर्जाची रक्कम $= \dfrac{\text{दुग्धव्यवसायाचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण कर्ज}$

$\therefore \quad 20 = \dfrac{40^\circ}{360^\circ} \times \text{एकूण कर्ज}$

$\therefore \quad \text{एकूण कर्ज} = \dfrac{20 \times 360^\circ}{40^\circ}$

= ₹180 कोटी

$\therefore$ **एकूण कर्जाचे वाटप ₹ 180 कोटी केले होते.**

b. कृषिक्षेत्रासाठी मिळालेली कर्ज रक्कम = $\dfrac{\text{कृषीक्षेत्राचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ}$ × एकूण कर्ज

$= \dfrac{120^\circ \times 180}{360^\circ} =$ **₹ 60 कोटी**

∴ **कृषिक्षेत्रासाठी ₹ 60 कोटी रकमेचे कर्ज दिले.**

औद्योगिक क्षेत्राचा केंद्रीय कोन x° मानू.

आता, एकूण केंद्रीय कोन = 360°

∴ $120^\circ + 40^\circ + x^\circ = 360^\circ$

∴ $160^\circ + x^\circ = 360^\circ$

∴ $x^\circ = 360^\circ - 160^\circ$

∴ $x^\circ = 200^\circ$

∴ औद्योगिक क्षेत्रासाठीची कर्ज रक्कम = $\dfrac{\text{औद्योगिक क्षेत्राचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ}$ × एकूण कर्ज

$= \dfrac{200^\circ \times 180}{360^\circ} =$ ₹ 100 कोटी

∴ **औद्योगिक क्षेत्रासाठी ₹ 100 कोटी रुपयांचे कर्ज दिले.**

c. औद्योगिक क्षेत्रासाठी ₹ 100 कोटी मिळाले तर कृषिक्षेत्रासाठी ₹ 60 कोटी मिळाले.

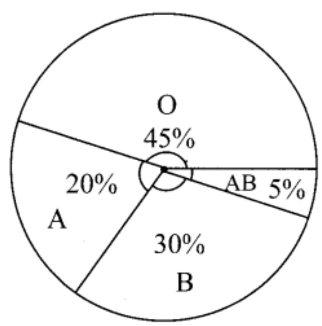
यातील फरक = 100 – 60 = ₹ 40 कोटी

∴ **औद्योगिक क्षेत्राला कृषिक्षेत्रापेक्षा ₹ 40 कोटी जास्त मिळाले.**

8. रक्तगटानुसार व्यक्तींची टक्केवारीमध्ये विभागणी पुढील वृत्तालेखात दिली आहे. त्यावरून खालील प्रश्नांची उत्तरे लिहा.

a. प्रत्येक रक्तगटासाठी केंद्रीय कोन काढा.

b. B या रक्तगटात 600 व्यक्ती असतील तर एकूण व्यक्तींची संख्या काढा. [3 गुण]



उकल :

a. 'O' रक्तगटासाठी केंद्रीय कोन $= \dfrac{\text{घटकांचीकिंमत}}{\text{सर्व घटकांचीएकूण किंमत}} \times 360^\circ$

$= \dfrac{45}{100} \times 360 =$ **162°**

'A' रक्तगटासाठी केंद्रीय कोन $= \dfrac{\text{घटकांचीकिंमत}}{\text{सर्व घटकांचीएकूण किंमत}} \times 360^\circ$ **[मार्च 13]**

$= \dfrac{20}{100} \times 360 =$ **72°**

'B' रक्तगटासाठी केंद्रीय कोन $= \dfrac{\text{घटकांचीकिंमत}}{\text{सर्व घटकांचीएकूण किंमत}} \times 360^\circ$

$= \dfrac{30}{100} \times 360 =$ **108°**

$$\text{‘AB’ रक्तगटासाठी केंद्रीय कोन} = \frac{\text{घटकांची किंमत}}{\text{सर्व घटकांची एकूण किंमत}} \times 360^\circ$$

$$= \frac{5}{100} \times 360 = \mathbf{18^\circ}$$

b. $$\text{रक्तगट B असलेल्या व्यक्तींची संख्या} = \frac{\text{रक्तगट B साठीचा केंद्रीय कोन}}{360^\circ} \times \text{एकूण व्यक्ती}$$

$\therefore$ $600 = \frac{108}{360} \times \text{एकूण व्यक्ती}$

$\therefore$ एकूण व्यक्ती $= \frac{600 \times 360}{108} = 2000$

$\therefore$ **व्यक्तींची एकूण संख्या 2000 आहे.**

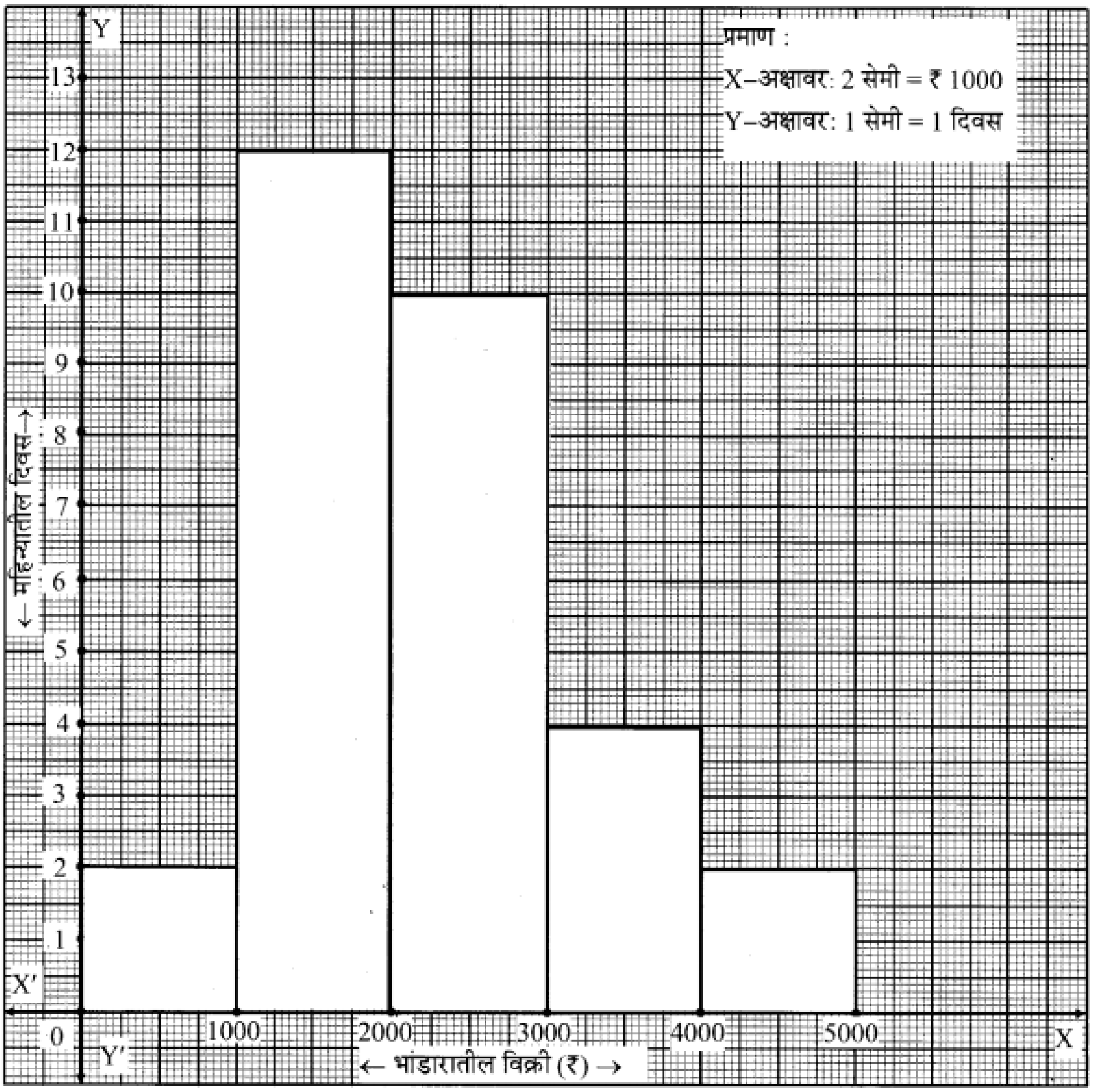
Ex 6.2

1. पुढील सामग्रीच्या सादरीकरणासाठी आयतालेख काढा: **[3 गुण]**

भांडारातील विक्री (₹)	**0–1000**	**1000–2000**	**2000–3000**	**3000–4000**	**4000–5000**	**एकूण**
महिन्यातील दिवस	**2**	**12**	**10**	**4**	**2**	**30**

उकल :

भांडारातील विक्री (₹) **वर्ग**	**महिन्यातील दिवस** **वारंवारता**
0 – 1000	2
1000 – 2000	12
2000 – 3000	10
3000 – 4000	4
4000 – 5000	2



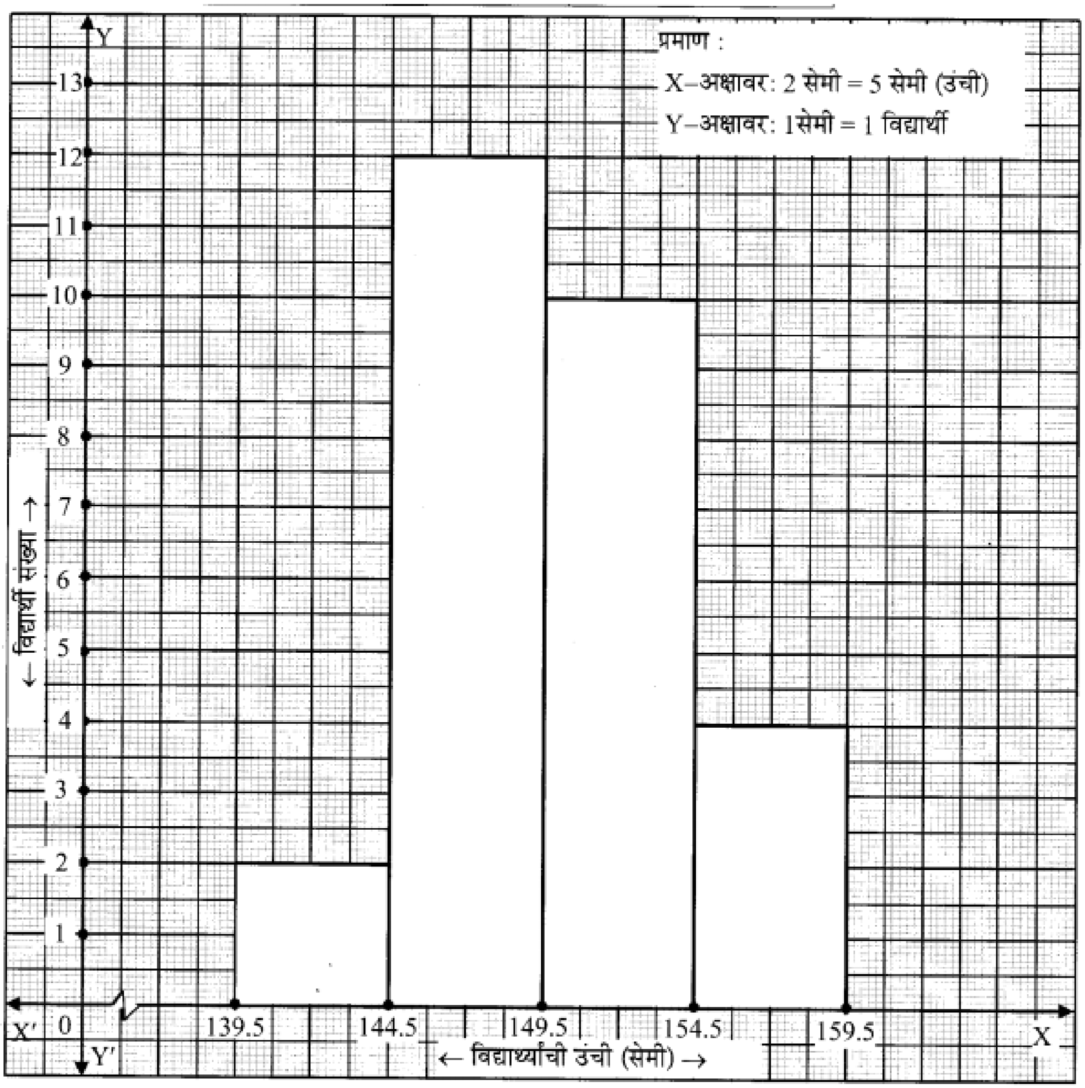
2. **पुढील सामग्री आयतालेखाद्वारे दर्शवा:**

विद्यार्थ्यांची उंची (सेमी)	**140 – 144**	**145 – 149**	**150 – 154**	**155 – 159**
विद्यार्थी संख्या	**2**	**12**	**10**	**4**

उकल : **[3 गुण]**

वर्ग सलग नसल्याने ते सलग करून आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

विद्यार्थ्यांची उंची (सेमी) वर्ग	**वर्धित वर्ग**	**विद्यार्थी संख्या वारंवारता**
140 – 144	139.5 – 144.5	2
145 – 149	144.5 – 149.5	12
150 – 154	149.5 – 154.5	10
155 – 159	154.5 – 159.5	4



टीप : X–अक्षावर आरंभबिंदूवर असणाऱ्या व पहिल्या वर्गामध्ये असणाऱ्या खुणेस 'अक्षसंकोच' असे संबोधतात. त्यामुळे X–अक्षाची घडी घातल्यासारखी दिसते. अशा प्रकारची खूण Y–अक्षावरसुद्धा आवश्यक असल्यास वापरली जाते.

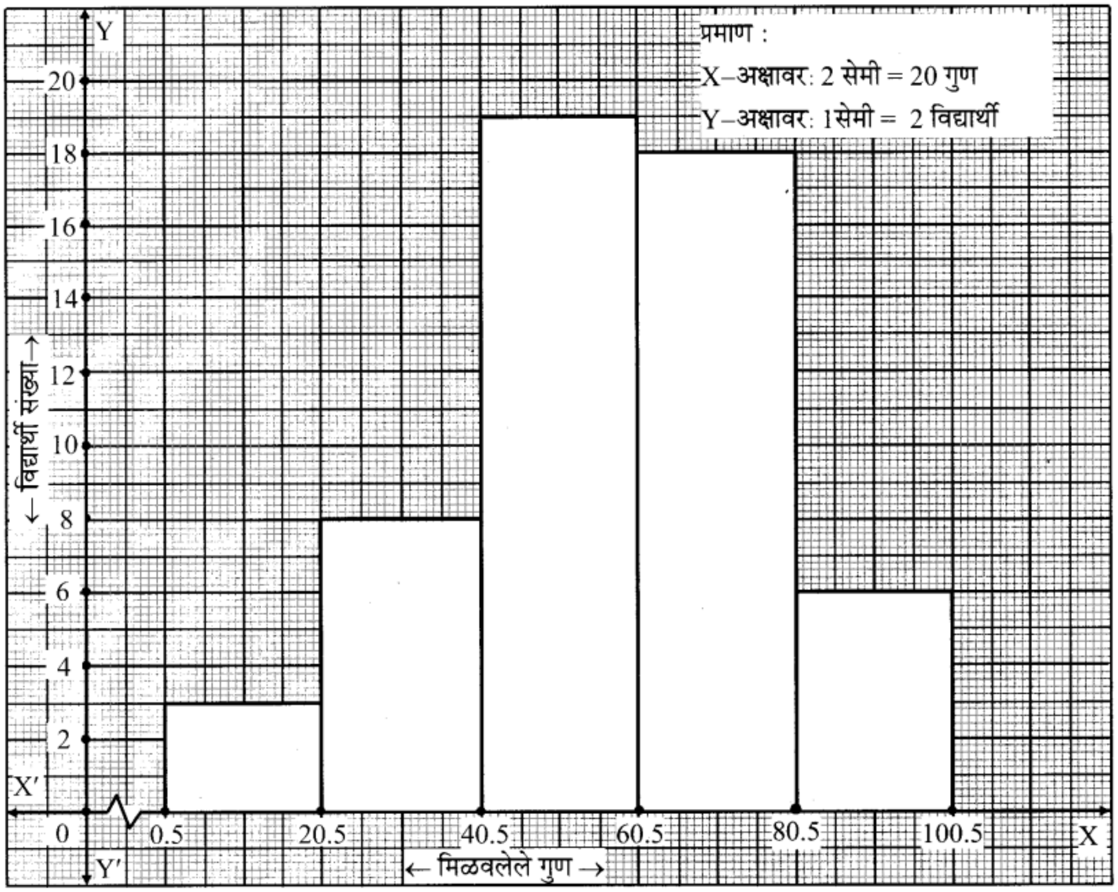
3. एका परीक्षेत विद्यार्थ्यांनी गणितात मिळवलेले गुण खाली दिलेले आहेत. त्यावरून आयतालेख काढा.

मिळवलेले गुण	1 – 20	21 – 40	41 – 60	61– 80	81 – 100
विद्यार्थी संख्या	3	8	19	18	6

उकल : **[3 गुण]**

वर्ग सलग नसल्यामुळे, ते सलग करून आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

मिळवलेले गुण वर्ग	वर्धित वर्ग	विद्यार्थी संख्या वारंवारता
1 – 20	0.5 – 20.5	3
21 – 40	20.5 – 40.5	8
41 – 60	40.5 – 60.5	19
61 – 80	60.5 – 80.5	18
81 – 100	80.5 – 100.5	6

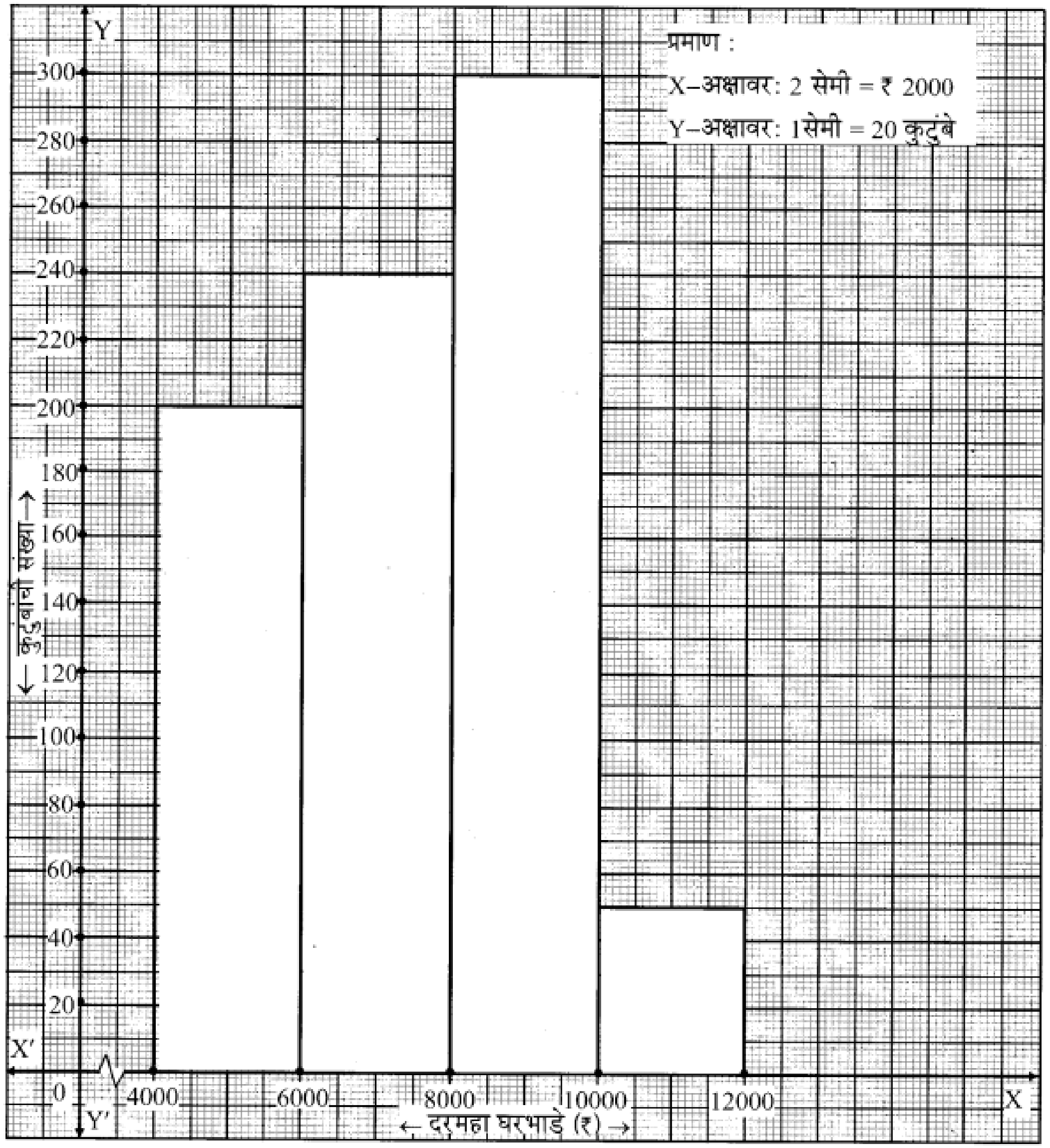


4. पुढील वारंवारता वितरणासाठी आयतालेख काढा.

दरमहा घरभाडे (₹)	4000 – 6000	6000 – 8000	8000 – 10000	10000 – 12000
कुटुंबांची संख्या	200	240	300	50

उकल : **[3 गुण]**

दरमहा घरभाडे (₹) वर्ग	कुटुंबांची संख्या वारंवारता
4000 – 6000	200
6000 – 8000	240
8000 – 10000	300
10000 – 12000	50



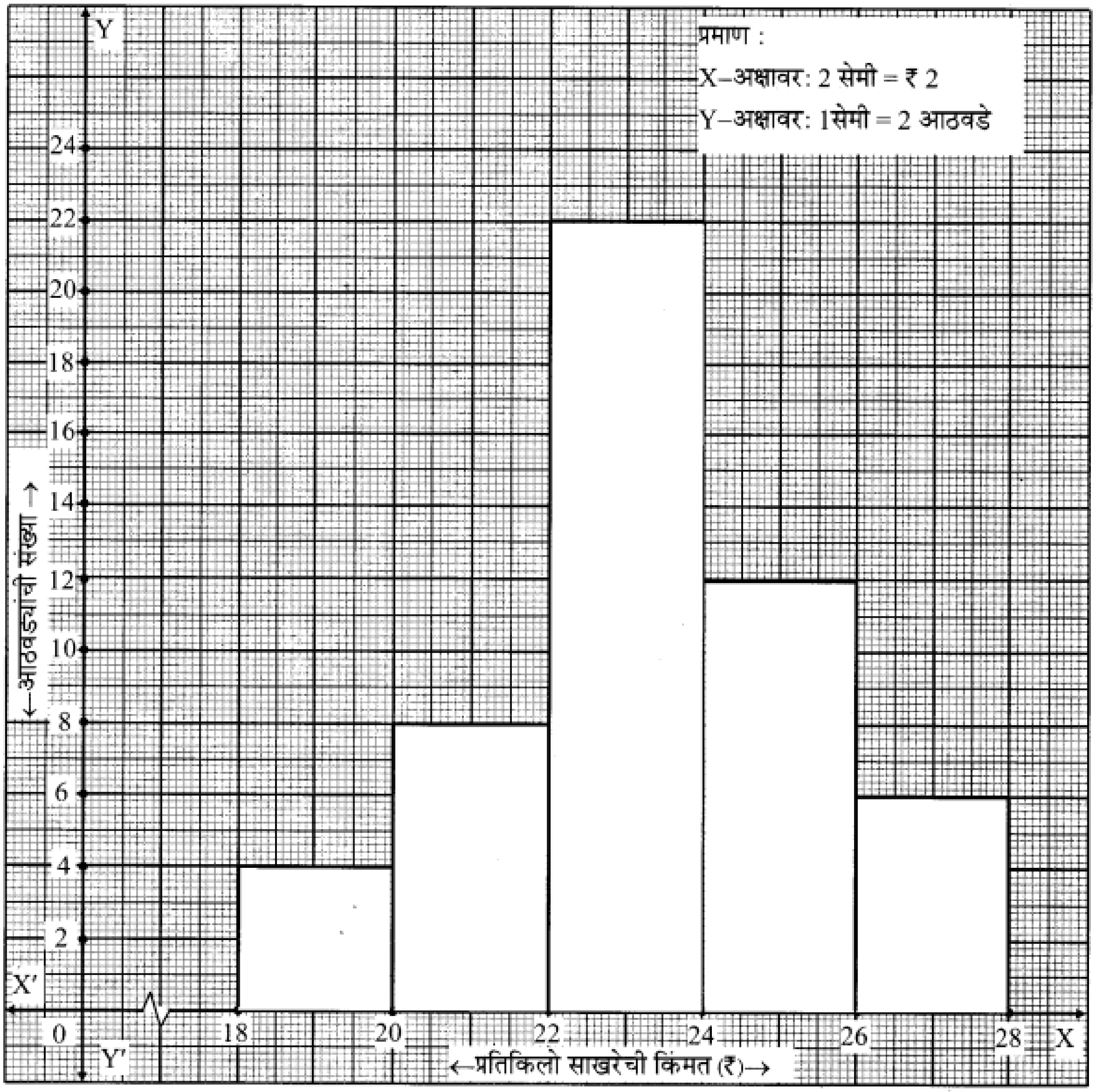
5. **पुढील सामग्रीसाठी आयतालेख काढा.**

प्रति किलो साखरेची किंमत (₹)	**18 – 20**	**20 – 22**	**22 – 24**	**24 – 26**	**26 – 28**	**एकूण**
आठवड्यांची संख्या	**4**	**8**	**22**	**12**	**6**	**52**

[मार्च 14] [3 गुण]

उकल :

प्रति किलो साखरेची किंमत (₹) वर्ग	**आठवड्यांची संख्या वारंवारता**
18 – 20	4
20 – 22	8
22 – 24	22
24 – 26	12
26 – 28	6



Ex 6.4

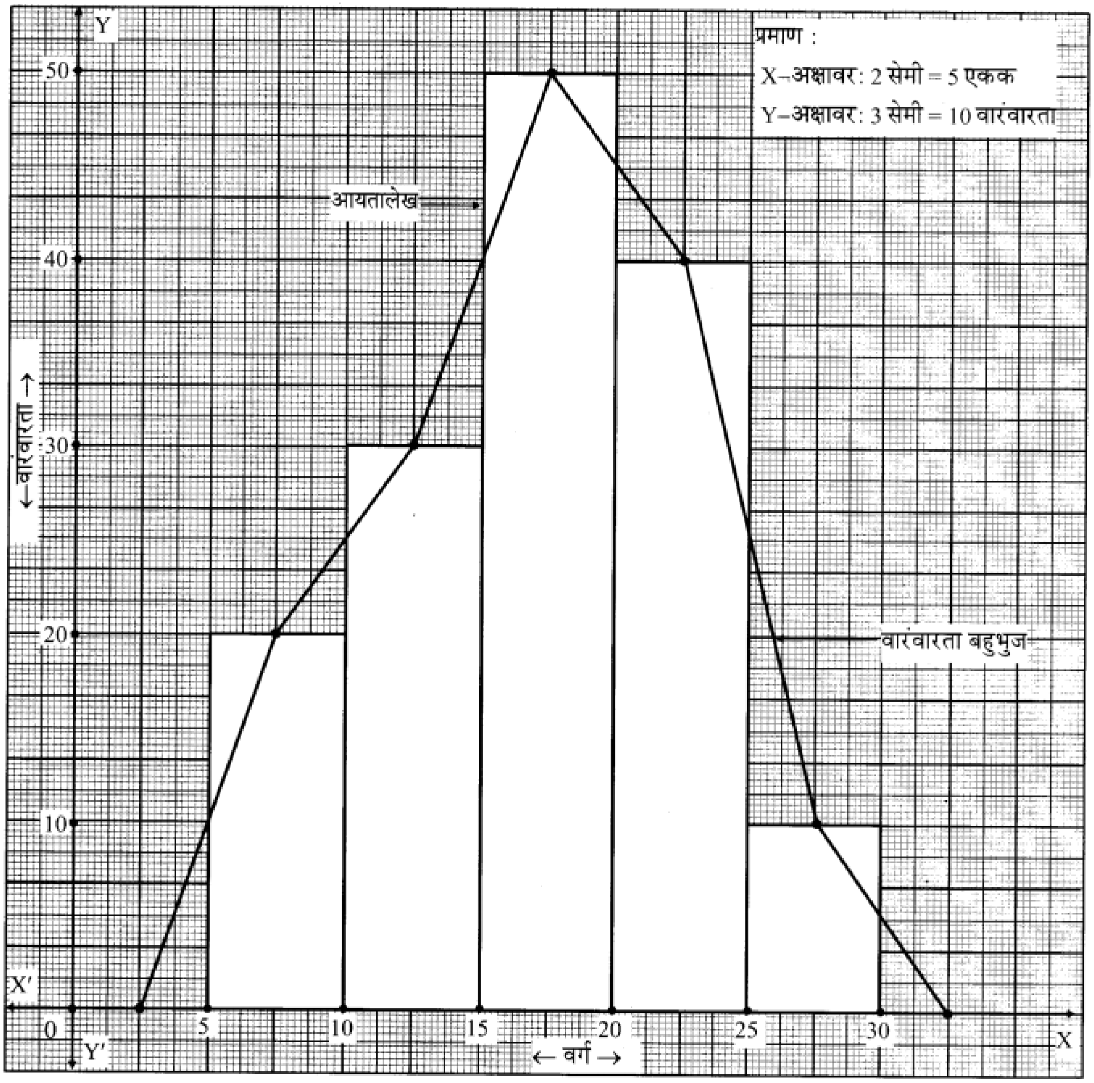
1. पुढील वारंवारता वितरणासाठी आयतालेख आणि वारंवारता बहुभुज काढा.

वर्ग	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30
वारंवारता	20	30	50	40	10

[4 गुण]

उकल :

वर्ग	वारंवारता
5 – 10	20
10 – 15	30
15 – 20	50
20 – 25	40
25 – 30	10



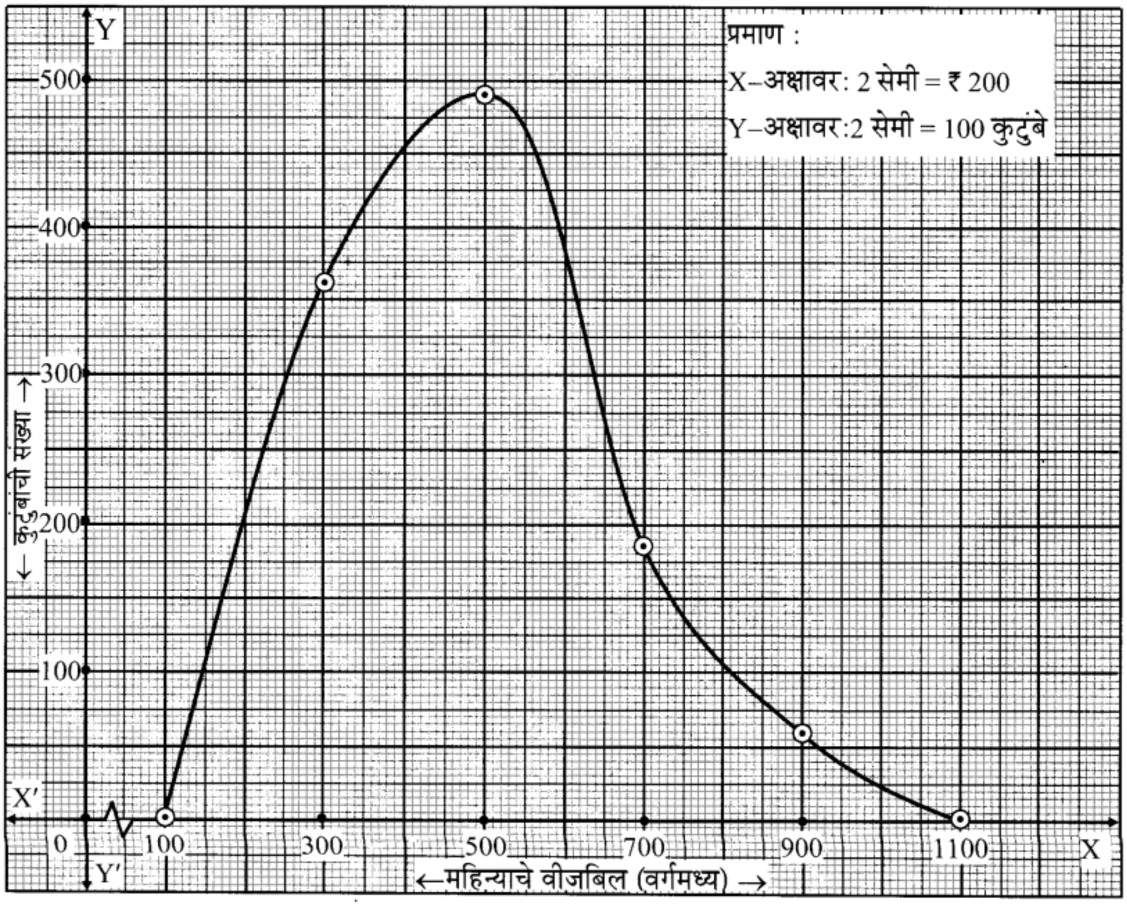
2. **पुढील सामग्री वारंवारता वक्राच्या साहाय्याने दर्शवा:**

वीजबिल (₹)	**200 – 400**	**400 – 600**	**600 – 800**	**800 – 1000**
कुटुंबे	**362**	**490**	**185**	**63**

[4 गुण]

उकल :

वीजबिल (₹) वर्ग	**वर्गमध्य (x_i)**	**कुटुंबांची संख्या वारंवारता (f_i)**
–	100	0
200 – 400	300	362
400 – 600	500	490
600 – 800	700	185
800 – 1000	900	63
–	1100	0



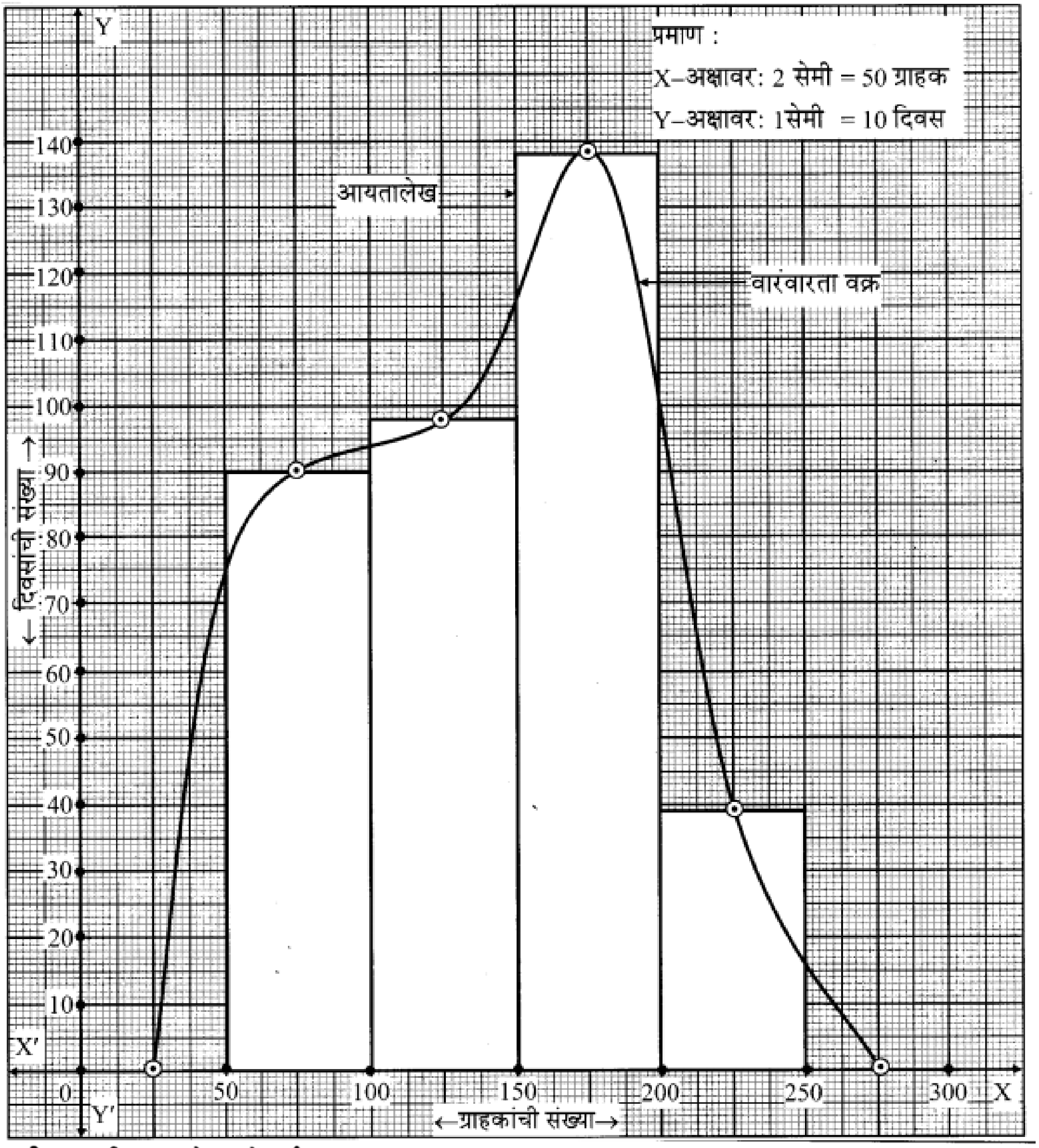
3. **एका विविध वस्तू भांडारात वर्षभरात येऊन गेलेल्या ग्राहकांचे वर्गीकरण पुढीलप्रमाणे आहे:**

ग्राहकांची संख्या	50 – 100	100 – 150	150 – 200	200 – 250	एकूण
दिवसांची संख्या	90	98	138	39	365

आयतालेख काढा व त्यावरून वारंवारता वक्र काढा. **[4 गुण]**

उकल :

ग्राहकांची संख्या वर्ग	दिवसांची संख्या वारंवारता
50 – 100	90
100 – 150	98
150 – 200	138
200 – 250	39



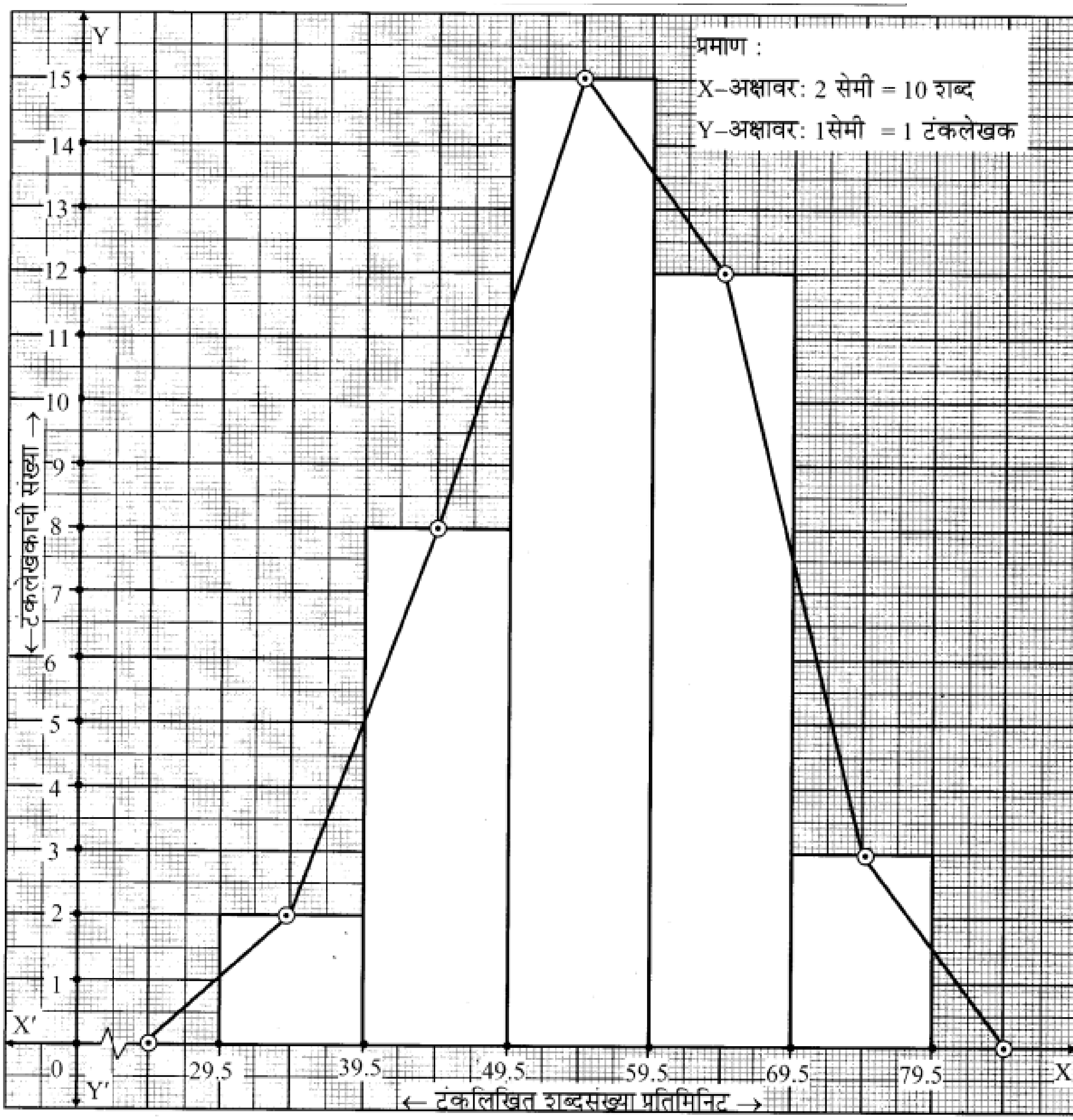
4. **पुढील सामग्री आयतालेखाद्वारे दर्शवा व त्यावरून वारंवारता बहुभुज काढा.**

टंकलिखित शब्दसंख्या (प्रतिमिनिट)	30 – 39	40 – 49	50 – 59	60 – 69	70 – 79
टंकलेखकांची संख्या	2	8	15	12	3

[4 गुण]

उकल : वर्ग सलग नसल्याने ते प्रथम सलग करून आपल्याला पुढील सारणी मिळते.

टंकलिखित शब्दसंख्या (प्रतिमिनिट) वर्ग	वर्धित वर्ग	टंकलेखकांची संख्या वारंवारता
30 – 39	29.5 – 39.5	2
40 – 49	39.5 – 49.5	8
50 – 59	49.5 – 59.5	15
60 – 69	59.5 – 69.5	12
70 – 79	69.5 – 79.5	3



प्रमाण :
X–अक्षावर: 2 सेमी = 10 शब्द
Y–अक्षावर: 1सेमी = 1 टंकलेखक
Y
X'
X
Y'
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
29.5
39.5
49.5
59.5
69.5
79.5
← टंकलेखकाची संख्या →
← टंकलिखित शब्दसंख्या प्रतिमिनिट →

5. जमीन धारणेसंबंधीची सामग्री पुढे दिलेली आहे. त्यासाठी वारंवारता बहुभुज व वारंवारता वक्र काढा.

क्षेत्र (हेक्टरमध्ये)	11 – 20	21 – 30	31 – 40	41 – 50	51 – 60	61 – 70	71 – 80
शेतकऱ्यांची संख्या	58	103	208	392	112	34	12

[5 गुण]

उकल :

क्षेत्र (हेक्टरमध्ये) वर्ग	वर्गमध्य (x_i)	शेतकऱ्यांची संख्या वारंवारता (f_i)
–	5.5	0
11 – 20	15.5	58
21 – 30	25.5	103
31 – 40	35.5	208
41– 50	45.5	392
51 – 60	55.5	112
61 – 70	65.5	34
71 – 80	75.5	12
–	85.5	0